

۴۳۳	۲-۳۸ اثر فوتوالکتریک
۴۳۴	اثر فوتو الکتریک
۴۳۷	۳-۳۸ فوتون ها، تکانه، پراکندگی کامپتون، تداخل نوری
۴۳۷	فوتون ها تکانه دارند
۴۴۱	نور به عنوان موج احتمال
۴۴۴	۴-۳۸ زایش فیزیک کوانتومی
۴۴۴	زایش فیزیک کوانتومی
۴۴۶	۵-۳۸ الکترون ها و موج های ماده
۴۴۷	الکترون ها و موج های ماده
۴۵۰	۶-۳۸ معادله ی شرودینگر
۴۵۱	معادله ی شرودینگر
۴۵۳	۷-۳۸ اصل قطعیت هایزنبرگ
۴۵۴	اصل عدم قطعیت هایزنبرگ
۴۵۵	۸-۳۸ بازتاب از یک پله ی پتانسیل
۴۵۵	بازتاب از یک پله ی پتانسیل
۴۵۷	۹-۳۸ تونل زنی در یک سد پتانسیل
۴۵۸	تونل زنی در یک سد پتانسیل
۴۶۱	مرور و خلاصه ی درس
۴۶۳	مسئله ها

۴۷۱	۳۹ مطالبی بیشتر درباره ی موج های ماده
۴۷۱	۱-۳۹ انرژی های الکترون به تله افتاده
۴۷۱	فیزیک چیست؟
۴۷۲	موج های ریسمان و موج های ماده
۴۷۳	انرژی های الکترون به تله افتاده
۴۷۴	یافتن انرژی های کوانتیده
۴۷۷	۲-۳۹ توابع موج یک الکترون به تله افتاده
۴۷۷	توابع موج یک الکترون به تله افتاده
۴۸۱	۳-۳۹ الکترون در یک چاه متناهی
۴۸۲	الکترون در یک چاه متناهی
۴۸۴	۴-۳۹ تله های دو و سه بعدی
۴۸۴	تله های الکترونی بیشتر
۴۸۶	تله های دو و سه بعدی
۴۸۸	۵-۳۹ اتم هیدروژن
۴۸۹	اتم هیدروژن یک تله ی الکترون است
۴۹۲	معادله ی شرودینگر و اتم هیدروژن
۵۰۱	مرور و خلاصه ی درس
۵۰۳	مسئله ها

۵۱۱	۴۰ همه چیز درباره ی اتم ها
۵۱۱	۱-۴۰ ویژگی های اتم ها
۵۱۲	فیزیک چیست؟
۵۱۲	برخی از ویژگی های اتم ها
۵۱۵	تکانه ی زاویه ای، گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی
۵۱۹	۲-۴۰ آزمایش اشترون - گرلاخ
۵۱۹	آزمایش اشترون - گرلاخ

۳۴۱	فیزیک چیست؟
۳۴۲	پراش و نظریه ی موجی نور
۳۴۳	پراش حاصل از تک شکاف: تعیین محل کمینه ها
۳۴۷	۲-۳۶ شدت در پراش تک شکافی
۳۴۷	شدت پراش تک شکافی، روش کیفی
۳۴۹	شدت در پراش تک شکافی، روش کمی
۳۵۲	۳-۳۶ پراش حاصل از یک روزنه ی دایره ای
۳۵۲	پراش حاصل از یک روزنه ی دایره ای
۳۵۶	۴-۳۶ پراش حاصل از دو شکاف
۳۵۷	پراش حاصل از دو شکاف
۳۶۰	۵-۳۶ توری های پراش
۳۶۰	توری های پراش
۳۶۴	۶-۳۶ توری ها: پاشندگی و توان تفکیک
۳۶۴	توری ها: پاشندگی و توان تفکیک
۳۶۷	۷-۳۶ پراش پرتوی X
۳۷۰	مرور و خلاصه ی درس
۳۷۲	مسئله ها

فیزیک عمومی ۴

۳۸۵	نسبیت
۳۸۵	۱-۳۷ همزمانی و اتساع زمان
۳۸۵	فیزیک چیست؟
۳۸۶	اصول موضوعه
۳۸۸	اندازه گیری یک رویداد
۳۸۹	نسبیت همزمانی
۳۹۱	نسبیت زمان
۳۹۶	۲-۳۷ نسبیت طول
۳۹۶	نسبیت طول
۴۰۰	۳-۳۷ تبدیل لورنتس
۴۰۰	تبدیل لورنتس
۴۰۲	برخی از پیامدهای معادله های لورنتس
۴۰۴	۴-۳۷ نسبیت سرعت ها
۴۰۵	نسبیت سرعت ها
۴۰۶	۵-۳۷ اثر دوپلر برای نور
۴۰۶	اثر دوپلر برای نور
۴۰۹	۶-۳۷ تکانه و انرژی
۴۱۰	نگاهی نو به تکانه
۴۱۱	نگاهی نو به انرژی
۴۱۶	مرور و خلاصه ی درس
۴۱۹	مسئله ها

۴۳۱	فوتون ها و موج های ماده
۴۳۱	۱-۳۸ فوتون، کوانتوم نور
۴۳۱	فیزیک چیست؟
۴۳۲	فوتون، کوانتوم نور

۶۵	۴۲-۸ مدل‌های هسته‌ای
۶۵	مدل‌های هسته‌ای
۶۰۹	مرور و خلاصه‌ی درس
۶۱۱	مسئله‌ها

۴۳ انرژی حاصل از هسته

۶۲۱	۴۳-۱ شکافت هسته‌ای
۶۲۱	فیزیک چیست؟
۶۲۲	شکافت هسته‌ای: فرایند اصلی
۶۲۳	نگاهی دقیق‌تر به شکافت
۶۲۵	مدلی برای شکافت هسته‌ای
۶۲۹	۴۳-۲ راکتور هسته‌ای
۶۲۹	راکتور هسته‌ای
۶۳۴	۴۳-۳ یک راکتور هسته‌ای طبیعی
۶۳۴	یک راکتور هسته‌ای طبیعی
۶۳۶	۴۳-۴ گداخت گرما هسته‌ای: فرایند اصلی
۶۳۶	گداخت گرما هسته‌ای: فرایند اصلی
۶۳۸	۴۳-۵ گداخت گرما هسته‌ای در خورشید و ستارگان دیگر
۶۳۸	گداخت گرما هسته‌ای در خورشید و ستارگان دیگر
۶۴۱	۴۳-۶ گداخت گرما هسته‌ای کنترل‌شده
۶۴۱	گداخت گرما هسته‌ای کنترل‌شده
۶۴۴	مرور و خلاصه‌ی درس
۶۴۶	مسئله‌ها

۴۴ کوارک‌ها، لپتون‌ها، و مهبانگ

۶۵۳	۴۴-۱ ویژگی‌های عمومی ذرات بنیادی
۶۵۳	فیزیک چیست؟
۶۵۴	ذره‌ها، ذره‌ها، ذره‌ها
۶۵۹	میان‌گفتار
۶۶۳	۴۴-۲ لپتون‌ها، هادرون‌ها، و شکفتی
۶۶۴	لپتون‌ها
۶۶۶	هادرون‌ها
۶۶۶	باز هم یک قانون پایستگی دیگر
۶۶۸	راه هشگانه
۶۷۱	۴۴-۳ کوارک‌ها و ذره‌های پیام‌رسان
۶۷۱	مدل کوارکی
۶۷۵	نیروهای اصلی و ذره‌های پیام‌رسان
۶۷۸	۴۴-۴ کیهان‌شناسی
۶۷۸	درنگی برای اندیشیدن
۶۷۹	عالم در حال انبساط است
۶۸۰	تابش زمینه‌ی کیهانی
۶۸۱	ماده‌ی تاریک
۶۸۲	مهبانگ
۶۸۶	جمع‌بندی
۶۸۶	مرور و خلاصه‌ی درس
۶۸۸	مسئله‌ها
۶۹۷	پاسخ‌ها
۷۰۵	نمایه

۵۲۲	۴-۳ تشدید مغناطیسی
۵۲۳	تشدید مغناطیسی
۵۲۴	۴-۴ اصل طرد پاولی و الکترون‌های چنگانه در یک تله
۵۲۴	اصل طرد پاولی
۵۲۵	الکترون‌های چنگانه در تله‌های مستطیلی
۵۲۸	۴-۵ بنا کردن جدول تناوبی
۵۲۹	بنا کردن جدول تناوبی
۵۳۱	۴-۶ پرتوهای X و ترتیب عنصرها
۵۳۱	پرتوهای X و ترتیب عنصرها
۵۳۵	۴-۷ لیزرها
۵۳۶	لیزرها و نور لیزر
۵۳۷	لیزرها چگونه کار می‌کنند
۵۴۱	مرور و خلاصه‌ی درس
۵۴۳	مسئله‌ها

۴۱ رسانش الکتریسته در جامدها

۵۵۱	۴۱-۱ ویژگی‌های الکتریکی فلزات
۵۵۱	فیزیک چیست؟
۵۵۲	ویژگی‌های الکتریکی جامدها
۵۵۲	ترازهای انرژی در جامد بلورین
۵۵۳	عایق‌ها
۵۵۴	فلزها
۵۵۵	۴۱-۲ نیم‌رساناها و آلایش
۵۶۱	نیم‌رساناها
۵۶۲	نیم‌رساناهای آلاییده
۵۶۳	۴۱-۳ پیوندگاه p-n و ترانزیستور
۵۶۶	پیوندگاه p-n
۵۶۷	یکسوساز پیوندی
۵۶۹	دیود نور-گسیل (LED)
۵۷۰	ترانزیستور
۵۷۲	مرور و خلاصه‌ی درس
۵۷۳	مسئله‌ها

۴۲ فیزیک هسته‌ای

۵۸۱	۴۲-۱ کشف هسته
۵۸۱	فیزیک چیست؟
۵۸۱	کشف هسته
۵۸۴	۴۲-۲ برخی از ویژگی‌های هسته‌ای
۵۸۵	برخی از ویژگی‌های هسته‌ای
۵۹۲	۴۲-۳ واپاشی پرتوزا
۵۹۲	واپاشی پرتوزا
۵۹۶	۴۲-۴ واپاشی آلفا
۵۹۶	واپاشی آلفا
۵۹۹	۴۲-۵ واپاشی بتا
۵۹۹	واپاشی بتا
۶۰۲	۴۲-۶ عمرسنجی پرتوزا
۶۰۳	عمرسنجی پرتوزا
۶۰۴	۴۲-۷ اندازه‌گیری دُر تابشی
۶۰۴	اندازه‌گیری دُر تابشی

نسبیت

۳۷-۱ همزمانی و اتساع زمان

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۳۷-۱ دو اصل موضوعی نسبیت (خاص) و نوع چارچوب‌هایی که برای آن‌ها، این دو اصل به کار می‌آیند را بشناسید.

۳۷-۲ تندی نور را به عنوان نهایت تندی بشناسید و مقدار تقریبی آن را به دست دهید.

۳۷-۳ توضیح دهید مختصات فضا و زمان یک رویداد چگونه می‌توانند با آرایه‌ای سه بعدی از ساعت‌ها و میله‌های اندازه‌گیری، اندازه گرفته شوند و این چگونه نیاز به زمان حرکت یک سیگنال تا ناظر را حذف می‌کند.

۳۷-۴ تشخیص دهید که نسبیت فضا و زمان به تبدیل اندازه‌گیری‌ها بین دو چارچوب لخت با حرکت نسبی مربوط است، اما همچنان از سینماتیک کلاسیکی و مکانیک نیوتونی در یک چارچوب استفاده می‌کنیم.

۳۷-۵ تشخیص دهید برای چارچوب‌های مرجعی که نسبت به هم حرکت می‌کنند، در حالت کلی رویدادهای همزمان در یکی از

چارچوب‌ها، در چارچوب دیگر همزمان نخواهد بود. ۳۷-۶ توضیح دهید منظور از درهم‌تنیدگی فاصله‌های فضایی و زمانی بین دو رویداد چیست.

۳۷-۷ شرایطی که در آن فاصله‌ی زمانی دو رویداد، یک ویژه‌زمان است را بشناسید.

۳۷-۸ تشخیص دهید اگر فاصله‌ی زمانی دو رویداد وقتی در یک چارچوب اندازه‌گیری می‌شوند، یک ویژه‌زمان باشد، این فاصله بزرگتر (اتساع‌یافته) می‌شود، هرگاه در چارچوب دیگری اندازه گرفته شود.

۳۷-۹ رابطه‌ی بین ویژه‌زمان Δt_0 ، زمان اتساع‌یافته Δt ، و تندی نسبی بین دو چارچوب را به کار بندید.

۳۷-۱۰ رابطه‌ی بین تندی نسبی β ، پارامتر تندی γ ، و عامل لورنتس γ را به کار بندید.

نکته‌های کلیدی

• نظریه‌ی نسبیت اینشتین بر دو اصل استوار است: (۱) قانون‌های فیزیک برای همه‌ی ناظرها در چارچوب‌های مرجع لخت یکسان است. (۲) تندی نور در خلأ در تمام جهت‌ها و در همه‌ی چارچوب‌های مرجع لخت مقدار یکسان c را دارد.

• سه مختصه‌ی فضایی و یک مختصه‌ی زمانی، یک رویداد را مشخص می‌کنند. یک هدف نسبیت خاص این است که این مختصات را وقتی توسط دو ناظر مشاهده شوند که نسبت به هم دارای حرکت یکنواخت هستند، به هم مربوط کند.

• اگر دو ناظر نسبت به یکدیگر در حرکت باشند، در حالت کلی نمی‌توانند بر سر این که آیا این دو رویداد همزمان‌اند، توافق داشته باشند.

• اگر دو رویداد بی‌درپی در یک مکان در چارچوب مرجع لختی رخ دهند، بازه‌ی زمانی Δt_0 بین آن‌ها که با یک ساعت در محل رخداد آن‌ها اندازه‌گیری می‌شود، ویژه‌زمان این رویدادها نامیده می‌شود. ناظرها در چارچوب‌هایی که نسبت به این چارچوب حرکت می‌کنند همواره مقدار بزرگتر Δt را برای این بازه‌ی زمانی اندازه می‌گیرند، اثری که به نام اتساع زمان شناخته شده است.

• اگر تندی نسبی بین دو چارچوب برابر v باشد، آنگاه

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma \Delta t_0$$

که در آن $\beta = v/c$ پارامتر تندی و $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ عامل لورنتس است.

فیزیک چیست؟

یکی از موضوع‌های اصلی فیزیک نسبیت است، حوزه‌ی مطالعه‌ای که رویدادها (چیزهایی که رخ داده‌اند) را اندازه‌گیری می‌کند: این که در کجا و در چه زمانی رخ داده‌اند، و هر دو رویدادی چقدر در فضا و زمان از هم فاصله دارند. افزون بر این، نسبیت با تبدیل چنین اندازه‌گیری‌هایی (و نیز اندازه‌گیری انرژی و تکانه) بین چارچوب‌های مرجعی که نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند سروکار دارد (از همین رو است که نسبیت خوانده می‌شود).

تبدیل‌ها و چارچوب‌های مرجع متحرک، مانند آن‌هایی که در بخش‌های ۴-۶ و ۴-۷ [جلد اول] مطالعه کردیم در سال ۱۹۰۵ برای فیزیکدانان کاملاً درک شده بود و مبحثی کاملاً عادی به شمار می‌رفت. در آن موقع بود که آلبرت اینشتین^۱ (شکل ۳۷-۱) نظریه‌ی نسبیت خاص خود را منتشر کرد. خاص بدین معنی است که این نظریه فقط به چارچوب‌های مرجع لخت می‌پردازد، یعنی چارچوب‌هایی که در آن‌ها قوانین نیوتون معتبرند. (نظریه‌ی نسبیت عام اینشتین به وضعیت‌های مشکل‌تری می‌پردازد که در آن‌ها چارچوب‌های مرجع می‌توانند شتابدار باشد. در این فصل واژه‌ی نسبیت فقط برای چارچوب‌های مرجع لخت به کار می‌رود.) اینشتین با شروع از دو اصل موضوعی ساده و اغواگرانه، با نشان دادن این‌که عقاید قدیمی در مورد نسبیت نادرست است جهان علم را مبهوت ساخت، با وجود این که همه چنان به آن عقاید خو گرفته بودند که به نظر آن‌ها این عقاید صحیح و غیرقابل پرسش بود. ولی این عقاید به ظاهر صحیح، فقط از آزمایش با چیزهایی که نسبتاً آهسته حرکت می‌کردند حاصل شده بود. نسبیت اینشتین، که برای تمام تندی‌های ممکن فیزیکی به کار می‌آید، اثرهای زیادی را، که در ابتدا عجیب می‌نمودند پیش‌بینی کرد، زیرا هیچ‌کس آن‌ها را تجربه نکرده بود.

درهم‌تنیدگی. اینشتین به‌خصوص، نشان داد فضا و زمان در هم تنیده‌اند؛ یعنی زمان بین دو رویداد به این‌که آن‌ها در چه فاصله‌ای از هم رخ داده‌اند بستگی دارد، و برعکس. همچنین این درهم‌تنیدگی برای ناظرهایی که نسبت به یکدیگر در حرکت‌اند متفاوت است. یک نتیجه این است که زمان با آهنگ ثابتی سپری نمی‌شود، طوری‌که گویی با نظم و ترتیب ماشینی یک ساعت پاندولی مرجع که عالم را کنترل می‌کند، تیک‌تاک می‌کند. بلکه این آهنگ، تنظیم‌پذیر است: حرکت نسبی می‌تواند آهنگی را که با آن زمان می‌گذرد، تغییر دهد. تا پیش از سال ۱۹۰۵، هیچ‌کس به جز تعدادی خیال‌باف به آن فکر نکرده بودند. درحالی‌که امروزه مهندسان و دانشمندان آن را مسلم فرض می‌کنند، زیرا تجربه‌ی آن‌ها با نسبیت خاص دیدگاه آن‌ها را تغییر داده است. مثلاً مهندسی که با دستگاه مکان‌یاب جهانی^۲ (GPS) ماهواره‌های NAVSTAR سروکار دارد باید به‌عنوان یک کار عادی از نسبیت (هم نسبیت خاص و هم نسبیت عام) برای تعیین آهنگی که با آن زمان در سفینه سپری می‌شود استفاده کند، زیرا این آهنگ با آهنگ روی سطح زمین متفاوت است. اگر مهندسان، نسبیت را به حساب نیاورند، GPS تقریباً در ظرف کمتر از یک روز بلااستفاده می‌شود.

نسبیت خاص به مشکل بودن شهره است. ولی از لحاظ ریاضی، دست‌کم در اینجا، مشکل نیست. با این حال وقتی مشکل می‌شود که باید دقت کرد چه کسی، چه چیزی را درباره‌ی یک رویداد اندازه می‌گیرد و این اندازه‌گیری چگونه انجام می‌شود - و نیز می‌تواند از این نظر مشکل باشد که می‌تواند با تجربه‌های عادی ما در مغایرت باشد.

اصول موضوعه

اکنون دو اصل موضوعه نسبیت را که نظریه‌ی اینشتین بر پایه‌ی آن‌ها استوار شده است بررسی می‌کنیم:

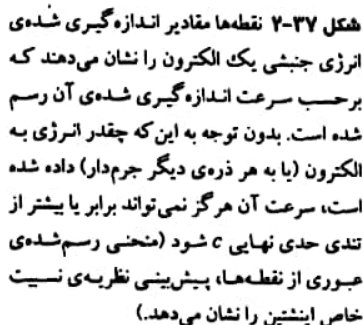
۱. اصل موضوعه نسبیت: قوانین فیزیک در همه‌ی چارچوب‌های مرجع لخت برای ناظرها یکسان است. برای ناظرها هیچ چارچوبی نسبت به چارچوب دیگر ترجیح ندارد.

فرض گالیله بر آن بود که قانون‌های مکانیک در همه‌ی چارچوب‌های مرجع لخت یکسان است. اینشتین این فرض را به همه‌ی قانون‌های فیزیک، به‌خصوص قانون‌های الکترومغناطیس



شکل ۳۷-۱ اینشتین در یک عکس، هنگامی که تازه به سر زبان‌ها افتاده بود.

^۱ Albert Einstein
^۲ Global Positioning System



۲. اصل موضوعی تندی نور: تندی نور در خلأ، در همه‌ی جهت‌ها و در همه‌ی چارچوب‌های مرجع لغت مقدار یکسان c را دارد.

هر دو اصل موضوعه دقیقاً آزمایش شده‌اند و هیچ استثنایی یافت نشده است.

وجود حدی برای تندی الکترون‌های شتابدار در سال ۱۹۶۴ توسط برتونی^۱ نشان داده شد. او الکترون‌ها را تا سرعت‌های متفاوت شتاب داد و انرژی‌های جنبشی آن‌ها را - به روشی مستقل - اندازه گرفت. او دریافت با افزایش نیروی وارد بر الکترون خیلی سریع، انرژی جنبشی اندازه‌گیری شده‌ی الکترون تا مقادیر بسیار زیادی افزایش می‌یابد، ولی سرعت آن به میزان زیادی افزایش پیدا نمی‌کند (شکل ۳۷-۲). الکترون‌ها در آزمایشگاه‌ها دست‌کم تا 0.999999999 برابر تندی نور- نزدیک‌ترین به مقدار ممکن - شتاب داده شده‌اند، ولی این تندی هنوز کمتر از تندی غایی c است.

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \quad (1-27)$$

آزمودن اصل موضوعه‌ی قندی نور

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (2-37)$$
¹ W. Bertozzi

پرتوهای γ بخشی از طیف الکترومغناطیس (در بسامدهای خیلی بالا) هستند و بنابراین، درست مانند نور مرئی، از اصل موضوعه تندی نور پیروی می‌کنند. (در این فصل از واژه‌ی نور در مورد همه‌ی انواع موج الکترومغناطیسی، چه مرئی و چه نامرئی استفاده می‌کنیم.)

در سال ۱۹۶۴ فیزیکدان‌ها در سرن، آزمایشگاه اروپایی فیزیک ذره‌ها در نزدیکی ژنو، باریکه‌ای از پیون‌های متحرک را با سرعت $0.99975c$ نسبت به آزمایشگاه تولید کردند. سپس آزمایشگران تندی پرتوهای گامای گسیل‌شده از این چشمه‌های خیلی سریع متحرک را اندازه‌گیری کردند. آن‌ها دریافتند که نور گسیل‌شده توسط پیون‌ها همان تندی‌ای را دارد که اگر پیون‌ها نسبت به آزمایشگاه ساکن بودند، می‌داشتند - یعنی تندی c .

اندازه‌گیری یک رویداد

یک رویداد چیزی است که رخ می‌دهد، و به هر رویداد می‌توان سه مختصه‌ی فضایی و یک مختصه‌ی زمانی اختصاص داد. از میان بسیاری رویدادهای ممکن برخی عبارت‌اند از (۱) روشن یا خاموش کردن یک چراغ کوچک، (۲) برخورد دو ذره، (۳) عبور یک تپ نوری از یک نقطه‌ی معین، (۴) یک انفجار، و (۵) قرار گرفتن عقربه‌ی ساعت در برابر یکی از عددهای روی صفحه‌ی ساعت. ناظری واقع در یک چارچوب مرجع لخت معین می‌تواند، مثلاً یک رویداد A را به مختصات داده شده در جدول ۱-۳۷ نسبت دهد. چون در نسبیت، فضا و زمان درهم‌تنیده‌اند، می‌توانیم مجموع این مختصه‌ها را به‌عنوان مختصات فضا-زمان بیان کنیم. خود دستگاه مختصات بخشی از چارچوب مرجع ناظر است.

یک رویداد معین می‌تواند توسط ناظرهای متعدد که هر یک در یک چارچوب مرجع لخت قرار دارند ثبت شود. به‌طورکلی ناظرهای مختلف مختصات فضا-زمان متفاوتی را به یک رویداد یکسان نسبت می‌دهند. توجه کنید که یک رویداد به چارچوب مرجع لخت خاصی "تعلق" ندارد. یک رویداد درست چیزی است که رخ می‌دهد و هر کس در هر چارچوب مرجع ممکن است آن را آشکار کند و به آن، مختصات فضا-زمان را اختصاص دهد.

زمان‌های حرکت. در مسائل عملی، اختصاص دادن مختصات فضا-زمان می‌تواند پیچیده باشد. برای مثال، فرض کنید بالونی در سمت راست شما در فاصله‌ی 1 km آتش بگیرد درحالی‌که یک فشقه‌ی آتش‌بازی در سمت چپ شما به فاصله‌ی 2 km منفجر می‌شود، هر دو در ساعت $9:00\text{ AM}$. اما شما نمی‌توانید هر دو رویداد را دقیقاً در ساعت $9:00\text{ AM}$ آشکار کنید، زیرا در آن لحظه نور حاصل از رویدادها هنوز به شما نرسیده است. چون نور فشقه باید مسافت بیشتری را طی کند، بنابراین دیرتر از نور بالون آتش‌گرفته به چشم شما می‌رسد و در نتیجه به نظر می‌رسد انفجار فشقه دیرتر از آتش‌گرفتن بالون رخ داده است. برای مرتب کردن زمان‌های واقعی و اختصاص $9:00\text{ AM}$ به هر دو رویداد، شما باید زمان‌های طی شده‌ی نور را محاسبه و سپس از زمان‌های رسیدن کم کنید.

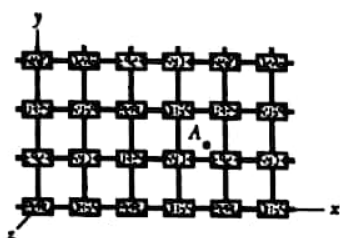
این روش برای وضعیت‌های پیچیده‌تر می‌تواند خیلی درهم و برهم شود و ما به روش ساده‌تری نیاز داریم که به‌طور خودکار ارتباط زمان حرکت از یک رویداد تا ناظر را حذف کند. برای ایجاد چنین روشی، آرایه‌ای مجازی از میله‌ها و ساعت‌های اندازه‌گیری را در سرتاسر چارچوب لخت ناظر در نظر می‌گیریم (آرایه به‌طور صلب با ناظر حرکت می‌کند). این امر ممکن است ساختگی به نظر برسد، اما مانع سردرگمی در محاسبه‌ها می‌شود و به ما امکان می‌دهد تا مختصات را به‌صورت زیر به‌دست آوریم.

۱. مختصات فضا. تصور می‌کنیم دستگاه مختصات ناظر شامل آرایه‌ای سه‌بعدی از میله‌های اندازه‌گیری نزدیک به هم باشد که هر دسته از میله‌ها موازی با یکی از سه محور

جدول ۱-۳۷ ثبت رویداد A

مختصه	مقدار
x	3.58 m
y	1.29 m
z	0 m
t	24.5 s

از این آرایه برای اختصاص مختصات فضا زمان استفاده می‌کنیم.



شکل ۳-۳۷ مقطعی از آرایه‌ی سه بعدی از ساعت‌ها و میله‌های اندازه‌گیری به گونه‌ای که ناظر بتواند به یک رویداد، مانند جرقه‌ی نور در نقطه‌ی A ، مختصات فضا زمان اختصاص دهد. مختصات فضایی رویداد تقریباً در $x = 2/6$ طول میله، $y = 1/3$ طول میله و $z = 0$ قرار دارد. مختصه‌ی زمانی، زمانی است که نزدیک‌ترین ساعت به A در موقع جرقه زدن نشان می‌دهد.

مختصات‌اند. این میله‌ها، راهی را برای تعیین مختصه در امتداد محورهای فراهم می‌کنند. بنابراین، اگر رویدادی، مثلاً روشن کردن یک چراغ کوچک رخ دهد، ناظر برای تعیین مکان این رویداد، فقط کافی است که سه مختصه‌ی فضایی را در محل چراغ بخواند.

۲. مختصه‌ی زمانی. برای مختصه‌ی زمانی، فرض می‌کنیم که در هر نقطه از محل‌های تقاطع آرایه‌ی میله‌های اندازه‌گیری، ساعت کوچکی قرار دارد که ناظر به علت این که ساعت با نور ایجاد شده توسط رویداد روشن می‌شود، می‌تواند آن را بخواند. شکل ۳-۳۷ صفحه‌ای از "تردهای" از ساعت‌ها و میله‌های اندازه‌گیری را نشان می‌دهد که توصیف کردیم.

آرایه‌ی ساعت‌ها باید کاملاً همزمان شوند. کافی نیست که دسته‌ای از ساعت‌های مشابه را فراهم آوریم و همه را در یک زمان قرار دهیم، و سپس آن‌ها را به محل مقرر حرکت دهیم. مثلاً نمی‌دانیم آیا حرکت دادن ساعت‌ها، آهنگ آن‌ها را تغییر می‌دهد یا خیر (که در واقع تغییر می‌دهد). بنابراین، باید ساعت‌ها را در محلشان قرار داد و سپس آن‌ها را همزمان کرد.

اگر روشی می‌داشتیم که می‌شد سیگنال‌ها را با تندی نامتناهی فرستاد، همزمان کردن موضوع ساده‌ای می‌شد. ولی، هیچ سیگنالی چنین خاصیتی ندارد. بنابراین، نور (هر بخشی از طیف الکترومغناطیسی) را برای ارسال سیگنال‌های همزمانی انتخاب می‌کنیم، زیرا نور در خلأ با بیشترین تندی ممکن، تندی حدی c ، حرکت می‌کند.

در اینجا یکی از راه‌های گوناگونی را که می‌توان آرایه‌ای از ساعت‌ها را با کمک سیگنال‌های نوری، همزمان کرد بیان می‌کنیم. ناظر تعداد زیادی دستیار موقت، به تعداد ساعت‌ها در نظر می‌گیرد. سپس، ناظر در نقطه‌ای که به عنوان مبدأ انتخاب شده است می‌ایستد و وقتی که ساعت واقع در مبدأ $t = 0$ را نشان می‌دهد یک تپ نوری را ارسال می‌کند. وقتی تپ نوری به هر یک از دستیاران رسید، آن‌ها ساعت را روی $t = r/c$ قرار می‌دهند، که r فاصله‌ی بین دستیار و مبدأ است. در این صورت ساعت‌ها همزمان شده‌اند.

۳. مختصات فضا زمان. اکنون ناظر به سادگی می‌تواند با ثبت زمان روی نزدیک‌ترین ساعت به رویداد و ثبت مکان اندازه‌گیری شده روی نزدیک‌ترین میله‌ی اندازه‌گیری، مختصات فضا زمانی را به رویداد نسبت دهد. اگر دو رویداد وجود داشته باشد، ناظر جدایی زمانی آن‌ها را از روی اختلاف زمان ساعت‌های نزدیک به هر یک و جدایی فضایی آن‌ها را از روی اختلاف مختصات میله‌های نزدیک به هر یک، محاسبه می‌کند. بدین ترتیب از مشکل عملی محاسبه‌ی زمان حرکت سیگنال‌ها از رویدادها به ناظر پرهیز می‌شود.

نسبیت همزمانی

فرض کنید که یک ناظر (سام) متوجه می‌شود که دو رویداد مستقل (رویداد قرمز و رویداد آبی) در یک زمان رخ می‌دهند. همچنین فرض کنید که ناظر دیگری (سارا) که با سرعت ثابت v نسبت به سام حرکت می‌کند، نیز این دو رویداد را ثبت می‌کند. آیا سارا نیز درمی‌یابد که این رویدادها در یک زمان رخ می‌دهند؟ پاسخ این است که در حالت کلی این‌طور نیست:



اگر دو ناظر در حرکت نسبی باشند، در حالت کلی آن‌ها در این که آیا دو رویداد همزمان رخ داده‌اند توافق نخواهند داشت. اگر یک ناظر دریابد که آن‌ها همزمان هستند ناظر دیگر در حالت کلی چنین دریافتی نخواهد داشت.

نمی‌توانیم بگوییم یک ناظر درست می‌گوید و دیگری نادرست. مشاهده‌های آن‌ها هر دو معتبر است، و هیچ دلیلی بر برتری یکی بر دیگری وجود ندارد.

درک این‌که دو عبارت متضاد در مورد یک رویداد طبیعی صحیح باشد به نظر عجیب می‌رسد و این حاصل نسبیت اینشتین است. با این حال، در فصل ۱۷ بدون رد کردن نتایج متضاد، روش دیگری را مشاهده کردیم که در آن حرکت می‌تواند بر اندازه‌گیری تأثیر داشته باشد: در اثر دوپلر، بسامدی که ناظر در مورد یک موج صوتی اندازه می‌گیرد به حرکت نسبی ناظر و چشمه بستگی دارد. بنابراین دو ناظر که نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند برای یک موج بسامدهای متفاوتی اندازه می‌گیرند، و هر دو اندازه‌گیری صحیح است. به نتیجه زیر می‌رسیم:



همزمانی مفهومی مطلق نیست بلکه مفهومی نسبی است که به حرکت ناظر بستگی دارد.

اگر تندی نسبی ناظرها خیلی کمتر از تندی نور باشد، در آن صورت انحراف اندازه‌گیری شده از همزمانی چنان کوچک است که محسوس نیست. در تمام تجربه‌های زندگی روزانه‌ی ما چنین حالتی برقرار است؛ به همین خاطر است که نسبیت همزمانی، ناآشنا است.

نگاهی دقیق‌تر به همزمانی

اکنون می‌خواهیم با مثالی مبتنی بر اصول موضوعی نسبیت، که مستقیماً شامل ساعت‌ها یا میله‌های اندازه‌گیری نباشد، مفهوم نسبیت همزمانی را روشن می‌کنیم. شکل ۳۷-۴ دو سفینه‌ی بلند را نشان می‌دهد (در یکی سارا و در دیگری سام قرار دارد)، که می‌توانند برای سارا و سام به‌عنوان چارچوب مرجع لخت در نظر گرفته شوند. هر دو ناظر در وسط سفینه‌هایشان قرار دارند. دو سفینه در امتداد یک محور مشترک x از هم جدا هستند. به‌طوری‌که سرعت نسبی سارا نسبت به سام v است. شکل ۳۷-۴ الف سفینه‌ها را با دو محل ناظر نشان می‌دهد که برای لحظه‌ای در مقابل یکدیگر هستند.

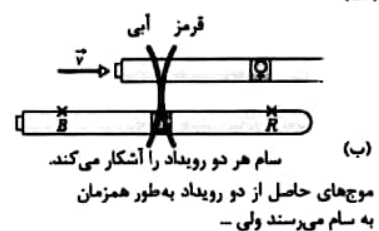
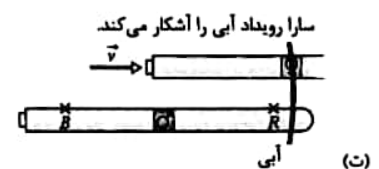
دو شهاب‌سنگ بزرگ به سفینه‌ها برخورد می‌کنند، یکی شعله‌ی قرمز (رویداد قرمز) و دیگری شعله‌ی آبی (رویداد آبی) ایجاد می‌کند ولی مهم نیست که همزمان باشند. هر رویداد یک نشانه‌ی دائمی روی هر سفینه در مکان‌های RR' و BB' باقی می‌گذارد.

فرض می‌کنیم جبهه‌های موج رو به گسترش از دو رویداد، مانند شکل ۳۷-۴ ب در یک زمان به سام برسند. افزون بر این، فرض می‌کنیم که پس از این پیشامد، سام با اندازه‌گیری نشانه‌های روی سفینه درمی‌یابد که وقتی دو رویداد رخ می‌دهند او در واقع دقیقاً در وسط نشانه‌های B و R روی سفینه‌اش قرار دارد. او خواهد گفت:

سام: نور حاصل از رویداد قرمز و نور حاصل از رویداد آبی در یک زمان به من می‌رسند. از نشانه‌های روی سفینه‌ام دریافت‌م که من در وسط دو چشمه قرار داشته‌ام. بنابراین، رویداد قرمز و رویداد آبی همزمان رخ داده‌اند.

بررسی شکل ۳۷-۴ نشان می‌دهد، سارا و جبهه‌ی موج رو به گسترش حاصل از رویداد قرمز به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند، درحالی‌که او و جبهه‌ی موج رو به گسترش حاصل از رویداد آبی در جهت یکسان حرکت می‌کنند. بنابراین، جبهه‌ی موج حاصل از رویداد قرمز پیش از رسیدن جبهه‌ی موج حاصل از رویداد آبی به سارا می‌رسد. او خواهد گفت:

سارا: نور حاصل از رویداد قرمز پیش از نور حاصل از رویداد آبی به من رسید. از نشانه‌های روی سفینه‌ام دریافت‌م که من نیز در وسط دو چشمه قرار داشته‌ام. بنابراین، دو رویداد همزمان نبوده‌اند؛ ابتدا رویداد قرمز و سپس رویداد آبی رخ داده است.



شکل ۳۷-۴ سفینه‌های سارا و سام و رخداد رویدادها از دیدگاه سام. سفینه‌ی سارا با سرعت v به سمت راست حرکت می‌کند. (الف) رویداد قرمز در مکان‌های RR' و رویداد آبی مکان‌های BB' رخ می‌دهند؛ هر رویداد، موجی نوری به خارج می‌فرستد. (ب) سام به‌طور همزمان موج‌ها را از رویداد قرمز و رویداد آبی آشکار می‌کند. (پ) سارا موج حاصل از رویداد قرمز را دریافت می‌کند. (ت) سارا موج حاصل از رویداد آبی را آشکار می‌کند.

این گزارش‌ها توافق ندارند. با این وجود، هر دو ناظر درست می‌گویند. توجه کنید که فقط یک جبهه موج رو به گسترش از محل هر رویداد وجود دارد و این جبهه‌ی موج با تندی یکسان c در هر دو چارچوب مرجع، یعنی دقیقاً تندی مورد نیاز در اصل موضوعی تندی نور، حرکت می‌کند. ممکن است برخورد شهاب‌سنگ به سفینه‌ها به گونه‌ای رخ داده باشد که به نظر سارا همزمان بوده‌اند. اگر این حالت باشد، آنگاه سام بیان خواهد کرد که آن‌ها همزمان نبوده‌اند.

نسبیت زمان

اگر دو ناظری که نسبت به هم حرکت می‌کنند بازه‌ی زمانی (یا جدایی زمانی) بین دو رویداد را اندازه‌گیری کنند، به‌طور کلی نتایج متفاوتی به‌دست می‌آورند. چرا؟ چون جدایی فضایی رویدادها می‌تواند بر بازه‌ی زمانی اندازه‌گیری‌شده‌ی ناظرها تأثیر بگذارد.



بازه‌ی زمانی بین دو رویداد بستگی دارد به این‌که در چه فاصله‌ای از هم در فضا و زمان رخ داده‌اند. یعنی جدایی فضایی و جدایی زمانی آن‌ها در هم تنیده است.

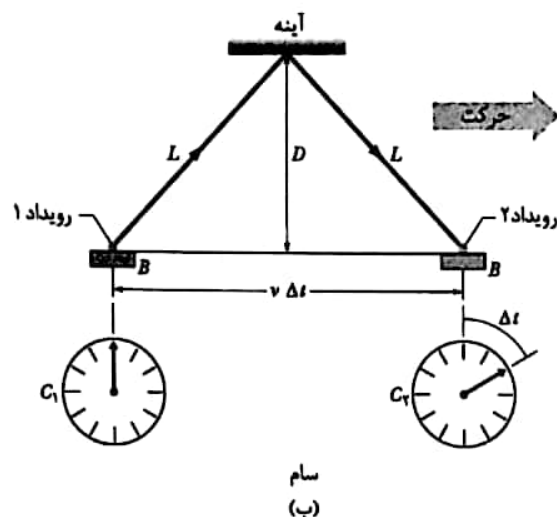
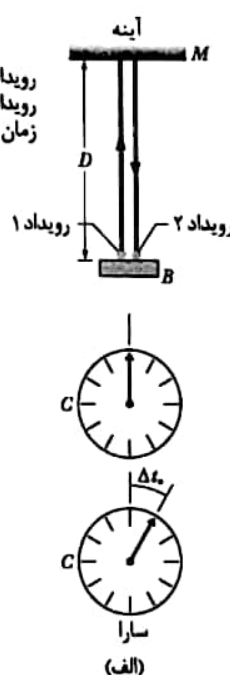
در این بخش با ارانه‌ی مثالی درباره‌ی این درهم‌تنیدگی بحث می‌کنیم؛ اما قید شدیدی بر این مثال حاکم است: برای یکی از دو ناظر، دو رویداد در مکان یکسانی رخ می‌دهند. تا بخش ۲۷-۳ به مثال‌های کلی‌تری نخواهیم پرداخت.

شکل ۳۷-۵ الف اساس آزمایش انجام شده توسط سارا را نشان می‌دهد، درحالی‌که او و سایلش - یک چشمه‌ی نوری، یک آینه و یک ساعت - سوار بر قطاری است که با سرعت v نسبت به یک ایستگاه حرکت می‌کند. یک تپ نوری چشمه‌ی نوری B را ترک می‌کند (رویداد ۱)، به‌طور عمودی به سمت بالا می‌رود، به‌وسیله‌ی آینه به‌طور قائم رو به پایین باز می‌تابد و سپس در چشمه آشکار می‌شود (رویداد ۲). سارا بازه‌ی زمانی معین Δt_0 بین دو رویداد مربوط به فاصله‌ی D از چشمه تا آینه را با این رابطه اندازه می‌گیرد

$$\Delta t_0 = \frac{2D}{c} \quad (\text{سارا}) \quad (3-37)$$

به علت حرکت نسبی، اندازه‌ی این بازه‌ی زمانی در ساعت سارا متفاوت از اندازه‌ی آن در ساعت سام است.

رویداد ۱، گسیل نور است.
رویداد ۲، برگشت نور است.
زمان بین آن‌ها را می‌خواهیم.



شکل ۳۷-۵ (الف) سارا در قطار، بازه‌ی زمانی Δt_0 بین رویدادهای ۱ و ۲ را با استفاده از فقط یک ساعت C در قطار اندازه‌گیری می‌کند. این ساعت دوبار نشان داده شده است: ابتدا برای رویداد ۱ و سپس برای رویداد ۲. (ب) سام که از ایستگاه رویدادها را نگاه می‌کند، به دو ساعت همزمان نیاز دارد، C_1 برای رویداد ۱ و C_2 برای رویداد ۲، تا بازه‌ی زمانی بین دو رویداد را اندازه‌گیری کند؛ بازه‌ی زمانی اندازه‌گیری‌شده توسط او Δt است.

دو رویداد در چارچوب مرجع سارا در یک مکان رخ می‌دهند و او در آن مکان فقط به یک ساعت C برای اندازه‌گیری بازه‌ی زمانی نیاز دارد. ساعت C در شکل ۳۷-۵ الف دو بار، یکی در شروع، و دیگری در پایان بازه‌ی زمانی، نشان داده شده است.

اکنون بررسی می‌کنیم که این دو رویداد یکسان چگونه توسط سام که روی سکوی ایستگاه ایستاده و قطار از مقابلش می‌گذرد اندازه‌گیری می‌شود. چون تجهیزات در حین حرکت نور همراه با قطار حرکت می‌کنند، سام مسیر نور را مانند آنچه در شکل ۳۷-۵ ب نشان داده شده است می‌بیند. برای او، دو رویداد در چارچوب مرجعش در دو مکان مختلف رخ داده است، و بنابراین برای اندازه‌گیری بازه‌ی زمانی دو رویداد، سام باید دو ساعت همزمان‌شده‌ی C_1 و C_2 ، هر کدام در یک رویداد را، به کار گیرد. بنا بر اصل موضوعه‌ی تندی نور اینشتین، برای سارا و سام نور با تندی یکسان c حرکت می‌کند. ولی اکنون نور مسافت $2L$ بین دو رویداد ۱ و ۲ را می‌پیماید. بازه‌ی زمانی بین دو رویداد که توسط سام اندازه‌گیری می‌شود برابر است با

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \quad (\text{سام}) \quad (4-37)$$

که در آن

$$L = \sqrt{\left(\frac{1}{\gamma} v \Delta t\right)^2 + D^2} \quad (5-37)$$

با استفاده از معادله‌ی ۳۷-۳ می‌توانیم این رابطه را به صورت زیر بنویسیم

$$L = \sqrt{\left(\frac{1}{\gamma} v \Delta t\right)^2 + \left(\frac{1}{\gamma} c \Delta t_0\right)^2} \quad (6-37)$$

اگر بین معادله‌های ۳۷-۴ و ۳۷-۶، L را حذف و آن را بر حسب Δt حل کنیم، خواهیم داشت

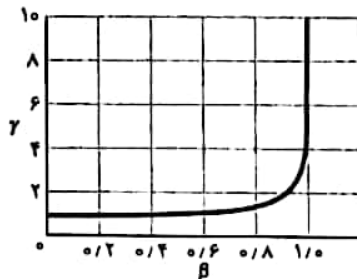
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (7-37)$$

معادله‌ی ۳۷-۷ نشان می‌دهد که چگونه بازه‌ی زمانی اندازه‌گیری‌شده‌ی Δt بین رویدادها توسط سام با بازه‌ی زمانی Δt_0 سارا مقایسه می‌شود. چون v باید کمتر از c باشد، مخرج معادله‌ی ۳۷-۷ باید کمتر از یک باشد. بنابراین، Δt باید بزرگتر از Δt_0 باشد: سام بازه‌ی زمانی بین دو رویداد را بیشتر از سارا اندازه می‌گیرد. سام و سارا بازه‌ی زمانی بین دو رویداد یکسان را اندازه می‌گیرند، ولی حرکت نسبی بین سام و سارا اندازه‌گیری آن‌ها را متفاوت می‌کند. از اینجا نتیجه می‌گیریم که حرکت نسبی می‌تواند آهنگ گذشت زمان بین دو رویداد را تغییر دهد؛ سرنخ این اثر در این واقعیت است که تندی نور برای هر دو ناظر یکسان است. بین اندازه‌گیری‌های سام و سارا به ترتیب زیر تمایز قایل می‌شویم:

★ هرگاه دو رویداد در مکان یکسانی در یک چارچوب مرجع لغت رخ دهند، بازه‌ی زمانی بین آن‌ها را، که در آن چارچوب اندازه‌گیری می‌شود، بازه‌ی زمانی ویژه یا ویژه‌زمان می‌گویند. اندازه‌گیری همین بازه‌ی زمانی در هر چارچوب مرجع لغت دیگر، همیشه بزرگتر است.

بنابراین سارا یک بازه‌ی زمانی ویژه را اندازه می‌گیرد، و سام یک بازه‌ی زمانی بزرگتر را (عبارت ویژه متأسفانه این را به ذهن متبادر می‌سازد که سایر اندازه‌گیری‌ها ناویژه یا ناواقعی‌اند. درحالی‌که چنین نیست). مقداری که بازه‌ی زمانی اندازه‌گیری‌شده از بازه‌ی زمانی ویژه‌ی متناظر بزرگتر است اتساع زمان نامیده می‌شود. (اتساع یافتن، منبسط یا کشیده شدن است؛ در اینجا بازه‌ی زمانی، منبسط یا کشیده شده است.)

وقتی پارامتر تندی به سمت $1/0$ می‌رود (وقتی تندی به c نزدیک می‌شود)، عامل لورنتس به بی‌نهایت میل می‌کند.



شکل ۶-۳۷ نمودار عامل لورنتس γ بر حسب تابعی از پارامتر تندی $\beta (=v/c)$.

اغلب نسبت بدون بعد v/c در معادله‌ی ۷-۳۷ با β ، موسوم به پارامتر تندی، جایگزین می‌شود، و ریشه‌ی مربعی وارون بدون بعد در معادله‌ی ۷-۳۷ با γ جایگزین می‌شود، که به آن عامل لورنتس می‌گویند:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad (۸-۳۷)$$

با این جای‌گذاری‌ها، معادله‌ی ۷-۳۷ را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad (\text{اتساع زمان}) \quad (۹-۳۷)$$

پارامتر تندی β همیشه کمتر از یک است و مشروط بر این‌که v صفر نباشد، γ همیشه بزرگتر از یک است. ولی، تفاوت بین γ و ۱ چشمگیر نیست، مگر آنکه $v > 0.1c$ باشد. بنابراین، به طور کلی، "نسبت قدیمی" به‌خوبی برای $v > 0.1c$ برقرار است، اما برای مقادیر بزرگتر v باید نسبت خاص را به‌کار برد. همان‌طور که در شکل ۶-۳۷ نشان داده شده است، بزرگی γ وقتی β به ۱ نزدیک می‌شود (وقتی v به c میل می‌کند) به سرعت افزایش می‌یابد. بنابراین، هرچه تندی نسبی بین سارا و سام بیشتر شود، بازه‌ی زمانی اندازه‌گیری‌شده توسط سام بزرگتر خواهد شد، تا اینکه در یک تندی به قدر کافی بزرگ، این بازه "برای همیشه" برقرار خواهد ماند.

ممکن است از آنچه سارا در مورد بازه‌ی زمانی‌ای می‌گوید که توسط سام اندازه‌گیری شده و بزرگتر از بازه‌ی زمانی او است، تعجب کنید. اندازه‌گیری سام برای سارا شگفت‌آور نیست، چون از نظر او سام به رغم پافشاریش موفق به همزمان کردن ساعت‌های C_1 و C_2 خود نشده است. به یاد آورید دو ناظری که نسبت به یکدیگر حرکت نسبی دارند، در حالت کلی در مورد همزمانی توافق ندارند. در اینجا، سام پافشاری می‌کند که وقتی رویداد ۱ اتفاق می‌افتد، دو ساعت او به‌طور همزمان، زمان یکسانی را نشان می‌دهند. ولی برای سارا، ساعت C_2 ی سام در حین فرایند همزمان‌سازی اشتباهاً جلو بوده است. بنابراین، وقتی سام زمان رویداد ۲ را از روی آن می‌خواند، او برای سارا زمان بسیار بزرگی را خوانده است، و به همین دلیل بازه‌ی زمانی‌ای که سام بین دو رویداد اندازه می‌گیرد بیشتر از بازه‌ی زمانی‌ای است که سارا اندازه گرفته است.

دو آزمون از اتساع زمان

۱. ساعت‌های میکروسکوپی. ذره‌هایی زیراتمی که میونون^۱ نامیده می‌شوند ناپایدارند؛ یعنی وقتی میونونی ایجاد می‌شود، پیش از واپاشی (تبدیل شدن به دو نوع ذره‌ی دیگر) فقط زمان کوتاهی دوام می‌آورد. طول عمر میونون عبارت است از بازه‌ی زمانی بین ایجاد آن (رویداد ۱) و واپاشی آن (رویداد ۲). وقتی میونون‌ها ساکن هستند و طول عمر آن‌ها با ساعت‌های ساکن (مثلاً در آزمایشگاه) اندازه‌گیری می‌شوند، طول عمر متوسط آن‌ها 2.2×10^{-6} s است. این، بازه‌ی زمانی ویژه است، زیرا برای هر میونون، رویدادهای ۱ و ۲ در یک مکان در چارچوب مرجع میونون - یعنی در خود میونون - رخ می‌دهند. این بازه‌ی زمانی ویژه را می‌توان با Δt_0 نشان داد؛ افزون بر این، چارچوب مرجعی که این زمان در آن اندازه‌گیری می‌شود را می‌توان چارچوب سکون میونون نامید.

ولی، اگر میونون‌ها در حرکت باشند، مثلاً در آزمایشگاه، آنگاه اندازه‌گیری طول عمر آن‌ها با ساعت‌های آزمایشگاه باید طول عمر متوسط بزرگتری (طول عمر متوسط اتساع‌یافته) را به‌دست دهد. برای واری این نتیجه، طول عمر متوسط میونونی اندازه‌گیری

^۱ muon

شد که با تندی $0.9994c$ نسبت به ساعت‌های اندازه‌گیری در حرکت بود. از معادله‌ی ۸-۳۷، با $\beta = 0.9994$ ، عامل لورنتس برای این تندی عبارت است از

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(0.9994)^2}} = 28.87$$

در این صورت از معادله‌ی ۹-۳۷ برای طول عمر متوسط اتساع‌یافته خواهیم داشت

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = (28.87)(2.20 \mu s) = 63.51 \mu s$$

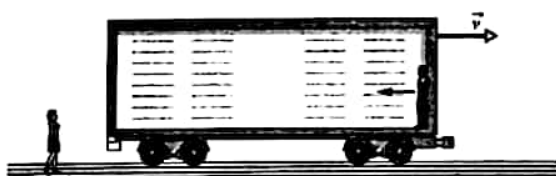
مقدار اندازه‌گیری‌شده‌ی واقعی با این نتیجه، با لحاظ خطای آزمایشگاهی، تطابق دارد.
۲. ساعت‌های ماکروسکوپی. در سال ۱۹۷۱، ژوزف هافل^۱ و ریچارد کتینگ^۲ آزمایشی انجام دادند که بسیار طاقت‌فرسا بود. آن‌ها چهار ساعت اتمی قابل حمل را با هواپیماهای تجاری دوبار دور زمین، هر بار در یک جهت به گردش درآوردند. هدف آن‌ها "آزمودن نظریه‌ی نسبیت اینشتین با ساعت‌های ماکروسکوپی" بود. همان‌طور که در بالا دیدیم، اتساع زمانی که نظریه‌ی اینشتین پیش‌بینی می‌کرد در مقیاس میکروسکوپی تأیید شده بود، ولی اگر با یک ساعت واقعی تأیید می‌شد آرامش بیشتری حاصل می‌شد. چنین اندازه‌گیری‌های ماکروسکوپی‌ای فقط به خاطر دقت بسیار زیاد ساعت‌های اتمی امروزی میسر گردیده است. هافل و کتینگ پیش‌بینی نظریه را در محدوده‌ی ۱۰٪ تأیید کردند. (نظریه‌ی نسبیت عام اینشتین که پیش‌بینی می‌کند گرانش بر آهنگ گذر زمان در یک ساعت تأثیر می‌گذارد نیز در این آزمایش نقش بازی می‌کند.)

چند سال بعد، فیزیکدانان در دانشگاه مریلند آزمایش مشابهی را با دقت بیشتری انجام دادند. آن‌ها یک ساعت اتمی را با پروازهایی که ۱۵h طول کشید به‌طور مرتب دور خلیج چساپیک^۳ به گردش درآوردند و موفق شدند اتساع زمان پیش‌بینی‌شده را تا بهتر از ۱٪ بیازمایند. امروزه، وقتی ساعت‌های اتمی که برای درجه‌بندی کردن یا هر مقصود دیگری از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر منتقل می‌شوند، اتساع زمانی ناشی از حرکت آن‌ها را همیشه به حساب می‌آورند.

نکته‌ی واری ۱



در کنار یک ریل راه‌آهن ایستاده‌ایم که ناگهان بر اثر عبور یک واگن نسبیتی که مطابق شکل از مقابل ما می‌گذرد، از جا می‌پریم. داخل واگن، مسافر مجهزی یک تپ لیزری را از جلو به سمت عقب واگن شلیک می‌کند. (الف) آیا تندی تپ که توسط ما اندازه‌گیری می‌شود، نسبت به تندی تپی که مسافر اندازه‌گیری می‌کند بزرگتر است یا کوچکتر و یا یکسان است؟ (ب) آیا اندازه‌گیری زمان حرکت تپ توسط مسافر یک ویژه‌زمان است؟ (پ) آیا اندازه‌گیری زمان حرکت به‌وسیله‌ی ما و مسافر با معادله‌ی ۹-۳۷ به هم مربوط می‌شود؟



مسئله‌ی نمونه ۳۷-۱۰. اتساع زمان برای مسافری که به زمین بازمی‌گردد

ایده‌های کلیدی

تحلیل خود را با سفر رفت شروع می‌کنیم:

۱. این مسئله شامل اندازه‌گیری‌های انجام‌شده در دو چارچوب مرجع (لخت) یکی متصل به زمین و دیگری (چارچوب مرجع شما) متصل به سفینه‌ی شما است.

۲. سفر رفت شامل دو رویداد است: آغاز سفر از زمین و انتهای آن در

LP۱۳

سفینه‌ی شما با تندی نسبی $0.9990c$ از کنار زمین عبور می‌کند. پس از $10.0y$ سفر (زمان از دید شما)، در ایستگاه دیدبانی LP۱۳ توقف می‌کنید و سپس با همان تندی نسبی به زمین برمی‌گردید. سفر برگشت $10.0y$ (زمان از دید شما) دیگر طول می‌کشد. این سفر رفت و برگشت بنا بر اندازه‌گیری‌های انجام‌شده در زمین چقدر طول می‌کشد؟ (از هر اثری ناشی از شتاب‌های موقع توقف، دور زدن و سرعت‌گرفتن چشم‌پوشی کنید.)

^۱ Joseph Hafele

^۲ Richard Keating

^۳ Chesapeake Bay

در سفر برگشت، همین وضعیت و همین داده‌ها را خواهیم داشت. بنابراین، رفت و برگشت ۲۰y زمان شما را می‌گیرد ولی کل زمان زمینی چنین خواهد شد

$$\Delta t_{\text{ج}} = (2)(224y) = 448y \quad (\text{پاسخ})$$

به عبارت دیگر، درحالی‌که از عمر شما ۲۰y گذشته، از عمر زمین ۴۴۸y گذشته است. گرچه نمی‌توانید به گذشته سفر کنید (تا جایی که می‌دانیم)، اما با استفاده از حرکت نسبی با تندی بالا برای تنظیم آهنگ سپری شدن زمان می‌توانید به آینده‌ی، مثلاً، زمین سفر کنید.

۳. ۱۰y اندازه‌گیری شده برای سفر رفت بین این دو رویداد ویژه‌زمان Δt_0 است، زیرا این رویدادها در همان مکان چارچوب مرجع شما، یعنی در سفینه، رخ داده است.

۴. بنا بر معادله‌ی ۹-۲۷ برای اتساع زمان ($\Delta t = \gamma \Delta t_0$) بازه‌ی زمانی سفر رفت در اندازه‌گیری چارچوب زمین باید بزرگتر از Δt_0 باشد.

محاسبه‌ها: از معادله‌ی ۸-۳۷ برای جای‌گذاری γ در معادله‌ی ۹-۳۷ استفاده می‌کنیم و چنین به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \\ &= \frac{10y}{\sqrt{1 - (0.9990c/c)^2}} = (22.37)(10y) = 224y \end{aligned}$$

مسئله‌ی نمونه ۳۷-۵۲. اتساع زمان و مسافت حرکت برای یک ذره‌ی نسبیتی

$$d_{\text{cp}} = v \Delta t \quad (11-37)$$

که در آن Δt بازه‌ی زمانی بین دو رویداد در هر کدام از دو چارچوب است. سپس با قرار دادن $0.9990c$ به جای v و $0.1237\mu\text{s}$ به جای Δt در معادله‌ی ۱۱-۳۷، چنین پیدا می‌کنیم

$$\begin{aligned} d_{\text{cp}} &= (0.9990c) \Delta t \\ &= (0.9990)(299\,792\,458\text{m/s})(0.1237 \times 10^{-6}\text{s}) \quad (\text{پاسخ}) \\ &= 36.7\text{m} \end{aligned}$$

این مسافتی است که کانون می‌پیمود، اگر فیزیک کلاسیک در تندی‌های نزدیک به c صحیح می‌بود.

نسبیت خاص: در نسبیت خاص باید مراقب باشیم که هم مسافت و هم بازه‌ی زمانی در معادله‌ی ۱۰-۳۷ مرجع یکسانی اندازه‌گیری شوند؛ به‌ویژه، وقتی مانند اینجا که تندی به c نزدیک است. پس، برای پیدا کردن مسافت حرکت واقعی d_{sr} کانون از دید چارچوب آزمایشگاهی بنا بر نسبیت خاص، معادله‌ی ۱۰-۳۷ را به‌صورت زیر دوباره‌نویسی می‌کنیم

$$d_{\text{sr}} = v \Delta t \quad (12-37)$$

که در آن Δt بازه‌ی زمانی بین دو رویداد اندازه‌گیری شده در چارچوب آزمایشگاهی است.

پیش از محاسبه‌ی d_{sr} در معادله‌ی ۱۲-۳۷، باید Δt را پیدا کنیم: بازه‌ی زمانی $0.1237\mu\text{s}$ ویژه‌زمان است، زیرا دو رویداد در یک مکان در چارچوب کانون - یعنی در خود کانون رخ داده‌اند. بنابراین، Δt_0 بازه‌ی زمانی ویژه قرار می‌دهیم. آنگاه برای یافتن بازه‌ی زمانی Δt از دید چارچوب آزمایشگاه می‌توان از معادله‌ی ۹-۳۷ ($\Delta t = \gamma \Delta t_0$) برای اتساع زمان استفاده کرد. از معادله‌ی ۸-۳۷ برای جای‌گذاری γ در معادله‌ی ۹-۳۷ استفاده می‌کنیم و از آنجا

ذره‌ی بنیادی شناخته شده‌ای به نام کانون مثبت (K^+) ناپایدار است، به این معنی که می‌تواند به ذره‌ی دیگری واپاشی کند (تبدیل شود). گرچه این واپاشی به‌طور کانونه‌ای رخ می‌دهد، درمی‌یابیم که به‌طور متوسط یک کانون مثبت، هنگامی که ساکن است، طول عمری برابر $0.1237\mu\text{s}$ دارد - یعنی این طول عمر آن به هنگامی است که در چارچوب سکون کانون اندازه‌گیری شود. اگر تندی کانون مثبت، به هنگام تولید نسبت به یک چارچوب مرجع آزمایشگاهی $0.9990c$ باشد، در این چارچوب در مدت طول عمر خود مطابق با فیزیک کلاسیک (که تقریب معقولی برای تندی‌های خیلی کمتر از c است) و مطابق با نسبیت خاص (که برای تمام تندی‌های ممکن فیزیکی درست است) چه مسافتی را می‌تواند طی کند؟

ایده‌های کلیدی

۱. دو چارچوب مرجع (لخت) داریم، یکی متصل به کانون و دیگری متصل به آزمایشگاه.
۲. این مسئله همچنین شامل دو رویداد است: آغاز حرکت کانون (وقتی کانون ایجاد می‌شود) و پایان حرکت آن (در انتهای طول عمر کانون).
۳. مسافت پیموده شده توسط کانون بین این دو رویداد، با رابطه‌ی زیر به تندی v آن و بازه‌ی زمانی حرکت مربوط می‌شود

$$v = \frac{\text{مسافت}}{\text{بازه‌ی زمانی}} \quad (10-37)$$

با این ایده‌ها، مسافت را اول با استفاده از فیزیک کلاسیک و سپس با استفاده از نسبیت خاص پیدا می‌کنیم.

فیزیک کلاسیک. در فیزیک کلاسیک، مسافت و بازه‌ی زمانی یکسانی را (در معادله‌ی ۱۰-۳۷) به دست می‌آوریم، چه آن‌ها را در چارچوب کانون اندازه‌گیری کرده باشیم و چه در چارچوب آزمایشگاه. بنابراین، لازم نیست مراقب چارچوبی باشیم که اندازه‌گیری در آن انجام می‌شود. برای پیدا کردن مسافت d_{cp} حرکت کانون، بنا بر فیزیک کلاسیک، معادله‌ی ۱۰-۳۷ را دوباره به‌صورت زیر می‌نویسیم

$$d_{sr} = v\Delta t = (0.990c)\Delta t$$

$$= (0.990)(299\,792\,458\text{ m/s})(8.769 \times 10^{-7}\text{ s})$$

$$= 260\text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$

این تقریباً هفت برابر d_{ep} است. آزمایش‌هایی مانند آزمایش‌های مطرح شده در اینجا، که نیسیت خاص را تأیید می‌کنند، در دهه‌های گذشته در آزمایشگاه‌های فیزیک به صورت امری عادی درآمده است. مهندسانی که وسایل علمی یا پزشکی‌ای را می‌سازند که در آنها از ذرات با تندی بالا استفاده می‌شود، باید نیسیت را به حساب آورند.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{0.1237 \times 10^{-6}\text{ s}}{\sqrt{1-(0.990c/c)^2}} = 8.769 \times 10^{-7}\text{ s}$$

این تقریباً هفت برابر بزرگتر از طول عمر ویژه کائون است. یعنی، طول عمر کائون در چارچوب آزمایشگاه تقریباً هفت برابر بیشتر از مقدار آن در چارچوب خودش است؛ به عبارتی، طول عمر کائون زیاد شده است. برای مسافت پیموده‌شده d_{sr} در چارچوب آزمایشگاه، معادله‌ی ۱۲-۳۷ را به صورت زیر حل می‌کنیم

۲-۳۷ نسبیت طول

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۱۳-۳۷ تشخیص دهید اگر یک طول وقتی در یک چارچوب اندازه‌گیری می‌شود یک ویژه‌طول باشد، این طول کوچکتر (انقباض یافته) می‌شود، هرگاه در چارچوب دیگری اندازه‌گیری شود که در حرکت نسبی به موازات این طول باشد.

۱۴-۳۷ رابطه‌ی بین طول انقباض یافته‌ی L ، ویژه‌طول L_0 ، و تندی نسبی v بین دو چارچوب را به کار بندید.

۱۱-۳۷ تشخیص دهید به دلیل آنکه فاصله‌های مکانی و زمانی درهم تنیده‌اند، اندازه‌گیری‌های طول اجسام ممکن است در دو چارچوبی که نسبت به هم در حرکت‌اند، متفاوت باشد.

۱۲-۳۷ شرایطی را که در آن یک طول اندازه‌گیری‌شده، یک ویژه‌طول است، بشناسید.

نکته‌های کلیدی

• اگر تندی نسبی بین دو چارچوب برابر v باشد، طول انقباض یافته‌ی L و ویژه‌طول L_0 با رابطه‌ی زیر به هم مربوط می‌شوند

$$L = L_0 \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{L_0}{\gamma}$$

که در آن $\beta = v/c$ پارامتر تندی و $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ عامل لورنتس است.

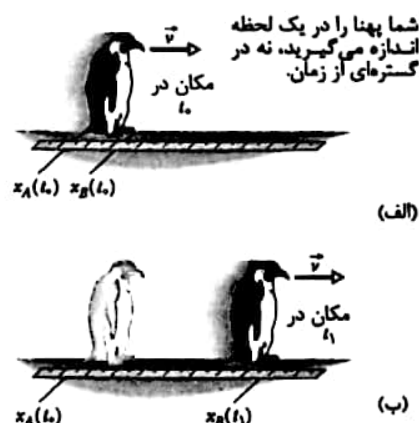
• طول L_0 جسمی که توسط ناظری در چارچوب مرجع لختی که جسم در آن ساکن است اندازه‌گیری شود، ویژه‌طول نامیده می‌شود. ناظرهایی که در چارچوب‌هایی قرار دارند که نسبت به این چارچوب و موازای با آن طول حرکت می‌کنند، طول کوتاه‌تری را اندازه می‌گیرند، اثری که به نام انقباض طول شناخته شده است.

نسبیت طول

اگر بخواهید طول میله‌ای را که نسبت به شما ساکن است اندازه بگیرید، می‌توانید - در هنگام فراغت - آن را روی متر ساکن درازی قرار دهید و مکان دو انتهای آن روی متر را بخوانید و از هم کم کنید. ولی اگر میله در حرکت باشد، باید به طور همزمان دو انتهای میله را در (چارچوب مرجع خود) را بخوانید، وگرنه نمی‌توانید اندازه‌گیری خود را طول بنامید. شکل ۷-۳۷ مشکل اندازه‌گیری طول یک پنگون در حال حرکت را برای مشخص کردن جلو و عقب او در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد. چون همزمانی، نسبی است و در اندازه‌گیری طول وارد می‌شود، بنابراین طول نیز یک کمیت نسبی خواهد بود.

L_0 را طول میله‌ای در نظر بگیرید که می‌خواهید در حالت سکون آن را اندازه‌گیری کنید (این بدان معناست که شما و میله در یک چارچوب مرجع، یعنی چارچوب سکون میله قرار دارید). ولی اگر، یک حرکت نسبی با تندی v بین شما و میله در راستای طول میله وجود داشته باشد، در این صورت با اندازه‌گیری‌های همزمان، طول L میله را به صورت زیر به دست می‌آورید

$$L = L_0 \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{L_0}{\gamma} \quad (\text{انقباض طول}) \quad (13-37)$$



شکل ۷-۳۷ اگر بخواهید طول از جلو تا عقب پنگون در حال حرکتی را اندازه‌گیری کنید، باید به طور همزمان (الف) مکان‌های جلو و عقب پنگون را مانند (الف) (در چارچوب مرجع خودتان) مشخص کنید نه مانند (ب) در زمان‌های مختلف.

چون عامل لورنتس γ همیشه بزرگتر از یک است، در صورت وجود حرکت نسبی، L کمتر از L_0 خواهد بود. حرکت نسبی باعث انقباض طول و L طول منقبض شده نامیده می‌شود. چون γ با تندی v افزایش می‌یابد، انقباض طول نیز با v افزایش می‌یابد.



طول L_0 جسمی که در چارچوب سکون جسم اندازه‌گیری می‌شود ویژه طول یا طول سکون جسم است. اندازه‌گیری‌های طول در هر چارچوب مرجعی که در حرکت نسبی سوازی با این طول باشد همیشه کمتر از ویژه طول است.

مراقب باشید: انقباض طول فقط در امتداد جهت حرکت نسبی رخ می‌دهد. همچنین، طولی که اندازه‌گیری می‌شود لازم نیست مربوط به یک جسم مانند میله یا حلقه باشد، بلکه می‌تواند طول (یا فاصله‌ی) بین دو جسم در یک چارچوب سکون باشد - مثلاً خورشید و ستاره‌ی مجاورش (که دست‌کم نسبت به هم تقریباً ساکن هستند).

آیا جسم در حال حرکت واقعاً منقبض می‌شود؟ واقعیت مبتنی بر مشاهدات و اندازه‌گیری‌ها است؛ اگر نتایج همیشه سازگار باشند و اگر خطایی را نتوان محاسبه کرد، آنگاه چیزی که مشاهده و اندازه‌گیری شده است، واقعی است. به این معنا، جسم واقعاً منقبض می‌شود. با این وجود، عبارت دقیق‌تر این است که انقباض جسم واقعاً اندازه‌گیری شده است - یعنی، حرکت بر اندازه‌گیری و در نتیجه بر واقعیت اثر می‌گذارد.

وقتی یک طول منقبض شده، برای مثلاً میله‌ای را اندازه‌گیری می‌کنید، ناظر در حال حرکت با میله، در مورد اندازه‌گیری شما چه می‌گوید؟ برای این ناظر، مکان دو سر میله را نمی‌توانید به‌طور همزمان تعیین کنید. (به یاد آورید که ناظرهای در حال حرکت نسبت به یکدیگر درباره‌ی همزمانی با یکدیگر توافق ندارند.) برای این ناظر، شما ابتدا مکان جلوی میله و سپس، کمی بعد از آن، مکان انتهای میله را پیدا می‌کنید و به همین خاطر است که طولی را که شما اندازه می‌گیرید کمتر از ویژه طول است.

اثبات معادله‌ی ۳۷-۱۳

انقباض طول پیامد مستقیم اتساع زمان است. یک بار دیگر دو ناظر خود را در نظر می‌گیریم. این بار، هم سارا که در قطاری نشسته که از ایستگاه می‌گذرد و هم سام که دوباره روی سکوی ایستگاه قرار دارد، می‌خواهند طول سکو را اندازه بگیرند. سام از یک متر نواری استفاده می‌کند و درمی‌یابد که طول L_0 ، ویژه طول است چون سکو نسبت به او در حال سکون است. سام همچنین توجه می‌کند که سارا، در داخل قطار این طول را در زمان $\Delta t = L_0/v$ طی می‌کند، که v تندی قطار است؛ یعنی،

$$L_0 = v \Delta t \quad (\text{سام}) \quad (۳۷-۱۴)$$

این بازه‌ی زمانی Δt یک بازه‌ی زمانی ویژه نیست، زیرا دو رویدادی که آن را تعریف می‌کنند (سارا عقب سکو و سام جلو سکو را پشت سر می‌گذارد) در دو مکان متفاوت رخ می‌دهند، و بنابراین، سام باید از دو ساعت همزمان شده برای اندازه‌گیری بازه‌ی زمانی Δt استفاده کند. ولی از نظر سارا، سکو در جهت پشت سر گذاشتن او حرکت می‌کند. او درمی‌یابد که رویداد اندازه‌گیری شده توسط سام در چارچوب مرجع خود سارا در یک مکان رخ می‌دهند. سارا می‌تواند زمان را با یک ساعت ساکن اندازه بگیرد، و در نتیجه بازه‌ی Δt_0 می‌یابد که اندازه می‌گیرد بازه‌ی زمانی ویژه است. برای سارا، طول L سکو با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$L = v \Delta t_0 \quad (\text{سارا}) \quad (۳۷-۱۵)$$

اگر معادله‌ی ۳۷-۱۵ را بر معادله‌ی ۳۷-۱۴ تقسیم کنیم و معادله‌ی اتساع زمان، معادله‌ی ۳۷-۹ را به کار گیریم، خواهیم داشت

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v\Delta t_0}{v\Delta t} = \frac{1}{\gamma}$$

یا

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \quad (۳۷-۱۶)$$

که همان معادله‌ی ۳۷-۱۳، یعنی معادله‌ی انقباض طول است.

مسئله‌ی نمونه ۳۷-۰۳. اتساع زمان و انقباض طول وقتی از هر چارچوب دیده شود

چون فرض شده است که تندی v به تندی نور نزدیک است، باید دقت کنیم که فاصله و بازه‌ی زمانی در معادله‌ی ۳۷-۱۷ در چارچوب مرجع یکسانی اندازه‌گیری شده باشند.

محاسبه‌ها: مجازیم از هر چارچوبی برای اندازه‌گیری استفاده کنیم. چون می‌دانیم بازه‌ی زمانی Δt بین دو رویداد اندازه‌گیری شده از نظر چارچوب سارا $3/57 \mu s$ است، می‌خواهیم از فاصله‌ی L بین دو رویداد اندازه‌گیری شده از چارچوب سارا نیز استفاده کنیم. بنابراین، معادله‌ی ۳۷-۱۷ چنین خواهد شد

$$v = \frac{L}{\Delta t} \quad (۳۷-۱۸)$$

L را نمی‌دانیم، ولی می‌توانیم آن را به L_0 داده‌شده مربوط می‌کنیم. فاصله‌ی بین دو رویداد که در چارچوب سام اندازه‌گیری می‌شود، همان ویژه‌طول L_0 سفینه است. پس، فاصله‌ی L اندازه‌گیری شده از چارچوب سارا به‌صورتی که با معادله‌ی ۳۷-۱۳ ($L = L_0/\gamma$) برای انقباض طول داده می‌شود، باید کمتر از L_0 باشد. با قرار دادن L_0/γ به جای L در معادله‌ی ۳۷-۱۸ و سپس با گذاشتن ۳۷-۸ به جای γ ، خواهیم داشت

در شکل ۳۷-۸، سارا (در نقطه‌ی A) و سفینه‌ی سام (با ویژه‌طول $L_0 = 230 m$) با تندی نسبی و ثابت v از مقابل هم می‌گذرند. سارا برای سفینه‌ای که از مقابلش می‌گذرد بازه‌ی زمانی $3/57 \mu s$ را اندازه می‌گیرد (از نقطه‌ی عبور B تا نقطه‌ی عبور C). برحسب c ، تندی نسبی v بین سارا و سفینه چقدر است؟

ایده‌های کلیدی

فرض می‌کنیم که تندی v نزدیک به c است. در این صورت:

۱. این مسئله شامل دو اندازه‌گیری است که در چارچوب‌های مرجع (لخت)، یکی متصل به سارا و دیگری متصل به سام و سفینه‌ی او انجام شده است.

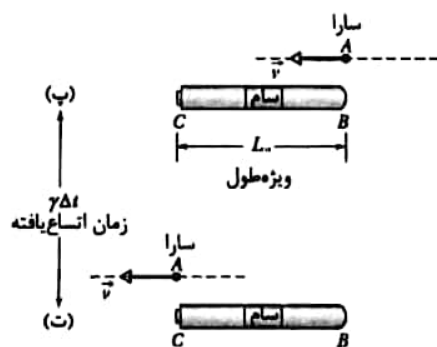
۲. این مسئله همچنین شامل دو رویداد است: یکی عبور نقطه‌ی B از سارا (شکل ۳۷-۸ الف) و دیگری عبور نقطه‌ی C از او (شکل ۳۷-۸ ب).

۳. از دید هر چارچوب مرجع، چارچوب مرجع دیگر با تندی v از آن می‌گذرد و فاصله‌ی معینی را در بازه‌ی زمانی بین دو رویداد حرکت می‌کند:

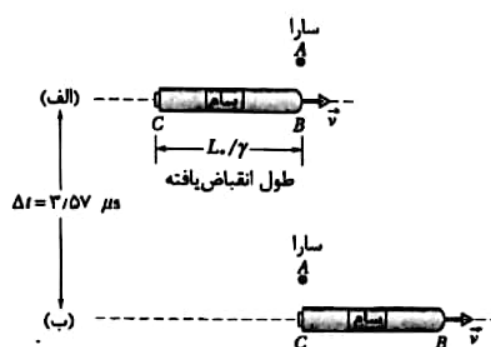
$$v = \frac{\text{فاصله}}{\text{بازه‌ی زمانی}} \quad (۳۷-۱۷)$$

شکل ۳۷-۸ الف) - (ب)
رویداد ۱ هنگامی رخ می‌دهد که نقطه‌ی B از مقابل سارا (واقع در نقطه‌ی A) بگذرد و رویداد ۲ هنگامی رخ می‌دهد که نقطه‌ی C از مقابل سارا بگذرد. (پ)
(ت) رویداد ۱ هنگامی رخ می‌دهد که سارا از نقطه‌ی B بگذرد و رویداد ۲ هنگامی رخ می‌دهد که او از نقطه‌ی C بگذرد.

این‌ها اندازه‌گیری‌های سام از چارچوب مرجع خود است:



این‌ها اندازه‌گیری‌های سارا از چارچوب مرجع خود است:



می‌گذرد. دوباره رویداد ۱ هنگامی رخ می‌دهد که سارا و نقطه‌ی B مقابل هم‌اند (شکل ۳۷-۸پ)، و رویداد ۲ هنگامی رخ می‌دهد که سارا و نقطه‌ی C مقابل یکدیگرند (شکل ۳۷-۸ت). ولی اکنون از اندازه‌گیری‌های سام استفاده می‌کنیم. بنابراین طول بین دو رویداد در چارچوب سام ویژه طول L_0 سفینه و بازه‌ی زمانی بین آن‌ها Δt می‌نست که سارا اندازه‌گیری کرده، بلکه بازه‌ی زمانی اتساع یافته‌ی $\gamma \Delta t$ است.

با قرار دادن اندازه‌گیری‌های سام در معادله‌ی ۳۷-۱۷، خواهیم داشت

$$v = \frac{L_0}{\gamma \Delta t}$$

که دقیقاً همان رابطه‌ای است که با استفاده از اندازه‌گیری‌های سارا به دست آوردیم. بنابراین، با هر یک از اندازه‌گیری‌ها به نتیجه‌ی یکسان $v = 0.710c$ می‌رسیم، اما باید مراقب باشیم که اندازه‌گیری‌های حاصل از دو چارچوب را در هم نیامیزیم.

مسئله‌ی نمونه ۳۷-۴. اتساع زمان و انقباض طول در فرار از یک ابرنواختر

$$\left(\begin{array}{l} \text{بازه‌ی زمانی نسبت} \\ \text{به ستارگان} \end{array} \right) = \frac{9.00 \times 10^{16} \text{ m}}{299\,792\,458 \text{ m/s}} = 3.00 \times 10^8 \text{ s} = 9.51 \text{ y} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) این سفر از نظر شما (در چارچوب مرجع شما) چقدر طول می‌کشد؟

ایده‌هایی کلیدی

۱. اکنون در پی بازه‌ی زمانی اندازه‌گیری‌شده در یک چارچوب مرجع متفاوت - یعنی در چارچوب شما - هستیم. بنابراین، باید داده‌های چارچوب مرجع ستارگان را به چارچوب شما تبدیل کنیم.
۲. طول مسیر داده شده‌ی $9.00 \times 10^{16} \text{ m}$ که در چارچوب مرجع ستارگان اندازه‌گیری شده است، یک ویژه طول L_0 است، زیرا در این چارچوب دو انتهای مسیر در حالت سکون است. همان‌طور که از چارچوب مرجع شما مشاهده می‌شود، چارچوب مرجع ستارگان و این دو انتهای مسیر، شما را با تندی نسبی $v \approx c$ پشت‌سر می‌گذارند.
۳. شما نه ویژه طول L_0 ، بلکه طول متقبض‌شده‌ی L/γ را برای مسیر اندازه می‌گیرید.

محاسبه‌ها: اکنون می‌توانیم معادله‌ی ۳۷-۱۹ را چنین بنویسیم

$$\left(\begin{array}{l} \text{بازه‌ی زمانی} \\ \text{نسبت به شما} \end{array} \right) = \frac{\text{فاصله نسبت به شما}}{c} = \frac{L_0/\gamma}{c}$$

با قرار دادن داده‌های معلوم، خواهیم داشت

$$\left(\begin{array}{l} \text{بازه‌ی زمانی} \\ \text{نسبت به شما} \end{array} \right) = \frac{(9.00 \times 10^{16} \text{ m}) / 22.4}{299\,792\,458 \text{ m/s}} = 1.340 \times 10^7 \text{ s} = 0.425 \text{ y} \quad (\text{پاسخ})$$

در قسمت (الف) دریافتیم که در چارچوب مرجع ستارگان، پرواز 9.51 y طول می‌کشد. ولی در اینجا دریافتیم که به علت حرکت نسبی و انقباض طول مسیر حاصل در چارچوب شما، پرواز فقط 0.425 y طول می‌کشد.

$$v = \frac{L_0/\gamma}{\Delta t} = \frac{L_0 \sqrt{1-(v/c)^2}}{\Delta t}$$

با حل این معادله برای v (توجه کنید که هم در سمت چپ است و هم در عامل لورنتس وجود دارد) به عبارت زیر می‌رسیم

$$v = \frac{L_0 c}{\sqrt{(c \Delta t)^2 + L_0^2}} = \frac{(23.0 \text{ m}) c}{\sqrt{(299\,792\,458 \text{ m/s})^2 (3.07 \times 10^{-6} \text{ s})^2 + (23.0 \text{ m})^2}} = 0.710 c \quad (\text{پاسخ})$$

دقت کنید که در اینجا فقط حرکت نسبی سارا و سام اهمیت دارد؛ اینکه کدام یک نسبت به مثلاً یک ایستگاه فضایی ساکن است، مهم نیست. در شکل‌های ۳۷-۸ الف و ب سارا را ساکن در نظر گرفتیم، ولی به جای آن می‌توانستیم سفینه را ساکن بگیریم که سارا از مقابل آن به طرف چپ

شما در عین غافلگیری متوجه شده‌اید در نزدیکی یک ابرنواختر هستید. با انفجاری در سفینه، خود را به بیرون پرت می‌کنید، به این امید که تندی شما چنان زیاد باشد که بتوانید از دست موادی که به سمت شما پرتاب شده‌اند بگریزید. عامل لورنتس γ شما نسبت به چارچوب مرجع لخت ستاره‌های محلی 22.4 است.

(الف) برای رسیدن به یک فاصله‌ی امن، درمی‌یابید که باید $9.00 \times 10^{16} \text{ m}$ را که در چارچوب مرجع ستاره‌های محلی اندازه‌گیری شده است، طی کنید. وقتی اندازه‌گیری در همان چارچوب انجام می‌شود، پرواز چقدر طول می‌کشد؟

ایده‌هایی کلیدی

از فصل ۲ [جلد اول] برای تندی ثابت می‌دانیم

$$\gamma = \frac{\text{مسافت}}{\text{بازه‌ی زمانی}} \quad (37-19)$$

از شکل ۳۷-۶، درمی‌یابیم که چون عامل لورنتس γ شما نسبت به ستارگان 22.4 (مقداری بزرگ) است، تندی v نسبی تقریباً c است - یعنی، چنان به آن نزدیک است که تقریباً می‌توان آن را برابر c گرفت. آنگاه برای تندی $v \approx c$ ، باید مراقب باشیم که فاصله و بازه‌ی زمانی در معادله‌ی ۳۷-۱۹ در چارچوب مرجع یکسانی اندازه گرفته شوند.

محاسبه‌ها: مسافت داده شده $(9.00 \times 10^{16} \text{ m})$ برای طول مسافت طی شده‌ی شما در چارچوب مرجع ستارگان اندازه‌گیری می‌شود، و بازه‌ی زمانی مورد نظر Δt در همین چارچوب اندازه‌گیری می‌گردد. پس، می‌توان نوشت

$$\left(\begin{array}{l} \text{بازه‌ی زمانی نسبت} \\ \text{به ستارگان} \end{array} \right) = \frac{\text{فاصله نسبت به ستارگان}}{c}$$

آنگاه با قرار دادن مسافت داده شده، درمی‌یابیم



۳-۳۷ تبدیل لورنتس

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

به کار بندید، وقتی در دو چارچوب با تندی نسبی v اندازه‌گیری شوند. ۱۵-۳۷ با استفاده از تبدیلات لورنتس، معادلات اتساع زمان و انقباض طول را به دست آورید.

۱۶-۳۷ تشخیص دهید که تبدیل گالیله تقریباً برای تندی‌های نسبی آهسته درست است، درحالی‌که تبدیلات لورنتس برای تبدیلات با هر تندی ممکن از لحاظ فیزیکی، درست هستند.

۱۷-۳۷ تبدیلات لورنتس را برای فاصله‌های فضایی و زمانی دو رویداد برای چارچوب‌هایی که نسبت به هم در حرکت‌اند، تبدیل گالیله را برای تبدیلات دیگر به کار بندید.

۱۸-۳۷ تشخیص دهید که تبدیل گالیله تقریباً برای تندی‌های نسبی آهسته درست است، درحالی‌که تبدیلات لورنتس برای تبدیلات با هر تندی ممکن از لحاظ فیزیکی، درست هستند.

۱۹-۳۷ با استفاده از تبدیلات لورنتس نشان دهید اگر دو رویداد، همزمان ولی در فاصله‌ای از هم در یک چارچوب باشند، آن‌ها نمی‌توانند در چارچوب دیگری با حرکت نسبی، همزمان باشند.

نکته‌های کلیدی

• معادله‌های تبدیل لورنتس، مختصات فضا-زمان یک تک‌رویداد را وقتی توسط ناظرهایی در دو چارچوب لخت S و S' مشاهده شوند به هم ربط می‌دهند، وقتی S' نسبت به S با سرعت v در جهت مثبت x و x' حرکت کند. چهار مختصه با روابط زیر به هم مربوط می‌شوند

$$x' = \gamma(x - vt)$$

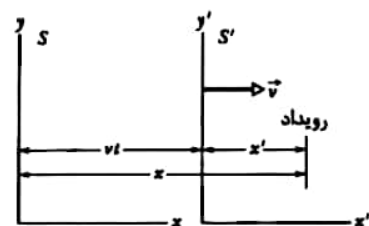
$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

تبدیل لورنتس

شکل ۹-۳۷ چارچوب مرجع لخت S' را نشان می‌دهد که با تندی v نسبت به چارچوب S در جهت مثبت مشترک محورهای افقی خود (نشان داده شده با x و x') حرکت می‌کند. ناظری در S مختصات فضا-زمان x, y, z, t را برای یک رویداد و ناظر واقع در S' مقادیرهای x', y', z', t' را برای همین رویداد گزارش می‌دهد. این دسته از عددها چگونه به هم ارتباط دارند؟ بی‌درنگ ادعا می‌کنیم (گرچه نیاز به اثبات دارد) که مختصه‌های y و z که بر حرکت عمودند، تحت تأثیر این حرکت قرار نمی‌گیرند؛ یعنی $y = y'$ و $z = z'$. بنابراین، ما صرفاً به رابطه‌ی بین x و x' و بین t و t' توجه خواهیم کرد.



شکل ۹-۳۷ دو چارچوب مرجع لخت: چارچوب S' نسبت به چارچوب S با سرعت v حرکت می‌کند.

معادله‌های تبدیل گالیله

پیش از اینکه اینشتین مقاله‌ی نظریه‌ی نسبیت خاص خود را منتشر کند، فرض می‌شد که این چهار مختصه مورد نظر، طبق معادله‌های تبدیل گالیله به هم مربوط‌اند

$$(۲۰-۳۷) \quad x' = x - vt \quad \text{تقریباً} \quad \text{(معادله‌های تبدیل گالیله)}$$

$$x = t \quad \text{برای تندی‌های کم معتبرند}$$

(این معادله‌ها با این فرض نوشته شده‌اند که وقتی مبدهای S و S' بر هم منطبق‌اند، $t = t' = 0$ است) با استفاده از شکل ۹-۳۷ می‌توانید درستی معادله‌ی اول را تأیید کنید. معادله‌ی دوم عملاً حاکی از آن است که گذر زمان برای ناظرها در هر دو چارچوب مرجع، آهنگ یکسانی دارد. این موضوع برای فیزیکدانان پیش از اینشتین به قدری آشکار بود که حتی اشاره‌ای هم به آن نمی‌شد. وقتی تندی v در مقایسه با c کوچک باشد، معادله‌های ۲۰-۳۷ در حالت کلی به خوبی برقرارند.

معادله‌های تبدیل لورنتس

معادله‌های ۲۰-۳۷، هرگاه تندی v در مقایسه با c کوچک باشد، به خوبی برقرارند، ولی آن‌ها در واقع برای تمام تندی‌ها درست نیستند و هرگاه v بزرگتر از حدود $0.1c$ باشد، بسیار نادرست‌اند. معادله‌هایی که برای تمام تندی‌های ممکن فیزیکی درست‌اند، معادله‌های تبدیل

لورنتس (یا صرفاً تبدیلات لورنتس) نامیده می‌شوند. این معادله‌ها را می‌توانیم با استفاده از اصول موضوعه‌ی نسبیت به‌دست آوریم، ولی در اینجا نخست آن‌ها را وارسی می‌کنیم و سپس با نشان دادن اینکه آن‌ها در توافق با نتایج ما برای همزمانی، اتساع زمان، و انقباض طول هستند، درستی آن‌ها را توجیه می‌کنیم. با فرض این‌که $t = t' = 0$ هنگامی است که مبدأهای S و S' در شکل ۳۷-۹ بر هم منطبق‌اند، آنگاه مختصات فضایی و زمانی هر رویداد دیگر با معادله‌های زیر داده می‌شود

$$x' = \gamma(x - wt)$$

$$y' = y \quad \text{(معادله‌های تبدیل لورنتس، در همه‌ی)}$$

$$z' = z \quad \text{تندی‌های ممکن فیزیکی معتبرند)}$$

$$t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

توجه کنید که مقادیر فضایی x و مقادیر زمانی t در اولین و آخرین معادله به یکدیگر مربوط‌اند. این درهم‌تنیدگی فضا و زمان پیام اصلی نظریه‌ی اینشتین بود، پیامی که مدت‌ها به‌وسیله‌ی معاصرین او رد می‌شد.

این یک قاعده‌ی الزامی برای معادله‌های نسبیتی است که اگر c به سمت بی‌نهایت میل کند آن‌ها باید به معادله‌های آشنا کلاسیکی تبدیل شوند. یعنی اگر تندی نور به‌طور نامتناهی بزرگ باشد، همه‌ی تندی‌های متناهی، "کم" خواهند بود و معادله‌های کلاسیکی هرگز نقض نمی‌شوند. اگر در معادله‌های ۳۷-۲۱، $c \rightarrow \infty$ میل کند، $\gamma \rightarrow 1$ و معادله‌ها - همان‌طور که انتظار می‌رود - به معادله‌های گالیله (معادله‌های ۳۷-۲۰) تبدیل می‌شوند. می‌توانید این را بررسی کنید.

معادله‌های ۳۷-۲۱ را به شکلی نوشته‌اند که اگر x و t معین باشند، و بخواهیم x' و t' را به‌دست آوریم، مفید واقع شوند. ولی می‌خواهیم سراغ راه دیگری برویم. در این مورد، معادله‌های ۳۷-۲۱ را برای x و t به‌سادگی حل می‌کنیم؛ داریم

$$x = \gamma(x' + wt') \quad \text{و} \quad t = \gamma(t' + vx'/c^2) \quad (۳۷-۲۲)$$

مقایسه نشان می‌دهد که با هر دسته از معادله‌های ۳۷-۲۱ یا ۳۷-۲۲ شروع کنیم، می‌توانیم با تعویض کمیت‌های پریم‌دار و بدون پریم و تغییر علامت سرعت نسبی v ، دسته‌ی دیگر را به دست آوریم. (مثلاً اگر چارچوب S' مانند شکل ۳۷-۹ سرعتی مثبت نسبت به یک ناظر داشته باشد، آنگاه چارچوب S نسبت به ناظری در چارچوب S' سرعت منفی دارد.)

معادله‌های ۳۷-۲۱ مختصات یک رویداد دوم را مربوط می‌کنند، هرگاه رویداد اول از مبدأهای S و S' در $t = t' = 0$ بگذرد. ولی در حالت کلی نمی‌خواهیم رویداد اول را به چنین گذاری محدود کنیم. بنابراین، تبدیلهای لورنتس را برحسب هر جفت از رویدادهای ۱ و ۲ بازنویسی می‌کنیم، با فاصله‌های فضایی و زمانی

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad \text{و} \quad \Delta t = t_2 - t_1$$

که توسط ناظری در S اندازه‌گیری می‌شود و

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 \quad \text{و} \quad \Delta t' = t'_2 - t'_1$$

که توسط ناظری در S' اندازه‌گیری می‌شود. جدول ۳۷-۲ معادله‌های لورنتس را در شکل‌های مختلف نشان می‌دهد، به‌گونه‌ای که برای تحلیل هر جفت رویداد مناسب باشند. معادله‌های جدول، صرفاً با قرار دادن اختلاف‌ها (مانند Δx و $\Delta x'$) برای چهار متغیر در معادله‌های ۳۷-۲۱ و ۳۷-۲۲ به‌دست آمده‌اند.

جدول ۲-۳۷ معادله‌های تبدیل لورنتس برای دو رویداد

$$\begin{array}{ll} ۱. \Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t') & ۱'. \Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t) \\ ۲. \Delta x = \gamma(\Delta t + v\Delta x'/c^2) & ۲'. \Delta t = \gamma(\Delta t' - v\Delta x'/c^2) \end{array}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

چارچوب S' با سرعت v نسبت به چارچوب S حرکت می‌کند.

مراقب باشید: وقتی مقدارها را به جای این اختلاف‌ها قرار می‌دهید، باید سازگار باشند و نباید مقدارهای مربوط به اولین رویداد با مقدارهای مربوط به دومین رویداد در هم بیامیزند. همچنین، اگر برای مثال، Δx یک کمیت منفی باشد، باید مطمئن شوید که علامت منها را در جای‌گذاری در نظر گرفته‌اید.

نکته‌ی واری ۲



در شکل ۹-۳۷ سرعت چارچوب S' نسبت به چارچوب S ، $0.90c$ است. ناظری در چارچوب S' دو رویداد را که در مختصات فضازمان زیر رخ می‌دهند اندازه می‌گیرد: رویداد زرد (Z) در $(5.0\text{m}, 2.0\text{ns})$ و رویداد سبز (G) در $(-2.0\text{m}, 4.5\text{ns})$. ناظر واقع در چارچوب S می‌خواهد بازه‌ی زمانی $\Delta t_{GY} = t_G - t_Y$ بین این رویدادها را پیدا کنید. (الف) کدام معادله در جدول ۲-۳۷ باید استفاده شود؟ (ب) آیا به جای v در پراتنهای سمت راست معادله و در عامل لورنتس γ باید $+0.90c$ گذاشته شود یا $-0.90c$ چه مقداری باید در (ب) جمله‌ی اول پراتنز و (ت) جمله‌ی دوم پراتنز قرار داده شود؟

برخی از پیامدهای معادله‌های لورنتس

در اینجا برای تأیید برخی نتایجی که پیشتر با استدلال‌هایی مستقیماً مبتنی بر اصول موضوعه به آن‌ها رسیدیم، از معادله‌های جدول ۲-۳۷ استفاده می‌کنیم.

همزمانی

معادله‌ی ۲ جدول ۲-۳۷ را در نظر بگیرید

$$\Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{v\Delta x'}{c^2} \right) \quad (۲۳-۳۷)$$

اگر دو رویداد در مکان‌های مختلف در چارچوب مرجع S' شکل ۹-۳۷ رخ دهد، آنگاه $\Delta x' \neq 0$ پس $\Delta t' = 0$ ، آن‌ها در چارچوب S همزمان نخواهند بود. (این در تطابق با نتیجه‌گیری ما در بخش ۱-۳۷ است) بازه‌ی زمانی بین رویدادها در S چنین خواهد شد

$$\Delta t = \gamma \frac{v\Delta x'}{c^2} \quad (S' \text{ رویدادهای همزمان در})$$

بنابراین، فاصله‌ی فضایی $\Delta x'$ وجود یک فاصله‌ی زمانی Δt را تضمین می‌کند.

اتساع زمان

اکنون فرض کنید دو رویداد در S' ، در یک مکان ($\Delta x' = 0$) ولی در زمان‌های مختلف ($\Delta t' \neq 0$) رخ می‌دهد. آنگاه معادله‌ی ۲۳-۳۷ چنین می‌شود:

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \quad (S' \text{ رویدادها در یک مکان در}) \quad (۲۴-۳۷)$$

این، اتساع زمان بین چارچوب‌های S و S' را تأیید می‌کند. افزون بر این، چون دو رویداد در یک مکان در S' رخ می‌دهند، بازه‌ی زمانی $\Delta t'$ بین آن‌ها می‌تواند با یک ساعت واقع در آن محل اندازه‌گیری شود. تحت این شرایط، بازه‌ی اندازه‌گیری‌شده، یک بازه‌ی زمانی ویژه است، و آن را می‌توانیم با Δt_0 مشخص کنیم، همان‌طور که قبلاً ویژه‌زمان‌ها را با آن مشخص کردیم. بنابراین، با این نمادگذاری، معادله‌ی ۲۴-۳۷ چنین خواهد شد

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad (\text{اتساع زمان})$$

که دقیقاً معادله ۹-۳۷، معادله‌ی اتساع زمان، است. بنابراین، اتساع زمان موردی خاص از معادله‌های عمومی تر لورنتس است.

انقباض طول

معادله ۱-۳۷ جدول ۲-۳۷ را در نظر می‌گیریم

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v \Delta t) \quad (25-37)$$

اگر میله با محورهای x و x' شکل ۹-۳۷ موازی و در چارچوب مرجع S' ساکن باشد، ناظر در S' می‌تواند در اوقات فراغت خود طول میله را اندازه بگیرد. یک راه برای انجام این کار کم کردن مختصه‌های دو نقطه‌ی انتهایی میله است. مقدار $\Delta x'$ بی‌ی که حاصل می‌شود ویژه‌طول L_0 خواهد بود، زیرا اندازه‌گیری‌ها در چارچوبی انجام گرفته که در آن میله ساکن است.

حال فرض کنید میله در چارچوب S در حرکت است. این بدین معناست که Δx را فقط در صورتی می‌توان به‌عنوان طول L میله در چارچوب S در نظر گرفت که مختصه‌های دو نقطه‌ی انتهایی میله به‌طور همزمان اندازه‌گیری شوند؛ یعنی اگر $\Delta t = 0$ باشد. اگر در معادله‌ی ۲۵-۳۷ قرار دهیم $\Delta x' = L_0$ ، $\Delta x = L$ ، و $\Delta t = 0$ ، درمی‌یابیم

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \quad (\text{انقباض طول}) \quad (26-37)$$

که دقیقاً معادله ۱۳-۳۷، معادله‌ی انقباض طول، است. بنابراین، انقباض طول موردی خاص از معادله‌های عمومی تر لورنتس است.



مسئله‌ی نمونه ۳۷-۰۵. تبدیلات لورنتس و وارونه کردن ترتیب رویدادها

ایده‌های کلیدی

۱. این مسأله شامل اندازه‌گیری‌هایی است که در دو چارچوب مرجع، چارچوب سیاره - ماه و چارچوب سفینه، انجام شده است.
۲. این مسأله شامل دو رویداد است: موج شدید و انفجار.
۳. باید داده‌های معلوم درباره‌ی زمان و مسافت بین دو رویداد را که در چارچوب سفینه اندازه‌گیری شده‌اند به داده‌های متناظر در چارچوب سیاره - ماه تبدیل کنیم.

چارچوب سفینه: پیش از تبدیل، لازم است نمادگذاری خود را به دقت انتخاب کنیم. با نمودار وضعیت نشان داده شده در شکل ۱۰-۳۷ شروع می‌کنیم. در اینجا، چارچوب مرجع سفینه‌ی S را ساکن و چارچوب سیاره - ماه S' را با سرعت مثبت (رو به سمت راست) متحرک انتخاب کرده‌ایم. (این یک انتخاب اختیاری است؛ می‌توانستیم چارچوب سیاره - ماه را ساکن بگیریم. در این صورت، در شکل ۱۰-۳۷، $\vec{v}$ را، متصل به

سفینه‌ای از زمین برای واری یک پایگاه دیدنی روی سیاره‌ی P_{1407} که ماه آن پایگاه یک گروه جنگی اغلب متخاصم است، فرستاده شده است. وقتی سفینه مسیر مستقیمی را طی می‌کند و ابتدا از سیاره و پس از ماه می‌گذرد، یک موج شدید میکروموج با انرژی زیاد را در پایگاه مهاجمین واقع در ماه ثبت می‌کند و ۱۰۵۰ متر، انفجاری را در پایگاه دیدبانی ثبت می‌کند که این پایگاه و قفس - چارچوب مرجع سمت اندازه‌گیری شود $4.00 \times 10^8 \text{ m}$ از پایگاه مهاجمین فاصله دارد. واضح است که مهاجمین به پایگاه دیدبانی حمله کرده‌اند؛ بنابراین سفینه خرد را آماده‌ی رویارویی با آن‌ها می‌کند.

(الف) تندی سفینه نسبت به سیاره و نسبت به ماه آن $0.980c$ است. فاصله و بازه‌ی زمانی بین موج شدید و انفجار، وقتی در چارچوب لخت سیاره - ماه (و بنابراین نسبت به پایگاه اشغال‌گران) اندازه‌گیری شوند، چقدر است؟

چارچوب S ، دوباره رسم می‌کنیم که حرکت به سمت چپ را نشان می‌دهد؛ v اکنون کمیتی منفی است. نتایج یکسان خواهند بود. شاخص‌های پایین e و b را به ترتیب برای نمایش انفجار و موج شدید قرار می‌دهیم. آنگاه داده‌های معلوم، همه در چارچوب مرجع بدون پریم (سفینه) عبارت‌اند از

$$\Delta x = x_e - x_b = +4.00 \times 10^8 \text{ m}$$

و

$$\Delta t = t_e - t_b = +1.10 \text{ s}$$

در اینجا Δx یک کمیت مثبت است، زیرا در شکل ۲۷-۱۰، مختصه‌ی x_e برای انفجار بزرگتر از مختصه‌ی x_b برای موج شدید است؛ Δt نیز کمیت مثبتی است، زیرا زمان t_e انفجار بزرگتر (بعدتر) از زمان t_b موج شدید است.

چارچوب سیاره - ماه: به دنبال $\Delta x'$ و $\Delta t'$ هستیم که آن‌ها را با تبدیل داده‌های معلوم در چارچوب S به چارچوب سیاره - ماه S' به دست می‌آوریم. چون یک جفت رویداد را در نظر می‌گیریم، معادله‌های تبدیل از جدول ۲۷-۲ یعنی معادله‌های $1'$ و $2'$ را انتخاب می‌کنیم:

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t) \quad (27-27)$$

و

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right) \quad (28-27)$$

در اینجا $v = +0.980c$ و عامل لورنتس عبارت است از

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (+0.980)^2}} = 5.0252$$

بنابراین، معادله‌ی ۲۷-۲۷ چنین به دست می‌دهد

$$\begin{aligned} \Delta x' &= (5.0252)[(4.00 \times 10^8 \text{ m}) - (+0.980c)(1.10 \text{ s})] \\ &= 3.86 \times 10^8 \text{ m} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

و از معادله‌ی ۲۸-۲۷ خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \Delta t' &= (5.0252)\left[(1.10 \text{ s}) - \frac{(+0.980c)(4.00 \times 10^8 \text{ m})}{c^2}\right] \\ &= -1.04 \text{ s} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) معنی علامت منفی در مقدار $\Delta t'$ چیست؟

استدلال: نمادگذاری باید در سازگاری با نمادگذاری قسمت (الف) باشد.

به‌خاطر آورید که در آغاز، بازه‌ی زمانی بین موج شدید و انفجار را به‌صورت $t_e - t_b = +1.10 \text{ s}$ تعریف کردیم. برای سازگاری با این انتخاب نمادگذاری، تعریف ما از $\Delta t'$ باید به‌صورت $t'_e - t'_b$ باشد؛ پس، درمی‌یابیم

$$\Delta t' = t'_e - t'_b = -1.04 \text{ s}$$

علامت منفی در اینجا حاکی از آن است که $t'_e > t'_b$ ؛ یعنی، در چارچوب مرجع سیاره - ماه، موج شدید 1.04 s پس از انفجار رخ می‌دهد، نه 1.10 s پیش از انفجار، آن‌طور که در چارچوب سفینه آشکار می‌شود.

(پ) آیا موج شدید باعث انفجار شده است یا برعکس؟

ایده کلیدی

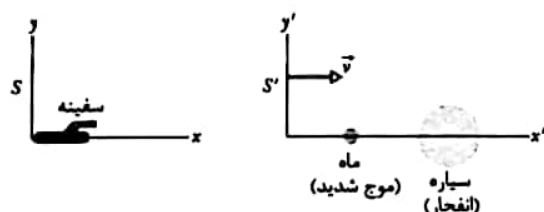
توالی رویدادهای اندازه‌گیری‌شده در چارچوب مرجع سیاره - ماه، عکس توالی رویدادهای اندازه‌گیری‌شده در چارچوب سفینه است. در هر وضعیت، اگر یک رابطه‌ی علی بین دو رویداد وجود داشته باشد، اطلاعات باید از محل یک رویداد به محل رویداد دیگر حرکت کند تا آن را به‌وجود آورد.

وارسی تند: می‌خواهیم تندی لازم برای این اطلاعات را واریسی کنیم. در چارچوب سفینه، تندی عبارت است از

$$v_{\text{info}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.00 \times 10^8 \text{ m}}{1.10 \text{ s}} = 3.64 \times 10^8 \text{ m/s}$$

اما این تندی ناممکن است، زیرا بیشتر از c است. در چارچوب سیاره - ماه، تندی $3.70 \times 10^8 \text{ m/s}$ به دست می‌آید، که این نیز ناممکن است. بنابراین، هیچ یک از رویدادها نمی‌توانند باعث رویداد دیگر شوند؛ یعنی، آن‌ها رویدادهای بدون ارتباط هستند. پس، سفینه نباید عازم شود و با مهاجمین مقابله کند.

حرکت نسبی، بازه‌های زمانی بین رویدادها را تغییر می‌دهد و حتی ممکن است توالی آن‌ها را عوض کند.



شکل ۲۷-۱۰ سیاره و ماه آن در چارچوب مرجع S' با تندی v نسبت به سفینه در چارچوب مرجع S به طرف راست حرکت می‌کند.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



۴-۳۷ نسبت سرعت‌ها

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۴۱-۳۷ رابطه‌ی تبدیل سرعت نسبی بین دو چارچوب با حرکت نسبی را به کار بندید.

۴۲-۳۷ با رسم یک طرح، آرایشی را شرح دهید که در آن سرعت یک ذره باید نسبت به دو چارچوبی اندازه‌گیری شود که در حرکت نسبی هستند.

نکته کلیدی

• مرگانه ذره‌ای با تندی u' در جهت مثبت x' در چارچوب مرجع لخت S' حرکت کند که خود با تندی v موازی با جهت x یک چارچوب مرجع لخت دیگر S حرکت می‌کند، تندی u ی ذره وقتی در S اندازه‌گیری شود عبارت است از

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} \quad (\text{سرعت نسبی})$$

نسبیت سرعت‌ها

اکنون می‌خواهیم با به‌کار بردن معادله‌های تبدیل لورنتس سرعت‌هایی را که دو ناظر در چارچوب‌های لخت متفاوت S و S' برای یک ذره‌ی متحرک اندازه می‌گیرند مقایسه کنیم. فرض می‌کنیم S' با سرعت v نسبت به S حرکت می‌کند.

فرض کنید ذره با سرعت ثابت، موازی با محورهای x و x' در شکل ۱۱-۳۷ حرکت می‌کند و در حین حرکت دو سیگنال گسیل می‌کند. هر ناظر بازه‌ی مکانی و بازه‌ی زمانی بین این دو رویداد را اندازه می‌گیرد. این چهار اندازه‌گیری با معادله‌های ۱ و ۲ جدول ۲-۳۷ به هم مربوطند.

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t')$$

و

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v\Delta x'}{c^2}\right)$$

اگر معادله‌ی اول را بر معادله‌ی دوم تقسیم کنیم خواهیم داشت

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\Delta t' + v\Delta x'/c^2}$$

با تقسیم صورت و مخرج سمت راست بر $\Delta t'$ داریم

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x'/\Delta t' + v}{1 + v(\Delta x'/\Delta t')/c^2}$$

ولی در حله دیفرانسیلی، $\Delta x/\Delta t$ عبارت است از u ، یعنی سرعت ذره وقتی در S اندازه‌گیری می‌شود، و $\Delta x'/\Delta t'$ عبارت است از u' ، یعنی سرعت ذره وقتی در S' اندازه‌گیری می‌شود. بنابراین، سرانجام خواهیم داشت

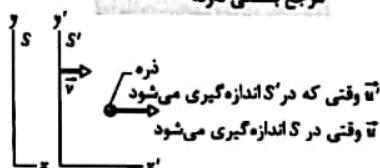
$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} \quad (\text{تبدیل نسبیتی سرعت}) \quad (۲۹-۳۷)$$

که معادله‌ی تبدیل نسبیتی سرعت است. (هشدار: مراقب جای‌گذاری درست علامت‌ها برای سرعت‌ها باشید.) وقتی طبق معمول، آزمون $c \rightarrow \infty$ را به‌کار گیریم، این معادله به معادله‌ی تبدیل سرعت کلاسیکی یا گالیله‌ای تبدیل می‌شود

$$u = u' + v \quad (\text{تبدیل سرعت کلاسیکی}) \quad (۳۰-۳۷)$$

به عبارت دیگر، معادله‌ی ۲۹-۳۷ برای تمام تندی‌های فیزیکی ممکن برقرار است، اما معادله‌ی ۳۰-۳۷ برای تندی‌های خیلی کم‌تر از c تقریباً درست است.

تندی ذره‌ی متحرک به چارچوب مرجع بستگی دارد.



شکل ۱۱-۳۷ چارچوب مرجع S' با سرعت v نسبت به چارچوب مرجع S حرکت می‌کند. سرعت ذره نسبت به چارچوب مرجع S' برابر u' و نسبت به چارچوب مرجع S برابر u است.

۳۷-۵ اثر دوپلر برای نور

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۲۶-۳۷ معادله‌های جابه‌جایی بسامد و جابه‌جایی طول‌موج را به هم تبدیل کنید.

۳۷-۲۷ هرگاه تندی شعاعی بسیار کمتر از تندی نور باشد، تقریبی را به کار بندید که جابه‌جایی طول‌موج $\Delta\lambda$ ، ویژه‌طول‌موج λ_0 ، و تندی شعاعی v را به هم مربوط کند.

۳۷-۲۸ تشخیص دهید که برای نور (و نه صوت) حتی هنگامی که سرعت چشمه عمود بر خط بین چشمه و آشکارساز باشد انتقالی در بسامد وجود دارد، اثری که ناشی از اتساع زمان است.

۳۷-۲۹ رابطه‌ی اثر دوپلر عرضی را با مربوط ساختن بسامد آشکارشده‌ی f ، ویژه‌بسامد f_0 ، و تندی نسبی v به کار بندید.

۳۷-۲۲ تشخیص دهید بسامد نور وقتی در چارچوبی متصل به چشمه‌ی نور (چارچوب ساکن) اندازه‌گیری شود، ویژه‌بسامد است.

۳۷-۲۳ برای افزایش و کاهش فاصله‌ی چشمه - آشکارساز تشخیص دهید که آیا بسامد نسبت به ویژه‌بسامد به بالا انتقال می‌یابد یا به پایین، تشخیص دهید که این انتقال با افزایش سرعت نسبی زیاد می‌شود، و واژه‌های انتقال به آبی و انتقال به سرخ را به کار بندید.

۳۷-۲۴ تندی شعاعی v را بشناسید.

۳۷-۲۵ برای افزایش و کاهش فاصله‌ی چشمه - آشکارساز رابطه‌ی بین ویژه‌بسامد f_0 ، بسامد آشکارشده‌ی f ، و تندی شعاعی v را به کار بندید.

نکته‌های کلیدی

• هرگاه یک چشمه‌ی نور و یک آشکارساز نور نسبت به یکدیگر حرکت کنند، طول‌موج نور وقتی در چارچوب سکون چشمه اندازه‌گیری شود ویژه‌طول‌موج λ_0 است. طول‌موج آشکارشده‌ی λ یا بلندتر (یک انتقال سرخ) یا کوتاه‌تر (یک انتقال آبی) است، بسته به این که آیا فاصله‌ی چشمه - آشکارساز افزایش می‌یابد یا کاهش.

• هرگاه فاصله‌ی چشمه - آشکارساز افزایش یابد، طول‌موج‌ها با رابطه‌ی زیر به هم مربوط می‌شوند

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \quad (\text{چشمه و آشکارساز فاصله می‌گیرند})$$

که در آن $\beta = v/c$ و v تندی شعاعی نسبی (در راستای خط واصل چشمه و آشکارساز) است. اگر این فاصله کاهش یابد، علامت‌های پشت نمادهای

β عوض می‌شوند.

• برای تندی‌های بسیار کوچکتر از c ، بزرگی جابه‌جایی طول‌موج دوپلری $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ تقریباً با رابطه‌ی زیر به v مربوط می‌شود

$$v = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0} c \quad (v \ll c)$$

• اگر حرکت نسبی چشمه‌ی نور بر خط واصل چشمه و آشکارساز عمود باشد، بسامد آشکارشده‌ی f با رابطه‌ی زیر به ویژه‌بسامد f_0 مربوط می‌شود

$$f = f_0 \sqrt{1-\beta^2}$$

این اثر دوپلر عرضی، ناشی از اتساع زمان است.

اثر دوپلر برای نور

در بخش ۱۷-۷ درباره‌ی اثر دوپلر (جابه‌جایی بسامد آشکارشده) برای موج‌های صوتی بحث کردیم و دریافتیم اثر دوپلر به تندی‌های چشمه و آشکارساز نسبت به هوا بستگی دارد. ولی برای موج‌های نوری که به محیط نیاز ندارند (و می‌توانند در خلأ حرکت کنند) این‌طور نیست. اثر دوپلر برای موج‌های نوری فقط به سرعت نسبی v بین چشمه و آشکارساز، وقتی در چارچوب مرجع هر یک اندازه‌گیری شود، بستگی دارد. f_0 را ویژه‌بسامد چشمه در نظر می‌گیریم - یعنی بسامدی که توسط ناظری در چارچوب ساکن چشمه اندازه‌گیری می‌شود. f را بسامد آشکارشده توسط ناظری در نظر بگیرید که با سرعت v نسبت به چارچوب ساکن حرکت می‌کند. در این صورت، وقتی v در جهت دور شدن از چشمه باشد، خواهیم داشت

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \quad (\text{چشمه و آشکارساز در حال دور شدن}) \quad (۳۷-۳۱)$$

که در آن $\beta = v/c$

چون اندازه‌گیری‌های مربوط به نور معمولاً به‌جای بسامد با طول‌موج انجام می‌شود، با قرار دادن c/λ به‌جای f و c/λ_0 به‌جای f_0 ، که در آن‌ها λ طول‌موج اندازه‌گیری‌شده و λ_0 ویژه‌طول‌موج (طول‌موج مربوط به f_0) است، معادله‌ی ۳۷-۳۱ را دوباره‌نویسی می‌کنیم.

آنگاه پس از حذف c از دو طرف معادله، خواهیم داشت

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \quad (\text{چشمه و آشکارساز در حال دور شدن}) \quad (32-37)$$

هرگاه جهت $\vec{v}$ مستقیماً به سمت چشمه باشد، باید علامت جلوی نمادهای β در معادله‌های ۳۱-۳۷ و ۳۲-۳۷ را تغییر دهیم.

برای وضعیت دور شدن، از معادله‌ی ۳۲-۳۷ (با یک جمع در صورت و یک تفریق در مخارج) می‌توانیم دریابیم که طول‌موج اندازه‌گیری شده بزرگتر از ویژه‌طول‌موج است. چنین جابه‌جایی دوپلری‌ای با عنوان *انتقال به سرخ* توصیف شده است، که در آن واژه‌ی سرخ به این معنی نیست که نور آشکار شده، سرخ یا حتی مرئی است. بلکه این واژه صرفاً تمهیدی برای به خاطر سپردن است، زیرا سرخ در انتهای طول‌موج بلند طیف مرئی قرار دارد. بنابراین λ بلندتر از λ_0 است. به همین ترتیب، برای وضعیت نزدیک شدن، λ کوتاه‌تر از λ_0 است، و جابه‌جایی دوپلر با عنوان *انتقال به آبی* توصیف می‌شود.

اثر دوپلر در تندی‌های کم

در تندی‌های کم ($\beta \ll 1$)، معادله‌ی ۳۱-۳۷ را می‌توان به صورت یک سری توانی برحسب β بسط داد و آن را چنین تقریب زد

$$f = f_0 \left(1 - \beta + \frac{1}{2}\beta^2 \right) \quad (\beta \ll 1) \quad (33-37)$$

معادله‌ی تندی‌های کم متناظر برای اثر دوپلر با موج‌های صوتی (یا هر موج دیگری غیر از موج‌های نوری) همین دو جمله‌ی اول را دارد ولی در جمله‌ی سوم ضریب دیگری دارد. بنابراین، اثر نسبیتی برای چشمه‌ها و آشکارسازهای نوری با تندی کم فقط با جمله‌ی β^2 ظاهر می‌شود.

یگان‌های رادار پلیس از اثر دوپلر با امواج میکروموج برای اندازه‌گیری تندی v خودروها استفاده می‌کنند. چشمه‌ی واقع در یگان رادار، یک باریکه‌ی میکروموج در بسامد (ویژه) معین f_0 در طول جاده گسیل می‌کند. خودرویی که به طرف این یگان می‌آید با باریکه برخورد می‌کند ولی در بسامدی که توسط اثر دوپلر ناشی از حرکت خودرو به طرف یگان رادار، رو به بالا جابه‌جا شده است. خودرو باریکه را به سمت رادار بازمی‌تاباند. چون خودرو به طرف یگان رادار حرکت می‌کند، آشکارساز یگان، باریکه‌ی بازتابیده را در بسامدی دریافت می‌کند که انتقال به بالای بیشتری یافته است. یگان، بسامد آشکار شده را با f_0 مقایسه و تندی v ماشین را محاسبه می‌کند.

اثر دوپلر نجومی

در رصدهای نجومی ستارگان، کهکشان‌ها و دیگر چشمه‌های نوری، می‌توان سرعت حرکت آن‌ها را، چه هنگامی که به‌طور مستقیم از ما دور می‌شوند و چه هنگامی که به‌طور مستقیم به ما نزدیک می‌شوند، با اندازه‌گیری جابه‌جایی دوپلری نوری که از آن‌ها به ما می‌رسد تعیین کرد. اگر ستاره‌ی معینی نسبت به ما ساکن باشد، نور حاصل از آن با ویژه‌بسامد معین f_0 را می‌توانیم آشکار کنیم. ولی اگر ستاره به‌طور مستقیم به ما نزدیک شود یا به‌طور مستقیم از ما دور شود، نور آشکار شده دارای بسامد f است که طبق اثر دوپلر، نسبت به f_0 جابه‌جا شده است. این جابه‌جایی دوپلری فقط ناشی از حرکت شعاعی ستاره (مستقیماً به سمت نزدیک شدن یا دور شدن از ما) است و تندی‌ای که با اندازه‌گیری این جابه‌جایی دوپلری می‌توان تعیین کرد فقط تندی شعاعی v ستاره - یعنی، فقط مؤلفه‌ی شعاعی سرعت ستاره نسبت به ما - است.

فرض کنید ستاره‌ای (یا هر چشمه‌ی نوری دیگری) از ما دور می‌شود و تندی شعاعی v ی آن برای ما آنقدر کم (β به حد کافیه کوچک) است که می‌توان از جمله‌ی β^2 در معادله‌ی ۳۳-۳۷ چشم‌پوشی کرد. بنابراین، داریم

$$f = f_0(1 - \beta) \quad (34-37)$$

چون اندازه‌گیری‌های نجومی‌ای که نور را شامل می‌شوند معمولاً به‌جای بسامد با طول‌موج انجام می‌شوند، معادله‌ی ۳۴-۳۷ را چنین می‌نویسیم

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_0}(1 - \beta)$$

یا

$$\lambda = \lambda_0(1 - \beta)^{-1}$$

چون فرض کرده‌ایم که β کوچک است، می‌توانیم $(1 - \beta)^{-1}$ را برحسب یک سری توانی بسط دهیم. با انجام این کار و نگه داشتن فقط توان اول β ، خواهیم داشت

$$\lambda = \lambda_0(1 + \beta)$$

یا

$$\beta = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \quad (35-37)$$

با قرار دادن v/c به‌جای β و $|\Delta\lambda|$ به‌جای $\lambda - \lambda_0$ ، خواهیم داشت

$$v = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0} c \quad (v \ll c) \quad (36-37)$$

اختلاف $\Delta\lambda$ ، جابه‌جایی دوپلری طول‌موج چشمه‌ی نور است. آن را در قدرمطلق گذاشته‌ایم، زیرا همیشه بزرگی این جابه‌جایی را داریم. معادله‌ی ۳۶-۳۷ معادله‌ای تقریبی است که چه چشمه‌ی نور به ما نزدیک شود و چه از ما دور گردد به کار می‌آید، البته فقط تا هنگامی که $v \ll c$ باشد.

نکته‌ی واری ۳

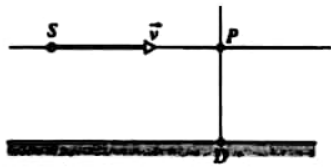


شکل روبه‌رو، چشمه‌ای را نشان می‌دهد که در حال حرکت مستقیم به طرف راست با تندی $c/4$ نسبت به چارچوب مرجع اندازه‌گیری S ، نوری با ویژه‌بسامد f را گسیل می‌کند. شکل همچنین یک آشکارساز نوری را نشان

می‌دهد که برای نور گسیل‌شده، بسامد $f' > f$ را اندازه می‌گیرد. (الف) آیا آشکارساز رو به سمت چپ حرکت می‌کند یا رو به سمت راست؟ (ب) آیا تندی آشکارساز وقتی از چارچوب مرجع S اندازه‌گیری شود بیشتر از $c/4$ است یا کمتر از $c/4$ ، و یا برابر با آن است؟

اثر دوپلر عرضی

تا اینجا اثر دوپلر را چه در این فصل و چه در فصل ۱۷، فقط برای وضعیت‌هایی بررسی کردیم که در آن‌ها چشمه و آشکارساز مستقیماً به طرف هم حرکت می‌کنند یا از هم دور می‌شوند. شکل ۱۲-۳۷ آرایش متفاوتی را نشان می‌دهد که در آن چشمه‌ی S از پشت آشکارساز D حرکت می‌کند. وقتی S به نقطه‌ی P می‌رسد، سرعت S عمود بر خط واصل P و



شکل ۳۷-۱۲ چشمه نوری S با سرعت v از پشت آشکارساز D حرکت می‌کند. وقتی چشمه از نقطه‌ی P می‌گذرد که در آن‌جا جهت حرکت بر امتداد خطی که از D می‌گذرد عمود است، نظریه‌ی نسبیت خاص یک اثر دوپلر عرضی را پیش‌بینی می‌کند. نظریه‌ی کلاسیک چنین اثری را پیش‌بینی نمی‌کند.

D است، و در این لحظه S نه به طرف D حرکت می‌کند و نه از آن دور می‌شود. اگر چشمه، موج‌هایی صوتی با بسامد f گسیل کند، D این بسامد را (بدون اثر دوپلر) هنگامی آشکار می‌کند که موج‌هایی که در نقطه‌ی P گسیل شده بودند، به آن برسند. ولی اگر چشمه، موج‌هایی نوری گسیل کند، همچنان یک اثر دوپلر وجود دارد که به آن اثر دوپلر عرضی می‌گویند. در این وضعیت، بسامد آشکارشده‌ی نور گسیل‌شده، وقتی که چشمه در نقطه‌ی P باشد، عبارت است از

$$f = f_0 \sqrt{1 - \beta^2} \quad (\text{اثر دوپلر عرضی}) \quad (37-37)$$

در تندی‌های کم ($\beta \ll 1$)، معادله‌ی ۳۷-۳۷ را می‌توان به صورت یک سری توانی برحسب β بسط داد و آن را چنین تقریب زد

$$f = f_0 \left(1 - \frac{1}{2}\beta^2\right) \quad (\text{تندی‌های کم}) \quad (38-37)$$

در اینجا جمله‌ی اول همان چیزی است که برای موج‌های صوتی انتظار داریم، و دوباره اثر نسبیتی برای چشمه‌های نور و آشکارسازهای با تندی کم با جمله‌ی β^2 ظاهر می‌شود. یگان رادار پلیس اصولاً می‌تواند تندی خودرو را حتی وقتی که میر باریکه‌ی رادار عمود بر (در عرض) مسیر ماشین باشد، تعیین کند. ولی معادله‌ی ۳۸-۳۷ حاکی از آن است که چون β حتی برای یک خودروی سریع کوچک است، جمله نسبیتی $\beta^2/2$ در اثر دوپلر عرضی فوق‌العاده کوچک خواهد بود. بنابراین، $f = f_0$ و یگان رادار یک تندی صفر را محاسبه می‌کند.

اثر دوپلر عرضی واقعاً آزمون دیگری از اتساع زمان است. اگر معادله‌ی ۳۷-۳۷ را به‌جای بسامد، برحسب دوره‌ی تناوب T نوسان موج نوری گسیل‌شده بنویسیم، چون $T = 1/f$ است، خواهیم داشت

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma T_0 \quad (39-37)$$

که در آن $T_0 (= 1/f_0)$ ویژه‌دوره‌ی تناوب چشمه است. وقتی با معادله‌ی ۳۷-۹ مقایسه شود، معلوم می‌شود که معادله‌ی ۳۹-۳۷ به‌روشنی همان فرمول اتساع زمان است.

۳۷-۶ تکانه و انرژی

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۳۷-۴۰ تشخیص دهید روابط کلاسیکی تکانه و انرژی جنبشی برای تندی‌های کم تقریباً درست‌اند، درحالی‌که روابط نسبیتی برای هر تندی ممکن از لحاظ فیزیکی درست هستند.
- ۳۷-۴۱ رابطه‌ی بین تکانه، جرم، و تندی نسبی را به‌کار بندید.
- ۳۷-۴۲ تشخیص دهید که یک جسم به‌واسطه‌ی جرم خود انرژی جرمی (یا انرژی سکون) دارد.
- ۳۷-۴۳ رابطه‌ی بین انرژی کل، انرژی سکون، انرژی جنبشی، تکانه، جرم، تندی، پارامتر تندی، و عامل لورنتس را به‌کار بندید.
- ۳۷-۴۴ طرحی از نمودار انرژی جنبشی برحسب نسبت v/c (تندی به
- تندی نور) برای هر دو عبارت کلاسیکی و نسبیتی انرژی جنبشی رسم کنید.
- ۳۷-۴۵ قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی را برای مربوط ساختن کار انجام شده توسط یک نیروی خارجی و تغییر حاصل در انرژی جنبشی به‌کار بندید.
- ۳۷-۴۶ برای یک واکنش، رابطه‌ی بین مقدار Q و تغییر در انرژی جرمی را به‌کار بندید.
- ۳۷-۴۷ برای یک واکنش، رابطه‌ی بین علامت جبری Q و این‌که آیا بر اثر واکنش انرژی آزاد یا جذب می‌شود را بشناسید.

- ۳۷-۴۰ تشخیص دهید روابط کلاسیکی تکانه و انرژی جنبشی برای تندی‌های کم تقریباً درست‌اند، درحالی‌که روابط نسبیتی برای هر تندی ممکن از لحاظ فیزیکی درست هستند.
- ۳۷-۴۱ رابطه‌ی بین تکانه، جرم، و تندی نسبی را به‌کار بندید.
- ۳۷-۴۲ تشخیص دهید که یک جسم به‌واسطه‌ی جرم خود انرژی جرمی (یا انرژی سکون) دارد.
- ۳۷-۴۳ رابطه‌ی بین انرژی کل، انرژی سکون، انرژی جنبشی، تکانه، جرم، تندی، پارامتر تندی، و عامل لورنتس را به‌کار بندید.
- ۳۷-۴۴ طرحی از نمودار انرژی جنبشی برحسب نسبت v/c (تندی به

نکته‌های کلیدی

• تعریف‌های زیر از تکانه‌ی خطی $\vec{p}$ ، انرژی جنبشی K ، و انرژی کل E برای ذره‌ای به جرم m در هر تندی ممکن از لحاظ فیزیکی برقرارند:

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad (\text{تکانه})$$

$$E = mc^2 + K = \gamma mc^2 \quad (\text{انرژی کل})$$

$$K = mc^2(\gamma - 1) \quad (\text{انرژی جنبشی})$$

که در اینجا γ عامل لورنتس برای حرکت ذره و mc^2 انرژی جرمی، یا انرژی سکون، مربوط به جرم ذره است.

• این معادله‌ها به رابطه‌های زیر می‌انجامند

$$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

• هرگاه دستگاهی از ذرات دستخوش واکنشی شیمیایی یا هسته‌ای شود، مقدار Q ی واکنش برابر منفی تغییر انرژی جرمی کل دستگاه است

$$Q = M_f c^2 - M_i c^2 = -\Delta Mc^2$$

که در آن M_i جرم کل دستگاه پیش از واکنش و M_f جرم کل دستگاه پس از واکنش است.

نگاهی نو به تکانه

فرض کنید تعدادی ناظر، هر یک در چارچوب مرجع لخت متفاوت، برخورد منزوی شده‌ی بین دو ذره را مشاهده می‌کنند. در مکانیک کلاسیک، دیدیم که - با وجود این‌که ناظرها سرعت‌های متفاوتی را برای ذره‌های برخوردکننده اندازه می‌گیرند - آن‌ها همگی درمی‌یابند که قانون پایستگی تکانه برقرار است. یعنی درمی‌یابند که تکانه‌ی کل دستگاهی از ذره‌ها پس از برخورد، همان مقدار پیش از برخورد را دارد.

این وضعیت چگونه تحت تأثیر نیست قرار می‌گیرد؟ اگر همچنان تکانه‌ی $\vec{p}$ ی یک ذره را به صورت $m\vec{v}$ ، حاصلضرب جرم آن در سرعتش تعریف کنیم، درمی‌یابیم که تکانه برای همه‌ی ناظرهای لخت متفاوت پایسته نیست. بنابراین برای این‌که قانون پایستگی تکانه برقرار بماند، باید تکانه را از نو تعریف کنیم.

ذره‌ای را در نظر بگیرید که با تندی ثابت v در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. از لحاظ کلاسیکی، بزرگی تکانه‌ی آن عبارت است از

$$p = mv = m \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (\text{تکانه‌ی کلاسیکی}) \quad (۳۷-۴۰)$$

که در آن Δx مسافتی است که ذره در زمان Δt پیموده است. برای یافتن یک عبارت نسبیتی برای تکانه، با تعریف جدید زیر شروع می‌کنیم

$$p = m \frac{\Delta x}{\Delta t_0}$$

در اینجا، مانند قبل، Δx مسافت پیموده‌شده توسط ذره‌ی متحرک از دید ناظری است که آن ذره را نگاه می‌کند. ولی Δt_0 زمان لازم برای پیمودن همان مسافت است، اما نه از دید ناظری که به آن نگاه می‌کند، بلکه از دید ناظری که همراه ذره در حرکت است. ذره نسبت به این ناظر دوم ساکن است؛ بنابراین زمانی که اندازه می‌گیرد یک ویژه‌زمان است.

با استفاده از فرمول اتساع زمان، $\Delta t = \gamma \Delta t_0$ (معادله‌ی ۳۷-۹) می‌توان چنین نوشت

$$p = m \frac{\Delta x}{\Delta t_0} = m \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = m \frac{\Delta x}{\Delta t} \gamma$$

ولی چون $\Delta x / \Delta t$ دقیقاً سرعت v ی ذره است، داریم

$$p = \gamma mv \quad (\text{تکانه}) \quad (۳۷-۴۱)$$

توجه کنید که این با تعریف کلاسیکی معادله‌ی ۳۷-۴۰ فقط در عامل لورنتس γ تفاوت دارد. با این حال، این اختلاف مهم است: برخلاف تکانه‌ی کلاسیکی، تکانه‌ی نسبیتی با نزدیک شدن v به c ، به مقدار بی‌نهایت میل می‌کند.

تعریف معادله‌ی ۳۷-۴۱ را می‌توانیم به شکل برداری زیر تعمیم دهیم

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad (\text{تکانه}) \quad (۳۷-۴۲)$$

این معادله، تعریف درست تکانه را برای همه‌ی تندی‌های ممکن فیزیکی به‌دست می‌دهد. در مورد تندی‌های خیلی کمتر از c ، این معادله به تعریف کلاسیکی تکانه ($\vec{p} = m\vec{v}$) تبدیل می‌شود.

نگاهی نو به انرژی

انرژی جرمی

علم شیمی در ابتدای راه خود با این فرض بسط یافت که در واکنش‌های شیمیایی، انرژی و جرم به‌طور جداگانه پایسته‌اند. در سال ۱۹۰۵، اینشتین نشان داد که به‌عنوان پیامدی از نظریه‌ی نسبیت خاص او، جرم می‌تواند شکل دیگری از انرژی در نظر گرفته شود. بنابراین، قانون پایستگی انرژی در واقع قانون پایستگی جرم - انرژی است.

در یک واکنش شیمیایی (فرایندی که در آن اتم‌ها یا مولکول‌ها برهم‌کنش می‌کنند)، مقدار جرمی که به شکل‌های دیگری از انرژی انتقال می‌یابد (یا برعکس) چنان کسر کوچکی از کل جرم دخیل در واکنش است که امیدی به اندازه‌گیری تغییر جرم حتی با بهترین ترازوهای آزمایشگاهی وجود ندارد. به نظر می‌رسد که جرم و انرژی واقعاً به‌طور جداگانه‌ای پایسته می‌مانند. ولی، در یک واکنش هسته‌ای (که در آن هسته‌ها یا ذره‌های بنیادی برهم‌کنش می‌کنند)، انرژی آزادشده اغلب حدود یک میلیون برابر بزرگتر از انرژی آزادشده در یک واکنش شیمیایی است، و تغییر جرم را می‌توان به‌آسانی اندازه‌گیری کرد.

جرم m یک جسم و انرژی معادل E_0 آن با رابطه‌ی زیر به هم مربوط‌اند

$$E_0 = mc^2 \quad (۳۷-۴۳)$$

که بدون شاخص پایین ۰، همواره معادله‌ی علمی کاملاً شناخته شده‌ای بوده است. این انرژی که به جرم یک جسم مربوط است انرژی جرمی یا انرژی سکون نامیده می‌شود. نام دوم حاکی از آن است که E_0 انرژی‌ای است که جسم حتی وقتی ساکن است، صرفاً به دلیل داشتن جرم، آن را داراست. (اگر مطالعه‌ی فیزیک را در سطحی فراتر از این کتاب ادامه دهید، بحث‌های ظریفی از رابطه‌ی بین جرم و انرژی را خواهید دید. حتی با عدم توافقی‌هایی درباره‌ی اینکه این رابطه واقعاً چیست و چه معنای می‌دهد، روبه‌رو خواهید شد.)

جدول ۳۷-۳ انرژی جرمی (تقریبی)، یا انرژی سکون، چند ماده را نشان می‌دهد. انرژی جرمی، مثلاً، سکه‌ی یک پنی فوق‌العاده زیاد است و اندازه‌ی آن معادل انرژی الکتریکی بیش از چند میلیون دلار است. از طرف دیگر، تولید کل انرژی الکتریکی سالانه‌ی امریکا متناظر با جرم فقط چندصد کیلوگرم از ماده (سنگ، غذا، یا هر چیز دیگر) است.

در عمل، یکاهای SI به‌ندرت با معادله‌ی ۳۷-۴۳ به‌کار برده می‌شوند زیرا برای استفاده، بیش از حد بزرگ‌اند. جرم‌ها معمولاً برحسب یکاهای اتمی جرم اندازه‌گیری می‌شوند، به‌طوری‌که

$$1 \text{ u} = 1.66053886 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (۳۷-۴۴)$$

انرژی‌ها معمولاً برحسب الکترون ولت یا مضرب‌های آن اندازه‌گیری می‌شوند، به‌طوری‌که

$$1 \text{ eV} = 1.602176462 \times 10^{-19} \text{ J} \quad (۳۷-۴۵)$$

در یکاهای معادله‌های ۳۷-۴۴ و ۳۷-۴۵، ثابت c^2 مقدارهای زیر را دارد

جدول ۳۷-۳ معادل‌های انرژی چند جسم

جسم	جرم (kg)	معادل انرژی
الکترون	$\approx 9.11 \times 10^{-31}$	$\approx 8.19 \times 10^{-14} \text{ J}$ ($\approx 511 \text{ keV}$)
پروتون	$\approx 1.67 \times 10^{-27}$	$\approx 1.50 \times 10^{-10} \text{ J}$ ($\approx 938 \text{ MeV}$)
اتم اورانیوم	$\approx 3.95 \times 10^{-25}$	$\approx 3.55 \times 10^{-8} \text{ J}$ ($\approx 22.5 \text{ GeV}$)
ذره‌ی غبار	$\approx 1 \times 10^{-12}$	$\approx 1 \times 10^4 \text{ J}$ ($\approx 2 \text{ kcal}$)
پنی آمریکا	$\approx 3.1 \times 10^{-3}$	$\approx 2.8 \times 10^{12} \text{ J}$ ($\approx 78 \text{ GW} \cdot \text{h}$)

$$c^2 = 9.31494013 \times 10^8 \text{ eV/u} = 9.31494013 \times 10^5 \text{ keV/u} \\ = 931.494013 \text{ MeV/u} \quad (۳۷-۴۶)$$

انرژی کل

برای هر جسمی، معادله‌ی ۳۷-۴۳ انرژی جرمی E_0 مربوط به جسمی به جرم m را، بدون توجه به اینکه جسم ساکن است یا متحرک، به دست می‌دهد. اگر جسم در حال حرکت باشد، انرژی‌ای اضافی به شکل انرژی جنبشی K دارد. اگر فرض کنیم که انرژی پتانسیل جسم صفر است، آنگاه انرژی کل عبارت است از مجموع انرژی جرمی و انرژی جنبشی آن

$$E = E_0 + K = mc^2 + K \quad (۳۷-۴۷)$$

گرچه اثبات نخواهیم کرد، انرژی کل E به صورت زیر نیز نوشته می‌شود

$$E = \gamma mc^2 \quad (۳۷-۴۸)$$

که در آن γ عامل لورنتس برای حرکت جسم است.

از فصل ۷ به بعد، مثال‌های زیادی را که شامل تغییرات انرژی کل یک ذره یا دستگاهی از ذرات بود، بررسی کرده‌ایم. ولی انرژی جرمی را در این بحث‌ها منظور نکردیم، زیرا تغییرات انرژی جرمی را که صفر یا بسیار کوچک بود، نادیده گرفتیم. با این وجود، قانون پایستگی انرژی کل وقتی تغییرات انرژی جرمی قابل توجه باشد نیز برقرار است. بنابراین، بدون توجه به آنچه که برای انرژی جرمی رخ می‌دهد، گفته زیر از بخش ۵-۸ همچنان درست است:

★ انرژی کل E یک دستگاه منزوی نمی‌تواند تغییر کند.

مثلاً، اگر انرژی جرمی کل دو ذره‌ی برهم‌کنش‌کننده در یک دستگاه منزوی کاهش یابد، انواع دیگر انرژی در دستگاه باید افزایش یابد زیرا انرژی کل نمی‌تواند تغییر کند.

مقدار Q . در دستگاهی که دستخوش یک واکنش شیمیایی یا هسته‌ای می‌شود، تغییر انرژی جرمی کل دستگاه ناشی از واکنش، اغلب با مقدار Q داده می‌شود. مقدار Q برای یک واکنش از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$Q = \left(\text{انرژی جرمی کل} \right)_{\text{نهایی دستگاه}} - \left(\text{انرژی جرمی کل} \right)_{\text{اولیه دستگاه}}$$

یا

$$E_{\text{f}} = E_{\text{i}} + Q \quad (۳۷-۴۹)$$

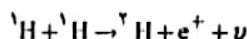
با استفاده از معادله‌ی ۳۷-۴۳ ($E_0 = mc^2$)، می‌توان این رابطه را برحسب جرم کل اولیه‌ی M_i و جرم کل نهایی M_f چنین نوشت

$$M_f c^2 = M_i c^2 + Q$$

یا

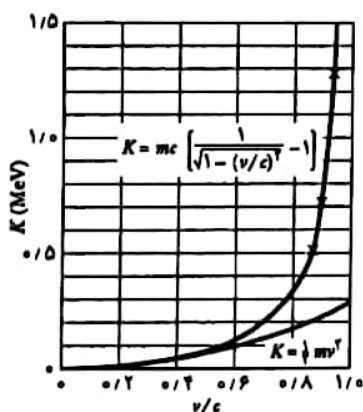
$$Q = M_i c^2 - M_f c^2 = -\Delta M c^2 \quad (۵۰-۳۷)$$

که در آن تغییر جرم ناشی از واکنش $\Delta M = M_f - M_i$ است. اگر واکنشی به تبدیل انرژی از انرژی جرمی به، مثلاً، انرژی جنبشی محصول‌های واکنش بیانجامد، انرژی جرمی کل E_0 (و جرم کل M) دستگاه کاهش می‌یابد و Q مثبت است. ولی اگر واکنشی مستلزم این باشد که انرژی به انرژی جرمی تبدیل شود، انرژی جرمی کل E_0 دستگاه (و جرم کل M) آن افزایش می‌یابد و Q منفی است. برای مثال، فرض کنید دو هسته‌ی هیدروژن یک واکنش گداخت (همجوشی) انجام می‌دهند که در آن دو هسته‌ی هیدروژن برای تشکیل یک هسته‌ی تنها به یکدیگر می‌پیوندند و دو ذره را آزاد می‌کنند:



که ${}^2\text{H}$ نوع دیگری از هسته‌ی هیدروژن (با یک نوترون علاوه بر پروتون)، e^+ پوزیترون، و ν نوترینو است. انرژی جرمی کل (و جرم کل) تک‌هسته‌ی حاصل و دو ذره‌ی آزادشده کمتر از انرژی جرمی کل (و جرم کل) هسته‌های هیدروژن اولیه است. بنابراین، Q واکنش گداخت مثبت است، و گفته می‌شود انرژی بر اثر این واکنش آزاد شده است (یا از انرژی جرمی منتقل شده است). این آزاد شدن انرژی برای ما اهمیت دارد، زیرا گداخت هسته‌های هیدروژن در خورشید بخشی از فرایندی است که به نور آفتاب روی زمین می‌انجامد و زندگی را در زمین امکان‌پذیر می‌سازد.

با نزدیک شدن v/c به $1/0$ ،
انرژی جنبشی واقعی به
بی‌نهایت میل می‌کند.



شکل ۳۷-۱۳ معادله‌های نسبیتی (معادله‌ی ۵۲-۳۷) و کلاسیکی (معادله‌ی ۵۱-۳۷) انرژی جنبشی یک الکترون، بر حسب تابعی از v/c ، که v تندی الکترون و c تندی نور است، رسم شده است. توجه کنید که دو منحنی در تندی‌های پایین در هم ادغام می‌شوند، و در تندی‌های بالا به میزان زیادی از هم فاصله می‌گیرند. داده‌های تجربی (با علامت‌های $\times$) نشان می‌دهد که در تندی‌های بسیار زیاد، منحنی نسبیتی در توافق با تجربه است، ولی منحنی کلاسیکی توافق ندارد.

انرژی جنبشی

در فصل ۷ [جلد اول] انرژی جنبشی K ی جسمی به جرم m را که با تندی v خیلی کمتر از c حرکت می‌کند به صورت زیر تعریف کردیم

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad (۵۱-۳۷)$$

ولی این معادله‌ی کلاسیکی فقط یک تقریب است که وقتی تندی خیلی کمتر از تندی نور باشد برقرار است.

اکنون عبارتی را برای انرژی جنبشی می‌یابیم که برای تمام تندی‌های ممکن فیزیکی، شامل تندی‌های نزدیک به c ، درست باشد. با حل معادله‌ی ۳۷-۲۷ برای K و سپس با قرار دادن به جای E از معادله‌ی ۳۷-۲۸ خواهیم داشت

$$K = E - mc^2 = \gamma mc^2 - mc^2 \\ = mc^2 (\gamma - 1) \quad (\text{انرژی جنبشی}) \quad (۵۲-۳۷)$$

که در آن $\gamma (= 1/\sqrt{1-(v/c)^2})$ عامل لورنتس برای حرکت جسم است.

شکل ۳۷-۱۳ نمودارهای انرژی جنبشی یک الکترون را وقتی با تعریف درست (معادله‌ی ۵۲-۳۷) و وقتی با تقریب کلاسیکی (معادله‌ی ۵۱-۳۷) محاسبه شوند، هر دو بر حسب توابعی از v/c ، نشان می‌دهد. توجه کنید که در سمت چپ شکل، دو نمودار بر هم منطبق‌اند؛ این بخشی از نمودار - در تندی‌های پایین‌تر - است که انرژی‌های جنبشی آن را تاکنون در این کتاب محاسبه کرده‌ایم. این بخش از نمودار حاکی از آن است که محاسبه‌ی انرژی جنبشی با

عبارت کلاسیکی معادله‌ی ۳۷-۵۱ موجه بوده است. ولی، در سمت راست شکل - در تندی‌های نزدیک به c - تفاوت دو نمودار قابل ملاحظه است. وقتی v/c به $1/2$ نزدیک می‌شود، نمودار مربوط به تعریف کلاسیکی انرژی جنبشی به آرامی افزایش می‌یابد، درحالی‌که نمودار مربوط به تعریف درست انرژی جنبشی شدیداً افزایش پیدا می‌کند، به‌طوری‌که در بی‌نهایت وقتی v/c به $1/2$ می‌رسد، به بی‌نهایت میل می‌کند. بنابراین، وقتی تندی v جسمی نزدیک به c باشد، باید از معادله‌ی ۳۷-۵۲ برای محاسبه‌ی انرژی جنبشی آن استفاده کنیم.

کار. شکل ۳۷-۱۳ همچنین حاکی از اطلاعاتی در مورد کاری است که باید روی یک جسم انجام شود تا تندی آن، مثلاً $1/2$ افزایش یابد. کار لازم W برابر است با تغییر ΔK حاصل در انرژی جنبشی جسم. اگر تغییر در تندی‌های کم رخ دهد، در سمت چپ شکل ۳۷-۱۳، کار لازم می‌تواند کم باشد. ولی اگر تغییر در تندی‌های بسیار زیاد رخ دهد، سمت راست شکل ۳۷-۱۳، کار لازم می‌تواند خیلی زیاد باشد، زیرا انرژی جنبشی K با افزایش تندی v خیلی سریع افزایش می‌یابد. اصولاً برای افزایش تندی جسمی تا c ، مقدار انرژی لازم بی‌نهایت است؛ پس انجام این کار ناممکن است.

انرژی جنبشی الکترون‌ها، پروتون‌ها و ذره‌های دیگر اغلب با یکای الکترون‌ولت یا یکی از مضرب‌های آن، به‌صورت یک صفت بیان می‌شود. مثلاً، الکترونی با انرژی جنبشی 2.0 MeV می‌تواند به‌صورت الکترون 2.0 MeV بیان می‌شود.

تکانه و انرژی جنبشی

در مکانیک کلاسیک، تکانه‌ی p یک ذره برابر mv و انرژی جنبشی K آن برابر با $\frac{1}{2}mv^2$ است. اگر v را بین این دو عبارت حذف کنیم، رابطه‌ی مستقیمی بین تکانه و انرژی جنبشی پیدا می‌کنیم

$$p^2 = 2Km \quad (\text{کلاسیک}) \quad (53-37)$$

می‌توانیم رابطه‌ی مشابهی را در نسبت با حذف v بین تعریف نسبتی تکانه (معادله‌ی ۳۷-۴۱) و تعریف نسبتی انرژی جنبشی (معادله‌ی ۳۷-۵۲) بیابیم. با انجام چند عمل جبری به رابطه‌ی زیر می‌رسیم

$$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2 \quad (54-37)$$

به کمک معادله‌ی ۳۷-۴۷ می‌توان معادله‌ی ۳۷-۵۴ را به رابطه‌ای بین تکانه‌ی p و انرژی کل E ذره تبدیل کرد

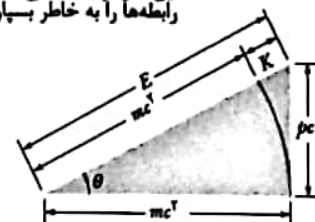
$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad (55-37)$$

مثلاً قائم‌الزاویه‌ی شکل ۳۷-۱۴ به شما کمک می‌کند تا این رابطه‌های مفید را به‌خاطر بسپارید. در این مثلث می‌توانید نشان دهید که

$$\sin \theta = \beta \quad \text{و} \quad \cos \theta = 1/\gamma \quad (56-37)$$

از معادله‌ی ۳۷-۵۵ می‌توان دید که حاصلضرب pc باید یکای انرژی E را داشته باشد؛ بنابراین یکای تکانه‌ی p را می‌توان به‌صورت یکای انرژی بخش بر c بیان کرد، که معمولاً در فیزیک ذرات بنیادی برحسب MeV/c یا GeV/c بیان می‌شود.

این نمودار کمک می‌کند تا رابطه‌ها را به‌خاطر بسپارید



شکل ۳۷-۱۴ نمودار مفیدی برای به‌خاطر سپردن رابطه‌های نسبتی انرژی کل E ، انرژی سکون یا انرژی جرمی mc^2 ، انرژی جنبشی K و بزرگی تکانه‌ی p .

نکته‌ی واری ۴



آیا (الف) انرژی جنبشی و (ب) انرژی کل یک الکترون 1 GeV ، بیشتر از انرژی کل مربوط به پروتون 1 GeV است یا کمتر، و یا با آن مساوی است؟



مسئله‌ی نمونه ۳۷-۵۶. انرژی و تکانی یک الکترون نسبیتی

(الف) انرژی کل E یک الکترون $2,53 \text{ MeV}$ چقدر است؟

$$E = 0,511 \text{ MeV} + 2,02 \text{ MeV} = 2,53 \text{ MeV} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) بزرگی p ی تکانی الکترون بر حسب MeV/c چقدر است؟ (توجه کنید که c نماد تندی نور است و خودش یک یکانیست.)

ایده‌ی کلیدی

می‌توان p را از انرژی کل E و انرژی جرمی mc^2 ، با استفاده از معادله‌ی ۳۷-۵۵ پیدا کرد

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

محاسبه‌ها: با حل آن بر حسب pc خواهیم داشت

$$pc = \sqrt{E^2 - (mc^2)^2}$$

$$= \sqrt{(2,53 \text{ MeV})^2 - (0,511 \text{ MeV})^2} = 2,50 \text{ MeV}$$

سرانجام با تقسیم هر دو بر c ، چنین پیدا می‌کنیم

$$p = 2,50 \text{ MeV}/c \quad (\text{پاسخ})$$

ایده‌ی کلیدی

با استفاده از معادله‌ی ۳۷-۴۷، انرژی کل E مجموع انرژی جرمی الکترون (یا انرژی سکون) mc^2 و انرژی جنبشی آن است:

$$E = mc^2 + K \quad (37-57)$$

محاسبه‌ها: صفت " $2,53 \text{ MeV}$ " در صورت مسئله به این معنی است که انرژی جنبشی الکترون $2,02 \text{ MeV}$ است. برای محاسبه‌ی انرژی جرمی mc^2 الکترون، جرم m الکترون را از پیوست ب قرار می‌دهیم، و چنین به دست می‌آوریم

$$mc^2 = (9,109 \times 10^{-31} \text{ kg})(299,792,458 \text{ m/s})^2 \\ = 8,187 \times 10^{-14} \text{ J}$$

سپس با تقسیم این نتیجه بر $1,602 \times 10^{-13} \text{ J/MeV}$ مقدار $0,511 \text{ MeV}$ به عنوان انرژی جرمی الکترون به دست می‌آید (که در توافق با مقدار داده شده در جدول ۳۷-۲ است). آنگاه معادله‌ی ۳۷-۵۷ چنین به دست می‌دهد

مسئله‌ی نمونه ۳۷-۵۷. انرژی و اختلاف حیرت‌انگیز در زمان صفر

با استفاده از جدول ۳۷-۲، انرژی جرمی mc^2 الکترون برابر 938 MeV است. با قرار دادن این مقدار و انرژی جنبشی داده شده در معادله‌ی ۳۷-۵۸، چنین به دست می‌آوریم

$$\gamma = 1 + \frac{3,0 \times 10^6 \text{ eV}}{938 \times 10^6 \text{ eV}}$$

$$= 3,198 \times 10^{11} \approx 3,2 \times 10^{11} \quad (\text{پاسخ})$$

مقدار محاسبه‌ی شده‌ی γ چنان بزرگ است که نمی‌توانیم از تعریف γ (معادله‌ی ۳۷-۸) برای یافتن β استفاده کنیم. این را امتحان کنید؛ ماشین حساب شما نشان خواهد داد که β عملاً ۱ و در نتیجه γ عملاً برابر با c است. درواقع، γ تقریباً برابر c است، ولی پاسخ دقیق‌تری را می‌خواهیم که آن را می‌توان از ابتدا با حل معادله‌ی ۳۷-۸ برای $1 - \beta$ به دست آورد. با نوشتن این معادله شروع می‌کنیم

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta)(1 + \beta)}} \approx \frac{1}{\sqrt{2(1 - \beta)}}$$

پرانرژی‌ترین پروتونی که تاکنون در پرتوهای کیهانی‌ای که از فضا به زمین می‌آیند آشکار شده است، انرژی جنبشی حیرت‌آور $3,0 \times 10^{20} \text{ eV}$ را داشته است (انرژی‌ای کافی برای گرم کردن یک قاشق چای‌خوری آب تا چند درجه).

(الف) عامل لورنتس γ و تندی v ی پروتون (هر دو نسبت به آشکارساز واقع روی زمین) چقدر است؟

ایده‌های کلیدی

(۱) عامل لورنتس γ ی پروتون، انرژی کل E آن را از طریق معادله‌ی ۳۷-۴۸ ($E = \gamma mc^2$) به انرژی جرمی mc^2 آن مربوط می‌کند. (۲) انرژی کل پروتون برابر با مجموع انرژی جرمی mc^2 و انرژی جنبشی K (معلوم) آن است.

محاسبه‌ها: باتلفیق این ایده‌ها خواهیم داشت

$$\gamma = \frac{E}{mc^2} = \frac{mc^2 + K}{mc^2} = 1 + \frac{K}{mc^2} \quad (37-58)$$

زیاد با کم شود. هرگاه این فاصله افزایش یابد، طول موج ها با رابطه ی زیر به هم مربوط می شوند

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \quad (\text{چشمه و آشکارساز در دور می شوند}) \quad (32-37)$$

که در آن $\beta = v/c$ و v تندی شعاعی نسبی (در راستای خط واصل چشمه و آشکارساز) است. اگر این فاصله کاهش یابد، علامت ها در پشت نماد β عوض می شوند. برای تندی های بسیار کوچکتر از c بزرگی جابه جایی طول موج دوپلری ($\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$) تقریباً با رابطه ی زیر به v مربوط می شود

$$v = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0} c \quad (v \ll c) \quad (36-37)$$

اثر دوپلر عرضی اگر حرکت نسبی چشمه ی نور بر خط واصل چشمه و آشکارساز عمود باشد، بسامد f آشکار شده با رابطه ی زیر به ویژه بسامد f_0 مربوط نمی شود

$$f' = f_0 \sqrt{1-\beta^2} \quad (37-37)$$

تکانه و انرژی تعریف های زیر از تکانه ی خطی $\vec{p}$ ، انرژی جنبشی K ، و انرژی کل E برای ذره ای به جرم m در هر تندی ممکن فیزیکی معتبرند

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad (\text{تکانه}) \quad (42-37)$$

$$E = mc^2 + K = \gamma mc^2 \quad (\text{انرژی کل}) \quad (48-37 \text{ و } 49-37)$$

$$K = mc^2 (\gamma - 1) \quad (\text{انرژی جنبشی}) \quad (52-37)$$

در این جا، γ عامل لورنتس برای حرکت ذره و mc^2 انرژی جرمی، یا انرژی سکون، مربوط به جرم ذره است. این معادله ها به رابطه های زیر می انجامند

$$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2 \quad (54-37)$$

و

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad (55-37)$$

هرگاه دستگاهی از ذره ها دستخوش یک واکنش شیمیایی یا هسته ای شود، مقدار Q ی واکنش برابر با منفی تغییر در انرژی جرمی کل دستگاه است:

$$Q = M_f c^2 - M_i c^2 = -\Delta Mc^2 \quad (56-37)$$

که در آن M_i جرم کل دستگاه پیش از واکنش و M_f جرم کل آن پس از واکنش است.

بازه ی زمانی اندازه گیری شده برابر است با

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ = \gamma \Delta t_0 \quad (\text{اتساع زمان}) \quad (9-37 \text{ تا } 11-37)$$

در این جا $\beta = v/c$ پارامتر تندی و $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ عامل لورنتس است. یک نتیجه ی مهم اتساع زمان این است که ساعت های متحرک وقتی توسط ناظر ساکن اندازه گیری شوند آهسته کار می کنند.

انقباض طول طول L_0 جسمی که توسط ناظری در چارچوب مرجع لختی که جسم در آن ساکن است اندازه گیری شود، ویژه طول نامیده می شود. ناظرهایی که در چارچوب هایی قرار دارند که نسبت به آن چارچوب و موازی با آن طول حرکت می کنند طول کوتاه تری را اندازه می گیرند. برای ناظری که با تندی نسبی v حرکت می کند، طول اندازه گیری شده برابر است با

$$L = L_0 \sqrt{1-\beta^2} = \frac{L_0}{\gamma} \quad (\text{انقباض طول}) \quad (13-37)$$

تبدیل لورنتس معادله های تبدیل لورنتس، مختصات فضا زمان یک رویداد تنها را، وقتی توسط ناظرهایی در دو چارچوب لخت S و S' مشاهده شوند، به هم ربط می دهند، وقتی S' نسبت به S با سرعت v در جهت مثبت x و x' حرکت کند. این چهار مختصه با رابطه های زیر به هم مربوط اند

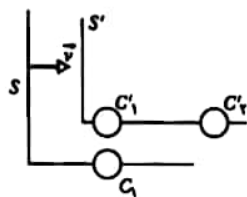
$$x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \quad (21-37)$$

$$z' = z \\ t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

نسبیت سرعت ها هرگاه ذره ای با تندی u' در سوی مثبت x' در یک چارچوب مرجع لخت S' حرکت کند که خود آن چارچوب با تندی v موازی با جهت x یک چارچوب لخت دیگر S حرکت می کند، تندی u ی ذره وقتی در S اندازه گیری شود عبارت است از

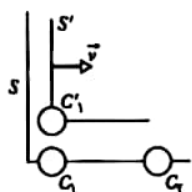
$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} \quad (\text{سرعت نسبی}) \quad (29-37)$$

اثر دوپلر نسبیتی هرگاه یک چشمه ی نور و یک آشکارساز نوری مستقیماً به سمت یکدیگر حرکت کنند، طول موج نور وقتی در چارچوب سکون چشمه اندازه گیری شود، ویژه طول موج λ_0 است. طول موج آشکار شده ی λ بزرگتر (انتقال به سرخ) یا کوچکتر (انتقال به آبی) می شود، بسته به این که فاصله ی چشمه - آشکارساز



شکل ۳۷-۱۷ پرسش ۴

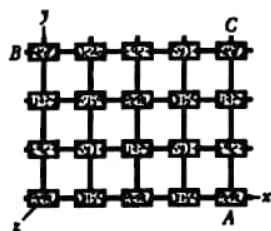
۵ شکل ۳۷-۱۸ دو ساعت در چارچوب ساکن S' (در این چارچوب همزمان شده‌اند) و یک ساعت در چارچوب متحرک S را نشان می‌دهد. وقتی ساعت‌های C_1 و C'_1 از مقابل هم می‌گذرند، صفر را نشان می‌دهند. وقتی ساعت‌های C_2 و C'_2 از مقابل یکدیگر می‌گذرند، (الف) کدام ساعت عدد کوچکتری را نشان می‌دهد و (ب) کدام ساعت ویژه‌زمان را اندازه می‌گیرد؟



شکل ۳۷-۱۸ پرسش ۵

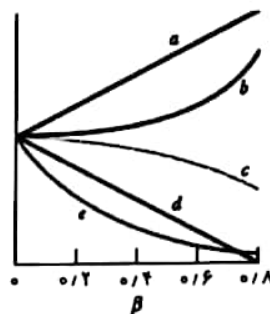
۶ سام در سفینه‌ای به سوی مریخ، سیاره‌ی زهره را ترک می‌کند و با تندی نسبی $0.5c$ نسبت به سارا که روی زمین است حرکت می‌کند. (الف) هر دو، زمان سفر زهره-مریخ را اندازه می‌گیرند. کدام یک ویژه‌زمان را اندازه می‌گیرد، سام، سارا، و یا هیچ‌کدام؟ (ب) در بین راه، سام یک تپ نوری به مریخ می‌فرستد. هر دو، زمان حرکت این تپ را اندازه می‌گیرند. کدام یک ویژه‌زمان را اندازه می‌گیرد؟

۷ صفحه‌ی ساعت‌ها و میله‌های اندازه‌گیری در شکل ۳۷-۱۹ همانند ساعت‌ها و میله‌های شکل ۳۷-۳ هستند. فاصله‌ی (مرکز تا مرکز) ساعت‌ها در راستای محور x ، همچون ساعت‌های در راستای محور y ، ۱ ثانیه نوری است و همه‌ی ساعت‌ها از طریق روشی که در بخش ۳۷-۱ توصیف شد همزمان شده‌اند. وقتی سیگنال همزمان‌کننده‌ی اولیه‌ی $t=0$ از مبدأ به (الف) ساعت A ، (ب) ساعت B ، و (پ) ساعت C می‌رسد، زمان اولیه روی آن ساعت‌ها چیست؟ وقتی ساعت A زمان $t=10s$ را نشان می‌دهد رویدادی رخ می‌دهد. (ت) چه مدت طول می‌کشد تا سیگنال این رویداد به ناظری برسد که در مبدأ قرار گرفته است؟ (ث) این ناظر چه زمانی را به رویداد نسبت می‌دهد؟



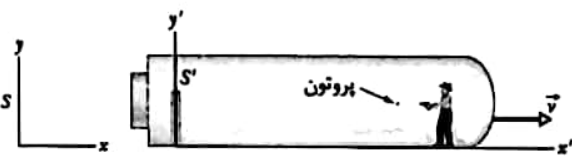
شکل ۳۷-۱۹ پرسش ۷

۱ میله‌ای با تندی ثابت v در امتداد محور x چارچوب مرجع S حرکت می‌کند، به طوری که طول میله موازی با آن محور است. ناظری در چارچوب S طول L میله را اندازه می‌گیرد. کدام منحنی در شکل ۳۷-۱۵ بهترین نمودار برای طول L (محور قائم در نمودار) بر حسب پارامتر تندی β است؟



شکل ۳۷-۱۵ پرسش ۱ و ۲

۲ شکل ۳۷-۱۶ سفینه‌ای را (متصل به چارچوب مرجع S') نشان می‌دهد که از ما (ایستاده در چارچوب مرجع S) می‌گذرد. پروتونی از جلو به عقب سفینه، تقریباً با تندی نور در طول سفینه شلیک می‌شود. (الف) آیا فاصله‌ی فضایی $\Delta x'$ بین نقطه‌ای که پروتون شلیک شده و نقطه‌ای که به دیوار عقب سفینه اصابت می‌کند کمیتی است مثبت یا منفی؟ (ب) آیا فاصله‌ی زمانی $\Delta t'$ بین این رویداد کمیتی است مثبت یا منفی؟



شکل ۳۷-۱۶ پرسش ۲ و مثله ۶۸

۳ مانند شکل ۳۷-۹ چارچوب مرجع S' با تندی v در جهت مشترک محورهای x و x' نسبت به چارچوب مرجع S حرکت می‌کند. ناظری که با چارچوب S' حرکت می‌کند با ساعت مچی خود زمان $25s$ را اندازه می‌گیرد. بازه‌ی زمانی متناظری که توسط ناظری واقع در چارچوب S اندازه‌گیری می‌شود Δt است. کدام یک از منحنی‌های شکل ۳۷-۱۵ بهترین نمودار Δt (محور قائم نمودار) بر حسب پارامتر تندی β است؟

۴ شکل ۳۷-۱۷ دو ساعت در چارچوب ساکن S (در این چارچوب همزمان شده‌اند) و یک ساعت در چارچوب متحرک S' را نشان می‌دهد. وقتی ساعت‌های C_1 و C'_1 از مقابل هم می‌گذرند، صفر را نشان می‌دهند. وقتی ساعت‌های C_2 و C'_2 از مقابل هم می‌گذرند، (الف) کدام ساعت عدد کوچکتری را نشان می‌دهد و (ب) کدام ساعت ویژه‌زمان را اندازه می‌گیرد؟

عبارت‌اند از (الف) $0.73c$ به طرف شما، (ب) $0.6c$ به طرف شما، (پ) $0.73c$ از طرف شما، و (ت) $0.6c$ از طرف شما. سفینه‌ها را به ترتیب بزرگی بسامدهایی که دریافت می‌کنند به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد.

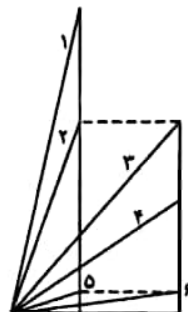
۱۱ شکل ۳۷-۲۱ یکی از چهار اختربمایی را که در حال مسابقه‌اند نشان می‌دهد. وقتی هر اختربما از خط شروع می‌گذرد، سفینه‌ای آن را ترک می‌کند و به سمت خط پایان می‌رود. شما که داور مسابقه‌اید نسبت به خط شروع و پایان ساکن هستید. تندیهای v_1 و v_2 اختربماها نسبت به شما و تندیهای v_3 و v_4 سفینه‌ها نسبت به اختربماهایشان به ترتیب عبارت‌اند از (۱) $0.70c$ ، $0.40c$ ؛ (۲) $0.40c$ ، $0.70c$ ؛ (۳) $0.20c$ ، $0.90c$ ؛ (۴) $0.50c$ ، $0.60c$ ؛ (الف) بدون محاسبه، سفینه‌ها را به ترتیب بزرگی تندیهایشان نسبت به شما مرتب کنید. (ب) باز هم بدون محاسبه، سفینه‌ها را به ترتیب بزرگی فاصله‌هایی که خلبان‌هایشان از خط شروع تا خط پایان اندازه می‌گیرند مرتب کنید. (پ) هر اختربما سیگنالی را با بسامد معین f_0 به سفینه‌ی خود می‌فرستد که در اختربما اندازه‌گیری می‌شود. باز هم بدون محاسبه، سفینه‌ها را به ترتیب بسامدهایی که آشکار می‌کنند به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



شکل ۳۷-۲۱ پرسش ۱۱

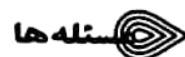
۸ انرژی سکون و انرژی کل سه ذره به ترتیب بر حسب مقدار پایه‌ی A بیان شده‌اند که عبارت‌اند از (۱) $4A$ ؛ (۲) $4A$ ؛ (۳) $3A$ ؛ (۴) $4A$. بدون محاسبه، ذره‌ها را به ترتیب (الف) جرم آن‌ها، (ب) انرژی جنبشی آن‌ها، (پ) عامل لورنتس آن‌ها و (ت) تندیهای به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.

۹ شکل ۳۷-۲۰ مثلث شکل ۳۷-۱۴ را برای شش ذره نشان می‌دهد؛ طول خط‌های ۲ و ۴ یکسان است. این ذره‌ها را به ترتیب بزرگی (الف) جرم، (ب) تکانه و (پ) عامل لورنتس، مرتب کنید. (ت) مشخص کنید که کدام دو ذره انرژی کل یکسانی دارند. (ث) سه ذره با کمترین جرم را به ترتیب انرژی جنبشی آن‌ها به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



شکل ۳۷-۲۰ پرسش ۹

۱۰ در حالی که در اختربما هستید با سیگنال‌هایی از چهار سفینه رویه رو می‌شوید که یا به طور مستقیم به سوی شما حرکت می‌کنند یا به طور مستقیم از شما دور می‌شوند. ویژه‌بسامد سیگنال‌ها مقدار یکسان f_0 است. تندیهای و جهت (هر دو نسبت به شما) سفینه‌ها



حل با راهنمایی مرحله به مرحله (آپت به صلاحیت مدرس) در WileyPLUS و WebAssign موجود است.

تعداد خط‌ها سطح دشواری مسئله را مشخص می‌کند.

حل ILW در WWW حل به روش تعاملی در

اطلاعات بیشتر در کتاب نایش جهان‌گیر فیزیک و در www.flyingcircusofphysics.com

بخش ۳۷-۱ همزمانی و اتباع زمان

۱۰ طول عمر متوسط مونون‌های ساکن برابر با 2.2×10^6 سال اندازه‌گیری شده است. طول عمر متوسط مونون‌های با تندیهای زیاد در ظهور ناگهانی پرتوهای کیهانی‌ای که از زمین مشاهده می‌شوند برابر با 1.6×10^6 سال اندازه‌گیری شده است. تا پنج رقم معنی‌دار، پارامتر تندیهای این مونون‌های پرتو کیهانی نسبت به زمین چقدر است؟

۲۰ اگر عامل لورنتس γ ، (الف) 1.0100000 ، (ب) 1.0000000 ، (پ) 1.0000000 و (ت) 1.0000000 باشد، با هشت رقم بامعنا پارامتر تندیهای چقدر است؟

۳۰۰ می‌خواهید در سفری رفت و برگشت، با تندیهای ثابت در امتداد

خط راستی به مدت دقیقاً ۶ ماه (که شما اندازه می‌گیرید) در سفینه‌ای از زمین سفر کنید و دوباره با همان تندیهای ثابت به زمین برگردید. می‌خواهید در برگشت، زمین را به گونه‌ای ببینید که دقیقاً ۱۰۰۰ سال در آینده باشد. (الف) با هشت رقم بامعنا، با چه پارامتر تندیهای باید حرکت کنید؟ (ب) آیا مهم است که در امتداد خط راست سفر کنید؟

۴۰۰ برگشت به آینده. فرض کنید پدری 20 ساله از دخترش بزرگتر باشد. او می‌خواهد به مدت 20 سال از زمین دور شود و سپس به مدت 20 سال دیگر به زمین برگردد (هر دو اندازه‌گیری

رمان سنجی می‌گذرد. (الف) طول سفینه که به وسیله‌ی ایستگاه اندازه‌گیری می‌شود چقدر است؟ (ب) چه باره‌ی زمانی بین عبور جلو و عقب سفینه در دستگاه ثبت می‌شود؟

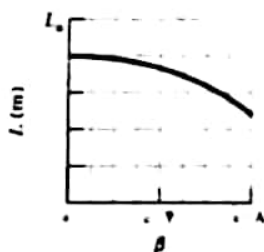
۱۰۰۰ یک خط‌کش در چارچوب S' با محور x' زاویه‌ی 30° می‌سازد. اگر این چارچوب موازی با محور x چارچوب S با تندی $0.90c$ نسبت به S حرکت کند، طول خط‌کش در چارچوب S' چقدر است؟

۱۱۰۰ میله‌ای که موازی با محور x در چارچوب مرجع S قرار دارد، در امتداد این محور با تندی $0.630c$ حرکت می‌کند. طول سکون آن 1.70m است. طول آن در چارچوب S' چقدر است؟

۱۲۰۰ طول سفینه‌ای دقیقاً نصف طول آن در حالت سکون است. (الف) با سه رقم بامعنی، پارامتر تندی β ی سفینه نسبت به چارچوب ناظر چقدر است؟ (ب) با چه ضربی ساعت‌های این سفینه نسبت به ساعت‌های چارچوب ناظر آهسته کار می‌کنند؟

۱۳۰۰ فضاییایی از زمین بلند می‌شود و با تندی $0.9900c$ به طرف ستاره وگا که در فاصله‌ی 26.00ly قرار دارد، حرکت می‌کند. (الف) وقتی فضاییا به وگا می‌رسد و (ب) وقتی ساطران زمینی پیامی از رسیدن فضاییا دریافت می‌کند، چه مدت زمان توسط ساعت‌های زمینی گذشته است؟ (ب) وقتی مسافر فضاییا به وگا می‌رسد، ناظران زمینی برای رمان حرکت مسافر (از دید چارچوب مرجع او) چه رمان بیشتری را نسبت به شروع سفر، محاسبه می‌کنند؟

۱۴۰۰ میله‌ای با تندی ثابت v در راستای محور x به‌طور موازی با آن حرکت می‌کند. ناظر چارچوب S طول میله را برابر L اندازه می‌گیرد. شکل ۲۳-۳۷ طول L را برحسب پارامتر تندی β در گستره‌ای از مقادیر β نشان می‌دهد. محور قائم با $L_0 = 1.00\text{m}$ مقیاس‌بندی شده است. اگر $v = 0.95c$ باشد، L چقدر است؟



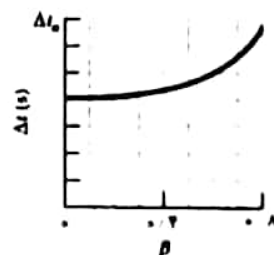
شکل ۲۳-۳۷ مسئله ۱۴

۱۵۰۰ مرکز کهکشان راه شیری تقریباً 23.000ly از ما فاصله دارد. (الف) با هشت رقم بامعنا، به چه پارامتر تندی‌ای نیاز دارید تا دقیقاً 23.000ly (از نظر چارچوب کهکشان) را در مدت دقیقاً 3.0y (از نظر چارچوب خودتان) طی کنید؟ (ب) با اندازه‌گیری در

نوسط او اتحام می‌شود) به‌طوری که پس از آن او 20.00y از دخترش جوان‌تر باشد برای این سفر، پارامتر تندی β ثابت (نسبت به زمین) باید چقدر باشد؟

۵۰۰۰ ذره‌ی پر انرژی ناپایداری وارد یک آشکارساز می‌شود و پیش از واپاشی تری به طول 1.05mm باقی می‌گذارد. تندی آن نسبت به آشکارساز $0.992c$ است. طول ویژه‌ی عمر آن چقدر است؟ یعنی، پیش از آنکه ذره نسبت به آشکارساز به حالت سکون برسد، چه زمانی را سبزی کرده است؟

۶۰۰۰ همان طور که شکل ۲۷-۹ نشان می‌دهد، چارچوب مرجع S' نسبت به چارچوب مرجع S با تندی v در امتداد جهت مشترک محورهای x و x' حرکت می‌کند. ناظری که با چارچوب S' حرکت می‌کند باره‌ی زمانی معین را با ساعت مجی خود ثبت می‌کند. باره‌ی زمانی Δt ی متناظر توسط ناظر واقع در چارچوب S اندازه‌گیری می‌شود. شکل ۲۲-۳۷، Δt را برحسب پارامتر تندی β برای گستره‌ای از مقدارهای β نشان می‌دهد. محور قائم با $\Delta t_0 = 12.0\text{s}$ مقیاس‌بندی شده است. اگر $v = 0.980c$ باشد باره‌ی Δt چقدر است؟



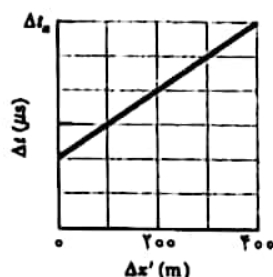
شکل ۲۲-۳۷ مسئله ۶

۷۰۰۰ داستان فیلم و کتاب سباردی میمون‌ها این است که فضانوردان به خواب رفته، به آینده‌ی دور زمین سفر می‌کنند، زمانی که به جای تمدن بشری، تمدن میمون‌ها وجود دارد. با در نظر گرفتن فقط نسبت خاص، تعیین کنید که اگر فضانوردان 12.0y در خواب باشند در حالی که نسبت به زمین با تندی $0.99990c$ ابتدا از زمین دور شوند و پس دوباره به زمین برگردند، چقدر در آینده‌ی زمین سفر خواهد کرد؟

بخش ۲۷-۲۸ نسبت طول

۸۰۰ الکترونی با $\beta = 0.999987$ در امتداد محور یک لامپ خلاء حرکت می‌کند که طول آن از نظر ناظر آزمایشگاه S ساکن است به لامپ 3.00m است. ناظر S' که در حالت سکون نسبت به الکترون است مشاهده می‌کند که این لامپ با تندی $v = \beta c$ حرکت می‌کند. ناظر S' چه طولی را برای لامپ اندازه می‌گیرد؟

۹۰۰ صفحه‌ای با طول سکون 13.0m با تندی $0.720c$ از یک ایستگاه



شکل ۳۷-۲۴ مسئله ۲۰

۲۱۰۰ معکوس نسبیتی رویدادها. شکل های ۳۷-۲۵ الف و ب وضعیت (معمولی) را نشان می دهد که در آن چارچوب مرجع پریم دار در جهت مشترک مثبت محورهای x و x' با سرعتی نسبی به بزرگی ثابت v از مقابل چارچوب مرجع بدون پریم می گذرد. ما در چارچوب بدون پریم ساکن هستیم؛ دانشجوی باهوشی در نسبت به رغم طبیعت پر جنب و جوشش، در چارچوب پریم دار در حال سکون است. این شکل همچنین رویدادهای A و B را نشان می دهد که وقتی در چارچوب بدون پریم ما و در چارچوب پریم دار این دانشجو اندازه گیری می شوند، رخ می دهند:

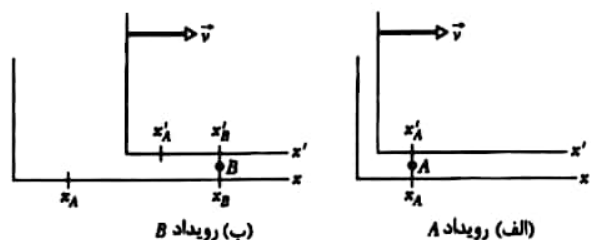
رویداد	بدون پریم	پریم دار
A	(x_A, t_A)	(x'_A, t'_A)
B	(x_B, t_B)	(x'_B, t'_B)

در چارچوب ما، رویداد A با فاصله‌ی زمانی $\Delta t = t_B - t_A = 1 \mu s$ و فاصله‌ی فضایی $\Delta x = x_B - x_A = 400 m$ پیش از رویداد B رخ می دهد. فرض کنید $\Delta t'$ فاصله‌ی زمانی رویدادها از دید دانشجو باشد. (الف) عبارتی را برای $\Delta t'$ بر حسب پارامتر تندی $\beta (= v/c)$ و داده‌های معلوم پیدا کنید. $\Delta t'$ را بر حسب β برای دو گستره‌ی β زیر رسم کنید:

(ب) 0 تا 0.01 (از 0 تا $0.01c$ ، v کم است)

(پ) 0.1 تا 1 (از $0.01c$ تا حد c ، v زیاد است)

(ت) به ازای چه مقداری از β ، $\Delta t' = 0$ است؟ در چه گستره‌ای از β ، توالی رویدادهای A و B از دید دانشجو (ث) مانند دید ما رخ می دهد و (ج) برعکس دید ما ظاهر می شود؟ (پ) آیا رویداد A می تواند باعث رویداد B شود یا برعکس؟ توضیح دهید.



شکل ۳۷-۲۵ مسئله های ۲۱، ۲۲، ۶۰ و ۶۱

چارچوب خودتان و بر حسب سال نوری چه طولی از کیهکشان در طی سفر، از مقابل شما خواهد گذشت؟

بخش ۳۷-۳ تبدیل لورنتس

۱۶۰ ناظر S گزارش می دهد که رویدادی روی محور x در چارچوب مرجع خودش در $x = 3.0 \times 10^8 m$ در زمان $t = 2.50 s$ رخ داده است. ناظر S' و چارچوب او با تندی $0.400c$ در جهت مثبت محور x حرکت می کنند. به علاوه در $t = t' = 0$ ، $x = x' = 0$ است. (الف) مختصه‌ی فضایی و (ب) مختصه‌ی زمانی رویداد از دید S' چقدر است؟ حال اگر S' در جهت منفی محور x حرکت کند، (پ) مختصه‌ی فضایی و (ت) مختصه‌ی زمانی این رویداد از دید S' چقدر می شود؟

۱۷۰ www در شکل ۳۷-۹، $t = t' = 0$ ، مبدأهای دو چارچوب بر یکدیگر منطبق اند و با تندی نسبی $0.950c$ حرکت می کنند. از دید چارچوب S دو شهاب سنگ کوچک در مختصات $x = 100 km$ و $t = 200 \mu s$ با هم برخورد می کنند. (الف) مختصه‌ی فضایی و (ب) مختصه‌ی زمانی برخورد از دید ناظر چارچوب S' چقدر است؟

۱۸۰ چارچوب لخت S' با تندی $0.60c$ نسبت به چارچوب S حرکت می کند (شکل ۳۷-۹). در $t = t' = 0$ ، $x = x' = 0$ است. دو رویداد ثبت شده اند. در چارچوب S رویداد ۱ در $t = 0$ در مبدأ و رویداد ۲، در $t = 4.0 \mu s$ روی محور x و در $x = 3.0 km$ رخ داده اند. از دید ناظر S' ، زمان (الف) رویداد ۱ و (ب) رویداد ۲ چیست؟ آیا دوناظر این دو رویداد را با توالی یکسان می بینند یا با توالی معکوس؟

۱۹۰ آزمایشگری ترتیبی می دهد که دو لامپ فلاش به طور همزمان روشن شوند، تا درخت بزرگی در مبدأ دستگاه مرجع او و درخت کوچکی در $x = 3.0 km$ حاصل شود. ناظری که با تندی $0.250c$ در جهت مثبت x حرکت می کند نیز این دو درخت را می بیند. (الف) بازه‌ی زمانی بین آن‌ها از دید او چقدر است؟ (ب) از دید این ناظر، نخست کدام درخت رخ داده است؟

۲۰۰۰ مانند شکل ۳۷-۹، چارچوب مرجع S' با سرعت معینی از مقابل چارچوب مرجع S می گذرد. رویدادهای ۱ و ۲ از دید S' دارای فاصله‌ی زمانی معین $\Delta t'$ هستند. ولی فاصله‌ی فضایی $\Delta x'$ از دید این ناظر هنوز مشخص نیست. شکل ۳۷-۲۴ فاصله‌ی زمانی Δt آن‌ها را از دید ناظر S بر حسب تابعی از $\Delta x'$ در گستره‌ای از مقادیر $\Delta x'$ به دست می دهد. محور قائم با $\Delta t = 6.00 \mu s$ مقیاس بندی شده است. $\Delta t'$ چقدر است؟

بخش ۳۷-۴ نسبیّت سرعت‌ها

۲۷۰ ذره‌ای در راستای محور x' چارچوب S' با سرعت $0.40c$ حرکت می‌کند. چارچوب S' با سرعت $0.60c$ نسبت به چارچوب S در حرکت است. سرعت ذره نسبت به چارچوب S چقدر است؟

۲۸۰ در شکل ۳۷-۱۱، چارچوب S' نسبت به چارچوب S با سرعت $0.62c$ در حرکت است، در حالی که ذره‌ای موازی با محور مشترک x' و x در حرکت است. از دید ناظر واقع در چارچوب S' سرعت ذره $0.47c$ اندازه‌گیری می‌شود. برحسب c ، سرعت ذره از دید ناظر واقع در چارچوب S بنا بر تبدیل سرعت (الف) نسبیتی و (ب) کلاسیکی چقدر است؟ حال فرض کنید که S' سرعت ذره را در $0.47c$ - اندازه می‌گیرد. ناظر واقع در S چه سرعتی را بنا بر تبدیل سرعت (پ) نسبیتی و (ت) کلاسیکی اندازه می‌گیرد؟

۲۹۰ گزارش شده است که کهکشان A با تندی $0.35c$ از ما دور می‌شود. کهکشان B که دقیقاً در جهت مقابل قرار دارد نیز با همین تندی از ما دور می‌شود. تندی دور شدن ناظری واقع در کهکشان A وقتی (الف) در کهکشان ما محاسبه شود و (ب) در کهکشان B محاسبه شود، چه مضربی از c است؟

۳۰۰ دستگاه ستاره‌ای Q_1 با تندی $0.80c$ از ما دور می‌شود. دستگاه ستاره‌ای Q_2 که در همان امتداد در فضا، ولی نزدیک‌تر به ما قرار دارد، با تندی $0.40c$ از ما دور می‌شود. تندی Q_2 وقتی توسط ناظری در چارچوب مرجع Q_1 اندازه‌گیری شود چه مضربی از c است؟

۳۱۰۰ **WWW** **ILW** تندی سفینه‌ای که طول سکون آن $350m$ است نسبت به چارچوب مرجع معینی $0.82c$ است. شهاب‌سنگی که با همین تندی $0.82c$ در این چارچوب حرکت می‌کند، در جهت مخالف از سفینه می‌گذرد. از دید سفینه چقدر طول می‌شود تا این جسم از آن بگذرد؟

۳۲۰۰ در شکل ۳۷-۲۶، ذره‌ی p با سرعت معینی نسبت به چارچوب S موازی با محورهای x و x' چارچوب‌های مرجع S و S' حرکت می‌کند. چارچوب S' موازی با محور x چارچوب S با سرعت v حرکت می‌کند. شکل ۳۷-۲۶ ب سرعت u' ذره را نسبت به چارچوب S' در گستره‌ی مقادیر v به دست می‌دهد. محور قائم با $u'_0 = 0.80c$ مقیاس‌بندی شده است. اگر (الف) $v = 0.90c$ و (ب) $c \rightarrow v$ ، مقدار u' چقدر می‌شود؟

۲۲۰۰ هنگام عبور چارچوب‌های مرجع در شکل ۳۷-۲۵، رویدادهای A و B در مختصات فضا-زمان زیر رخ می‌دهند: در چارچوب بدون پریم، (x_A, t_A) و (x_B, t_B) ؛ در چارچوب پریم‌دار، (x'_A, t'_A) و (x'_B, t'_B) . در چارچوب بدون پریم، $\Delta x = x_B - x_A = 400m$ و $\Delta t = t_B - t_A = 100\mu s$ (الف) عبارتی برای $\Delta x'$ برحسب پارامتر تندی β و داده‌های معلوم پیدا کنید. $\Delta x'$ را برحسب β در دو گستره‌ی β : (ب) 0 تا 0.1 و (پ) 0.1 تا 1 ، رسم کنید. (ت) به ازای چه مقداری از β ، $\Delta x'$ کمینه است و (ث) مقدار این کمینه چقدر است؟

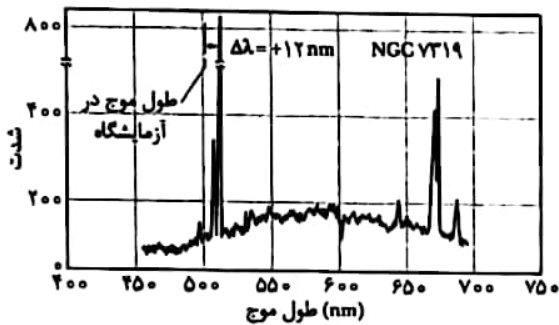
۲۳۰۰ **ILW** ساعتی در راستای محور x با تندی $0.60c$ حرکت می‌کند و وقتی از مبدأ می‌گذرد صفر را نشان می‌دهد. (الف) عامل لورنتس ساعت را محاسبه کنید. (ب) ساعت در موقع عبور از $x = 180m$ چه عددی را نشان می‌دهد؟

۲۴۰۰ شخصی در چارچوب مرجع S' در امتداد محورهای مشترک x و x' مانند شکل ۳۷-۹ از مقابل شما که در چارچوب مرجع S هستید عبور می‌کند. او حامل سه خطکش است: خطکش ۱ موازی با محور x' ، خطکش ۲ موازی با محور y' ، و خطکش ۳ موازی با محور z' . او با ساعت مچی خود $150s$ را اندازه می‌گیرد، که از دید شما $300s$ طول می‌کشد. دو رویداد در ضمن عبور او رخ می‌دهد. از دید شما رویداد ۱ در $x_1 = 330m$ و $t_1 = 220ns$ ، و رویداد ۲ در $x_2 = 530m$ و $t_2 = 620ns$ رخ داده‌اند. طبق اندازه‌گیری‌های شما، طول (الف) خطکش ۱، (ب) خطکش ۲ و (پ) خطکش ۳، چقدر است؟ از دید شخص، (ت) فاصله‌ی فضایی و (ث) فاصله‌ی زمانی بین رویدادهای ۱ و ۲ چقدر است؟ و (ج) نخست کدام رویداد رخ می‌دهد؟

۲۵۰۰ در شکل ۳۷-۹، ناظر S دو درخت را آشکار می‌کند. درخت بزرگ در $x_1 = 1200m$ و $t_1 = 500\mu s$ و پس از آن، یک درخت کوچک در $x_2 = 480m$ رخ می‌دهد. از دید ناظر S' ، این دو درخت در یک تک‌مختصه‌ی x' رخ داده‌اند. (الف) پارامتر تندی S' چقدر است؟ و (ب) آیا S' در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند یا در جهت منفی x ؟ از نظر S' ، (پ) نخست کدام درخت رخ می‌دهد؟ و (ت) بازه‌ی زمانی بین این درخت‌ها چقدر است؟

۲۶۰۰ در شکل ۳۷-۹، ناظر S دو درخت نوری را آشکار می‌کند. درخت بزرگ در $x_1 = 1200m$ و اندکی بعد، یک درخت کوچک در $x_2 = 480m$ رخ می‌دهد. بازه‌ی زمانی این درخت‌ها $t_2 - t_1 = \Delta t$ است. کوچکترین مقدار Δt که به ازای آن ناظر S' تعیین می‌کند که دو درخت در مختصه‌ی یکسان x' رخ داده‌اند چقدر است؟

طول موج این گسیل $\lambda = 513 \text{ nm}$ است ولی نور حاصل از NGC ۷۳۱۹ به دلیل اثر دوپلر به 525 nm جابه‌جا شده است (همه‌ی گسیل‌ها از NGC ۷۳۱۹ جابه‌جا شده‌اند). (الف) تندی شعاعی NGC ۷۳۱۹ نسبت به زمین چقدر است؟ (ب) آیا این حرکت نسبی به سمت سیاره ما است، و یا از آن دور می‌شود؟



شکل ۳۷-۲۸ ستاره‌ی ۳۸

۳۹۰۰ سفینه‌ای با تندی $0.7c$ از زمین دور می‌شود. چشمه‌ای واقع در عقب سفینه با طول موج 450 nm نوری گسیل می‌کند که از دید شخصی واقع در سفینه اندازه‌گیری می‌شود. (الف) طول موج و (ب) رنگ (آبی، سبز، زرد، یا قرمز) آشکار شده توسط شخصی واقع روی زمین که سفینه را نگاه می‌کند چقدر است؟

بخش ۳۷-۶ تکانه و انرژی

۴۰۰ چقدر کار باید برای افزایش تندی الکترونی از حالت سکون به (الف) $0.500c$ و (ب) $0.990c$ و (پ) $0.9990c$ انجام شود؟

۴۱۰۰ www جرم الکترون $9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$ است. تا شش رقم بامعنا، (الف) γ و (ب) β را برای الکترونی با انرژی جنبشی $K = 100,000 \text{ MeV}$ پیدا کنید.

۴۲۰ کمینگی انرژی لازم برای شکستن هسته‌ی ^{12}C (به جرم 11.99671 u) به سه هسته‌ی ^4He (هر کدام به جرم 4.0015 u) چقدر است؟

۴۳۰ چقدر کار باید برای افزایش تندی یک الکترون (الف) از $0.18c$ به $0.19c$ و (ب) از $0.98c$ به $0.99c$ انجام شود؟ توجه کنید که در هر دو مورد، افزایش تندی $0.01c$ است.

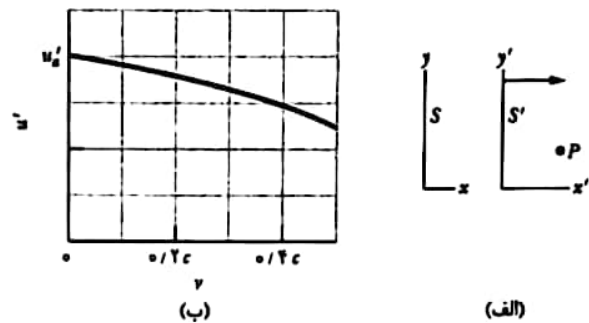
۴۴۰ در واکنش $p + {}^1\text{F} \rightarrow \alpha + {}^1\text{O}$ ، جرم‌ها عبارت‌اند از

$$m(p) = 1.007825 \text{ u} \quad m(\alpha) = 4.002603 \text{ u}$$

$$m(\text{F}) = 18.998405 \text{ u} \quad m(\text{O}) = 15.994915 \text{ u}$$

Qی واکنش را از این داده‌ها محاسبه کنید.

۴۵۰۰ در یک برخورد پرنرزی بین یک ذره‌ی پرتوی کیهانی و ذره‌ای در نزدیکی بالای جو زمین، یعنی 120 km بالاتر از سطح



شکل ۳۷-۲۹ ستاره‌ی ۳۲

۳۳۰۰ ناوگانی جنگی از سفینه‌های فضایی به طول 100 y (در چارچوب سکون خود) با تندی $0.800c$ نسبت به پایگاه زمینی S حرکت می‌کند. پیامی با تندی $0.950c$ نسبت به S از عقب ناوگان به سمت جلوی آن ارسال می‌شود. وقتی اندازه‌گیری (الف) در چارچوب سکون ناوگان و (ب) توسط ناظر در چارچوب S انجام شود، این ارسال چقدر طول می‌کشد؟

بخش ۳۷-۵ اثر دوپلر برای نور

۳۴۰ یک چشمه‌ی نور سدیم در دایره‌ای افقی با تندی ثابت $0.100c$ در حرکت است، در حالی که نوری در ویژه‌طول موج $\lambda = 589.0 \text{ nm}$ را گسیل می‌کند. طول موج λ توسط آشکارسازی متصل به مرکز دایره برای آن نور اندازه‌گیری می‌شود. جابه‌جایی طول موج $\lambda - \lambda_0$ چقدر است؟

۳۵۰۰ سفینه‌ای که با تندی $0.900c$ از زمین دور می‌شود، با گسیل در بسامد 100 MHz (اندازه‌گیری شده در چارچوب سفینه) گزارش می‌دهد. گیرنده‌های زمینی در چه بسامدی باید تنظیم شوند تا گزارش را دریافت کنند؟

۳۶۰ طول موج‌های معینی که در نور حاصل از یک کهکشان در صورت فلکی سنبله^۱ مشاهده می‌شوند 0.4% بلندتر از طول موج نور متناظر از چشمه‌های زمینی است. (الف) تندی شعاعی این کهکشان نسبت به زمین چقدر است؟ (ب) آیا این کهکشان به زمین نزدیک می‌شود یا از آن دور می‌گردد؟

۳۷۰ با فرض این که معادله‌ی ۳۶-۳۷ برقرار باشد، با چه سرعتی باید از نور قرمز بگذرید تا آن سبز به نظر برسد. طول موج نور قرمز را 620 nm و طول موج موج نور سبز را 540 nm در نظر بگیرید.

۳۸۰ شکل ۳۷-۲۷ نمودار شدت بر حسب طول موج را برای نوری که از کهکشان NGC ۷۳۱۹ به زمین می‌رسد، نشان می‌دهد که تقریباً در فاصله‌ی 3×10^8 سال نوری قرار دارد. یک نور خیلی شدید توسط اکسیژن در NGC ۷۳۱۹ گسیل می‌شود. در آزمایشگاه،

^۱ Constellation Virgo

دریا، یک پیوند تولید می‌شود. انرژی کل E ی پیون $1.25 \times 10^5 \text{ MeV}$ است و به‌طور قائم رو به بالا می‌رود. پیون در چارچوب سکون خود، 25 ns پس از تولید واپاشیده می‌شود. در چه ارتفاعی بالای سطح دریا، وقتی از چارچوب مرجع زمین اندازه‌گیری شود، واپاشی رخ می‌دهد؟ انرژی سکون پیون 139.6 MeV است؟

۴۶۰۰ الف) نشان دهید

$$m = \frac{(pc)^2 - K^2}{2Kc^2}$$

که در آن m جرم ذره، p بزرگی تکانه و K انرژی جنبشی آن است. (ب) برای تندی‌های کم، نشان دهید که طرف راست این معادله به m تبدیل می‌شود. (پ) اگر وقتی $p = 121 \text{ MeV/c}$ است $K = 55.0 \text{ MeV}$ باشد، نسبت m/m_e ، نسبت جرم آن به جرم الکترون چقدر است؟

۴۷۰۰ جرم یک قرص آسپرین برابر با 320 mg است. انرژی معادل با این جرم تا چند کیلو متر انرژی لازم برای حرکت یک اتومبیل را تأمین می‌کند؟ فرض کنید مصرف 12.75 km/L و برای گازوئیل به کار رفته در اتومبیل گرمای احتراق $3.65 \times 10^7 \text{ J/L}$ است.

۴۸۰۰ جرم موئون 207 برابر جرم الکترون است؛ طول عمر متوسط موئون در حالت سکون $2.20 \mu\text{s}$ است. در آزمایش معینی، طول عمر متوسط موئون‌های متحرک وقتی در آزمایشگاه اندازه‌گیری شود برابر با $6.90 \mu\text{s}$ است. در مورد موئون‌های متحرک، الف) β ، (ب) K و (پ) p (بر حسب MeV/c)، چقدر است؟

۴۹۰۰ وقتی شما این صفحه را (روی کاغذ یا روی صفحه نمایشگر) می‌خوانید، یک پروتون پرتوی کیهانی از چپ به راست از پهنای صفحه با تندی نسبی v و انرژی کل 14.24 nJ عبور می‌کند. بنا بر اندازه‌گیری‌های شما، پهنای صفحه از چپ به راست 21.0 m است. الف) این پهنای دید چارچوب مرجع پروتون چقدر است؟ این عبور در (ب) چارچوب شما و (پ) چارچوب پروتون چه مدت زمان طول می‌کشد؟

۵۰۰۰ با چهار رقم معنادار، موارد زیر را وقتی انرژی جنبشی 1.00 MeV باشد پیدا کنید: الف) γ و (ب) β برای یک الکترون ($E_0 = 0.510998 \text{ MeV}$)، (ب) γ و (پ) β برای یک پروتون ($E_0 = 938.272 \text{ MeV}$)، و (ت) γ و (ج) β برای یک ذره α ($E_0 = 3727.40 \text{ MeV}$).

۵۱۰۰ تکانه‌ی یک ذره به جرم m باید چقدر باشد تا انرژی کل ذره $3/4$ برابر انرژی حالت سکون آن گردد؟

۵۲۰۰ قضیه‌ی دوجمله‌ای (پوست ث) را در بخش آخر معادله‌ی ۳۷-۵۲ برای انرژی جنبشی یک ذره به کار ببرید. الف) با حفظ دوجمله‌ی اول بسط نشان دهید که انرژی جنبشی به شکل زیر است (جمله‌ی دوم) + (جمله‌ی اول) $K =$

جمله‌ی اول عبارت کلاسیکی برای انرژی جنبشی است. جمله‌ی دوم تصحیح مرتبه‌ی اول عبارت کلاسیکی است. فرض کنید که ذره یک الکترون است. اگر تندی v آن $c/20$ باشد، مقدار (ب) عبارت کلاسیکی و (پ) تصحیح مرتبه‌ی اول چقدر است؟ اگر تندی الکترون $0.80c$ باشد، مقدار (ت) عبارت کلاسیکی و (ث) تصحیح مرتبه‌ی اول چقدر است؟ (ج) در چه پارامتر تندی β تصحیح مرتبه‌ی اول 10% بزرگتر از عبارت کلاسیکی می‌شود؟

۵۳۰۰ در بخش ۲۸-۴ [جلد دوم] نشان دادیم که وقتی سرعت v ی ذره‌ای با بار q و جرم m عمود بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ باشد، ذره در مسیری دایره‌ای به شعاع $r = mv/|q|B$ حرکت خواهد کرد. همچنین دیدیم که دوره‌ی تناوب T ی حرکت مستقل از تندی v است. این دو نتیجه در صورتی که $v \ll c$ باشد تقریباً صحیح هستند. در مورد تندی‌های نسبیتی باید از معادله‌ی صحیح برای شعاع استفاده کنیم:

$$r = \frac{p}{|q|B} = \frac{\gamma mv}{|q|B}$$

الف) با استفاده از این معادله و دوره‌ی تناوب $(T = 2\pi r/v)$ ، عبارت صحیحی برای دوره‌ی تناوب پیدا کنید. (ب) آیا T از v مستقل است؟ اگر الکترون 1.00 MeV روی مسیری دایره‌ای در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی 2.20 T حرکت کند، (پ) شعاع بر طبق فصل ۲۸، (ت) شعاع صحیح، (ث) دوره‌ی تناوب بر طبق فصل ۲۸ و (ج) دوره‌ی تناوب صحیح، چقدر است؟

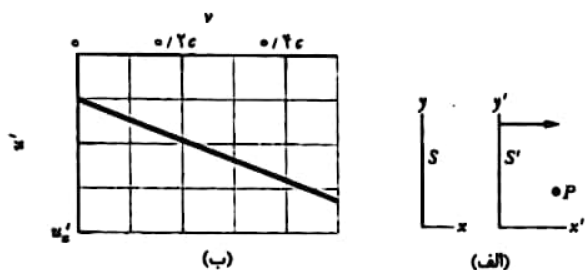
۵۴۰۰ برای ذره‌ای با $E = 2.00 E_0$ (الف) $K = 2.00 E_0$ و (ب) $E = 2.00 E_0$ ، β چقدر است؟

۵۵۰۰ بزرگی تکانه‌ی ذره‌ی معینی به جرم m برابر با mc است. الف) β ، (ب) γ و (پ) نسبت K/E_0 ، چقدر است؟

۵۶۰۰ الف) انرژی آزاد شده در انفجار 1.00 mol از TNT برابر با 3.40 MJ است. جرم مولی TNT برابر با 227 kg/mol است. چه وزنی از TNT برای انفجاری لازم است که $1.80 \times 10^{14} \text{ J}$ انرژی آزاد می‌کند؟ (ب) آیا این وزن را می‌توان با پاکت حمل کرد یا کامیون یا قطار لازم است؟ (پ) فرض کنید که در یک انفجار بمب شکافتی، 0.80% جرم قابل شکافت به انرژی آزاد شده تبدیل می‌گردد. چه وزنی از ماده‌ی قابل شکافت برای انفجاری لازم است که $1.80 \times 10^{14} \text{ J}$ انرژی آزاد می‌کند؟ (ت) آیا این وزن را می‌توان با پاکت حمل کرد، یا کامیون یا قطار لازم است؟

کنید. نمودار $\Delta x'$ را برحسب β در دو گستره β : (ب) ۰ تا ۰٫۰۱ و (پ) ۰٫۱ تا ۱، رسم کنید. به ازای چه مقداری از β ، $\Delta x' = 0$ است؟

۶۲ در شکل ۲۸-۳۷ الف، ذره p موازی با محورهای x و x' در چارچوب‌های مرجع S و S' با سرعت معینی نسبت به چارچوب S حرکت می‌کند. چارچوب S' با سرعت v موازی با محور x چارچوب S حرکت می‌کند. شکل ۲۸-۳۷ ب سرعت u' ذره را نسبت به چارچوب S' برای گستره‌ای از مقادیر v نشان می‌دهد. محور قائم با $u'_0 = -0.800c$ مقیاس‌بندی شده است. اگر (الف) $v = 0.80c$ و (ب) $v \rightarrow c$ باشد، u' چقدر خواهد بود؟



شکل ۲۸-۳۷ مسئله ۶۲

۶۳ جت‌های آبردرخنده. شکل ۲۹-۳۷ الف میری را نشان می‌دهد که توسط یک گره در جت گاز یونیده‌ای طی می‌شود که از کهکشانی بیرون زده است. گره با سرعت ثابت v تحت زاویه θ نسبت به جهت زمین حرکت می‌کند. گره هر از گاهی فورانی نوری گیل می‌کند، که سرانجام روی زمین آشکار می‌شود. دو نور شدید در شکل ۲۹-۳۷ الف نشان داده شده‌اند، که وقتی در چارچوب سکون اطراف این فوران‌های نور اندازه‌گیری شود، فاصله‌ی زمانی بین آن‌ها t است. این دو فوران نور در شکل ۲۹-۳۷ ب نشان داده شده است، طوری که گویی آن‌ها روی یک فیلم عکس‌برداری شده باشند، ابتدا وقتی نور از موقعیت ۱ و سپس وقتی که نور از موقعیت ۲ به زمین می‌رسد. فاصله‌ی ظاهری D_{app} که توسط گره‌ی بین این دو فوران نور طی شده، مسافت میر گره در امتداد دید ناظر زمینی است. زمان ظاهری T_{app} بین این نور، اختلاف در زمان رسیدن نور از آن‌ها است. بنابراین تندی ظاهری گره عبارت است از $V_{app} = D_{app}/T_{app}$. برحسب v ، θ ، و D_{app} (الف) و (ب) T_{app} چقدر است؟ (پ) به ازای $v = 0.980c$ و $\theta = 30^\circ$ ، V_{app} را محاسبه کنید. وقتی جت‌های آبردرخنده (سریع‌تر از نور) برای نخستین بار مشاهده شدند، آن‌ها را چیزی در مقابل نیست خاص پنداشتند - دست‌کم تا زمانی که هندسه‌ی صحیح آن‌ها (شکل ۲۹-۳۷ الف) درک نشده بود.

۵۷۰۰ تصور این است که اختروش‌ها هسته‌های فعال کهکشان‌ها در مراحل اولیه‌ی تشکیل خود هستند. یک اختروش نوعی با آهنگ $10^{41} W$ تابش می‌کند. با چه آهنگی جرم این اختروش باید کاهش یابد تا این انرژی را تأمین کند؟ پاسخ خود را برحسب یکاهای جرم خورشیدی بر سال بیان کنید، که یک یکای جرم خورشیدی $(1 \text{ smn} = 2 \times 10^{30} \text{ kg})$ جرم خورشید ما است.

۵۸۰۰ جرم الکترون $9.10938188 \times 10^{-31} \text{ kg}$ است. تا هشت رقم بامعنا، موارد زیر را برای انرژی جنبشی الکترون داده شده پیدا کنید: (الف) γ و (ب) β برای $K = 1.000000 \text{ MeV}$ ، (پ) γ و (ت) β برای $K = 1.000000 \text{ MeV}$ و (ث) γ و (ج) β برای $K = 1.000000 \text{ GeV}$.

۵۹۰۰۰ یک ذره‌ی آلفا با انرژی جنبشی 7.70 MeV با یک هسته‌ی ^{14}N ساکن برخورد می‌کند، و این دو به هسته‌ی ^{17}O و یک پروتون تبدیل می‌شوند. پروتون در زاویه‌ی 90° نسبت به جهت ذره‌ی آلفای فرودی گسیل می‌شود و انرژی جنبشی آن 4.44 MeV است. جرم ذره‌های مختلف عبارت‌اند از: ذره‌ی α ، 4.00260 u ، ^{14}N ، 14.00307 u ، پروتون، 1.007825 u ، و ^{17}O ، 16.99914 u . برحسب مگا الکترون ولت، (الف) انرژی جنبشی هسته‌ی اکسیژن و (ب) Q ی واکنش چقدر است؟ (راهنمایی: تندی ذره‌ها خیلی کمتر از c است.)

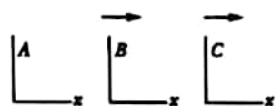
مسئله‌های تکمیلی

۶۰ فاصله‌ی زمانی بین دو رویداد. رویدادهای A و B با مختصات فضازمان زیر در چارچوب‌های مرجع شکل ۲۵-۳۷ رخ می‌دهند: در چارچوب بدون پریم، (x_A, t_A) و (x_B, t_B) و در چارچوب پریم‌دار (x'_A, t'_A) و (x'_B, t'_B) . در چارچوب بدون پریم، $\Delta x = x_B - x_A = 240 \text{ m}$ و $\Delta t = t_B - t_A = 1.00 \mu\text{s}$ (الف) عبارتی برای $\Delta t'$ برحسب پارامتر تندی β و داده‌های معلوم پیدا کنید. نمودار $\Delta t'$ را برحسب β در دو گستره β : (ب) ۰ تا ۰٫۰۱ و (پ) ۰٫۱ تا ۱، رسم کنید. به ازای چه مقداری از β ، $\Delta t'$ کمینه است و (ث) این مقدار کمینه چقدر است؟ (ج) آیا یکی از این رویدادها می‌تواند علت رویداد دیگر باشد؟ توضیح دهید.

۶۱ فاصله‌ی فضایی بین دو رویداد. در عبور چارچوب‌های مرجع شکل ۲۵-۳۷ رویدادهای A و B با مختصات فضازمان زیر رخ می‌دهند: در چارچوب بدون پریم (x_A, t_A) و (x_B, t_B) و در چارچوب پریم‌دار (x'_A, t'_A) و (x'_B, t'_B) . در چارچوب بدون پریم، $\Delta x = x_B - x_A = 240 \text{ m}$ و $\Delta t = t_B - t_A = 1.00 \mu\text{s}$ (الف) عبارتی برای $\Delta x'$ برحسب پارامتر تندی β و داده‌های معلوم پیدا

نسبت $(1 - \beta_{AB}) / (1 + \beta_{AB})$ را با M_{AB} و نسبت‌های مشابه را با M_{BC} و M_{AC} نشان می‌دهیم. (ب) نشان دهید که رابطه‌ی زیر صحیح است و از معادله‌ی قسمت (الف) به دست می‌آید

$$M_{AC} = M_{AB} M_{BC}$$



شکل ۳۱-۳۷ مسئله‌های ۶۵، ۶۶ و ۶۷

۶۶ ادامه‌ی مسئله‌ی ۶۵ از نتیجه‌ی قسمت (ب) مسئله‌ی ۶۵ برای حرکت در راستای یک محور منفرد در موقعیت زیر استفاده کنید. چارچوب A در شکل ۳۱-۳۷ به ذره‌ای متصل است که با سرعت $+0.500c$ از چارچوب B عبور می‌کند که این چارچوب با سرعت $+0.500c$ از چارچوب C عبور می‌کند. (الف) M_{AC} ، (ب) β_{AC} و (پ) سرعت ذره نسبت به چارچوب C ، چقدر است؟

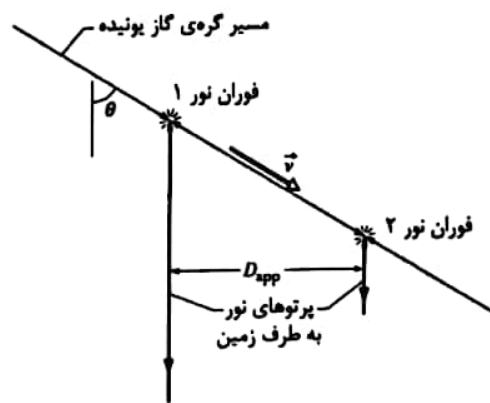
۶۷ ادامه‌ی مسئله‌ی ۶۵ فرض کنید چارچوب مرجع C در شکل ۳۱-۳۷ از چارچوب مرجع D (نشان داده نشده) عبور می‌کند. (الف) نشان دهید

$$M_{AD} = M_{AB} M_{BC} M_{CD}$$

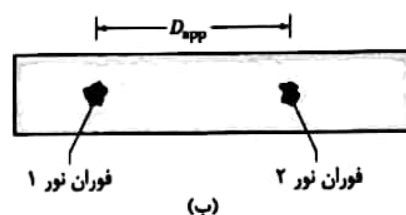
(ب) اکنون این نتیجه‌ی کلی را در نظر بگیرید: سه ذره، موازی با یک محور که در آن ناظر ساکن است حرکت می‌کنند. علامت‌های مثبت و منفی جهت‌های حرکت را در امتداد آن محور نشان می‌دهند. ذره‌ی A با $\beta_{AB} = +0.20$ از ذره‌ی B عبور می‌کند. ذره‌ی B با $\beta_{BC} = -0.40$ از ذره‌ی C می‌گذرد. ذره‌ی C با $\beta_{CD} = +0.60$ از ناظر D عبور می‌کند. سرعت ذره‌ی A نسبت به ناظر D چقدر است؟ (روش حل در اینجا خیلی سریع‌تر از استفاده از معادله‌ی ۳۷-۲۹ است.)

۶۸ شکل ۱۶-۳۷ سفینه‌ای (متصل به چارچوب مرجع S') را نشان می‌دهد که با سرعت $\vec{v} = 0.950c \hat{i}$ از ما (ایستاده در چارچوب S) رد می‌شود. پروتونی با تندی $0.980c$ نسبت به سفینه از جلو به عقب آن شلیک می‌شود. ویژه‌طول سفینه 760m است. فاصله‌ی زمانی بین زمان شلیک پروتون و زمان اصابت آن به دیوار عقب سفینه، از دید (الف) مسافر داخل سفینه و (ب) ما، چقدر است؟ حال فرض کنید که پروتون از عقب به جلوی سفینه شلیک شود. در این صورت فاصله‌ی زمانی بین زمان شلیک و زمان اصابت به دیوار جلو از دید (ب) مسافر و (ت) ما، چقدر است؟

۶۹ مسئله‌ی اتومبیل در توقفگاه. راننده‌ای درازترین ماشین لیموزین را که ویژه‌طول آن $L_c = 30.5\text{m}$ است خریداری می‌کند. در شکل ۳۲-۳۷ الف، نشان داده شده است که ماشین در گاراژی با ویژه‌طول $L_g = 6.00\text{m}$ پارک شده است. گاراژ دارای یک درب جلو (که باز



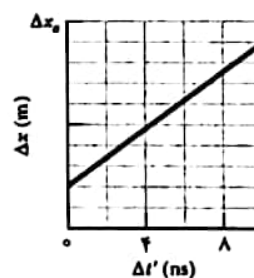
(الف)



(ب)

شکل ۳۷-۲۹ مسئله‌ی ۶۳

۶۴ مانند شکل ۳۷-۲۹، چارچوب مرجع S' با سرعت معینی از چارچوب مرجع S می‌گذرد. از دید ناظر S' فاصله‌ی فضایی رویدادهای ۱ و ۲ برابر $\Delta x'$ است. ولی فاصله‌ی زمانی آن‌ها برای این ناظر هنوز معلوم نیست. شکل ۳۷-۳۰ فاصله‌ی فضایی Δx آن‌ها را برای ناظر S برحسب تابعی از $\Delta t'$ در گستره‌ای از مقادیر $\Delta t'$ به دست می‌دهد. محور قائم با $\Delta x_0 = 10.0\text{m}$ مقیاس‌بندی شده است. $\Delta t'$ چقدر است؟



شکل ۳۷-۳۰ مسئله‌ی ۶۴

۶۵ روش دیگر تبدیل‌های سرعت. در شکل ۳۷-۳۱، چارچوب‌های مرجع B و C در جهت مشترک محورهای x آن‌ها از چارچوب مرجع A عبور می‌کنند. مؤلفه‌های x سرعت‌های یک چارچوب نسبت به چارچوب دیگر را با دو شاخص پایین نشان دهید. برای مثال v_{AB} مؤلفه‌ی x سرعت A نسبت به B را نشان می‌دهد. همچنین پارامترهای تندی متناظر را با دو شاخص پایین نشان دهید. برای مثال $\beta_{AB} (= v_{AB}/c)$ پارامتر تندی متناظر با v_{AB} است. (الف) نشان دهید که

$$\beta_{AC} = \frac{\beta_{AB} + \beta_{BC}}{1 + \beta_{AB}\beta_{BC}}$$

۷۰ هواپیمایی با طول سکون ۴۰۰m با تندی ۶۳۰m/s حرکت می‌کند. نسبت به یک ناظر روی زمین (الف) چه کسری از طول هواپیما کوتاه می‌شود؟ (ب) چقدر طول می‌کشد ساعت هواپیما ۱ms عقب بماند؟

۷۱ برای گردش در مدار پایین دور زمین، سفینه‌ای باید تندی تقریباً $۲۷۷ \times ۱۰^4 \text{ km/h}$ را داشته باشد. فرض کنید دو سفینه در چنین مداری از زمین در جهت‌های مخالف حرکت می‌کنند. (الف) بنا بر معادله‌ی تبدیل سرعت کلاسیکی گالیله، تندی نسبی آن‌ها وقتی از کنار هم عبور می‌کنند چقدر است؟ (ب) کسر خطای ایجاد شده در (الف) به دلیل عدم استفاده از معادله‌ی (صحیح) تبدیل نسبیتی چقدر است؟

۷۲ پارامتر تندی ذره‌ای را پیدا کنید که مسافت $۶ \times ۱0^9 \text{ m}$ را در زمانی طی می‌کند که $۲ \times ۱0^9 \text{ s}$ بیشتر از نور طول می‌کشد.

۷۳ چقدر کار لازم است تا پروتونی از تندی $۰.۹۸۵۰c$ به تندی $۰.۹۸۶۰c$ شتاب بگیرد؟

۷۴ وقتی یک ذره‌ی پرتوی کیهانی پراثری به جو زمین می‌رسد با یک هسته‌ی اتمی برخورد می‌کند و پیونی در نزدیکی بالای جو ایجاد می‌شود. پیون ایجاد شده با تندی $۰.۹۹c$ رو به پایین به طرف زمین حرکت می‌کند. در یک چارچوب مرجع که در آن پیون‌ها ساکن هستند، پیون‌ها با طول عمر متوسط ۲۶ns واپاشی می‌کنند. چنین پیونی وقتی در یک چارچوب ثابت نسبت زمین اندازه‌گیری شود، چقدر به‌طور متوسط در جو زمین حرکت می‌کند تا واپاشیده شود؟

۷۵ اگر با الکترونی با انرژی کل ۱۵۳۳MeV که از وگا در فاصله‌ی ۲۶ly از ما می‌آید برخورد کنیم، از دید چارچوب ساکن الکترون، مسافت چند سال نوری طول کشیده است؟

۷۶ انرژی کل پروتونی که از یک وسیله‌ی آزمایشگاهی عبور می‌کند ۱.۰۶۱۱J است. پارامتر تندی β چقدر است؟ از جرم پروتون داده شده در پیوست ب در ستون "بهترین مقدار" استفاده کنید که عموماً عدد گرد شده نیست.

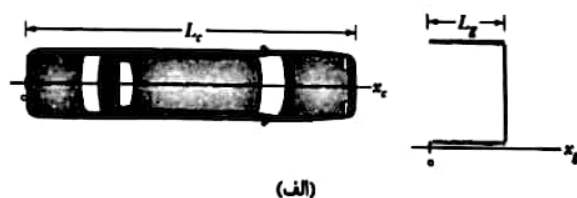
۷۷ یک سفینه‌ی فضایی در حال سکون در یک چارچوب مرجع معین S افزایش تندی $۰.۵۰c$ پیدا می‌کند. نسبت به چارچوب ساکن جدید، افزایش تندی بیشتر $۰.۵۰c$ را به دست می‌آورد. این فرایند ادامه می‌یابد تا این‌که تندی آن نسبت به چارچوب اولیه‌ی S به بیش از $۰.۹۹۹c$ می‌رسد. این فرایند به چند افزایش مرحله‌ای نیاز دارد؟

۷۸ در انتقال به سرخ تابش یک کهکشان دور، معلوم شده است که طول‌موج یک تابش خاص آن ۴۳۴nm است و وقتی در آزمایشگاه مشاهده شود، طول‌موج ۲۶۲nm دارد. (الف) تندی شعاعی

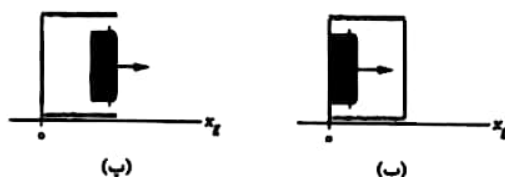
نشان داده شده) و یک درب عقب است (که بسته نشان داده شده). لیموزین به‌روشنی درازتر از گاراژ است. صاحب گاراژ که اطلاعاتی در مورد انقباض طول نسبیتی دارد، با راننده شرط می‌بندد که لیموزین را در حالی که هر دو درب بسته‌اند در گاراژ جا دهد. راننده که پیش از رسیدن به نسبیت خاص درس فیزیک دانشگاه خود را حذف کرده است، چنین چیزی را از اساس ناممکن می‌داند. برای تحلیل دیدگاه صاحب گاراژ، محور x را متصل به لیموزین با $x=0$ در سپر عقب، و محور x_g را متصل به گاراژ با $x_g=0$ در درب جلویی (که اکنون باز است) در نظر می‌گیریم. سپس راننده، لیموزین را با سرعت $۰.۹۹۸۰c$ به‌طور مستقیم به سمت درب جلویی می‌راند (که البته هر دو از نظر فنی و مالی غیرممکن است). راننده در چارچوب مرجع x و صاحب گاراژ در چارچوب مرجع x_g ساکن هستند.

دو رویداد را باید در نظر گرفت. رویداد ۱: وقتی سپر عقب از درب جلویی می‌گذرد، درب جلو بسته می‌شود. فرض کنید زمان این رویداد برای راننده و صاحب گاراژ صفر است: $t_{g1} = t_{e1} = 0$. این رویداد در $x = x_g = 0$ رخ می‌دهد. شکل ۳۲-۲۷ رویداد ۱ را در چارچوب مرجع x_g نشان می‌دهد. رویداد ۲: وقتی سپر جلو به درب عقب می‌رسد آن درب باز می‌شود. شکل ۳۲-۲۷ رویداد ۲ را در چارچوب مرجع x_g نشان می‌دهد.

از دید صاحب گاراژ، (الف) طول لیموزین چقدر است و مختصات فضایی (ب) x_{g2} و (پ) t_{g2} رویداد ۲ چیست؟ (ت) برای چه مدتی لیموزین موقتاً در گاراژ با درب‌های بسته "به دام" می‌افتد؟ اکنون وضعیت را در چارچوب مرجع x بررسی می‌کنیم که گاراژ با سرعت $-۰.۹۹۸۰c$ از مقابل لیموزین می‌گذرد. از نظر راننده (ث) طول گاراژ در حال عبور چقدر است، مختصات فضازمان (ج) x_{e2} و (چ) t_{e2} رویداد ۲ چیست، آیا لیموزین هرگز در گاراژ با درب‌های بسته قرار دارد، و (خ) نخست کدام رویداد رخ می‌دهد؟ (د) از دید راننده رویدادهای ۱ و ۲ را رسم کنید. (ذ) آیا این رویدادها به‌طور علی به هم مربوط‌اند، یعنی یکی علت دیگری است؟ (ر) سرانجام چه کسی شرط را می‌برد؟



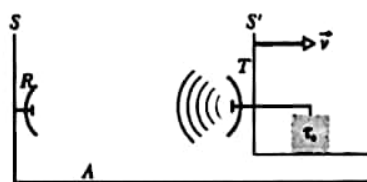
(الف)



(ب)

(ب)

شکل ۳۲-۲۷ مسئله ۶۹



شکل ۳۳-۳۴ مسئله ۸۴

۸۵ یک ذره ی پرتو کیهانی در امتداد محور شمال - جنوب زمین با تندی $0.80c$ به قطب شمال جغرافیایی و ذره ی دیگری با تندی $0.60c$ به قطب جنوب جغرافیایی نزدیک می شوند (شکل ۳۳-۳۴). تندی نسبی نزدیک شدن یک ذره نسبت به ذره ی دیگر چقدر است؟



شکل ۳۴-۳۵ مسئله ۸۵

۸۶ (الف) در انفجار یک بمب شکافتی که شامل 3.0 kg ماده ی قابل شکافت است چقدر انرژی آزاد می شود؟ فرض کنید 0.1% این جرم به انرژی آزاد شده تبدیل می شود. (ب) چه جرمی از TNT باید منفجر شود تا همین مقدار انرژی آزاد شود؟ فرض کنید که هر مول TNT در انفجار 3.4 MJ انرژی آزاد می کند. جرم مولی TNT برابر با 227 kg/mol است. (پ) برای همین جرم ماده ی منفجره، نسبت انرژی آزاد شده در یک انفجار هسته ای به انرژی آزاد شده در یک انفجار TNT چقدر است؟

۸۷ (الف) از نظر فیزیک کلاسیک چه اختلاف پتانسیلی یک الکترون را تا تندی c شتابدار می کند؟ (ب) با این اختلاف پتانسیل، الکترون واقعاً به چه تندی ای می رسد؟

۸۸ یک قایق موتوری که مستقیماً به طرف یک کشتی دیدبانی حرکت می کند تله ای را به طرف کشتی دیدبانی می اندازد. نسبت به کشتی، تندی تله $0.98c$ و تندی قایق $0.90c$ است. تندی تله نسبت به قایق چقدر است؟

۸۹ در شکل ۳۵-۳۷، سه سفینه در تعقیب هم هستند. نسبت به یک محور x در چارچوبی لخت (مثلاً، چارچوب زمین)، سرعت های آنها عبارتند از $v_A = 0.90c$ ، v_B ، $v_C = 0.80c$. (الف) مقدار

کهکشان نسبت به زمین چقدر است؟ (ب) آیا این کهکشان به زمین نزدیک می شود یا دور می گردد؟

۷۹ تکانه ی الکترونی با انرژی جنبشی 2.0 MeV ، برحسب MeV/c چقدر است؟

۸۰ شعاع زمین 6370 km و تندی مداری آن دور خورشید 30 km/s است. فرض کنید زمین با این تندی از ناظر ی عبور می کند. از دید این ناظر، قطر زمین در جهت حرکت چقدر منقبض می شود؟

۸۱ تندی ذره ای به جرم m نسبت به چارچوب لخت S برابر با $c/2$ است. این ذره با ذره ی مشابهی که در حال سکون نسبت به چارچوب S است برخورد می کند. نسبت به چارچوب S ، تندی چارچوب S' که در آن تکانه ی کل این ذره ها صفر است، چقدر است؟ این چارچوب را چارچوب مرکز تکانه می نامند.

۸۲ یک ذره ی بنیادی تولید شده در یک تجربه ی آزمایشگاهی، پیش از آنکه واپاشی کند (به ذره ی دیگری تبدیل شود) با تندی نسبی $0.96c$ ، مسافت 230 mm را در آزمایشگاه طی می کند. (الف) ویژه طول عمر این ذره چقدر است؟ (ب) فاصله ی طی شده توسط ذره وقتی در چارچوب سکون آن اندازه گیری شود چقدر است؟

۸۳ (الف) K ، (ب) E و (پ) p (برحسب GeV/c) برای پروتونی که با تندی $0.99c$ حرکت می کند، چقدر است؟ (ت) K ، (ث) E و (ج) p (برحسب MeV/c) برای الکترونی که با تندی $0.99c$ حرکت می کند چقدر است؟

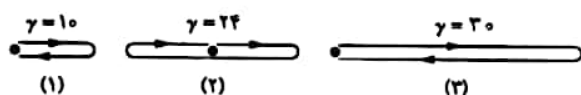
۸۴ فرستنده ی رادار T در چارچوب مرجع S' که با تندی v نسبت به چارچوب مرجع S به سمت راست حرکت می کند ثابت است (شکل ۳۳-۳۷). یک زمان سنج مکانیکی (در اصل، یک ساعت) در چارچوب S' ، که دارای دوره ی تناوب τ_0 (اندازه گیری شده در S') است باعث می شود که فرستنده ی T ، تپ های راداری زمان بندی را گسیل کند که با تندی نور حرکت می کنند و توسط گیرنده ی R که در چارچوب S ثابت است دریافت می شوند. (الف) دوره ی تناوب τ ی زمان سنج وقتی توسط ناظر A که در چارچوب S ثابت است اندازه گیری شود، چقدر است؟ (ب) نشان دهید که در گیرنده ی R بازه ی زمانی بین تپ هایی که از T می رسند نه τ است و نه τ_0 ، بلکه برابر است با

$$\tau_R = \tau_0 \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$$

(پ) توضیح دهید چرا گیرنده ی R و ناظر A که هر دو در چارچوب مرجع یکسانی قرار دارند، دوره های تناوب متفاوتی را برای فرستنده اندازه می گیرند. (راهنمایی: ساعت و تپ رادار یک چیز یکسان نیستند.)

ساکن است وقتی به ذره B (با انرژی سکون 100 MeV) و ذره C (با انرژی سکون 50 MeV) و می‌باشد. (الف) انرژی کل و (ب) تکانه B و (پ) انرژی کل و (ت) تکانه C چقدر است؟

۹۴ شکل ۳۷-۳۷ سه وضعیت را نشان می‌دهد که در آن یک سفینه با عبور از زمین (که با نقطه نشان داده شده) سفری رفت و برگشت، هر کدام با یک عامل لورنتس، انجام می‌دهد و دوباره به زمین برمی‌گردد. با اندازه‌گیری در چارچوب سکون زمین، مسافت سفرهای رفت و برگشت عبارتند از: سفر ۱، $2D$ ، سفر ۲، $4D$ ، سفر ۳، $6D$. با چشم‌پوشی از هر زمان لازم برای شتابگیری و برحسب D و C ، زمان‌های (الف) سفر ۱، (ب) سفر ۲، (پ) سفر ۳ را وقتی از چارچوب سکون زمین اندازه‌گیری شود، به دست آورید. (راهنمایی: پس زمان‌های (الف) سفر ۱، (ب) سفر ۲، (پ) سفر ۳ را وقتی از چارچوب سکون سفینه اندازه‌گیری شود، به دست آورید. (راهنمایی: برای یک عامل لورنتس بزرگ، تندی نسبی تقریباً برابر c است.)



شکل ۳۷-۳۷ مثله ۹۴

۹۵ اندازه‌گیری‌های یونیدگی نشان می‌دهد که ذره‌ای هتای خاص با جرمی سبک، باری دوتایی ($\gamma = 2$) را حمل می‌کند و در حال حرکت با تندی $0.71c$ است. شعاع اندازه‌گیری شده‌ی خمیدگی ذره در یک میدان مغناطیسی 1.00 T برابر 6.28 m است. جرم ذره را پیدا کنید و تعیین کنید آن چه ذره‌ای است. (راهنمایی: ذرات سبک هتای از نوترون‌ها (که بدون بار هستند) و پروتون‌ها (با بار $+e$) با تعدادی تقریباً برابر ساخته شده‌اند. جرم هر چنین ذره‌ای را $1.67 \times 10^{-27}\text{ kg}$ در نظر بگیرید (مثله ۵۳ را ببینید).

۹۶ الکترونی 2.50 MeV عمود بر یک میدان مغناطیسی در میری با شعاع خمیدگی 3.0 cm حرکت می‌کند. میدان مغناطیسی B چیست؟ (مثله ۵۳ را ببینید).

۹۷ یک سنکروترون پروتون، پروتون‌ها را تا انرژی جنبشی 500 GeV شتاب می‌دهد. در این انرژی، (الف) عامل لورنتس، (ب) پارامتر تندی، و (پ) میدان مغناطیسی‌ای که به‌ازای آن شعاع خمیدگی مدار 750 m است را محاسبه کنید.

۹۸ یک فضا‌نورد در حال ورزش بر روی یک تریدمیل، آهنگ 150 بر دقیقه را حفظ می‌کند. اگر او به مدت 1.00 h که با ساعتی در سفینه‌ی خود اندازه‌گیری شده است، با طول گام 1.00 m ورزش کند، درحالی‌که سفینه با تندی $0.90c$ نسبت به ایستگاه زمین حرکت می‌کند، (الف) آهنگ تپ و (ب) فاصله‌ی پیموده شده، وقتی توسط شخصی در ایستگاه زمین اندازه‌گیری می‌شود چقدر است؟

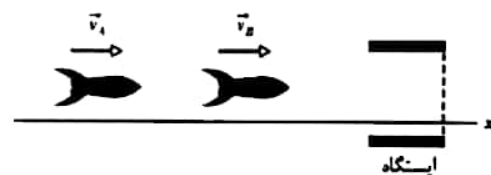
1_B باید چقدر باشد تا سفینه‌های A و C با تندی یکسانی نسبت به سفینه‌ی B ، به این سفینه نزدیک شوند، و (ب) مقدار این تندی نسبی چقدر است؟



شکل ۳۷-۳۷ مثله ۸۹

۹۰ سفینه‌های A و B موازی سوی مثبت یک محور x حرکت می‌کنند. سفینه‌ی A با تندی نسبی $v = 0.90c$ ، سریع‌تر است و ویژه‌طول $L = 200\text{ m}$ را دارد. از دید خلبان A ، در لحظه‌ی $t = 0$ ، D و نیز نوک سفینه‌ها همدیگر هستند. از دید خلبان B ، چقدر دیرتر نوک سفینه‌ها همدیگر می‌شوند؟

۹۱ در شکل ۳۶-۳۶، دو سفینه به سمت یک ایستگاه فضایی پرواز می‌کنند. نسبت به ایستگاه، تندی سفینه‌ی A برابر $0.80c$ است. تندی سفینه‌ی B نسبت به ایستگاه باید چقدر باشد تا خلبان آن مشاهده کند A و ایستگاه با تندی یکسانی به B نزدیک می‌شوند؟



شکل ۳۶-۳۷ مثله ۹۱

۹۲ یک قطار نسبیتی با ویژه‌طول 200 m با تندی نسبی $0.90c$ به تونلی با همان ویژه‌طول نزدیک می‌شود. یک بمب رنگ در موتورخانه کار گذاشته شده است تا هنگامی که جلوی قطار از انتهای دور تونل می‌گذرد منفجر شود (و همه چیز را به رنگ آبی کند) (رویداد FF). ولی وقتی عقب قطار از انتهای نزدیک تونل می‌گذرد (رویداد RN)، وسیله‌ای در قطار کار گذاشته شده است که یک سیگنال را به موتورخانه گسیل می‌کند تا بمب غیرفعال شود. از دیدگاه قطار: (الف) طول تونل چقدر است؟ (ب) نخست کدام رویداد رخ می‌دهد، FF یا RN؟ (پ) زمان بین این دو رویداد چقدر است؟ (ت) آیا بمب رنگ منفجر می‌شود؟ از دیدگاه تونل: (ث) طول قطار چقدر است؟ (ج) نخست کدام رویداد رخ می‌دهد؟ (چ) زمان بین این دو رویداد چقدر است؟ (ح) آیا بمب رنگ منفجر می‌شود؟ اگر پاسخ‌های شما به (ت) و (ح) متفاوت است، باید این تناقض را توضیح دهید، زیرا موتورخانه یا با رنگ پوشیده می‌شود یا خیر؛ شما نمی‌توانید هر دو وضعیت را داشته باشید. اگر پاسخ‌های شما یکسان است، باید دلیل آن را توضیح دهید.

۹۳ ذره‌ی A (با انرژی سکون 200 MeV) در چارچوب آزمایشگاه

۹۹ سفینه‌ای با تندی $۰.۴۲c$ به زمین نزدیک می‌شود. نوری در جلوی سفینه برای مسافران آن قرمز (طول‌موج $۶۵۰nm$) به نظر می‌رسد. (الف) طول‌موج و (ب) رنگ (آبی، سبز یا زرد) از دید ناظر روی زمین چیست؟

۱۰۰ برخی از خطوط آشنای هیدروژن در طیف آختروش $۳C۹$ ظاهر می‌شود، اما آن‌ها چنان به سمت سرخ انتقال یافته‌اند که طول‌موج مشاهده شده‌ی آن‌ها $۳/۰$ بار بزرگتر از طول‌موج آن‌ها برای اتم هیدروژن ساکن در آزمایشگاه است. (الف) نشان دهید معادله‌ی دوپلر کلاسیکی یک سرعت نسبی پس‌روی بزرگتر از c را برای این وضعیت به دست می‌دهد. (ب) با فرض این‌که حرکت نسبی $۳C۹$ و زمین کاملاً ناشی از انبساط کیهانی عالم باشد، تندی پس‌روی را پیدا کنید که توسط معادله‌ی دوپلر نسبیتی پیشگیری می‌شود.

۱۰۱ در یک سال مصرف انرژی الکتریکی در ایالات متحده تقریباً $۲.۲ \times 10^{12} kW \cdot h$ بود. (الف) چه جرمی معادل با این مصرف انرژی در آن سال است؟ (ب) اگر این انرژی در یک نیروگاه گازی، هسته‌ای یا برق‌آبی تولید شده باشد، آیا تفاوتی در پاسخ شما ایجاد می‌کند؟

۱۰۲ سوای اثرات ناشی از چرخش زمین و حرکت‌های مداری،

یک چارچوب مرجع آزمایشگاه ابداً نمی‌تواند یک چارچوب لخت باشد، زیرا ذره‌ای که در آزمایشگاه ساکن است، عملاً ساکن نخواهد ماند و سقوط خواهد کرد. ولی اغلب رویدادها چنان سریع رخ می‌دهند که ما می‌توانیم از شتاب گرانشی چشم‌پوشی کنیم و چارچوب آزمایشگاه را به‌عنوان چارچوبی لخت در نظر بگیریم. برای مثال فرض کنید الکترونی با تندی $v = ۰.۹۹۲c$ به‌طور افقی به درون اتاقک آزمایش پرتاب می‌شود و فاصله‌ی $۲۰cm$ را در آن طی می‌کند. (الف) پیمودن این فاصله چقدر طول می‌کشد و (ب) در طی این مدت الکترون چقدر سقوط خواهد کرد؟ (پ) در این مورد، چه نتیجه‌ای می‌توانید درباره‌ی مناسب بودن آزمایشگاه به‌عنوان یک چارچوب لخت، بگیرید؟

۱۰۳ پارامتر تندی برای تندی‌های زیر چقدر است: (الف) آهنگ نوعی رانه‌ی قاره‌ای ($in./y$)؛ (ب) تندی سوق نوعی برای الکترون‌ها در یک رسانای حامل جریان ($۰.۵mm/s$)؛ (پ) حد تندی $۵۵mi/h$ در بزرگراه؛ (ت) تندی ریشه‌ی میانگین مجذوری مولکول هیدروژن در دمای اتاق؛ (ث) یک پرواز هواپیمای آبرصوتی با $۲/۵$ ماخ ($۱۲۰۰km/h$)؛ (ج) تندی فرار یک سفینه از سطح زمین؛ (چ) تندی زمین در مدار خود به دور خورشید؛ (ح) تندی پس‌روی نوعی یک تپ‌اختر ناشی از انبساط کیهان ($۳.۰ \times 10^4 km/s$)؟

فوتون‌ها و موج‌های ماده

۳۸-۱ فوتون، کوانتوم نور

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۳۸-۱ جذب و گسیل نور را بر حسب انرژی کوانتیده و فوتون‌ها توضیح دهید.

۳۸-۲ برای جذب و گسیل فوتون، رابطه‌ی بین انرژی، توان، شدت، آهنگ فوتون‌ها، ثابت پلانک، بسامد وابسته، و طول‌موج وابسته را به کار بندید.

نکته‌های کلیدی

- یک موج الکترومغناطیسی (نور) کوانتیده است (فقط مقادیر معینی می‌پذیرد) و این کوانتاها فوتون نامیده می‌شود.
- برای نوری با بسامد f و طول‌موج λ ، انرژی فوتون عبارت است از $E = hf$ که در آن h ثابت پلانک است.

فیزیک چیست؟

یکی از کانون‌های توجه اصلی فیزیک، نظریه‌ی نسبیت اینشتین است که نگاه ما را به جهانی جلب می‌کند که فراتر از تجربه‌های عادی ما است - جهانی که در آن اجسام با تندی‌هایی نزدیک به تندی نور حرکت می‌کنند. سوای شگفتی‌های دیگر، نظریه‌ی اینشتین پیش‌بینی می‌کند آهنگی که با آن یک ساعت کار می‌کند به میزان سرعت ساعت نسبت به ناظر بستگی دارد: حرکت سریع‌تر به معنی آهنگ کندتر است. این پیش‌بینی و پیش‌بینی‌های دیگر این نظریه تا کنون از هر آزمایش تجربی سر بلند بیرون آمده، و ما را به دید عمیق‌تر و قانع‌کننده‌تری از طبیعت فضا و زمان رهنمون کرده است.

اکنون می‌خواهیم جهان دیگری را کشف کنیم که خارج از تجربه‌ی عادی است - جهان زیر اتمی. با دسته‌ی جدیدی از شگفتی‌ها روبه‌رو می‌شویم، که اگرچه عجیب به نظر می‌رسند، ولی فیزیکدانان را مرحله به مرحله به دید عمیق‌تری از واقعیت رهنمون کرده‌اند.

فیزیک کوانتومی، که موضوع جدید ما به این نام خوانده می‌شود، پاسخ پرسش‌هایی از این دست را می‌دهد: چرا ستارگان می‌درخشند؟ چرا عنصرهای جدول تناوبی چنین نظم آشکاری دارند؟ ترانزیستورها و قطعه‌های میکروالکترونیکی چگونه کار می‌کنند؟ چرا مس رسانای الکتریسته است ولی شیشه نیست؟ در واقع، دانشمندان و مهندسان فیزیک کوانتومی را تقریباً در همه‌ی جنبه‌های زندگی روزمره به کار گرفته‌اند، از وسایل پزشکی گرفته تا سامانه‌های حمل و نقل و تا صنایع تفریحی. بی‌شک، چون فیزیک کوانتومی همه‌ی شیمی از جمله بیوشیمی را توضیح می‌دهد، اگر بخواهیم خود زندگی را درک کنیم لازم است آن را درک کنیم.

برخی از پیش‌بینی‌های فیزیک کوانتومی حتی برای فیزیکدانان و فلاسفه، کسانی که بنیان آن را مطالعه می‌کنند، عجیب به نظر می‌رسد. هنوز، آزمایش پس از آزمایش اثبات می‌کنند که این نظریه درست است و بسیاری حتی جنبه‌های عجیب‌تر این نظریه را آشکار کرده‌اند. جهان کوانتومی، پارکی تفریحی پر از دیدنی‌های شگفت‌آوری است که می‌خواهند دنیای عقل سلیم ما را که از کودکی تکامل یافته است به لرزه درآورند. کاوش در این پارک کوانتومی را با فوتون شروع می‌کنیم.

فوتون، کوانتوم نور

فیزیک کوانتومی (که با نام مکانیک کوانتومی و نظریه‌ی کوانتومی نیز شناخته می‌شود) عمدتاً عبارت است از مطالعه‌ی جهان میکروسکوپی. در این جهان، بسیاری از کمیت‌ها فقط در مقدارهای (بنیادی) کمینه‌ی معینی، یا مضرب صحیحی از مقدارهای بنیادی یافت می‌شوند؛ گفته می‌شود این کمیت‌ها کوانتیده‌اند. مقدار بنیادی‌ای که به چنین کمیتی مربوط می‌شود کوانتوم آن کمیت (در جمع کوانتا) نامیده می‌شود.

با اندکی مسامحه، پول رایج آمریکا کوانتیده است، زیرا کمترین مقدار پول (آمریکا) سکه‌ی یک پنی با ۰/۰۱ دلار است و مقدار همه‌ی سکه‌ها و پول‌های دیگر به مضرب‌های صحیحی از این مقدار حداقل محدود می‌شود. به عبارت دیگر، کوانتوم پول آمریکا ۰/۰۱ دلار است و همه‌ی مقدارهای بزرگتر پول (دلار ۰/۰۱) n را تشکیل می‌دهند، که n همیشه مقدار مثبتی است. برای مثال، نمی‌توانید دلار ۷۵۵/۰۰ (دلار ۰/۰۱) ۷۵/۵ دلار داشته باشید.

در سال ۱۹۰۵ اینشتین پیشنهاد کرد که تابش الکترومغناطیسی (یا به‌طور ساده، نور) کوانتیده است و در مقدارهایی بنیادی (کوانتا) وجود دارد که اکنون فوتون نامیده می‌شود. این پیشنهاد ممکن است برای شما عجیب به‌نظر برسد، زیرا تا کنون در چندین فصل درباره‌ی این پدیده‌ی کلاسیکی بحث کرده‌ایم که نور یک موج سینوسی، با طول‌موج λ ، بسامد f و تندی c است به‌طوری که

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad (1-38)$$

افزون بر این، در فصل ۳۳ [جلد دوم] بحث کردیم که موج نور کلاسیکی، ترکیب مستقلى از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی است که هر یک با بسامد f نوسان می‌کنند. این موج میدان‌های نوسان‌کننده چگونه می‌تواند از یک مقدار بنیادی از هر چیزی - کوانتوم نور - تشکیل شده باشد؟ فوتون چیست؟

معلوم شده است که مفهوم کوانتوم نور، یا فوتون، خیلی پیچیده‌تر و مرموزتر از چیزی است که اینشتین پنداشته بود. درواقع، هنوز هم درک ما از فوتون خیلی ناچیز است. در این کتاب، فقط درباره‌ی برخی از جنبه‌های اصلی مفهوم فوتون، تا حدودی در راستای طرح و نقشه‌ی پیشنهادی اینشتین بحث خواهیم کرد. بنا به این پیشنهاد، کوانتوم یک موج نوری با بسامد f دارای انرژی

$$E = hf \quad (\text{انرژی فوتون}) \quad (2-38)$$

است. اینجا h ثابت پلانک، ثابتی است که نخستین بار در معادله‌ی ۳۲-۲۳ [جلد دوم] با آن مواجه شدیم و مقدار آن عبارت است از

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s} \quad (3-38)$$

کمترین مقدار انرژی‌ای که یک موج نوری با بسامد f می‌تواند داشته باشد hf است که انرژی یک فوتون تنهاست. اگر موج انرژی بیشتری داشته باشد، انرژی کل آن باید مضرب صحیحی از hf باشد. نور نمی‌تواند انرژی مثلاً $0.6hf$ یا $75.5hf$ داشته باشد.

اینشتین همچنین پیشنهاد کرد که هرگاه نور توسط جسمی (ماده‌ای) جذب یا گسیل شود، رویداد جذب یا گسیل در اتم‌های ماده رخ می‌دهد. هرگاه نوری با بسامد f به‌وسیله‌ی اتمی جذب شود، انرژی hf یک فوتون از نور به اتم منتقل می‌شود. در این رویداد جذب، فوتون از بین می‌رود و گفته می‌شود اتم جذب آن می‌گردد. هرگاه نوری با بسامد f به‌وسیله‌ی اتمی

گیل شود، مقدار انرژی hf از اتم به نور منتقل می‌شود. در این رویداد گسیل، یک فوتون ناگهان ظاهر می‌شود و گفته می‌شود اتم آن را گسیل کرده است. بنابراین می‌توانیم توسط اتم‌های یک جسم، جذب فوتون و گسیل فوتون داشته باشیم.

در مورد جسمی که از اتم‌های بسیاری تشکیل شده است چندین جذب فوتونی (مشابه عینک آفتابی) یا چندین گسیل فوتونی (مشابه لامپ) می‌تواند وجود داشته باشد. ولی هر رویداد جذب یا گسیل، همچنان متضمن انتقال مقداری انرژی برابر با آن تک‌فوتون نور است. وقتی درباره‌ی جذب یا گسیل نور در فصل‌های گذشته بحث می‌کردیم، مثال‌های موردنظر شامل چنان نور زیادی بودند که به فیزیک کوانتومی نیازی نبود، و با فیزیک کلاسیک آن‌ها را بررسی می‌کردیم. ولی در انتهای قرن بیستم، فناوری چنان پیشرفته شد که آزمایش‌های تک‌فوتونی انجام شدند و به صورت کاربردهای عملی درآمدند. از آن زمان، فیزیک کوانتومی به صورت بخشی از عملیات متعارف مهندسی، به ویژه در مهندسی اپتیک درآمدی است.

تکته‌ی واریسی ۱

تابش‌های زیر را بر طبق بزرگی انرژی‌های مربوط به فوتون آن‌ها به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد. (الف) نور زرد از یک لامپ بخار سدیم، (ب) پرتو گامای گسیل شده از هسته‌ی پرتوزا، (پ) موج رادیویی گسیل شده از یک ایستگاه رادیویی تجاری، (ت) باریکه‌ی میکروموج گسیل شده از رادار کنترل ترافیک فرودگاه.

مسئله‌ی نمونه ۳۸-۱۰. اینشتین و جذب نور به صورت فوتون‌ها

سپس می‌توانیم در این رابطه از معادله‌ی ۳۸-۲ ($E = hf$) جای‌گذاری کنیم، یعنی از پیشنهاد اینشتین در مورد انرژی E هر کوانتوم نور (که آن را به بیان جدید، در اینجا فوتون می‌نامیم). آنگاه می‌توانیم آهنگ جذب را چنین بنویسیم

$$R = R_{\text{گیل}} = \frac{P_{\text{گیل}}}{hf}$$

با استفاده از معادله‌ی ۳۸-۱ ($f = c/\lambda$) با قرار دادن به جای f و سپس با وارد کردن مقدارهای معلوم چنین به دست می‌آوریم

$$R = \frac{P_{\text{گیل}} \lambda}{hf} = \frac{(100 \text{ W})(590 \times 10^{-9} \text{ m})}{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(2.998 \times 10^8 \text{ m/s})} = 2.97 \times 10^{20} \text{ فوتون/s}$$

(پاسخ)

یک لامپ بخار سدیم در مرکز کروی بزرگی قرار دارد که تمام نورهایی را که به آن می‌رسد جذب می‌کند. آهنگی که با آن لامپ انرژی گسیل می‌کند 100 W است؛ فرض کنید تمام این گسیل در طول‌موج 590 nm صورت می‌گیرد. با چه آهنگی فوتون‌ها توسط کره جذب می‌شوند؟

ایده‌های کلیدی

نور به صورت فوتون گسیل و جذب می‌شود. فرض می‌کنیم که همه‌ی نور گسیل‌شده توسط لامپ به کره می‌رسد (و بنابراین جذب آن می‌شود). آهنگ R که با آن فوتون‌ها به وسیله‌ی کره جذب می‌شوند برابر با آهنگ گسیل R است که با آن فوتون‌ها به وسیله کره جذب می‌شوند. این آهنگ عبارت است از

$$R_{\text{گیل}} = \frac{\text{آهنگ گسیل انرژی}}{\text{انرژی هر فوتون گسیل شده}} = \frac{P_{\text{گیل}}}{E}$$

مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WILEY PLUS

۳۸-۲ اثر فوتوالکتریک

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

داشتند و اهمیت تاریخی تشریح اینشتین از این اثر را توضیح دهید. ۳۸-۵ پتانسیل توقف V را بشناسید و آن را به انرژی جنبشی بیشینه K_{max} فوتوالکتریک‌های گریخته مربوط کنید.

۳۸-۳ طرح ساده و مقدماتی‌ای از یک آزمایش فوتوالکتریک رسم کنید، به طوری که نور فرودی، صفحه‌ی فلزی، الکترودهای گسیل‌شده (فوتوالکترودها)، و ظرف جمع‌آوری را نشان دهد. ۳۸-۴ مشکلاتی را که فیزیکدان‌ها با اثر فوتوالکتریک پیش از اینشتین

۳۸-۷ برای یک دستگاه فوتوالکتریک، نمودار پتانسیل توقف V بر حسب بسامد نور را با مشخص کردن بسامد قطع f_0 رسم نمایید و شیب آن را به ثابت پلانک h و بار بنیادی e مربوط کنید.

۳۸-۶ برای یک دستگاه فوتوالکتریک، رابطه‌ی بین بسامد و طول‌موج نور فرودی، انرژی جنبشی بیشینه $K_{\max}$ فوتوالکتردها، تابع کار Φ ، و پتانسیل توقف V را به‌کار ببندید.

نکته‌های کلیدی

• الکترون‌های گریخته، و Φ (موسوم به تابع کار) کمترین انرژی است که یک الکترون باید داشته باشد تا بتواند از نیروهای الکتریکی که الکترون‌ها را در فلز نگه می‌دارد، بگریزد.

• اگر $hf = \Phi$ ، الکترون‌ها صرفاً می‌گریزند ولی انرژی جنبشی کافی ندارند و بسامد، بسامد قطع f_0 خوانده می‌شود.

• اگر $hf < \Phi$ ، الکترون‌ها نمی‌توانند بگریزند.

• هرگاه نور با بسامد به‌اندازه‌ی کافی زیاد به سطح یک فلز بتابد، الکترون‌ها می‌توانند در آنچه که اثر فوتوالکتریک خوانده می‌شود با جذب فوتون‌های تابش فرودی، انرژی کافی برای گریز از فلز را به‌دست آورند.

• پایداری انرژی در چنین جذب و گریزی چنین نوشته می‌شود

$$hf = K_{\max} + \Phi$$

که در آن hf انرژی فوتون جذب‌شده، $K_{\max}$ انرژی جنبشی پُر انرژی‌ترین

اثر فوتوالکتریک

اگر باریکه‌ای از نور با طول‌موج به‌قدر کافی کوتاه را به سطح فلزی تابانید، این نور موجب می‌شود الکترون‌ها این سطح را ترک کنند (نور الکترون‌ها را از سطح می‌کند). این اثر فوتوالکتریک در بسیاری از وسیله‌ها از جمله دوربین‌های تلویزیونی به‌کار می‌رود. از مفهوم فوتونی اینشتین می‌توان برای تشریح این اثر استفاده کرد.

در این‌جا می‌خواهیم دو آزمایش اساسی فوتوالکتریک را با استفاده از وسیله‌ی شکل ۳۸-۱ تحلیل کنیم، که در آن نور با بسامد f به هدف T برخورد می‌کند و الکترون‌ها را از آن می‌کند. یک اختلاف پتانسیل V بین هدف T و ظرف C برای جمع‌آوری الکترون‌ها، موسوم به فوتوالکتریک، برقرار شده است. این مجموعه یک جریان فوتوالکتریک i ایجاد می‌کند که با سنجی A اندازه‌گیری می‌شود.

آزمایش اول فوتوالکتریک

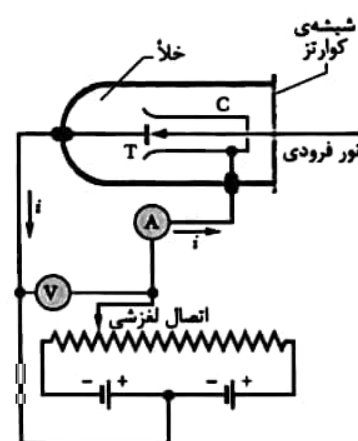
اختلاف پتانسیل V را با حرکت دادن اتصال لغزشی در شکل ۳۸-۱ تنظیم می‌کنیم، به‌طوری که پتانسیل جمع‌کننده‌ی C نسبت به هدف T اندکی منفی باشد. این اختلاف پتانسیل، برای آهسته کردن الکترون‌های کنده شده عمل می‌کند. سپس V را تا جایی تغییر می‌دهیم که به مقدار معینی موسوم به پتانسیل توقف V_0 برسد، که در این نقطه آمپرسنج A دقیقاً به صفر افت می‌کند. وقتی $V = V_0$ باشد، پُرانرژی‌ترین الکترون‌های کنده شده، پیش از آنکه به جمع‌کننده برسند برمی‌گردند. بنابراین $K_{\max}$ ، یعنی انرژی جنبشی این پُرانرژی‌ترین الکترون‌ها عبارت است از

$$K_{\max} = eV_0 \quad (۳۸-۴)$$

که در آن e بار بنیادی است.

اندازه‌گیری‌ها نشان می‌دهد که برای نور با بسامد معین، $K_{\max}$ به شدت چشمه‌ی نور بستگی ندارد. چه چشمه، روشنایی خیره‌کننده داشته باشد و چه چنان ضعیف باشد که به‌سختی بتوان آن را آشکار کرد (یا روشنایی متوسطی داشته باشد) بیشینه‌ی انرژی جنبشی الکترون‌های کنده شده همیشه مقدار یکسانی دارد.

این نتیجه‌ی تجربی برای فیزیک کلاسیک یک معماست. از نظر فیزیک کلاسیک، نور فرودی یک موج الکترومغناطیسی نوسان‌کننده‌ی سینوسی است. یک الکترون درون هدف باید بر اثر نیروی الکتریکی نوسانی وارد بر آن از سوی میدان الکتریکی موج، به‌طور سینوسی نوسان کند. اگر دامنه‌ی نوسان الکترون به حد کافی بزرگ باشد، الکترون باید از سطح هدف



شکل ۳۸-۱ وسیله‌ی به‌کار رفته برای مطالعه‌ی اثر فوتوالکتریک. نور فرودی به هدف T می‌تابد، الکترون‌ها را می‌کند، و این الکترون‌ها توسط ظرف C جمع‌آوری می‌شوند. الکترون‌ها در مدار در جهت مخالف پیکان قراردادی جریان حرکت می‌کنند. از باتری‌ها و مقاومت متغیر برای ایجاد و تنظیم اختلاف پتانسیل الکتریکی بین T و C استفاده می‌شود.

آزاد شود- یعنی باید از هدف کنده شود. بنابراین اگر دامنه‌ی موج و میدان الکتریکی نوسانی آن را افزایش دهیم، الکترون باید موقع کنده شدن "ضربه‌ی" پر انرژی‌تری را دریافت کند. ولی، این چیزی نیست که رخ می‌دهد. به‌ازای یک بسامد معین، باریکه‌های نور شدید و باریکه‌های نور ضعیف هر دو دقیقاً ضربه‌ی پیشینه‌ی یکسانی به الکترون‌های کنده‌شده وارد می‌کنند. نتیجه‌ی واقعی به‌طور طبیعی وقتی به‌دست می‌آید که به مسئله بر مبنای فوتون‌ها بیندیشیم. اکنون انرژی‌ای که می‌تواند از نور فرودی به الکترونی در هدف انتقال یابد انرژی یک فوتون تنهاست. افزایش شدت نور، تعداد فوتون‌های نور را افزایش می‌دهد، ولی انرژی فوتون که با معادله‌ی $E = hf$ داده می‌شود بدون تغییر می‌ماند، زیرا بسامد تغییر نکرده است. بنابراین، انرژی انتقال‌یافته به انرژی جنبشی یک الکترون نیز بدون تغییر می‌ماند.

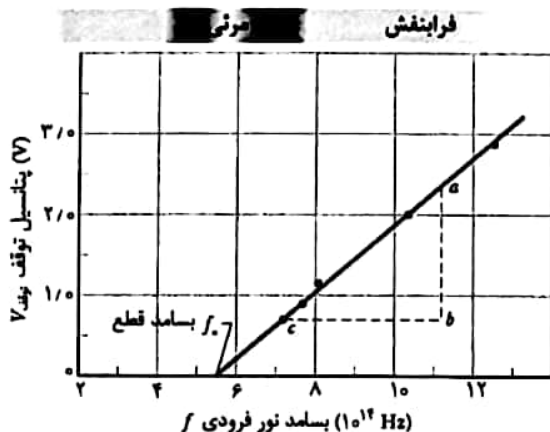
آزمایش دوم فوتوالکتریک

اکنون بسامد f نور فرودی را تغییر می‌دهیم و پتانسیل توقف V مربوط را اندازه می‌گیریم. شکل ۲-۳۸ نمودار V بر حسب f است. توجه کنید اگر بسامد کمتر از یک بسامد قطع f_c معین باشد، یا به‌طور معادل، اگر طول‌موج بزرگتر از طول‌موج قطع $\lambda_c = c/f_c$ باشد، اثر فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد. به همین دلیل است که مهم نیست نور فرودی چقدر شدید باشد.

این معماری دیگر فیزیک کلاسیک است. اگر به نور از دید یک موج الکترومغناطیسی نگاه کنید، باید انتظار داشته باشید که اگر به الکترون‌ها انرژی کافی بدهیم- یعنی از چشمه‌ی نوری استفاده کنیم که روشنایی کافی داشته باشد- بی‌توجه به این که بسامد نور چقدر پایین باشد، الکترون‌ها همواره توسط نور کنده می‌شوند. ولی این چیزی نیست که رخ می‌دهد. در مورد نور زیر بسامد قطع f_c ، اثر فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد، بی‌توجه به این که چشمه‌ی نور چقدر درخشان باشد.

ولی اگر انرژی از طریق فوتون‌ها انتقال یابد، وجود یک بسامد قطع درست چیزی است که باید انتظار داشته باشیم. الکترون‌های درون هدف توسط نیروهای الکتریکی در جای خود نگه داشته شده‌اند. (اگر این نیروها وجود نداشتند، الکترون‌ها بر اثر نیروی گرانشی وارد بر آن‌ها از هدف بیرون می‌ریختند). برای فرار از هدف، الکترون باید یک انرژی کمینه‌ی معین Φ به چنگ آورد، که Φ ویژگی‌ای از ماده‌ی هدف است که تابع کار آن نامیده می‌شود. اگر انرژی hf انتقال‌یافته به یک الکترون توسط یک فوتون بیشتر از تابع کار ماده باشد (اگر $hf > \Phi$).

انرژی جنبشی الکترون‌های گریخته برای بسامد بزرگ‌تر نور، بیشتر است. الکترون‌ها فقط در صورتی می‌توانند بگریزند که بسامد نور بیشتر از مقدار معینی باشد.



شکل ۲-۳۸ پتانسیل توقف V بر حسب تابعی از بسامد f نور فرودی برای یک هدف سدیم T در وسیله‌ی شکل ۲-۳۸. (داده‌ها توسط میلیکان در سال ۱۹۱۶ گزارش شده‌اند.)

الکترون می‌تواند از هدف بگریزد. ولی در صورتی که انرژی انتقال یافته بیشتر از تابع کار نباشد (یعنی اگر $hf < \Phi$)، الکترون نمی‌تواند بگریزد. این همان چیزی است که شکل ۲-۳۸ نشان می‌دهد.

معادله‌ی فوتوالکتریک

اینشتین نتایج حاصل از چنین آزمایش‌های فوتوالکتریکی را در معادله‌ی زیر خلاصه کرد

$$hf = K_{\max} + \Phi \quad (\text{معادله‌ی فوتوالکتریک}) \quad (5-38)$$

این بیانی از پایداری انرژی برای جذب یک تک‌فوتون توسط هدفی با تابع کار Φ است. انرژی‌ای برابر با انرژی hf فوتون به یک تک‌الکترون ماده‌ی هدف منتقل می‌شود. اگر الکترون بخواهد از هدف بگریزد، باید انرژی‌ای دست‌کم برابر با Φ گرفته باشد. هر انرژی اضافی $(hf - \Phi)$ که الکترون از فوتون به‌دست آورد به‌صورت انرژی جنبشی K الکترون ظاهر می‌شود. در مطلوب‌ترین شرایط، الکترون می‌تواند از سطح فرار کند، بی‌آنکه چیزی از این انرژی جنبشی را در این فرایند از دست بدهد؛ در این صورت، الکترون با بیشترین انرژی جنبشی ممکن $K_{\max}$ در بیرون هدف ظاهر می‌شود.

با قرار دادن $K_{\max}$ از معادله‌ی ۲-۳۸ (توقف $V' = eV$) معادله‌ی ۵-۳۸ را بازنویسی می‌کنیم. پس از اندکی جابه‌جایی، چنین به‌دست می‌آوریم

$$V'_{\text{توقف}} = \left(\frac{h}{e} \right) f - \frac{\Phi}{e} \quad (6-38)$$

نسبت‌های h/e و Φ/e ثابت‌اند، و بنابراین انتظار داریم نمودار پتانسیل توقف V' که بر حسب بسامد f نور اندازه‌گیری شده است مانند شکل ۲-۳۸ یک خط راست باشد. در ضمن، شیب این خط راست باید h/e باشد. به‌عنوان یک وارسی، در شکل ۲-۳۸ ab و bc را اندازه گرفته و چنین می‌نویسیم

$$\begin{aligned} \frac{h}{e} &= \frac{ab}{bc} = \frac{2,357 - 0,727}{(11,2 \times 10^{14} - 7,7 \times 10^{14}) \text{ Hz}} \\ &= 4,1 \times 10^{-15} \text{ V}\cdot\text{s} \end{aligned}$$

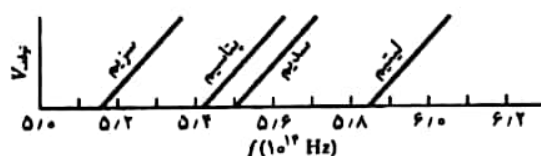
با ضرب این نتیجه در بار بنیادی e ، درمی‌یابیم

$$h = (4,1 \times 10^{-15} \text{ V}\cdot\text{s})(1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

که با مقدارهای اندازه‌گیری‌شده توسط بسیاری از روش‌های دیگر توافق دارد.

در حاشیه: توضیح اثر فوتوالکتریک قطعاً مستلزم فیزیک کوانتومی است. برای چندین سال توضیح اینشتین استدلال مجاب‌کننده‌ای برای وجود فوتون‌ها بود. ولی در سال ۱۹۶۹ توضیح دیگری برای این اثر به دست آمد که از فیزیک کوانتومی استفاده می‌کرد، ولی به مفهوم فوتون‌ها نیازی نداشت. همان‌طور که در آزمایش‌های بی‌شمار دیگری نشان داده شده است، نور در واقع به‌صورت فوتون کوانتیده است، ولی توضیح اینشتین از اثر فوتوالکتریک بهترین استدلال برای این واقعیت نیست.

نکته‌ی وارسی ۲



شکل روبه‌رو، داده‌هایی مشابه با داده‌های شکل ۲-۳۸ را برای هدف‌های سزیم، پتاسیم، سدیم و لیتیم نشان می‌دهد. نمودارها موازی‌اند. (الف) این هدف‌ها را بر طبق تابع‌های کار آن‌ها به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد. (ب) این نمودارها را بر طبق مقدار h بی که به دست می‌دهند به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



مسئله‌ی نمونه ۳۸-۰۲. اثر فوتوالکتریک و تابع کار

تابع کار Φ ی سدیم را از شکل ۲-۳۸ پیدا کنید.

ایده‌های کلیدی

می‌توانیم تابع کار Φ را از بسامد قطع f_c پیدا کنیم (که از روی نمودار می‌توان آن را اندازه گرفت). استدلال این است: در بسامد قطع، انرژی جنبشی $K_{\max}$ در معادله‌ی ۵-۳۸ صفر است. بنابراین، همگی انرژی hf یی که از یک فوتون به یک الکترون منتقل می‌شود صرف گریختن الکترون می‌شود، که مستلزم انرژی Φ است.

محاسبه‌ها: با استفاده از ایده‌ی آخر، معادله‌ی ۵-۳۸ با $f = f_c$ چنین به‌دست می‌دهد

$$hf_c = 0 + \Phi = \Phi$$

در شکل ۲-۳۸، بسامد قطع f_c بسامدی است که در آن خط رسم شده، محور افقی بسامد را تقریباً در $5.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ قطع می‌کند. در این صورت خواهیم داشت

$$\begin{aligned}\Phi = hf_c &= (6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(5.5 \times 10^{14} \text{ Hz}) \\ &= 3.6 \times 10^{-19} \text{ J} = 2.3 \text{ eV}\end{aligned}$$

(پاسخ)



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



۳-۳۸ فوتون‌ها، تکانه، پراکندگی کامپتون، تداخل نوری

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۱۲-۳۸ برای پراکندگی کامپتون، توضیح دهید چگونه پایستگی‌های تکانه و انرژی جنبشی به معادله‌ای می‌انجامد که جابه‌جایی طول‌موج $\Delta\lambda$ را به‌دست می‌دهد.

۱۳-۳۸ برای پراکندگی کامپتون، رابطه‌های بین طول‌موج‌های پرتوهای x فرودی و پراکنده شده، جابه‌جایی طول‌موج $\Delta\lambda$ ، زاویه‌ی ϕ پراکندگی فوتون، و انرژی و تکانه‌ی نهایی الکترون (با بزرگی و جهت) را به‌کار بندید.

۱۴-۳۸ مبتنی بر فوتون‌ها، آزمایش دوشکاف را در نوع استاندارد، در نوع تک‌فوتون، و در نوع تک‌فوتون، زاویه‌باز توضیح دهید.

۸-۳۸ برای یک فوتون، رابطه‌های بین تکانه، انرژی، بسامد، و طول‌موج را به‌کار بندید.

۹-۳۸ با رسم طرح‌هایی مبانی یک آزمایش پراکندگی کامپتون را توصیف کنید.

۱۰-۳۸ اهمیت تاریخی پراکندگی کامپتون را بشناسید.

۱۱-۳۸ برای یک افزایش در زاویه‌ی پراکندگی کامپتون ϕ ، تشخیص دهید که آیا کمیت‌های انرژی جنبشی، تکانه، و طول‌موج پرتوی x پراکنده‌شده افزایش می‌یابد یا کاهش.

تکنه‌های کلیدی

• گرچه فوتون بدون جرم است، ولی تکانه دارد که با رابطه‌ی زیر به انرژی E ، بسامد f ، و طول‌موج λ ی آن مربوط می‌شود

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

• در پراکندگی کامپتون، پرتوهای x مانند ذرات (به صورت فوتون) از الکترون‌های با پیوند سست در هدف پراکنده می‌شوند.

• در این پراکندگی، یک فوتون پرتوی x انرژی و تکانه‌ی خود را به الکترون هدف می‌دهد.

• افزایش حاصل (جابه‌جایی کامپتون) طول‌موج فوتون عبارت است از

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi)$$

که در آن m جرم الکترون هدف و ϕ زاویه‌ای است که فوتون از جهت اولیه‌ی حرکت خود پراکنده می‌شود.

• فوتون‌ها: هرگاه نور با ماده برهم‌کنش کند، این برهم‌کنش ذره‌مانند است، در یک نقطه رخ می‌دهد و انرژی و تکانه را منتقل می‌کند.

• موج: هرگاه یک تک‌فوتون از یک چشمه گسیل شود، حرکت آن را به صورت یک موج احتمال تفسیر می‌کنیم.

• موج: هرگاه چندین فوتون توسط یک ماده گسیل یا جذب شوند، نور مرکب را به صورت یک موج الکترومغناطیسی کلاسیکی تفسیر می‌کنیم.

فوتون‌ها تکانه دارند

در سال ۱۹۱۶ اینشتین با پیشنهاد این‌که یک کوانتوم نور دارای تکانه‌ی خطی است مفهوم خود از کوانتای نور (فوتون‌ها) را گسترش داد. در مورد فوتونی با انرژی hf ، بزرگی این تکانه عبارت است از

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (\text{تکانه‌ی فوتون}) \quad (7-38)$$

که در آن از معادله‌ی ۳۸-۱ ($f = c/\lambda$) قرار داده‌ایم. بنابراین، وقتی فوتون با ماده برهم‌کنش می‌کند، انرژی و تکانه انتقال می‌یابند، طوری که گویی بین فوتون و ماده از دید کلاسیکی برخوردی روی داده است (مانند آنچه که در فصل ۹ [جلد اول] دیدیم).

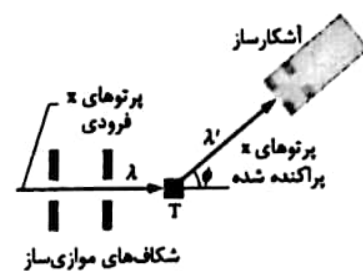
در سال ۱۹۲۳، آرثور کامپتون^۱ در دانشگاه واشینگتن در سنت لوئیس آزمایشی انجام داد که این نظریه را که تکانه و انرژی از طریق فوتون‌ها انتقال می‌یابند تأیید می‌کرد. همان‌طور که در شکل ۳۸-۳ نشان داده شده است، او باریکه‌ای از پرتوهای x با طول‌موج λ را به یک هدف ساخته شده از کربن تاباند. پرتوی x ، شکلی از تابش الکترومغناطیسی است که بسامدی بالا و بنابراین طول‌موجی کوچک دارد. کامپتون طول‌موج و شدت پرتوهای x را که در جهت‌های مختلف از هدف کربن پراکنده می‌شدند اندازه گرفت.

شکل ۳۸-۴ نتایج او را نشان می‌دهد. گرچه در باریکه‌ی پرتوی x فرودی فقط یک موج تنها ($\lambda = 71 \text{ pm}$) وجود دارد، ولی می‌بینیم که پرتوهای x پراکنده‌شده شامل گستره‌ای از طول‌موج‌ها با دو قله‌ی شدت برجسته است. یک قله در اطراف طول‌موج λ ی فرودی و قله‌ی دیگر در اطراف یک طول‌موج λ' است که از λ به اندازه‌ی $\Delta\lambda$ بیشتر است و جابه‌جایی کامپتون نامیده می‌شود. مقدار جابه‌جایی کامپتون با زاویه‌ای که در آن پرتوهای x پراکنده‌شده آشکار می‌شوند تغییر می‌کند و برای زاویه‌های بزرگتر، بیشتر است.

شکل ۳۸-۴ نیز معمای دیگری برای فیزیک کلاسیک است. از دید فیزیک کلاسیک، باریکه‌ی پرتوی x فرودی یک موج الکترومغناطیسی است که به‌طور سینوسی نوسان می‌کند. یک الکترون در هدف کربن بر اثر نیروی الکتریکی نوسانی وارد بر آن از سوی میدان الکتریکی موج، به‌طور سینوسی نوسان می‌کند. در ضمن، الکترون باید با همان بسامد موج نوسان کند و موج‌ها را با همین بسامد، طوری که گویی یک آنتن فرستنده‌ی کوچک است، ارسال کند. بنابراین، پرتوهای x پراکنده‌شده توسط الکترون باید بسامد یکسان و طول‌موج یکسانی مانند پرتوهای x در باریکه‌ی فرودی داشته باشند؛ ولی این‌طور نیست.

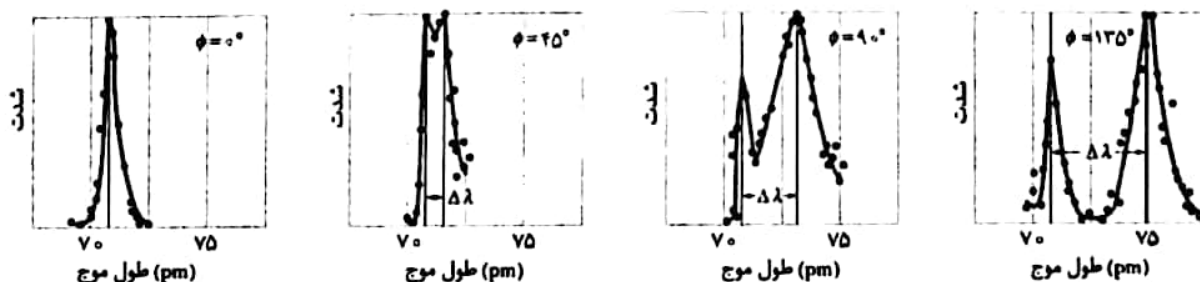
کامپتون پراکندگی پرتوهای x از کربن را بر مبنای انتقال انرژی و تکانه توسط فوتون‌ها، بین باریکه‌ی پرتو x فرودی و الکترون‌های مقید ضعیف در هدف کربن تفسیر کرد. می‌خواهیم ببینیم چگونه این تفسیر فیزیک کوانتومی به درکی از نتایج کامپتون می‌انجامد.

فرض کنید یک تک‌فوتون (با انرژی $E = hf$) به برهم‌کنش بین باریکه‌ی پرتوی x فرودی و یک الکترون ساکن مربوط باشد. در حالت کلی، جهت حرکت پرتو x تغییر خواهد کرد (پرتو x پراکنده می‌شود) و الکترون پس‌زده خواهد شد، که بدان معناست که الکترون مقداری انرژی جنبشی به‌دست آورده است. انرژی در این برهم‌کنش منزوی، پایسته است. بنابراین، انرژی فوتون پراکنده‌شده ($E' = hf'$) باید کمتر از انرژی فوتون فرودی باشد. پس، پرتوهای x پراکنده‌شده باید بسامد کمتری از f' داشته باشند و از این رو طول‌موج λ' بلندتر از طول‌موج پرتوهای x فرودی است. درست مانند نتایج تجربی کامپتون که در شکل ۳۸-۴ نشان داده شده است.



شکل ۳۸-۳ اسباب آزمایش کامپتون. باریکه‌ای از پرتوهای x با طول‌موج $\lambda = 71 \text{ pm}$ بر یک هدف T از کربن می‌تابد. پرتوهای x که از این هدف پراکنده می‌شوند در زاویه‌های ϕ ی مختلف نسبت به باریکه‌ی فرودی دیده می‌شوند. آشکارساز هم شدت پرتوهای x و هم طول‌موج آن‌ها را اندازه می‌گیرد.

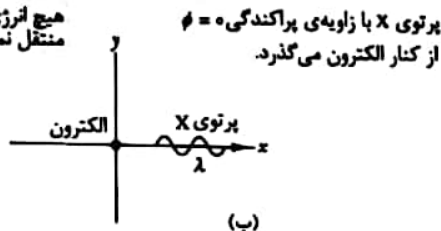
شکل ۳۸-۴ نتایج کامپتون برای چهار مقدار زاویه‌ی پراکندگی ϕ . توجه کنید که جابه‌جایی $\Delta\lambda$ کامپتون با افزایش زاویه‌ی پراکندگی، بیشتر می‌شود.



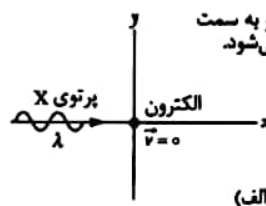
^۱ Arthur Compton



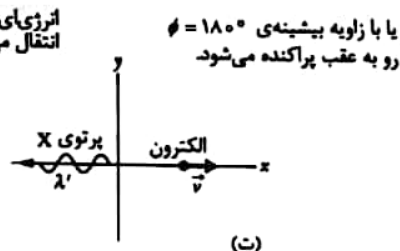
هیچ انرژی‌ای به الکترون منتقل نمی‌شود.



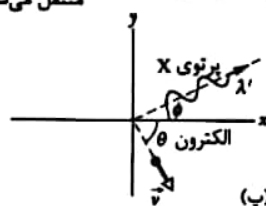
پرتوی X، به‌طور رودررو به سمت الکترون هدف نزدیک می‌شود.



انرژی‌ای بیشینه انتقال می‌یابد.



انرژی‌ای متوسط منتقل می‌شود.



شکل ۵-۳۸ (الف) پرتوی X با طول موج λ به یک الکترون ساکن نزدیک می‌شود. پرتوی X (ب) از کنار الکترون می‌گذرد (پراکندگی رو به جلو) بدون هیچ انتقال انرژی یا تکانه، (پ) در زاویه‌ی ملایمی، با انتقال انرژی و تکانه‌ای متوسط پراکنده می‌شود، یا (ت) با انتقال انرژی و تکانه‌ی بیشینه رو به عقب پراکنده می‌شود.

برای قسمت کمی، نخست قانون پایستگی انرژی را به‌کار می‌بندیم. شکل ۵-۳۸ "برخوردی" بین پرتوی X و الکترون آزاد ساکن در هدف را نشان می‌دهد. بر اثر این برخورد، پرتوی X با طول موج λ' در زاویه‌ی ϕ و الکترون با زاویه‌ی θ نشان داده شده حرکت می‌کنند. پایستگی انرژی چنین به‌دست می‌دهد

$$hf = hf' + K$$

که در آن hf انرژی فوتون پرتوی X فرودی، hf' انرژی فوتون پرتوی X پراکنده‌شده، و K انرژی جنبشی الکترون پس‌زده شده است. چون الکترون ممکن است با تندی قابل مقایسه‌ای با تندی نور پس‌زده شود، باید معادله‌ی نسبیتی ۵۲-۳۷ را برای انرژی جنبشی الکترون به‌کار برد

$$K = mc^2(\gamma - 1)$$

در این جا m جرم الکترون و γ عامل لورنتس

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

است با قرار دادن K در معادله‌ی پایستگی انرژی خواهیم داشت

$$hf = hf' + mc^2(\gamma - 1)$$

اگر c/λ را به جای f و c/λ' را به جای f' قرار دهیم، به معادله‌ی جدید پایستگی انرژی می‌رسیم

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + mc(\gamma - 1) \quad (۸-۳۸)$$

حال قانون پایستگی تکانه را برای برخورد پرتوی X - الکترون شکل ۵-۳۸ به‌کار می‌بریم. از معادله‌ی ۷-۳۸ ($p = h/\lambda$)، بزرگی تکانه‌ی فوتون فرودی h/λ و تکانه‌ی فوتون پراکنده

شده h/λ' است. از معادله ۳۷-۴۱، بزرگی تکانه‌ی الکترون پس‌زده شده برابر $p = \gamma mv$ است. چون یک وضعیت دوئیدی داریم، معادله‌های جداگانه‌ای برای پایداری تکانه در امتداد محورهای x و y می‌نویسیم و چنین به دست می‌آوریم

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \phi + \gamma mv \cos \theta \quad (\text{محور } x) \quad (9-38)$$

و

$$0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \phi - \gamma mv \sin \theta \quad (\text{محور } y) \quad (10-38)$$

می‌خواهیم $\Delta\lambda = (\lambda' - \lambda)$ ، جابه‌جایی کامپتون پرتوهای x پراکنده‌شده را پیدا کنیم. از پنج متغیر برخورد $(\lambda, \lambda', \nu, \phi, \theta)$ که در معادله‌های ۸-۳۸، ۹-۳۸ و ۱۰-۳۸ ظاهر شده‌اند، ν و θ را حذف می‌کنیم که فقط مربوط به الکترون پس‌زده‌اند. با انجام عملیات جبری (که قدری پیچیده است) خواهیم داشت

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi) \quad (\text{جابه‌جایی کامپتون}) \quad (11-38)$$

معادله ۱۱-۳۸ دقیقاً در توافق با نتایج تجربی کامپتون است.

کمیت h/mc در معادله ۱۱-۳۸ ثابتی است که طول‌موج کامپتون نامیده می‌شود. مقدار آن به جرم m ذره‌ای که پرتوی x از آن پراکنده شده است بستگی دارد. در این جا، این ذره یک الکترون مقید ضعیف است و بنابراین، جرم الکترون را به جای m قرار می‌دهیم و طول‌موج کامپتون را برای پراکندگی از الکترون به دست می‌آوریم.

یک مطلب نا تمام

قله‌ی واقع در طول‌موج فرودی $\lambda = (71/1) \text{ pm}$ در شکل ۴-۳۸ هنوز نیاز نیاز به توضیح دارد. این قله نه از هم‌برکنش‌های بین پرتوهای x و الکترون‌های خیلی سست در هدف، بلکه از برهم‌کنش‌های بین پرتوهای x و الکترون‌هایی که پیوند محکمی با اتم‌های کربن تشکیل‌دهنده‌ی هدف دارند حاصل می‌شود. عملاً هر برخوردی از نوع اخیر بین پرتوی x فرودی و تمام اتم کربن رخ می‌دهد. اگر m جرم یک اتم کربن (تقریباً ۲۲۰۰۰ برابر یک الکترون) را در معادله ۱۱-۳۸ قرار دهیم، می‌توان دید که $\Delta\lambda$ تقریباً ۲۲۰۰۰ بار کوچکتر از جابه‌جایی کامپتون برای الکترون است؛ که این برای آشکار شدن بسیار کوچک است. بنابراین، پرتوهای x پراکنده‌شده در این برخوردها همان طول‌موج پرتوهای x فرودی را دارند و قله‌های جابه‌جانشده در شکل ۴-۳۸ را به دست می‌دهند.

نکته‌ی واری ۳

پراکندگی کامپتون را در مورد پرتوهای x ($\lambda \approx 20 \text{ pm}$) با نور مرئی ($\lambda \approx 500 \text{ nm}$) در یک زاویه‌ی معین پراکندگی مقایسه کنید. کدام یک بزرگتر است (الف) جابه‌جایی کامپتون، (ب) کسر جابه‌جایی طول‌موج، (پ) کسر اتلاف انرژی و (ت) انرژی منتقل‌شده به الکترون؟

مسئله‌ی نمونه ۳۸-۰۳. پراکندگی کامپتون نور توسط الکترون‌ها

ایده‌ی کلیدی

جابه‌جایی کامپتون، تغییر طول‌موج پرتوهای x ناشی از الکترون‌هایی با پیوند ضعیف در یک هدف است. افزون بر این، این جابه‌جایی طبق معادله‌ی ۱۱-۳۸ به زاویه‌ای که پرتوهای x پراکنده‌شده آشکار می‌شوند بستگی

پرتوهای x با طول‌موج $\lambda = 22 \text{ pm}$ (56 keV انرژی فوتون) از یک هدف کربنی پراکنده‌شده، و این پرتوهای پراکنده‌شده در زاویه‌ی 85° نسبت به باریکه‌ی فرودی آشکار می‌شوند.

(الف) جابه‌جایی کامپتون پرتوهای پراکنده‌شده چقدر است؟

$$\text{کسر} = \frac{E - E'}{E} = \frac{\text{اتلاف انرژی}}{\text{انرژی اولیه}}$$

محاسبه‌ها: با استفاده از معادله‌ی ۲-۳۸ $(E = hf)$ می‌توانیم انرژی اولیه‌ی E و انرژی آشکارشده‌ی E' پرتوهای x را برحسب بسامدها قرار دهیم. آنگاه با استفاده از معادله‌ی ۱-۳۸ $(f = c/\lambda)$ ، می‌توانیم این بسامدها را برحسب طول‌موج‌ها جای‌گذاری کنیم. خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \text{کسر} &= \frac{hf - hf'}{hf} = \frac{c/\lambda - c/\lambda'}{c/\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'} \\ &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} \end{aligned} \quad (12-38)$$

با قرار دادن داده‌های معلوم چنین به دست می‌آوریم

$$\text{کسر} = \frac{2,21 \text{ pm}}{22 \text{ pm} + 2,21 \text{ pm}} = 0,091 \text{ یا } 9,1\% \quad (\text{پاسخ})$$

گرچه جابه‌جایی کامپتون $\Delta\lambda$ مستقل از طول‌موج λ ی پرتوهای فرودی است (معادله‌ی ۱۱-۳۸ را ببینید)، ولی نتیجه‌ی ما در این‌جا نشان می‌دهد که کسر اتلاف انرژی فوتون‌های پرتوهای x به λ بستگی دارد، و با کاهش طول‌موج تابش فرودی، افزایش می‌یابد.

دارد. این جابه‌جایی برای پراکندگی رو به جلو تحت زاویه‌ی $\phi = 0^\circ$ برابر صفر، و برای پراکندگی روبه عقب تحت زاویه‌ی $\phi = 180^\circ$ بیشینه است. در این‌جا حالتی بینایی در زاویه‌ی $\phi = 85^\circ$ داریم.

محاسبه: با قرار دادن 85° به‌جای این زاویه و $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ به‌جای جرم الکترون (چون پراکندگی از الکترون‌هاست) در معادله‌ی ۱۱-۳۸، خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi) \\ &= \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(1 - \cos 85^\circ)}{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(3,00 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 2,21 \times 10^{-12} \text{ m} \approx 2,2 \text{ pm} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

(ب) در چنین پراکندگی‌ای چه درصدی از انرژی فوتون پرتوی x اولیه به الکترون انتقال می‌یابد؟

ایده‌ی کلیدی

باید کسر اتلاف انرژی برای فوتون‌هایی که از الکترون‌ها پراکنده می‌شوند را پیدا کنیم:



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WILEY PLUS

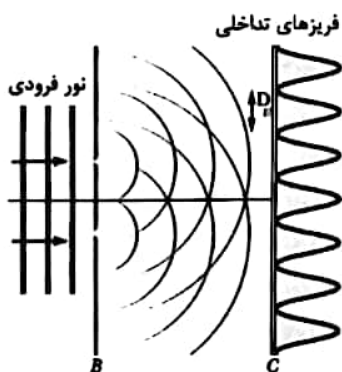
نور به عنوان موج احتمال

یک معمای اصلی فیزیک این است که چگونه نور می‌تواند در فیزیک کلاسیک یک موج باشد (که در ناحیه‌ای گسترده می‌شود) در حالی که در فیزیک کوانتومی به صورت فوتون‌ها (که در نقطه‌هایی ایجاد و ناپدید می‌شوند) گسیل یا جذب می‌گردد. آزمایش دوشکاف بخش ۲-۳۵ در دل این راز قرار دارد. در این‌جا می‌خواهیم درباره‌ی سه نوع این آزمایش بحث کنیم.

نوع استاندارد

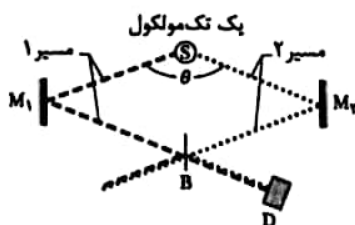
شکل ۶-۳۸ طرحی از آزمایش اصلی انجام شده توسط توماس یانگ در سال ۱۸۰۱ میلادی است (همچنین به شکل ۸-۳۵ نگاه کنید). نور بر صفحه‌ی B ، که دو شکاف موازی باریک دارد، می‌تابد. موج‌های نوری که از دو شکاف بیرون می‌آیند از طریق پراش پخش می‌شوند و روی پرده‌ی C تداخل همپوشانی می‌کنند، و نقشی از بیشینه‌ها و کمینه‌های متناوب شدت را تشکیل می‌دهند. در بخش ۲-۳۵ وجود این فریزهای تداخلی را به عنوان دلیلی برای سرشت موجی نور در نظر گرفتیم.

اکنون آشکارساز کوچک فوتون D را در نقطه‌ای واقع بر پرده‌ی C قرار می‌دهیم. فرض کنید آشکارساز یک ابزار فوتوالکتریکی است که با جذب هر فوتون، تلفی صدا می‌دهد. درمی‌یابیم که آشکارساز دنباله‌ای از این صداها را ایجاد می‌کند که از نظر زمانی کاتوره‌ای هستند و هر صدا از طریق جذب یک فوتون به سیگنال انتقال انرژی از موج نوری به پرده مربوط است. اگر آشکارساز را همان‌طور که در شکل ۶-۳۸ با پیکان سیاه نشان داده شده است، به‌آهستگی بالا یا پایین ببریم، درمی‌یابیم که با عبور از بیشینه‌ها و کمینه‌های متناوب که دقیقاً مربوط به بیشینه‌ها و کمینه‌های فریزهای تداخلی هستند، آهنگ ایجاد صدا زیاد و کم می‌شود.



شکل ۶-۳۸ نور بر صفحه‌ی B ، که شامل دو شکاف موازی است می‌تابد. نور خارج شده از این شکاف‌ها بر اثر پراش به سمت بیرون پخش می‌شود. دو موج پراشیده روی پرده‌ی C همپوشانی می‌کنند و نقشی از فریزهای تداخلی را تشکیل می‌دهند. آشکارساز فوتونی کوچک D در پرده‌ی C به ازای جذب هر فوتون، صدای تلقی واضحی را ایجاد می‌کند.

یک تک‌فوتون می‌تواند مسیرهای
بسیار متفاوتی را طی کند و همچنان
با خود تداخل کند



شکل ۷-۳۸ نور حاصل از گیل تک‌فوتون در
چشمه S روی دو میری حرکت می‌کند که
در زاویه‌ی بازی از یکدیگر قرار دارند و پس از
ترکیب دوباره توسط شکافنده‌ی باریکه‌ی B،
در آشکارساز D با خودش تداخل می‌کند.
(برگرفته از

Ming Lai and Jean-Claude Diels, *Journal of the Optical Society of America B*, 9, 2290-2264, December 1992.)

پیش‌بینی کنیم که یک انتقال در هر نقطه‌ی معین روی پرده رخ خواهد داد. انتقال‌ها می‌خواهند در ناحیه‌هایی با فریزهای روشن در نقش تداخلی ظاهر شوند. انتقال‌ها نمی‌خواهند در ناحیه‌هایی با فریزهای تاریک در نقش تداخلی ظاهر شوند (و بنابراین، فوتون‌ها نمی‌خواهند جذب شوند). پس می‌توانیم بگوییم موجی که از چشمه تا صفحه حرکت می‌کند یک موج احتمال است که نقشی از "فریزهای احتمال" را روی پرده ایجاد می‌کند.

نوع تک‌فوتون، زاویه باز

در ابتدا، فیزیکدانان سعی کردند آزمایش دوشکاف با تک‌فوتون را بر مبنای بسته‌های کوچک موج‌های نوری کلاسیکی که تک‌تک به سمت شکاف‌ها فرستاده می‌شدند توصیف کنند. آن‌ها این بسته‌های کوچک را فوتون نامیدند. ولی آزمایش‌های جدید این توضیح و تعریف را نامعتبر ساخت. شکل ۷-۳۸ آرایشی از یکی از این آزمایش‌ها را نشان می‌دهد که در سال ۱۹۹۲ توسط مینگ لای^۱ و جین کلود دایلز^۲ از دانشگاه نیومکزیکو گزارش شد. چشمه‌ی S مولکول‌هایی دارد که فوتون‌هایی را در زمان‌های کاملاً مجزا گیل می‌کند. آینه‌های M_1 و M_2 طوری قرار گرفته‌اند که نوری را که چشمه در امتداد دو میر مشخص ۱ و ۲ با فاصله‌ی زاویه‌ای θ نزدیک به 180° گیل می‌کند، بازمی‌تابانند. این آرایش با آزمایش دوشکاف استاندارد که در آن زاویه‌ی بین میرهای نوری که به دو شکاف می‌رسند خیلی کوچک است تفاوت دارد.

موج‌های نوری پس از بازتاب از آینه‌های M_1 و M_2 ، در امتداد مسیرهای ۱ و ۲ حرکت می‌کنند و در شکافنده‌ی باریکه‌ی B به هم می‌رسند، که نصف نور فرودی به آن را عبور و نصف دیگر را بازمی‌تاباند. در سمت راست شکافنده‌ی باریکه در شکل ۷-۳۸، موج نوری در امتداد مسیر ۲ حرکت می‌کند و به وسیله‌ی B بازتابیده می‌شود و با موج نوری‌ای که در امتداد مسیر ۱ حرکت می‌کند و از B می‌گذرد ترکیب می‌شود. سپس این دو موج وقتی در آشکارساز D (یک لامپ تکثیر فوتون که تک‌فوتون‌ها را می‌تواند آشکار کند) به یکدیگر می‌رسند با هم تداخل می‌کنند.

خروجی آشکارساز دسته‌تپ‌هایی الکترونیکی با فاصله‌هایی نامنظم هستند که مربوط به هر فوتون آشکارسازی شده است. در این آزمایش، شکافنده‌ی باریکه به آرامی در جهت افقی حرکت داده می‌شود (در آزمایش گزارش شده، این مسافت حداکثر فقط در حدود $50\mu\text{m}$ بوده است)، و خروجی آشکارساز روی یک نمودار ثبات ثبت می‌شود. با حرکت شکافنده‌ی باریکه، طول مسیرهای ۱ و ۲ تغییر می‌کند و این موجب تغییر فازی بین موج‌های نوری‌ای می‌شود که به آشکارساز D می‌رسند. بیشینه‌ها و کمینه‌های تداخلی در سیگنال خروجی آشکارساز ظاهر می‌شوند.

درک این آزمایش با واژگان متعارف دشوار است. برای مثال، وقتی مولکولی در چشمه یک تک‌فوتون گیل کند، آیا این فوتون در امتداد مسیر ۱ در شکل ۷-۳۸ حرکت می‌کند یا در امتداد مسیر ۲ (یا در امتداد هر مسیر دیگری)؟ یا آیا می‌تواند در امتداد هر دو مسیر در یک لحظه حرکت کند؟ برای پاسخ به این پرسش‌ها، فرض می‌کنیم که هرگاه مولکولی یک فوتون گیل کند، یک موج احتمال در تمام جهت‌ها از آن تابش می‌شود. آزمایش، این موج را در دو تا از این جهت‌ها امتحان می‌کند، که تقریباً در خلاف جهت یکدیگر انتخاب شده‌اند.

درمی‌یابیم اگر فرض کنیم که (۱) نور در چشمه به صورت فوتون‌ها تولید شود، (۲) نور در آشکارساز به صورت فوتون‌ها جذب شود، و (۳) نور بین چشمه و آشکارساز به صورت یک موج احتمال حرکت کند، می‌توانیم هر سه نوع آزمایش دوشکاف را تفسیر کنیم.

^۱ Ming Lai

^۲ Jean Claude Diels

۳۸-۴ زایش فیزیک کوانتومی

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۳۸-۱۵ یک تابشگر جسم سیاه آرمانی و طیف تابندگی $S(\lambda)$ ی آن را بشناسید.
- ۳۸-۱۶ مشکلی که فیزیکدانان پیش از کار پلانک در مورد تابش جسم سیاه داشتند را بشناسید، و توضیح دهید پلانک و اینشتین چگونه این مشکل را حل کردند.
- ۳۸-۱۷ قانون تابش پلانک را برای یک طول‌موج و دمای معین به کار بندید.
- ۳۸-۱۸ برای یک گسره‌ی طول‌موج باریک و به‌ازای یک طول‌موج و دمای معین، شدت در تابش جسم سیاه را بیابید.
- ۳۸-۱۹ رابطه‌ی بین شدت، توان، و مساحت را به کار بندید.
- ۳۸-۲۰ قانون وین را برای مربوط ساختن دمای سطح یک تابشگر جسم سیاه آرمانی به طول‌موجی که در آن تابندگی طیفی بیشینه است، به کار بندید.

نکته‌های کلیدی

- به عنوان معیاری از گسیل تابش گرمایی توسط یک تابشگر جسم سیاه آرمانی، تابندگی طیفی را بر حسب شدت گسیل‌شده بر واحد طول‌موج در یک طول‌موج معین λ تعریف می‌کنیم:

$$S(\lambda) = \frac{\text{شدت}}{(\text{واحد طول‌موج})}$$

- قانون تابش پلانک، که در آن نوسانگرهای اتمی تابش گرمایی تولید می‌کنند عبارت است از

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

که در آن h ثابت پلانک، k ثابت بولتزمن و T دمای سطح تابنده (بر حسب کلون) است.

- قانون پلانک نخستین پیشنهاد مبتنی بر آن است که انرژی نوسانگرهای اتمی که تابش را تولید می‌کنند کوانتیده است.

- قانون وین دمای T تابشگر جسم سیاه و طول‌موج $\lambda_{\max}$ که در آن تابندگی طیفی بیشینه است را به هم مربوط می‌کند:

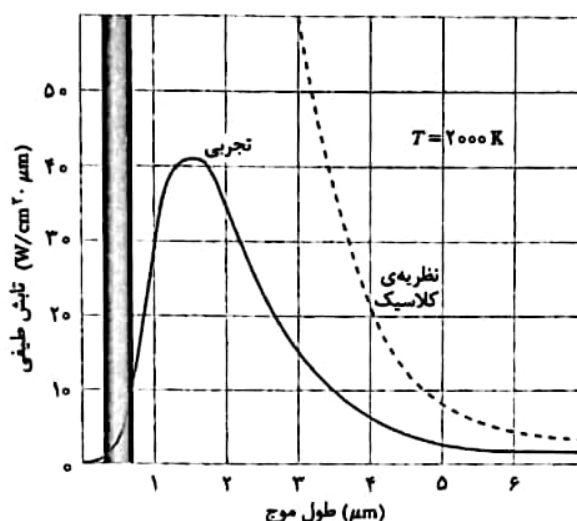
$$\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{m.K}$$

زایش فیزیک کوانتومی

اکنون که دیدیم چگونه اثر فوتوالکتریک و پراکندگی کامپتون فیزیکدان‌ها را به فیزیک کوانتومی رهنمون ساخت، می‌خواهیم به زمانی قبل‌تر برگردیم، وقتی که ایده‌ی انرژی‌های کوانتیده به تدریج از داده‌های آزمایشگاهی سر برآورد. داستان با چیزی شروع می‌شود که شاید امروزه عادی جلوه کند، ولی برای فیزیکدان‌های سال‌های ۱۹۰۰ یک دل‌مشغولی همیشگی بود. موضوع، تابش گرمایی گسیل‌شده توسط یک تابشگر جسم سیاه آرمانی بود- یعنی، تابشگری که تابش گسیل‌شده‌ی آن فقط به دما بستگی دارد و نه به ماده‌ای که از آن ساخته شده، خصوصیات سطح آن، و یا هر چیز دیگری غیر از دما. در یک کلمه مشکل این بود: نتایج آزمایشگاهی به‌طور فاحشی متفاوت از پیش‌بینی‌های آزمایشگاهی بود و هیچ‌کس دلیل آن را نمی‌دانست.

سازوکار آزمایشگاهی. یک تابشگر آرمانی را می‌توان با ایجاد یک کاواک در درون یک جسم و نگه داشتن دیواره‌های کاواک در دمایی یکنواخت درست کرد. اتم‌های واقع در دیواره‌ی داخلی جسم نوسان می‌کنند (آن‌ها انرژی گرمایی دارند)، که این باعث می‌شود آن‌ها امواج الکترومغناطیسی، تابش گرمایی، گسیل کنند. برای مطالعه‌ی این تابش گرمایی، حفره‌ی کوچکی را در دیواره ایجاد می‌کنیم تا اینکه بخشی از تابش بتواند بگریزد و مورد اندازه‌گیری قرار گیرد. (اما این گریز آنقدر نیست که تابش داخل کاواک را تغییر دهد). می‌خواهیم بدانیم بستگی شدت تابش با طول‌موج چگونه است.

توزیع شدت با تعریف تابندگی طیفی $S(\lambda)$ ی تابش گسیل‌شده در طول‌موج معین λ بررسی می‌شود:



شکل ۳۸-۸ منحنی پیوسته، تابندگی طیفی آزمایشگاهی را برای کاواکی در دمای ۲۰۰۰ K نشان می‌دهد. به ناکامی نظریه کلاسیک توجه کنید که به صورت یک منحنی خط چین نشان داده شده است. گستره طول‌موج‌های مرئی مشخص شده است.

$$S(\lambda) = \frac{\text{شدت}}{\left(\begin{smallmatrix} \text{واحد} \\ \text{طول موج} \end{smallmatrix} \right)} = \frac{\text{توان}}{\left(\begin{smallmatrix} \text{واحد} \\ \text{طول موج} \end{smallmatrix} \right) \left(\begin{smallmatrix} \text{واحد سطح} \\ \text{تابشگر} \end{smallmatrix} \right)} \quad (۱۲-۳۸)$$

اگر $S(\lambda)$ را در گستره‌ی باریک طول‌موج $d\lambda$ ضرب کنیم، به شدتی می‌رسیم (یعنی همان توان بر واحد سطح حفره در دیواره) که در گستره‌ی طول‌موج λ تا $\lambda + d\lambda$ گسیل شده است. منحنی پیوسته در شکل ۳۸-۸ نتایج آزمایشگاهی را در گستره‌ای از طول‌موج‌ها برای کاواکی با دمای دیواره‌ی ۲۰۰۰ K نشان می‌دهد. گرچه چنین تابشگری در یک اتاق تاریک به روشنی می‌درخشد، اما از شکل درمی‌یابیم که درواقع فقط بخش کوچکی از انرژی تابیده شده در گستره‌ی نور مرئی قرار دارد (که درمی‌یابیم شکل پُررنگ نشان داده شده است). در این دما، بیشتر انرژی تابیده شده در ناحیه‌ی فروسرخ با طول‌موج‌های بلندتر، قرار دارد.

نظریه. پیش‌بینی فیزیک کلاسیک برای تابندگی طیفی، به‌ازای یک دمای T معین بر حسب کلرین، عبارت است از

$$S(\lambda) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^2} \quad (\text{قانون تابش کلاسیک}) \quad (۱۳-۳۸)$$

که در آن k ثابت بولتزمن (معادله‌ی ۱۹-۷) با مقدار زیر است

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$$

این نتیجه‌ی کلاسیکی در شکل ۳۸-۸ برای $T = 2000 \text{ K}$ رسم شده است. گرچه نتایج نظری و تجربی در توافق خوبی برای طول‌موج‌های بلند (ناحیه‌ی سمت راست منحنی) هستند اما آن‌ها در ناحیه‌ی طول‌موج‌های کوتاه حتی نزدیک هم نیستند. در واقع، پیش‌بینی نظری حتی شامل یک بیشینه نیست که در نتایج اندازه‌گیری‌شده دیده می‌شود و به جای آن تا بی‌نهایت "بالا می‌رود" (که این برای فیزیکدان‌ها واقعاً ناراحت‌کننده و حتی مایه‌ی تشویش شده بود).

راه‌حل پلانک. در سال ۱۹۰۰، پلانک فرمولی را برای $S(\lambda)$ تدبیر کرد که با نتایج آزمایشگاهی برای همه‌ی طول‌موج‌ها و همه‌ی دماها کاملاً سازگار بود:

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (\text{قانون تابش پلانک}) \quad (14-38)$$

جزء کلیدی در این معادله در شناسه‌ی تابع نمایی قرار دارد: hc/λ ، که آن را می‌توانیم به شکل آشناتری به صورت hf بنویسیم. معادله‌ی ۱۴-۳۸ نخستین استفاده از نماد h بود، و ظاهر شدن hf حاکی از کوانتیده بودن انرژی نوسانگرهای اتمی در دیواره‌ی کاواک است. ولی پلانک، که تربیت‌یافته‌ی فیزیک کلاسیک بود، به‌رغم موفقیت عاجل معادله‌ی خود در سازگاری با همه‌ی داده‌های آزمایشگاهی، ابداً نتوانست چنین نتیجه‌ای را باور کند.

راه‌حل اینشتین. برای ۱۷ سال هیچکس معادله‌ی ۱۴-۳۸ را درک نکرد، تا این‌که اینشتین آن را با یک مدل بسیار ساده به کمک دو ایده‌ی کلیدی توضیح داد: (۱) انرژی اتم‌های دیواره‌ی کاواک که تابش گسیل می‌کنند واقعاً کوانتیده هستند. (۲) انرژی‌های تابش داخل کاواک نیز به شکل کوانتوم‌ها (که امروز فوتون می‌نامیم)، هریک با انرژی $E = hf$ ، کوانتیده هستند. او فرایندها را در مدل خود بر مبنای این‌که کدام اتم‌ها می‌توانند فوتون‌ها را گسیل و جذب کنند و اتم‌ها چگونه می‌توانند در تعادل با نور گسیل‌شده یا جذب‌شده باشند، توضیح داد.

مقدار بیشینه. طول‌موج $\lambda_{\max}$ که در آن $S(\lambda)$ بیشینه است (به‌ازای یک دمای T معین) را می‌توان با گرفتن مشتق اول از معادله‌ی ۱۴-۳۸ نسبت به λ ، برابر قرار دادن این مشتق با صفر، و سپس حل آن برای طول‌موج، به‌دست آورد. نتیجه به نام قانون وین شناخته شده است:

$$\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{m.K} \quad (\text{در تابندگی بیشینه}) \quad (15-38)$$

مثلاً در شکل ۸-۳۸ که برای آن $T = 2000 \text{ K}$ است، $\lambda_{\max} = 1.5 \mu\text{m}$ است که بزرگتر از طول‌موج بلند انتهای طیف مرئی است و همان‌طور که نشان داده شده است در ناحیه‌ی فروسرخ قرار دارد. اگر دما را افزایش دهیم، $\lambda_{\max}$ کاهش می‌یابد و قله‌ی شکل ۸-۳۸ تغییر می‌کند و بیشتر به سمت گستره‌ی مرئی جابه‌جا می‌شود.

توان تابیده. اگر از معادله‌ی ۱۴-۳۸ روی کل طول‌موج‌ها انتگرال بگیریم (به‌ازای یک دمای معین)، توان بر واحد سطح یک تابشگر گرمایی را به‌دست می‌آوریم. اگر سپس آن را در مساحت سطح کل A ضرب کنیم، توان تابیده‌ی کل P را می‌یابیم. نتیجه را قبلاً در معادله‌ی ۱۸-۳۸ (با تغییراتی در نمادگذاری) دیده‌ایم:

$$P = \sigma \epsilon A T^4 \quad (16-38)$$

که در آن $\sigma (= 5.6704 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ثابت استفان-بولتزمن و ϵ گسیلمندی سطح تابنده است (برای یک تابشگر جسم سیاه $\epsilon = 1$ است). در عمل، انتگرال‌گیری از معادله‌ی ۱۴-۳۸ روی کل طول‌موج‌ها دشوار است. ولی به‌ازای که یک دمای معین T ، طول‌موج λ ، و گستره‌ی طول‌موج $\Delta\lambda$ که نسبت به λ کوچک است، می‌توان توان در این گستره را با محاسبه‌ی ساده‌ای با $S(\lambda)A\Delta\lambda$ تقریب بزنیم.

۳۸-۵ الکترون‌ها و موج‌های ماده

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- | | |
|---|--|
| ۲۱-۳۸ تشخیص دهید الکترون‌ها (و فوتون‌ها و همه‌ی ذرات بنیادی دیگر) موج‌های ماده هستند. | ۲۲-۳۸ نقش پراش دوشکافی حاصل از ذراتی مانند الکترون را توصیف کنید. |
| ۲۲-۳۸ برای هر دو ذرات نسبی و غیرنسبی، رابطه‌های بین طول‌موج دوبروی، تکانه، تندی، و انرژی جنبشی را به‌کار بندید. | ۲۴-۳۸ معادله‌های دوشکافی نوری (بخش ۲-۳۵) و معادله‌های پراش (بخش ۱-۳۶) را برای امواج ماده به‌کار بندید. |

نکته‌های کلیدی

- یک ذره متحرک مانند الکترون می‌تواند به صورت یک موج ماده توصیف شود.
- طول موج مربوط به موج ماده، طول موج دو بروی ذره $\lambda = h/p$ است، که در آن p تکانه‌ی ذره است.
- ذره: هرگاه یک الکترون با ماده برهم کنش کند، این برهم کنش ذره مانند است، یعنی در یک نقطه رخ می‌دهد و انرژی و تکانه را انتقال می‌دهد.
- موج: هرگاه یک الکترون در حال گذار باشد، آن را به صورت یک موج احتمال تفسیر می‌کنیم.

الکترون‌ها و موج‌های ماده

در سال ۱۹۲۴ فیزیکدان فرانسوی لویی دوبروی^۱ پرسشی را مبتنی بر تقارن مطرح کرد: یک باریکه‌ی نور یک موج است، ولی انرژی و تکانه فقط از طریق فوتون‌ها در نقطه‌هایی به ماده منتقل می‌شود. چرا باریکه‌ای از ذره‌ها نمی‌توانند ویژگی‌های یکسانی داشته باشند؟ یعنی، چرا یک الکترون متحرک- یا هر ذره‌ی دیگر- را به صورت یک موج ماده که انرژی و تکانه را به ماده‌ی دیگر منتقل می‌کند تصور نکنیم؟

به خصوص دوبروی پیشنهاد کرد که معادله‌ی ۷-۳۸ ($p = h/\lambda$) را نه تنها می‌توان برای فوتون‌ها بلکه برای الکترون‌ها نیز به کار برد. در بخش ۷-۳۸ از این معادله برای تخصیص تکانه‌ی p به یک فوتون نور با طول موج λ استفاده کردیم. اکنون آن را در شکل زیر

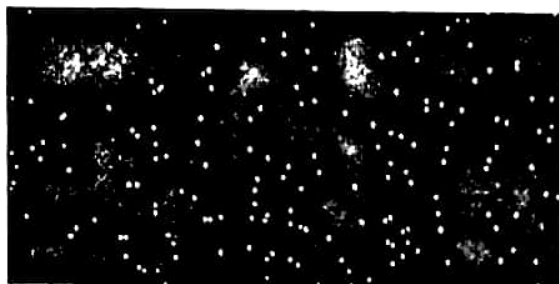
$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (\text{طول موج دوبروی}) \quad (۷-۳۸)$$

برای اختصاص دادن طول موج به یک ذره با تکانه‌ی p به کار می‌بریم. طول موج محاسبه شده از معادله‌ی ۱۳-۳۸ طول موج دوبروی ذره‌ی متحرک نامیده می‌شود. پیش‌بینی دوبروی برای وجود موج‌های ماده نخستین بار در سال ۱۹۲۷ توسط دایسون^۲ و جرمر^۳ در آزمایشگاه‌های تلفن بل^۴ و توسط تامسون^۵ در دانشگاه آبردین در اسکاتلند به طور تجربی بررسی شد.

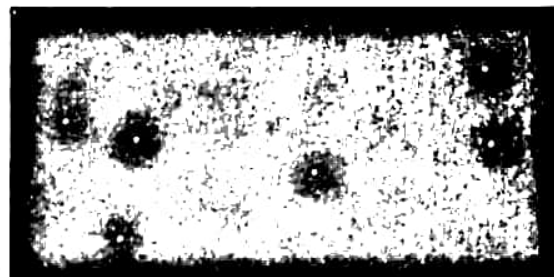
شکل ۹-۳۸ تصویرهایی را در اثبات وجود موج‌های ماده در آزمایشی که اخیراً انجام شده نشان می‌دهد. در این آزمایش وقتی الکترون‌ها یک به یک به دستگاه دوشکاف فرستاده شدند یک نقش تداخلی به وجود آمد. این دستگاه مشابه وسیله‌ای است که قبلاً برای اثبات تداخل نوری به کار برده شده بود، ولی پرده‌ی مشاهده‌ی آن شبیه به صفحه‌ی تلویزیون معمولی بود. وقتی الکترونی به پرده برخورد کند، یک جرقه‌ی نور را به وجود می‌آورد که مکان آن ثبت می‌شود.

چند الکترون اول (دو شکل اول) چیز قابل توجهی نشان نمی‌دهد و به نظر می‌رسد در محل برخورد، نقطه‌هایی به طور کاتوره‌ای روی پرده وجود دارد. ولی پس از این که هزاران هزار الکترون به دستگاه فرستاده شدند، نقشی روی پرده ایجاد شد، که فریزهایی را آشکار می‌کرد که در آنجا الکترون‌های زیادی به پرده برخورد کرده بودند و فریزهایی که در آنجا تعداد کمی الکترون به پرده برخورد کرده بود. این نقش دقیقاً همان چیزی است که برای تداخل موج انتظار داشتیم. بنابراین، هر الکترونی که از دستگاه می‌گذرد به صورت یک موج ماده عبور می‌کند- قسمتی از موج ماده که از یک شکاف می‌گذرد با قسمتی که از شکاف دیگر می‌گذرد تداخل می‌کند. بنابراین، این تداخل، احتمالی را تعیین می‌کند که الکترون در نقطه‌ی معینی روی پرده با برخورد با آن نقطه از پرده خود را ظاهر می‌کند. الکترون‌های زیاد، در ناحیه‌هایی متناظر با فریزهای روشن در تداخل نوری ظاهر می‌شوند و الکترون‌های اندک در ناحیه‌هایی متناظر با فریزهای تاریک.

^۱ Louis de Broglie ^۲ C.J. Davison ^۳ L.H. Germer ^۴ Bell Telephone ^۵ G.P. Thomson



(ب)



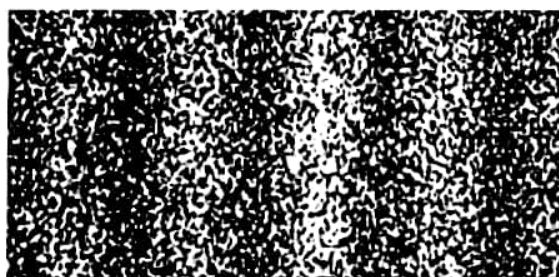
(الف)



(ت)



(پ)



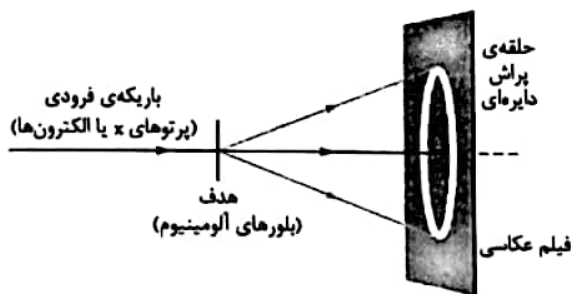
(ث)

شکل ۳۸-۹ تصوری که تشکیل نقش تداخلی توسط باریکه‌ای از الکترون‌ها را در یک آزمایش تداخل دوشکافی مانند شکل ۳۸-۶ نشان می‌دهد. موج‌های ماده مانند موج‌های نوری، موج‌های احتمال هستند. تعداد تقریبی الکترون‌ها عبارت‌اند از (الف) ۷، (ب) ۱۰۰، (پ) ۳۰۰، (ت) ۷۰۰۰ و (ث) ۲۰۰۰۰.

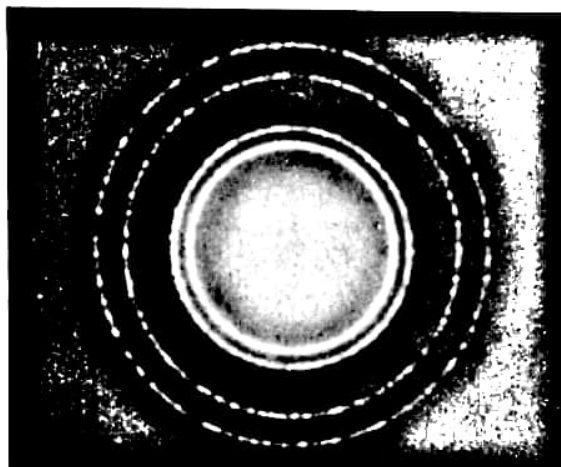
تداخل مشابهی با پروتون‌ها، نوترون‌ها و اتم‌های مختلف به نمایش گذاشته شده است. در سال ۱۹۹۴ این تداخل با مولکول‌های C_{60} که ۵۰۰۰۰۰ بار سنگین‌تر از الکترون ولی خیلی پیچیده‌ترند، به اثبات رسید. در سال ۱۹۹۹ این امر حتی با *فولرن‌ها* (یا *بوکی‌بال‌ها*) خیلی پیچیده C_{60} و C_{70} نشان داده شد. (فولرن‌ها مولکول‌های اتم‌های کربن هستند که در ساختاری شبیه به توپ فوتبال، ۶۰ اتم کربن در C_{60} و ۷۰ اتم کربن در C_{70} ، آرایش یافته‌اند.) ظاهراً، چنین مواد کوچکی مانند الکترون‌ها، پروتون‌ها، اتم‌ها و مولکول‌ها به صورت موج‌های ماده حرکت می‌کنند. ولی، وقتی اجسام بزرگتر و خیلی پیچیده‌تر را در نظر بگیریم، به این نتیجه می‌رسیم که بررسی سرشت موجی یک جسم، دیگر توجیه‌پذیر نخواهد بود. در این موارد، به جهان آشنای غیر کوانتومی خود، یعنی فیزیک فصل‌های آغازین این کتاب [جلد اول] برمی‌گردیم. خلاصه این‌که الکترون یک موج ماده است و می‌تواند با خودش تداخل کند، ولی گریه یک موج ماده نیست و نمی‌تواند با خودش تداخل کند (که این باید خاطر گریه‌ها را از این نظر آسوده کند!)

سرشت موجی ذره‌ها و اتم‌ها اکنون در حوزه‌های علمی و مهندسی امری پذیرفته شده است. برای مثال، پراش الکترون و نوترون برای مطالعه ساختارهای اتمی جامدها و مایع‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد، و پراش الکترون برای مطالعه ویژگی‌های اتمی سطح جامدها به کار برده می‌شود.

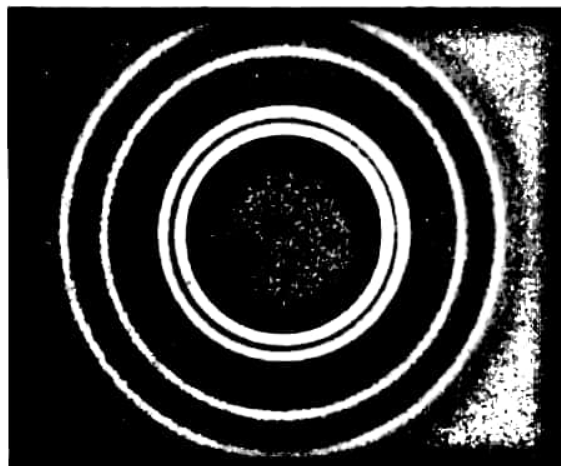
شکل ۳۸-۱۰ الف آرایشی را نشان می‌دهد که می‌تواند برای اثبات پراکندگی پرتوهای x یا الکترون‌ها توسط بلورها به کار برده شود. باریکه‌ای از پرتوهای x یا از الکترون‌ها به هدفی شامل لایه‌ای از بلورهای آلومینیومی کوچک تابانده می‌شود. پرتوهای x ، طول موج معین λ را دارند. الکترون‌ها به اندازه‌ای انرژی به دست می‌آورند که طول موج دوبروی آن‌ها با طول موج λ



(الف)



(ب)



(پ)

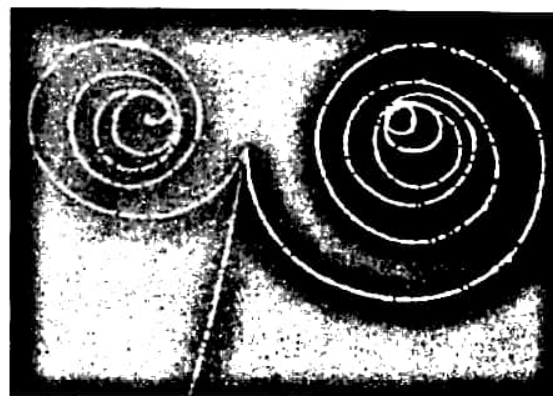
شکل ۳۸-۱۰ (الف) یک چنین آزمایشگاهی که با استفاده از روش‌های پراش، سرشت موج گونه‌ی باریکه‌ی فرودی را نشان می‌دهد. تصویر نقش‌های پراش وقتی باریکه‌ی فرودی (ب) یک باریکه‌ی پرتوی x (موج نور) و (پ) یک باریکه‌ی الکترون (موج ماده) است. توجه کنید که دو نقش از نظر هندسی مشابه یکدیگرند.

برابر شود. پراکندگی پرتوهای x یا الکترون‌ها توسط بلورها یک نقش تداخل دایره‌ای روی فیلم عکاسی ایجاد می‌کند. شکل ۳۸-۱۰ ب نقش پراکندگی پرتوهای x و شکل ۳۸-۱۰ پ نقش پراکندگی الکترون‌ها را نشان می‌دهد. این نقش‌ها یکسان‌اند - هم پرتوهای x و هم الکترون‌ها موج هستند.

موج‌ها و ذره‌ها

شکل‌های ۳۸-۹ و ۳۸-۱۰ شاهد متعاقب‌کننده‌ای از سرشت موجی ماده‌اند، ولی آزمایش‌های بی‌شماری وجود دارد که حاکی از سرشت فرم‌ای آن هستند. برای مثال، شکل ۳۸-۱۱ ردهایی از ذره‌ها (به جای موج‌ها) را نشان می‌دهد که در یک اتاقک حباب ایجاد شده‌اند. وقتی ذره‌ی بارداری از هیدروژن مایع که چنین اتاقکی را پر کرده است عبور کند، این ذره موجب می‌شود که مایع در طول مسیر حرکت ذره تبخیر شود. بنابراین دنباله‌ای از حباب‌ها، مسیر ذره را مشخص می‌کند، که به علت وجود یک میدان مغناطیسی عمود بر صفحه‌ی اتاقک، معمولاً خمیده است.

در شکل ۳۸-۱۱، وقتی پرتوی گاما از قسمت بالا وارد شود ردی از خود برجای نمی‌گذارد، زیرا این پرتو از لحاظ الکتریکی خنثی است. ولی وقتی با یکی از اتم‌های هیدروژن برخورد کند، الکترونی را از اتم خارج می‌کند؛ مسیر خمیده‌ای که این الکترون طی می‌کند، در پایین تصویر، به رنگ خاکستری نشان داده شده است. همزمان با این برخورد، پرتوی گاما به یک الکترون و یک پوزیترون در رویداد تولید زوج تبدیل می‌شود (معادله‌ی ۲۱-۱۵ [جلد دوم] را ببینید). سپس این دو ذره در مسیر مارپیچی تنگی (مارپیچ خاکستری طرف چپ برای الکترون و مارپیچ سفید طرف راست برای پوزیترون) حرکت می‌کنند، تا هنگامی که به تدریج در پی برخوردهای مکرری با اتم‌های هیدروژن، انرژی خود را از دست دهند. مطمئناً این ردها شاهده‌ی بر سرشت مادی الکترون و پوزیترون هستند، اما آیا هیچ شاهده‌ی بر سرشت موجی آن‌ها در شکل ۳۸-۱۱ وجود دارد؟



شکل ۳۸-۱۱ تصویر اتاقک حباب جایی را نشان می‌دهد که دو الکترون (مسیرهای خاکستری طرف چپ) و یک پوزیترون (مسیر سفید طرف راست) پس از ورود یک پرتو گاما به مرکز اتاقک، طی کرده‌اند.

برای ساده‌سازی این وضعیت، میدان مغناطیسی را قطع می‌کنیم تا رشته‌ی حباب‌ها مستقیم شود. هر حبابی را می‌توان به عنوان یک نقطه‌ی آشکارسازی برای الکترون در نظر گرفت. موج‌های ماده بین نقطه‌های آشکارسازی شده‌ای مانند I و F در شکل ۳۸-۱۲ تمام مسیرهای ممکن را طی می‌کنند که چندتایی از آن‌ها نشان داده شده است.

در حالت کلی، برای هر مسیری که I و F را به هم متصل می‌کند (غیر از مسیر خط مستقیم)، مسیری در مجاور آن قرار دارد به طوری که موج‌های ماده که دو مسیر را طی می‌کنند بر اثر تداخل یکدیگر را از بین می‌برند. در حالی که برای مسیر خط راستی که I و F را به هم می‌پیوندد، موج‌های ماده که همه‌ی مسیرهای مجاور را طی می‌کنند موجی را که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند تقویت می‌کنند. می‌توانید تصور کنید که حباب‌ها رد را به صورت دنباله‌ای از نقطه‌های آشکارسازی شده تشکیل می‌دهند که در آن‌ها موج ماده تداخل سازنده پیدا کرده است.



شکل ۳۸-۱۲ تعداد کمی از مسیرهای زیادی که دو نقطه I و F آشکارسازی شده توسط ذره‌ها را به هم وصل می‌کنند. فقط موج‌های ماده‌ای که مسیرهای نزدیک به خط راست بین این نقطه‌ها را می‌پیمایند به طور سازنده تداخل می‌کنند. در مورد همه‌ی مسیرهای دیگر، موج‌هایی که زوجی از مسیرهای مجاور را طی می‌کنند به طور ویرانگر تداخل می‌کنند.

تکته‌ی واریسی

برای الکترون و پروتونی که (الف) انرژی جنبشی، (ب) اندازه تکانه، یا (پ) تندی یکسان دارند، کدام ذره دارای طول‌موج دوبروی کوتاه‌تری است؟



مسئله‌ی نمونه ۳۸-۰۴ طول‌موج دوبروی یک الکترون

طول‌موج دوبروی الکترونی با انرژی جنبشی 120 eV چقدر است؟

ایده‌های کلیدی

(۱) می‌توانیم طول‌موج λ دوبروی الکترون را از معادله‌ی ۳۸-۱۷ ($\lambda = h/p$) به دست آوریم. (۲) می‌توانیم p را از انرژی جنبشی K ی داده‌شده‌ی الکترون پیدا کنیم این انرژی جنبشی خیلی کمتر از انرژی سکون یک الکترون است (از جدول ۳۷-۲، 0.511 MeV). بنابراین، می‌توانیم از تقریب کلاسیکی تکانه $p (=mv)$ و انرژی جنبشی استفاده کنیم.

محاسبه‌ها: انرژی جنبشی داده شده است. بنابراین، برای استفاده از رابطه‌ی دوبروی، نخست معادله‌ی انرژی جنبشی را برای v حل می‌کنیم و سپس آن را در معادله‌ی تکانه قرار می‌دهیم. خواهیم داشت

$$p = \sqrt{2mK}$$

$$= \sqrt{(2)(9.11 \times 10^{-31}\text{ kg})(120\text{ eV})(1.60 \times 10^{-19}\text{ J/eV})}$$

$$= 5.91 \times 10^{-24}\text{ kg.m/s}$$

آنگاه از معادله‌ی ۳۸-۱۳، داریم

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34}\text{ J.s}}{5.91 \times 10^{-24}\text{ kg.m/s}}$$

$$= 1.12 \times 10^{-10}\text{ m} = 112\text{ pm} \quad (\text{پاسخ})$$

این طول‌موج مربوط به الکترون، تقریباً به اندازه‌ی یک اتم نوعی است. اگر انرژی جنبشی الکترون را بیشتر کنیم، طول‌موج حتی از این هم کوچکتر می‌شود.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



۳۸-۶ معادله‌ی شرودینگر

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۳۸-۲۵ تشخیص دهید که موج‌های ماده توسط معادله‌ی شرودینگر توصیف می‌شوند.

۳۸-۲۶ برای یک ذره‌ی غیرنسبیتی که در راستای محور x حرکت می‌کند، معادله‌ی شرودینگر و حل کلی آن را برای بخش فضایی تابع موج بنویسید.

۳۸-۲۷ برای یک ذره‌ی غیرنسبیتی، رابطه‌های بین عدد موج زاویه‌ای،

انرژی جنبشی، تکانه، و طول‌موج دوبروی را به کار بندید.
۳۸-۲۸ با دانستن حل بخش فضایی معادله‌ی شرودینگر، پاسخ کلی آن را که شامل وابستگی زمانی می‌شود بنویسید.

۳۸-۲۹ با دانستن یک عدد مختلط، مزدوج مختلط آن را بیابید.

۳۸-۳۰ با دانستن تابع موج، چگالی احتمال را محاسبه کنید.

تکته‌های کلیدی

- یک موج ماده (مانند موج ماده‌ی یک الکترون) با یک تابع موج $\Psi(x, y, z, t)$ توصیف می‌شود که می‌تواند به یک بخش وابسته به فضا $\psi(x, y, z)$ و یک بخش وابسته به زمان $e^{-i\omega t}$ جدا شود، که ω بسامد زاویه‌ای مربوط به موج است.
 - برای یک ذره‌ی نانسیستی به جرم m که در حال حرکت در راستای محور x با انرژی E و انرژی پتانسیل U است، بخش وابسته به فضا را می‌توان با حل معادله‌ی شرودینگر به دست آورد
- $$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0$$
- یک ذره تا زمانی که مکان آن واقعاً اندازه‌گیری نشده است، مکان مشخصی ندارد.
 - احتمال آشکارسازی یک ذره در حجم کوچکی به مرکزیت نقطه‌ای معین، متناسب با چگالی احتمال $|\psi|^2$ موج ماده در آن نقطه است.

معادله‌ی شرودینگر

یک موج پیشرونده‌ی ساده از هر نوع که باشد، چه موج روی ریسمان، و چه موج صوتی یا موج نوری، برحسب کمیتی توصیف می‌شود که به صورتی موج‌گونه تغییر می‌کند. به عنوان مثال، در مورد موج‌های نوری، این کمیت $E(x, y, z, t)$ ، مؤلفه‌ی میدان الکتریکی موج است. مقدار مشاهده‌شده‌ی آن در هر نقطه به مکان آن نقطه و زمانی که مشاهده انجام شده بستگی دارد. چه کمیت متغیری را باید برای توصیف موج ماده به کار برد؟ باید انتظار داشته باشیم این کمیت، که تابع موج $\Psi(x, y, z, t)$ نامیده می‌شود، پیچیده‌تر از متناظر آن برای کمیت یک موج نوری باشد، زیرا موج ماده افزون بر انرژی و تکانه، جرم و (اغلب) بار الکتریکی را نیز منتقل می‌کند. معلوم می‌شود که Ψ ، حرف بزرگ یونانی پسای، معمولاً نمایش تابعی است که از لحاظ ریاضی مختلط است؛ یعنی همیشه می‌توان آن را به صورت $a + ib$ نوشت که در آن a و b عددهای حقیقی و $i^2 = -1$ است.

در تمام وضعیت‌هایی که در این جا با آن‌ها مواجه خواهید شد، متغیرهای فضایی و زمانی را می‌توان از هم جدا کرد و Ψ را به شکل زیر نوشت

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)e^{-i\omega t} \quad (۱۸-۳۸)$$

که در آن $\omega (= 2\pi f)$ بسامد زاویه‌ای موج ماده است. توجه کنید که ψ حرف کوچک یونانی پسای، فقط قسمت فضایی تابع موج وابسته به زمان Ψ را نشان می‌دهد. روی ψ متمرکز خواهیم شد. دو پرسش پیش می‌آید: مفهوم تابع موج چیست؟ چگونه می‌توان آن را پیدا کرد؟ تابع موج به چه معنی است؟ تابع موج به این واقعیت مربوط است که موج ماده مانند موج نوری، یک موج احتمال است. فرض کنید یک موج ماده به یک آشکارساز ذره که کوچک است برسد؛ آنگاه احتمال این که در بازه‌ی زمانی خاصی آشکار شود متناسب با $|\psi|^2$ است، که $|\psi|^2$ قدر مطلق تابع موج در محل آشکارساز است. گرچه ψ معمولاً کمیتی مختلط است، ولی $|\psi|^2$ همیشه حقیقی و مثبت است. بنابراین $|\psi|^2$ ، که چگالی احتمال نامیده می‌شود، معنی فیزیکی دارد نه ψ . با اندکی مساحمه معنی آن چنین است



احتمال آشکار شدن یک ذره در حجمی کوچک، متمرکز در نقطه‌ای معین در یک موج ماده، با مقدار $|\psi|^2$ در آن نقطه متناسب است.

چون ψ معمولاً یک کمیت مختلط است، با ضرب کردن ψ در ψ^* یعنی مزدوج مختلط ψ ، مربع مقدار مطلق آن به دست می‌آید. (برای یافتن ψ^* عدد مجازی i را در ψ با $-i$ جایگزین می‌کنیم.)

چگونه می‌توان تابع موج را پیدا کرد؟ موج‌های صوتی و موج‌های روی ریسمان به‌وسیله‌ی معادله‌های مکانیک نیوتونی و موج‌های نوری به‌وسیله‌ی معادله‌های ماکسول توصیف می‌شوند. موج‌های ماده برای ذرات غیرنسبیتی به‌وسیله‌ی معادله‌ی شرودینگر توصیف می‌شوند، که در سال ۱۹۲۶ توسط فیزیکدان اتریشی/روین شرودینگر^۱ بیان شد.

بسیاری از وضعیت‌هایی که بحث خواهیم کرد شامل ذره‌ای است که در جهت x در ناحیه‌ای حرکت می‌کند که در آنجا نیروهای وارد بر ذره موجب می‌شوند که ذره انرژی پتانسیل $U(x)$ داشته باشد. در این حالت خاص، معادله‌ی شرودینگر چنین می‌شود

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2\pi^2m}{h^2}[E - U(x)]\psi = 0 \quad \text{(معادله‌ی شرودینگر، حرکت یک بعدی)} \quad (19-38)$$

که در آن E انرژی مکانیکی کل ذره‌ی متحرک است. (در این معادله‌ی غیرنسبیتی انرژی جرمی را در نظر نمی‌گیریم). معادله‌ی شرودینگر را نمی‌توان از اصول اساسی به‌دست آورد؛ این معادله، خود یک اصل اساسی است.

عبارت معادله‌ی شرودینگر را می‌توان با دوباره‌نویسی جمله‌ی دوم ساده کرد. نخست توجه کنید که $E - U(x)$ انرژی جنبشی ذره است. فرض کنید انرژی پتانسیل، یکنواخت و ثابت است (حتی می‌تواند صفر باشد). چون ذره غیرنسبیتی است، انرژی جنبشی را می‌توانیم به‌طور کلاسیکی بر حسب تندی و سپس تکانه‌ی p بنویسیم، و سپس نظریه‌ی کوانتومی را با استفاده از طول‌موج دوبروی وارد کنیم:

$$E - U = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 \quad (20-38)$$

با ضرب 2π در صورت و مخارج جمله‌ی مربعی، انرژی جنبشی را می‌توانیم بر حسب عدد موج زاویه‌ای $k = 2\pi/\lambda$ بنویسیم:

$$E - U = \frac{1}{2m}\left(\frac{kh}{2\pi}\right)^2 \quad (21-38)$$

با جای‌گذاری این رابطه در معادله‌ی ۱۹-۳۸ خواهیم داشت

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0 \quad \text{(معادله‌ی شرودینگر، } U \text{ یکنواخت)} \quad (22-38)$$

که در آن عدد موج زاویه‌ای، با استفاده از معادله‌ی ۲۱-۳۸، عبارت است از

$$k = \frac{2\pi\sqrt{2m(E-U)}}{h} \quad \text{(عدد موج زاویه‌ای)} \quad (23-38)$$

پاسخ عمومی معادله‌ی ۲۲-۳۸ عبارت است از

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (24-38)$$

که در آن A و B ثابت هستند. با جای‌گذاری این معادله و مشتق دوم آن در معادله‌ی ۲۲-۳۸ و به‌دست آوردن یک نتیجه‌ی اتحادی، می‌توانید نشان دهید که این معادله واقعاً پاسخ معادله‌ی ۲۲-۳۸ است.

معادله‌ی ۲۴-۳۸ پاسخ مستقل از زمان معادله‌ی شرودینگر است. می‌توانیم فرض کنیم که آن، بخش فضایی تابع موج در یک زمان اولیه‌ی $t=0$ است. با معلوم بودن E و U ، می‌توانیم ضرایب‌های A و B را برای آنکه دریا بیم تابع موج در $t=0$ چگونه به‌نظر می‌رسد، تعیین کنیم. آنگاه اگر بخواهیم دریا بیم چگونه تابع موج با زمان گسترش پیدا می‌کند، الگوی معادله‌ی ۱۸-۳۸ را پی می‌گیریم و معادله‌ی ۲۴-۳۸ را در تابع وابسته به زمان $e^{-i\omega t}$ ضرب می‌کنیم:

^۱ Erwin Schrödinger



شکل ۳۸-۱۳ نموداری از چگالی $|\psi|^2$ برای ذره‌ای که در جهت مثبت x حرکت می‌کند. چون $|\psi|^2$ برای تمام مقادیر x مقدار ثابت یکسانی دارد، احتمال آشکارسازی ذره در تمام نقطه‌های روی مسیر آن یکسان است.

$$\begin{aligned}\Psi(x,t) &= \psi(x)e^{-i\omega t} = (Ae^{ikx} + Be^{-ikx})e^{-i\omega t} \\ &= Ae^{i(kx-\omega t)} + Be^{-i(kx+\omega t)}\end{aligned}\quad (25-38)$$

ولی ما از اینجا پیشتر نخواهیم رفت.

یافتن چگالی احتمال $|\psi|^2$

در بخش ۱۶-۱ دیدیم که هر تابع F به شکل $F(kx \pm \omega x)$ یک موج پیشرونده را نمایش می‌دهد. در فصل ۱۶ این تابع‌ها سینوسی (یا کینوسی) بودند، ولی در اینجا نمایی هستند. هرگاه لازم باشد، همواره می‌توانیم با استفاده از فرمول اولر این دو شکل را تعویض کنیم: برای یک شناسه‌ی کلی θ داریم

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \quad \text{و} \quad e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta \quad (26-38)$$

جمله‌ی اول در سمت راست معادله‌ی ۳۸-۲۵ نمایشگر موجی است که در جهت مثبت x و جمله‌ی دوم نمایشگر موجی است که در جهت منفی x حرکت می‌کند. اکنون می‌خواهیم چگالی احتمال $|\psi|^2$ را برای ذره‌ای که فقط در جهت مثبت حرکت می‌کند محاسبه کنیم. با صفر قرار دادن B ، حرکت در جهت منفی را حذف می‌کنیم و سپس با جای‌گذاری $t=0$ خواهیم داشت

$$\psi(x) = Ae^{ikx} \quad (27-38)$$

برای محاسبه‌ی چگالی احتمال، مربع قدرمطلق $\psi(x)$ را حساب می‌کنیم:

$$|\psi|^2 = |Ae^{ikx}|^2 = A^2 |e^{ikx}|^2$$

چون

$$|e^{ikx}|^2 = (e^{ikx})(e^{ikx})^* = e^{ikx}e^{-ikx} = e^{ikx-ikx} = e^0 = 1$$

خواهیم داشت

$$|\psi|^2 = A^2(1)^2 = A^2$$

در این جا نکته‌ای وجود دارد: برای شرایطی که در نظر گرفتیم (انرژی پتانسیل یکنواخت U ، از جمله $U=0$ برای یک ذره‌ی آزاد)، چگالی احتمال برای هر ذره‌ای که مانند شکل ۳۸-۱۳ در راستای محور x حرکت کند ثابت است (همان مقدار A^2). این بدین معنی است که اگر یک اندازه‌گیری برای تعیین مکان ذره انجام دهیم، ذره می‌تواند در هر مقدار x حضور داشته باشد. بنابراین نمی‌توانیم بگوییم ذره به گونه‌ای کلاسیک مانند حرکت یک اتومبیل بر جاده در امتداد یک محور حرکت می‌کند. در واقع، ذره مکانی ندارد تا هنگامی که آن را اندازه‌گیری کنیم.

۳۸-۷ اصل قطعیت هایزنبرگ

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۳۸-۴۱ اصل عدم قطعیت هایزنبرگ را برای مثلاً الکترونی که در راستای محور x حرکت می‌کند به کار ببندید و مفهوم آن را توضیح دهید.

نکته‌ی کلیدی

• سرشت احتمالی فیزیک کوانتومی محدودیت مهمی بر آشکارسازی مکان و تکانه‌ی ذره می‌گذارد. به این معنی که، اندازه‌گیری همزمان مکان $\vec{r}$ و تکانه‌ی $\vec{p}$ ی یک ذره با دقت نامحدود امکان‌ناپذیر است. عدم قطعیت در مؤلفه‌های این کمیت‌ها چنین داده می‌شوند

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar$$

اصل عدم قطعیت هایزنبرگ

ناتوانایی ما در پیش‌بینی مکان یک ذره‌ی آزاد، همان‌طور که با شکل ۳۸-۱۳ نشان داده شد، نخستین مثال ما از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ است که در سال ۱۹۲۷ توسط فیزیکدان آلمانی ورنر هایزنبرگ^۱ ارائه شد. این اصل بیان می‌دارد که مقادیرهای اندازه‌گیری‌شده را نمی‌توان با دقت نامحدود به‌طور همزمان به مکان $\vec{r}$ و تکانه‌ی $\vec{p}$ یک ذره نسبت داد. بر حسب $\hbar = h/2\pi$ (موسوم به "بار")، اصل هایزنبرگ بیان می‌دارد

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar \quad (\text{اصل عدم قطعیت هایزنبرگ}) \quad (28-38)$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar$$

در این‌جا Δx و Δp_x عدم قطعیت‌های ذاتی در اندازه‌گیری مؤلفه‌های x برای $\vec{r}$ و $\vec{p}$ را نشان می‌دهند و جمله‌های مربوط به y و z نیز معنای مشابهی دارند. حتی با بهترین وسایل اندازه‌گیری که فناوری بتواند فراهم کند، هر حاصلضرب عدم قطعیت مکان و عدم قطعیت تکانه در معادله‌ی ۳۸-۲۸ بزرگتر از $\hbar$ خواهد بود و هرگز نمی‌تواند از آن کمتر شود.

در این‌جا رابطه‌های عدم قطعیت را به‌دست نخواهیم آورد و فقط آن‌ها را به‌کار خواهیم برد. این روابط ناشی از این حقیقت‌اند که الکترون‌ها و سایر ذرات، موج‌های ماده هستند و این‌که در اندازه‌گیری‌های پی‌درپی مکان‌ها و تکانه‌های آن‌ها احتمال، و نه قطعیت، وجود دارد. در توصیف آماری چنین اندازه‌گیری‌هایی، می‌توانیم مثلاً Δx و Δp_x را به‌عنوان دامنه‌ی گسترش (در واقع انحراف معیار) اندازه‌گیری‌ها در نظر بگیریم.

همچنین می‌توانیم آن‌ها را با یک استدلال فیزیکی (گرچه بسیار ساده شده) توجیه کنیم: در فصل‌های اول [جلد اول کتاب] توانایی خود در مشاهده و اندازه‌گیری مکان و حرکت، از قبیل اتومبیلی که در یک خیابان حرکت می‌کند و یا توپ بیلیاردی که بر یک میز می‌لغزد، را مسلم پنداشتیم. با مشاهده - یعنی، با قطع نور پراکنده شده از جسم - می‌توانستیم مکان جسم را تعیین کنیم. پراکندگی نور، حرکت جسم را تغییر نمی‌داد. ولی در فیزیک کوانتومی، عمل مشاهده به خودی خود مکان و حرکت را تغییر می‌دهد. هرچه بخواهیم مکان مثلاً یک الکترون را که در راستای محور x حرکت می‌کند (با استفاده از نور یا هر وسیله‌ی دیگری) با دقت بیشتری اندازه‌گیری کنیم، تکانه‌ی الکترون را بیشتر تغییر داده‌ایم و بنابراین قطعیت تکانه کمتر می‌شود. یعنی با کاهش Δx ، لزوماً Δp_x افزایش می‌یابد. برعکس، اگر تکانه را با دقت بسیار بالایی (کمتر از Δp_x) تعیین کنیم، قطعیت تعیین مکان الکترون کمتر می‌شود (Δx افزایش می‌یابد).

این وضعیت آخر همانی است که در شکل ۳۸-۱۳ یافتیم. الکترونی با مقدار قطعی k داشتیم که بنا به رابطه‌ی دوپروی به معنی تکانه‌ی قطعی p_x است. بنابراین، $\Delta p_x = 0$. با استفاده از معادله‌ی ۳۸-۲۸ این به معنی آن است که $\Delta x = \infty$. در این صورت اگر آزمایشی برای آشکار ساختن الکترون بنا کنیم، الکترون می‌تواند هر جایی بین $x = -\infty$ و $x = +\infty$ ظاهر شود.

شما ممکن است به این استدلال روی آورید: آیا نمی‌شود p_x را با دقت زیادی اندازه گرفت و سپس x را در هر جایی که الکترون ظاهر می‌شود با دقت بالایی اندازه‌گیری کرد؟ آیا این به معنی آن نیست که ما هر دوی p_x و x را به‌طور همزمان و با دقت بالایی اندازه‌گیری کرده‌ایم؟ خیر، خطای این استدلال این است که گرچه اندازه‌گیری نخست مقدار دقیق p_x را به‌دست می‌دهد، ولی اندازه‌گیری دوم ناگزیر آن مقدار را تغییر می‌دهد. در واقع، اگر اندازه‌گیری دوم واقعاً مقدار دقیق x را به‌دست دهد، در آن صورت هیچ حدسی در مورد مقدار p_x نخواهیم داشت.

^۱ Werner Heisenberg



مسئله نمونه ۳۸-۵. اصل عدم قطعیت: مکان و تکانه

استفاده از عبارت نیستی آن محاسبه کنیم. داریم

$$p_x = mv_x = (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(2.05 \times 10^6 \text{ m/s}) \\ = 1.87 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

عدم قطعیت در تندی به صورت $\pm 0.5\%$ در تندی اندازه‌گیری شده داده شده است. چون p_x به طور مستقیم به تندی بستگی دارد، عدم قطعیت Δp_x در تکانه باید $\pm 0.5\%$ تکانه باشد

$$\Delta p_x = (0.0050) p_x \\ = (0.0050)(1.87 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}) \\ = 9.35 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

بنابراین، از اصل عدم قطعیت چنین به دست می‌آوریم

$$\Delta x = \frac{h}{\Delta p_x} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})/2\pi}{9.35 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} \\ = 1.13 \times 10^{-8} \text{ m} \approx 11 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$

که حدوداً 100 برابر قطر اتمی است.

فرض کنید الکترونی در راستای محور x حرکت می‌کند و شما تندی آن را برابر با $2.05 \times 10^6 \text{ m/s}$ با دقت $\pm 0.5\%$ اندازه می‌گیرید. کمترین عدم قطعیتی (که بر اساس اصل عدم قطعیت در نظریه کوانتومی مجاز باشد) و با آن بتوان به طور همزمان مکان الکترون را در امتداد محور x اندازه‌گیری کرد چقدر است؟

ایده‌ی کلیدی

کمترین عدم قطعیتی که از نظریه کوانتومی مجاز شمرده می‌شود با اصل عدم قطعیت هایزنبرگ در معادله‌ی $28-28$ داده می‌شود. لازم است مؤلفه‌ها را فقط در راستای محور x در نظر بگیریم، زیرا حرکت فقط در امتداد این محور است و می‌خواهیم عدم قطعیت Δx در مکان را در امتداد این محور به دست آوریم. چون کمترین مقدار عدم قطعیت را می‌خواهیم، به جای نامساوی، در بخش محور x معادله‌ی $28-28$ ، تساوی را به کار می‌بریم و چنین می‌نویسیم $\Delta x \cdot \Delta p_x = \hbar$.

محاسبه‌ها: برای محاسبه عدم قطعیت Δp_x در تکانه، ابتدا باید مؤلفه‌ی p_x عدم قطعیت را محاسبه کنیم. چون تندی v_x الکترون خیلی کمتر از تندی نور c است، p_x را می‌توانیم با عبارت کلاسیکی تکانه به جای



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WILEY PLUS

۳۸-۸ بازتاب از یک پله‌ی پتانسیل

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۳۸-۲۲ تابع موج کلی برای معادله‌ی شرودینگر را برای الکترونی در ناحیه‌ای با انرژی پتانسیل ثابت (شامل صفر) بنویسید.
- ۳۸-۲۳ با رسم طرحی یک پله‌ی پتانسیل را با مشخص کردن ارتفاع U_0 ی پله، مشخص کنید.
- ۳۸-۲۴ برای تابع موج الکترون در دو ناحیه همجوار، با انطباق مقادیر و شیب‌ها در مرز، ضرایب (دامنه‌های احتمال) را تعیین کنید.
- ۳۸-۲۵ ضرایب‌های بازتاب و عبور را برای الکترون‌های فرودی بر یک پله‌ی پتانسیل (یا سد انرژی پتانسیل)، که در آن‌ها هر الکترون فرودی، انرژی پتانسیل $U = 0$ و انرژی مکانیکی E بزرگتر از ارتفاع

تکته‌های کلیدی

- یک ذره می‌تواند از یک مرز که در آن انرژی پتانسیلش تغییر می‌کند بازتابد حتی اگر از لحاظ کلاسیکی نتواند بازتابیده شود.
- ضریب بازتاب R احتمال بازتاب یک ذره منفرد را در مرز به دست می‌دهد.
- برای باریکه‌ای از تعداد زیادی ذرات، R کسر متوسطی از آن‌ها را به دست می‌دهد که بازتاب پیدا خواهند کرد.
- ضریب عبور T که احتمال عبور از مرز را به دست می‌دهد عبارت است از $T = 1 - R$

بازتاب از یک پله‌ی پتانسیل

در این‌جا مروری سریع بر چیزی می‌کنیم که شما در فیزیک کوانتومی پیشرفته‌تر با آن مواجه خواهید شد. در شکل $38-14$ ، باریکه‌ای از تعداد فراوانی از الکترون‌های غیرنسبیتی، هر یک با انرژی کل E ، در راستای محور x عبوری از یک لوله‌ی باریک، ارسال شده است. در ابتدا آن‌ها

در ناحیه ۱ هستند که در آنجا انرژی پتانسیل $U=0$ است، اما در $x=0$ آن‌ها با ناحیه‌ای با پتانسیل الکتریکی منفی V_0 مواجه می‌شوند. این ناحیه گذار، پله‌ی پتانسیل یا پله‌ی انرژی پتانسیل خوانده می‌شود. گفته می‌شود که پله ارتفاع U_0 را دارد، که همان‌طور که در شکل ۱۵-۳۸ برای انرژی پتانسیل بر حسب تابعی از مکان x رسم شده است، انرژی پتانسیلی است که الکترون در هنگام عبور از مرز در $x=0$ خواهد داشت. (به یاد آورید $U=qV$ است که در این‌جا پتانسیل V_0 منفی است، بار q الکترون منفی است، و بنابراین انرژی پتانسیل U_0 مثبت است.)

اکنون وضعیتی را در نظر بگیرید که در آن $E > U_0$ است. از لحاظ کلاسیکی، الکترون‌ها همگی باید از مرز عبور کنند - آن‌ها یقیناً انرژی کافی دارند. در واقع ما چنین حرکتی را به تفصیل در فصل‌های ۲۲ تا ۲۴ بررسی کردیم، که در آن‌جا الکترون‌ها به سمت پتانسیل‌های الکتریکی حرکت می‌کردند و تغییراتی در انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی آن‌ها رخ می‌داد. تنها پایداری انرژی مکانیکی را در نظر داشتیم و توجه داشتیم که اگر انرژی پتانسیل افزایش یابد، انرژی جنبشی به همان اندازه کاهش می‌یابد و در نتیجه تندی نیز کاهش پیدا می‌کند. آنچه مسلم پنداشتیم این است که چون انرژی E الکترون بیشتر از انرژی پتانسیل U_0 است، همه‌ی الکترون‌ها از مرز عبور می‌کنند. ولی اگر معادله‌ی شرودینگر را به‌کار بندیم، با یک شگفتی بزرگ مواجه می‌شویم - چون الکترون‌ها موج‌های ماده و نه ذرات (کلاسیکی) کوچک صلب هستند، برخی از آن‌ها واقعاً از مرز بازمی‌تابند. اکنون می‌خواهیم کسر R از الکترون‌های فرودی را که بازمی‌تابند تعیین کنیم.

در ناحیه ۱، که U برابر صفر است، معادله‌ی ۲۳-۳۸ حاکی از آن است که عدد موج زاویه‌ای برابر است با

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad (29-38)$$

و معادله‌ی ۲۴-۳۸ حاکی از آن است که پاسخ عمومی وابسته به فضای معادله‌ی شرودینگر چنین می‌شود

$$\psi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (\text{ناحیه ۱}) \quad (30-38)$$

در ناحیه ۲، که در آن انرژی پتانسیل برابر U_0 است، عدد موج زاویه‌ای برابر است با

$$k_0 = \frac{\sqrt{2m(E - U_0)}}{\hbar} \quad (31-38)$$

و پاسخ عمومی، با این عدد موج زاویه‌ای، چنین می‌شود

$$\psi_2(x) = Ce^{ik_0x} + De^{-ik_0x} \quad (\text{ناحیه ۲}) \quad (32-38)$$

از ضریب‌های C و D استفاده می‌کنیم، زیرا آن‌ها همان ضریب‌های ناحیه ۱ نیستند.

جمله‌های با شناسه‌ی مثبت در تابع نمایی، ذراتی را مشخص می‌کنند که در جهت $+x$ در حرکت‌اند، و جمله‌های با شناسه‌ی منفی ذراتی را مشخص می‌کنند که در جهت $-x$ حرکت می‌کنند. ولی چون هیچ چشمه‌ی الکترونی‌ای در سمت راست شکل‌های ۱۴-۳۸ و ۱۵-۳۸ وجود ندارد، هیچ الکترونی نمی‌تواند به سمت چپ ناحیه ۲ در حرکت باشد. بنابراین $D=0$ قرار می‌دهیم و در نتیجه پاسخ در ناحیه ۲ به‌سادگی چنین می‌شود

$$\psi_2(x) = Ce^{ik_0x} \quad (33-38)$$

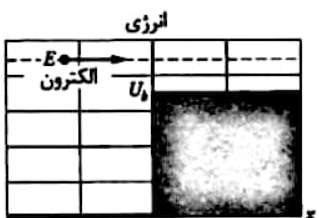
سپس باید مطمئن شویم که پاسخ‌های ما در مرز "خوش‌رفتارند". یعنی آن‌ها باید در $x=0$ با یکدیگر سازگار باشند، هم از لحاظ مقدار و هم شیب. به این شرایط، شرایط مرزی

آیا این الکترون می‌تواند از ناحیه‌ی با پتانسیل منفی بازتابیده شود؟



شکل ۱۵-۳۸ اجزای یک لوله که در آن یک الکترون (نقطه‌ی سیاه) به ناحیه‌ای با پتانسیل الکتریکی منفی نزدیک می‌شود.

از لحاظ کلاسیکی، الکترون انرژی بسیار بیشتری از آن دارد که توسط پله‌ی پتانسیل بازتابیده شود.



شکل ۱۵-۳۸ یک نمودار انرژی شامل دو بخش برای وضعیت شکل ۱۴-۳۸: (۱) انرژی مکانیکی E الکترون رسم شده است. (۲) انرژی پتانسیل الکتریکی U الکترون بر حسب تابعی از مکان x الکترون رسم شده است. بخش غیر صفر این نمودار (پله‌ی پتانسیل) ارتفاع U_0 را دارد.

گفته می‌شود. نخست برای توابع موج در معادله‌های ۳۰-۳۸ و ۳۳-۳۸ $x=0$ می‌گذاریم و سپس نتایج را با هم برابر قرار می‌دهیم. این نخستین شرط مرزی را به دست می‌دهد:

$$A+B=C \quad (\text{تطابق مقادیر}) \quad (۳۴-۳۸)$$

تابع‌ها مقدار یکسانی در $x=0$ دارند مشروط بر آنکه ضریب‌ها چنین رابطه‌ای داشته باشند. اکنون از معادله‌ی ۳۰-۳۸ نسبت به x مشتق می‌گیریم و بعد در آن $x=0$ قرار می‌دهیم. سپس از معادله‌ی ۳۳-۳۸ نسبت به x مشتق می‌گیریم و در آن $x=0$ قرار می‌دهیم. و آنگاه این دو نتیجه را با هم برابر قرار می‌دهیم (یک شیب برابر با شیب دیگر در $x=0$). از آنجا درمی‌یابیم

$$Ak - Bk = Ck_b \quad (\text{تطابق شیب‌ها}) \quad (۳۵-۳۸)$$

شیب‌ها در $x=0$ برابرند، مشروط بر آنکه این رابطه‌ی ضریب‌ها و عددهای موج زاویه‌ای برقرار باشد.

می‌خواهیم احتمال بازتابش الکترون از این مرز را پیدا کنیم. به یاد آورید که چگالی احتمال متناسب با $|A|^2$ است. اکنون می‌خواهیم چگالی احتمال در بازتابش (که متناسب با $|B|^2$ است) را به چگالی احتمال در باریک‌ی فرودی (که متناسب با $|A|^2$ است) با تعریف ضریب بازتاب R به هم مربوط کنیم:

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} \quad (۳۶-۳۸)$$

این R احتمال بازتابش و نیز کسری از الکترون‌های فرودی را که بازمی‌تابد به دست می‌دهد. ضریب عبور (احتمال عبور) برابر است با

$$T = 1 - R \quad (۳۷-۳۸)$$

مثلاً فرض کنید $R=0.10$. در این صورت اگر ۱۰,۰۰۰ الکترون را به سمت مرز روانه کنیم، درمی‌یابیم که حدود ۱۰۰ الکترون بازمی‌تابند. ولی هرگز نمی‌توانیم گمان کنیم که ۱۰۰ الکترون بازمی‌تابند. ما فقط احتمال داریم. بهترین چیزی که می‌توانیم در مورد هر الکترون بگوییم این است که ۱/۱۰ احتمال دارد که بازتابیده شود و ۹۹٪ احتمال دارد که عبور کند. سرشت موجی الکترون به ما امکان دقتی بیش از این را نمی‌دهد.

برای محاسبه‌ی R به‌ازای مقادیر معلوم E و U_b . نخست معادله‌های ۳۴-۳۸ و ۳۵-۳۸ را برای B بر حسب A با حذف C حل می‌کنیم و سپس این نتیجه را در معادله‌ی ۳۶-۳۸ قرار می‌دهیم. سرانجام، با استفاده از معادله‌های ۲۹-۳۸ و ۳۱-۳۸، مقادیر k و k_b را جای‌گذاری می‌کنیم. شگفتی این است که R ابدأ صفر (و T ابدأ ۱) نیست، آن طور که ما به‌طور کلاسیکی در فصل‌های دیگر فرض کردیم.

۳۸-۹ تونل‌زنی در یک سد پتانسیل

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۳۸-۳۸ با رسم طرحی، یک مرز پتانسیل را با نشان دادن ارتفاع U_b و ضخامت L مرز مشخص کنید.

۳۸-۳۹ استدلال مبتنی بر انرژی درباره‌ی این که انرژی ذره باید چگونه باشد تا از یک سد پتانسیل عبور کند را بشناسید.

۳۸-۴۰ ضریب عبور را برای تونل‌زنی بشناسید.

۳۸-۴۱ برای تونل‌زنی، ضریب عبور T را بر حسب انرژی ذره‌ی E و

جرم m و ارتفاع سد U_b و ضخامت L محاسبه کنید.

۳۸-۴۲ ضریب عبور را بر حسب این که هر ذره در یک سد تونل بزند و

نیز بر حسب کسری از ذراتی که در سد تونل می‌زنند تفسیر کنید.

۳۸-۴۳ در یک اسباب تونل زنی، چگالی احتمال را در برابر سد، در

درون سد، و سپس در سوی دیگر سد توصیف کنید.

۳۸-۴۴ توضیح دهید یک میکروسکوپ تونل‌زنی روشی چگونه کار می‌کند.

نکته‌های کلیدی

- یک سد انرژی پتانسیل ناحیه‌ای است که در آن یک ذره متحرک، انرژی پتانسیل افزایش یافته‌ی U_b را خواهد داشت.
- اگر انرژی کل ذره $E > U_b$ باشد، ذره می‌تواند از سد عبور کند.
- هرگاه $E < U_b$ باشد، از لحاظ کلاسیکی ذره نمی‌تواند از سد عبور کند اما از لحاظ کوانتومی ذره می‌تواند از سد عبور کند، اثری که به آن تونل‌زنی گفته می‌شود.
- برای ذره‌ای به جرم m و ضخامت سد L ، ضریب عبور عبارت است از

$$T \approx e^{-2bL}$$
 که در آن

$$b = \sqrt{\frac{2m(U_b - E)}{\hbar^2}}$$

تونل‌زنی در یک سد پتانسیل

اکنون می‌خواهیم پله‌ی پتانسیل شکل ۱۴-۳۸ را با یک سد پتانسیل (یا سد انرژی پتانسیل) جایگزین کنیم، که ناحیه‌ای به ضخامت L (ضخامت یا طول سد) است که در آنجا پتانسیل الکتریکی $V_b (> 0)$ و ارتفاع سد $U_b (= qV)$ است، همان‌طور که در شکل ۱۶-۳۸ نشان داده شده است. در طرف راست سد، ناحیه‌ی ۳ با $V = 0$ است. مانند قبل، باریکه‌ای غیرنسبیتی از الکترون‌ها، هر یک با انرژی E ، را به سمت سد می‌فرستیم. اگر دوباره $E > U_b$ باشد، با وضعیت پیچیده‌تری از پله‌ی پتانسیل پیشین مواجه خواهیم شد، زیرا اکنون احتمال دارد الکترون‌ها بتوانند از دو مرز واقع در $x = 0$ و $x = L$ بازتابند.

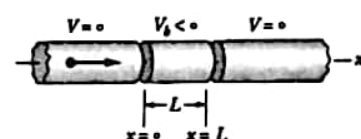
به جای حل این مسئله بیاید وضعیتی را در نظر بگیریم که در آن $E < U_b$ است - یعنی، وضعیتی که انرژی مکانیکی کمتر از انرژی پتانسیل است که برای یک الکترون در ناحیه‌ی ۲ مورد نیاز است. لازمی چنین مطالبه‌ای آن است که انرژی جنبشی الکترون $(E - U_b)$ در ناحیه‌ی ۲ منفی باشد که البته در واقع نامعقول است زیرا انرژی جنبشی باید همواره مثبت باشد (هیچ چیز در عبارت $\frac{1}{2}mv^2$ نمی‌تواند منفی باشد). بنابراین، ناحیه‌ی ۲ از لحاظ کلاسیکی برای الکترونی با $E < U_b$ ممنوع است.

تونل‌زنی. ولی چون الکترون یک موج ماده است، دارای یک احتمال متناهی نشت (یا بهتر بگوییم تونل‌زنی) در سد و ظاهر شدن در طرف دیگر است. الکترون با عبور از سد، دوباره انرژی مکانیکی کامل E را دارد، گویی هیچ اتفاقی (عجیب یا هر چیز دیگر) در ناحیه‌ی $0 \leq x \leq L$ رخ نداده است. شکل ۱۷-۳۷ سد پتانسیل و الکترونی را نشان می‌دهد که با انرژی کمتر از ارتفاع سد به آن نزدیک می‌شود. ما در پی یافتن احتمال ظاهر شدن الکترون در سمت دیگر سد هستیم. بنابراین، می‌خواهیم ضریب عبور T را پیدا کنیم.

برای آنکه عبارتی برای T بیاییم اصولاً باید همان روندی را پی بگیریم که برای یافتن R در یک پله‌ی پتانسیل انجام دادیم. باید معادله‌ی شرودینگر را برای پاسخ‌های عمومی در هر یک از سه ناحیه‌ی شکل ۱۶-۳۸ حل کنیم. پاسخ ناحیه‌ی ۳ برای موجی که در جهت $-x$ حرکت می‌کند را کنار می‌گذاریم (هیچ چشمه‌ی الکترونی در سمت راست وجود ندارد). بنابراین ضرایب را بر حسب ضریب A ی الکترون‌های فرودی با به کار بستن شرایط مرزی - یعنی با تطبیق مقادیر و شیب‌های توابع موج در دو مرز - تعیین می‌کنیم. سرانجام چگالی احتمال نسبی در ناحیه‌ی ۳ را بر حسب چگالی احتمال فرودی تعیین خواهیم کرد. ولی، به دلیل آنکه همه‌ی این کارها نیاز به محاسبات ریاضی فراوانی دارد، در این جا فقط نتایج کلی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

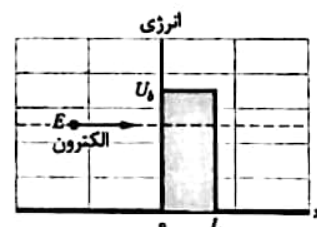
شکل ۱۸-۳۸ نموداری از چگالی‌های احتمال را در سه ناحیه نشان می‌دهد. منحنی در حال نوسان در سمت چپ سد (برای $x < 0$) ترکیبی از موج ماده‌ی فرودی و موج ماده‌ی بازتابیده (که دامنه‌ی کوچکتري از موج فرودی دارد) است. نوسان‌ها به این دلیل رخ می‌دهند که این دو موج، که در جهت‌های مخالف حرکت می‌کنند، با یکدیگر تداخل می‌کنند و یک نقش موج ایستاده را به وجود می‌آورند.

آیا این الکترون می‌تواند از ناحیه‌ی با پتانسیل منفی عبور کند؟



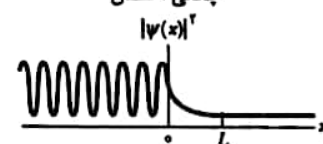
شکل ۱۶-۳۸ اجزای یک لوله‌ی نازک که در آن یک الکترون (نقطه‌ی سیاه) به پتانسیل الکتریکی منفی V_b در ناحیه‌ی $x = 0$ تا $x = L$ نزدیک می‌شود.

از لحاظ کلاسیکی، الکترون در عبور از ناحیه‌ی سد انرژی از دست می‌دهد.



شکل ۱۷-۳۸ یک نمودار انرژی شامل دو ناحیه برای وضعیت شکل ۱۶-۳۸: (۱) انرژی مکانیکی E ی الکترون که برای هنگامی رسم شده است که الکترون در هر مختصی $x < 0$ باشد. (۲) انرژی پتانسیل الکتریکی U ی الکترون بر حسب تابعی از مکان x الکترون رسم شده است، با فرض این‌که الکترون می‌تواند به هر مقداری از x برسد. بخش غیرصفر نمودار (سد پتانسیل) دارای ارتفاع U_b و ضخامت L است.

چگالی احتمال



شکل ۱۸-۳۸ نموداری از چگالی احتمال $|\psi|^2$ ی موج ماده‌ی الکترون برای وضعیت شکل ۱۷-۳۸. مقدار $|\psi|^2$ در سمت راست سد پتانسیل، ناصفر است.

در درون سد (برای $0 < x < L$) چگالی احتمال به‌طور نمایی با x کاهش می‌یابد. با این حال اگر L کوچک باشد، چگالی احتمال در $x = L$ کاملاً صفر نیست.

در سمت راست سد (برای $x > L$)، نمودار چگالی احتمال، یک موج عبوری (از سد) با دامنه‌ی کوچک ولی ثابت را توصیف می‌کند. بنابراین، الکترون در این ناحیه می‌تواند آشکار شود ولی احتمال آن نسبتاً کم است (این بخش از شکل را با شکل ۳۸-۱۳ مقایسه کنید).

همان‌طور که برای یک پله‌ی پتانسیل انجام دادیم، می‌توانیم یک ضریب عبور T را به موج ماده‌ی عبوری و سد اختصاص دهیم. این ضریب، احتمالی را به‌دست می‌دهد که با آن یک الکترون فرودی از سد عبور خواهد کرد- یعنی، تونل‌زنی رخ خواهد داد. به‌عنوان مثال، اگر $T = 0.020$ باشد، آنگاه از هر ۱۰۰۰ الکترون فرودی، (به‌طور متوسط) ۲۰ الکترون در سد تونل خواهد زد و ۹۸۰ الکترون بازتابیده می‌شود. ضریب عبور T تقریباً برابر است با

$$T \approx e^{-2bL} \quad (38-38)$$

که در آن

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_b - E)}{h^2}} \quad (38-39)$$

و e تابع نمایی است. به دلیل شکل نمایی معادله‌ی ۳۸-۳۸، مقدار T به‌سه متغیر وابسته به آن، یعنی جرم m ذره، ضخامت L سد، و اختلاف انرژی $U_b - E$ ، بسیار حساس است. (چون اثرهای نسبی را وارد نکرده‌ایم، E شامل انرژی جرم نمی‌شود.)

تونل‌زنی در سد، کاربردهای فراوانی در فناوری یافته است که از آن جمله دیود تونلی است که در آن شارشی از الکترون‌ها که توسط تونل‌زنی حاصل شده است می‌تواند با کنترل الکترونیکی ارتفاع سد به‌سرعت قطع و وصل شود. جایزه‌ی نوبل سال ۱۹۷۳ در فیزیک به‌طور مشترک به سه "متخصص تونل‌زنی" ^۱ لئو اساکي (برای تونل‌زنی در نیم‌رساناها)، ایوار گایاور^۲ (برای تونل‌زنی در ابر رساناها)، و برایان جوزفسون^۳ (برای پیوند جوزفسون، که یک کلید کوانتومی سریع مبتنی بر تونل‌زنی است) اهدا شد. جایز نوبل سال ۱۹۸۶ به گرد بینگ^۴ و هانریش رومرره^۵ برای ساختن میکروسکوپ تونل‌زنی روبشی اهدا شد.

نکته‌ی واری ۵

آیا طول‌موج موج عبوری در شکل ۳۸-۱۸ بزرگتر از طول‌موج موج فرودی است یا کوچکتر، و یا مساوی با آن است؟

میکروسکوپ تونل‌زنی روبشی (STM)^۶

اندازه‌ی جزئیاتی را که می‌توان با یک میکروسکوپ نوری دید با طول‌موج نوری که در میکروسکوپ به‌کار می‌رود (تقریباً ۳۰۰ nm برای نور فرابنفش) محدود می‌شود. اندازه‌ی جزئیاتی که برای تصاویر در مقیاس اتمی لازم است بسیار کوچکتر است و بنابراین به طول‌موج‌های بسیار کوچکتری نیاز دارد. موج‌های به‌کار رفته، موج‌های ماده‌ی الکترون هستند، ولی این موج‌ها از سطح مورد بررسی به همان طریقی پراکنده نمی‌شوند که موج‌ها در میکروسکوپ نوری پراکنده می‌گردند. بلکه تصویرهایی که می‌بینیم بر اثر تونل‌زنی الکترون‌ها از سدهای پتانسیل واقع در نوک یک میکروسکوپ تونل‌زنی روبشی (STM) ایجاد شده‌اند.

^۱ Leo Esaki

^۲ Ivar Giaever

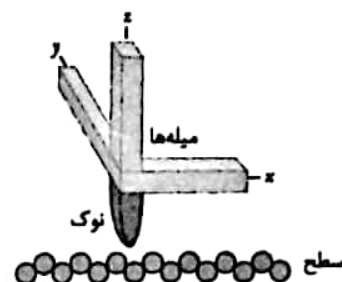
^۳ Brian Josephson

^۴ Gerd Binnig

^۵ Heinrich Rohrer

^۶ Scanning Tunneling Microscope

شکل ۳۸-۱۹ درون یک میکروسکوپ تونل زنی رویشی را نشان می‌دهد. نوک فلزی ظریفی در محل تقاطع سه میله کوارتز که دوبه‌دو بر هم عمودند سوار شده است و نزدیک سطح مورد بررسی قرار دارد. اختلاف پتانسیل کوچکی شاید فقط ۱۰ mV بین نوک و سطح برقرار است.



شکل ۳۸-۱۹ اساس یک میکروسکوپ تونل زنی رویشی (STM). سه میله کوارتز برای رویش، توسط یک قطعه رسانای نوک تیز در سرتاسر سطح موردنظر و برای ثابت نگه داشتن فاصله بین نوک و سطح، به کار رفته‌اند. سپس نوک برای تطابق با کناره‌های سطح، بالا و پایین می‌رود و نتیجه‌ی ثبت حرکت آن، اطلاعاتی را برای یک رایانه جهت ایجاد تصویری از سطح فراهم می‌کند.

کوارتز بلورین ویژگی جالبی به نام پیزوالکتریسته دارد: هرگاه یک اختلاف پتانسیل الکتریکی به دو سر نمونه‌ای از کوارتز بلورین اعمال شود، ابعاد نمونه اندکی تغییر می‌کند. از این خاصیت برای تغییر دادن طول هر سه میله شکل ۳۸-۱۹، به آسانی و به اندازه‌ی کمی، استفاده می‌شود، تا نوک بتواند در سرتاسر سطح به عقب و جلو (در جهت‌های x و y) رویش کند و همچنین نسبت به سطح بالا یا پایین (در جهت z) برود.

فاصله‌ی بین سطح و نوک، یک سد انرژی پتانسیل را تشکیل می‌دهد که خیلی شبیه سد پتانسیل رسم شده در شکل ۳۸-۱۷ است. اگر نوک به حد کافی به سطح نزدیک باشد، الکترون‌های نمونه می‌توانند از این سد، از سطح به نوک تونل بزنند و یک جریان تونلی تشکیل دهند.

در عمل، یک آرایش پس‌خوراند (فیدبک) الکترونیکی وضعیت عمودی نوک را تنظیم می‌کند تا وقتی نوک روی سطح رویش می‌کند، جریان تونلی ثابت بماند. این بدان معناست که فاصله‌ی نوک-سطح نیز در ضمن رویش ثابت می‌ماند. خروجی این وسیله یک نمایش ویدئویی از موضع عمودی نوک و بنابراین کناره‌ی سطح بر حسب تابعی از مکان نوک در صفحه‌ی xy است.

STM نه تنها می‌تواند تصویری از یک سطح ایستا تهیه کند، بلکه همچنین می‌تواند اتم‌ها و مولکول‌های روی سطح را دستکاری کند، مانند آنچه که در پدید آوردن حصار کوانتومی نشان داده شده در شکل ۳۹-۱۲ فصل بعد انجام شده است. در فرایندی موسوم به دستکاری جانبی^۱، کاوه‌ی STM نخست به نزدیکی یک مولکول آورده می‌شود، به فاصله‌ی چنان نزدیکی که مولکول بی‌آنکه واقعاً در تماس با کاوه باشد، جذب آن شود. آنگاه در حالی که کاوه، مولکول همراه خود را می‌کشد بر سطح پس‌زمینه‌ای حرکت داده می‌شود و بدین ترتیب نیروی جاذبه‌ی وارد بر مولکول تضعیف و سپس محو می‌شود. با وجود اینکه این کار نیاز به ضبط و ربط بسیار دقیقی دارد، سرانجام یک طرح می‌تواند تشکیل شود. در شکل ۳۹-۱۲، از یک کاوه‌ی STM برای حرکت دادن ۴۸ اتم آهن بر یک سطح مس در داخل یک حصار دایره‌ای به قطر ۱۴ nm، که در آن الکترون‌ها می‌توانند به دام افتند، استفاده شده است.

مسئله‌ی نمونه ۳۶-۵۶. تونل زنی در سد با موج ماده

فرض کنید الکترون در شکل ۳۸-۱۷ با انرژی کل E برابر با ۵٫۱ eV به سدی با ارتفاع $U_b = ۶٫۸$ eV و ضخامت $L = ۷۵$ pm نزدیک شود. (الف) احتمال تقریبی که الکترون از سد بگذرد و در طرف دیگر سد ظاهر (و قابل آشکار سازی) شود چقدر است؟

ایده‌ی کلیدی

احتمالی که در پی آن هستیم ضریب عبور T است که با معادله‌ی ۳۸-۲۸ ($T \approx e^{-2\delta L}$) داده می‌شود، که در آن

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_b - E)}{h^2}}$$

محاسبه‌ها: صورت کسر زیر رادیکال عبارت است از

$$(8\pi^2)(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(6.8 \text{ eV} - 5.1 \text{ eV}) \\ \times (1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}) = 1.956 \times 10^{-27} \text{ J} \cdot \text{kg}$$

بنابراین،

$$b = \sqrt{\frac{1.956 \times 10^{-27} \text{ J} \cdot \text{kg}}{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}} = 6.67 \times 10^9 \text{ m}^{-1}$$

پس کمیت δL (بدون بعد) عبارت است از

$$\delta L = (2)(6.67 \times 10^9 \text{ m}^{-1})(75 \times 10^{-12} \text{ m}) = 1.0$$

و از معادله‌ی ۳۸-۲۸، ضریب عبور چنین می‌شود

$$T \approx e^{-2\delta L} = e^{-1.0} = 0.37 = 37\% \quad (\text{پاسخ})$$

^۱ Lateral Manipulation

است. احتمال عبور به جرم ذره بسیار حساس است. جرم در این جا، جرم پروتون (1.67×10^{-27} kg) است که خیلی بزرگتر از جرم الکترون در (الف) است. با قرار دادن جرم پروتون به جای جرم در (الف) و سپس ادامه‌ی کار به همان صورتی که در آن جا دیدیم، به $T \approx 10^{-186}$ می‌رسیم. پس گرچه احتمال این که پروتون عبور کند کاملاً صفر نیست، مقدار آن به زحمت بیشتر از صفر است. در مورد ذره‌های خیلی سنگین‌تر با همان انرژی کل 5.1 eV ، احتمال عبور به‌طور نمایی کم می‌شود.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



پس، از هر میلیون الکترونی که به سد برخورد می‌کنند، تقریباً ۴۵ الکترون در سد تونل می‌زنند، که هر کدام با انرژی کل اولیه 5.1 eV خود در طرف دیگر سد ظاهر می‌شوند. (عبور از سد، انرژی الکترون یا هر ویژگی دیگر آن را تغییر نمی‌دهد.)

(ب) احتمال تقریبی‌ای که یک پروتون با همان انرژی کل 5.1 eV از سد عبور کند، و در طرف دیگر سد ظاهر (و آشکارسازی) شود چقدر است؟

استدلال: ضریب عبور T (و بنابراین احتمال عبور) به جرم ذره بستگی دارد. در واقع، چون جرم m یکی از عامل‌های نمای e در معادله‌ی T

رور و خلاصه‌ی درس

کوانتوم‌های نور- فوتون‌ها یک موج الکترومغناطیسی (نور) کوانتیده است، و کوانتوم آن فوتون نامیده می‌شود. در مورد یک موج نوری با بسامد f و طول‌موج λ ، انرژی E و بزرگی تکانه p عبارت‌اند از

$$E = hf \quad (\text{انرژی فوتون}) \quad (2-38)$$

و

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (\text{تکانه‌ی فوتون}) \quad (7-38)$$

اثر فوتوالکتریک هرگاه نوری با بسامد به اندازه کافی زیاد بر سطح تمیز یک فلز بتابد، الکترون‌ها با برهم‌کنش‌های فوتون-الکترون داخل فلز از سطح گسیل می‌شوند. رابطه‌ی حاکم بر آن عبارت است از

$$hf = K_{\max} + \Phi \quad (5-38)$$

که در آن hf انرژی فوتون، $K_{\max}$ انرژی جنبشی الکترون‌های پر انرژی گسیل‌شده، و Φ تابع کار ماده‌ی هدف است- یعنی، کمینه‌ی انرژی است که یک الکترون باید داشته باشد تا بتواند از سطح فلز خارج شود. اگر hf کمتر از Φ باشد، الکترون‌ها گسیل نمی‌شوند.

جابه‌جایی کامپتون هرگاه پرتوهای x توسط الکترون‌های با پیوند ست هدف پراکنده شوند، برخی از پرتوهای x پراکنده‌شده طول‌موج بلندتری از پرتوهای x فرودی دارند. این جابه‌جایی کامپتون (بر حسب طول‌موج) با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi) \quad (11-38)$$

که در آن ϕ زاویه‌ای است که پرتوهای x با آن پراکنده می‌شوند.

موج‌های نوری و فوتون‌ها هرگاه نور با ماده برهم‌کنش کند، انرژی و تکانه توسط فوتون‌ها منتقل می‌شود. ولی وقتی نور عبور کند، موج نوری به‌صورت موج احتمال به ما می‌رسد، که در آن

احتمالی که (در واحد زمان) یک فوتون می‌تواند آشکار شود متناسب با E_m^2 است، که E_m دامنه‌ی میدان الکتریکی نوسانی موج نوری در آشکارساز است.

تابش جسم سیاه آرمانی به عنوان معیاری از گسیل تابش گرمایی توسط یک تابشگر جسم سیاه آرمانی، تابندگی طیفی $S(\lambda)$ را بر حسب شدت گسیل‌شده بر واحد طول‌موج در یک طول‌موج معین λ تعریف می‌کنیم. برای قانون تابش پلانک که در آن نوسانگرهای اتمی تابش گرمایی تولید می‌کنند، داریم

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (14-38)$$

که در آن h ثابت پلانک، K ثابت بولتزمن، و T دمای سطح تابنده است. قانون وین، دمای T تابشگر جسم سیاه و طول‌موج $\lambda_{\max}$ که در آن تابندگی طیفی بیشینه است را به هم مربوط می‌کند:

$$\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K} \quad (15-38)$$

موج‌های ماده یک ذره‌ی متحرک مانند الکترون یا پروتون می‌تواند به صورت موج ماده توصیف شود؛ طول‌موج آن (به نام طول‌موج دوپروی) با $\lambda = h/p$ داده می‌شود که p بزرگی تکانه‌ی ذره است.

تابع موج موج ماده با تابع موج $\Psi(x, y, z, t)$ توصیف می‌شود، که می‌تواند به یک قسمت فضایی $\psi(x, y, z)$ و یک قسمت زمانی $e^{-i\omega t}$ تفکیک شود. در مورد ذره‌ای به جرم m که با انرژی کل E در جهت x حرکت می‌کند و از ناحیه‌ای می‌گذرد که در آن‌جا انرژی پتانسیل $U(x)$ است، $\psi(x)$ با حل معادله‌ی شرودینگر ساده‌شده به‌دست می‌آید

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}[E - U(x)]\psi = 0 \quad (19-38)$$

موج ماده مانند موج نوری، یک موج احتمال است به این معنا که اگر یک آشکارساز ذره در داخل موج قرار داده شود، احتمالی که

بر فیزیک کلاسیک، اگر انرژی جنبشی اولیه‌ی یک ذره از انرژی پتانسیل فزونی گیرد، ذره هرگز نباید توسط این ناحیه بازتابیده شود. ولی، بنا بر فیزیک کوانتومی، یک ضریب بازتابش R وجود دارد که احتمالی متناهی از بازتابش را به دست می‌دهد. احتمال عبور برابر است با $T = 1 - R$.

تونل زنی در سد بنا بر فیزیک کلاسیک، یک ذره‌ی فرودی از یک سد انرژی پتانسیل که ارتفاع آن بزرگتر از انرژی جنبشی ذره باشد بازتاب می‌کند. ولی، بنا بر فیزیک کوانتومی، ذره احتمال محدودی برای تونل زدن در چنین سدی را دارد. احتمال این که ذره‌ای معین با جرم m و انرژی E از سدی به ارتفاع U_0 و ضخامت L تونل بزند با ضریب عبور T داده می‌شود

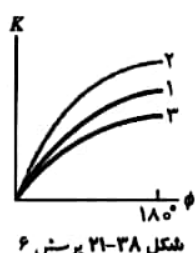
$$T \approx e^{-2bL} \quad (38-38)$$

که در آن

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2 m (U_0 - E)}{h^2}} \quad (39-38)$$

۵ یک صفحه‌ی فلزی با نوری با بسامد معین روشن شده است. کدام یک از موارد زیر مشخص می‌کنند که الکترون‌ها کنده شده‌اند یا نه: (الف) شدت نور، (ب) مدت قرار داشتن صفحه در معرض نور، (پ) رسانایی گرمایی، (ت) مساحت صفحه، (ث) ماده‌ای که صفحه از آن ساخته شده است.

۶ K را انرژی جنبشی‌ای در نظر بگیرید که یک الکترون آزاد ساکن به دست می‌آورد وقتی یک پروتون از آن پراکنده می‌شود. K را می‌توانیم بر حسب زاویه‌ی ϕ بی که در آن پروتون پراکنده می‌شود رسم کنیم؛ منحنی ۱ در شکل ۳۸-۲۱ را ببینید. اگر هدف را با یک پروتون آزاد ساکن عوض کنیم، آیا نقطه‌ی پایانی منحنی (الف) رو به بالا مانند منحنی ۲، (ب) رو به پایین مانند منحنی ۳ جابه‌جا می‌شود و یا (پ) بدون تغییر می‌ماند؟



شکل ۳۸-۲۱ پرسش ۶

۷ در آزمایش جابه‌جایی کامپتون، نور (در گستره‌ی پرتوی x) رو به جلو با زاویه‌ی $\phi = 0$ در شکل ۳۸-۳ پراکنده می‌شود. الکترون چه کسری از انرژی نور را به دست می‌آورد؟

آشکارساز ذره‌ای را در طی هر بازه‌ی زمانی معین آشکار کند متناسب با $|\psi|^2$ است، کمیتی که چگالی احتمال نامیده می‌شود. در مورد ذره‌ی آزاد- یعنی ذره‌ای که برای آن $U(x) = 0$ است- و در جهت x حرکت می‌کند، $|\psi|^2$ برای تمام مکان‌ها در امتداد محور x مقدار ثابتی دارد.

اصل عدم قطعیت هایزنبرگ سرشت احتمالی فیزیک کوانتومی محدودیت مهمی برای آشکارسازی مکان و تکانه‌ی ذره به وجود می‌آورد. یعنی، اندازه‌گیری مکان $\bar{x}$ و تکانه‌ی $\bar{p}_x$ یک ذره به‌طور همزمان با دقت نامحدود امکان ندارد. عدم قطعیت در مؤلفه‌های این کمیت‌ها با رابطه‌های زیر داده می‌شوند

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar \quad (38-38)$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar$$

پله‌ی پتانسیل این عبارت ناحیه‌ای را معرفی می‌کند که در آنجا انرژی پتانسیل ذره به بهای کاهش انرژی جنبشی، افزایش می‌یابد. بنا

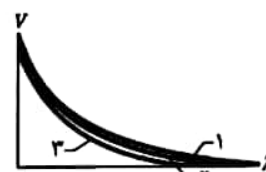


۱ انرژی فوتون A دو برابر انرژی فوتون B است. (الف) آیا تکانه‌ی A کمتر از B است یا بزرگتر از آن، و یا با آن مساوی است؟ (ب) آیا طول‌موج A کمتر از B است یا بیشتر از آن، و یا با آن مساوی است؟

۲ در اثر فوتوالکتریک (برای یک هدف معین و یک بسامد معین از نور فرودی)، کدام یک از کمیت‌های زیر، در صورت وجود، به شدت باریکه‌ی نور فرودی بستگی دارد: (الف) بیشینه‌ی انرژی جنبشی الکترون‌ها، (ب) بیشینه‌ی جریان فوتوالکتریک، (پ) پتانسیل توقف، (ت) بسامد قطع؟

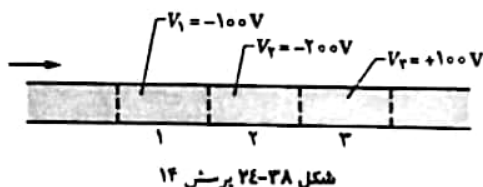
۳ بنا بر شکل نکته‌ی واری ۲، برای یک بسامد معین نور فرودی آیا بیشینه‌ی انرژی جنبشی الکترون‌های کنده‌شده در هدف ساخته شده از سدیم بزرگتر است یا هدف ساخته شده از پتاسیم؟

۴ اثر فوتوالکتریک: شکل ۳۸-۲۰ ولتاژ توقف V را بر حسب طول‌موج λ ی نور برای سه ماده‌ی مختلف نشان می‌دهد. این مواد را بر طبق تابع کار آن‌ها به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



شکل ۳۸-۲۰ پرسش ۴

۱۴ شکل ۲۴-۳۸ الکترونی را نشان می‌دهد که از ناحیه‌های مختلفی می‌گذرد که در آن‌ها پتانسیل‌های الکتریکی یکنواخت V برقرار شده است. این سه ناحیه را بر طبق موج دوبروی الکترون در این نواحی به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.

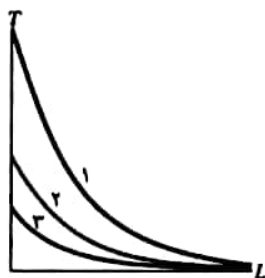


شکل ۲۴-۳۸ پرسش ۱۴

۱۵ جدول زیر مقدارهای نسبی سه وضعیت را برای آزمایش تونل‌زنی شکل‌های ۱۶-۳۸ و ۱۷-۳۸ به دست می‌دهد. این وضعیت‌ها را بر طبق بزرگی احتمال تونل‌زنی الکترون از سد به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.

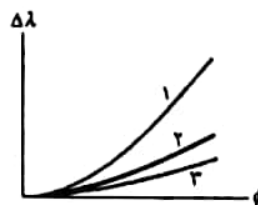
انرژی الکترون	ارتفاع سد	ضخامت سد	
(الف) E	$5E$	L	
(ب) E	$17E$	$L/2$	
(ب) E	$2E$	$2L$	

۱۶ برای سه آزمایش، شکل ۲۵-۳۸ ضریب عبور T را نشان می‌دهد که برای الکترونی که در یک سد پتانسیل تونل زده است بر حسب ضخامت L رسم شده است. طول موج‌های دوبروی الکترون‌ها در سه آزمایش یکسان هستند. تنها تفاوت در ارتفاع سدهای U_0 است. این سه آزمایش را بر طبق U_0 به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



شکل ۲۵-۳۸ پرسش ۱۶

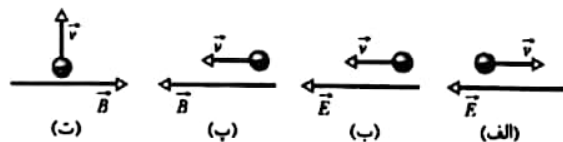
۸ پراکندگی کامپتون. شکل ۲۲-۳۸ جابه‌جایی $\Delta\lambda$ ی کامپتون را بر حسب زاویه‌ی پراکندگی ϕ برای سه ذره‌ی ساکن هدف نشان می‌دهد. این ذره‌ها را بر طبق جرم آن‌ها به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



شکل ۲۲-۳۸ پرسش ۸

۹ (الف) اگر انرژی جنبشی یک ذره‌ی غیرنسبیتی را دو برابر کنیم، طول موج دوبروی آن چقدر تغییر می‌کند؟ (ب) اگر تندی ذره را دو برابر کنیم چه خواهد شد؟

۱۰ شکل ۲۳-۳۸ الکترونی را نشان می‌دهد که (الف) در جهت مخالف میدان الکتریکی، (ب) در جهتی یکسان با جهت میدان الکتریکی، (پ) در جهتی یکسان با جهت میدان مغناطیسی، (ت) عمود بر میدان مغناطیسی، حرکت می‌کند. در هر وضعیت، آیا طول موج الکترون افزایش می‌یابد یا کاهش، و یا یکسان باقی می‌ماند؟

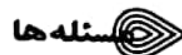


شکل ۲۳-۳۸ پرسش ۱۰

۱۱ در سمت چپ شکل ۱۸-۳۸، چرا کمینه‌ها ناصفرند؟

۱۲ یک الکترون و یک پروتون انرژی جنبشی یکسانی دارند. کدام یک طول موج دوبروی بزرگتری دارد؟

۱۳ انرژی جنبشی ذره‌های غیرنسبیتی زیر یکسان است. آن‌ها را به ترتیب بزرگی طول موج دوبروی آن‌ها مرتب کنید: الکترون، ذره‌ی آلفا، نوترون.



حل با راهنمایی مرحله به مرحله (بسته به صلاحدید مدرّس) در WileyPLUS و WebAssign موجود است.
 تعداد نقطه‌ها سطح دشواری مسئله را مشخص می‌کند.
 ILW حل در
 WWW حل به روش تعاملی در
 اطلاعات بیشتر در کتاب نمایش میجانبگیر فیزیک و در www.flyingcircusofphysics.com
 داده شده است: <http://www.wiley.com/college/young>

بخش ۱-۳۸ فوتون، کوانتوم نور

می‌دهد، که کوچکترین انرژی موردنیاز برای تجزیه‌ی یک مولکول AgBr در فیلم است. (الف) بزرگترین طول موجی از نور که به وسیله‌ی فیلم بتواند ثبت شود چقدر است؟ (ب) این طول موج در

۱۰ نور تکفام (یعنی نوری با یک طول موج منفرد) به وسیله‌ی یک ورقه‌ی فیلم عکاسی جذب و در نتیجه روی فیلم ثبت می‌شود. اگر انرژی فوتون برابر با 0.66 eV با بیشتر باشد جذب فوتون رخ

درمی‌یابیم که به‌ازای طول‌موج 300nm پتانسیل توقف 1.85V و به‌ازای طول‌موج 400nm پتانسیل توقف 0.82V است. با استفاده از این داده‌ها (الف) مقدار ثابت پلانک، (ب) تابع کار Φ سدیم، و (پ) طول‌موج قطع λ_c سدیم را پیدا کنید.

۲۵۰۰ (۵۵) پتانسیل توقف الکترون‌های گسیل‌شده از یک سطح روشن شده با نور به طول‌موج 491nm برابر با 0.71V است. وقتی طول‌موج فرودی به مقدار جدیدی تغییر کند، پتانسیل توقف 1.43V می‌شود. (الف) طول‌موج جدید چقدر است؟ (ب) تابع کار سطح چقدر است؟

۲۶۰۰ یک ماهواره‌ی در حال گردش می‌تواند از طریق اثر فوتوالکتریک باردار شود، وقتی نور خورشید الکترون‌ها را از سطح بیرونی آن جدا می‌کند. ماهواره باید طوری طراحی شود که این باردار شدن به حداقل برسد. فرض کنید ماهواره با پلاتین، فلزی با تابع کار بسیار بالا ($\Phi = 5.32\text{eV}$)، پوشانیده شده است. بلندترین طول‌موجی نور خورشید فرودی که می‌تواند یک الکترون را از سطح پلاتین جدا کند به‌دست آورید.

بخش ۳۸-۳ پرتون‌ها، تکانه، پراکندگی کامپتون، تداخل نور
۲۷۰ نوری با طول‌موج 2.40pm بر هدفی شامل الکترون‌های آزاد می‌تابد. (الف) طول‌موج نور پراکنده‌شده را در زاویه‌ی 30° نسبت به جهت فرودی پیدا کنید. (ب) آیا این مقدار با زاویه‌ی پراکندگی 120° یکسان است؟

۲۸۰ (الف) بر حسب MeV/c بزرگی تکانه‌ی مربوط به فوتونی که انرژی آن برابر با انرژی در حالت سکون الکترون باشد چقدر است؟ (ب) طول‌موج و (پ) بسامد تابش مربوط به آن چقدر است؟

۲۹۰ (الف) بسامد، (ب) انرژی فوتون و (پ) بزرگی تکانه‌ی فوتون (بر حسب keV/c) مربوط به پرتوهای x با طول‌موج 35.0pm چقدر است؟

۳۰۰۰ بیشینه‌ی جابه‌جایی طول‌موج برای برخورد کامپتون بین فوتون و یک پروتون آزاد چقدر است؟

۳۱۰۰ چند درصد افزایش در طول‌موج، به 75% اتلاف انرژی فوتون در برخورد فوتون-الکترون آزاد می‌انجامد؟

۳۲۰۰ پرتوهای x با طول‌موج 0.100nm در جهت مثبت محور x بر هدفی شامل الکترون‌هایی با پیوند سست می‌تابد. برای پراکندگی کامپتون از یکی از این الکترون‌ها در زاویه‌ی 180° ، (الف) جابه‌جایی کامپتون، (ب) تغییر متناظر در انرژی فوتون، (پ) انرژی جنبشی الکترون پس‌زده شده و (ت) زاویه‌ی بین جهت مثبت محور x و جهت حرکت الکترون‌ها، چقدر است؟

۱۶۰ اگر تابع کار ماده‌ای 2.3eV و بسامد تابش فرودی $3.0 \times 10^{15}\text{Hz}$ باشد، بیشینه‌ی انرژی جنبشی الکترون‌های کنده شده از این ماده را پیدا کنید.

۱۷۰ تابع کار تنگستن 4.50eV است. وقتی نوری با انرژی فوتون 5.80eV بر سطح آن بتابد، تندی سریع‌ترین الکترون‌های کنده‌شده از سطح تنگستن را محاسبه کنید.

۱۸۰ می‌خواهیم عنصری را برای یک فوتوسل انتخاب کنیم که با نور مرئی توسط اثر فوتوالکتریک کار کند. کدام یک از این عنصرها مناسب‌اند. (عددهای داخل پرانتز تابع‌های کار هستند): تانتالیوم، (4.2eV)، تنگستن (4.5eV)، آلومینیوم (4.2eV)، باریم (2.5eV)، لیتیم (2.3eV)؟

۱۹۰۰ (الف) اگر تابع کار فلز معینی 1.8eV باشد، پتانسیل توقف الکترون‌های کنده‌شده از فلز به هنگام تابیدن نور با طول‌موج 400nm بر آن چقدر است؟ (ب) بیشینه‌ی تندی الکترون‌های کنده شده چقدر است؟

۲۰۰۰ فرض کنید کربازدهی سطح سدیم (با تابع کار 1.80eV) برابر با $10^{-16}\text{A}/\text{m}^2$ است؛ یعنی به‌طور متوسط یک الکترون به‌ازای هر 10^{16} فوتون کنده می‌شود و به سطح می‌رسد. اگر چنین سطحی با نور 600nm از یک لیزر 2.00mW روشن شود و تمام الکترون‌های کنده‌شده در شارش بار شرکت کنند، جریان الکترون‌های کنده‌شده از این سطح چقدر است؟

۲۱۰۰ (۵۵) پرتوهای x با طول‌موج 71pm بر یک ورقه‌ی طلا تابانده می‌شوند و الکترون‌های با پیوند محکم را از اتم طلا می‌کنند. سپس الکترون‌های کنده‌شده در میری دایره‌ای به شعاع r در یک ناحیه‌ی میدان مغناطیسی یکنواخت B حرکت می‌کنند. برای سریع‌ترین الکترون‌های کنده‌شده، حاصلضرب Br برابر با $1.88 \times 10^{-4}\text{T}\cdot\text{m}$ است. (الف) بیشینه‌ی انرژی جنبشی این الکترون‌ها و (ب) کار انجام شده برای جدا کردن آن‌ها از اتم‌های طلا را پیدا کنید.

۲۲۰۰ طول‌موج مربوط به بسامد قطع نقره 325nm است. بیشینه‌ی انرژی جنبشی الکترون‌های کنده‌شده از سطح نقره توسط نور فرابنفش با طول‌موج 254nm چقدر است؟

۲۳۰۰ نوری با طول‌موج 200nm بر یک سطح آلومینیومی می‌تابد؛ برای کندن الکترون 4.20eV لازم است. انرژی جنبشی (الف) سریع‌ترین و (ب) آهسته‌ترین الکترون‌ها چقدر است؟ (پ) پتانسیل توقف برای این وضعیت چقدر است؟ (ت) طول‌موج قطع برای آلومینیوم چقدر است؟

۲۴۰۰ در آزمایش فوتوالکتریک با استفاده از یک سطح سدیم،

۴۱۰۰ (الف) جابه‌جایی کامپتون $\Delta\lambda$ ، (ب) کسر جابه‌جایی کامپتون $\Delta\lambda/\lambda$ و (پ) تغییر ΔE در انرژی فوتون نور با طول‌موج $\lambda = 590 \text{ nm}$ که از یک الکترون آزاد در حال سکون با زاویه‌ی پراکندگی 90° نسبت به جهت باریکه‌ی فرودی پراکنده می‌شود، چقدر است؟ (ت) $\Delta\lambda$ ، (ث) $\Delta\lambda/\lambda$ ، و (ج) ΔE به‌ازای پراکندگی 90° برای فوتونی با انرژی 50 keV (در گستره‌ی پرتو x) چقدر است؟

بخش ۳۸-۴ تورهای پراش

۴۲۰ خورشید تقریباً یک تابشگر جسم سیاه آرمانی با دمای سطح 5800 K است. (الف) طول‌موجی را بیابید که در آن تابندگی طیفی خورشید بیشینه است و (ب) نوع موج الکترومغناطیسی مربوط به این طول‌موج را تعیین کنید (شکل ۳۳-۱ [جلد دوم] را ببینید). (پ) همان‌طور که در فصل ۴۴ مطرح خواهیم کرد، عالم تقریباً یک تابشگر جسم سیاه آرمانی با تابشی گیل‌شده در هنگامی است که اتم‌ها برای نخستین بار تشکیل شدند. در حال حاضر قله‌ی تابندگی طیفی این تابش در طول‌موج 1.06 mm (ناحیه‌ی میکروموج) است. دمای متناظر عالم چقدر است؟

۴۳۰ درست پس از انفجار هسته‌ای، گوی آتش موج انفجار تقریباً یک تابشگر جسم سیاه آرمانی با دمای سطحی در حدود 10^7 K است. (الف) طول‌موجی را بیابید که در آن این تابش گرمایی بیشینه است و (ب) نوع موج الکترومغناطیسی متناظر با این طول‌موج را تعیین کنید (شکل ۳۳-۱ [جلد دوم] را ببینید). این تابش تقریباً بلافاصله توسط مولکول‌های هوایی محیط جذب می‌شود، که این خود تابشگر جسم سیاه آرمانی دیگری را با دمای سطحی در حدود 10^5 K ایجاد می‌کند. (پ) طول‌موجی را بیابید که در آن این تابش گرمایی بیشینه است و (ت) نوع موج الکترومغناطیسی متناظر با این طول‌موج را تعیین کنید.

۴۴۰۰ برای تابش گرمایی حاصل از یک تابشگر جسم سیاه آرمانی با دمای سطح 2000 K ، I_e را نمایشگر شدت بر واحد طول‌موج بر مبنای توصیف کلاسیکی تابندگی طیفی و I_p را نمایشگر شدت بر واحد طول‌موج بر مبنای توصیف پلانک در نظر بگیرید. نسبت I_e/I_p برای طول‌موج (الف) 400 nm (انتهای آبی طیف مرئی) و (ب) $200 \mu\text{m}$ (در انتهای فروسرخ) چقدر است؟ (پ) آیا توصیف کلاسیکی در طول‌موج‌های کوتاه‌تر در توافق با توصیف پلانک است یا در طول‌موج‌های بلندتر؟

۴۵۰۰ با فرض این‌که دمای سطح بدن شما 98.6°F و شما یک تابشگر جسم سیاه آرمانی باشید (شما یک سطح بسته هستید)، مطلوب است (الف) طول‌موجی که در آن تابندگی طیفی شما بیشینه

۳۳۰۰ درصد تغییر انرژی فوتون را در حین برخوردی مانند شکل ۳۸-۵، به‌ازای $\phi = 90^\circ$ و برای تابش (الف) در گستره‌ی میکروموج با $\lambda = 3 \text{ cm}$ ، (ب) در گستره‌ی مرئی با $\lambda = 500 \text{ nm}$ ، (پ) در گستره‌ی پرتوی x با $\lambda = 25 \text{ pm}$ و (ت) در گستره‌ی پرتوی گاما با انرژی فوتون گاما برابر با 1 MeV محاسبه کنید. (ث) نتیجه‌گیری شما درباره‌ی امکان آشکارسازی جابه‌جایی کامپتون در این ناحیه‌های مختلف طیف الکترومغناطیسی، صرفاً مبتنی بر معیار اتلاف انرژی در یک تک‌برخورد فوتون-الکترون، چیست؟

۳۴۰۰ فوتونی دستخوش پراکندگی کامپتون از یک الکترون آزاد می‌شود. فوتون تحت زاویه‌ی 90° از جهت اولیه‌ی خود پراکنده می‌شود. طول‌موج اولیه‌ی آن $3.0 \times 10^{-12} \text{ m}$ است. انرژی جنبشی الکترون چقدر است؟

۳۵۰۰ طول‌موج کامپتون را برای (الف) الکترون و (ب) پروتون محاسبه کنید. انرژی فوتون برای یک موج الکترومغناطیسی با طول‌موج برابر با طول‌موج کامپتون (پ) الکترون و (ت) پروتون چقدر است؟

۳۶۰۰ پرتوهای گاما با انرژی فوتون 0.511 MeV بر یک هدف آلومینیومی می‌تابند و توسط الکترون‌های با پیوند ست، در جهت‌های مختلف پراکنده می‌شوند. (الف) طول‌موج پرتوهای گامای فرودی چقدر است؟ (ب) طول‌موج پرتوهای گامای پراکنده شده در زاویه‌ی 90° نسبت به باریکه‌ی فرودی چقدر است؟ (پ) انرژی فوتون پرتوهای پراکنده شده در این جهت چقدر است؟

۳۷۰۰ برخوردی بین یک فوتون پرتوی x با انرژی اولیه‌ی 50 keV و یک الکترون ساکن را در نظر بگیرید که در آن فوتون رو به عقب و الکترون کنده‌شده رو به جلو حرکت می‌کنند. (الف) انرژی فوتون پراکنده‌شده به عقب چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی الکترون چقدر است؟

۳۸۰۰ نشان دهید هرگاه فوتونی با انرژی E از یک الکترون آزاد در حالت سکون پراکنده شود، بیشینه‌ی انرژی جنبشی الکترون پس‌زده شده با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$K_{\max} = \frac{E^2}{E + mc^2/2}$$

۳۹۰۰ یک فوتون 200 keV توسط یک الکترون آزاد درجه زاویه‌ای باید پراکنده شود تا فوتون 10% از انرژی خود را از دست بدهد؟

۴۰۰۰ بیشینه‌ی انرژی جنبشی الکترون‌های خارج شده از یک ورقه‌ی نازک مسی بر اثر پراکندگی کامپتون با یک باریکه‌ی فرودی از پرتوهای x با انرژی 17.5 keV چقدر است؟ تابع کار را ناچیز در نظر بگیرید.

۵۳۰۰ طول موج (الف) فوتونی با انرژی ۱.۰eV ، (ب) الکترونی با انرژی ۱.۰eV ، (پ) فوتونی با انرژی ۱.۰GeV و (ت) الکترونی با انرژی ۱.۰GeV چقدر است؟

۵۴۰۰ طول موج یک الکترون و یک فوتون ۰.۲nm است. تکانه (بر حسب $\text{kg}\cdot\text{m/s}$) (الف) الکترون و (ب) فوتون چقدر است؟ انرژی (بر حسب eV) (پ) الکترون و (ت) فوتون چقدر است؟

۵۵۰۰ بالاترین توان تفکیک قابل دستیابی در یک میکروسکوپ فقط با طول موج به کار رفته محدود می‌شود؛ یعنی کوچکترین چیزی که می‌توان تمیز داد دارای ابعادی تقریباً برابر با طول موج است. فرض کنید می‌خواهیم داخل اتم را "بینیم". با فرض این که قطر اتم ۱۰۰pm باشد، این بدان معنی است که باید بتوان پهنای، مثلاً ۱۰pm را تفکیک کرد. (الف) اگر یک میکروسکوپ الکترونی استفاده شود، کمینه‌ی انرژی لازم الکترون چقدر است؟ (ب) اگر یک میکروسکوپ نوری به کار رود، کمینه‌ی انرژی لازم فوتون چقدر است؟ (پ) کدام میکروسکوپ عملی‌تر به نظر می‌رسد؟ چرا؟

۵۶۰۰ هسته‌ی اتم در سال ۱۹۱۱ توسط ارنست رادرفورد^۱ کشف شد، کسی که آزمایش‌های پراکندگی باریکه‌ی ذره‌ی آلفا از اتم‌های ورقه‌ی نازک فلز طلا را به‌خوبی تفسیر کرد. (الف) اگر ذره‌های آلفا دارای انرژی جنبشی ۷.۵MeV باشند، طول موج دوبروی آن‌ها چقدر است؟ (ب) توضیح دهید که آیا سرشت موجی ذره‌های آلفای فرودی در تفسیر این آزمایش‌ها باید به حساب آورده شوند یا نه؟ جرم یک ذره‌ی آلفا ۴.۰u (یکای جرم اتمی) است و نزدیک‌ترین فاصله‌ی نزدیک شدن به مرکز هسته در این آزمایش‌ها تقریباً ۳۰fm بوده است (سرشت موجی ماده تا بیش از یک دهه پس از این که برای نخستین بار این آزمایش‌های قاطع انجام شد، مسلم فرض نشده بود).

۵۷۰۰ یک ذره‌ی غیرنسبیتی سه برابر سریع‌تر از الکترون حرکت می‌کند. نسبت طول موج دوبروی این ذره به طول موج الکترون $1/813 \times 10^{-4}$ است. با محاسبه‌ی جرم ذره، آن را شناسایی کنید.

۵۸۰۰ (الف) انرژی یک فوتون مربوط به طول موج ۱.۰nm ، (ب) انرژی جنبشی یک الکترون با طول موج دوبروی ۱.۰nm ، (پ) انرژی یک فوتون مربوط به طول موج ۱.۰fm و (ت) انرژی جنبشی یک الکترون با طول موج دوبروی ۱.۰fm چقدر است؟

۵۹۰۰ اگر طول موج دوبروی یک پروتون ۱۰۰fm باشد، (الف) تندی پروتون چقدر است و (ب) پروتون تحت چه پتانسیل الکتریکی باید برای رسیدن به این تندی شتاب بگیرد؟

است، (ب) توانی که با آن تابش گرمایی را در این طول موج در یک گستره‌ی طول موج ۱.۰nm گسیل می‌کنید (پ) آهنگ متناظری که با آن فوتون‌ها را از آن سطح گسیل می‌کنید. با استفاده از یک طول موج ۵۰۰nm (در گستره‌ی مرئی)، (ت) توان و (ث) آهنگ گسیل فوتون‌ها را دوباره محاسبه کنید. (همان‌طور که پی برده‌اید شما در تاریکی نمی‌درخشید.)

بخش ۳۸-۵ الکترون‌ها و موج‌های ماده

۴۶۰ طول موج دوبروی (الف) یک الکترون ۱.۰keV ، (ب) یک پروتون ۱.۰keV و (پ) یک نوترون ۱.۰keV را محاسبه کنید.

۴۷۰ در تلویزیون‌های قدیمی، الکترون‌ها از طریق یک اختلاف پتانسیل ۲۵keV شتاب می‌گرفتند. طول موج دوبروی چنین الکترون‌هایی چقدر است؟ (نیازی به نسبت نیست.)

۴۸۰۰ کوچکترین بُعد (توان تفکیک) را که می‌شود با یک میکروسکوپ الکترونی تفکیک کرد برابر با طول موج دوبروی الکترون‌های آن است. چه ولتاژ شتاب‌دهنده‌ای لازم خواهد بود تا الکترون‌ها همان توان تفکیکی را داشته باشند که می‌توانند با استفاده از پرتوهای گامای ۱۰۰keV به دست آورند؟

۴۹۰۰ www یون‌های سدیم یک‌بار یونیده تا اختلاف پتانسیل ۳۰۰V شتاب می‌گیرند. (الف) چه تکانه‌ای توسط چنین یونی به دست می‌آید؟ (ب) طول موج دوبروی آن چقدر است؟

۵۰۰۰ الکترون‌هایی که تا انرژی ۵۰GeV شتاب گرفته‌اند طول موج λ ی به حد کافی کوچکی دارند که برای بررسی ساختار داخل یک هسته‌ی هدف توسط پراکندگی از آن‌ها استفاده می‌شود. فرض کنید انرژی چنان بزرگ است که رابطه‌ی نسبیتی $p = E/c$ بین بزرگی تکانه‌ی p و انرژی E برقرار است. (در این وضعیت انرژی جنبشی الکترون خیلی بیشتر از انرژی سکون آن است.) (الف) λ چقدر است؟ (ب) اگر شعاع هسته‌ی هدف $R = ۵\text{fm}$ باشد، نسبت R/λ چقدر است؟

۵۱۰۰ طول موج خط زرد گسلی از سدیم ۵۹۰nm است. الکترون با چه انرژی جنبشی‌ای، طول موج دوبروی برابر با طول موج این خط خواهد داشت؟

۵۲۰۰ باریکه‌ای از فوتون‌ها، هریک با تندی $۰.۹۹۰۰c$ ، به یک آرایش دوشکافی تابانده می‌شود که فاصله‌ی شکاف‌های آن $۱.۰ \times 10^{-9}\text{m}$ است. یک نقش پراش دوشکافی روی پرده‌ی نمایش ایجاد می‌شود. زاویه‌ی بین مرکز این نقش و دومین کمینه (در هر طرف مرکز) چقدر است؟

^۱ Ernest Rutherford

بخش ۳۸-۶ معادله‌ی شرودینگر

۶۰۰ فرض کنید در معادله‌ی ۳۸-۲۴، قرار دهیم $A=0$ و B را با ψ نشان دهیم. (الف) در این صورت تابع موج حاصل چگونه توصیف می‌شود؟ (ب) در صورت تغییر، شکل ۳۸-۱۳ چگونه تغییر می‌کند؟

۶۱۰ تابع موج $\psi(x)$ نشان داده شده در معادله‌ی ۳۸-۲۷ می‌تواند یک ذره‌ی آزاد را توصیف می‌کند که برای آن انرژی پتانسیل در معادله‌ی شرودینگر (معادله‌ی ۳۸-۱۹) $U(x)=0$ است. اکنون فرض کنید که در آن معادله، ثابت $U(x)=U_0$ است. نشان دهید معادله‌ی ۳۸-۲۷ پاسخی برای معادله‌ی شرودینگر است که در آن

$$k = \frac{\sqrt{2m(E-U_0)}}{\hbar}$$

عدد موج زاویه‌ای ذره است.

۶۲۰ نشان دهید معادله‌ی ۳۸-۲۴ با قرار دادن $\psi(x)$ و مشتق دوم آن در معادله‌ی ۳۸-۲۲ و به دست آوردن یک نتیجه‌ی اتحادی، در واقع پاسخی برای معادله‌ی ۳۸-۲۲ است.

۶۳۰۰ (الف) تاج موج $\psi(x)$ نشان داده شده در معادله‌ی ۳۸-۲۷ را به صورت $\psi(x) = a + ib$ بنویسید، که در آن a و b کمیت‌هایی حقیقی‌اند. (فرض کنید که ψ حقیقی است.) (ب) تابع موج وابسته به زمان $\Psi(x,t)$ مربوط به $\psi(x)$ را بنویسید.

۶۴۰ نشان دهید عدد موج زاویه‌ای k برای یک ذره‌ی آزاد غیرنسبیتی به جرم m می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$k = \frac{\sqrt{2mK}}{\hbar}$$

که در آن K انرژی جنبشی ذره است.

۶۵۰ (الف) $n = a + ib$ را یک عدد مختلط در نظر بگیرید که a و b اعداد حقیقی (مثبت یا منفی) هستند. نشان دهید حاصلضرب nn^* همیشه یک عدد حقیقی مثبت است. (ب) $m = c + id$ را یک عدد مختلط دیگر در نظر بگیرید. نشان دهید که $|nm| = |n||m|$.

۶۶۰۰ در معادله‌ی ۳۸-۲۵ دو جمله را نگه دارید، و قرار دهید $A=B=\psi$. در این صورت، معادله به صورت برهم‌نهی دو موج ماده با دامنه‌ی مساوی توصیف می‌شود که در جهت‌های مخالف حرکت می‌کنند. (به یاد آورید که این شرط برای ایجاد یک موج ایستاده است.) (الف) نشان دهید که $|\Psi(x,t)|^2$ به صورت زیر داده می‌شود

$$|\Psi(x,t)|^2 = 2\psi_0^2 [1 + \cos 2kx]$$

(ب) این تابع را رسم کنید و نشان دهید که مربع دامنه‌ی یک موج ایستاده را توصیف می‌کند. (پ) نشان دهید که گره‌های این موج ایستاده در مکان‌های زیر واقع‌اند

$$x = (2n+1)\left(\frac{1}{4}\lambda\right) \quad \text{که } n=0,1,2,3,\dots$$

و λ طول‌موج دوبروی است. (ت) عبارت مشابهی برای محتمل‌ترین مکان‌های ذره بنویسید.

بخش ۳۸-۷ اصل عدم قطعیت هایزنبرگ

۶۷۰ اصل عدم قطعیت در مکان الکترونی که در راستای محور x حرکت می‌کند برابر 50 pm داده شده که تقریباً برابر با شعاع اتم هیدروژن است. کمترین عدم قطعیت در اندازه‌گیری همزمان مؤلفه‌ی p_x تکانه‌ی این الکترون چقدر است؟

۶۸۰۰ در فصل ۳۹ خواهید دید که الکترون‌ها نمی‌توانند در یک مدار معین داخل اتم‌ها مانند سیاره‌های منظومه‌ی شمسی حرکت کنند. برای یافتن علت این امر، سعی کنید با استفاده از یک میکروسکوپ نوری برای اندازه‌گیری مدار الکترون با دقت مثلاً 10 pm (شعاع یک اتم نوعی تقریباً 100 pm است) چنین الکترون در حال گردشی را "بینید". در این صورت طول‌موج نوری که در میکروسکوپ به کار برده می‌شود باید حدود 10 pm باشد. (الف) انرژی فوتون این نور چقدر است؟ (ب) چنین فوتونی در برخورد رودرو با یک الکترون چقدر انرژی به آن منتقل می‌کند؟ (پ) این نتایج درباره‌ی امکان "دیدن" یک الکترون اتمی در دو نقطه یا بیشتر در امتداد مسیر مدار مفروض، حاکی از چه چیزی هستند؟ (راهنمایی: الکترون‌های بیرونی اتم‌ها با انرژی فقط چند الکترون-ولت با اتم پیوند دارند.)

۶۹۰۰ شکل ۳۸-۱۳ حالتی را نشان می‌دهد که در آن مؤلفه‌ی تکانه‌ی p_x یک ذره ثابت شده است تا $\Delta p_x = 0$ باشد؛ در این صورت، با استفاده از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ (معادله‌ی ۳۸-۲۸)، مکان x ذره کاملاً نامعلوم است. از همین اصل نتیجه می‌شود که عکس این مطلب نیز درست است؛ یعنی اگر مکان ذره‌ای دقیقاً معلوم باشد ($\Delta x = 0$)، عدم قطعیت در تکانه‌ی آن نامتناهی است. یک حالت میانی را در نظر بگیرید که در آن مکان ذره نه با دقت نامتناهی، بلکه در فاصله‌ی $\lambda/2\pi$ اندازه‌گیری می‌شود که در آن λ طول‌موج دوبروی ذره است. نشان دهید که عدم قطعیت در (اندازه‌گیری همزمان) مؤلفه‌ی تکانه برابر با خود آن مؤلفه است؛ یعنی $\Delta p_x = p$. در این شرایط، آیا اندازه‌گیری صفر برای تکانه موجب تعجب خواهد شد؟ در مورد تکانه‌ی اندازه‌گیری‌شده‌ی $0, 5p, 2p$ یا $12p$ چطور؟

بخش ۳۸-۸ بازتاب از یک پله‌ی پتانسیل

۷۰۰۰ یک الکترون با انرژی (کل) 500 eV از ناحیه‌ای با پتانسیل الکتریکی یکنواخت -200 V عبور می‌کند. (الف) انرژی جنبشی

$U_0 = 6.8 \text{ eV}$ و ضخامت $L = 750 \text{ pm}$ نزدیک می‌شود. به ازای 1% تغییر در (الف) ارتفاع سد، (ب) ضخامت سد، و (پ) انرژی جنبشی الکترون فرودی، ضریب عبور چند درصد تغییر می‌کند؟

۷۸۰۰۰ (ب) جریان باریکه‌ای از الکترون‌ها، هریک با تندی $1.2 \times 10^7 \text{ m/s}$ برابر با 9.000 mA است. در نقطه‌ای روی مسیر آن، باریکه با سد پتانسیلی به ارتفاع 4.719 eV و ضخامت 200 nm مواجه می‌شود. جریان عبور یافته چقدر است؟

مسئله‌ها

۷۹ شکل ۳۸-۱۳ نشان می‌دهد که به علت اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، تعیین مختصی x مکان الکترون امکان‌پذیر نیست. (الف) آیا می‌توانید مختصی y یا z را تعیین کنید؟ (راهنمایی: تکانه‌ی الکترون مؤلفه‌ی y یا z ندارد.) (ب) گستره‌ی یک موج ماده را در سه بعد توصیف کنید.

۸۰ یک خط طیفی گسیلی، تابشی الکترومغناطیسی است که در محدوده‌ی به حد کافی باریکی از طول‌موج گسیل می‌شود به طوری که می‌توان آن را به صورت یک طول‌موج منفرد در نظر گرفت. یک چنین خط گسیلی که در نجوم اهمیت دارد دارای طول‌موج 21 cm است. انرژی فوتون موج الکترومغناطیسی در این طول‌موج چقدر است؟

۸۱ با استفاده از معادله‌های کلاسیکی برای تکانه و انرژی جنبشی، نشان دهید که می‌توان طول‌موج دوبروی الکترون را بر حسب نانومتر به صورت $\lambda = 1.226 / \sqrt{K}$ نوشت، که در آن K انرژی جنبشی الکترون بر حسب الکترون-ولت است.

۸۲ با استفاده از معادله‌های ۳۸-۸، ۳۸-۹، و ۳۸-۱۰ با حذف v و θ ، معادله‌ی ۳۸-۱۱، یعنی معادله‌ی جابه‌جایی کامپتون، را به دست آورید.

۸۳ انرژی جنبشی متوسط نوترون‌ها در تعادل گرمایی با ماده برابر kT (۳/۲) است، که k ثابت بولتزمن و T دمای محیط نوترون‌هاست که می‌توان آن را 300 K در نظر گرفت. (الف) انرژی جنبشی متوسط چنین نوترونی چقدر است؟ (ب) طول‌موج دوبروی متناظر چقدر است؟

۸۴ بالنی پر از گاز هلیوم را در نظر بگیرید که در دمای اتاق و فشار جو قرار دارد. (الف) متوسط طول‌موج دوبروی اتم‌های هلیوم و (ب) فاصله‌ی متوسط بین اتم‌ها در این شرایط را محاسبه کنید. انرژی جنبشی متوسط یک اتم برابر با kT (۳/۲) است، که k ثابت بولتزمن است. (پ) آیا در این شرایط می‌توان اتم‌ها را به صورت ذره در نظر گرفت؟ توضیح دهید.

۸۵ حدود سال ۱۹۱۶، میلیکان در آزمایش‌های فوتوالکتریک خود داده‌های زیر را برای پتانسیل توقف لیتیم به دست آورد:

آن (بر حسب الکترون ولت)، (ب) تکانه، (پ) تندی، (ت) طول‌موج دوبروی، و (ث) عدد موج زاویه‌ای آن چقدر است؟

۷۱۰۰ (ب) برای آرایش شکل‌های ۳۸-۱۴ و ۳۸-۱۵، الکترون‌های باریکه‌ی فرودی در ناحیه‌ی ۱ دارای انرژی $E = 800 \text{ eV}$ و ارتفاع پله‌ی پتانسیل $U_1 = 600 \text{ eV}$ است. عدد موج زاویه‌ای در (الف) ناحیه‌ی ۱ و (ب) ناحیه‌ی ۲ چقدر است؟ (پ) ضریب بازتاب چقدر است؟ (ت) اگر باریکه‌ی فرودی، 5.00×10^5 الکترون را به پله‌ی پتانسیل روانه کند، تقریباً چند تایی آن‌ها بازتابیده خواهند شد؟

۷۲۰۰ (ب) برای آرایش شکل‌های ۳۸-۱۴ و ۳۸-۱۵، تندی الکترون‌های باریکه‌ی فرودی در ناحیه‌ی ۱ برابر $1.60 \times 10^7 \text{ m/s}$ و پتانسیل الکتریکی در ناحیه‌ی ۲ برابر $V_2 = -500 \text{ V}$ است. عدد موج زاویه‌ای در (الف) ناحیه‌ی ۱ و (ب) ناحیه‌ی ۲ چقدر است؟ (پ) ضریب بازتاب چقدر است؟ (ت) اگر باریکه‌ی فرودی، 3.00×10^9 الکترون را به پله‌ی پتانسیل روانه کند، تقریباً چند تایی آن‌ها بازتابیده خواهند شد؟

۷۳۰۰۰ (ب) جریان یک باریکه‌ی الکترون‌ها، هریک با تندی 9.00 m/s ، برابر با 5.00 mA است. در نقطه‌ای روی مسیر آن، باریکه با پله‌ی پتانسیلی به ارتفاع 1.25 eV مواجه می‌شود. جریان در دو سمت مرز پله چقدر است؟

بخش ۳۸-۹ تونل زنی در یک سد

۷۴۰۰ یک سد انرژی پتانسیل مانند شکل ۳۸-۱۷ را در نظر بگیرید که ارتفاع آن U_0 برابر با 6.0 eV و ضخامت آن L برابر با 0.70 nm است. انرژی یک الکترون فرودی با ضریب عبور 0.0010 چقدر است؟

۷۵۰۰ (ب) یک پروتون 3.0 MeV بر سد انرژی پتانسیلی به ضخامت 10 fm و ارتفاع 10 MeV تابانده می‌شود. (الف) ضریب عبور T ، (ب) انرژی جنبشی K_f پروتون اگر از سد تونل بزند در طرف دیگر چقدر خواهد بود و (پ) انرژی جنبشی K_f پروتون اگر از سد بازتاب کند، چقدر است؟ یک دوترون 3.0 MeV (با همان بار ولی با جرم دو برابر جرم پروتون) بر همان سد می‌تابد. (ت) T ، (ث) K_f و (ج) K_f ، چقدر است؟

۷۶۰۰ (الف) فرض کنید باریکه‌ای از پروتون‌های 5.0 eV به سد انرژی پتانسیلی به ارتفاع 6.0 eV و ضخامت 0.70 nm با آهنگی معادل با جریان 1000 A برخورد می‌کند. به طور متوسط چقدر باید منتظر ماند تا یک پروتون از سد عبور کند؟ (ب) اگر این باریکه به جای پروتون شامل الکترون باشد، چقدر باید منتظر ماند؟

۷۷۰۰ الکترون با انرژی کل $E = 5.1 \text{ eV}$ به مرزی با ارتفاع

۸۸ گلوله‌ای به جرم 40g با تندی 1000m/s حرکت می‌کند. گرچه گلوله به وضوح خیلی بزرگ است و نمی‌توان آن را به صورت یک موج ماده در نظر گرفت، با این وجود تعیین کنید معادله‌ی $17-38$ برای طول‌موج دوبروی گلوله در این تندی چه پیش‌بینی می‌کند؟

۸۹ (الف) کوچکترین مقدار انرژی موردنیاز برای کندن الکترونی از سدیم فلزی 2.18eV است. آیا سدیم برای نور قرمز با طول‌موج $\lambda = 680\text{nm}$ اثر فوتوالکتریک نشان می‌دهد؟ (ب) طول‌موج قطع گسیل فوتوالکتریک برای سدیم چقدر است؟ (پ) این طول‌موج مربوط به چه رنگی است؟

۹۰ بازی بیسبال را در جهانی (نه جهان ما) تصور کنید که در آنجا ثابت پلانک $6.0 \times 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$ است و بنابراین فیزیک کوانتومی بر اجسام ماکروسکوپی تأثیر می‌گذارد. اگر عدم قطعیت در تندی 1m/s باشد، عدم قطعیت در مکان توپ بیسبالی به جرم 0.5kg که با تندی 2m/s در راستای محوری حرکت می‌کند چقدر است؟

طول‌موج (nm)	۴۳۳/۸	۴۰۴/۷	۳۶۵/۰	۳۱۲/۵	۲۵۳/۵
پتانسیل توقف (V)	۰/۵۵	۰/۷۳	۱/۰۹	۱/۶۷	۲/۵۷

این داده‌ها را به کار برید و نموداری مانند شکل $2-38$ (که مربوط به سدیم است) رسم کنید و سپس از این نمودار برای به دست آوردن (الف) ثابت پلانک و (ب) تابع کار لیتیم استفاده کنید.

۸۶ نشان دهید $|\Psi|^2 = |\psi|^2$ ، که Ψ و ψ مانند معادله‌ی $14-38$ به هم مرتبط‌اند. یعنی نشان دهید که چگالی احتمال به متغیر زمان بستگی ندارد.

۸۷ نشان دهید $\Delta E / E$ ، کسر اتلاف انرژی یک فوتون در ضمن برخورد با ذره‌ای به جرم m با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{hf'}{mc^2}(1 - \cos \phi)$$

که در آن E انرژی فوتون فرودی، f' بسامد فوتون پراکنده شده، و ϕ همانند شکل $5-38$ تعریف شده است.

مطالبی بیشتر درباره‌ی موج‌های ماده

۳۹-۱ انرژی‌های الکترون به تله‌افتاده

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۳۹-۷ • تشخیص دهید یک الکترون به تله‌افتاده که مایل است در حالت پایه‌ی خود باشد، می‌تواند به یک حالت انرژی بالاتر برانگیخته شود، و نمی‌تواند بین حالت‌های مجاز وجود داشته باشد.
- ۳۹-۸ • تغییر انرژی لازم برای آنکه یک الکترون بین حالت‌ها حرکت کند را محاسبه کنید: یک جهش کوانتومی به بالا یا پایین یک نمودار تراز انرژی.
- ۳۹-۹ • اگر یک جهش کوانتومی شامل نور باشد، تشخیص دهید که لازمی یک جهش رو به بالا جذب یک فوتون (برای افزایش انرژی الکترون) و لازمی یک جهش رو به پایین گسیل یک فوتون (برای کاهش انرژی الکترون) است.
- ۳۹-۱۰ • اگر یک جهش کوانتومی شامل نور باشد، رابطه‌های بین تغییر انرژی و بسامد و طول‌موج مربوط به فوتون را به‌کار بندید.
- ۳۹-۱۱ • طیف‌های گیلی و جذبی یک الکترون در یک چاه پتانسیل یک‌بعدی نامتناهی را بشناسید.

- ۳۹-۱۰ • اصل محدودیت را بشناسید: محدودیت یک موج (از جمله موج ماده) به کوانتش مقدار طول‌موج‌ها و انرژی می‌انجامد.
- ۳۹-۷ • طرحی از یک چاه پتانسیل یک‌بعدی را، با مشخص کردن طول (یا پهنا) و انرژی پتانسیل دیواره‌ها، رسم کنید.
- ۳۹-۳ • برای یک الکترون، رابطه‌ی بین طول‌موج دوبروی λ و انرژی جنبشی را به‌کار بندید.
- ۳۹-۴ • برای یک الکترون در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی، رابطه‌ی بین طول‌موج دوبروی λ ، طول چاه L ، و عدد کوانتومی n را به‌کار بندید.
- ۳۹-۵ • برای یک الکترون در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی، رابطه‌ی بین انرژی‌های مجاز E_n ، طول چاه L ، و عدد کوانتومی n را به‌کار بندید.
- ۳۹-۶ • طرحی از یک نمودار تراز-انرژی را برای الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی، با مشخص کردن حالت پایه و چند حالت برانگیخته، رسم کنید.

تکنه‌های کلیدی

- محدودیت امواج (موج‌های طاب، موج‌های ماده و هر نوعی از موج) به کوانتش - یعنی، حالت‌های گسته با انرژی‌های معین - می‌انجامد. حالت‌هایی با انرژی پیاپی مجاز نیستند.
- چون الکترون یک موج ماده است، یک الکترون محدود شده در یک چاه پتانسیل نامتناهی فقط در حالت‌های گسته‌ی معینی می‌تواند وجود داشته باشد. اگر چاه یک‌بعدی و به طول L باشد، انرژی‌های وابسته به این حالت‌های کوانتومی عبارت‌اند از

- کمترین انرژی صفر نیست، بلکه با $n=1$ داده می‌شود.
- الکترون تنها در صورتی می‌تواند از یک حالت کوانتومی به حالت کوانتومی دیگر تغییر کند (بجهش) که تغییر انرژی آن چنین باشد

$$\Delta E = E_{\text{پایه}} - E_{\text{پایه}}$$

که در آن $E_{\text{پایه}}$ انرژی بالاتر و $E_{\text{پایه}}$ انرژی پایین‌تر است.

- اگر این تغییر توسط جذب یا گسیل فوتون انجام شده باشد، انرژی فوتون باید برابر با تغییر انرژی الکترون باشد

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = \Delta E = E_{\text{پایه}} - E_{\text{پایه}}$$

که در آن f بسامد و λ طول‌موج وابسته به فوتون است.

$$E_n = \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) n^2$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ به‌ازای

که در آن m جرم الکترون و n یک عدد کوانتومی است.

فیزیک چیست؟

یکی از هدف‌های دور و دراز فیزیک درک سرشت اتم‌هاست. اوایل قرن بیستم کسی نمی‌دانست آرایش الکترون‌ها در اتم‌ها چگونه است، آن‌ها چگونه حرکت می‌کنند، اتم‌ها چگونه نور را گسیل یا جذب می‌کنند، یا حتی چرا اتم‌ها پایدارند. بدون این اطلاعات ممکن نیست بفهمیم که چگونه اتم‌ها برای تشکیل مولکول‌ها ترکیب می‌شوند یا برای تشکیل جامدها به هم می‌چسبند. در نتیجه، بنیان شیمی - از جمله بیوشیمی، که شالوده‌ی ماهیت خود زندگی است - کم و بیش اسرارآمیز بود.

در سال ۱۹۲۶ همه‌ی این پرسش‌ها و خیلی از پرسش‌های دیگر با پیشرفت فیزیک کوانتومی پاسخ داده شد. اساس ماجرا این است که برای حرکت الکترون‌ها، پروتون‌ها یا هر نوع ذره‌ی دیگر، بهترین دیدگاه موج‌های ماده است که بر حرکت آن‌ها معادله‌ی شرودینگر حاکم است. گرچه نظریه‌ی کوانتومی برای اجسام سنگین، مانند توپ بیسبال و سیاره‌ها، نیز به کار می‌آید ولی فیزیک نیوتونی که استفاده از آن ساده‌تر و بیشتر قابل درک است نتایج یکسانی به دست می‌دهد.

پیش از آنکه فیزیک کوانتومی را برای مسئله‌ی ساختار اتم به کار بندیم، به توسعه‌ی برخی دیدگاه‌ها با اعمال نظریه‌ی کوانتومی در چند وضعیت ساده‌تر نیاز داریم. برخی از این وضعیت‌ها ممکن است ساده‌شده و غیرواقعی به نظر برسند، ولی به ما امکان می‌دهند تا درباره‌ی اصول اساسی فیزیک کوانتومی اتم‌ها بحث کنیم، بی‌آنکه خود را درگیر پیچیدگی عظیم اتم‌ها بکنیم. افزون بر این، با پیشرفت‌های نانو فناوری، وضعیت‌هایی که پیشتر فقط در کتاب‌های درسی وجود داشت اکنون در آزمایشگاه‌ها ایجاد می‌شوند و در علوم الکترونیک نوین و مواد به کار می‌روند. ما در شرف توانایی استفاده از ساختارهای نانو-مقیاسی موسوم به *حصارهای کوانتومی* و *نقطه‌های کوانتومی* قرار داریم، تا "*اتم‌هایی طراحی شده*" را به وجود آوریم که می‌توان خواص آن‌ها را در آزمایشگاه دست‌کاری کرد. چه در مورد اتم‌های طبیعی و چه آن‌هایی که ساختگی‌اند، نقطه‌ی شروع بحث ما سرشت موجی یک الکترون است.

موج‌های ریسمان و موج‌های ماده

در فصل ۱۶ دیدیم که دو نوع موج در یک ریسمان کشیده شده می‌توانند ایجاد شوند. اگر طول ریسمان چنان بلند باشد که بتوانیم آن را نامتناهی در نظر بگیریم، می‌توانیم موج *پیشرونده‌ای* را اساساً با هر بسامد ایجاد کنیم. ولی اگر ریسمان کشیده‌شده دارای طول محدودی باشد، شاید به دلیل آنکه دو سر آن به جایی بسته شده است، فقط می‌توانیم روی آن *موج‌های ایستاده* ایجاد کنیم؛ علاوه بر آن، این موج‌های ایستاده فقط می‌توانند بسامدهای گسسته‌ای داشته باشند. به عبارت دیگر، محدود کردن موج به ناحیه‌ی محدودی از فضا به *کوانتیده شدن* حرکت، یعنی وجود *حالت‌های گسسته‌ی موج*، می‌انجامد که هر حالت بسامد کاملاً مشخصی دارد.

این مشاهدات برای تمام انواع امواج از جمله موج‌های ماده به کار می‌آید. ولی، برای موج‌های ماده به جای کار کردن با بسامد k موج، خیلی راحت‌تر است که با انرژی E ی ذره کار کنیم. در تمام مطالبی که در پی می‌آید توجه خود را روی موج ماده‌ی مربوط به یک الکترون معطوف می‌کنیم، ولی این نتایج برای هر موج ماده که محدود شده باشد نیز می‌تواند به کار رود. موج ماده‌ی وابسته به الکترونی را در نظر بگیرید که در جهت مثبت x در حرکت است بی‌آنکه تحت تأثیر هیچ نیروی خالصی باشد- اصطلاحاً به آن ذره‌ی *آزاد* گفته می‌شود. انرژی چنین الکترونی هر مقدار قابل قبولی می‌تواند داشته باشد، درست همان‌طور که یک موج متحرک در امتداد ریسمان کشیده شده با طول نامتناهی می‌تواند هر بسامد قابل قبولی را داشته باشد.

سپس موج ماده‌ی مربوط به یک الکترون اتمی، مثلاً الکترون ظرفیت (با پیوند سست) در اتم سدیم را در نظر بگیرید. این الکترون- که تحت تأثیر نیروی جاذبه‌ی کولنی بین آن و هسته با بار مثبت در اتم قرار دارد- یک ذره‌ی آزاد نیست. این الکترون فقط در حالت‌های گسسته‌ای، هریک با انرژی گسسته‌ی E_n می‌تواند وجود داشته باشد. این خیلی شبیه به حالت‌های گسسته و بسامدهای کوانتیده‌ای است که در یک ریسمان کشیده شده با طول محدود می‌تواند وجود داشته باشد. بنابراین، برای موج‌های ماده، مانند همه‌ی انواع دیگر

موج‌ها، می‌توان یک اصل محدودیت را بیان کرد:

محدودیت موج به کوانتیده شدن - یعنی وجود حالت‌های گسسته با انرژی‌های گسسته - می‌انجامد.



انرژی‌های الکترون به تله افتاده

تله‌های یک‌بعدی

در این‌جا موج ماده‌ی وابسته به یک الکترون غیر نسبتی محدود شده در ناحیه‌ای از فضا را بررسی می‌کنیم. این امر را با قیاس با موج‌های ایستاده روی یک ریسمان با طول محدود که در امتداد محور x و بین دو تکیه‌گاه محکم، کشیده شده است انجام می‌دهیم. چون تکیه‌گاه‌ها محکم هستند، در دو انتهای ریسمان گره یا نقطه‌هایی قرار دارند که در آن‌ها ریسمان همیشه در حالت سکون است. ممکن است گره‌های دیگری نیز در امتداد ریسمان وجود داشته باشند، اما این دو نقطه، همان‌طور که شکل ۱۶-۱۲ نشان می‌دهد، باید همیشه وجود داشته باشند.

حالت‌ها، یا نقش‌های گسسته‌ی موج ایستاده که در آن ریسمان می‌تواند نوسان کند، آن‌هایی هستند که برای آن‌ها طول L ریسمان برابر با مضرب صحیحی از نصف طول‌موج باشد. یعنی ریسمان فقط می‌تواند آن حالت‌هایی را داشته باشد که در آن‌ها رابطه‌ی زیر برقرار باشد

$$L = \frac{n\lambda}{2} \quad \text{به‌ازای } n = 1, 2, 3, \dots \quad (1-39)$$

هر مقدار n ، یک حالت ریسمان در حال نوسان را مشخص می‌کند؛ با استفاده از زبان فیزیک کوانتومی، می‌توان عدد صحیح n را عدد کوانتومی نامید.

برای هر حالت ریسمان که توسط معادله‌ی ۱-۳۹ مجاز شمرده می‌شود جابه‌جایی عرضی ریسمان در هر مکان x در راستای ریسمان با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

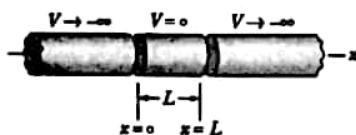
$$y_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad \text{به‌ازای } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2-39)$$

که در آن عدد کوانتومی n نقش طرح نوسان را مشخص می‌کند و A بستگی به زمانی دارد که در آن لحظه، ریسمان مورد بررسی قرار می‌گیرد (معادله‌ی ۲-۳۹ نوع کوتاه‌شده‌ای از معادله‌ی ۱۶-۶۰ است). همان‌طور که انتظار داشتیم، درمی‌یابیم که به‌ازای تمام مقادیر n و در تمام مدت، نقطه‌ی جابه‌جایی صفر (گره) در $x=0$ و $x=L$ وجود دارد. شکل ۱۶-۲۰ لحظه‌های ثبت‌شده از چنین ریسمان کشیده‌شده‌ای را به‌ازای $n=2, 3, 4$ نشان می‌دهد.

اکنون دوباره توجه خود را معطوف به موج‌های ماده می‌کنیم. نخستین مسئله این است که به‌طور فیزیکی الکترونی را که در امتداد محور x حرکت می‌کند محدود کنیم، به‌طوری که داخل یک قسمت محدود از این محور باقی بماند. شکل ۱-۳۹ یک تله‌ی الکترون یک‌بعدی قابل تصور را نشان می‌دهد. این تله شامل دو استوانه‌ی دراز نیم‌متناهی است که پتانسیل الکتریکی هر یک از آن‌ها به $-\infty$ میل می‌کند؛ بین آن‌ها یک استوانه‌ی توخالی به طول L قرار دارد که پتانسیل الکتریکی آن صفر است. یک الکترون را در استوانه‌ی مرکزی قرار می‌دهیم تا به تله افتد.

تله‌ی شکل ۱-۳۹ برای تحلیل آسان است ولی خیلی عملی نیست. البته تک‌الکترون‌ها را می‌توان در آزمایشگاه با تله‌هایی که طرح آن‌ها خیلی پیچیده، ولی از نظر مفهوم یکسان است به دام انداخت. مثلاً در دانشگاه واشینگتن الکترون مفردی به مدت چند ماه در تله نگه داشته شد و دانشمندان توانستند اندازه‌گیری‌های خیلی دقیقی روی ویژگی‌های آن انجام دهند.

الکترون می‌تواند در ناحیه‌ی $V=0$ به تله بیفتد.



شکل ۱-۳۹ اجزای یک تله "آرمانی" که برای محدود کردن الکترون در استوانه‌ی مرکزی طراحی شده است. استوانه‌های نیم‌متناهی را در یک پتانسیل منفی بزرگ نامتناهی و استوانه‌ی مرکزی را در پتانسیل صفر در نظر می‌گیریم.

یافتن انرژی‌های کوانتیده

شکل ۳۹-۲ انرژی پتانسیل الکترون را بر حسب تابعی از مکان آن در امتداد محور x تله‌ی آرمانی شکل ۳۹-۱ نشان می‌دهد. وقتی الکترون در استوانه‌ی مرکزی قرار دارد، انرژی پتانسیل آن $U(= -eV)$ صفر است زیرا پتانسیل V در آنجا صفر است. اگر الکترون بیرون این ناحیه باشد، انرژی پتانسیل آن مثبت و مقدار آن بی‌نهایت است چون در آنجا $V \rightarrow -\infty$ است. طرح انرژی پتانسیل شکل ۳۹-۲ را چاه انرژی پتانسیل نامتناهی عمیق، یا به اختصار، چاه پتانسیل نامتناهی می‌نامیم. این یک "چاه" است، زیرا الکترون واقع در استوانه‌ی مرکزی شکل ۳۹-۱ نمی‌تواند از آن بگریزد. وقتی الکترون به هر یک از دو انتهای استوانه نزدیک می‌شود، نیرویی که اساساً مقدار آن بی‌نهایت است جهت حرکت الکترون را معکوس می‌کند، و بنابراین الکترون به تله می‌افتد. چون الکترون فقط در امتداد یک محور می‌تواند حرکت کند، این تله را می‌توان چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی نامید.

درست مانند موج ایستاده در طول ریسمان کشیده‌شده، موج ماده‌ی توصیف‌کننده الکترون محصور در $x=0$ و $x=L$ باید گره‌هایی داشته باشد. افزون بر این، اگر λ را در معادله‌ی ۳۹-۱ به صورت طول موج دوبروی وابسته به الکترون متحرک تعبیر کنیم، این معادله را می‌توان برای چنین موج ماده‌ای به کار برد.

طول موج دوبروی λ در معادله‌ی ۳۸-۱۷ به صورت $\lambda = h/p$ تعریف می‌شود، که p بزرگی تکانه‌ی الکترون است. چون الکترون غیرنسبیتی است، بزرگی تکانه‌ی p با رابطه‌ی $p = \sqrt{2mK}$ به انرژی جنبشی الکترون K مربوط می‌شود که m جرم الکترون است. برای الکترونی که داخل استوانه‌ی مرکزی شکل ۳۹-۱ حرکت می‌کند، که در آنجا $U=0$ است، انرژی کل (مکانیکی) E برابر با انرژی جنبشی است. از این رو، طول موج دوبروی این الکترون را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \quad (3-39)$$

اگر معادله‌ی ۳۹-۳ را در معادله‌ی ۳۹-۱ قرار دهیم و آن را برای E حل کنیم، درمی‌یابیم که E طبق رابطه‌ی زیر به n بستگی دارد

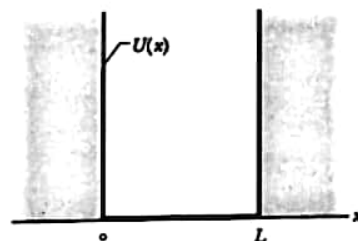
$$E_n = \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) n^2 \quad \text{به‌ازای } n = 1, 2, 3, \dots \quad (4-39)$$

عدد صحیح مثبت n در اینجا عدد کوانتومی حالت کوانتومی الکترون در تله است.

معادله‌ی ۳۹-۴ حاکی از نکته‌ی مهمی است: چون الکترون در تله محصور شده است، فقط می‌تواند انرژی‌هایی داشته باشد که با این معادله داده می‌شوند. این الکترون نمی‌تواند انرژی‌ای داشته باشد که، مثلاً، بین مقدارهای $n=1$ و $n=2$ باشد. چرا این محدودیت وجود دارد؟ زیرا الکترون یک موج ماده است. ولی اگر الکترون مثل فیزیک کلاسیکی ذره فرض شود، وقتی در تله محصور گردد، می‌تواند هر مقداری داشته باشد.

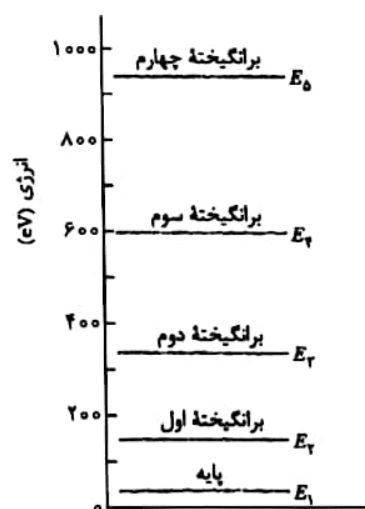
شکل ۳۹-۳ نموداری است که پایین‌ترین پنج مقدار انرژی مجاز را برای یک الکترون در یک چاه نامتناهی با $L = 100 \text{ pm}$ (در حدود بزرگی یک اتم نوعی) نشان می‌دهد. این مقدارها ترازهای انرژی نامیده می‌شوند، و در شکل ۳۹-۳ به صورت تراز، یا پله‌های نردبانی، در نمودار تراز-انرژی رسم شده‌اند. انرژی به‌طور قائم رسم شده است و چیزی به‌طور افقی وجود ندارد. حالت کوانتومی با پایین‌ترین تراز انرژی ممکن و مجاز E_1 از معادله‌ی ۳۹-۴، با عدد کوانتومی $n=1$ ، حالت پایه‌ی الکترون نامیده می‌شود. الکترون مایل است در پایین‌ترین حالت انرژی باشد. تمام حالت‌های کوانتومی با انرژی‌های بیشتر (متناظر با عددهای کوانتومی $n=2$

الکترون می‌تواند در ناحیه‌ی $U=0$ به تله بیفتد.



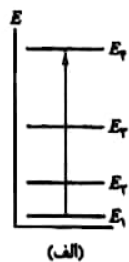
شکل ۳۹-۲ انرژی پتانسیل الکترونی $U(x)$ یک الکترون محصور شده در استوانه‌ی مرکزی تله‌ی آرمانی شکل ۳۹-۱. درمی‌یابیم به‌ازای $0 < x < L$ ، $U=0$ و به‌ازای $x < 0$ و $x > L$ ، $U \rightarrow \infty$.

این‌ها پایین‌ترین پنج تراز مجاز الکترون هستند (هیچ تراز میانی‌ای مجاز نیست).



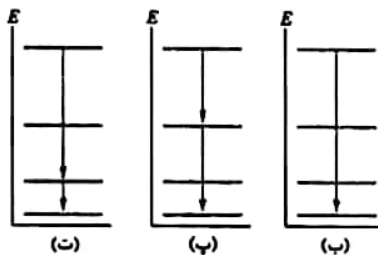
شکل ۳۹-۳ چند انرژی مجاز برای الکترون محصور در چاه نامتناهی شکل ۳۹-۲، با $L = 100 \text{ pm}$.

الکترون به یک تراز انرژی بالاتر برانگیخته شده است



(الف)

الکترون می‌تواند به روش‌های مختلفی (بسته به تصادف) به یک تراز انرژی پایین‌تر و انرژیخته شود.



(ت)

(پ)

(ب)

شکل ۴-۳۹ (الف) برانگیختگی الکترون به تله افتاده از تراز انرژی حالت پایه به تراز حالت برانگیخته‌ی سوم. (ب)-(ت) سه روش از چهار روش ممکن که الکترون می‌تواند برای برگشت به تراز انرژی حالت پایه و انرژیخته شود. (کدام طریق نشان داده نشده است؟)

و بزرگتر) حالت‌های برانگیخته‌ی الکترون نامیده می‌شوند. حالتی با تراز انرژی E_2 ، برای عدد کوانتومی $n=2$ ، نخستین حالت برانگیخته نامیده می‌شود، زیرا نخستین حالت برانگیخته به هنگام رفتن به بالای نمودار تراز انرژی است. حالت‌های دیگر، نام‌های مشابهی دارند.

تغییرات انرژی

الکترون به تله افتاده مایل است کمترین انرژی مجاز را داشته باشد و بنابراین، در حالت پایه‌ی خود باشد. اگر یک منبع بیرونی انرژی اضافی لازم برای تغییر را فراهم کند، الکترون می‌تواند به یک حالت برانگیخته (که در آن انرژی بیشتری دارد) تغییر کند. فرض کنید پایین‌ترین انرژی اولیه‌ی الکترون و E_1 انرژی بیشتر در حالتی باشد که انرژی آن در نمودار تراز-انرژی بالاتر است. بنابراین، مقدار انرژی لازم برای تغییر حالت الکترون عبارت است از

$$\Delta E = E_2 - E_1 \quad (5-39)$$

گفته می‌شود الکترونی که چنین انرژی‌ای دریافت می‌کند یک جهش کوانتومی (یا گذار) پیدا کرده است، یا از حالت انرژی پایین به حالت انرژی بالا برانگیخته شده است. شکل ۴-۳۹ الف یک جهش کوانتومی را از حالت پایه (با تراز انرژی E_1) به حالت برانگیخته‌ی سوم (با تراز انرژی E_3) نشان می‌دهد. همان‌طور که نشان داده شده است، این جهش باید از یک تراز انرژی به تراز دیگر باشد، ولی می‌تواند از یک یا چند تراز انرژی میانی بگذرد. فوتون‌ها، یک روش برای آنکه یک الکترون بتواند به تراز انرژی بالاتر جهش کند، جذب یک فوتون است. ولی، این جذب و جهش کوانتومی فقط وقتی می‌تواند رخ دهد که شرط زیر برقرار باشد:

★ اگر یک الکترون محصور فوتونی جذب کند، انرژی hf فوتون باید برابر با اختلاف انرژی ΔE بین تراز انرژی اولیه و تراز انرژی بالاتر باشد.

بنابراین، برانگیختگی با جذب نور مستلزم آن است که

$$hf = \Delta E = E_2 - E_1 \quad (6-39)$$

وقتی الکترونی به یک حالت برانگیخته برسد، در آن حالت نمی‌ماند، بلکه با کاهش انرژی خود به سرعت و انرژیخته می‌شود. شکل‌های ۴-۳۹ ب تا ت چند جهش کوانتومی ممکن از تراز انرژی حالت برانگیخته‌ی سوم به پایین را نشان می‌دهد. الکترون می‌تواند با یک جهش کوانتومی مستقیم (شکل ۴-۳۹ ب) یا با جهش‌های کوتاه‌تر از طریق ترازهای میانی به تراز حالت پایه برسد (شکل‌های ۴-۳۹ پ و ت).

یک الکترون تنها در صورتی می‌تواند انرژی خود را با گسیل یک فوتون کاهش دهد که شرط زیر برقرار باشد:

★ اگر یک الکترون محصور فوتونی گسیل کند، انرژی hf آن فوتون باید برابر با اختلاف انرژی ΔE بین تراز انرژی اولیه‌ی الکترون و تراز انرژی پایین‌تر باشد.

بنابراین، معادله‌ی ۴-۳۹ هم برای جذب و هم برای گسیل نور توسط یک الکترون محصور به کار می‌آید. یعنی نور جذب‌شده یا گسیل‌شده فقط می‌تواند مقادیر معینی از hf و بنابراین، فقط مقادیر معینی از بسامد f و طول‌موج λ را داشته باشد.

در حاشیه. گرچه معادله‌ی ۴-۳۹ و آنچه را که درباره‌ی جذب و گسیل فوتون بحث کردیم می‌تواند برای تله‌های الکترون فیزیکی (واقعی) به کار رود، اما در واقع امر، نمی‌تواند برای

تله‌های الکترون یک‌بعدی (غیر واقعی) به کار گرفته شود. دلیل آن به لزوم پایداری تکانه‌ی زاویه‌ای در فرایندهای جذب یا گسیل مربوط می‌شود. در این کتاب، این الزام را نادیده می‌گیریم و معادله‌ی ۶-۳۹ را حتی برای تله‌های یک‌بعدی به کار می‌بریم.

تکته‌ی واری ✓

جفت حالت‌های کوانتومی برای یک الکترون محصور در یک چاه نامتناهی را بر حسب اختلاف‌های انرژی بین این حالت‌ها به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد. (الف) $n=3$ و $n=1$ (ب) $n=5$ و $n=4$ (پ) $n=4$ و $n=3$.

مسئله‌ی نمونه ۳۹-۱۰. ترازهای انرژی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی

$$\Delta E_{31} = E_3 - E_1 \quad (۸-۳۹)$$

جهش روبه بالا: طبق معادله‌ی ۴-۳۹، انرژی‌های E_3 و E_1 به عدد کوانتومی n بستگی دارند. بنابراین، با جای‌گذاری این معادله در معادله‌ی ۸-۳۹ برای انرژی‌های E_3 و E_1 و با استفاده از معادله‌ی ۷-۳۹ خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \Delta E_{31} &= \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) (3^2) - \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) (1^2) \\ &= \frac{h^2}{8mL^2} (3^2 - 1^2) \\ &= (6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})^2 (8) / (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}) (1.00 \times 10^{-12} \text{ m})^2 \\ &= 4.83 \times 10^{-17} \text{ J} = 3.01 \text{ eV} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

(پ) اگر الکترون با جذب نور انرژی لازم برای جهش از تراز انرژی E_1 به تراز انرژی E_3 را به دست آورد، طول‌موج نور باید چقدر باشد؟

ایده‌های کلیدی

(۱) اگر نور به الکترون انرژی انتقال دهد، این انتقال باید به صورت جذب فوتون باشد. (۲) انرژی فوتون طبق معادله‌ی ۶-۳۹ $(hf = \Delta E)$ باید برابر با اختلاف انرژی ΔE بین تراز انرژی اولیه‌ی الکترون و یک تراز بالاتر باشد. در غیر این صورت، فوتون نمی‌تواند جذب شود. با قرار دادن c/λ به جای f ، معادله‌ی ۶-۳۹ را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} \quad (۹-۳۹)$$

اختلاف انرژی ΔE_{31} که آن را در (ب) پیدا کردیم، این معادله چنین به دست می‌دهد

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{hc}{\Delta E_{31}} \\ &= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(2.998 \times 10^8 \text{ m/s})}{4.83 \times 10^{-17} \text{ J}} \\ &= 4.12 \times 10^{-9} \text{ m} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

(ت) وقتی الکترون به حالت برانگیخته‌ی دوم برسد، هنگام وانگیختگی چه طول‌موج‌هایی را می‌تواند گسیل کند؟

الکترونی در یک چاه انرژی پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی با پهنای $L = 1.00 \text{ pm}$ محصور شده است.

(الف) کمترین مقدار انرژی‌ای که الکترون می‌تواند داشته باشد چقدر است؟ (یک الکترون به تله افتاده نمی‌تواند انرژی صفر داشته باشد.)

ایده‌ی کلیدی

محصور کردن الکترون (یک موج ماده) در چاه به کوانتش انرژی آن می‌انجامد. چون چاه بی‌نهایت عمیق است، انرژی‌های مجاز با معادله‌ی ۴-۳۹ $E_n = (h^2 / 8mL^2) n^2$ داده می‌شود، که عدد کوانتومی n یک عدد درست مثبت است.

پایین‌ترین تراز انرژی: در اینجا، با در نظر گرفتن ثابت‌های جلوی n^2 در معادله‌ی ۴-۳۹ داریم

$$\begin{aligned} \frac{h^2}{8mL^2} &= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})^2}{(8)(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.00 \times 10^{-12} \text{ m})^2} \\ &= 6.03 \times 10^{-18} \text{ J} \quad (۷-۳۹) \end{aligned}$$

کمترین مقدار انرژی‌ای که یک الکترون می‌تواند داشته باشد مربوط به کمترین عدد کوانتومی برای حالت پایه‌ی الکترون یعنی $n=1$ است. بنابراین، از معادله‌های ۴-۳۹ و ۷-۳۹ داریم

$$\begin{aligned} E_1 &= \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) n^2 = (6.03 \times 10^{-18} \text{ J})(1^2) \\ &\approx 6.03 \times 10^{-18} \text{ J} = 37.7 \text{ eV} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

(ب) اگر قرار باشد این الکترون یک جهش کوانتومی از حالت پایه به حالت برانگیخته‌ی دوم خود انجام دهد، چقدر انرژی باید به آن انتقال یابد؟

ایده‌ی کلیدی

نخست یک تفکر: توجه کنید که از شکل ۳-۳۹ برمی‌آید که دومین حالت برانگیخته متناظر با سومین تراز انرژی با عدد کوانتومی $n=3$ است. بنابراین اگر الکترون از تراز $n=1$ به تراز $n=3$ جهش کند، تغییر لازم در انرژی آن، با استفاده از معادله‌ی ۵-۳۹ چنین می‌شود

با دنبال کردن روش بند (ب) می‌توان نشان داد که اختلاف‌های انرژی برای جهش‌های شکل‌های ۳۹-۵ و پ عبارت‌اند از

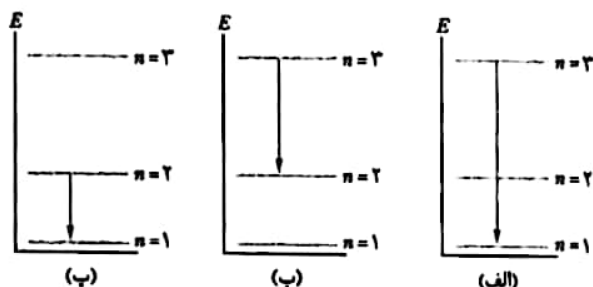
$$\Delta E_{32} = 3.16 \times 10^{-17} \text{ J} \quad \text{و} \quad \Delta E_{21} = 1.809 \times 10^{-17} \text{ J}$$

بنابراین از معادله‌ی ۳۹-۹ می‌توان دید که طول‌موج نور گسیل‌شده در اولین جهش (از $n=3$ تا $n=2$) عبارت است از

$$\lambda = 6.76 \times 10^{-9} \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$

و طول‌موج نور گسیل‌شده در جهش دوم (از $n=2$ به $n=1$) عبارت است از

$$\lambda = 1.10 \times 10^{-8} \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۳۹-۵ واکنش‌های از حالت برانگیخته‌ی دوم به حالت پایه به‌طور مستقیم (الف) یا از طریق نخستین حالت برانگیخته (ب، پ).

ایده‌های کلیدی

۱. الکترون مایل است واکنیخته شود تا به حالت پایه ($n=1$) برسد، به جای این‌که در آن‌جا بماند.
 ۲. اگر الکترون واکنیخته شود، باید برای جهش به یک تراز انرژی کمتر، انرژی کافی از دست بدهد.
 ۳. اگر الکترون با گسیل نور انرژی از دست دهد، آنگاه انرژی از دست رفته باید توسط یک فوتون گسیل شود.
- جهش‌های رو به پایین:** با شروع از حالت برانگیخته‌ی دوم (در تراز $n=3$) الکترون می‌تواند هم با یک جهش کوانتومی به‌طور مستقیم به تراز انرژی حالت پایه (شکل ۳۹-۵ الف) و هم با دو جهش جداگانه از طریق تراز $n=2$ (شکل‌های ۳۹-۵ ب و پ) به حالت پایه ($n=1$) برسد. جهش مستقیم متضمن همان اختلاف انرژی ΔE_{31} است که در (پ) پیدا کردیم. بنابراین، طول‌موج برابر با مقدار محاسبه شده در (ب) است؛ با این تفاوت که در آن‌جا طول‌موج برای نور گسیل‌شده بود نه نور جذب‌شده. پس الکترون با گسیل نور با طول‌موج زیر می‌تواند به‌طور مستقیم به حالت پایه جهش کند

$$\lambda = 4.12 \times 10^{-9} \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WILEY PLUS

۳۹-۲ توابع موج یک الکترون به تله‌افتاده

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- چاه برابر صفر است، و احتمال آشکارسازی بین دو مختصات معین در داخل چاه را محاسبه کنید.
- ۳۹-۱۵ اصل همخوانی را بشناسید.
- ۳۹-۱۶ یک تابع موج معین را به‌نجار کنید و تشخیص دهید چه ارتباطی با احتمال آشکارسازی دارد.
- ۳۹-۱۷ تشخیص دهید پایین‌ترین انرژی مجاز (انرژی نقطه‌ی صفر) یک الکترون به تله‌افتاده، صفر نیست.

- ۳۹-۱۲ برای یک الکترون به تله‌افتاده در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی، تابع موج آن را بر حسب مختصات داخل چاه و بر حسب عدد کوانتومی n بنویسید.
- ۳۹-۱۳ چگالی احتمال را بشناسید.
- ۳۹-۱۴ برای یک الکترون به تله‌افتاده در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی در یک حالت معین، چگالی احتمال را بر حسب تابعی از مکان داخل چاه بنویسید، تشخیص دهید که چگالی احتمال در بیرون

نکته‌های کلیدی

- حاصلضرب $\psi_n^2(x) dx$ احتمال آن است که الکترون در بازه‌ای بین مختصات x و $x+dx$ آشکار شود.
- اگر از چگالی احتمال یک الکترون روی تمام محور x انتگرال‌گیری شود، چگالی کل باید برابر ۱ باشد:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^2(x) dx = 1$$

- توابع موج برای یک الکترون در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی به طول L در راستای محور x با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \quad \text{به‌ازای } n = 1, 2, 3, \dots$$

که در آن n عدد کوانتومی است.

توابع موج یک الکترون به تله‌افتاده

اگر معادله‌ی شرودینگر را برای الکترونی که در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی به پهنای L به تله افتاده است حل کنیم، درمی‌یابیم که تابع‌های موج برای الکترون به‌ازای $0 \leq x \leq L$ با

رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad n=1,2,3,\dots \quad (10-39)$$

(در خارج از این گستره، تابع موج صفر است). به‌زودی دامنه‌ی ثابت A در این معادله را محاسبه خواهیم کرد.

توجه کنید که شکل تابع موج $\psi_n(x)$ مانند شکل تابع‌های جابه‌جایی $y_n(x)$ یک موج ساکن در یک ریسمان کشیده‌شده بین دو تکیه‌گاه محکم است (به معادله‌ی ۲-۳۹ نگاه کنید). الکترون به تله افتاده در چاه پتانسیل یک‌بعدی بین دیواره‌های نامتناهی را می‌توان مانند یک موج ماده‌ی ساکن در نظر گرفت.

احتمال آشکارسازی

تابع موج $\psi_n(x)$ را نمی‌توان آشکار کرد یا مستقیماً به‌طریقی اندازه گرفت کرد- نمی‌توان این موج را مانند موجی که در یک وان آب می‌بینیم، به‌سادگی در یک چاه مشاهده کرد. کاری که می‌توان انجام داد این است که یک کاوه، از هر نوعی را، برای آشکارسازی الکترون در داخل چاه قرار دهیم. در لحظه‌ی آشکارسازی، الکترون در نقطه‌ی آشکارسازی، در مکانی در امتداد محور x داخل چاه، ظاهر خواهد شد.

اگر این شیوه‌ی آشکارسازی را در مکان‌های زیادی در سرتاسر چاه انجام دهیم، درخواهیم یافت که احتمال آشکارشدن الکترون به مکان x کاوه در چاه بستگی دارد. در واقع آن‌ها با چگالی احتمال $\psi_n^2(x)$ به یکدیگر مربوط‌اند. از بخش ۶-۳۸ به یاد آورید که در حالت کلی احتمال آشکارشدن یک ذره در حجم بی‌نهایت کوچک مشخصی متمرکز در یک نقطه‌ی مشخص با $|\psi_n^2|$ متناسب است. در این‌جا، با الکترون به تله‌افتاده در یک چاه یک‌بعدی، فقط با آشکارسازی الکترون در امتداد محور x سروکار داریم. بنابراین، چگالی احتمال $\psi_n^2(x)$ در این‌جا عبارت از احتمال بر واحد طول در امتداد محور x است. (به علت این‌که $\psi_n(x)$ در معادله‌ی ۱۰-۳۹ یک کمیت حقیقی است نه مختلط، از علامت قدر مطلق می‌توان صرف‌نظر کرد.) احتمال آشکارشدن $p(x)$ یک الکترون در مکان x درون چاه چنین است

$$\left(\begin{array}{l} \text{پهنای } dx \\ \text{در مکان } x \end{array} \right) \text{ چگالی احتمال } \psi_n^2(x) = \left(\begin{array}{l} \text{احتمال } dx \text{ آشکار شدن} \\ \text{در پهنای } dx \text{ به مرکز مکان } x \end{array} \right)$$

یا

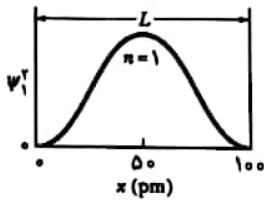
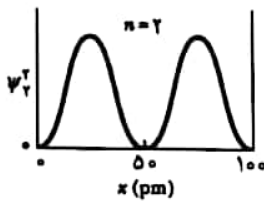
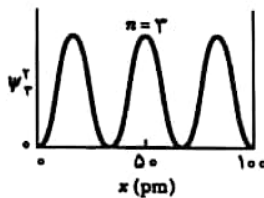
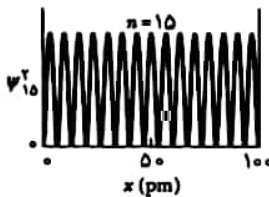
$$p(x) = \psi_n^2(x) dx \quad (11-39)$$

از معادله‌ی ۱۰-۳۹ درمی‌یابیم که چگالی احتمال $\psi_n^2(x)$ برای الکترون به تله افتاده در گستره‌ی $0 \leq x \leq L$ عبارت است از

$$\psi_n^2(x) = A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad \text{به‌ازای } n=1,2,3,\dots \quad (12-39)$$

(چگالی احتمال در بیرون این گستره، صفر است). شکل ۶-۳۹، $\psi_n^2(x)$ را به‌ازای $n=1,2,3,15$ برای الکترونی در یک چاه نامتناهی که پهنای L آن برابر با 100pm است نشان می‌دهد. برای یافتن احتمال آشکارشدن الکترون در هر بخش متناهی از چاه، یعنی بین نقطه‌ی x_1 و نقطه‌ی x_2 ، باید از $p(x)$ بین این نقطه‌ها انتگرال بگیریم. بنابراین، از معادله‌های ۱۱-۳۹ و ۱۲-۳۹ خواهیم داشت

چگالی احتمال باید در دیواره‌های نامتناهی صفر باشد.



شکل ۳۹-۶ چگالی احتمال $\psi_n^2(x)$ برای چهار حالت یک الکترون به تله افتاده در یک چاه نامتناهی یک بعدی؛ عددهای کوانتومی آنها عبارت‌اند از $n=1, 2, 3, 15$. بیشترین احتمال یافتن الکترون در جایی است که $\psi_n^2(x)$ بزرگ است و کمترین احتمال یافتن الکترون در جایی است که $\psi_n^2(x)$ کوچک است.

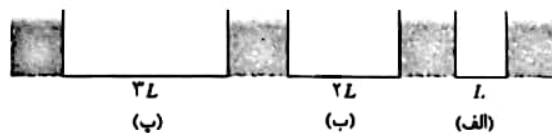
$$\left(\begin{array}{c} \text{احتمال آشکار شدن} \\ \text{بین } x_1 \text{ و } x_2 \end{array} \right) = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} A^2 \sin^2 \left(\frac{n\pi}{L} x \right) dx \quad (13-39)$$

اگر گستره‌ی Δx بی‌کی در آن به جستجوی الکترون می‌پردازیم بسیار کوچکتر از طول L چاه باشد، آنگاه معمولاً می‌توانیم انتگرال معادله‌ی ۳۹-۱۳ را با حاصلضرب $p(x)\Delta x$ تقریب بزنیم، در صورتی که $p(x)$ در مرکز Δx محاسبه شود. اگر فیزیک کلاسیک برقرار می‌بود، باید انتظار می‌داشتیم که الکترون به تله افتاده با احتمال‌های مساوی در همه‌ی بخش‌های چاه قابل آشکار شدن باشد. از شکل ۳۹-۶ درمی‌یابیم که این طور نیست. مثلاً بررسی این شکل یا معادله‌ی ۳۹-۱۲ نشان می‌دهد که برای حالت با $n=2$ ، الکترون در نزدیکی $x=25\text{ pm}$ و $x=75\text{ pm}$ با احتمال زیادی آشکار می‌شود. آشکار شدن الکترون در نزدیکی $x=0$ ، $x=50\text{ pm}$ و $x=100\text{ pm}$ نزدیک به صفر است. حالت $n=15$ در شکل ۳۹-۶ حاکی از آن است که وقتی n افزایش می‌یابد، احتمال آشکار سازی در سرتاسر چاه بیشتر و بیشتر یکنواخت می‌شود. این نتیجه، نمونه‌ای از اصلی کلی موسوم به اصل همخوانی است:

در عددهای کوانتومی به قدر کافی بزرگ، پیش‌بینی‌های فیزیک کوانتومی به تدریج به پیش‌بینی‌های فیزیک کلاسیکی نزدیک می‌شود.

این اصل، که نخستین بار توسط فیزیکدان دانمارکی نیلز بور^۱ بیان شد، برای همه‌ی پیش‌بینی‌های کوانتومی برقرار است.

نکته‌ی واری ۲



شکل روبه‌رو، سه چاه پتانسیل نامتناهی با پهنای L ، $2L$ و $3L$ را نشان می‌دهد که در هر یک الکترونی در حالت $n=10$ قرار دارد. این چاه‌ها را بر حسب (الف) تعداد بیشینه‌های چگالی احتمال الکترون و (ب) انرژی الکترون به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.

بهنجارش

حاصلضرب $\psi_n^2(x)dx$ احتمال آشکار شدن الکترون را در یک چاه نامتناهی در بازه‌ای از محور x که بین x و $x+dx$ قرار دارد به دست می‌دهد. می‌دانیم که الکترون در این چاه نامتناهی باید در جایی باشد؛ پس باید داشته باشیم

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^2(x) dx = 1 \quad (\text{معادله‌ی بهنجارش}) \quad (14-39)$$

زیرا احتمال ۱ مربوط به قطعیت است. گرچه انتگرال روی کل محور x گرفته می‌شود، ولی فقط ناحیه‌ی از $x=0$ تا $x=L$ در این احتمال سهم دارد. انتگرال معادله‌ی ۳۹-۱۴ نشان‌دهنده‌ی مساحت زیر هر نمودار در شکل ۳۹-۶ است. اگر $\psi_n^2(x)$ را از معادله‌ی ۳۹-۱۲ در معادله‌ی ۳۹-۱۴ قرار دهیم، درخواهیم یافت: $A = \sqrt{2/L}$. این فرایند استفاده از معادله‌ی ۳۹-۱۴ برای محاسبه‌ی دامنه‌ی یک تابع موج، بهنجارش تابع موج نامیده می‌شود. این روش برای تمام تابع‌های موج یک بعدی به کار می‌آید.

^۱ Neils Bohr

انرژی نقطه‌ی صفر

با قرار دادن $n=1$ در معادله‌ی ۳۹-۴، حالت پایین‌ترین انرژی برای الکترونی واقع در یک چاه پتانسیل نامتناهی - حالت پایه- تعریف می‌شود. این حالتی است که الکترون محصور آن را اشغال خواهد کرد مگر اینکه به آن انرژی‌ای داده شود تا به یک حالت برانگیخته بالا رود. اکنون پرسشی پیش می‌آید: چرا n های محتمل در معادله‌ی ۳۹-۴ نمی‌تواند شامل $n=0$ شود؟ با قرار دادن $n=0$ در این معادله درواقع به انرژی حالت پایه‌ی صفر می‌رسیم. ولی با قرار دادن $n=0$ در معادله‌ی ۳۹-۱۲ برای تمام x ها مقدار $\psi_n(x)=0$ نیز به دست می‌آید، که تعبیر آن فقط به این معنی است که هیچ الکترونی در چاه وجود ندارد. در حالی که می‌دانیم چنین الکترونی وجود دارد؛ بنابراین، $n=0$ یک عدد کوانتومی احتمالی نیست. این نتیجه‌ی مهمی از فیزیک کوانتومی است که دستگاه‌های محدودشده نمی‌توانند در حالت‌های با انرژی صفر وجود داشته باشند. این دستگاه‌ها همیشه باید انرژی کمینه‌ی معینی موسوم به انرژی نقطه‌ی صفر داشته باشند.

انرژی نقطه‌ی صفر را با پهن کردن چاه نامتناهی - یعنی با افزایش L در معادله‌ی ۳۹-۴ به ازای $n=1$ - می‌توان کوچکتر کرد. در حد $L \rightarrow \infty$ ، انرژی نقطه‌ی صفر E_1 به صفر میل می‌کند. ولی در این صورت، الکترون یک ذره‌ی آزاد است، و دیگر در امتداد x محصور نیست. همچنین، چون انرژی یک ذره‌ی آزاد کوانتیده نیست، این انرژی می‌تواند هر مقداری از جمله صفر را داشته باشد. فقط یک ذره‌ی محصور باید انرژی متناهی نقطه‌ی صفر داشته باشد و هرگز نمی‌تواند ساکن باشد.

نکته‌ی واری ۳

هریک از ذره‌های زیر در یک چاه نامتناهی محصور شده‌اند و پهنای هر چهار چاه یکسان است، (الف) یک الکترون، (ب) یک پروتون، (پ) یک دوترون و (ت) یک ذره‌ی آلفا. برحسب بزرگی انرژی‌های نقطه‌ی صفر آن‌ها را به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد. ذره‌ها به ترتیب افزایش جرم نوشته شده‌اند.

مسئله‌ی نمونه ۳۹-۵۲. احتمال آشکارسازی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی

$$\left(\begin{array}{l} \text{احتمال آشکار شدن} \\ \text{الکترون در یک سوم سمت چپ} \end{array} \right) = \int_0^{L/3} \frac{L/3}{L} \sin^2 \left(\frac{\pi}{L} x \right) dx$$

این احتمال را با قرار دادن $10^{-12} \times 100 \text{ m}$ به جای L و سپس با استفاده از ماشین حساب گرافیکی یا یک بسته‌ی نرم‌افزاری ریاضی جهت محاسبه انتگرال پیدا می‌کنیم. ولی در این جا می‌خواهیم انتگرال را "با دست" محاسبه کنیم. نخست متغیر انتگرال‌گیری جدید y را معرفی می‌کنیم

$$y = \frac{\pi}{L} x \quad \text{و} \quad dx = \frac{L}{\pi} dy$$

از نخستین معادله، کران جدید را به ازای $x_1 = 0$ به صورت $y_1 = 0$ و به ازای $x_2 = L/3$ به صورت $y_2 = \pi/3$ پیدا می‌کنیم. سپس خواهیم داشت

$$\text{احتمال} = \left(\frac{y}{L} \right) \left(\frac{L}{\pi} \right) \int_0^{\pi/3} (\sin^2 y) dy$$

یک الکترون حالت پایه در چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی شکل ۳۹-۲ با پهنای $L = 100 \text{ pm}$ به تله افتاده است.

(الف) احتمال آنکه این الکترون بتواند در یک سوم سمت چپ چاه ($x_1 = 0$ تا $x_2 = L/3$) آشکار شود، چقدر است؟

ایده‌های کلیدی

(۱) اگر کاوای را در یک سوم سمت چپ چاه قرار دهیم، تضمینی وجود ندارد که الکترون را آشکار کنیم. ولی می‌توانیم احتمال آشکار شدن الکترون را با انتگرال‌گیری از معادله‌ی ۳۹-۱۳ محاسبه کنیم. (۲) این احتمال شدیداً به حالتی بستگی دارد که الکترون در آن قرار دارد - یعنی به مقدار عدد کوانتومی n .

محاسبه‌ها: چون در این جا الکترون در حالت پایه است، در معادله‌ی ۳۹-۱۳، $n=1$ را قرار می‌دهیم. همچنین کران‌های انتگرال را مکان‌های $x_1 = 0$ و $x_2 = L/3$ و دامنه‌ی ثابت A را $\sqrt{2/L}$ قرار می‌دهیم (تا تابع موج بهنجار باشد). در این صورت، درمی‌یابیم

با استفاده از انتگرال ۱۱ در پیوست ث، چنین به دست می‌آوریم

$$\text{احتمال} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{y}{2} - \frac{\sin 2y}{4} \right) \Big|_0^{\pi/2} = 0.70$$

پس داریم

$$\left(\begin{array}{c} \text{احتمال آشکار شدن} \\ \text{در یک سوم سمت چپ} \end{array} \right) = 0.70 \quad (\text{پاسخ})$$

یعنی اگر به طور پی‌درپی در یک سوم سمت چپ چاه کاوه‌ای را قرار دهیم، آنگاه می‌توانیم به طور متوسط الکترون را با ۷۰٪ کاوه‌ها آشکار کنیم.

(ب) احتمال این‌که الکترون بتواند در یک سوم وسط چاه (بین

استدلال: اکنون می‌دانیم احتمال آشکار شدن در یک سوم سمت چپ چاه ۷۰٪ است. بنا بر تقارن، احتمال آشکار شدن در یک سوم سمت راست چاه نیز ۷۰٪ است. چون الکترون قطعاً در داخل چاه قرار دارد، احتمال آشکار شدن در یک سوم وسط چاه عبارت است از

$$\left(\begin{array}{c} \text{احتمال آشکار شدن} \\ \text{در یک سوم وسط چاه} \end{array} \right) = 1 - 0.70 - 0.70 = 0.60 \quad (\text{پاسخ})$$

مسئله‌ی نمونه ۳۹-۳۰. بهنجارش تابع موج در یک چاه پتانسیل نامتناهی یکبعدی

هرگاه متغیر را تغییر دهیم، کران‌های انتگرال را نیز باید (دوباره) تغییر داد. از معادله‌ی ۳۹-۱۶ معلوم است که وقتی $x=0$ است $y=0$ و وقتی $x=L$ است $y=\pi$ ؛ بنابراین، 0 و $n\pi$ کران‌های جدید ما هستند. با قرار دادن همه‌ی این‌ها، معادله‌ی ۳۹-۱۵ چنین می‌شود

$$A^2 \frac{L}{n\pi} \int_0^{n\pi} (\sin^2 y) dy = 1$$

می‌توان از انتگرال ۱۱ پیوست ث برای محاسبه‌ی این انتگرال استفاده کرد، که معادله‌ی زیر را به دست می‌دهد

$$\frac{A^2}{n\pi} \left[\frac{y}{2} - \frac{\sin 2y}{4} \right]_0^{n\pi} = 1$$

با محاسبه‌ی آن در کران‌ها چنین به دست می‌آوریم

$$\frac{A^2 L n\pi}{n\pi} = 1$$

پس

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}} \quad (\text{پاسخ}) \quad (۳۹-۱۷)$$

این نتیجه حاکی از آن است که بُعد A^2 و بنابراین، بُعد $\psi_n^2(x)$ ، وارون طول است. همین‌طور هم باید باشد، زیرا چگالی احتمال معادله‌ی ۳۹-۱۲ احتمال بر واحد طول است.

بزرگی دامنه‌ی ثابت A در معادله‌ی ۳۹-۱۰ را برای یک چاه پتانسیل نامتناهی از $x=0$ تا $x=L$ محاسبه کنید.

ایده‌ی کلیدی

تابع‌های موج معادله‌ی ۳۹-۱۰ باید الزام بهنجارش معادله‌ی ۳۹-۱۴ را برآورده کنند و این حاکی از آن است که احتمال این‌که الکترون بتواند در جایی در امتداد محور x آشکار شود برابر با ۱ است.

محاسبه‌ها: با قرار دادن معادله‌ی ۳۹-۱۰ در معادله‌ی ۳۹-۱۴ و بیرون آوردن ثابت A از انتگرال خواهیم داشت

$$A^2 \int_0^L \sin^2 \left(\frac{n\pi}{L} x \right) dx = 1 \quad (۳۹-۱۵)$$

ما کران‌های انتگرال را از $-\infty$ تا $+\infty$ به 0 و L تغییر داده‌ایم، زیرا تابع موج "بیرون" از این کران، صفر است.

انتگرال نشان داده شده را می‌توان با تغییر متغیر از x به متغیر بدون بعد y ساده کرد، به‌طوری که

$$y = \frac{n\pi}{L} x \quad (۳۹-۱۶)$$

بنابراین

$$dx = \frac{L}{n\pi} dy$$

۳۹-۳۰ الکترون در یک چاه متناهی

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۱۸-۳۹ طرحی از یک چاه پتانسیل متناهی یکبعدی را با مشخص کردن طول و ارتفاع، رسم کنید.

۱۹-۳۹ برای یک الکترون به تله‌افتاده در یک چاه پتانسیل متناهی با ترازهای انرژی معین، طرحی از نمودار ترازهای انرژی را با

مشخص کردن ناحیه‌ی ناکوانتیده رسم کنید، و این انرژی‌ها و طول‌موج‌های دوبروی را با انرژی‌ها و طول‌موج‌های دوبروی یک چاه پتانسیل نامتناهی به همان طول مقایسه کنید.

۴۰-۳۹ برای یک الکترون به تله‌افتاده در یک چاه پتانسیل متناهی، (به‌طور



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WILEY PLUS

اصولی) توضیح دهید که چگونه توابع موج برای حالت‌های مجاز تعیین می‌شوند.

۲۱-۳۹ برای یک الکترون به تله‌افتاده در یک چاه پتانسیل متناهی با یک عدد کوانتومی معین، طرحی از چگالی احتمال به صورت تابعی از مکان در طول چاه و دیواره‌ها، رسم کنید.

۲۲-۳۹ تشخیص دهید که یک الکترون به تله‌افتاده فقط می‌تواند در حالت‌های مجاز وجود داشته باشد و انرژی آن حالت را به انرژی جنبشی الکترون مربوط کنید.

۲۳-۳۹ انرژی‌ای که یک الکترون باید جذب یا گسیل کند تا بین

حالت‌های مجاز یا بین یک حالت مجاز و هر مقداری در ناحیه‌ی ناکوانتیده حرکت کند را محاسبه کنید.

۲۴-۳۹ اگر یک جهش کوانتومی شامل نور باشد، رابطه‌ی بین تغییر انرژی و بسامد و طول‌موج وابسته به فوتون را به کار ببندید.

۲۵-۳۹ برای یک حالت مجاز معین در یک چاه پتانسیل متناهی، کمترین انرژی لازم برای گریختن الکترون و انرژی جنبشی این الکترون گریخته را مشروط بر آنکه بیشتر از آن انرژی کمینه باشد، محاسبه کنید.

۲۶-۳۹ طیف‌های گسلی و جذبی الکترون در یک چاه پتانسیل متناهی یک‌بعدی را، برای گریز از تله و فرو افتادن در تله، بشناسید.

نکته‌های کلیدی

• تابع موج برای یک الکترون در یک چاه پتانسیل متناهی یک‌بعدی تا دیواره‌ها گسترش می‌یابد، و در آن‌جا به طور نمایی با پهنای کاهش پیدا می‌کند.

• تابع موج برای یک الکترون در یک چاه پتانسیل متناهی یک‌بعدی تا دیواره‌ها گسترش می‌یابد، و در آن‌جا به طور نمایی با پهنای کاهش پیدا می‌کند.

الکترون در یک چاه متناهی

چاه انرژی پتانسیل با عمق نامتناهی یک تصور آرمانی است. شکل ۷-۳۹ یک چاه انرژی پتانسیل تحقق‌پذیر را نشان می‌دهد که در آن انرژی پتانسیل الکترون در بیرون چاه به طور نامحدودی بزرگ نیست بلکه مقدار مثبت محدود U_0 ، موسوم به عمق چاه، را دارد. مشابهت‌سازی بین موج‌ها در یک ریسمان کشیده و موج‌های ماده، در مورد چاه‌های با عمق محدود با شکست رویه‌رو می‌شود، زیرا دیگر اطمینان نداریم که گره‌های موج ماده در $x=0$ و $x=L$ قرار داشته باشند. (همان‌طور که خواهیم دید، قرار هم ندارند.)

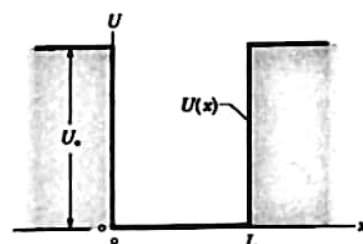
برای یافتن تابع‌های موج توصیف‌کننده‌ی حالت‌های کوانتومی الکترون در چاه متناهی شکل ۷-۳۹، باید به معادله‌ی شرودینگر، معادله‌ی اساسی فیزیک کوانتومی برگردیم. در بخش ۶-۳۸، برای حرکت در یک بعد، معادله‌ی شرودینگر را در شکل معادله‌ی ۱۹-۳۸ به کار بردیم:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}[E - U(x)]\psi = 0 \quad (18-39)$$

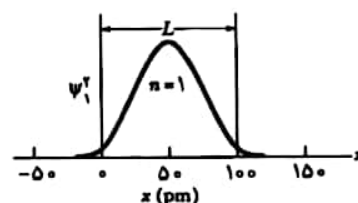
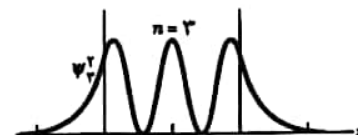
به جای تلاش جهت حل این معادله برای چاه متناهی، به طور ساده نتایج مقدارهای عددی خاص U_0 و L را بیان می‌کنیم. شکل ۸-۳۹ این نتایج را به صورت نمودارهای $\psi_n^2(x)$ ، چگالی احتمال برای چاهی با $U_0 = 450 \text{ eV}$ و $L = 100 \text{ pm}$ نشان می‌دهد.

چگالی احتمال $\psi_n^2(x)$ برای هر نمودار شکل ۸-۳۹ در معادله‌ی ۱۴-۳۹، معادله‌ی بهنجارش، صدق می‌کند؛ بنابراین می‌دانیم مساحت زیر هر سه نمودار چگالی احتمال به طور عددی برابر با ۱ است.

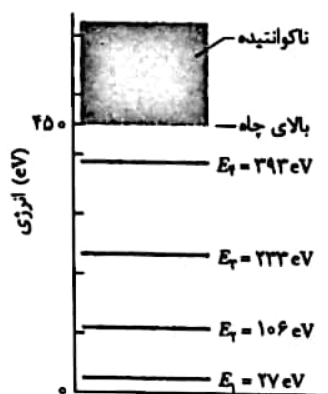
اگر شکل ۸-۳۹ برای چاه متناهی را با شکل ۶-۳۹ برای چاه نامتناهی مقایسه کنیم، یک اختلاف چشمگیر دیده خواهد شد: در مورد چاه متناهی، موج ماده الکترون به دیواره‌های چاه رخنه می‌کند، ناحیه‌ای که مکانیک نیوتونی می‌گوید الکترون نمی‌تواند در آن‌جا حضور داشته باشد. این رخنه کردن جای شگفتی ندارد زیرا در بخش ۹-۳۸ دیدیم که الکترون می‌تواند از طریق سد انرژی پتانسیل تونل بزند. "نشت" به داخل دیواره‌های چاه انرژی پتانسیل متناهی پدیده‌ی مشابهی است. از نمودارهای ψ^2 در شکل ۸-۳۹، درمی‌یابیم که این نشت به‌ازای مقادیر بزرگتر عدد کوانتومی n ، بیشتر است.



شکل ۷-۳۹ چاه انرژی پتانسیل متناهی. عمق چاه U_0 و پهنای آن L است. مانند چاه پتانسیل نامتناهی شکل ۲-۳۹، حرکت الکترون به تله افتاده، محدود به جهت x شده است.



شکل ۸-۳۹ نخستین سه چگالی احتمال $\psi_n^2(x)$ برای یک الکترون محصور در چاه پتانسیل متناهی به عمق $U_0 = 450 \text{ eV}$ و پهنای $L = 100 \text{ pm}$. تنها حالت‌های $n = 1, 2, 3, 4$ مجازند.



شکل ۳۹-۹ نمودار تراز-انرژی مربوط به چگالی‌های احتمال شکل ۳۹-۸ اگر الکترونی در چاه پتانسیل متناهی به تله یفتد، فقط انرژی‌هایی را خواهد داشت که متناظر با $n = 1, 2, 3, 4$ باشد. اگر انرژی آن 450 eV یا بیشتر باشد به تله نمی‌افتد و انرژی آن کوانتیده نیست.

چون موج ماده به داخل دیواره‌های چاه متناهی نشت می‌کند، طول موج λ برای هر حالت کوانتومی معین وقتی الکترون در تله‌ی چاه متناهی افتاده است از مقدار آن در هنگامی که الکترون در تله‌ی چاه متناهی قرار دارد بزرگتر است. پس معادله‌ی ۳۹-۳ ($\lambda = h/\sqrt{2mE}$) حاکی از آن است که انرژی E برای الکترون در هر حالت معین در چاه متناهی از چاه نامتناهی کمتر است.

این واقعیت به ما امکان می‌دهد تا نمودار تراز انرژی برای الکترون به تله‌افتاده در چاه متناهی را به‌طور تقریبی پیدا کنیم. به‌عنوان مثال، نمودار چاه متناهی شکل ۳۹-۸ که دارای پهنای $L = 100 \text{ pm}$ و عمق $U_0 = 450 \text{ eV}$ است، را می‌توان با تقریب پیدا کرد. نمودار تراز-انرژی برای یک چاه نامتناهی با این پهنای در شکل ۳۹-۳ نشان داده شده است. نخست قسمت بالاتر از 450 eV را در شکل ۳۹-۳ برمی‌داریم. سپس چهار تراز انرژی باقیمانده را به پایین منتقل می‌کنیم، که این انتقال برای $n = 4$ از همه بیشتر است زیرا به‌ازای $n = 4$ نشت موج به دیواره‌ها بیشترین مقدار را دارد. این نتیجه تقریباً نمودار تراز انرژی برای چاه متناهی است. نمودار واقعی شکل ۳۹-۹ است.

در این شکل، الکترون با انرژی بیشتر از $U_0 (= 450 \text{ eV})$ ، انرژی بسیار بیشتری از آن دارد که در چاه متناهی به تله یفتد. بنابراین، محصور نمی‌شود و انرژی آن کوانتیده نیست؛ یعنی، انرژی آن به مقدارهای معینی محدود نمی‌شود. الکترون به تله‌افتاده، برای رسیدن به این بخش ناکوانتیده از نمودار تراز انرژی و بنابراین برای آزاد شدن، باید به‌نحوی مقداری کافی انرژی کسب کند تا انرژی مکانیکی 450 eV یا بیشتر داشته باشد.

مسئله‌ی نمونه ۳۹-۴. الکترون گریخته از یک چاه پتانسیل متناهی

فرض کنید یک چاه متناهی با $U_0 = 450 \text{ eV}$ و $L = 100 \text{ pm}$ الکترونی را در حالت پایهی خود محصور کند.

(الف) طول موج نور باید چقدر باشد تا الکترون با جذب یک فوتون در شرف آزاد شدن قرار گیرد؟

ایده‌ی کلیدی

الکترونی که می‌خواهد از چاه پتانسیل فرار کند، باید به‌قدر کافی انرژی دریافت کند تا در ناحیه‌ی انرژی ناکوانتیده‌ی شکل ۳۹-۹ قرار گیرد و سرانجام دست‌کم به انرژی $U_0 (= 450 \text{ eV})$ برسد.

گریز دشوار. الکترون در آغاز در حالت پایهی خود با انرژی $E_1 = 27 \text{ eV}$ قرار دارد. بنابراین برای آنکه الکترون در شرف آزاد شدن باشد، باید انرژی زیر را دریافت کند

$$U_0 - E_1 = 450 \text{ eV} - 27 \text{ eV} = 423 \text{ eV}$$

پس فوتون باید چنین انرژی بزرگی داشته باشد. از معادله‌ی ۳۹-۶ ($E_{\text{فوتون}} = hf = E_2 - E_1$)، با قرار دادن c/λ به جای f ، می‌توان چنین نوشت

$$\frac{hc}{\lambda} = U_0 - E_1$$

از آنجا داریم

$$\lambda = \frac{hc}{U_0 - E_1}$$

$$= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{(423 \text{ eV})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}$$

$$= 2.94 \times 10^{-9} \text{ m} = 2.94 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$

بنابراین، اگر $\lambda = 2.94 \text{ nm}$ باشد، الکترون در شرف گریز قرار می‌گیرد.

(ب) آیا الکترون واقع در حالت پایه می‌تواند نور با طول موج 2.94 nm را جذب کند؟ در این صورت، انرژی الکترون چقدر است؟

ایده‌های کلیدی

۱. در (الف) دریافتیم که نور 2.94 nm الکترون را در آستانه‌ی آزاد شدن از چاه پتانسیل قرار می‌دهد.

۲. اکنون نوری با طول موج کوتاه‌تر از 2.94 nm و در نتیجه با انرژی بیشتر به‌ازای هر فوتون ($hf = hc/\lambda$) را در نظر می‌گیریم.

۳. بنابراین، الکترون می‌تواند یک فوتون از این نور را جذب کند. انرژی انتقال‌یافته نه‌تنها الکترون را آزاد می‌کند بلکه انرژی جنبشی خیلی زیادی به آن خواهد داد. افزون بر این، چون الکترون دیگر در تله قرار ندارد، انرژی آن کوانتیده نیست.

بیشتر از گریز. انرژی انتقال‌یافته به الکترون، انرژی فوتون است:

$$hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{2.94 \times 10^{-9} \text{ m}}$$

$$= 6.72 \times 10^{-17} \text{ J} = 422 \text{ eV}$$

$$K = hf - (U_0 - E_1) \\ = 622\text{eV} - 423\text{eV} = 199\text{eV} \quad (\text{پاسخ})$$

با استفاده از (الف)، انرژی لازم برای آزاد شدن الکترون از چاه پتانسیل $(U_0 - E_1) = 423\text{eV}$ است. باقیمانده 622eV به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. پس انرژی جنبشی الکترون آزاد شده برابر است با



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



۳۹-۴ تله‌های دو و سه‌بعدی

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۳۹-۲۷ نانوبلورک‌ها را به عنوان تله‌های الکترون شرح دهید و توضیح دهید که چگونه طول‌موج آستانه‌ای آن‌ها می‌تواند رنگ آن‌ها را تعیین کند.
- ۳۹-۲۸ نقطه‌های کوانتومی و حصارهای کوانتومی را بشناسید.
- ۳۹-۲۹ برای حالت معینی از یک الکترون در یک چاه پتانسیل دو یا سه‌بعدی، معادله‌های تابع موج و چگالی احتمال را بنویسید و سپس احتمال آشکارسازی را برای گستره‌ی معینی در چاه محاسبه کنید.
- ۳۹-۳۰ برای حالت معینی از یک الکترون در یک چاه پتانسیل نامتناهی دو یا سه‌بعدی، انرژی‌های مجاز را محاسبه کنید و یک نمودار تراز انرژی
- را با مشخص کردن عددهای کوانتومی، حالت پایه، و چند حالت برانگیخته رسم کنید.
- ۳۹-۳۱ حالت‌های تبهگن را بشناسید.
- ۳۹-۳۲ انرژی‌ای که یک الکترون باید جذب یا گسیل کند تا بین حالت‌های مجاز در یک تله‌ی دو یا سه‌بعدی حرکت کند را محاسبه کنید.
- ۳۹-۳۳ اگر یک جهش کوانتومی شامل نور باشد، رابطه‌های بین تغییر انرژی و بسامد و طول‌موج وابسته به فوتون را به کار بندید.

نکته‌های کلیدی

- انرژی‌های کوانتیده برای یک الکترون به تله‌افتاده در یک چاه پتانسیل نامتناهی دویبعدی که یک حصار کوانتومی را تشکیل می‌دهد عبارت‌اند از
- که در آن n_x عدد کوانتومی برای پهنای چاه L_x ، و n_y عدد کوانتومی برای پهنای چاه L_y است.
- توابع موج برای یک الکترون در چاه پتانسیل دویبعدی با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\psi_{n_x, n_y} = \sqrt{\frac{2}{L_x}} \sin\left(\frac{n_x \pi}{L_x} x\right) \sqrt{\frac{2}{L_y}} \sin\left(\frac{n_y \pi}{L_y} y\right)$$

$$E_{n_x, n_y} = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} \right)$$

تله‌های الکترونی بیشتر

در این‌جا سه نوع تله‌ی الکترونی ساختگی را بررسی می‌کنیم.

نانوبلورک‌ها

شاید بهترین راه برای ایجاد یک چاه انرژی پتانسیل در آزمایشگاه تهیه‌ی یک نمونه از ماده‌ی نیم‌رسانا به شکل گردی با دانه‌های کوچک، در گستره‌ی نانومتر، و اندازه‌ی یکنواخت باشد. هر کدام از دانه‌ها، هر نانوبلورک، مانند یک چاه پتانسیل برای الکترون‌های به تله‌افتاده‌ی داخل آن عمل می‌کند.

معادله‌ی ۳۹-۴ $(E = (h^2/8mL^2)n^2)$ نشان می‌دهد که می‌توان مقدارهای تراز انرژی یک الکترون به تله‌افتاده در یک چاه نامتناهی را با کاهش پهنای L چاه افزایش داد. کاهش L همچنین انرژی‌های فوتونی را که چاه می‌تواند جذب کند به مقدارهای بالاتر جابه‌جا می‌کند و بنابراین، طول‌موج‌های متناظر به مقدارهای کوتاه‌تر جابه‌جا می‌شود.

این نتایج کلی همچنین در مورد چاه درست‌شده توسط یک نانوبلورک نیز درست است. یک نانوبلورک می‌تواند فوتون‌های با انرژی بالاتر از انرژی آستانه $E_i (= hf_i)$ و در نتیجه طول‌موج‌های زیر طول‌موج آستانه‌ی مربوط به آن، یعنی

$$\lambda_i = \frac{c}{f_i} = \frac{ch}{E_i}$$



شکل ۳۹-۱۰ دو نمونه از گرد کادمیوم سنانید، یک نیم‌رسانا، که فقط در بزرگی دانه‌هایشان تفاوت دارند. هر دانه مانند یک تله‌ی الکترونی عمل می‌کند. نمونه‌ی پایینی دارای دانه‌های بزرگتری است و در نتیجه فاصله‌ی کمتری بین ترازهای انرژی و آستانه‌ی انرژی فوتونی پایین‌تری برای جذب نور دارد. نور جذب‌نشده پراکنده‌شده و باعث می‌شود که نمونه، نور با طول‌موج بزرگتر را پراکنده کند و قرمز به نظر برسد. نمونه‌ی بالایی چون دانه‌های کوچکتر است و در نتیجه فاصله‌ی بیشتری بین ترازهای انرژی دارد، انرژی آستانه‌اش برای جذب نور بزرگتر است و زرد به نظر می‌رسد.

را جذب کند. نور با طول‌موج بلندتری از $h\nu$ به جای آنکه جذب شود توسط نانوبلورک پراکنده می‌شود. بنابراین، رنگی که به نانوبلورک نسبت می‌دهیم با ترکیب طول‌موج نور پراکنده‌شده‌ای که می‌بینیم تعیین می‌شود.

اگر اندازه‌ی نانوبلورک را کاهش دهیم، مقدار E_g افزایش می‌یابد، مقدار $h\nu$ کاهش می‌یابد، و ترکیب طول‌موج نوری که به طرف ما پراکنده می‌شود تغییر می‌کند. پس، رنگی که به نانوبلورک نسبت می‌دهیم تغییر می‌کند. مثلاً شکل ۳۹-۱۰ دو نمونه از نیم‌رسانای کادمیوم سنانید را نشان می‌دهد که هر یک شامل گردی از نانوبلورک‌هایی با اندازه‌ی یکنواخت است. نمونه‌ی پایینی نور را در انتهای قرمز طیف پراکنده می‌کند. تفاوت نمونه‌ی بالایی با نمونه‌ی پایینی فقط در این است که نمونه‌ی بالایی از نانوبلورک‌های کوچکتری تشکیل شده است. به همین دلیل انرژی آستانه‌ی E_g آن بزرگتر، و با استفاده از معادله‌ی بالا، طول‌موج آستانه‌ی $h\nu$ آن کوتاه‌تر و در گستره‌ی سبز نور مرئی است. بنابراین، این نمونه حالا هم قرمز و هم زرد را پراکنده می‌کند. چون مؤلفه‌ی زرد درخشان‌تر است، در رنگ نمونه، زرد غلبه دارد. تمایز چشمگیر در رنگ بین دو نمونه گواه متقاعدکننده‌ای برای کوانتیدگی انرژی الکترون‌های به تله افتاده و وابستگی این انرژی‌ها به اندازه‌ی تله‌ی الکترونی است.

نقطه‌های کوانتومی

روش‌های خیلی پیشرفته‌ای که برای ساخت تراشه‌های رایانه‌ای به کار رفته است می‌تواند برای ساخت، اتم به اتم، چاه‌های انرژی پتانسیل منفرد مورد استفاده قرار گیرند که در بسیاری از جنبه‌ها، مانند اتم‌های ساختگی رفتار می‌کنند. این نقطه‌های کوانتومی، که معمولاً به این نام خوانده می‌شوند، کاربردهای نویدبخشی در اپتیک الکترونی و فناوری رایانه دارند.

در یک چنین آرایشی، "ساندویچی" ساخته می‌شود که در آن یک لایه‌ی نازک از ماده‌ای نیم‌رسانا، که در شکل ۳۹-۱۱ الف به رنگ تیره نشان داده است، بین دو لایه‌ی عایق، که یکی از آن‌ها خیلی از دیگری نازک‌تر است نشانده می‌شود. سرپوش‌های فلزی با سیم‌های رابط رسانا به دو انتها افزوده می‌شوند. مواد طوری انتخاب شده‌اند که تضمین شود انرژی پتانسیل الکترون در لایه‌ی مرکزی کمتر از انرژی پتانسیل در لایه‌ی عایق باشد، که این موجب می‌شود لایه‌ی مرکزی به صورت یک چاه انرژی پتانسیل عمل کند. شکل ۳۹-۱۱ ب تصویری از یک نقطه‌ی کوانتومی واقعی را نشان می‌دهد؛ چاهی که در آن الکترون‌های منفرد می‌توانند در ناحیه‌ی تیره‌رنگ به دام افتند.

لایه‌ی عایق پایینی (و نه بالایی) در شکل ۳۹-۱۱ الف به اندازه‌ی کافی نازک است تا اگر اختلاف پتانسیل مناسبی بین دو سیم رابط اعمال شود، الکترون‌ها بتوانند از آن تونل بزنند. در



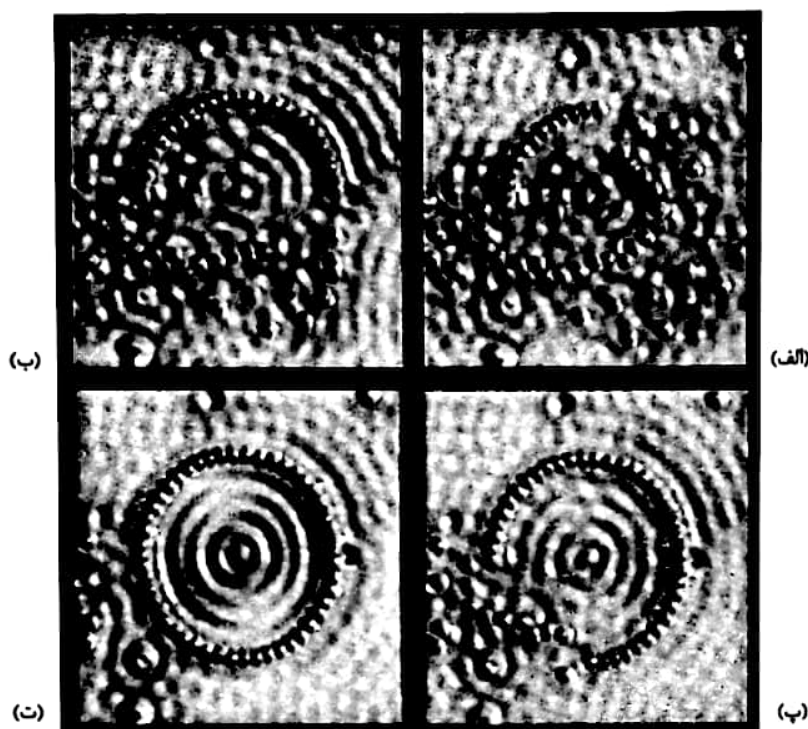
(ب)

برگرفته از Scientific American, September 1995, page 67.



(الف)

شکل ۳۹-۱۱ یک نقطه‌ی کوانتومی یا "اتم ساختگی". (الف) لایه‌ی مرکزی نیم‌رسانا یک چاه انرژی پتانسیل را تشکیل می‌دهد که در آن الکترون‌ها به تله افتاده‌اند. لایه‌ی عایق پایینی به اندازه‌ی کافی نازک است تا اگر ولتاژ مناسبی بین دو سیم رابط اعمال شود الکترون‌ها بتوانند از آن تونل زدن، به لایه‌ی مرکزی افزوده یا از آن برداشته شوند. (ب) تصویری از یک نقطه‌ی کوانتومی واقعی، نوار تیره‌ی مرکزی، ناحیه‌ی محصورشده‌ی الکترون است.



بر گرفته از M.F.Crommie, C.P.Lutz, D.M.Eigler, *Science*, 262:218, 1993

شکل ۱۲-۳۹ یک حصار کوانتومی در حین چهار مرحله‌ی ساخت. به موجک‌های ناشی از الکترون‌های به تله افتاده در حصار، وقتی حصار تقریباً کامل شده است، توجه کنید.

این روش، تعداد الکترون‌های محصور در چاه می‌تواند کنترل شود. این آرایش در واقع مانند یک اتم ساختگی با خاصیتی رفتار می‌کند که تعداد الکترون‌های آن بتوانند کنترل شوند. نقطه‌های کوانتومی را می‌توان به صورت آرایه‌هایی دوبعدی ساخت که می‌توانند به خوبی مبنایی برای سامانه‌های محاسباتی با سرعت و ظرفیت ذخیره‌ی بالا باشند.

حصارهای کوانتومی

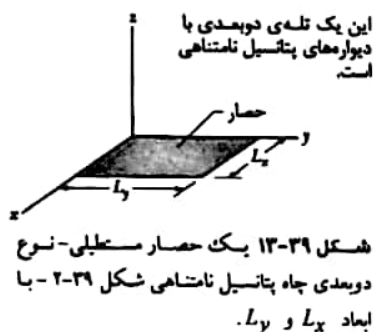
در حین کار یک میکروسوپ تونل زنی رویشی (که در بخش ۳۸-۹ معرفی شد)، نوک آن نیروی کوچکی بر اتم‌های منزوی وارد می‌کند که ممکن است در سطح صاف دیگری واقع باشند. با جابه‌جایی دقیق مکان نوک، اتم‌های منزوی می‌توانند بر سطح "کشیده شده" و در مکان دیگری نشانده شوند. با استفاده از این روش، دانشمندان در مرکز پژوهشی IBM آلمادن^۱ اتم‌های آهن را در یک سطح مسی به دقت آماده شده حرکت دادند، و اتم‌ها را به شکل یک دایره درآوردند (شکل ۱۲-۳۹) که حصار کوانتومی نامیده می‌شود. هر اتم آهن روی دایره در فضایی خالی در سطح مسی، به فاصله‌ی مساوی از سه نزدیک‌ترین اتم مس مجاور قرار دارد. این حصار در دمای پایین (حدوداً ۴K) ایجاد می‌شود تا تمایل اتم‌های آهن برای حرکت کاتوره‌ای بر اثر انرژی گرمایی آن‌ها روی سطح کمینه گردد.

موجک‌های داخل حصار ناشی از موج‌های ماده وابسته به الکترون‌هایی هستند که می‌توانند روی سطح مس حرکت کنند ولی عمدتاً در چاه پتانسیل حصار به تله افتاده‌اند. ابعاد این موجک‌ها با پیش‌بینی‌های نظریه‌ی کوانتومی توافق خیلی خوبی دارند.

تله‌های دو و سه‌بعدی

در بخش بعدی درباره‌ی اتم هیدروژن به عنوان یک چاه پتانسیل سه‌بعدی متناهی بحث خواهیم کرد. پیش از آن به عنوان یک دست‌گرمی، درباره‌ی چاه‌های پتانسیل دو و سه‌بعدی نامتناهی بیشتر بحث می‌کنیم.

^۱ IBM's Almaden Research Center



حصار مستطیلی

شکل ۱۳-۳۹ سطحی مستطیلی را نشان می‌دهد که در آن یک الکترون می‌تواند توسط نوع دوبعدی شکل ۲-۳۹ - یک چاه پتانسیل نامتناهی دوبعدی با ابعاد L_x و L_y که یک حصار مستطیلی را تشکیل می‌دهد- محصور شود. این حصار ممکن است روی سطح جسی باشد که به طریقی نمی‌گذارد الکترون موازی با محور z حرکت کند و در نتیجه از ترک الکترون از سطح جلوگیری می‌کند. باید تابع‌های انرژی پتانسیل نامتناهی‌ای در امتداد هر ضلع حصار را تصور کنید (مانند $U(x)$ در شکل ۲-۳۹) که الکترون را در داخل حصار نگه می‌دارند.

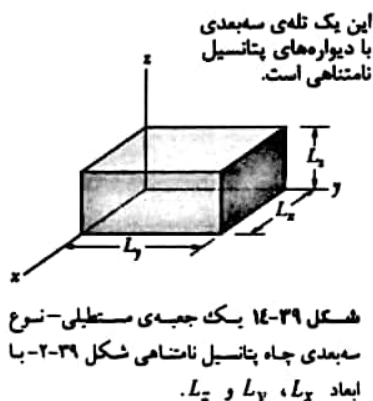
حل معادله‌ی شرودینگر برای حصار مستطیلی شکل ۱۳-۳۹ نشان می‌دهد که برای این‌که الکترون به تله افتد، باید موج ماده‌ی آن به‌طور جداگانه با هر یک از دو بعد منطبق باشد، درست همان‌طور که موج ماده‌ی الکترون به تله افتاده باید با چاه نامتناهی یک‌بعدی انطباق داشته باشد. این بدان معناست که موج به‌طور جداگانه در پهنای L_x و پهنای L_y کوانتیده است. فرض کنید n_x عدد کوانتومی برای انطباق موج ماده‌ی با پهنای L_x و n_y عدد کوانتومی برای انطباق موج ماده با پهنای L_y باشد. مانند چاه پتانسیل یک‌بعدی، این عدد‌های کوانتومی فقط می‌توانند عدد‌های صحیح مثبت باشند. می‌توانیم معادله‌های ۱۰-۳۹ و ۱۷-۳۹ را برای نوشتن تابع موج کوانتیده بسط دهیم و چنین بنویسیم

$$\psi_{n_x, n_y} = \sqrt{\frac{2}{L_x}} \sin\left(\frac{n_x \pi}{L_x} x\right) \sqrt{\frac{2}{L_y}} \sin\left(\frac{n_y \pi}{L_y} y\right) \quad (۱۹-۳۹)$$

انرژی الکترون به هر دو عدد کوانتومی بستگی دارد و برابر با مجموع دو انرژی است، انرژی‌ای که الکترون می‌داشت اگر به‌تنهایی در راستای محور x محدود شده بود و انرژی که الکترون می‌داشت اگر به‌تنهایی در راستای محور y محدود شده بود. از معادله‌ی ۴-۳۹، این مجموع را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$E_{n_x, n_y} = \left(\frac{h^2}{8mL_x^2} \right) n_x^2 + \left(\frac{h^2}{8mL_y^2} \right) n_y^2 = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} \right) \quad (۲۰-۳۹)$$

برانگیختگی الکترون توسط جذب فوتون و واانگیختگی توسط گسیل فوتون همان الزامات تله‌ی یک‌بعدی را دارد. تنها تفاوت این است که دو عدد کوانتومی (n_y, n_x) وارد شده است. به همین دلیل، حالت‌های مختلف می‌توانند یک انرژی داشته باشند. به چنین حالت‌ها و ترازهای انرژی آن‌ها تپکن گفته می‌شود.



جعبه‌ی مستطیلی

الکترون همچنین می‌تواند به تله‌ی یک چاه پتانسیل نامتناهی سه‌بعدی - یعنی یک جعبه - بیفتد. اگر جعبه مانند شکل ۱۴-۳۹ مستطیلی باشد، آنگاه معادله‌ی شرودینگر نشان می‌دهد که انرژی الکترون را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2} \right) \quad (۲۱-۳۹)$$

که در این‌جا عدد کوانتومی سوم n_z برای انطباق موج ماده با بعد L_z است.

نکته‌ی واری ۴

در نمادگذاری معادله‌ی ۲۰-۳۹، آیا E_{n_x} ، E_{n_y} ، E_{n_z} یا E_{n_1} انرژی حالت پایه‌ی الکترون در یک حصار مستطیل‌شکل (دوبعدی) است؟

مسئله‌ی نمونه ۳۹-۵۵. ترازهای انرژی در یک چاه پتانسیل نامتناهی دوبعدی

الکترونی در حصار مربعی یک چاه پتانسیل نامتناهی دوبعدی (شکل ۱۳-۳۹) با ابعاد $L_x = L_y$ به تله افتاده است.

(الف) انرژی‌های پایین‌ترین پنج تراز انرژی ممکن برای الکترون‌های به تله افتاده را پیدا و نمودار تراز انرژی متناظر را رسم کنید.

ایده‌ی کلیدی

چون الکترون در یک چاه دوبعدی مستطیل شکل به تله افتاده است، انرژی آن طبق معادله‌ی ۳۹-۲۰ به دو عدد کوانتومی n_x و n_y بستگی دارد.

ترازهای انرژی: چون چاه مربعی است و می‌توان نوشت $L_x = L_y = L$. بنابراین معادله‌ی ۳۹-۲۰ چنین ساده می‌شود

$$E_{n_x, n_y} = \frac{h^2}{8mL^2} (n_x^2 + n_y^2) \quad (22-39)$$

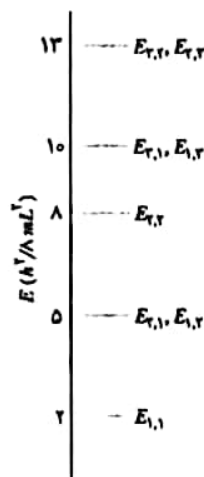
پایین‌ترین حالت‌های انرژی مربوط به مقدارهای کم عددهای کوانتومی n_x و n_y هستند، که عبارت‌اند از عددهای صحیح مثبت ۱، ۲، ۳، ... با قرار دادن این عددهای صحیح به جای n_x و n_y در معادله‌ی ۳۹-۲۲، با شروع از پایین‌ترین مقدار ۱، انرژی‌های داده شده در جدول ۳۹-۱ را می‌توان به دست آورد. در آنجا می‌توان دید که چند جفت عدد کوانتومی (n_x, n_y) ، انرژی یکسانی را به دست می‌دهند. مثلاً حالت‌های (۱، ۲) و (۲، ۱) هر دو انرژی یکسان $5(h^2/8mL^2)$ دارند. هر چنین جفتی به ترازهای انرژی تبهگن^۱ مربوط می‌شود. همچنین توجه کنید که، به‌طور شگفت‌انگیزی، حالت‌های (۴، ۱) و (۱، ۴) انرژی کمتری از حالت (۳، ۳) دارند.

جدول ۳۹-۱ ترازهای انرژی

انرژی ^a	n_y	n_x	انرژی ^a	n_y	n_x
۲۰	۴	۲	۱۰	۳	۱
۲۰	۲	۴	۱۰	۱	۳
۱۸	۳	۳	۸	۲	۲
۱۷	۴	۱	۵	۲	۱
۱۷	۱	۴	۵	۱	۲
۱۳	۳	۲	۲	۱	۱
۱۳	۲	۳			

^a بر حسب مضرب $h^2/8mL^2$

این‌ها پایین‌ترین پنج تراز مجاز الکترون هستند. حالت‌های کوانتومی مختلف می‌توانند انرژی یکسانی داشته باشند.



شکل ۳۹-۱۵ نمودار تراز- انرژی الکترون برای یک الکترون به تله افتاده در یک حصار مربعی.

از جدول ۳۹-۱ (مسیر ترازهای تبهگن را با دقت دنبال کنید) می‌توان نمودار تراز- انرژی شکل ۳۹-۱۵ را رسم کرد.

(ب) بر حسب مضربی از $h^2/8mL^2$ ، اختلاف انرژی بین حالت پایه و حالت برانگیخته‌ی سوم الکترون چقدر است؟

اختلاف انرژی: از شکل ۳۹-۱۵ درمی‌یابیم که حالت پایه (۱، ۱)، با انرژی $2(h^2/8mL^2)$ است. همچنین می‌بینیم که حالت برانگیخته‌ی سوم (حالت سوم بالاتر از حالت پایه در نمودار تراز انرژی) حالت‌های تبهگن (۳، ۱) و (۱، ۳) با انرژی $10(h^2/8mL^2)$ است. پس اختلاف ΔE بین این دو حالت عبارت است از

$$\Delta E = 10 \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) - 2 \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) = 8 \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) \quad (\text{پاسخ})$$



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



۳۹-۵ اتم هیدروژن

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۳۹-۳۶ بین توصیف‌های بور و شرودینگر از اتم هیدروژن، از جمله تفاوت آن‌ها در مقادیر مجاز زاویه‌ای، تمیز قایل شوید.

۳۹-۳۷ برای یک اتم هیدروژن، رابطه‌ی بین انرژی‌های کوانتیده‌ی E_n و عدد کوانتومی n را به کار بندید.

۳۹-۳۴ مدل بور برای اتم هیدروژن را بشناسید و توضیح دهید که بود چگونه شعاع‌ها و انرژی‌های کوانتیده را به دست آورد.

۳۹-۳۵ برای یک عدد کوانتومی معین n در مدل بور، شعاع مدار الکترون، انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل، انرژی کل، دوره‌ی تناوب مداری، بسامد مداری، تکانه‌ی خطی، و تکانه‌ی زاویه‌ای را محاسبه کنید.

^۱ degenerate. واگن نیز ترجمه شده است (مترجم).

۳۹-۴۱ عددهای کوانتومی را برای یک اتم بنویسید و مقادیر مجاز را تعیین کنید.

۳۹-۴۲ با معلوم بودن تابع موج بهنجار برای یک حالت، چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ و احتمال آشکارسازی الکترون در گستره‌ی معینی از شعاع‌ها را پیدا کنید.

۳۹-۴۳ برای حالت پایه‌ی هیدروژن، طرحی از یک نمودار چگالی احتمال بر حسب فاصله‌ی شعاعی رسم کنید و مکان شعاع بور a را مشخص کنید.

۳۹-۴۴ برای یک تابع موج معین برای یک اتم هیدروژن، تحقیق کنید که این تابع در معادله‌ی شرودینگر صدق می‌کند.

۳۹-۴۵ بین لایه و زیرلایه تمیز قابل شوید.

۳۹-۴۶ نمودار نقطه‌ای یک چگالی احتمال را توضیح دهید.

۳۹-۴۸ برای یک جهش کوانتومی در هیدروژن، بین حالت‌های کوانتیده یا بین یک حالت کوانتیده و یک حالت ناکوانتیده، تغییر انرژی را محاسبه کنید و اگر آن جهش شامل نور باشد، انرژی، بسامد، طول‌موج و تکانه‌ی وابسته به فوتون را محاسبه کنید.

۳۹-۴۹ طرحی از یک نمودار تراز-انرژی را برای هیدروژن، با مشخص کردن حالت پایه، چند حالت برانگیخته، ناحیه‌ی ناکوانتیده، سری پاشن، سری بالمر، و سری لیمان (شامل حدهای سری) رسم کنید.

۳۹-۴۰ برای هر سری گذار، جهش‌هایی را مشخص کنید که بلندترین طول‌موج، کوتاه‌ترین طول‌موج برای جهش‌های رو به پایین، حد سری، و یونش را به دست دهند.

نکته‌های کلیدی

• مدل بور اتم هیدروژن در توضیح طیف گیلی/جذبی اتم هیدروژن به‌طور موفقیت‌آمیزی ترازهای انرژی مجاز را به دست می‌دهد، اما در تقریباً همه‌ی جنبه‌های دیگر نادرست است.

• مدل بور یک مدل سیاره‌ای است که در آن الکترون به دور پروتون مرکزی می‌چرخد با تکانه‌ی زاویه‌ای L که محدود به مقادیر زیر شده است $L = n\hbar$ به ازای $n = 1, 2, 3, \dots$

که در آن n یک عدد کوانتومی است. مقدار $L = 0$ به غلط غیرمجاز شمرده می‌شود.

• به کار بردن معادله‌ی شرودینگر، مقدار درست L و انرژی‌های کوانتیده‌ی زیر را به دست می‌دهد

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad \text{به ازای } n = 1, 2, 3, \dots$$

• اتم (یا الکترون درون اتم) فقط با جهیدن بین این انرژی‌های مجاز می‌تواند انرژی را تغییر دهد.

• اگر جهش بر اثر جذب فوتون باشد (انرژی اتم افزایش یابد) یا گسیل فوتون (انرژی اتم کاهش یابد)، این محدودیت در تغییرات انرژی به رابطه‌ی زیر برای طول‌موج نور می‌انجامد

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_{\text{پایین}}^2} - \frac{1}{n_{\text{بالا}}^2} \right)$$

که در آن R ثابت ریذبرگ است

$$R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 c} = 1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

• چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ برای یک حالت اتم هیدروژن طوری تعریف می‌شود که $P(r)dr$ احتمالی باشد که الکترون در جایی در فضای بین دو پوسته‌ی هم‌مرکز به شعاع‌های r و $r + dr$ به مرکز هسته‌ی اتم بتواند آشکار شود.

• بهنجارش لازم می‌دارد

$$\int_0^\infty P(r)dr = 1$$

• احتمال آنکه الکترون بین هر دو شعاع معین r_1 و r_2 آشکار شود عبارت است از

$$(\text{احتمال آشکارسازی بین } r_1 \text{ و } r_2) = \int_{r_1}^{r_2} P(r)dr$$

اتم هیدروژن یک تله‌ی الکترون است

اکنون از تله‌های ساختگی و خیالی الکترون سراغ تله‌های طبیعی - یعنی اتم‌ها - می‌رویم. در این بخش توجه خود را روی ساده‌ترین مثال یعنی اتم هیدروژن معطوف می‌کنیم، که شامل یک الکترون است که توسط نیروی کولنی وارد از پروتون، که هسته‌ی اتم است، به تله افتاده است. چون جرم پروتون خیلی بیشتر از جرم الکترون است، فرض می‌کنیم که پروتون در جای خود ثابت است. بنابراین اتم را به صورت یک تله‌ی پتانسیل ثابت تصور می‌کنیم که الکترون درون آن حرکت می‌کند.

تا این جا به تفصیل بحث کردیم که محدودیت الکترون به معنی آن است که انرژی E ی الکترون و در نتیجه هر تغییر ΔE ی انرژی آن کوانتیده است. در این بخش انرژی‌های کوانتیده‌ی الکترون محصور در اتم هیدروژن را محاسبه می‌کنیم. دست‌کم از لحاظ اصولی می‌توانیم معادله‌ی شرودینگر را برای این تله به کار گیریم تا این انرژی‌ها و توابع موج وابسته به آن‌ها را بیابیم. ولی پیش از آن، بنا به ملاحظات، می‌خواهیم در حاشیه‌ای تاریخی به زمانی برگردیم که کوانتش یک مفهوم انقلابی بود و بررسی کنیم که چگونه کوانتیدن اتم‌ها آغاز شد.

مدل بور اتم هیدروژن، یک خوش‌شانسی

در اوایل سال‌های ۱۹۰۰، دانشمندان دریافته بودند که ماده از اجزای ریزی به نام اتم ساخته شده و اتم هیدروژن در مرکز خود یک بار مثبت $+e$ و در بیرون از این مرکز، بار منفی $-e$ (یک الکترون) دارد. ولی این مطلب فهمیده نشده بود که چرا جاذبه‌ی الکتریکی بین الکترون و بار مثبت موجب فروپاشی این دو در یکدیگر نمی‌شود.

طول‌موج‌های مرئی. یک سرخ، از این واقعیت به‌دست آمد که اتم هیدروژن فقط می‌تواند چهار طول‌موج خاص از گستره‌ی مرئی (656nm ، 486nm ، 434nm ، و 410nm) را گسیل و جذب کند. چرا هیدروژن همه‌ی طول‌موج‌ها را، مثلاً، مثل یک تابشگر داغ جسم سیاه، گسیل نمی‌کند؟ در سال ۱۹۱۳، نیکل بور ایده‌ی فوق‌العاده‌ای داشت که می‌توانست به‌طور همزمان نه تنها این چهار طول‌موج مرئی، بلکه دلیل فروپاشیدن اتم هیدروژن را نیز توضیح دهد. ولی نظریه‌ی او همان‌قدر که در توضیح این دو مورد موفق بود، تقریباً در توضیح هر جنبه‌ی دیگری از اتم هیدروژن کاملاً غلط از آب درمی‌آمد و در مورد اتم‌های پیچیده‌تر از اتم هیدروژن توفیق بسیار ناچیزی داشت. با این وجود، مدل بور از لحاظ تاریخی مهم است، زیرا مطلعی شد برای آغاز فیزیک کوانتومی اتم‌ها.

فرض‌ها. بور در ساختن مدل خود، دو فرض جسورانه را (کاملاً بدون توجه) ارائه کرد: (۱) الکترون در اتم هیدروژن روی دایره‌ای خیلی شبیه به مدارهای زمین دور خورشید به‌گرد هسته می‌چرخد (شکل ۱۶-۳۹ الف). (۲) بزرگی تکانه‌ی زاویه‌ای L الکترون در مدار خود به مقدارهای زیر محدود می‌شود

$$L = n\hbar \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (23-39)$$

که در آن $\hbar$ (بار $h/2\pi$) و n یک عدد صحیح مثبت (یک عدد کوانتومی) است. می‌خواهیم استدلال‌های نسبتاً ساده‌ی بور را پی بگیریم تا به معادله‌ای برای انرژی‌های کوانتیده‌ی اتم هیدروژن برسیم، ولی پیش از آن باید یک چیز را روشن کنیم: الکترون به‌سادگی، ذره‌ای در یک مدار سیاره‌ای نیست و معادله‌ی ۲۳-۳۹ مقادیر تکانه‌ی زاویه‌ای را به‌درستی به‌دست نمی‌دهد. (مثلاً $L = 0$ از قلم افتاده است.)

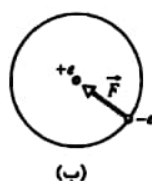
قانون دوم نیوتون. در مدار دایره‌ای شکل ۱۶-۳۹ الف، الکترون در حرکت دایره‌ای یکنواخت است و بنابراین به آن یک نیروی مرکزگرا وارد می‌شود (شکل ۱۶-۳۹ ب)، که موجب شتابی مرکزگرا می‌گردد. این نیرو، نیروی کولنی (معادله‌ی ۴-۲۱ [جلد دوم]) بین الکترون (با بار $-e$) و پروتون (با بار $+e$) در فاصله‌ی شعاع مداری r از یکدیگر است. بزرگی این شتاب مرکزگرا $a = v^2/r$ (معادله‌ی ۴-۳۴ [جلد اول]) است، که در آن v تندی الکترون است. بنابراین قانون دوم نیوتون برای یک محور شعاعی چنین می‌شود

$$F = ma$$

$$-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|-e||e|}{r^2} = m \left(-\frac{v^2}{r} \right) \quad (24-39)$$

که در آن m جرم الکترون است.

شکل ۱۶-۳۹ الف) مدار دایره‌ای یک الکترون در مدل بور برای اتم هیدروژن. (ب) نیروی کولنی $\vec{F}$ وارد بر الکترون به‌طور شعاعی رو به داخل، به طرف هسته است.



مدل بور برای اتم هیدروژن مشابه مدل مداری یک سیاره به دور ستاره است.



سپس با استفاده از فرض بور که در معادله‌ی ۲۳-۳۹ بیان شد، کوانتش را وارد می‌کنیم. از معادله‌ی ۱۱-۱۹ [جلد اول]، بزرگی تکانه‌ی زاویه‌ای ذره‌ای به جرم m که با تندی v بر دایره‌ای به شعاع r حرکت می‌کند برابر است با $\ell = rmv \sin \phi$ ، که ϕ (زاویه‌ی بین $\vec{r}$ و $\vec{v}$) 90° است. با برابر قرار دادن L در معادله‌ی ۲۳-۳۹ با $rmv \sin 90^\circ$ داریم

$$rmv = n\hbar$$

یا

$$v = \frac{n\hbar}{rm} \quad (25-39)$$

با جای‌گذاری این معادله در معادله‌ی ۲۴-۳۹ و قرار دادن $h/2\pi$ به جای $\hbar$ ، و مرتب کردن نتیجه‌ی آن خواهیم داشت

$$r = \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} n^2 \quad \text{به‌ازای } n = 1, 2, 3, \dots \quad (26-39)$$

که این را می‌توان چنین بازنویسی کرد

$$r = a n^2 \quad \text{به‌ازای } n = 1, 2, 3, \dots \quad (27-39)$$

که در آن

$$a = \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} = 0.291\,772 \times 10^{-11} \text{ m} \approx 0.292 \text{ nm} \quad (28-39)$$

سه معادله‌ی آخر حاکی از آن است که، در مدل بور اتم هیدروژن، شعاع مداری الکترون r کوانتیده است و کوچکترین شعاع مدار ممکن (به‌ازای $n=1$) برابر a است، که شعاع بور نامیده می‌شود. بنا بر مدل بور، الکترون نمی‌تواند بیش از شعاع مداری a به هسته نزدیک شود و به همین دلیل است که جاذبه‌ی بین الکترون و هسته به‌سادگی موجب فروپاشی آن‌ها در یکدیگر نمی‌شود.

انرژی مداری کوانتیده است

اکنون می‌خواهیم انرژی اتم هیدروژن را بنا بر مدل بور پیدا کنیم. انرژی جنبشی الکترون $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، و انرژی پتانسیل دستگاه الکترون-هسته $U = q_1q_2/4\pi\epsilon_0 r$ است (معادله‌ی ۲۴-۴۶). دوباره q_1 را بار الکترون $-e$ و q_2 را با بار هسته $+e$ قرار می‌دهیم. بنابراین، انرژی مکانیکی عبارت است از

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \right) \quad (29-39)$$

با حل معادله‌ی ۲۴-۳۹ برای mv^2 و قرار دادن نتیجه‌ی آن در معادله‌ی ۲۹-۳۹، خواهیم داشت

$$E = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (30-39)$$

سپس اگر به جای r ، معادل آن را از معادله‌ی ۲۷-۳۹ قرار دهیم، داریم

$$E_n = -\frac{me^2}{8\epsilon_0\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad \text{به‌ازای } n = 1, 2, 3, \dots \quad (31-39)$$

که شاخص پایین n در E حاکی از آن است که اکنون انرژی کوانتیده است.

با استفاده از این معادله، بور توانست طول موج های گسیل و جذب شده توسط اتم هیدروژن را محاسبه کند. اما پیش از آنکه بررسی کنیم که چگونه می توان از کوانتشن انرژی به طول موج ها برسیم، می خواهیم مدل درست اتم هیدروژن را مطرح کنیم.

معادله ی شرودینگر و اتم هیدروژن

در مدل شرودینگر اتم هیدروژن، الکترون (با بار $-e$) در یک تله ی انرژی پتانسیل ناشی از جذب الکتریکی آن به پروتون (با بار $+e$) واقع در مرکز اتم، قرار دارد. با استفاده از معادله ی ۲۴-۴۶، تابع انرژی پتانسیل را چنین می نویسیم

$$U(r) = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (۳۲-۳۹)$$

چون این چاه سه بعدی است، از چاه های یک بعدی و دوبعدی قبلی، پیچیده تر است. چون این چاه متناهی است، از چاه سه بعدی شکل ۳۹-۱۴ نیز پیچیده تر است. افزون بر این، دیواره های تعریف شده ی مشخصی هم ندارد. بلکه، دیواره های آن در عمق با فاصله ی شعاعی r تغییر می کند. شکل ۳۹-۱۷ احتمالاً بهترین ترسیمی است که می توانیم برای چاه پتانسیل هیدروژن انجام دهیم، ولی حتی این ترسیم نیز برای تفسیر به تلاش زیادی نیاز دارد.

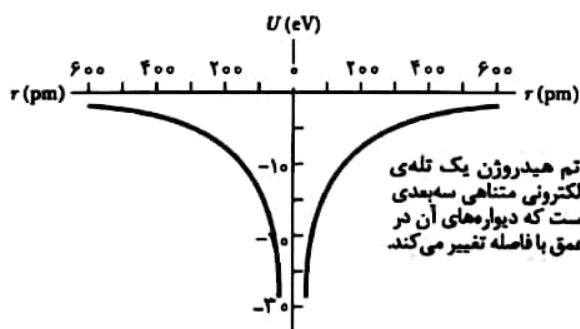
برای یافتن انرژی ها و توابع موج مجاز برای یک الکترون به تله افتاده در چاه پتانسیل داده شده با معادله ی ۳۹-۳۲، باید معادله ی شرودینگر را به کار بندیم. با کمی دست کاری، درمی یابیم که این معادله را می توانیم به سه معادله ی دیفرانسیل جداگانه تجزیه کنیم که دوتای آن وابسته به زاویه ها و یکی وابسته به فاصله ی شعاعی r است. حل معادله ی آخری به یک عدد کوانتومی n نیاز دارد و مقادیر انرژی E_n الکترون را چنین به دست می دهد

$$E_n = -\frac{me^2}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (۳۳-۳۹)$$

(این معادله دقیقاً همان معادله ای است که بور با استفاده از مدل سیاره ای بسیار نادرست اتم به دست آورد.) با جای گذاری مقدار ثابت ها در معادله ی ۳۳-۳۹ خواهیم داشت

$$E_n = -\frac{2,18 \times 10^{-18} \text{ J}}{n^2} = \frac{13,61 \text{ eV}}{n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (۳۴-۳۹)$$

این معادله حاکی از آن است که E_n اتم هیدروژن کوانتیده است؛ یعنی E_n از طریق بستگی خود به عدد کوانتومی n محدود شده است. چون فرض شده است که هسته در جای خود ثابت است و فقط الکترون حرکت دارد، می توانیم مقادیر انرژی معادله ی ۳۴-۳۹ را هم به کل اتم و هم به الکترون تنها نسبت دهیم.



شکل ۳۹-۱۷ انرژی پتانسیل U ی اتم هیدروژن بر حسب تابعی از فاصله ی r بین الکترون و پروتون مرکزی. این نمودار دو بار نشان داده شده است (یکی در سمت چپ و یکی در سمت راست) تا تله ی متقارن کروی سه بعدی را که الکترون در آن محصور شده است، نشان دهد.

تغییرات انرژی

انرژی اتم هیدروژن (یا به‌طور معادل، الکترون آن) با گسیل یا جذب نور، تغییر می‌کند. همان‌طور که تا کنون چند بار از معادله‌ی ۳۹-۶ دیده‌ایم، گیل و جذب، متضمن یک کوانتوم نور منطبق بر رابطه‌ی زیر است

$$hf = \Delta E = E_{n_l} - E_{n_h} \quad (35-39)$$

سه تغییر در معادله‌ی ۳۵-۳۹ ایجاد می‌کنیم. در سمت چپ، c/λ را به جای f قرار می‌دهیم. در سمت راست، از معادله‌ی ۳۹-۳۲ دو بار برای قرار دادن جمله‌های مربوط به انرژی استفاده می‌کنیم. بنابراین، با یک مرتب کردن ساده، خواهیم داشت

$$\frac{1}{\lambda} = -\frac{me^2}{8\epsilon_0 h^2 c} \left(\frac{1}{n_{l}^2} - \frac{1}{n_{h}^2} \right) \quad (36-39)$$

این فرمول را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_{h}^2} - \frac{1}{n_{l}^2} \right) \quad (37-39)$$

که در آن R ثابت ریدبرگ است:

$$R = \frac{me^2}{8\epsilon_0 h^2 c} = 1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (38-39)$$

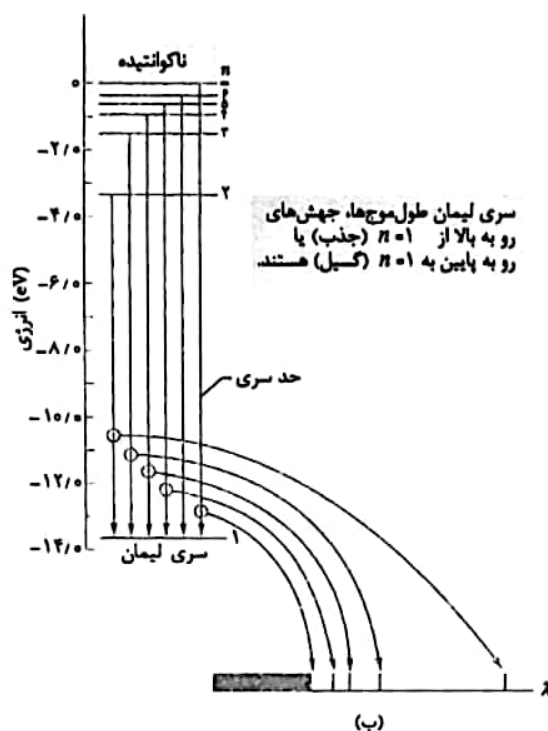
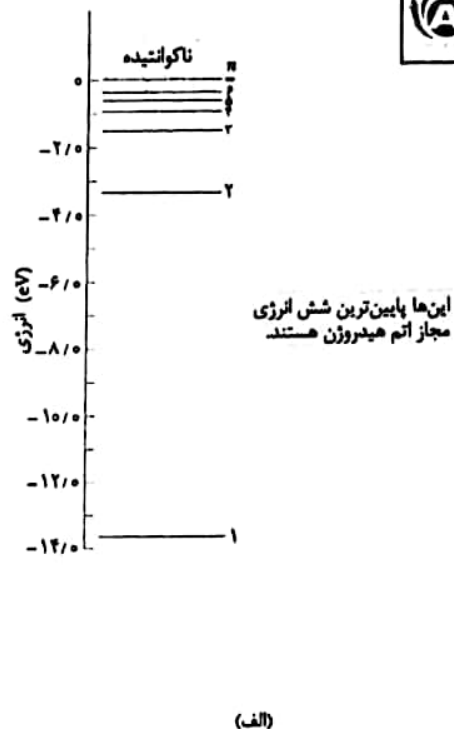
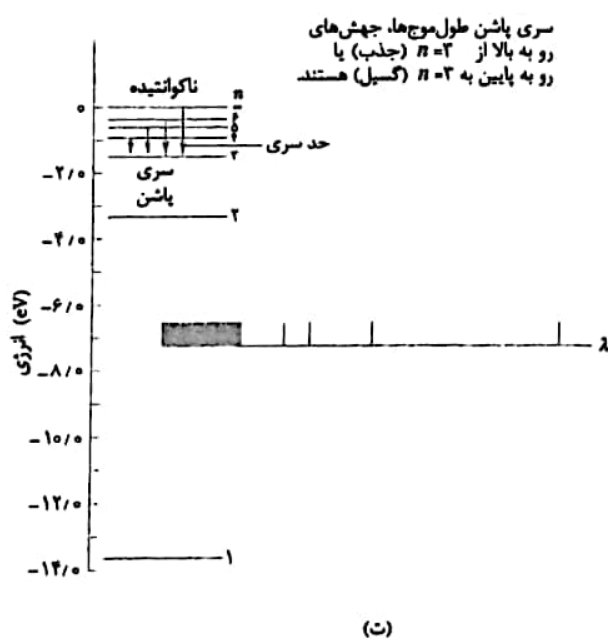
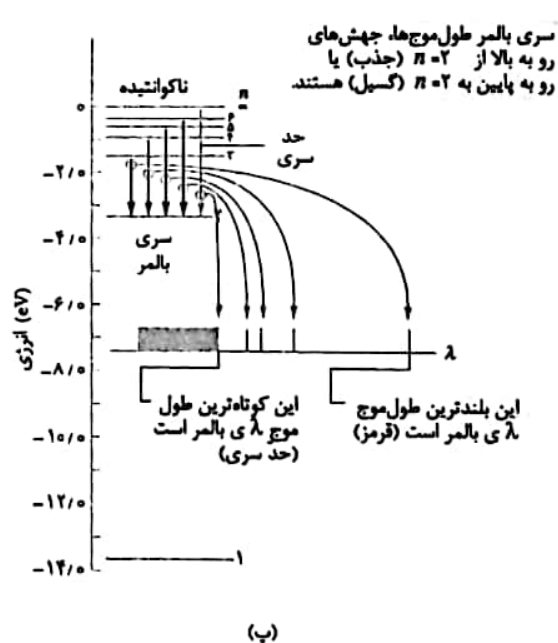
برای مثال، اگر در معادله‌ی ۳۹-۳۶، n_h را برابر با ۲ قرار داده و سپس n_l را به ۵، ۴، ۳ و ۶ محدود کنیم، چهار طول‌موج مرئی را ایجاد می‌کنیم که در آن هیدروژن می‌تواند نور را گسیل یا جذب کند: ۴۱۰ nm، ۴۳۴ nm، ۴۸۶ nm، ۶۵۶ nm.

طیف هیدروژن

شکل ۱۸-۳۹ الف ترازهای انرژی مربوط به مقادیر مختلف n را در معادله‌ی ۳۹-۳۴ نشان می‌دهد. پایین‌ترین تراز، به‌ازای $n=1$ ، حالت پایه‌ی هیدروژن است. ترازهای بالاتر مربوط به حالت‌های برانگیخته هستند، درست مانند همان‌هایی که در تله‌های پتانسیل ساده‌تر دیدیم. ولی، به چند تفاوت توجه کنید. (۱) اکنون ترازهای انرژی به جای مقادیر مثبتی که پیشتر انتخاب کردیم، مثلاً در شکل‌های ۳۹-۳ و ۳۹-۹، منفی هستند. (۲) اکنون ترازها با حرکت به سمت ترازهای بالا، بیشتر و بیشتر به یکدیگر نزدیک می‌شوند. (۳) انرژی برای بیشترین مقدار n ، یعنی $n=\infty$ ، اکنون $E_\infty=0$ است. به‌ازای هر انرژی بزرگتر از $E_\infty=0$ ، الکترون و پروتون به یکدیگر مقید نیستند (اتم هیدروژنی وجود ندارد)، و ناحیه‌ی $E>0$ در شکل ۱۸-۳۹ الف مانند ناحیه‌ی ناکوانتیده برای چاه متناهی شکل ۳۹-۹ است.

اتم هیدروژن می‌تواند با گسیل یا جذب نور در طول‌موج‌های داده شده با معادله‌ی ۳۹-۳۶ بین ترازهای انرژی جهش کند. هریک از چنین طول‌موج‌هایی به دلیل نحوه‌ی آشکار شدن آن‌ها با یک طیف‌نما، اغلب خط نامیده می‌شوند؛ بنابراین، اتم هیدروژن خط‌های جنبی و خط‌های گیلی دارد. مجموعه‌ای از چنین خط‌هایی، مانند آنچه در گستره‌ی مرئی وجود دارد، طیف اتم هیدروژن خوانده می‌شود.

سری‌ها. خط‌های هیدروژن برطبق ترازهای که در آن جهش‌های رو به بالا شروع و جهش‌های رو به پایین ختم می‌شوند، در سری‌هایی دسته‌بندی می‌شوند. برای مثال، خط‌های گسیل و جذب برای تمام جهش‌های احتمالی رو به بالا از تراز $n=1$ و رو به پایین به تراز



شکل ۱۸-۳۹ (الف) یک نمودار تراز-انرژی برای اتم هیدروژن. برخی از گذارها مربوط به (ب) سری لیمان، (پ) سری بالمر، و (ت) سری پاشن است. برای هر یک، بلندترین چهار طول موج و طول موج حد سری بر یک محور طول موج رسم شده است. هر طول موج کوتاه‌تری از طول موج حد سری، مجاز است.

$n=1$ سری لیمان گفته می‌شود (شکل ۱۸-۳۹ ب)، که نام شخصی است که نخستین بار این خط‌ها را مطالعه کرده بود. افزون بر این، می‌توان گفت که سری لیمان دارای تراز اولیه‌ی $n=1$ است. به همین ترتیب، سری بالمر تراز اولیه‌ی $n=2$ (شکل ۱۸-۳۹ پ)، و سری پاشن تراز اولیه‌ی $n=3$ (شکل ۱۸-۳۹ ت) را دارد.

تعدادی از جهش‌های کوانتومی رو به پایین برای این سه سری در شکل ۱۸-۳۹ نشان داده شده است. چهار خط در سری بالمر در گستره‌ی نور مرئی‌اند و در شکل ۱۸-۳۹ پ با پیکان‌هایی مربوط به رنگ آن‌ها نمایش داده شده‌اند. کوتاه‌ترین پیکان‌ها نشان‌دهنده‌ی کوتاه‌ترین جهش در سری، از تراز $n=3$ به تراز $n=2$ است. بنابراین، این جهش دربردارنده‌ی کوچکترین تغییر در انرژی الکترون و کوچکترین مقدار انرژی فوتون گیل شده برای این سری است. نور گیل شده، قرمز است. جهش بعدی در این سری، از $n=4$ به $n=2$ ، بلندتر است و در نتیجه انرژی فوتون بیشتر، طول‌موج گیل شده کوتاه‌تر، و نور سبز است. پیکان‌های سوم، چهارم و پنجم نشان‌دهنده‌ی جهش‌های بلندتر و طول‌موج‌های کوتاه‌تر است. در مورد جهش پنجم، نور گیل شده در گستره‌ی فرابنفش است و بنابراین، مرئی نیست.

حالت سری در یک سری، خطی است که با جهش بین تراز اولیه و بالاترین تراز انرژی ایجاد می‌شود، که تراز است با عدد کوانتومی $n = \infty$. بنابراین حالت سری، متناظر با کوتاه‌ترین طول‌موج سری است.

اگر یک جهش رو به بالا، به طرف بخش ناکوانتیده‌ی شکل ۱۸-۳۹ باشد، انرژی الکترون دیگر با معادله‌ی ۳۹-۳۴ داده نمی‌شود، زیرا الکترون دیگر به تله‌ی اتم نیفتاده است. یعنی اتم هیدروژن، یونیده شده است، به این معنی که الکترون به چنان فاصله‌ی دوری برده شده است که نیروی کولنی وارد بر آن از طرف هسته ناچیز است. اگر اتم طول‌موجی کوتاه‌تر از حالت سری را جذب کند می‌تواند یونیده شود. بنابراین، الکترون آزاد فقط انرژی جنبشی K (با فرض وضعیت غیر نسبیتی، $\frac{1}{2}mv^2 = K$) دارد.

عددهای کوانتومی برای اتم هیدروژن

گرچه انرژی‌های حالت‌های اتم هیدروژن با یک عدد کوانتومی n می‌تواند توصیف شود، تابع‌های موج توصیف‌کننده این حالت‌ها به سه عدد کوانتومی نیاز دارند که متناظر با سه بعدی هستند که در آن الکترون می‌تواند حرکت کند. این سه عدد کوانتومی، همراه با نام و مقدارهایی که می‌توانند داشته باشند در جدول ۲-۳۹ نشان داده شده است.

هر مجموعه از عددهای کوانتومی (n, l, m_l) تابع موجی از یک حالت کوانتومی خاص را مشخص می‌کنند. عدد کوانتومی n ، به نام عدد کوانتومی اصلی، در معادله‌ی ۳۹-۳۴ برای انرژی حالت ظاهر می‌شود. عدد کوانتومی مداری l ، معیاری از بزرگی تکانه‌ی زاویه‌ای وابسته به آن حالت کوانتومی است. عدد کوانتومی مغناطیسی مداری m_l ، به سنجش فزاینده‌ی این تکانه‌ی زاویه‌ای مربوط است. محدودیت در مقادیر عددهای کوانتومی اتم هیدروژن، که در جدول ۲-۳۹ آمده است، اختیاری نیست، بلکه از حل معادله‌ی شرودینگر به دست می‌آید. توجه کنید که در مورد حالت پایه ($n=1$)، این محدودیت‌ها مستلزم آن است که $l=0$ و $m_l=0$ ، یعنی، تکانه‌ی زاویه‌ای اتم هیدروژن در حالت پایه‌ی خود صفر است، که در مدل بور توسط معادله‌ی ۲۳-۳۹ پیش‌بینی نشده بود.

جدول ۲-۳۹ عددهای کوانتومی برای اتم هیدروژن

نماد	نام	مقادیر مجاز
n	عدد کوانتومی اصلی	$1, 2, 3, \dots$
l	عدد کوانتومی مداری	$0, 1, 2, \dots, n-1$
m_l	عدد کوانتومی مغناطیسی مداری	$-l, -(l-1), \dots, (l-1), +l$

نکته‌ی واری ۵

(الف) گروهی از حالت‌های کوانتومی اتم هیدروژن دارای $n=5$ هستند. چند مقدار برای حالت‌های موجود در این گروه امکان‌پذیر است؟ (ب) یک زیرگروه اتم هیدروژن در گروه $n=5$ دارای $\ell=3$ است. چند مقدار m_ℓ برای حالت‌های این زیرگروه امکان‌پذیر است؟

تابع موج حالت پایه‌ی اتم

تابع موج حالت پایه‌ی اتم هیدروژن، که از حل معادله‌ی شرودینگر سه‌بعدی و بهنجارش نتیجه‌ی آن به دست می‌آید، عبارت است از

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}a^{3/2}} e^{-r/a} \quad (\text{حالت پایه}) \quad (39-39)$$

که در آن $a (= 5.291772 \times 10^{-11} \text{ m})$ شعاع بور است. این شعاع تقریباً شعاع مؤثر یک اتم هیدروژن در نظر گرفته می‌شود و یکای طول مناسبی برای سایر وضعیت‌هایی است شامل ابعاد اتمی هستند.

مانند سایر تابع‌های موج، $\psi(r)$ در معادله‌ی ۳۹-۳۹ معنی فیزیکی ندارد ولی $\psi^2(r)$ چگالی احتمال-احتمال بر واحد حجم-است که الکترون می‌تواند در آن آشکار شود. به‌خصوص، $\psi^2(r)dV$ احتمالی است که الکترون می‌تواند در عنصر حجم (بی‌نهایت کوچک) معین dV واقع در شعاع r از مرکز اتم آشکار شود:

$$\left(\begin{array}{c} \text{احتمال آشکارشدن} \\ dV' \text{ در حجم} \\ \text{در شعاع } r \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{چگالی احتمال} \\ \text{حجمی } \psi^2(r) \\ \text{در شعاع } r \end{array} \right) (dV \text{ حجم}) \quad (40-39)$$

چون $\psi^2(r)$ فقط به r بستگی دارد، منطقی است که برای حجم dV ، حجم بین دو پوسته‌ی کروی هم‌مرکز به شعاع r و $r+dr$ را انتخاب کنیم. یعنی، عنصر حجم dV به‌صورت زیر باشد

$$dV = (4\pi r^2) dr \quad (41-39)$$

که در آن $4\pi r^2$ مساحت سطح پوسته‌ی داخلی و dr فاصله‌ی شعاعی بین دو پوسته است. آن‌گاه، با ترکیب معادله‌های ۳۹-۳۹، ۴۰-۳۹، و ۴۱-۳۹ خواهیم داشت

$$\left(\begin{array}{c} \text{احتمال آشکارشدن} \\ dV' \text{ در حجم} \\ \text{در شعاع } r \end{array} \right) = \psi^2(r) dV = \frac{4}{a^3} e^{-2r/a} r^2 dr \quad (42-39)$$

اگر به‌جای چگالی احتمال حجمی $\psi^2(r)$ با چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ کار کنیم، توصیف احتمال آشکارشدن الکترون آسان‌تر می‌شود. $P(r)$ یک چگالی احتمال خطی است، به‌طوری که

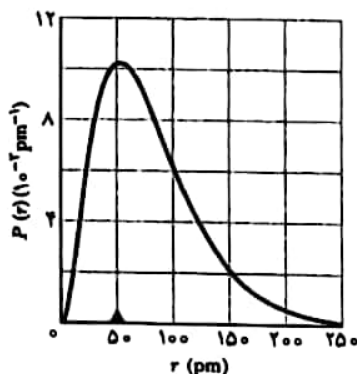
$$\left(\begin{array}{c} \text{چگالی احتمال شعاعی} \\ P(r) \text{ در شعاع } r \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{پهنای} \\ dr \text{ شعاعی} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{چگالی احتمال حجمی} \\ \psi^2(r) \text{ در شعاع } r \end{array} \right) (dV \text{ حجم})$$

یا

$$P(r) dr = \psi^2(r) dV \quad (43-39)$$

با جای‌گذاری $\psi^2(r)dV$ از معادله‌ی ۴۲-۳۹، چنین به دست می‌آوریم

$$P(r) = \frac{4}{a^3} r^2 e^{-2r/a} \quad (\text{چگالی احتمال شعاعی، حالت پایه‌ی اتم هیدروژن}) \quad (44-39)$$



شکل ۳۹-۱۹ نمودار چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ برای حالت پایه‌ی اتم هیدروژن. علامت مثلث در فاصله‌ی یک شعاع بور از مبدأ قرار دارد و مبدأ، مرکز اتم را نشان می‌دهد.

برای یافتن احتمال مشاهده‌ی الکترون حالت پایه بین هر دو شعاع دلخواه r_1 و r_2 (یعنی، بین یک پوسته‌ی کروی به شعاع r_1 و شعاع دیگر r_2)، از معادله‌ی ۳۹-۴۴ بین این دو شعاع انتگرال می‌گیریم:

$$\left(\text{احتمال آشکارسازی} \right)_{\text{بین } r_1 \text{ و } r_2} = \int_{r_1}^{r_2} P(r) dr \quad (39-45)$$

اگر گستره‌ی شعاعی $\Delta r (= r_2 - r_1)$ که در آن به دنبال الکترون می‌گردیم به حد کافی کوچک باشد به طوری که $P(r)$ در طول این گستره زیاد تغییر نکند، آنگاه معمولاً می‌توانیم انتگرال معادله‌ی ۳۹-۴۵ را تقریباً برابر با حاصلضرب $P(r)\Delta r$ بگیریم، که در آن $P(r)$ در مرکز Δr محاسبه شده است.

شکل ۳۹-۱۹ نمودار معادله‌ی ۳۹-۴۴ است. مساحت زیر این نمودار برابر یک است؛ یعنی

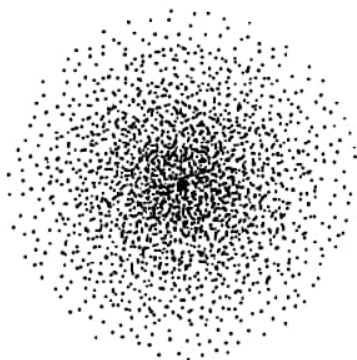
$$\int_0^{\infty} P(r) dr = 1 \quad (39-46)$$

این معادله بیان می‌دارد که در اتم هیدروژن، الکترون باید یک جایی در فضای اطراف هسته وجود داشته باشد.

علامت مثلث روی محور افقی شکل ۳۹-۱۹ در فاصله‌ی یک شعاع بور از مبدأ واقع است. از این نمودار معلوم است که در حالت پایه‌ی اتم هیدروژن، الکترون با احتمال زیاد در حوالی این فاصله از مرکز اتم یافت می‌شود.

شکل ۳۹-۱۹ با این دیدگاه متداول که الکترون‌ها در اتم‌ها بر مدارهای تعریف‌شده‌ای مانند مدار حرکت سیاره‌ها به دور خورشید حرکت می‌کنند، تضاد چشم‌گیری دارد. / این دیدگاه متداول، هرچند آشنا ولی نادرست است. شکل ۳۹-۱۹ تمام آنچه را که باید درباره‌ی مکان الکترون در حالت پایه‌ی اتم هیدروژن بدانیم نشان می‌دهد. پرسش درست این نیست که "چه وقت الکترون به فلان نقطه می‌رسد؟" بلکه این است که "الکترون چقدر شانس دارد که در یک حجم کوچک متمرکز در چنین نقطه‌ای یافت شود؟" شکل ۳۹-۲۰، که آن را نمودار نقطه‌ای می‌نامیم، سرشت احتمالی تابع موج را نشان می‌دهد: چگالی نقطه‌ها، چگالی احتمال آشکارسازی الکترون را، وقتی اتم هیدروژن در حالت پایه است، به دست می‌دهد. اتم را در این حالت به صورت گلوله‌ای تار و نامشخص با مرزی غیرمشخص و مدارهایی مبهم تصور کنید. برای یک فرد مبتدی ساده نیست که ذره‌های زیر اتمی را به این صورت احتمالاتی تصور کند. مشکل، تمایل طبیعی ما برای در نظر گرفتن الکترون به صورت چیزی مانند یک دانه‌ی ریز است که در مکان‌های معینی در زمان‌های معینی واقع شده و از مسیر کاملاً معینی پیروی می‌کند. الکترون‌ها و سایر ذره‌های زیر اتمی به این سادگی رفتار نمی‌کنند.

انرژی حالت پایه که با قرار دادن $n=1$ در معادله‌ی ۳۹-۳۴ به دست می‌آید برابر است با $E_1 = -13.6 \text{ eV}$. اگر معادله‌ی شرودینگر را با این مقدار انرژی حل کنیم، تابع موج معادله‌ی ۳۹-۳۹ حاصل می‌شود. در واقع، به ازای هر مقداری از انرژی مثلاً $E = -11.6 \text{ eV}$ یا -14.3 eV ، می‌توانیم پاسخی برای معادله‌ی شرودینگر پیدا کنیم. این پاسخ ممکن است حاکی از آن باشد که حالت‌های اتم هیدروژن کوانتیده نیستند- ولی می‌دانیم که این طور نیست. معما زمانی حل شد که فیزیکدانان دریافتند چنین پاسخ‌هایی برای معادله‌ی شرودینگر از نظر فیزیکی قابل قبول نیستند، زیرا وقتی $r \rightarrow \infty$ میل می‌کند مقادیر خیلی بزرگی را به دست می‌دهند. این "تابع‌های موج" حاکی از آن‌اند که احتمال یافتن الکترون در فاصله‌های خیلی دور از هسته نسبت به فاصله‌های نزدیک به آن بیشتر است، که این بی‌معنی است. این پاسخ‌های ناخواسته را کنار می‌گذاریم و فقط پاسخ‌هایی را می‌پذیریم که در توافق با شرط



شکل ۳۹-۲۰ "نمودار نقطه‌ای" که چگالی احتمال حجمی $P(r)$ - نه چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ - را برای حالت پایه‌ی اتم هیدروژن نشان می‌دهد. چگالی نقطه‌ها به طور نمایی با افزایش فاصله از هسته کم می‌شود که هسته در این جا با نقطه‌ی تیره‌ای نشان داده شده است.

جدول ۳۹-۲۱: عددهای کوانتومی حالت‌های اتم هیدروژن

n	ℓ	m_ℓ
۲	۰	۰
۲	۱	+۱
۲	۱	۰
۲	۱	-۱

مرزی $\psi(r) \rightarrow 0$ وقتی $r \rightarrow \infty$ باشد؛ یعنی توافق می‌کنیم که فقط الکترون‌های محصور را مورد بررسی قرار دهیم. با این قید، پاسخ‌های معادله‌ی شرودینگر مجموعه‌ی گستره‌ای را با انرژی‌های کوانتیده‌ای تشکیل می‌دهد که با معادله‌ی ۳۹-۳۴ داده می‌شوند.

حالت‌های اتم هیدروژن با $n=2$

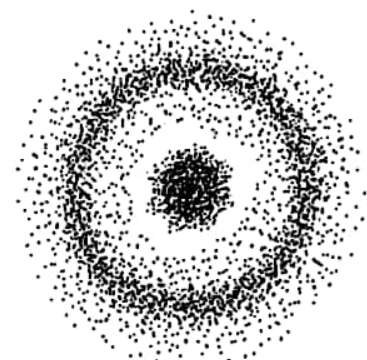
بنابر الزامات جدول ۳۹-۲، چهار حالت اتم هیدروژن با $n=2$ وجود دارد؛ عددهای کوانتومی آن‌ها در جدول ۳۹-۲ نوشته شده است. نخست حالت $n=2$ و $\ell=m_\ell=0$ را در نظر می‌گیریم؛ چگالی احتمال آن با نمودار نقطه‌ای شکل ۳۹-۲۱ نشان داده شده است. توجه کنید که این نمودار، مانند نمودار حالت پایه نشان داده شده در شکل ۳۹-۲۰، تقارن کروی دارد. یعنی در یک دستگاه مختصات کروی مانند شکل ۳۹-۲۲، چگالی احتمال تابعی از فقط

مختصه‌ی شعاعی r و مستقل از مختصه‌های زاویه‌ای θ و ϕ است.

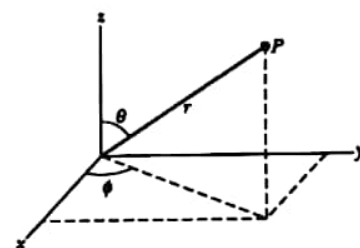
معلوم شده است که همه‌ی حالت‌های کوانتومی با $\ell=0$ تابع‌های موج با تقارن کروی دارند. این منطقی است، زیرا عدد کوانتومی ℓ معیاری از تکانه‌ی زاویه‌ای مربوط به یک حالت معین است. اگر $\ell=0$ باشد، تکانه‌ی زاویه‌ای نیز صفر است، که این ایجاب می‌کند چگالی احتمال نمایش‌دهنده‌ی حالت، هیچ محور تقارن مرجحی ندارد.

نمودارهای نقطه‌ای برای سه حالت با $n=2$ و $\ell=1$ در شکل ۳۹-۲۳ نشان داده شده‌اند. چگالی‌های احتمال برای حالت‌های با $m_\ell=+1$ و $m_\ell=-1$ یکسان است. گرچه این نمودارها نسبت به محور z تقارن دارند، ولی تقارن کروی ندارند. یعنی، چگالی‌های احتمال این سه حالت، تابع‌هایی از r و مختصه‌ی زاویه‌ای θ هستند.

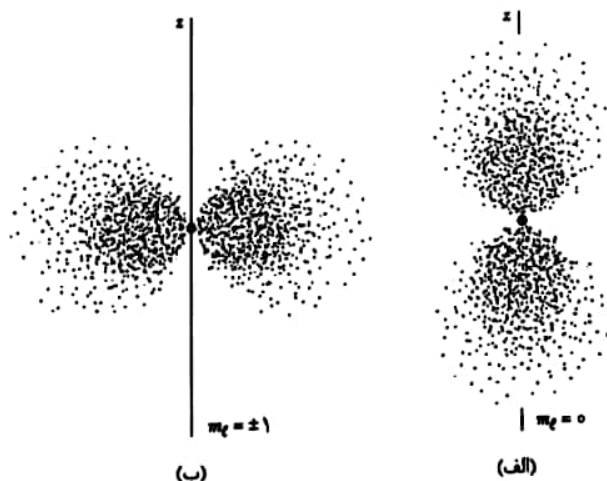
در این‌جا معمای وجود دارد: چه چیزی در مورد اتم هیدروژن وجود دارد که محور تقارنی را می‌سازد که در شکل ۳۹-۲۳ چنین آشکار است؟ پاسخ این است: مطلقاً هیچ چیز.



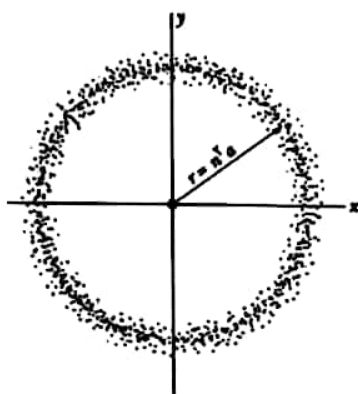
شکل ۳۹-۲۱: نمودار نقطه‌ای که چگالی احتمال حجمی $\psi^2(r)$ را برای اتم هیدروژن در حالت کوانتومی با $n=2$ ، $\ell=0$ و $m_\ell=0$ نشان می‌دهد. این نمودار نسبت به هسته‌ی مرکزی، تقارن کروی دارد. فضای خالی در طرح چگالی نقطه‌ای، یک سطح کروی را مشخص می‌کند که در آن $\psi^2(r)=0$ است.



شکل ۳۹-۲۲: رابطه‌ی بین مختصه‌های x ، y و z دستگاه مختصات قائم و مختصه‌های r ، θ و ϕ دستگاه مختصات کروی. دستگاه مختصات کروی برای تحلیل وضعیت‌های شامل تقارن کروی، مانند اتم هیدروژن مناسب‌تر است.



شکل ۳۹-۲۳: نمودارهای نقطه‌ای چگالی احتمال حجمی $\psi^2(r, \theta)$ برای اتم هیدروژن در حالت‌های با $n=2$ و $\ell=1$. (الف) نمودار برای $m_\ell=0$. (ب) نمودار برای $m_\ell=+1$ و $m_\ell=-1$. هر دو نمودار نشان می‌دهند که چگالی احتمال حول محور z تقارن است.



شکل ۳۹-۲۴ نمودار نقطه‌ای چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ برای اتم هیدروژن در حالتی کوانتومی با یک عدد کوانتومی اصلی نسبتاً بزرگ - یعنی $n=45$ - و عدد کوانتومی زاویه‌ای $\ell=44$ - نقطه‌ها نزدیک به صفحه‌ی xy قرار دارند. حلقه‌ی نقطه‌ها یک مدار کلاسیکی الکترون را نشان می‌دهد.

پاسخ به این معما زمانی به دست می‌آید که دریابیم هر سه حالت نشان داده شده در شکل ۳۹-۲۳ انرژی یکسانی دارند. به یاد آورید که انرژی یک حالت، که با معادله‌ی ۳۹-۳۳ داده می‌شود، فقط به عدد کوانتومی اصلی n بستگی دارد و مستقل از ℓ و m_ℓ است. درواقع برای یک اتم هیدروژن منزوی راهی برای تمایز تجربی بین سه حالت شکل ۳۹-۲۳ وجود ندارد.

اگر چگالی‌های احتمال حجمی را برای سه حالتی که برای آن‌ها $n=2$ و $\ell=1$ است جمع کنیم، معلوم می‌شود که چگالی احتمال مرکب دارای تقارن کروی است و محور منحصر به فردی وجود ندارد. بنابراین، می‌توان تصور کرد که الکترون یک‌سوم زمان خود را در هریک از سه حالت شکل ۳۹-۲۳ می‌گذراند، و می‌توان جمع وزنی سه تابع موج مستقل را به عنوان تعریف یک زیرلایه‌ی متقارن کروی در نظر گرفت که با عددهای کوانتومی $n=2$ و $\ell=1$ مشخص می‌شود. فقط اگر اتم هیدروژن را در یک میدان الکتریکی یا مغناطیسی خارجی قرار دهیم حالت‌های منفرد، وجود جداگانه‌ی خود را بروز خواهند داد. بنابراین، سه حالت زیرلایه $n=2$ و $\ell=1$ انرژی‌های متفاوتی خواهند داشت، و جهت میدان محور تقارن لازم را ایجاد خواهد کرد.

حالت $n=2$ و $\ell=1$ ، که چگالی احتمال حجمی آن در شکل ۳۹-۲۱ نشان داده شده است، نیز در هر سه حالت شکل ۳۹-۲۳ انرژی یکسانی دارد. می‌توانیم تمام چهار حالت را که عددهای کوانتومی آن‌ها در جدول ۳۹-۳ آمده است به عنوان تشکیل دهنده‌ی یک لایه‌ی متقارن کروی در نظر بگیریم که تنها با یک عدد کوانتومی n تعریف می‌شود. اهمیت لایه‌ها و زیرلایه‌ها در فصل ۴۰ روشن خواهد شد که در آن‌جا درباره‌ی اتم‌هایی با بیش از یک الکترون بحث خواهد شد.

برای تکمیل تصویر خود از اتم هیدروژن، در شکل ۳۹-۲۴ یک نمودار نقطه‌ای از چگالی احتمال شعاعی برای حالتی از اتم هیدروژن با عدد کوانتومی مداری که قیده‌ای جدول ۳۹-۲ را مجاز می‌شمارد ($\ell=n-1=44$) نشان داده شده است. چگالی احتمال، حلقه‌ای را تشکیل می‌دهد که حول محور z متقارن است و خیلی نزدیک به صفحه‌ی xy قرار دارد. شعاع میانگین این حلقه $n^2 a$ است، که در آن a شعاع بور است. این شعاع میانگین ۲۰۰۰ بار بزرگتر از شعاع مؤثر اتم هیدروژن در حالت پایه‌اش است.

شکل ۳۹-۲۴ مدار الکترونی در فیزیک کلاسیک را نشان می‌دهد، که شبیه مدار دایره‌ای سیاره‌ای به دور یک ستاره است. بنابراین، نمونه‌ی دیگری از اصل همخوانی بور را داریم؛ این که در عددهای کوانتومی بزرگ پیش‌بینی‌های مکانیک کوانتومی به تدریج به پیش‌بینی‌های فیزیک کلاسیکی تبدیل می‌شود. تصور کنید که یک نمودار نقطه‌ای مانند شکل ۳۹-۲۴ برای عددهای واقعاً بزرگ n و ℓ ، مثلاً $n=1000$ و $\ell=999$ ، به چه شکل خواهد شد.

مسئله‌ی نمونه ۳۹-۵۶. چگالی احتمال شعاعی برای الکترون در یک اتم هیدروژن

نشان دهید که چگالی احتمال شعاعی حالت پایه‌ی اتم هیدروژن در $r=a$ یک بیشینه دارد.

محاسبه: اگر از $P(r)$ ، با استفاده از مشتق شماره‌ی ۷ پیوست ۳ و قاعده‌ی زنجیره‌ی برای مشتق‌گیری حاصلضرب‌ها، مشتق بگیریم خواهیم داشت

$$\begin{aligned}
 \frac{dP}{dr} &= \frac{4}{a^3} r^2 \left(-\frac{2}{a} \right) e^{-2r/a} + \frac{4}{a^3} 2r e^{-2r/a} \\
 &= \frac{4r}{a^3} e^{-2r/a} - \frac{8r^2}{a^4} e^{-2r/a} \\
 &= \frac{4}{a^4} r(a-r) e^{-2r/a}
 \end{aligned}$$

ایده‌های کلیدی

(۱) چگالی احتمال شعاعی برای حالت پایه‌ی اتم هیدروژن با معادله‌ی ۳۹-۴۴ داده می‌شود

$$P(r) = \frac{4}{a^3} r^2 e^{-2r/a}$$

(۲) برای یافتن بیشینه (یا کمینه) هر تابع، باید از آن تابع مشتق بگیریم و نتیجه را برابر با صفر قرار دهیم.

صفر است. (توجه کنید که در $r=0$ و $r=\infty$ نیز $dp/dr=0$ است. ولی این شرایط همان طور که از شکل ۳۹-۱۹ می‌توان دید، متناظر با یک کمینه در $P(r)$ است.)

اگر طرف راست را برابر با صفر قرار دهیم، معادله‌ای به‌دست می‌آید که به‌ازای $r=a$ صحیح است، به‌طوری‌که جمله‌ی $(a-r)$ در وسط این معادله صفر می‌شود. به عبارت دیگر، dp/dr وقتی $r=a$ باشد برابر

مسئله‌ی نمونه ۳۹-۵۷. احتمال آشکار سازی الکترون در یک اتم هیدروژن

می‌توان نشان داد که احتمال $p(r)$ که الکترونی در حالت پایه‌ی اتم هیدروژن در داخل کره‌ای به شعاع r آشکار شود با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$p(r) = 1 - e^{-2x}(1 + 2x + 2x^2)$$

که در آن x کمیت بدون بعدی برابر با r/a است. r را به‌ازای $p(r) = 0.90$ پیدا کنید.

ایده‌ی کلیدی

هیچ تضمینی وجود ندارد که الکترون بتواند در فاصله‌ی شعاعی r معینی از مرکز اتم هیدروژن آشکار شود. ولی با تابع داده شده می‌توان احتمال این‌که الکترون در جایی از کره‌ای به شعاع r آشکار شود را محاسبه کرد. شعاع کره‌ای را پیدا می‌کنیم که به‌ازای آن $p(r) = 0.90$ است. با قرار دادن

این مقدار در عبارت $p(r)$ خواهیم داشت

$$0.90 = 1 - e^{-2x}(1 + 2x + 2x^2)$$

یا

$$10e^{-2x}(1 + 2x + 2x^2) = 1$$

باید مقداری را برای x پیدا کنیم که این تساوی برقرار باشد. حل صریحی برای x وجود ندارد. ولی با استفاده از یک ماشین حساب $x = 2.66$ به‌دست می‌آید. این بدان معناست که شعاع کره‌ای که در داخل آن الکترون می‌تواند در ۹۰ درصد زمان آشکار شود برابر با $2.66a$ است. این مکان را روی محور افقی شکل ۳۹-۱۹ مشخص کنید. مساحت زیر منحنی از $r=0$ تا $r=2.66a$ احتمال آشکار سازی در این گستره را به‌دست می‌دهد و برابر ۹۰٪ از مساحت کل زیر این منحنی است.

مسئله‌ی نمونه ۳۹-۵۸. سیل نور از یک اتم هیدروژن

(الف) طول‌موج نور برای کم‌انرژی‌ترین گسیل‌شده در سری لیمان خط‌های طیف اتم هیدروژن چقدر است؟

ایده‌های کلیدی

(۱) برای هر سری، گذاری که کم‌انرژی‌ترین فوتون را ایجاد می‌کند گذار بین تراز اولیه، که سری را معرفی می‌کند، و تراز بلافاصله بالای آن است. (۲) برای سری لیمان، تراز اولیه در $n=1$ است (شکل ۳۹-۱۸). بنابراین، گذاری که کم‌انرژی‌ترین فوتون را ایجاد می‌کند، گذار از تراز $n=2$ به تراز $n=1$ است.

محاسبه‌ها: از معادله‌ی ۳۹-۲۴ اختلاف انرژی عبارت است از

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -(13.60 \text{ eV}) \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right) = 10.20 \text{ eV}$$

بنابراین، از معادله‌ی ۳۹-۶ ($\Delta E = hf$) با قرار دادن f به جای c/λ خواهیم داشت

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{(10.20 \text{ eV})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 1.22 \times 10^{-7} \text{ m} = 122 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$

نور با این طول‌موج در گستره‌ی فرابنفش قرار دارد.

(ب) طول‌موج حدّ سری برای سری لیمان چقدر است؟

ایده‌ی کلیدی

حدّ سری متناظر با جهش بین تراز اولیه (برای سری لیمان $n=1$) و تراز واقع در حدّ $n=\infty$ است.

محاسبه‌ها: اکنون که مقدارهای n را برای گذار شناسایی کرده‌ایم، می‌توانیم مانند روش (الف)، طول‌موج متناظر λ را پیدا می‌کنیم. ولی به‌جای آن از روش مستقیم‌تری استفاده می‌کنیم. از معادله‌ی ۳۹-۲۷ داریم

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_{\text{پایین}}^2} - \frac{1}{n_{\text{بالا}}^2} \right) = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right)$$

که چنین به‌دست می‌دهد

$$\lambda = 9.11 \times 10^{-8} \text{ m} = 91.1 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$

نور با این طول‌موج نیز در گستره‌ی فرابنفش قرار دارد.



رور و خلاصه‌ی درس

محدودیت محدودیت امواج (موج‌های طناب، موج‌های ماده و هر نوعی از موج) به کوانتش - یعنی حالت‌های گسته با انرژی‌های معین - می‌انجامد. حالت‌های با انرژی بینایی مجاز نیستند.

الکترون در یک چاه پتانسیل نامتناهی چون الکترون یک موج ماده است، یک الکترون محدود شده در یک چاه پتانسیل نامتناهی فقط در حالت‌های گسته‌ی معینی می‌تواند وجود داشته باشد. اگر چاه یک بعدی و به طول L باشد، انرژی‌های وابسته به این حالت‌های کوانتومی عبارت‌اند از

$$E_n = \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) n^2 \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4-39)$$

که در آن m جرم الکترون و n یک عدد کوانتومی است. پایین‌ترین انرژی، موسوم به انرژی نقطه‌ی صفر، صفر نیست بلکه به‌ازای $n=1$ داده می‌شود. الکترون تنها در صورتی می‌تواند از یک حالت کوانتومی به حالت کوانتومی دیگر تغییر کند (بجهد) که تغییر انرژی آن چنین باشد

$$\Delta E = E_{n_2} - E_{n_1} \quad (5-39)$$

که در آن E_{n_1} انرژی بالاتر و E_{n_2} انرژی پایین‌تر است. اگر این تغییر توسط جذب یا گسیل الکترون انجام شده باشد، انرژی فوتون باید برابر با تغییر انرژی الکترون باشد:

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = \Delta E = E_{n_2} - E_{n_1} \quad (6-39)$$

که f بسامد و λ طول‌موج وابسته به فوتون است. توابع موج برای یک الکترون در یک چاه پتانسیل یک بعدی به طول L در راستای محور x با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (10-39)$$

که در آن عدد کوانتومی است و ضریب $\sqrt{2/L}$ از بهنجارش تابع موج حاصل می‌شود. تابع موج $\psi_n(x)$ معنی فیزیکی ندارد، اما چگالی احتمال $\psi_n^*(x)\psi_n(x)$ معنی فیزیکی دارد: حاصلضرب $\psi_n^*(x)\psi_n(x)dx$ احتمال آن است که الکترون در بازه‌ی بین x و $x+dx$ آشکار شود. اگر از چگالی احتمال یک الکترون روی تمام محور x انتگرال‌گیری شود، چگالی کل باید برابر ۱ باشد، که بدین معنا است که الکترون در جایی روی محور x آشکار خواهد شد:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^*(x)\psi_n(x)dx = 1 \quad (14-39)$$

الکترون در یک چاه متناهی تابع موج برای یک الکترون در یک چاه پتانسیل متناهی یک بعدی تا دیواره‌ها گسترش می‌یابد. در مقایسه با حالت‌های یک چاه پتانسیل نامتناهی با همان طول،

حالت‌ها در یک چاه پتانسیل متناهی، تعدادی محدود، طول‌موج‌های دوبروی بلندتر، و انرژی‌های کوچکتری دارند.

تله‌ی الکترون دوبعدی انرژی‌های کوانتیده برای الکترون به تله افتاده در یک چاه پتانسیل نامتناهی دوبعدی که یک حصار کوانتومی را تشکیل می‌دهد عبارت‌اند از

$$E_{n_x, n_y} = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} \right) \quad (20-39)$$

که در آن n_x عدد کوانتومی است که به‌ازای آن موج ماده‌ی الکترون در چاهی به پهنای L_x منطبق می‌شود، و n_y عدد کوانتومی است که به‌ازای آن این موج در چاهی به پهنای L_y منطبق می‌گردد. تابع موج برای الکترون در یک چاه پتانسیل دوبعدی با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\psi_{n_x, n_y} = \sqrt{\frac{2}{L_x}} \sin\left(\frac{n_x\pi}{L_x}x\right) \sqrt{\frac{2}{L_y}} \sin\left(\frac{n_y\pi}{L_y}y\right) \quad (19-39)$$

اتم هیدروژن مدل بور اتم هیدروژن در توضیح طیف گیلی/جذبی اتم هیدروژن به‌طور موفقیت‌آمیزی ترازهای انرژی مجاز را به‌دست می‌دهد، اما در تقریباً همه‌ی جنبه‌های دیگر نادرست است. مدل بور، یک مدل سیاره‌ای است که در آن الکترون به دور پروتون مرکزی می‌چرخد با تکانه‌ی زاویه‌ای L که محدود به مقادیر زیر شده است

$$L = n\hbar \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (23-39)$$

که در آن n یک عدد کوانتومی است. ولی این معادله نادرست است. کاربرد معادله‌ی شرودینگر، مقادیر درست L و انرژی کوانتیده را به‌دست می‌دهد

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (34-39)$$

اتم (یا الکترون درون اتم) فقط با جهیدن بین این انرژی‌های مجاز می‌تواند انرژی را تغییر دهد. اگر جهش بر اثر جذب فوتون باشد (انرژی اتم افزایش یابد) یا بر اثر گسیل فوتون (انرژی اتم کاهش یابد)، این محدودیت در تغییرات انرژی به رابطه‌ی زیر برای طول‌موج نور می‌انجامد

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_{\text{پایین}}^2} - \frac{1}{n_{\text{بالا}}^2} \right) \quad (37-39)$$

که در آن R ثابت ریدبرگ است.

$$R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 c} = 1.097,373 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (38-39)$$

چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ برای یک حالت اتم هیدروژن طوری

شعاع معین n_1 و آشکار شود عبارت است از

$$(45-39) \quad \int_{n_1}^{n_2} P(r) dr = (\text{احتمال آشکارسازی})$$

تعریف می‌شود که $P(r)dr$ احتمالی باشد که الکترون در جایی در فضایی بین دو پوسته‌ی هم‌مرکز به شعاع r و $r+dr$ به مرکز هسته‌ی اتم بتواند آشکار شود. احتمال آنکه الکترون بین هر دو



۸ الکترونی در یک چاه پتانسیل متناهی و به‌قدر کافی عمیقی به تله افتاده است که اجازه می‌دهد الکترون در حالت با $n=4$ وجود داشته باشد. موج ماده‌ی آن در داخل چاه چند نقطه (الف) با احتمال صفر و (ب) با احتمال بیشینه دارد؟

۹ الکترونی که در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی به پهنای L به تله افتاده است از حالت پایه به حالت برانگیخته‌ی اول، برانگیخته می‌شود. آیا این برانگیختگی احتمال آشکارسازی الکترون در یک طول کوچک از محور x (الف) در مرکز چاه و (ب) نزدیک یکی از دیواره‌های چاه را افزایش می‌دهد یا کاهش، و یا اثری ندارد؟

۱۰ الکترونی در یک چاه انرژی پتانسیل متناهی مانند چاه شکل ۷-۳۹، در حالت پایین‌ترین انرژی خود به تله افتاده است. آیا (الف) طول‌موج دوبروی آن، (ب) بزرگی تکانه‌ی آن و (پ) انرژی آن، بزرگتر، مساوی، و یا کمتر از حالتی است که چاه پتانسیل مانند شکل ۲-۳۹ نامتناهی باشد؟

۱۱ با نگاهی به شکل ۸-۳۹ عددهای کوانتومی سه حالت کوانتومی را بر طبق طول‌موج دوبروی الکترون به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.

۱۲ می‌خواهیم چاه پتانسیل متناهی شکل ۷-۳۹ را تغییر دهیم تا الکترون به تله افتاده در آن در بیش از سه حالت کوانتومی وجود داشته باشد. آیا این کار با (الف) پهن کردن یا باریک کردن چاه انجام می‌شود یا (ب) با عمیق کردن یا کم‌عمق کردن آن؟

۱۳ اتم هیدروژنی در حالت برانگیخته‌ی سوم قرار دارد. تا چه حالتی (با عدد کوانتومی معین n) این اتم باید جهش کند تا (الف) گسیل نور با بیشترین طول‌موج ممکن، (ب) گسیل نور با کوتاه‌ترین طول‌موج ممکن و (پ) جذب نور با بلندترین طول‌موج ممکن صورت گیرد؟

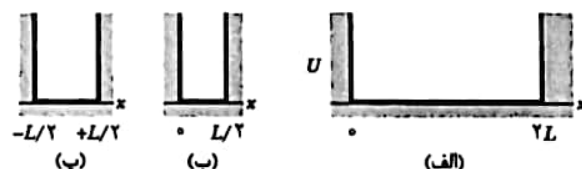
۱۴ شکل ۲۶-۳۹ پایین‌ترین تراز انرژی (بر حسب الکترون ولت) را برای پنج وضعیت نشان می‌دهد که در آن الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی به تله افتاده است. در چاه‌های D ، C ، B و E ، الکترون در حالت پایه است. الکترون را در چاه A به حالت چهارم برانگیخته (در 25eV) برمی‌انگیزیم. سپس، الکترون با گسیل یک یا چند فوتون، با یک جهش بلند یا چند جهش کوتاه به حالت پایه وانیگخته می‌شود. کدام انرژی‌های گسیلی فوتون این

۱ سه الکترون در سه چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی مختلف با پهنای (الف) 50pm ، (ب) 200pm و (پ) 100pm به تله افتاده‌اند. این الکترون‌ها را بر طبق بزرگی انرژی حالت پایه‌ی آن‌ها به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.

۲ آیا انرژی حالت پایه‌ی یک پروتون به تله افتاده در چاه پتانسیل یک‌بعدی از انرژی حالت پایه‌ی یک الکترون به تله افتاده در همان چاه پتانسیل بیشتر است یا کمتر، و یا مساوی با آن است؟

۳ الکترونی در یک چاه پتانسیل در حالتی با عدد کوانتومی $n=17$ به تله افتاده است. موج ماده‌ی آن (الف) چه تعداد احتمال صفر و (ب) چه تعداد احتمال بیشینه دارد؟

۴ شکل ۲۵-۳۹ سه چاه پتانسیل نامتناهی روی محور x را نشان می‌دهد. بدون محاسبه، تابع موج ψ را برای حالت پایه‌ی الکترون به تله افتاده در هر چاه تعیین کنید.



شکل ۲۵-۳۹ پرسش ۴

۵ یک پروتون و یک الکترون در چاه‌های پتانسیل نامتناهی یک بعدی به تله افتاده‌اند؛ هر ذره در حالت پایه‌ی خود قرار دارد. در مرکز چاه‌ها، آیا چگالی احتمال پروتون بیشتر از چگالی احتمال الکترون است یا کمتر، و یا مساوی با آن است؟

۶ اگر پهنای یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی را دو برابر کنیم، (الف) انرژی حالت پایه‌ی الکترون به تله افتاده ضریب ۴، ۲، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ می‌شود یا عدد دیگری؟ (ب) بسته به عدد کوانتومی آن‌ها آیا انرژی‌های حالت‌های انرژی بالاتر در این عددها ضرب می‌شوند یا عدد دیگری؟

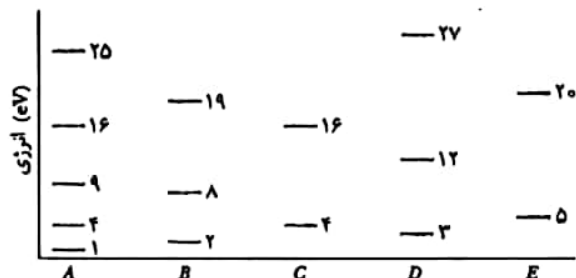
۷ اگر بخواهید تله‌ی آرمانی شکل ۱-۳۹ تله‌ای برای یک پوزیترون باشد، آیا (الف) شکل هندسی تله، (ب) پتانسیل الکتریکی استوانه‌ی مرکزی یا (پ) پتانسیل الکتریکی دو استوانه‌ی نیم‌نامتناهی، تغییر می‌کند؟ (جرم پوزیترون برابر با جرم الکترون، ولی بار آن مثبت است.)

۱۵ جدول ۳۹-۴ عددهای کوانتومی را برای پنج حالت اسم هیدروژن نشان می‌دهد. کدام یک امکان‌پذیر نیست؟

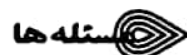
جدول ۳۹-۴

m_ℓ	ℓ	n	
۰	۲	۳	(الف)
۱	۳	۲	(ب)
-۴	۳	۴	(پ)
۰	۵	۵	(ت)
-۲	۳	۵	(ث)

و انگیختگی با انرژی جذب یک فوتون (از حالت پایه) چهار الکترون دیگر مطابقت دارد؟ مقدارهای n را مشخص کنید.



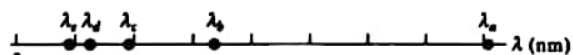
شکل ۳۹-۲۶ پرسش ۱۴



حل با راهنمایی مرحله به مرحله (بسته به صلاحدید مدرس) در WileyPLUS و WebAssign موجود است.
 تعداد نقطه‌ها سطح دشواری مسئله را مشخص می‌کند.
 اطلاعات بیشتر در کتاب نمایش هیجان‌انگیز فیزیک و در www.flyingcircusofphysics.com
 WWW حل به روش تاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.
 ILW حل در

باشد، انرژی حالت پایه‌ی آن چقدر است؟ (توجه: هسته‌ها الکترون ندارند.)

۸۰۰ الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی در حالت برانگیخته‌ی اول خود به تله افتاده است. شکل ۳۹-۲۷ پنج بلندترین طول‌موج نور را نشان می‌دهد که الکترون می‌تواند در گذار از این حالت اولیه با جذب یک فوتون تنها انجام دهد: $\lambda_a = 80,78 \text{ nm}$ ، $\lambda_b = 33,66 \text{ nm}$ ، $\lambda_c = 19,23 \text{ nm}$ ، $\lambda_d = 12,62 \text{ nm}$ و $\lambda_e = 8,98 \text{ nm}$. پهنای این چاه پتانسیل چقدر است؟



شکل ۳۹-۲۷ مسئله ۸

۹۰۰ فرض کنید الکترونی به تله افتاده در یک چاه نامتناهی یک‌بعدی با پهنای 250 pm از حالت برانگیخته‌ی اول به حالت برانگیخته‌ی سوم بجهد. (الف) در این جهش چه مقدار انرژی باید به الکترون داده شود؟ سپس الکترون با گسیل نور به حالت پایه و انگیخته می‌شود. با راه‌های متعددی این کار انجام‌پذیر است؛ (ب) کوتاه‌ترین طول‌موج، (پ) دومین طول‌موج کوتاه، (ت) بلندترین و (ث) دومین بلندترین طول‌موج که می‌تواند گسیل شود چقدر است؟ (ج) این راه‌های متعدد ممکن را روی نمودار تراز انرژی نشان دهید. اگر نور با طول‌موج $29,4 \text{ nm}$ گسیل شود، (ج) بلندترین طول‌موج و (ح) کوتاه‌ترین طول‌موج که پس از آن می‌تواند گسیل شود چقدر است؟

۱۰۰۰ الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی به تله افتاده است. به‌ازای چه (الف) عدد کوانتومی بزرگتر و (ب) عدد

بخش ۳۹-۱ انرژی‌های الکترون به تله افتاده

۱۰ انرژی الکترون در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی به طول L در حالت پایه E_1 است. طول به L' تغییر می‌کند، به‌طوری که انرژی حالت پایه $E'_1 = 0,500 E_1$ می‌شود. نسبت L'/L چقدر است؟

۲۰ انرژی حالت پایه‌ی (الف) یک الکترون و (ب) یک پروتون وقتی هر کدام در تله‌ی یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی با پهنای 200 pm افتاده باشند، چقدر است؟

۳۰ انرژی حالت پایه‌ی یک الکترون به تله افتاده در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی $2,6 \text{ eV}$ است. اگر پهنای چاه پتانسیل دو برابر شود، این کمیت چقدر خواهد شد؟

۴۰ الکترونی که در تله‌ی یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی با پهنای 250 pm افتاده است، در حالت پایه‌ی خود قرار دارد. اگر این الکترون به حالت $n=4$ جهش کند، باید چقدر انرژی جذب کند؟

۵۰ اگر الکترون به تله افتاده در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی در حالت $n=3$ دارای انرژی $4,7 \text{ eV}$ باشد، پهنای چاه باید چقدر باشد؟

۶۰ پروتونی در یک چاه پتانسیل یک‌بعدی با پهنای 100 pm محصور شده است. انرژی حالت پایه‌ی آن چقدر است؟

۷۰ یک هسته‌ی اتمی را معادل با یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی با پهنای $L = 1,4 \times 10^{-14} \text{ m}$ ، یعنی قطر یک هسته‌ی نوعی، در نظر بگیرید. اگر الکترون در تله‌ی چنین چاه پتانسیلی افتاده

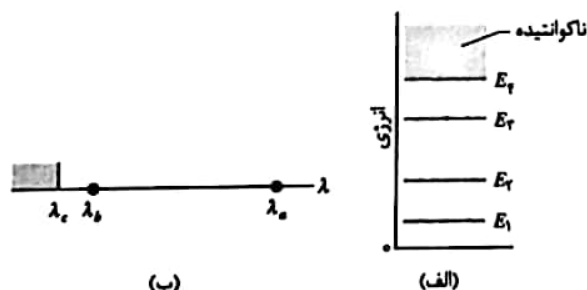
$x = L$ ، و (ب) $x = 0.75L$ و $x = 0.25L$ ، چقدر است؟

بخش ۳-۳۹ الکترون در یک چاه پتانسی

۱۷۰ الکترونی در حالت $n=2$ در چاه پتانسیل متناهی شکل ۷-۳۹ انرژی‌ای برابر 400eV را از یک منبع خارجی جذب می‌کند. با استفاده از نمودار تراز انرژی شکل ۷-۳۹، با فرض این‌که الکترون به مکانی حرکت کند که برای آن $x > L$ است، انرژی جنبشی آن را پس از این جذب تعیین کنید.

۱۸۰ شکل ۷-۳۹ ترازهای انرژی یک الکترون به تله افتاده در یک چاه انرژی پتانسیل متناهی با عمق 450eV را نشان می‌دهد. اگر الکترون در حالت $n=3$ باشد، انرژی جنبشی آن چقدر است؟

۱۹۰۰ شکل ۷-۳۹ الف نمودار تراز-انرژی را برای یک چاه نامتناهی یک‌بعدی نشان می‌دهد که شامل یک الکترون است. ناحیه‌ی ناگوانتیده در $E_F = 450\text{eV}$ شروع می‌شود. شکل ۷-۳۹ ب طیف جذب الکترون را برای هنگامی به دست می‌دهد که الکترون در حالت پایه قرار دارد-الکترون می‌تواند طول‌موج‌های نشان‌داده شده‌ی $\lambda_g = 14588\text{nm}$ و $\lambda_b = 48437\text{nm}$ را برای هر طول‌موج کمتر از $\lambda_g = 29108\text{nm}$ جذب کند. انرژی نخستین حالت برانگیخته چقدر است؟



شکل ۷-۳۹ مثله ۱۹

۲۰۰۰ شکل ۷-۳۹ الف یک لوله‌ی نازک را نشان می‌دهد که در آن یک تله‌ی پتانسیل نامتناهی در $V_F = 0\text{V}$ برقرار شده است. الکترون نشان‌داده شده از سمت راست در ناحیه‌ای با ولتاژ $V_1 = -900\text{V}$ ، که در آنجا انرژی جنبشی 200eV را دارد، به سمت تله حرکت می‌کند. وقتی الکترون وارد ناحیه‌ی تله می‌شود، اگر با گسیل یک فوتون به حلا کافی انرژی از دست دهد، می‌تواند به تله بیفتد. ترازهای انرژی الکترون داخل تله $E_1 = 1\text{eV}$ ، $E_2 = 2\text{eV}$ ، و $E_3 = 4\text{eV}$ است و همان‌طور که در نمودار تراز-انرژی شکل ۷-۳۹ ب نشان داده شده است، ناحیه‌ی کوانتیده در $E_F = 9\text{eV}$ شروع می‌شود. کمترین انرژی (بر حسب eV) که چنین فوتونی می‌تواند داشته باشد، چقدر است؟

کوانتومی کوچکتر، اختلاف انرژی مربوط برابر با اختلاف ΔE_{43} بین ترازهای $n=3$ و $n=4$ می‌شود؟ (ب) نشان دهید که هیچ جفت‌تراز مجاوری اختلاف انرژی‌ای برابر با ΔE_{43} را ندارد.

۱۱۰۰ الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی به تله افتاده است. به‌ازای چه (الف) عدد کوانتومی بزرگتر و (ب) عدد کوانتومی کوچکتر، اختلاف انرژی مربوط برابر با انرژی تراز $n=5$ است؟ (پ) نشان دهید که هیچ جفت‌تراز مجاور اختلاف انرژی‌ای برابر با انرژی تراز $n=6$ را ندارد.

۱۲۰۰ الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی با پهنای 250pm و در حالت پایه‌ی خود به تله افتاده است. (الف) بلندترین طول‌موج، (ب) دومین طول‌موج بلند و (پ) سومین طول‌موج بلند نوری که می‌تواند الکترون را از طریق جذب یک فوتون تنها از حالت پایه‌ی آن برانگیخته کند چقدر است؟

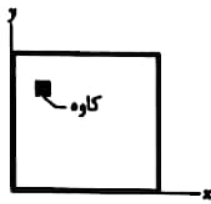
بخش ۲-۳۹ توابع موج الکترون‌های به تله افتاده

۱۳۰۰ یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی به طول 200pm شامل یک الکترون در سومین حالت برانگیخته‌ی خود است. یک کاوه‌ی آشکارساز الکترون به پهنای 200pm را طوری قرار می‌دهیم که مرکز آن در نقطه‌ای با بیشترین چگالی احتمال باشد. (الف) احتمال آشکارسازی توسط این کاوه چقدر است؟ (ب) اگر این کاوه را ۱۰۰۰ بار به‌نحوی که گفته شد قرار دهیم، انتظار داریم الکترون چند بار در انتهای کاوه ظاهر (و بنابراین آشکارسازی) شود؟

۱۴۰۰ الکترونی در حالت انرژی معینی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی از $x=0$ تا $x=L=200\text{pm}$ قرار دارد. چگالی احتمال الکترون در $x=0.300L$ و $x=0.400L$ برابر صفر است؛ ولی در مقادیر بینایی x ، صفر نیست. سپس الکترون با گسیل نور به تراز انرژی پایین‌تر بعدی می‌جهد. تغییر انرژی الکترون چقدر است؟

۱۵۰۰ الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی با پهنای 100pm به تله افتاده است؛ الکترون در حالت پایه‌ی خود قرار دارد. احتمال این‌که بتوان این الکترون را در بازه‌ای به پهنای $\Delta x = 5\text{pm}$ به مرکز (الف) $x = 25\text{pm}$ ، (ب) $x = 50\text{pm}$ ، و (پ) $x = 90\text{pm}$ آشکار کرد چقدر است؟ (راهنمایی: بازه‌ی Δx به اندازه‌ای باریک است که می‌توان چگالی احتمال را داخل آن ثابت در نظر گرفت.)

۱۶۰۰ ذره‌ای در چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی شکل ۷-۳۹ ب محصور است. اگر این ذره در حالت پایه‌ی خود باشد، چگالی احتمال آن بین (الف) $x=0$ و $x=1/25L$ ، (ب) $x=0.75L$ و



شکل ۳۹-۲۵ مسئله ۲۵

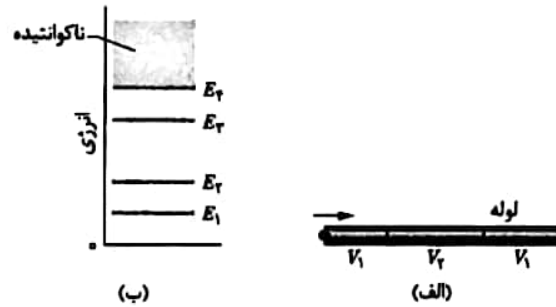
۲۶۰۰ یک حصار مستطیلی با ابعاد $L_x = L$ و $L_y = 2L$ حاوی یک الکترون است. چه مضربی از $\hbar^2 / 8mL^2$ که m جرم الکترون است، (الف) انرژی حالت پایه‌ی الکترون، (ب) انرژی حالت برانگیخته‌ی اول، (پ) انرژی پایین‌ترین حالت‌های تبهگن و (ت) اختلاف بین انرژی‌های حالت‌های برانگیخته‌ی دوم و سوم آن را به دست می‌دهد؟

۲۷۰۰ الکترونی (با جرم m) در یک حصار مستطیلی با ابعاد $L_x = L$ و $L_y = 2L$ محصور شده است. (الف) اگر الکترون گذاری بین یک جفت پایین‌ترین پنج تراز انرژی انجام دهد چند بسامد نوری مختلف می‌تواند گسیل یا جذب کند؟ چه مضربی از $\hbar^2 / 8mL^2$ (ب) پایین‌ترین بسامد، (پ) دومین بسامد پایین، (ت) سومین بسامد پایین، (ث) بالاترین بسامد، (ج) دومین بسامد بالا، و (ج) سومین بسامد بالا را به دست می‌دهد؟

۲۸۰۰ جعبه‌ای مکعبی به ابعاد $L_x = L_y = L_z = L$ حاوی یک الکترون است. چه مضربی از $\hbar^2 / 8mL^2$ که m جرم الکترون است، (الف) انرژی حالت پایه‌ی الکترون، (ب) انرژی دومین حالت برانگیخته و (پ) اختلاف بین انرژی‌های حالت‌های برانگیخته‌ی اول و سوم را به دست می‌دهد؟ انرژی (ت) حالت برانگیخته‌ی اول و (ث) حالت برانگیخته‌ی پنجم چند حالت تبهگن دارد؟

۲۹۰۰ الکترونی (با جرم m) در جعبه‌ای مکعبی با ابعاد $L_x = L_y = L_z = L$ محصور شده است. (الف) اگر الکترون گذاری بین یک جفت از پایین‌ترین پنج تراز انرژی انجام دهد، چند بسامد مختلف نوری گسیل یا جذب می‌کند؟ چه مضربی از $\hbar^2 / 8mL^2$ که m جرم الکترون است، (ب) پایین‌ترین بسامد، (پ) دومین بسامد پایین، (ت) سومین بسامد پایین، (ث) بالاترین بسامد، (ج) دومین بسامد بالا و (ج) سومین بسامد بالا را به دست می‌دهد؟

۳۰۰۰۰ الکترونی در حالت پایه‌ی یک چاه پتانسیل نامتناهی دوبعدی مربعی به طول ضلع L قرار دارد. با کاوه‌ای در جستجوی این الکترون در مربعی به مساحت 400pm^2 می‌گردیم که مرکز آن در $x = L/8$ و $y = L/8$ قرار دارد. احتمال آشکارسازی الکترون $4/5 \times 10^{-8}$ می‌شود. طول ضلع L چقدر است؟



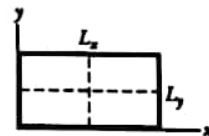
شکل ۳۹-۲۰ مسئله ۲۰

۲۱۰۰ (الف) نشان دهید که در ناحیه‌ی $x > L$ در چاه پتانسیل نامتناهی شکل $\psi(x) = De^{ikx}$ پاسخی برای معادله‌ی شرودینگر در شکل یک‌بعدی آن است، که در آن D یک ثابت و k مثبت است. (ب) بر چه اساسی این پاسخ ریاضی قابل قبول را پیدا می‌کنیم که از نظر فیزیکی غیرقابل قبول است؟

بخش ۳۹-۴ تله‌های الکترونی دو و سه‌بعدی
۲۲۰۰ الکترونی در حصار مستطیلی شکل ۳۹-۱۳ با ابعاد $L_x = 800\text{pm}$ و $L_y = 1600\text{pm}$ محصور شده است. انرژی حالت پایه‌ی این الکترون چقدر است؟

۲۳۰۰ الکترونی در جعبه‌ی مستطیلی شکل ۳۹-۱۴ با ابعاد $L_x = 800\text{pm}$ ، $L_y = 1600\text{pm}$ و $L_z = 390\text{pm}$ محصور شده است. انرژی حالت پایه‌ی این الکترون چقدر است؟

۲۴۰۰ شکل ۳۹-۳۰ یک چاه پتانسیل نامتناهی دوبعدی واقع در یک صفحه‌ی xy را نشان می‌دهد که شامل یک الکترون است. با کاوه‌ای در جستجوی الکترون در طول خطی هستیم که L_x را به دو نیم می‌کند و سه نقطه را می‌یابیم که در آن‌ها احتمال آشکارسازی بیشینه است. این نقطه‌ها به فاصله‌ی 270nm از هم هستند. سپس در طول خطی که L_y را به دو نیم می‌کند جستجو می‌کنیم و پنج نقطه را می‌یابیم که در آن‌ها احتمال آشکارسازی بیشینه است. این نقطه‌ها به فاصله‌ی 370nm از هم قرار دارند. انرژی این الکترون چقدر است؟



شکل ۳۹-۳۰ مسئله ۲۴

۲۵۰۰۰ حصار دوبعدی و نامتناهی شکل ۳۹-۳۱، مربعی با طول ضلع $L = 150\text{pm}$ است. مرکز یک کاوه‌ی مربعی به پهنا‌ی x برابر 500pm و پهنا‌ی y برابر 500pm در مختصات xy برای برابر $(0.200L, 0.800L)$ قرار دارد. احتمال آشکارسازی چقدر است، اگر الکترون در حالت انرژی $E_{1,3}$ قرار داشته باشد؟

بخش ۳۹-۵ اتم هیدروژن

۳۱۰ نسبت کوتاه‌ترین طول‌موج سری بالمر به کوتاه‌ترین طول‌موج سری لیمان چقدر است؟

۳۲۰ اتمی (نه اتم هیدروژن) فوتونی جذب می‌کند که طول‌موج آن 375nm است و بلافاصله فوتونی گسیل می‌کند که طول‌موج آن 580nm است. انرژی خالص جذب‌شده توسط اتم در این فرایند چقدر است؟

۳۳۰ وقتی یک اتم هیدروژن گذاری از حالت $n=3$ به حالت $n=1$ پیدا کند (الف) انرژی، (ب) بزرگی تکانه و (پ) طول‌موج فوتون گسیل‌شده چقدر است؟

۳۴۰ چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ را برای اتم هیدروژن در حالت پایه‌ی خود در (الف) $r=0$ ، (ب) $r=a$ ، و (پ) $r=2a$ محاسبه کنید که در آن a شعاع بور است.

۳۵۰ برای اتم هیدروژن در حالت پایه (الف) چگالی احتمال $\psi^2(r)$ و (ب) چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ به‌ازای $r=a$ را محاسبه کنید، که a شعاع بور است.

۳۶۰ (الف) انرژی E الکترون اتم هیدروژن که چگالی احتمال آن در نمودار نقطه‌ای شکل ۳۹-۲۱ نشان داده شده، چقدر است؟ کمینه‌ی انرژی موردنیاز برای خارج کردن این الکترون از اتم چقدر است؟

۳۷۰ نوترونی با انرژی جنبشی 6.7eV با اتم هیدروژن که در حالت پایه‌ی خود ساکن است برخورد می‌کند. توضیح دهید که چرا برخورد باید کشان باشد؛ یعنی چرا انرژی جنبشی باید پایسته بماند. (راهنمایی: نشان دهید اتم هیدروژن در نتیجه‌ی برخورد نمی‌تواند برانگیخته شود.)

۳۸۰ اتمی (نه اتم هیدروژن) فوتونی جذب می‌کند که بسامد مربوط به آن $6.2 \times 10^{14}\text{Hz}$ است. انرژی اتم چقدر افزایش می‌یابد؟

۳۹۰۰ ثابت کنید که معادله‌ی ۳۹-۴۴، چگالی احتمال شعاعی حالت پایه‌ی اتم هیدروژن به‌نحیض شده است. یعنی ثابت کنید

$$\int_0^\infty P(r) dr = 1$$

درست است.

۴۰۰۰ (الف) گستره‌ی طول‌موج و (ب) گستره‌ی بسامد سری لیمان چقدر است؟ (ب) گستره‌ی طول‌موج و (ت) گستره‌ی بسامد سری بالمر چقدر است؟

۴۱۰۰ احتمال یافتن یک الکترون در حالت پایه‌ی اتم هیدروژن بین دو پوسته‌ی کروی با شعاع‌های r و $r+\Delta r$ چقدر است، اگر (الف) $r=0.500a$ و $\Delta r=0.100a$ (ب) $r=1.00a$ و $\Delta r=0.100a$

باشد؟ a شعاع بور است. (راهنمایی: Δr به اندازه‌ای کوچک است که چگالی احتمال شعاعی بین r و $r+\Delta r$ ثابت در نظر گرفته می‌شود.)

۴۲۰۰ یک اتم هیدروژن که در ابتدا در حالت کوانتومی $n=4$ قرار دارد با گذار به حالت پایه، یک فوتون گسیل می‌کند. تندی پس‌زنی اتم هیدروژن چقدر است؟ (راهنمایی: این وضعیت مشابه انفجارهای فصل ۹ [جلد اول] است.)

۴۳۰۰ در حالت پایه‌ی اتم هیدروژن، انرژی کل الکترون برابر 13.6eV است. اگر الکترون در یک شعاع بور از هسته‌ی مرکزی باشد (الف) انرژی جنبشی آن و (ب) انرژی پتانسیل آن چقدر است؟

۴۴۰۰ یک اتم هیدروژن در حالتی که دارای انرژی بستگی (انرژی لازم برای برداشتن یک الکترون) 0.85eV است گذاری به حالتی با انرژی برانگیخته (اختلاف بین انرژی حالت و انرژی حالت پایه) 10.2eV انجام می‌دهد. (الف) انرژی فوتون گسیل‌شده در نتیجه‌ی این گذار چقدر است؟ (ب) بزرگترین عدد کوانتومی و (پ) کوچکترین عدد کوانتومی گذاری که این گسیل را ایجاد می‌کند چقدر است؟

۴۵۰۰ تابع‌های موج برای سه حالت با نمودارهای نقطه‌ای نشان داده شده در شکل ۳۹-۲۳، که برای آن $n=2$ ، $\ell=1$ و $m_\ell=+1$ است عبارت‌اند از

$$\psi_{210}(r, \theta) = (1/\sqrt{2\pi})(a^{-3/2})(r/a)e^{-r/2a} \cos \theta$$

$$\psi_{21+1}(r, \theta) = (1/2\sqrt{\pi})(a^{-3/2})(r/a)e^{-r/2a} (\sin \theta)e^{+i\phi}$$

$$\psi_{21-1}(r, \theta) = (1/2\sqrt{\pi})(a^{-3/2})(r/a)e^{-r/2a} (\sin \theta)e^{-i\phi}$$

که شاخص‌های پایین $\psi(r, \theta)$ مقدار عددهای کوانتومی m_ℓ ، ℓ ، n را به‌دست می‌دهد و زاویه‌های θ و ϕ در معادله‌ی ۳۹-۲۲ تعریف شده است. توجه کنید که تابع موج اول حقیقی و بقیه، که شامل عدد موهومی i هستند، مختلط‌اند. چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ را برای (الف) ψ_{210} و (ب) ψ_{21+1} (یکسان با ψ_{21-1}) پیدا کنید. (پ) نشان دهید که هر $P(r)$ با نمودار نقطه‌ای متناظر در شکل ۳۹-۲۳ مطابقت دارد. (ت) چگالی‌های احتمال شعاعی برای ψ_{210} ، ψ_{21+1} ، و ψ_{21-1} را جمع کنید و سپس نشان دهید که این مجموع دارای تقارن کروی است و فقط به r بستگی دارد.

۴۶۰۰ احتمالی را محاسبه کنید که الکترون در اتم هیدروژن در حالت پایه، بین دو پوسته‌ی کروی با شعاع‌های a و $2a$ یافت شود، که a شعاع بور است.

۴۷۰۰ به‌ازای چه مقداری از عدد کوانتومی اصلی n ، شعاع مؤثر که در نمودار نقطه‌ای چگالی احتمال برای اتم هیدروژن نشان داده

کنید. (ت) نشان دهید

$$\int_0^\infty P_{2..}(r) dr = 1$$

و بنابراین، عبارت بالا برای تابع موج $\psi_{2..}(r)$ کاملاً بهنجار شده است.

۵۵۰۰۰ چگالی احتمال شعاعی برای حالت پایه‌ی اتم هیدروژن وقتی بیشینه است که $r = a$ باشد، که در آن a شعاع بور است. نشان دهید مقدار متوسط r ، که چنین تعریف می‌شود

$$r_{\text{avg}} = \int P(r) r dr$$

دارای مقدار $1/5a$ است. در این عبارت، وزن هر مقدار $P(r)$ با مقدار r بی‌سنجیده می‌شود که در آن رخ می‌دهد. توجه کنید که مقدار متوسط r از مقدار r بی‌که به‌ازای آن $P(r)$ بیشینه می‌شود، بزرگتر است.

مسئله‌های تکمیلی

۵۶ فرض کنید ΔE_{adj} اختلاف انرژی بین دو تراز انرژی مجاور برای یک الکترون به تله‌افتاده در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک-بعدی باشد. E را انرژی هر یک از دو تراز در نظر بگیرید. (الف) نشان دهید که نسبت $\Delta E_{\text{adj}}/E$ در مقادیر بزرگ عدد کوانتومی n به مقدار $2/n$ میل می‌کند. وقتی $n \rightarrow \infty$ میل کند، آیا (ب) ΔE_{adj} ، (پ) E ، یا (ت) $\Delta E_{\text{adj}}/E$ به صفر میل می‌کند؟ (ث) معنی این نتایج بر حسب اصل همخوانی چیست؟

۵۷ الکترونی در یک چاه پتانسیل یک-بعدی به تله‌افتاده است. نشان دهید اختلاف انرژی ΔE بین ترازهای کوانتومی n و $n+2$ آن عبارت است از $(h^2/12mL^2)(n+1)$.

۵۸ همان‌طور که شکل ۸-۳۹ نشان می‌دهد، چگالی احتمال الکترون در ناحیه‌ی $0 < x < L$ برای چاه پتانسیل متناهی شکل ۷-۳۹ سینوسی است و با $\psi^2(x) = B \sin^2 kx$ داده می‌شود، که در آن B یک ثابت است. (الف) نشان دهید تابع موج $\psi(x)$ که از این معادله می‌توان به‌دست آورد پاسخی برای معادله‌ی شرودینگر در شکل یک-بعدی آن است. (ب) عبارتی برای k به‌دست آورید که این را محقق کند.

۵۹ همان‌طور که شکل ۸-۳۹ نشان می‌دهد، چگالی احتمال در ناحیه‌ی $x > L$ در چاه پتانسیل متناهی شکل ۷-۳۹ طبق رابطه‌ی $\psi^2(x) = Ce^{-2kx}$ به‌طور نمایی آفت می‌کند، که در آن C یک ثابت است. (الف) نشان دهید تابع موج $\psi(x)$ که از این معادله می‌توان به‌دست آورد پاسخی برای معادله‌ی شرودینگر در شکل یک-بعدی آن است. (ب) عبارتی برای k به‌دست آورید که این را محقق کند.

شده است، برابر 1.0 mm است؟ فرض کنید ℓ در بیشینه‌ی مقدار خود برابر با $n-1$ است (راهنمایی: به شکل ۲۴-۳۹ نگاه کنید).

۴۸۰۰ نوری با طول‌موج 121.6 nm توسط اتم هیدروژن گسیل می‌شود. (الف) بزرگترین عدد کوانتومی و (ب) کوچکترین عدد کوانتومی گذاری که این گسیل را ایجاد می‌کند چقدر است؟ (پ) نام سری مربوط به این گذار چیست؟

۴۹۰۰ چقدر کار باید انجام شود تا الکترون و پروتونی که یک اتم هیدروژن را تشکیل داده‌اند از هم جدا کنیم، در صورتی که اتم ابتدا (الف) در حالت پایه، و (ب) در حالت $n=2$ باشد؟

۵۰۰۰ نوری با طول‌موج 102.6 nm توسط اتم هیدروژن گسیل می‌شود. (الف) بزرگترین عدد کوانتومی و (ب) کوچکترین عدد کوانتومی گذاری که این گسیل را ایجاد می‌کند چقدر است؟ (پ) نام سری مربوط به این گذار چیست؟

۵۱۰۰ احتمال این‌که در حالت پایه‌ی اتم هیدروژن، الکترون در شعاعی بزرگتر از شعاع بور یافت شود چقدر است؟

۵۲۰۰ یک اتم هیدروژن از حالت پایه به حالت $n=4$ برانگیخته می‌شود. (الف) چقدر انرژی باید توسط اتم جذب شود؟ انرژی‌های فوتونی را که توسط اتم بر اثر وانگیختگی به حالت پایه به روش‌های ممکن مختلف می‌تواند گسیل شود در نظر بگیرید. (ب) چند انرژی مختلف امکان‌پذیر است؟ (پ) بالاترین انرژی، (ت) دومین انرژی بالا (ث) سومین انرژی بالا، (ج) پایین‌ترین انرژی، (چ) دومین انرژی پایین، (ح) سومین انرژی پایین، چقدر است؟

۵۳۰۰ www معادله‌ی شرودینگر برای حالت‌های اتم هیدروژن با عدد کوانتومی مداری ℓ برابر با صفر چنین است

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\psi}{dr} \right) + \frac{8\pi^2 m}{h^2} [E - U(r)] \psi = 0$$

ثابت کنید که معادله‌ی ۲۹-۳۹، که حالت پایه اتم هیدروژن را توصیف می‌کند، پاسخی برای این معادله است.

۵۴۰۰۰ تابع موج برای حالت کوانتومی اتم هیدروژن که با نمودار نقطه‌ای شکل ۲۱-۳۹ نشان داده شده و در آن $n=2$ و $\ell=m_\ell=0$ است، عبارت است از

$$\psi_{2..}(r) = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} a^{-3/2} \left(2 - \frac{r}{a} \right) e^{-r/2a}$$

که در آن a شعاع بور و شاخص پایین $\psi(r)$ مقدار عددهای کوانتومی n ، ℓ و m_ℓ است. (الف) $\psi_{2..}(r)$ را رسم کنید و نشان دهید که این نمودار با نمودار نقطه‌ای شکل ۲۱-۳۹ سازگار است. (ب) به‌طور تحلیلی نشان دهید که $\psi_{2..}(r)$ در $r=4a$ یک بیشینه دارد. (پ) چگالی احتمال شعاعی $P_{2..}(r)$ را برای این حالت پیدا

آنکه پروتون کره‌ای به شعاع $1.1 \times 10^{-15} \text{ m}$ باشد و این که تابع موج الکترون اتم هیدروژن کاملاً تا مرکز پروتون را اشغال کند، با استفاده از تابع موج حالت پایه احتمال این که الکترون اتم هیدروژن در داخل هسته‌ی آن باشد را محاسبه کنید.

۶۷ (الف) فاصله‌ی بین پایین‌ترین دو تراز انرژی برای ظرفی به ضلع 2.0 cm که حاوی اتم‌های آرگون است، چقدر است؟ برای سادگی فرض کنید اتم‌های آرگون در یک چاه پتانسیل یک‌بعدی به پهنای 2.0 cm به تله افتاده‌اند. جرم مولی آرگون 39.9 g/mol است. (ب) در دمای 300 K ، نسبت انرژی گرمایی اتم‌ها به این فاصله‌ی انرژی، با تقریب توان ده، چقدر است؟ (پ) در چه دمایی انرژی گرمایی برابر با این فاصله‌ی انرژی می‌شود؟

۶۸ میونونی به بار $-e$ و جرم $m = 207m_e$ (که m_e جرم یک الکترون است) به دور هسته‌ی یک‌بار یونیده‌ی هلیوم (He^+) می‌چرخد. با فرض آنکه مدل بور اتم هیدروژن برای این دستگاه موئون-هلیوم به کار آید، تحقیق کنید که ترازهای انرژی این دستگاه با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$E = -\frac{11.3 \text{ keV}}{n^2}$$

۶۹ با استفاده از نمودار تراز انرژی برای هیدروژن این مشاهده را که بسامد دومین خط سری لیمان برابر با مجموع بسامدهای نخستین خط سری لیمان و نخستین خط سری بالمر است، توضیح دهید. این مثالی از کشف تجربی قانون ترکیب ریتز^۱ است. با استفاده از آن نمودار، چند ترکیب معتبر دیگر را نیز بیابید.

۷۰ اتم هیدروژن را می‌توان دارای یک پروتون ذره‌مانند مرکزی با بار e و یک الکترون با بار منفی $-e$ در نظر گرفت که با چگالی بار حجمی $\rho = A \exp(-2r/a_0)$ در اطراف پروتون توزیع شده است. در این جا A یک ثابت، $a_0 = 0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$ ، و r فاصله از مرکز اتم است. (الف) با استفاده از این حقیقت که هیدروژن از لحاظ الکتریکی خنثی است، A را پیدا کنید. سپس (ب) بزرگی و (پ) جهت میدان الکتریکی اتم در a_0 را به دست آورید.

۷۱ بنا بر یک مدل قدیمی، اتم هیدروژن دارای پروتونی با بار $+e$ است که به طور یکنواخت روی کره‌ای به شعاع a_0 توزیع شده است، همراه با الکترونی با بار $-e$ و جرم m که در مرکز آن قرار گرفته است. (الف) در این صورت اگر الکترون از مرکز تا فاصله‌ی $r \leq a_0$ جابه‌جا شود، نیروی وارد بر الکترون چقدر خواهد بود؟ (ب) وقتی الکترون رها شود، بسامد زاویه‌ای الکترون حول مرکز اتم چقدر خواهد شد؟

۶۰ الکترونی در یک لامپ خلاء باریک به طول 3.0 m محصور شده است؛ لامپ به صورت یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی عمل می‌کند. (الف) اختلاف انرژی بین حالت پایه‌ی الکترون و نخستین حالت برانگیخته‌ی آن چقدر است؟ (ب) در چه عدد کوانتومی n اختلاف انرژی بین ترازهای انرژی مجاور 1.0 eV می‌شود- که بر خلاف نتیجه‌ی (الف) قابل اندازه‌گیری است؟ در این عدد کوانتومی، (پ) چه مضربی از انرژی در حال سکون الکترون، انرژی کل الکترون را به دست می‌دهد و (ت) الکترون را نسبتی می‌کند؟

۶۱ (الف) نشان دهید جمله‌های معادله‌ی شرودینگر (معادله‌ی ۳۹-۱۸) دارای بُعدهای یکسان هستند. (ب) یکای مشترک SI این جمله‌ها چیست؟

۶۲ (الف) طول موج نور برای کم انرژی‌ترین فوتون گسیل شده در سری بالمر خطوط طیف اتمی هیدروژن چقدر است؟ (ب) طول موج حد^۲ این سری چقدر است؟

۶۳ (الف) به ازای یک مقدار معین از عدد کوانتومی اصلی n ، چند مقدار از عدد کوانتومی مداری ℓ امکان‌پذیر است؟ (ب) به ازای یک مقدار معین ℓ ، چند مقدار از عدد کوانتومی مغناطیسی مداری m_ℓ امکان‌پذیر است؟ (پ) به ازای یک مقدار معین n ، چند مقدار از m_ℓ امکان‌پذیر است؟

۶۴ ثابت کنید که مقدار مرکب ثابت‌های ظاهر شده در معادله‌ی ۳۹-۳۳ برابر 13.6 eV است.

۶۵ یک مولکول گاز دو اتمی شامل دو اتم به جرم m که به فاصله‌ی ثابت d از هم قرار گرفته‌اند، مانند شکل ۳۹-۳۲، حول یک محور در چرخش است. با فرض آنکه تکانه‌ی زاویه‌ای آن مانند مدل بور برای اتم هیدروژن کوانتیده باشد، (الف) سرعت‌های زاویه‌ای ممکن و (ب) انرژی‌های چرخشی کوانتیده‌ی ممکن را پیدا کنید.



شکل ۳۹-۳۲ مسئله ۶۵

۶۶ در اتم‌ها احتمال، گرچه بسیار کوچکی، وجود دارد که برای لحظه‌ای یک الکترون مداری واقعاً در داخل هسته یافت شود. در واقع، برخی هسته‌های ناپایدار از این ظهور گاه و بی‌گاه الکترون برای واپاشی بر اثر گیراندازی الکترون استفاده می‌کنند. با فرض

^۱ Ritz Combination Principle

۷۳ یک الکترون رسانش را در بلوری مکعبی از یک ماده‌ی رسانا در نظر بگیرید. این الکترون می‌تواند در سه جهت حرکت کند، به‌طوری که انرژی کل آن با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$E = \frac{h^2}{8L^2m} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

که در آن n_x ، n_y و n_z مقادیر مثبت صحیحی هستند. انرژی‌های پایین‌ترین پنج حالت مجزا برای الکترون رسانشی که در بلوری مکعبی به طول ضلع $L = 0.25 \mu\text{m}$ حرکت می‌کند را محاسبه کنید.

۷۴ در یک مدل ساده از اتم هیدروژن، یک الکترون به دور یک پروتون (هسته) در مسیری دایره‌ای می‌چرخد. (الف) پتانسیل الکتریکی حاصل از پروتون در شعاع مداری 52.9 pm ، (ب) انرژی پتانسیل الکتریکی اتم، (پ) انرژی جنبشی الکترون را محاسبه کنید. (ت) چقدر انرژی لازم است تا اتم را یونیده کند (یعنی، الکترون را تا فاصله‌ای نامتناهی، بدون انرژی جنبشی جابه‌جا کند)؟ انرژی‌ها را بر حسب الکترون-ولت بیان کنید.

۵۰ (الف) چه تعداد مقادیر ℓ به $n=3$ وابسته است؟ (ب) چه تعداد مقادیر m_ℓ به $\ell=1$ وابسته است؟

۶۰ چند حالت الکترونی در این زیرلایه‌ها قرار دارند: (الف) $n=2, \ell=3$; (ب) $n=3, \ell=1$; (پ) $n=4, \ell=1$; (ت) $n=2, \ell=0$ ؟

۷۰ الکترونی در یک اتم چندالکترونی دارای $m_\ell = +4$ است. برای این الکترون (الف) مقدار ℓ ، (ب) کوچکترین مقدار ممکن n و (پ) تعداد مقدارهای ممکن m_s چقدر است؟

۸۰ در زیرلایه $\ell=3$ ، (الف) بزرگترین (مثبت‌ترین) مقدار m_ℓ چقدر است؟ (ب) چند حالت به‌ازای این بزرگترین مقدار m_ℓ وجود دارد، و (پ) تعداد کل حالت‌های موجود در این زیرلایه چقدر است؟

۹۰۰ **www** الکترونی در حالتی با $\ell=3$ قرار دارد. (الف) چه مضربی از $\hbar$ ، بزرگی $\vec{L}$ را به‌دست می‌دهد (ب) چه مضربی از μ_B ، بزرگی $\vec{\mu}$ را به‌دست می‌دهد؟ (پ) بزرگترین مقدار ممکن m_ℓ چقدر است؟ (ت) چه مضربی از $\hbar$ ، مقدار مربوط L_z را به‌دست می‌دهد؟ و (ث) چه مضربی از μ_B ، مقدار مقدار مربوط $\mu_{orb,z}$ را به‌دست می‌دهد؟ (ج) مقدار زاویه‌ی نیم‌کلاسیکی θ بین جهت‌های L_z و $\vec{L}$ چقدر است؟ مقدار زاویه‌ی θ برای (ج) دومین بزرگترین مقدار m_ℓ و (ح) کوچکترین (یعنی، منفی‌ترین) مقدار ممکن m_ℓ چقدر است؟

۱۰۰۰ الکترونی در حالتی با $n=3$ قرار دارد. (الف) تعداد مقادیر ممکن ℓ ، (ب) تعداد مقادیر ممکن m_ℓ ، (پ) تعداد مقادیر ممکن m_s ، (ت) تعداد حالت‌ها در لایه $n=3$ ، و (ث) تعداد زیرلایه‌ها در لایه $n=3$ چقدر است؟

۱۱۰۰ اگر تکانه‌ی زاویه‌ای مداری $\vec{L}$ در امتداد، مثلاً، محور z اندازه‌گیری شود تا مقداری برای L_z به‌دست آید، نشان دهید که

$$(L_x^2 + L_y^2)^{1/2} = [\ell(\ell+1) - m_\ell^2]^{1/2} \hbar$$

بیشترین چیزی است که می‌توان درباره‌ی دو مؤلفه‌ی دیگر تکانه‌ی زاویه‌ای مداری گفت.

۱۲۰۰۰ **gg** میدانی مغناطیسی بر یک کره‌ی آهنی یکنواخت با شعاع $R=2.0\text{ mm}$ که آزادانه شناور است، وارد شده است. کره در ابتدا هیچ گشتاور دوقطبی مغناطیسی ندارد؛ اما میدان مغناطیسی، ۱۲٪ از گشتاورهای مغناطیسی اتم‌ها (یعنی ۱۲٪ از گشتاورهای مغناطیسی الکترون‌های کره را که پیوند سستی دارند، با لحاظ یک الکترون از این دست در هر اتم) را همردیف می‌کند. گشتاور مغناطیسی این الکترون‌های همردیف شده، گشتاور مغناطیسی ذاتی $\vec{\mu}$ کره است. تندی زاویه‌ای ω ی کره چقدر می‌شود؟

بخش ۴۰-۲ آزمایش اشترن-گرلاخ

۱۳۰ شتاب اتم نقره، وقتی از میان آهنربای منحرف‌کننده‌ی آزمایش اشترن-گرلاخ شکل ۴۰-۸ می‌گذرد، چقدر است، در صورتی که گرادیان میدان مغناطیسی 1.4 T/mm را باشد؟

۱۴۰ فرض کنید اتم هیدروژن در حالت پایه‌اش عمود بر میدان مغناطیسی قائمی که دارای گرادیان میدان مغناطیسی $dB/dz = 1.6 \times 10^2\text{ T/mm}$ است، به اندازه‌ی 8.0 cm حرکت کند. (الف) بزرگی نیرویی که این گرادیان میدان بر اثر گشتاور مغناطیسی الکترون اتم، که ۱ مگتون بور فرض می‌شود، بر اتم وارد می‌کند چقدر است؟ (ب) اگر تندی اتم برابر $1.2 \times 10^5\text{ m/s}$ باشد، جابه‌جایی قائم اتم در طی مسافت 8.0 cm چقدر است؟

۱۵۰ مقدار (الف) کوچکتر و (ب) بزرگتر زاویه‌ی نیم‌کلاسیکی بین بردار تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی الکترون و میدان مغناطیسی را در آزمایش اشترن-گرلاخ محاسبه کنید. به خاطر داشته باشید که تکانه‌ی زاویه‌ای مداری الکترون ظرفیت در اتم نقره برابر با صفر است.

۱۶۰ فرض کنید در آزمایش اشترن-گرلاخ که برای اتم‌های نقره‌ی خنثی توضیح داده شد، میدان مغناطیسی $\vec{B}$ دارای بزرگی 0.50 T باشد. (الف) اختلاف انرژی بین سمتگیری‌های گشتاور مغناطیسی اتم‌های نقره در دو زیرباریکه چقدر است؟ (ب) بسامد تابشی که گذار بین این دو حالت را القا می‌کند چقدر است؟ (پ) طول‌موج این تابش، چقدر است، و (ت) به چه بخشی از طیف الکترومغناطیسی مربوط است؟

بخش ۴۰-۳ تشدید مغناطیسی

۱۷۰ در یک آزمایش NMR، چشمه‌ی RF در بسامد 34 MHz نوسان می‌کند و هنگامی که میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ دارای بزرگی 0.78 T است، تشدید مغناطیسی اتم‌های هیدروژن در نمونه‌ی مورد بررسی رخ می‌دهد. فرض کنید $\vec{B}_{ext}$ و $\vec{B}_{int}$ هم‌جهت‌اند و مؤلفه‌ی μ_z گشتاور مغناطیسی پروتون برابر با $1.41 \times 10^{-26}\text{ J/T}$ است. بزرگی $\vec{B}_{int}$ چقدر است؟

۱۸۰ اتم هیدروژن در حالت پایه‌اش به خاطر آنکه الکترون آن در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ ی پروتون (هسته) قرار گرفته است، واقعاً دارای دو تراز انرژی ممکن است که بسیار نزدیک هم قرار گرفته‌اند. از این‌رو، یک انرژی پتانسیل به سمتگیری گشتاور مغناطیسی $\vec{\mu}$ ی الکترون نسبت به $\vec{B}$ وابسته است و گفته می‌شود الکترون در این میدان، در اسپین بالا (انرژی بالاتر) یا اسپین پایین (انرژی پایین‌تر) قرار دارد. اگر الکترون به تراز انرژی بالاتر برانگیخته شود، می‌تواند با وارونگی اسپینی و گسیل یک فوتون، واپس‌گشته شود. طول‌موج وابسته به این فوتون برابر 21 cm است. (چنین فرایندی به‌طور

۲۴۰۰ ● برای مسئله ۲۰، چه مضربی از $h^2/\lambda m L^2$ انرژی (الف) نخستین حالت برانگیخته، (ب) دومین حالت برانگیخته، و (پ) سومین حالت برانگیخته‌ی دستگاه هفت‌الکترونی را به دست می‌دهد؟ (ت) یک نمودار تراز-انرژی برای پایین‌ترین چهار تراز انرژی دستگاه رسم کنید.

۲۵۰۰ ● برای وضعیت مسئله ۲۱، چه مضربی از $h^2/\lambda m L^2$ انرژی (الف) نخستین حالت برانگیخته، (ب) دومین حالت برانگیخته، و (پ) سومین حالت برانگیخته‌ی دستگاه هفت‌الکترونی را به دست می‌دهد؟ (ت) یک نمودار تراز-انرژی برای پایین‌ترین چهار تراز انرژی دستگاه رسم کنید.

۲۶۰۰ ● برای وضعیت مسئله ۲۳، چه مضربی از $h^2/\lambda m L^2$ انرژی (الف) نخستین حالت برانگیخته، (ب) دومین حالت برانگیخته، و (پ) سومین حالت برانگیخته‌ی دستگاه هشت‌الکترونی را به دست می‌دهد؟ (ت) یک نمودار تراز-انرژی برای پایین‌ترین چهار تراز انرژی دستگاه رسم کنید.

بخش ۴۰-۵ بلا کردن جدول تناوبی

۲۷۰۰ ● دو تا از سه الکترون اتم هلیوم دارای عددهای کوانتومی (n, ℓ, m_ℓ, m_s) برابر با $(1, 0, 0, +\frac{1}{2})$ و $(1, 0, 0, -\frac{1}{2})$ هستند. اگر اتم (الف) در حالت پایه و (ب) در نخستین حالت برانگیخته باشد، عددهای کوانتومی ممکن برای سومین الکترون چیست؟

۲۸۰۰ ● نشان دهید تعداد حالت‌ها با عدد کوانتومی یکسان n برابر $2n^2$ است.

۲۹۰ ● یک عنصری که اخیراً نامگذاری شده است دارمشتادیموم (Ds) است که ۱۱۰ الکترون دارد. فرض کنید بتوانید ۱۱۰ الکترون را دانه به دانه در لایه‌های اتمی قرار دهید و بتوانید از هر برهم‌کنش الکترون-الکترون چشم‌پوشی کنید. در صورتی که اتم در حالت پایه باشد، نامگذاری طیفی عدد کوانتومی ℓ برای آخرین الکترون چیست؟

۳۰۰ ● برای اتم هلیوم در حالت پایه‌اش، عددهای کوانتومی (n, ℓ, m_ℓ, m_s) برای (الف) الکترون اسپین-بالا و (ب) الکترون اسپین-پایین چیست؟

۳۱۰ ● عنصرهای سلنیوم ($Z=34$)، برم ($Z=35$) و کریپتون ($Z=36$) را در نظر می‌گیریم. در بخش جدول تناوبی آن‌ها، زیرلایه‌های حالت‌های الکترونی به ترتیب زیر پر شده‌اند

$$1s \ 2s \ 2p \ 3s \ 3p \ 3d \ 4s \ 4p \dots$$

(الف) بالاترین زیرلایه‌ی اشغال‌شده برای سلنیوم و (ب) تعداد الکترون‌های واقع در آن، (پ) بالاترین زیرلایه‌ی اشغال‌شده برای کریپتون و (ت) تعداد الکترون‌های واقع در آن، چقدر است؟

گسترده در کهکشان راه شیری رخ می‌دهد، و دریافت تابش‌های ۲۱ سانتی‌متری با تلسکوپ‌های رادیویی، مکان گاز هیدروژن در میان ستاره‌ها را آشکار می‌کند. بزرگی مؤثر $\bar{B}$ که بر الکترون واقع در حالت پایه‌ی اتم هیدروژن اثر می‌کند، چقدر است؟

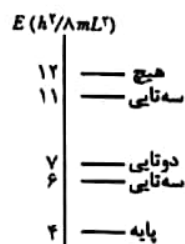
۱۹۰ ● طول‌موج وابسته به فوتونی که گذار اسپین یک الکترون از سمتگیری موازی به سمتگیری پادموازی با یک میدان مغناطیسی به بزرگی $0.700T$ را القا می‌کند، چقدر است؟

بخش ۴۰-۴ اصل طرد و الکترون‌های چل‌دگانه در یک تله

۲۰۰ ● یک حصار مستطیلی به اضلاع $L_x = L$ و $L_y = 2L$ شامل هفت الکترون است. چه مضربی از $h^2/\lambda m L^2$ انرژی حالت پایه‌ی این دستگاه را به دست می‌دهد؟ فرض کنید الکترون‌ها با یکدیگر برهم‌کنش نمی‌کنند، و اسپین آن‌ها قابل چشم‌پوشی نیست.

۲۱۰۰ ● هفت الکترون در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک‌بعدی به پهنای L در تله افتاده‌اند. چه مضربی از $h^2/\lambda m L^2$ انرژی حالت پایه‌ی این دستگاه را به دست می‌دهد؟ فرض کنید الکترون‌ها با یکدیگر برهم‌کنش نمی‌کنند، و اسپین آن‌ها قابل چشم‌پوشی نیست.

۲۲۰۰ ● شکل ۲۳-۴۰ یک نمودار تراز-انرژی برای یک چاه پتانسیل تخیلی را نشان می‌دهد که شامل یک الکترون است. تعداد حالت‌های تبه‌گن ترازها مشخص شده است: "هیچ" به معنی ناتبه‌گن^۱ است (که شامل حالت پایه‌ی الکترون است)، "دوتایی" به معنی ۲ حالت است، و "سه‌تایی" به معنی ۳ حالت. کل ۱۱ الکترون را در چاه می‌گذاریم. اگر بتوان نیروهای الکتروستاتیکی بین الکترون‌ها را نادیده گرفت، چه مضربی از $h^2/\lambda m L^2$ انرژی نخستین حالت برانگیخته‌ی دستگاه ۱۱ الکترونی را به دست می‌دهد؟



شکل ۴۰-۲۳ مسئله ۲۲

۲۳۰۰ ● یک جعبه‌ی مکعبی با پهنای $L_x = L_y = L_z = L$ شامل هشت الکترون است. چه مضربی از $h^2/\lambda m L^2$ انرژی حالت پایه‌ی این دستگاه را به دست می‌دهد؟ فرض کنید الکترون‌ها با یکدیگر برهم‌کنش نمی‌کنند و اسپین آن‌ها قابل چشم‌پوشی نیست.

^۱ nondegenerate: ناواگن نیز گفته می‌شود (مترجم).

۳۲۰ فرض کنید دو الکترون در یک اتم دارای عددهای کوانتومی $n=2$ و $l=1$ هستند. (الف) برای این دو الکترون چند حالت ممکن است؟ (به خاطر داشته باشید که الکترون‌ها تمیزناپذیرند). (ب) اگر اصل طرد پاولی برای الکترون‌ها برقرار نبود، چند حالت ممکن بود؟

بخش ۴-۶ پرتوهای x و ترتیب عنصرها

۳۳۰ در چه اختلاف پتانسیل کمینه‌ای یک الکترون باید در یک لامپ پرتوی x شتاب گیرد تا بتواند پرتوهای x با طول‌موج 0.100nm را تولید کند؟

۳۴۰۰ طول‌موج خط K_{α} ی آهن برابر با 193pm است. اختلاف انرژی میان دو حالت اتم آهن که به این گذار می‌انجامد چقدر است؟

۳۵۰۰ www در شکل ۱۳-۴۰، پرتوهای x نشان داده شده هنگامی ایجاد می‌شوند که الکترون‌های 25.0keV به یک هدف مولیبدن ($Z=42$) برخورد کنند. اگر پتانسیل شتاب‌دهنده در این مقدار ثابت نگه داشته شود، ولی در عوض از یک هدف نقره ($Z=47$) استفاده شود، مطلوب است (الف) $\lambda_{\min}$ ، (ب) طول‌موج خط K_{α} ، و (پ) طول‌موج خط K_{β} حاصل. ترازهای پرتوی x اتمی لایه‌های K ، L و M برای نقره (در مقایسه با شکل ۱۵-۴۰) عبارت‌اند از 25.51keV ، 3.56keV و 0.53keV .

۳۶۰۰ هرگاه الکترون‌ها یک هدف مولیبدن را بمباران کنند، آن‌ها همان‌گونه که در شکل ۱۳-۴۰ نشان داده شده است، هر دو پرتوهای x پیوسته و مشخصه را تولید می‌کنند. در آن شکل، انرژی جنبشی الکترون‌های فرودی برابر 25.0keV است. اگر پتانسیل شتاب‌دهنده به 50.0keV افزایش یابد، (الف) مقدار $\lambda_{\min}$ چیست، و (ب) آیا طول‌موج خط‌های K_{α} و K_{β} افزایش می‌یابند یا کاهش، و یا بدون تغییر باقی می‌مانند؟

۳۷۰۰ نشان دهید یک الکترون متحرک نمی‌تواند به‌طور خودبه‌خود در فضای آزاد، به فوتون پرتوی x تغییر کند. یک جسم سوم (اتم یا هسته) باید حضور داشته باشد. چرا جسم سوم لازم است؟ (راهنمایی: پایستگی انرژی و تکانه را بررسی کنید).

۳۸۰۰ طول‌موج‌های K_{α} برای چند عنصر به قرار زیر است:

عنصر	$\lambda(\text{pm})$	عنصر	$\lambda(\text{pm})$
Ti	275	Co	179
V	250	Ni	166
Cr	229	Cu	154
Mn	210	Zn	143
Fe	193	Ga	134

با استفاده از این داده‌ها، نمودار موزلی (مشابه شکل ۱۶-۴۰) را رسم و بررسی کنید که شیب آن با مقدار داده‌شده برای C در بخش ۴-۶ سازگار است.

۳۹۰۰ نسبت طول‌موج خط K_{α} برای نیوبیم (Nb) به طول‌موج همان خط برای گالیوم (Ga) را محاسبه کنید. برای داده‌های موردنیاز از جدول تناوبی پیوست چ استفاده کنید.

۴۰۰۰ (الف) با استفاده از معادله‌ی ۲۶-۴۰، نسبت انرژی‌های فوتون ناشی از گذارهای K_{α} در دو اتم که عددهای اتمی آن‌ها Z و Z' است، چقدر است؟ (ب) این نسبت برای اورانیوم و آلومینیوم چقدر است؟ (پ) برای اورانیوم و لیتیم چطور؟

۴۱۰۰ انرژی‌های بستگی الکترون‌های لایه‌ی K و لایه‌ی L در مس به ترتیب عبارت‌اند از 8.979keV و 0.951keV . اگر مشخصه‌ی K_{α} پرتوی x حاصل از مس بر بلور سدیم کلراید بتابد و بازتاب براگ مرتبه‌ی اول را در زاویه‌ی 74.1° ، که نسبت به صفحه‌های موازی اتم‌های سدیم اندازه‌گیری شده، به دست دهد، فاصله‌ی میان صفحه‌های موازی چقدر است؟

۴۲۰۰ از شکل ۱۳-۴۰، اختلاف انرژی $E_L - E_M$ را به‌طور تقریبی برای مولیبدن محاسبه کنید. آن را با مقداری که ممکن است از شکل ۱۵-۴۰ به دست آید، مقایسه کنید؟

۴۳۰۰ هدف تنگستن ($Z=74$) با الکترون‌هایی در یک لامپ پرتو x بمباران می‌شود. ترازهای انرژی K ، L ، و M برای تنگستن (در مقایسه با شکل ۱۵-۴۰) به ترتیب دارای انرژی‌های 69.5keV ، 11.3keV و 2.30keV هستند. (الف) مقدار کمینه‌ی پتانسیل شتاب‌دهنده که خط‌های مشخصه‌ی K_{α} و K_{β} را برای تنگستن ایجاد می‌کند، چقدر است؟ (ب) برای همین پتانسیل شتاب‌دهنده، $\lambda_{\min}$ چقدر است؟ طول‌موج‌های (پ) K_{α} و (ت) K_{β} چقدرند؟

۴۴۰۰ یک الکترون 2.0keV بر اثر دو برخورد با هسته‌ی هدفی مشابه شکل ۱۴-۴۰، به حالت سکون درمی‌آید. (فرض کنید هسته در حالت سکون باقی می‌ماند). طول‌موج فوتون گسیل‌شده در برخورد دوم 13.0pm بزرگتر از طول‌موج فوتون گسیل‌شده در برخورد اول است. (الف) انرژی جنبشی الکترون پس از نخستین برخورد چقدر است؟ (ب) طول‌موج λ_1 و (پ) انرژی E_1 نخستین فوتون چقدر است؟ (ت) طول‌موج λ_2 و (ث) انرژی E_2 دومین فوتون چقدر است؟

۴۵۰۰ پرتوهای x توسط الکترون‌های شتاب‌گرفته در اختلاف پتانسیل 50.0keV در یک لامپ پرتو x ایجاد شده‌اند. K_{α} را انرژی جنبشی یک الکترون در انتهای شتاب‌گیری در نظر بگیرید. این الکترون با هسته‌ی هدف برخورد می‌کند (فرض کنید هسته در حالت سکون باقی می‌ماند) و سپس دارای انرژی جنبشی

۴۹۰ فرض کنید لیزرهایی در دسترس‌اند که طول‌موج‌های آن‌ها می‌تواند در هر جایی در گستره‌ی دید مرئی، یعنی در گستره‌ی $400\text{ nm} < \lambda < 700\text{ nm}$ ، به دقت "کوک" شوند. اگر هر کانال تلویزیونی پهنای نوار 10 MHz را اشغال کند، چند کانال می‌تواند در این گستره‌ی طول‌موج جا داده شود؟

۵۰۰ یک اتم فرضی فقط دارای دو تراز انرژی است که به اندازه‌ی $3/2\text{ eV}$ از هم جدا شده‌اند. فرض کنید در ارتفاع معینی در جوّ یک ستاره، تعداد $6/1 \times 10^{13} / \text{cm}^3$ از این اتم‌ها در حالت انرژی بالاتر و $2/5 \times 10^{15} / \text{cm}^3$ از این اتم‌ها در حالت انرژی پایین‌تر قرار دارند. دمای جوّ ستاره در این ارتفاع چقدر است؟

۵۱۰ یک اتم فرضی دارای ترازهای انرژی است که همگی به فاصله‌ی $1/2\text{ eV}$ از هم جدا شده‌اند. در دمای 2000 K ، نسبت تعداد اتم‌ها در سیزدهمین حالت برانگیخته به تعداد اتم‌ها در یازدهمین حالت برانگیخته چقدر است؟

۵۲۰ یک لیزر در تپی که $0/500\text{ ms}$ طول می‌کشد، با طول‌موج 424 nm گیل می‌کند. توان این تپ $2/80\text{ MW}$ است. اگر فرض کنیم در طی $0/500\text{ ms}$ اتم‌های تپ فقط یک‌بار گیل القایی پیدا کنند، چند اتم در تپ وجود دارد؟

۵۳۰ یک لیزر هلیوم-نون، نور لیزر را در طول‌موج $632/8\text{ nm}$ و توان $2/3\text{ mW}$ گیل می‌کند. با چه آهنگی فوتون‌ها توسط این لیزر گیل شده‌اند؟

۵۴۰ یک لیزر گازی خاص که می‌تواند نور را در طول‌موج 550 nm گیل کند، دارای وارونی جمعیتی بین حالت پایه و یک حالت برانگیخته است. در دمای اتاق، چند مول نئون لازم است تا 10 اتم بر اثر اغتشاش گرمایی در آن حالت برانگیخته قرار گیرد؟

۵۵۰ یک لیزر تپی، نوری را با طول‌موج $694/4\text{ nm}$ گیل می‌کند. مدت تپ 12 ps و انرژی هر تپ برابر $0/150\text{ J}$ است. (الف) طول تپ چقدر است؟ (ب) در هر تپ چند فوتون گیل شده است؟

۵۶۰ وارونی جمعیتی برای دو تراز انرژی غالباً با اختصاص یک دمای کلین منفی به دستگاه توضیح داده شود. کدام دمای منفی، دستگاهی را که در آن جمعیت تراز انرژی بالاتر 10% بیشتر از تراز پایین‌تر و اختلاف انرژی بین دو تراز برابر $2/26\text{ eV}$ است، توصیف می‌کند؟

۵۷۰۰ یک اتم فرضی دارای دو تراز انرژی است که طول‌موج گذار بین آن‌ها 580 nm است. در یک نمونه‌ی خاص در دمای 300 K ، تعداد $4/0 \times 10^{20}$ عدد از چنین اتم‌هایی در حالت انرژی پایین‌تر قرار دارند. (الف) با فرض شرایط تعادل گرمایی، چه تعداد اتم در حالت بالاتر قرار دارند؟ (ب) این‌بار فرض کنید $3/0 \times 10^{20}$ تا از این اتم‌ها توسط یک فرایند خارجی به حالت بالاتر "پمپ" شوند، و

$K_1 = 0/500 K_2$ می‌شود. (الف) طول‌موج فوتونی که گیل شده، چقدر است؟ این الکترون به هسته‌ی هدف دیگری برخورد می‌کند (فرض کنید آن هم ساکن باقی می‌ماند) و آنگاه دارای انرژی جنبشی $K_2 = 0/500 K_1$ می‌شود. (ب) طول‌موج فوتونی که گیل شده، چقدر است؟

۴۶۰۰۰ ثابت C در معادله‌ی $27-40$ را با یافتن C برحسب ثابت‌های بنیادی در معادله‌ی $24-40$ و سپس با استفاده از داده‌های پیوست ب برای محاسبه‌ی این ثابت‌ها، تا پنج رقم بامعنی تعیین کنید. با استفاده از این مقدار C در معادله‌ی $27-40$ ، انرژی نظری E فوتون K_{α} را برای عنصرهای کم‌انرژی داده‌شده در جدول پایین تعیین کنید. این جدول شامل مقدار انرژی اندازه‌گیری شده‌ی آزمایشگاهی E (برحسب eV) فوتون K_{α} برای هر عنصر داده‌شده است. درصد انحراف بین E نظری و E آزمایشگاهی را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد

$$100 \frac{E_{\text{آزمایشگاهی}} - E_{\text{نظری}}}{E_{\text{نظری}}} = \text{درصد انحراف}$$

این درصد انحراف برای (الف) Li، (ب) Be، (پ) B، (ت) C، (ث) N، (ج) O، (چ) F، (ح) Ne، (خ) Na، و (د) Mg چقدر است؟

524/9	O	54/3	Li
676/8	F	108/5	Be
848/6	Ne	183/3	B
1041	Na	277	C
1254	Mg	292/4	N

(در واقع به دلیل شکافتگی تراز انرژی L ، بیش از یک پرتوی K_{α} وجود دارد؛ ولی این اثر برای عنصرهای داده‌شده در بالا قابل چشم‌پوشی است).

بخش ۷-۴۰ لیزرها

۴۷۰۰ حجم فعال یک لیزر ساخته‌شده از نیم‌رسانای GaAlAs فقط $200\text{ }\mu\text{m}^2$ (کوچکتر از یک دانه‌ی شن) است، و هنوز لیزر می‌تواند به‌طور پیوسته توان $5/0\text{ mW}$ را در طول‌موج $0/80\text{ }\mu\text{m}$ ایجاد کند. لیزر با چه آهنگی، فوتون‌ها را تولید می‌کند؟

۴۸۰ یک باریکه‌ی لیزر پر قدرت ($\lambda = 600\text{ nm}$) با باریکه‌ای به قطر 12 cm ، ماه در فاصله‌ی $3/8 \times 10^5\text{ km}$ را نشانه گرفته است. این باریکه فقط به دلیل پراش پهن می‌شود. مکان زاویه‌ای لبه‌ی لکه‌ی مرکزی پراش (معادله‌ی $36-12$ را ببینید) با معادله‌ی زیر داده می‌شود

$$\sin \theta = \frac{1/22\lambda}{d}$$

که در آن d قطر دهانه‌ی باریکه است. قطر لکه‌ی مرکزی پراش روی سطح ماه چقدر است؟

مرکزی چقدر است؟ (ب) شدت متوسط (توان بر واحد سطح) تابش فرودی چقدر است؟ (پ) شدت متوسط در لکه‌ی مرکزی چقدر است؟

۶۱۰۰ محیط فعال در یک لیزر خاص که نور لیزر را در طول موج 694 nm تولید می‌کند دارای طول 6.00 cm و قطر 1.00 cm است. (الف) در تشابه با یک لوله‌ی صوتی بسته، این محیط را به صورت یک کاواک تشدید نوری در نظر بگیرید. چه تعداد گره‌ی موج ایستاده در طول محور لیزر وجود دارد؟ (ب) بسامد باریکه به چه میزان Δf باید انتقال یابد تا به تعداد گره‌ها، یکی افزوده شود؟ (پ) نشان دهید Δf دقیقاً وارون زمان حرکت نور لیزر برای یک دور میر رفت و برگشت در طول محور لیزر است. (ت) کسر انتقال بسامد $\Delta f / f$ مربوط به آن چقدر است؟ ضریب شکست مناسب محیط لیزری (بلور یاقوت) برابر 1.75 است.

۶۲۰۰ باقوت در طول موج 694 nm عمل لیزری انجام می‌دهد. یک بلور یاقوت خاص 4.00×10^{19} یون Cr^{3+} دارد (اتم‌هایی که عمل لیزری را انجام می‌دهند). گذار عمل لیزری بین نخستین حالت برانگیخته و حالت پایه است، و خروجی یک تب نور است که 2.00 mJ طول می‌کشد. وقتی تب شروع می‌شود، 1.60% یون‌های Cr^{3+} در نخستین حالت برانگیخته و بقیه در حالت پایه هستند. توان متوسط گسیل‌شده در حین این تب چقدر است؟ (راهنمایی: یون‌های حالت پایه را نادیده بگیرید.)

مسئله‌های تکمیلی

۶۳ شکل ۲۵-۴۰ یک نمودار تراز-انرژی برای یک چاه پتانسیل نامتناهی تخیلی را نشان می‌دهد که شامل یک الکترون است. تعداد حالت‌های تبهگن ترازها مشخص شده است. "هیج" به معنی ناتبهگن است (که حالت پایه را شامل می‌شود) و "سه‌تایی" به معنی ۳ حالت است. اگر کلاً ۲۲ الکترون را در چاه قرار دهیم، چه مضربری از $h^2/8mL^2$ انرژی حالت پایه‌ی این دستگاه ۲۲ الکترونی را به دست می‌دهد؟ فرض کنید نیروهای الکتروستاتیکی بین الکترون‌ها ناچیزند.

$E (h^2/8mL^2)$	
۱۲	سه‌تایی
۱۲	هیج
۱۱	سه‌تایی
۹	سه‌تایی
۶	سه‌تایی
۳	پایه

شکل ۲۵-۴۰ مسئله ۶۳

در نتیجه 1.0×10^{20} اتم در حالت پایین‌تر باقی بمانند. اگر هر اتم بین این دو حالت یک بار جهش کند (با جذب یا با گسیل القایی)، انرژی بیشینه‌ای که می‌تواند توسط اتم‌ها در یک تب لیزری آزاد شود چقدر است؟

۵۸۰۰ آینه‌ها در لیزر شکل ۲۰-۴۰، که به فاصله‌ی 8.0 cm از هم قرار گرفته‌اند، تشکیل یک کاواک نوری را می‌دهند که در آن موج‌های ایستاده‌ی نور لیزر می‌توانند ایجاد شوند. هر موج ایستاده دارای تعداد صحیح n نیم طول موج در این طول 8.0 سانتی‌متری است که در آن n مقدار بزرگی است و موج‌ها اندکی در طول موج با هم متفاوت‌اند. در نزدیکی $\lambda = 533\text{ nm}$ ، طول موج موج‌های ایستاده چقدر فاصله دارند؟

۵۹۰۰ شکل ۲۴-۴۰ ترازهای انرژی دو نوع اتم را نشان می‌دهد. اتم‌های A در یک لوله، و اتم‌های B در لوله‌ای دیگر هستند. انرژی‌ها (نسبت به انرژی حالت پایه‌ی صفر) مشخص شده‌اند؛ طول عمر متوسط اتم‌ها در هر تراز نیز مشخص شده است. تمام اتم‌ها در ابتدا به ترازهای بالاتر از ترازهای نشان داده‌شده در شکل پمپ می‌شوند. سپس اتم‌ها از این ترازها فرومی‌افتند و بسیاری از آن‌ها در ترازهای معینی "گرفتار" می‌شوند، که این به وارونگی جمعیت و عمل لیزری می‌انجامد. نور گسیل‌شده توسط A ، B را روشن می‌کند و می‌تواند موجب گسیل القایی B شود. انرژی هر فوتون که گسیل را در B القا می‌کند چقدر است؟

۱۱/۵ eV, ۳ ms	
۱۰/۸ eV, ۳ ms	
۹/۵ eV, ۳ ms	
۶/۹ eV, ۳ ms	
۶/۱ eV, ۳ ms	
۴/۲ eV, ۳ ms	
۳/۹ eV, ۳ ms	
۰	
A	
	۷/۸ eV, ۳ ms
	۶/۲ eV, ۳ ms
	۵/۴ eV, ۳ ms
	۳/۷ eV, ۳ ms
	۰
	B

شکل ۲۴-۴۰ مسئله ۵۹

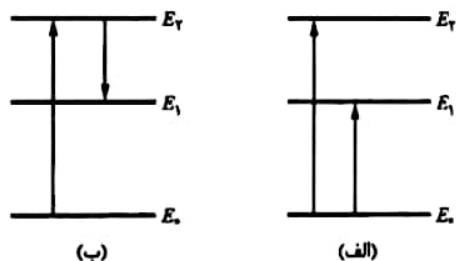
۶۰۰۰ باریکه‌ی حاصل از یک لیزر آرگون (با طول موج 515 nm) دارای قطری برابر با 3.00 mm و آهنگ خروج پیوسته‌ی انرژی 500 W است. این باریکه توسط یک عدسی که فاصله‌ی کانونی f آن 3.50 cm است روی یک سطح پخش‌کننده متمرکز شده است. نقش پراشی مشابه شکل ۳۶-۱۰ تشکیل می‌شود که شعاع لکه‌ی مرکزی آن با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$R = \frac{1.22 f \lambda}{d}$$

(معادله‌ی ۳۶-۱۲ و شکل ۳۶-۱۴ را ببینید). می‌توان نشان داد که لکه‌ی مرکزی شامل $1/84$ از توان فرودی است. (الف) شعاع لکه‌ی

مولکول‌های OH را به ترازهای انرژی بالاتر برانگیخته کند.

وقتی دنباله‌دار هنوز در فاصله‌ی نسبتاً دوری از خورشید است، نور خورشید موجب برانگیختگی یکسانی به ترازهای E_1 و E_2 می‌شود (شکل ۲۸-۴۰ الف). بنابراین، هیچ وارونی جمعیتی بین این دو تراز وجود ندارد، ولی، با نزدیک شدن دنباله‌دار به خورشید، برانگیختگی به تراز E_2 کاهش یافته و وارونی جمعیت رخ می‌دهد. دلیل این اتفاق به یکی از طول‌موج‌ها- به نام خطوط فرانهوفر- مربوط می‌شود که نور خورشید فاقد آن‌هاست؛ زیرا وقتی نور از جو خورشید خارج می‌شود، این طول‌موج‌ها توسط جو جذب می‌شوند. وقتی یک دنباله‌دار به خورشید نزدیک می‌شود، اثر دوپلر ناشی از تندی دنباله‌دار نسبت به خورشید، طول‌موج خطوط فرانهوفر را جابه‌جا می‌کند، که ظاهراً یکی از آن‌ها با طول‌موج موردنیاز برای برانگیختگی تراز E_2 در مولکول‌های OH همپوشانی دارد. سپس در این مولکول‌ها، وارونی جمعیت رخ می‌دهد و آن‌ها با فرایند گسیل القایی، تابش می‌کنند (شکل ۲۸-۴۰ ب). مثلاً وقتی دنباله‌دار کوهوتک^۱ در دسامبر ۱۹۷۳ و ژانویه‌ی ۱۹۷۴ به خورشید نزدیک شد، در اواسط ژانویه شروع به تابش گسیل القایی در بسامدی حدود ۱۶۶۶MHz کرد. (الف) اختلاف انرژی $E_2 - E_1$ برای آن گسیل چقدر بوده است؟ (ب) این گسیل به چه ناحیه‌ای از طیف الکترومغناطیسی مربوط می‌شد؟

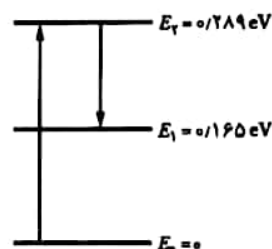


شکل ۴۰-۲۸ مسئله ۶۶

۶۷ نشان دهید طول‌موج قطع (بر حسب پیکومتر) در طیف پیوسته‌ی پرتوی X از هر هدفی با رابطه‌ی $\lambda_{\min} = 1240/V$ داده می‌شود، که V اختلاف پتانسیل (بر حسب کیلوولت) است که الکترون‌ها در آن، پیش از برخورد با هدف شتاب گرفته‌اند.

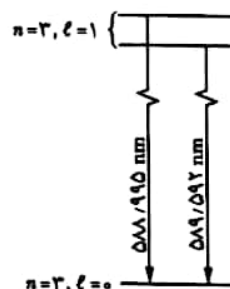
۶۸ با اندازه‌گیری زمان رفت و برگشت یک تپ لیزر از رصدخانه‌ای واقع روی زمین تا یک بازتابنده روی کره‌ی ماه، فاصله‌ی بین آن دو جسم را می‌توان اندازه گرفت. (الف) مقدار پیش‌بینی‌شده‌ی این زمان چقدر است؟ (ب) این فاصله‌ی جدایی را می‌توان با دقتی حدود ۱۵cm اندازه‌گیری کرد. این به چه عدم قطعیتی در زمان پیمایش میرم مربوط است؟ (پ) اگر باریکه‌ی لیزر لکه‌ای به قطر ۳km را روی ماه تشکیل دهد، واگرایی زاویه‌ای باریکه چقدر است؟

۶۹ لیزر CO_2 ی مریخی، در محل تابش نور خورشید بر جو مریخ، مولکول‌های کربن دی‌اکسید در ارتفاع حدود ۷۵km به‌طور طبیعی دستخوش عمل لیزری می‌گردند. ترازهای انرژی مربوط به این عمل در شکل ۲۶-۴۰ نشان داده شده است؛ وارونی جمعیت بین ترازهای انرژی E_1 و E_2 رخ می‌دهد. (الف) چه طول‌موجی از تابش خورشیدی، مولکول‌ها را در عمل لیزری برانگیخته می‌کند؟ (ب) در چه طول‌موجی عمل لیزری رخ می‌دهد؟ (پ) طول‌موج‌های برانگیختگی و عمل لیزری در چه ناحیه‌ای از طیف الکترومغناطیسی قرار دارند؟



شکل ۴۰-۲۶ مسئله ۶۴

۶۵ اتم‌های سدیم برانگیخته دو خط طیفی به نام دوتایی سدیم را که بسیار نزدیک هم قرار گرفته‌اند و دارای طول‌موج‌های ۵۸۹/۵۹۲nm و ۵۸۸/۹۹۵nm هستند، گسیل می‌کنند (شکل ۲۷-۴۰). (الف) اختلاف انرژی میان دو تراز انرژی بالاتر ($n=3, \ell=1$) چقدر است؟ (ب) این اختلاف انرژی از آن‌رو رخ می‌دهد که گشتاور مغناطیسی اسپینی الکترون می‌تواند به‌طور موازی یا پادموازی با میدان مغناطیسی داخلی وابسته به حرکت مداری الکترون سمتگیری کند. با استفاده از پاسخ خود در قسمت (الف)، بزرگی این میدان مغناطیسی داخلی را به دست آورید؟



شکل ۴۰-۲۷ مسئله ۶۵

۶۶ گسیل القایی ستاره‌ی دنباله‌دار. وقتی یک ستاره‌ی دنباله‌دار به خورشید نزدیک می‌شود، حرارت افزایش یافته، آب روی سطح بخش مرکزی دنباله‌دار را تبخیر می‌کند و بدین ترتیب یک هاله‌ی گازی از بخار آب به دور این بخش ایجاد می‌شود و آنگاه نور خورشید می‌تواند مولکول‌های H_2O در بخار آب را به اتم‌های H و مولکول‌های OH تجزیه کند. همچنین نور خورشید می‌تواند

^۱ Kouchouk

۷۳ لیزرها می‌توانند برای تولید تپ‌های نوری‌ای که دوام آن‌ها به کوتاهی 10 fs است به کار گرفته شوند. (الف) چند طول‌موج نور ($\lambda = 500\text{ nm}$) در چنین تپی قرار دارد؟ (ب) در رابطه‌ی

$$\frac{10\text{ fs}}{1\text{ s}} = \frac{1\text{ s}}{X}$$

کمیت مجهول X (بر حسب سال) چقدر است؟

۷۴ نشان دهید $6.59 \times 10^{-16}\text{ eV}\cdot\text{s} = 6.59 \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s} = \hbar$ است.

۷۵ فرض کنید الکترون، اسپین نداشت و اصل طرد پاولی همچنان برقرار بود. در این صورت، کدام یک از گازهای بی‌اثر موجود در این دسته‌بندی باقی می‌ماندند؟

۷۶ (یک مسئله اصل همخوانی). (الف) عدد کوانتومی ℓ برای حرکت مداری زمین به دور خورشید و (ب) تعداد سمتگیری‌های مجاز صفحه‌ی مداری زمین را تخمین بزنید. (پ) $\theta_{\min}$ ، نیم‌زاویه‌ی کوچکترین مخروطی را که می‌تواند هنگام چرخش زمین به دور خورشید توسط خطی عمود بر مدار زمین جاروب شود، تعیین کنید.

۷۷ با دانستن این‌که طول‌موج کمینه‌ی پرتوی x حاصل از برخورد الکترون‌های 40 keV با هدف برابر با 31 pm است، ثابت پلانک h را تعیین کنید.

۷۸ اتمی با دو حالت برانگیخته‌ی بسیار نزدیک به هم A و B را در نظر بگیرید. اگر این اتم از A یا از B به حالت پایه بجهد، به ترتیب طول‌موج 500 nm یا 510 nm را گسیل می‌کند. اختلاف انرژی بین حالت‌های A و B چقدر است؟

۷۹ در سال ۱۹۱۱، رنست رادرفورد یک اتم را به صورت نقطه‌ای با بار مثبت Ze که توسط توزیع یکنواخت بار منفی $-Ze$ در کره‌ای به شعاع R و به مرکز آن نقطه در بر گرفته شده است، مدل‌سازی کرد. در فاصله‌ی r درون کره، انرژی پتانسیل عبارت است از

$$V = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2R} + \frac{r^2}{2R^3} \right)$$

(الف) با استفاده از این فرمول بزرگی میدان الکتریکی را برای $R \geq r \geq 0$ تعیین کنید. (ب) میدان الکتریکی و (پ) پتانسیل الکتریکی به ازای $r \geq R$ چیست؟

۶۹ آیا می‌توان یک موشک بالستیک قاره‌پیمای در حال فرود را با یک باریکه‌ی لیزری پر قدرت منهدم کرد؟ باریکه‌ای با شدت 10^8 W/m^2 امکان دارد یک موشک بدون چرخش را در یک ثانیه سوزانده و منهدم کند. (الف) اگر لیزر توان 50 MW ، طول‌موج $3\text{ }\mu\text{m}$ ، و باریکه‌ای به قطر 4 m داشته باشد (لیزری به واقع بسیار قدرتمند)، آیا موشکی به فاصله‌ی 300 km را می‌تواند منهدم کند؟ (ب) اگر طول‌موج بتواند تغییر کند، در چه مقدار بیشینه‌ای می‌تواند عمل کند؟ از معادله‌ی بیشینه‌ی پراش مرکزی که با معادله‌ی $12-36$ داده می‌شود ($\sin\theta = 1/22\lambda/d$) استفاده کنید.

۷۰ از بمباران هدف مولیبدن ($Z=42$) با الکترون‌های 35 keV طیف پرتوی x شکل $13-40$ به دست می‌آید. طول‌موج‌های $K\beta$ و $K\alpha$ به ترتیب برابر با 63 pm و 71 pm هستند. انرژی فوتون مربوط به تابش (الف) $K\beta$ و (ب) $K\alpha$ چقدر است؟ می‌خواهیم این دو تابش از یکی از ماده‌های جدول زیر به گونه‌ای عبور کند که آن ماده، خط $K\beta$ را به طور قوی‌تری از خط $K\alpha$ جذب کند. یک ماده، تابش x_1 را در صورتی به طور قوی‌تری از تابش x_2 جذب می‌کند که یک فوتون x_1 انرژی کافی برای کردن یک الکترون K از اتم آن ماده داشته باشد، ولی یک فوتون x_2 نداشته باشد. جدول زیر، انرژی یونش الکترون K در مولیبدن و چهار ماده‌ی دیگر را به دست می‌دهد. کدام یک از ماده‌های جدول (پ) بهترین و (ت) دومین بهترین به عنوان پالایه‌اند؟

Ru	Tc	Mo	Nb	Zr	
44	43	42	40	40	Z
22/12	21/04	20/00	18/19	18/00	$E_K\text{ (keV)}$

۷۱ معلوم شده است الکترونی در یک اتم چندالکترونی دارای عدد کوانتومی $\ell = 3$ است. عددهای کوانتومی ممکن m_ℓ و m_s آن کدام‌اند؟

۷۲ نشان دهید اگر 63 الکترون در اتم یورانیوم بنا بر دنباله‌ای "منطقی" از عددهای کوانتومی به لایه‌ها اختصاص داده شوند، این عنصر از لحاظ شیمیایی شبیه به سدیم است.

فصل چهل و دوم

فیزیک هسته‌ای

۴۲-۱ کشف هسته

هدف‌های یادگیری

- ۴۲-۱ پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...
۴۲-۱ چشش کلی پراکندگی رادرفورد و این که از آن چه می‌آموزیم را توضیح دهید.

نکته‌های کلیدی

- ۴۲-۱ بار مثبت یک اتم به جای این که در سرتاسر حجم اتم پخش شده باشد، در هسته مرکزی آن متمرکز شده است. این ساختار در سال ۱۹۱۰ توسط ارنست رادرفورد انگلیسی پیشنهاد شد، پس از این که آزمایش‌هایی را انجام داد که امروزه به نام پراکندگی رادرفورد خوانده می‌شود. ذرات آلفا (ذرات باردار مثبت شامل دو پروتون و دو نوترون) که به ست یک ورقه‌ای فلزی نازک تابانده می‌شوند توسط هسته‌های مثبت داخل اتم‌ها پراکنده می‌گردند. • انرژی کل (انرژی جنبشی به علاوه انرژی پتانسیل) دستگاه ذره‌ی آلفا و هسته هدف، هنگامی که ذره‌ی آلفا به هسته نزدیک می‌شود، پایسته می‌ماند.

فیزیک چیست؟

اکنون می‌خواهیم توجه خود را معطوف به چیزی کنیم که در مرکز اتم قرار دارد، یعنی هسته اتم. در ۹۰ سال اخیر، یک هدف اساسی فیزیک، فرمول‌بندی فیزیک کوانتومی هسته، و تقریباً در زمانی به همین درازا، یک هدف اساسی برخی از رشته‌های مهندسی به کار بستن این فیزیک کوانتومی در کاربردهایی بوده است که گستره‌ای از پرتودرمانی در مبارزه با سرطان تا آشکارسازهای گاز را در زیرزمین‌ها را در برمی‌گیرد.

پیش از آنکه به چنین کاربردهایی و فیزیک کوانتومی هسته‌ها بپردازیم، نخست بررسی می‌کنیم که چگونه فیزیکدانان کشف کردند یک اتم دارای هسته است. به همان اندازه‌ای که این واقعیت امروزه امری بدیهی شمرده می‌شود، در ابتدا به عنوان یک شگفتی باورنکردنی به نظر می‌رسید.

کشف هسته

در نخستین سال‌های قرن بیستم، درباره‌ی ساختار اتم‌ها چیزی فراتر از این واقعیت که آن‌ها شامل الکترون‌ها هستند، دانسته نشده بود. الکترون در سال ۱۸۹۷ (توسط تامسون^۱) کشف شده بود، ولی جرم آن در آن روزهای آغازین معلوم نبود. بنابراین، حتی ممکن نبود که تعداد الکترون‌های باردار منفی موجود در یک اتم معین را مشخص کرد. دانشمندان استدلال می‌کردند که چون اتم‌ها از لحاظ الکتریکی خنثی هستند، آن‌ها باید تعدادی بار مثبت نیز داشته باشند، ولی هیچ‌کس نمی‌دانست که این بار مثبت خنثی‌کننده چه شکلی دارد. یک مدل پرتعداد این بود که هسته‌های مثبت و منفی به‌طور یکنواختی در یک کره پخش شده‌اند.

^۱ J.J. Thomson

شکل ۴۲-۱ چینه آزمایشگاهی (دید از بالا) به کار رفته در آزمایش رادرفورد در سالهای ۱۹۱۱-۱۹۱۳، برای مطالعه پراکندگی ذره‌های آلفا توسط ورقه‌های نازک فلزی. آشکارساز می‌تواند برای مقادیر مختلف زاویه پراکندگی ϕ بچرخد. چشمه آلفا، گاز رادون بود که یک محصول واپاشی رادیوم است. با این دستگاه "رومیزی" ساده، هسته اتمی کشف شد.



در سال ۱۹۱۱، رنست رادرفورد^۱ پیشنهاد کرد که این بار مثبت اتم به‌طور متراکم در مرکز اتم قرار دارد و هسته آن را تشکیل می‌دهد، و وانگهی، بیشتر جرم اتم مربوط به هسته آن است. پیشنهاد رادرفورد صرفاً یک حدس نبود، بلکه اکیداً مبتنی بر نتایج آزمایشی بود که توسط خود او پیشنهاد شده بود و همکارانش، هانس گایگر^۲ (که شمارنده‌ی گایگر او معروف است) و رنست مارسدن^۳، دانشجویی ۲۰ ساله که هنوز لیسانس خود را نگرفته بود، آن را به انجام رسانیده بودند.

در زمان رادرفورد معلوم شده بود که عنصرهای معینی، موسوم به پرتوزا، در یک فرایند با گیل ذره‌هایی به طور خودبه‌خود به عنصرهای دیگری تبدیل می‌شوند. یکی از این عنصرها، رادون است که ذره‌های آلفا (α) با انرژی‌های حدود ۵ MeV گیل می‌کند. امروزه می‌دانیم که این ذره‌ها، هسته‌های هلیوم‌اند.

طرح رادرفورد تاباندن ذره‌های آلفای پرانرژی به یک ورقه نازک هدف و اندازه‌گیری میزان انحرافی بود که این ذره‌ها به هنگام عبور از ورقه پیدا می‌کردند. ذره‌های آلفا، که تقریباً ۷۳۰۰ بار از الکترون‌ها سنگین‌ترند، دارای بار $+2e$ هستند.

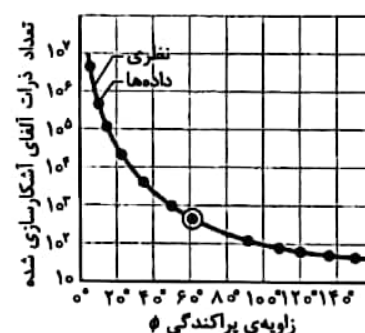
شکل ۴۲-۱ چینه آزمایشگاهی گایگر و مارسدن را نشان می‌دهد. چشمه آلفای آن‌ها یک لوله‌ی شیشه‌ای با دیواره‌ای نازک، محتوی گاز رادون بود. آزمایش عبارت از شمارش تعداد ذره‌های آلفایی بود که در زاویه‌های پراکندگی ϕ منحرف می‌شدند.

شکل ۴۲-۲ نتایج آن‌ها را نشان می‌دهد. به‌خصوص توجه کنید که مقیاس محور قائم، لگاریتمی است. درمی‌یابیم که بیشتر ذره‌ها در زاویه‌های نسبتاً کوچکی پراکنده شده‌اند، ولی در کمال تعجب، بخش بسیار کمی از آن‌ها در زاویه‌های بسیار بزرگی، که به ۱۸۰° می‌رسند، پراکنده شده‌اند. به قول رادرفورد: "این واقعاً باورنکردنی‌ترین اتفاقی بود که تا آن موقع در زندگی برایم رخ داده بود. این تقریباً به همان اندازه باورنکردنی بود که شما گلوله‌ای ۱۵ اینچی را به یک تکه دستمال کاغذی شلیک کنید و گلوله برگردد و به شما بخورد."

چرا رادرفورد آن‌قدر شگفت‌زده شد؟ در زمان این آزمایش‌ها، بیشتر فیزیکدانان به مدلی موسوم به مدل کیک کشمی اتم باور داشتند که توسط تامسون پیشنهاد شده بود. در این مدل، فرض شده بود که بار مثبت اتم در سراسر حجم اتم پخش شده است و می‌پنداشتند الکترون‌ها ("کشمش‌ها") حول نقطه‌های ثابتی در داخل این کره‌ی باردار مثبت ("کیک") ارتعاش می‌کنند.

بیشینه‌ی نیروی منحرف‌کننده‌ای که می‌توانست بر یک ذره‌ی آلفا به هنگام عبور از چنین کره‌ی باردار مثبت بزرگی اثر کند بسیار کوچکتر از آن بود که ذره‌ی آلفا را حتی به اندازه‌ی ۱° منحرف کند. (انحراف موردانتظار با آنچه در صورت شلیک گلوله‌ای به کیسه‌ای از گلوله‌های برف مشاهده می‌شود، قابل مقایسه است). الکترون‌ها در اتم نیز اثر بسیار ناچیزی بر ذره‌ی آلفای سنگین پرانرژی دارند. درواقع، آن‌ها خودشان همچون دسته‌ای از حشرات که با پرتاب سنگی میان آن‌ها به هر سو پراکنده می‌شوند، به‌شدت منحرف می‌شدند.

رادرفورد دریافت، برای آنکه ذره‌ی آلفا رو به عقب منحرف شود، باید نیروی بزرگی وجود

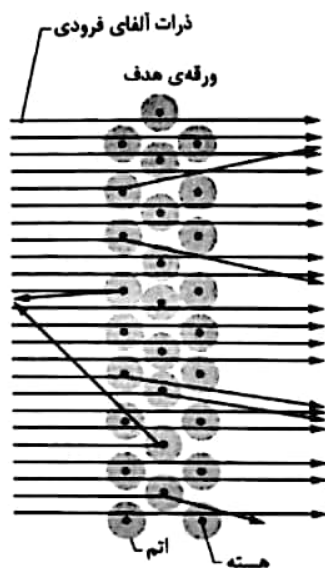


شکل ۴۲-۲ نقطه‌ها، داده‌های مربوط به پراکندگی ذره‌ی آلفا از یک ورقه‌ی طلا هستند، که گایگر و مارسدن با استفاده از دستگاه شکل ۴۲-۱ به‌دست آوردند. منحنی پیوسته، پیش‌بینی نظری مبتنی بر این فرض است که اتم دارای یک هسته‌ی با بار مثبت، سنگین و کوچک است. داده‌ها برای انطباق منحنی نظری بر نقطه‌ی تجربی که با دایره‌ای به دور آن مشخص شده، تنظیم شده‌اند.

^۱ Ernest Rutherford

^۲ Hans Geiger

^۳ Ernest Marsden



داشته باشد؛ این نیرو در صورتی می‌توانست ایجاد شود که بار مثبت به جای آنکه در سرتاسر اتم پخش شده باشد، به‌طور متمرکز در مرکز آن قرار داشته باشد. در این صورت ذره‌ی آلفای فرودی می‌توانست بی‌آنکه به داخل بار مثبت نفوذ کند، به آن بسیار نزدیک شود؛ چنین رویارویی نزدیکی می‌توانست به یک نیروی منحرف‌کننده‌ی بزرگ بیانجامد.

شکل ۳-۴۲ مسیرهای ممکن را نشان می‌دهد که توسط ذره‌های آلفای نوعی به هنگام عبور از اتم‌های ورقه‌ی هدف طی می‌شود؛ همان‌گونه که می‌بینیم، بیشتر ذره‌ها یا منحرف نشده‌اند یا فقط به میزان کمی منحرف شده‌اند، ولی چندتایی (آن‌هایی که برحسب اتفاق، مسیرهای فرودی آن‌ها از فاصله‌ی بسیار نزدیکی به هسته می‌گذرند) در زاویه‌های بزرگ منحرف شده‌اند. از تحلیل این داده‌ها، رادرفورد نتیجه گرفت که شعاع هسته باید با عاملی حدود 10^{-4} ، از شعاع اتم کوچکتر باشد. به بیان دیگر، بیشتر فضای اتم خالی است.

شکل ۳-۴۲ زاویه‌ای که در آن ذره‌ی آلفای فرودی پراکنده می‌شود، بستگی به این دارد که به مسیر آن چقدر به هسته‌ی اتمی نزدیک است. انحراف‌های بزرگ فقط ناشی از رویارویی‌های بسیار نزدیک است.



مسئله‌ی نمونه ۳۲-۱. پراکندگی رادرفورد ذره‌ی آلفا توسط یک هسته‌ی طلا

وقتی نیروی دافعه ذره‌ی آلفا را کند می‌کند، انرژی از انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل الکتریکی انتقال می‌یابد. این انتقال انرژی وقتی کامل می‌شود که ذره‌ی آلفا به‌طور لحظه‌ای در فاصله‌ی کمترین مسافت نزدیک شدن d به هسته‌ی هدف متوقف شود (شکل ۳-۴۲ پ). درست در آن لحظه $K_f = 0$ است و دستگاه ذره-اتم انرژی پتانسیل زیر را دارد

$$U_f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_\alpha q_{Au}}{d}$$

برای یافتن d ، انرژی مکانیکی کل را بین حالت اولیه‌ی i و حالت بعدی f پایسته نگه می‌داریم و چنین می‌نویسیم

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

و

$$K_i + 0 = + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_\alpha q_{Au}}{d}$$

(فرض می‌کنیم ذره‌ی آلفا تحت تأثیر نیرویی که هسته را نگه می‌دارد، و فقط در فاصله‌های کوچک اثر می‌کند، قرار نمی‌گیرد.) با حل این معادله برای d و سپس جای‌گذاری بارها و انرژی جنبشی خواهیم داشت

$$\begin{aligned} d &= \frac{(2e)(79e)}{4\pi\epsilon_0 K_\alpha} \\ &= \frac{(2 \times 79)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{4\pi\epsilon_0 (5.3 \text{ MeV})(1.6 \times 10^{-13} \text{ J/MeV})} \\ &= 4.29 \times 10^{-14} \text{ m} \end{aligned}$$

(پاسخ)

این پاسخ به میزان قابل توجه‌ای بزرگتر از مجموع شعاع‌های هسته‌ی طلا و ذره‌ی آلفا است. در نتیجه، ذره‌ی آلفا جهت حرکتش را برمی‌گرداند (شکل ۳-۴۲ ت) بی‌آنکه واقعاً هیچ «تماسی» با هسته‌ی طلا برقرار کند.

یک ذره‌ی آلفا با انرژی جنبشی $K_i = 5.3 \text{ MeV}$ ، برحسب اتفاق، مستقیماً به سمت هسته‌ی یک اتم خشتی طلا حرکت می‌کند (شکل ۳-۴۲ الف). کمترین مسافت نزدیک شدن d (کمترین فاصله‌ی مرکز به مرکز) تا هسته چقدر است؟ فرض کنید هسته ساکن باقی می‌ماند.

ایده‌های کلیدی

(۱) انرژی مکانیکی کل E دستگاه ذره-اتم پایسته می‌ماند. (۲) علاوه بر انرژی جنبشی، انرژی کل شامل انرژی پتانسیل الکتریکی U است که با معادله‌ی ۲۴-۴۶ $U = q_\alpha q_T / 4\pi\epsilon_0 r$ داده می‌شود.

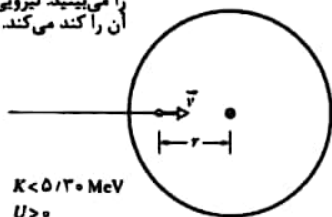
محاسبه‌ها: ذره‌ی آلفا بار $+2e$ دارد، زیرا شامل دو پروتون است. هسته‌ی هدف بار $+79e$ دارد، زیرا شامل ۷۹ پروتون است. ولی این بار هسته‌ای توسط یک «ابر» الکترونی با بار $q_e = -79e$ در بر گرفته شده است، و بنابراین ذره‌ی آلفا در ابتدا یک اتم خشتی با بار خالص $q = 0$ را «می‌بیند». نیروی الکتریکی وارد بر این ذره، صفر و انرژی پتانسیل الکتریکی اولیه‌ی دستگاه ذره-اتم $U_i = 0$ است.

وقتی ذره‌ی آلفا وارد اتم می‌شود، می‌گوییم از ابرالکترونی‌ای که هسته را در بر گرفته می‌گذرد. آنگاه این ابر مانند یک پوسته‌ی کروی بسته‌ی رسانا عمل می‌کند و بنا بر قانون گاوس، هیچ اثری بر ذره‌ی آلفای باردار (که اکنون در درون آن قرار دارد) وارد نمی‌کند. بنابراین ذره‌ی آلفا فقط بار هسته‌ای q_{Au} را «می‌بیند». چون q_α و q_{Au} هر دو دارای بار مثبت‌اند، یک نیروی دافعه‌ی الکتریکی بر ذره‌ی آلفا اثر می‌کند و آن را کند می‌سازد. دستگاه ذره-اتم انرژی پتانسیل زیر را دارد

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_\alpha q_{Au}}{r}$$

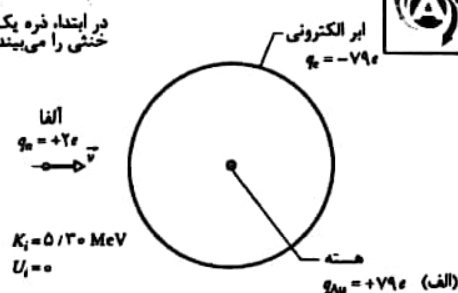
که به فاصله‌ی جدایی مرکز به مرکز r ذره‌ی فرودی و هسته‌ی طلا بستگی دارد (شکل ۳-۴۲ ب).

اکنون ذره هسته‌ای مثبت را می‌بینید. نیرویی دافعه آن را کند می‌کند.

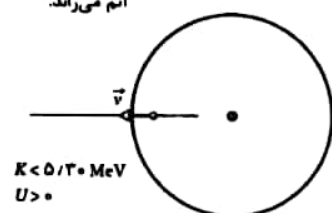


(ب)

در ابتدا، ذره یک اتم خنثی را می‌بیند.

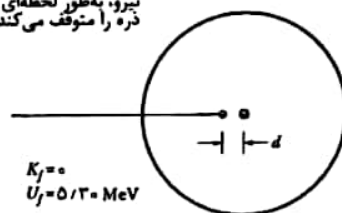


نیرو، ذره را به عقب اتم می‌راند.



(ت)

نیرو، به‌طور لحظه‌ای ذره را متوقف می‌کند.



(پ)

شکل ۴۲-۴ یک ذره آلفا (الف) به اتم طلا نزدیک می‌شود و (ب) سپس وارد آن شده و مستقیماً به سمت هسته می‌رود. ذره آلفا (پ) در نقطه‌ای کمترین مسافت نزدیک شدن، متوقف می‌شود و (ت) به بیرون اتم رانده می‌شود.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS

۴۲-۲ برخی از ویژگی‌های هسته‌ای

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

هسته‌ای تقریبی را به هم ربط دهید، و یک‌گانه‌های جرم و انرژی را به هم تبدیل کنید.

۴۲-۷ فزونی جرمی را محاسبه کنید.

۴۲-۸ برای یک هسته‌ی معین، انرژی بستگی ΔE_{be} و انرژی بستگی بر نوکلئون ΔE_{ben} را محاسبه کنید و معنی هر کدام را توضیح دهید.

۴۲-۹ نمودار انرژی بستگی بر نوکلئون را برحسب عدد جرمی رسم کنید، با مشخص کردن نوکلئون‌هایی که به‌طور محکمی مقید شده‌اند، آن‌هایی که می‌توانند با آزاد کردن انرژی شکاف پیدا کنند، و آن‌هایی که می‌توانند با آزاد کردن انرژی دستخوش گداخت [همجوشی] شوند.

۴۲-۱۰ نیرویی که نوکلئون‌ها را در کنار هم نگه می‌دارد، بشناسید.

۴۲-۳ نوکلیدها، عدد اتمی (یا عدد پروتونی)، عدد نوترونی، عدد جرمی، نوکلئون، ایزوتوپ، فروپاشی، فزونی نوترونی، ایزوبار، منطقه‌ی هسته‌های پایدار، و جزیره‌ی پایداری را بشناسید، و نمادهای مورد استفاده برای هسته‌ها (از قبیل ^{197}Au) را توضیح دهید.

۴۲-۴ نمودار عدد پروتونی برحسب عدد نوترونی را رسم کنید و مکان تقریبی هسته‌های پایدار، هسته‌های پُرپروتون، و هسته‌های پُرنوترون را مشخص کنید.

۴۲-۵ برای هسته‌ی کروی، رابطه‌ی بین شعاع و عدد جرمی را به‌کار بندید و چگالی هسته‌ای را محاسبه کنید.

۴۲-۶ با جرم‌ها در یک‌ای جرم اتمی کار کنید، عدد جرمی و جرم

نکته‌های کلیدی

- انواع مختلف هسته‌ها نوکلید خوانده می‌شوند. هر نوکلید با یک عدد اتمی Z (تعداد پروتون‌ها)، یک عدد نوترونی N ، و یک عدد جرمی A (تعداد کل نوکلئون‌ها - یعنی پروتون‌ها و نوترون‌ها) مشخص می‌شوند. بنابراین $A = Z + N$ است. یک نوکلید با نمادی مانند ^{197}Au یا $^{197}_{79}\text{Au}$ نشان داده می‌شود، که در آن نماد عنصر شیمیایی دارای یک شاخص بالا با مقدار A و (احتمالاً) یک شاخص پایین با مقدار Z است.
- نوکلیدهای با عدد اتمی یکسان ولی عدد نوترونی متفاوت، ایزوتوپ‌های یکدیگرند.

• هسته‌ها شعاع میانگین r دارند که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$r = r_0 A^{1/3}$$

که در آن $r_0 \approx 1.2 \text{ fm}$ است.

• عددهای اتمی اغلب برحسب فزونی جرمی گزارش می‌شوند

$$\Delta = M - A$$

که در آن M جرم واقعی یک اتم در یک‌گانه‌های جرم اتمی و A عدد جرمی برای آن هسته‌ی اتمی است.

• انرژی بستگی یک هسته برابر با اختلاف زیر است

$$\Delta E_{be} = \sum (mc^2) - Mc^2$$

که در آن $\sum (mc^2)$ انرژی جرمی کل پروتون‌ها و نوترون‌های مجزا است. انرژی بستگی یک هسته مقدار انرژی مورد نیاز برای شکستن هسته به اجزای سازنده‌ی آن است (و انرژی‌ای نیست که در هسته وجود داشته باشد).
• انرژی بستگی بر نوکلئون عبارت است از

$$\Delta E_{ben} = \frac{\Delta E_{be}}{A}$$

• انرژی معادل یک یکای جرم (u) برابر با 931.494 MeV است.
• نمودار انرژی بستگی بر نوکلئون ΔE_{ben} بر حسب عدد جرمی A نشان می‌دهد که نوکلیدهای با جرم متوسط پایدارترین نوکلیدها هستند و انرژی بستگی می‌تواند هم از طریق شکافت هسته‌های پر جرم و هم از طریق گداز (همجوشی) هسته‌های کم جرم، آزاد شود.

برخی از ویژگی‌های هسته‌ای

جدول ۱-۴۲ برخی از ویژگی‌های چند هسته‌ی اتمی را نشان می‌دهد. هرگاه عمدتاً به ویژگی‌های آن‌ها به عنوان گونه‌های هسته‌ای خاص توجه کنیم (به جای این‌که آن‌ها را بخشی از اتم در نظر بگیریم)، این ذره‌ها را نوکلید می‌نامیم.

برخی از واژگان هسته‌ای

هسته‌ها از پروتون‌ها و نوترون‌ها تشکیل شده‌اند. تعداد پروتون‌ها در یک هسته (موسوم به عدد اتمی یا عدد پروتونی هسته) با نماد Z نمایش داده می‌شود؛ تعداد نوترون‌ها (عدد نوترونی) با نماد N نمایش داده می‌شود. تعداد کل نوترون‌ها و پروتون‌ها در هسته عدد جرمی A خوانده می‌شود؛ بنابراین

$$A = Z + N \quad (1-42)$$

نوترون‌ها و پروتون‌ها، هرگاه به‌طور کلی به‌عنوان اجزای هسته در نظر گرفته شوند، نوکلئون (هستک) نامیده می‌شوند.

نوکلیدها را با نمادهایی از قبیل آن‌هایی که در نخستین ستون جدول ۱-۴۲ نشان داده شده‌اند، نمایش می‌دهیم. مثلاً ^{197}Au را در نظر بگیرید. شاخص بالای ۱۹۷، عدد جرمی A است. نماد شیمیایی Au بیانگر آن است که این عنصر طلاست، که عدد اتمی آن برابر ۷۹ است. برخی اوقات عدد اتمی به‌طور مشخص با یک شاخص پایین نشان داده می‌شود، مانند $^{197}_{79}\text{Au}$. از معادله‌ی ۱-۴۲ درمی‌یابیم که تعداد نوترون‌های این نوکلید برابر ۱۹۷-۷۹، یا ۱۱۸ است.

نوکلیدهایی با عدد اتمی یکسان Z ، ولی عدد نوترونی متفاوت N ، ایزوتوپ یکدیگر نامیده می‌شوند. عنصر طلا دارای ۳۲ ایزوتوپ است که در گستره‌ی ^{173}Au تا ^{204}Au قرار دارند. فقط یکی از آن‌ها (^{197}Au) پایدار است؛ بقیه‌ی ۳۵ ایزوتوپ، پرتوزا هستند. چنین نوکلیدهای پرتوزایی یا گسیل یک ذره، واپاشی (یا فروپاشی) می‌کنند و در نتیجه به نوکلید متفاوتی تبدیل می‌شوند.

ساماندهی نوکلیدها

اتم‌های خنثای همه‌ی ایزوتوپ‌های یک عنصر (همه با Z برابر) دارای تعداد الکترون‌های برابر و ویژگی‌های شیمیایی مشابهی هستند، و در یک خانه در جدول تناوبی عنصرها قرار می‌گیرند. ولی، ویژگی‌های هسته‌ای ایزوتوپ‌های یک عنصر معین، از یک ایزوتوپ به ایزوتوپ دیگر بسیار متفاوت است. بنابراین، جدول تناوبی استفاده‌ی محدودی برای فیزیکدانان هسته‌ای، شیمی‌دانان هسته‌ای، یا مهندسان هسته‌ای دارد.

جدول ۴۲-۱ برخی از ویژگی‌های نوکلیدهای برگزیده

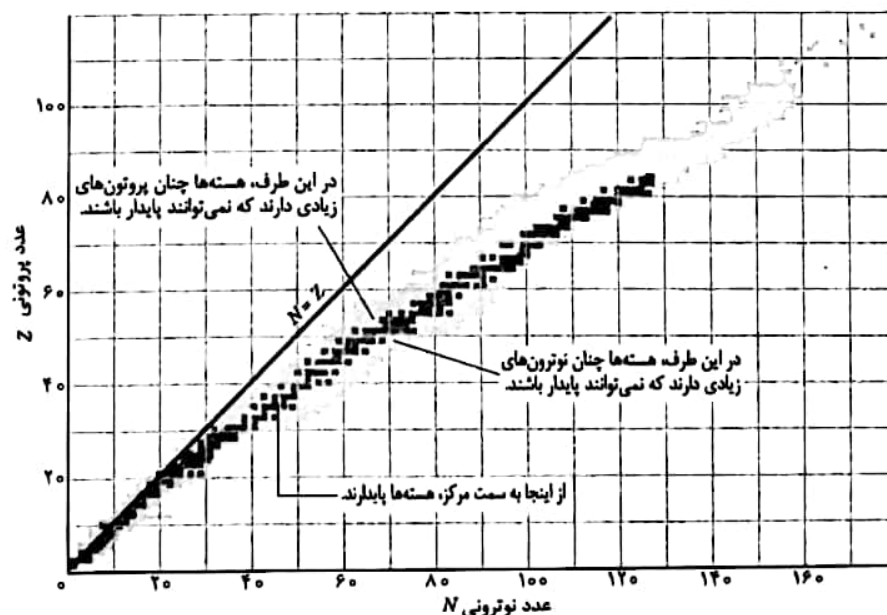
نوکلید	Z	N	A	پایداری ^a	جرم ^b	اسپین ^c	انرژی هسته‌ای (نوکلئون/MeV)
${}^1\text{H}$	۱	۰	۱	٪۹۹٫۹۸۵	۱٫۰۰۷۸۲۵	$\frac{1}{2}$	—
${}^7\text{Li}$	۳	۴	۷	٪۹۲٫۵	۷٫۰۱۶۰۴	$\frac{3}{2}$	۵۶۰
${}^{31}\text{P}$	۱۵	۱۶	۳۱	٪۱۰۰	۳۰٫۹۷۳۷۶۲	$\frac{1}{2}$	۸۴۸
${}^{84}\text{Kr}$	۳۶	۴۸	۸۴	٪۵۷٫۰	۸۳٫۹۱۱۵۰۷	۰	۸۷۲
${}^{12۰}\text{Sn}$	۵۰	۷۰	۱۲۰	٪۳۲٫۴	۱۱۹٫۹۰۲۱۹۷	۰	۸۵۱
${}^{۱۵۷}\text{Gd}$	۶۴	۹۳	۱۵۷	٪۱۵٫۷	۱۵۶٫۹۲۳۹۵۷	$\frac{3}{2}$	۸۲۱
${}^{۱۹۷}\text{Au}$	۷۹	۱۱۸	۱۹۷	٪۱۰۰	۱۹۶٫۹۶۶۵۵۲	$\frac{3}{2}$	۷۹۱
${}^{۲۲۷}\text{Ac}$	۸۹	۱۳۸	۲۲۷	۲۱٫۸y	۲۲۷٫۰۲۷۷۴۷	$\frac{3}{2}$	۷۶۵
${}^{۲۳۹}\text{Pu}$	۹۴	۱۴۵	۲۳۹	۲۴٫۱۰۰y	۲۳۹٫۰۵۲۱۵۷	$\frac{1}{2}$	۷۵۶

^a برای نوکلیدهای پایدار، فراوانی ایزوتوپی داده شده است؛ این، کسری از اتم‌هایی از این نوع است که در یک نمونه‌ی نوعی از عنصر یافت می‌شود. برای نوکلیدهای پرتوزا، نیمه‌عمر داده شده است.

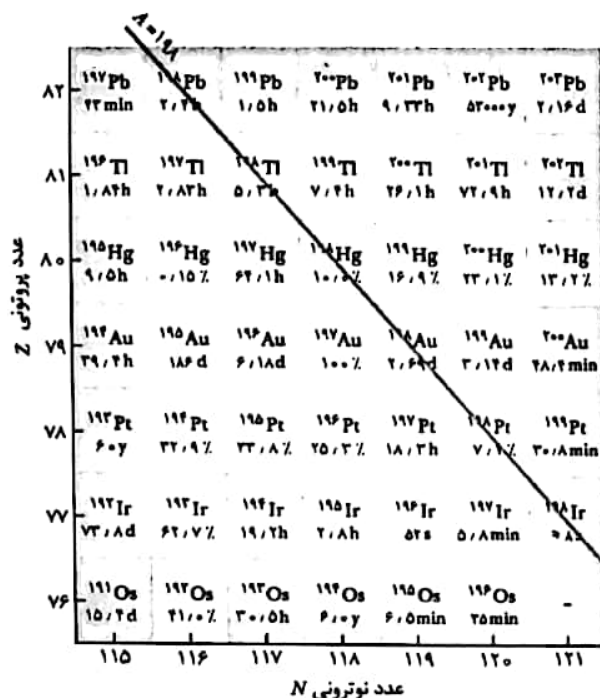
^b طبق روال معمول، جرم گزارش شده، جرم اتم خنثی است نه جرم هسته‌ی ذره‌ی تنها.

^c تکانه‌ی زوایای اسپین که مضربی از $\hbar$ است.

نوکلیدها را روی یک نقشه‌ی نوکلیدی مانند شکل ۴۲-۵ ساماندهی می‌کنیم، که در آن یک نوکلید با رسم عدد پروتونی آن برحسب عدد نوترونی آن مشخص شده است. نوکلیدهای پایدار در این شکل با رنگ تیره، و نوکلیدهای پرتوزا با رنگ خاکستری نمایش داده شده‌اند. همان‌طور که دیده می‌شود، نوکلیدهای پرتوزا مایل‌اند در دو طرف- و در انتهای بالایی- یک نوار کاملاً مشخص از نوکلیدهای پایدار قرار گیرند. همچنین توجه کنید که نوکلیدهای پایدار سبک مایل‌اند به خط $N = Z$ نزدیک باشند، که یعنی آن‌ها تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های تقریباً یکسانی دارند. ولی، نوکلیدهای سنگین‌تر، مایل‌اند نوترون‌های بیشتری نسبت به پروتون‌ها داشته باشند. به عنوان مثال، دیدیم که ${}^{۱۹۷}\text{Au}$ دارای ۱۱۸ نوترون و فقط ۷۹ پروتون است، یعنی یک فزونی نوترونی ۳۹ تایی دارد.



شکل ۴۲-۵ نموداری از نوکلیدهای شناخته شده. ناحیه‌ی تیره، نوار نوکلیدهای پایدار، و ناحیه‌ی خاکستری نوکلیدهای پرتوزا را مشخص می‌کند. نوکلیدهای پایدار کم‌جرم اساساً دارای تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های مساوی‌اند، ولی نوکلیدهای سنگین‌تر دارای فزونی نوترونی بیشتری هستند. شکل نشان می‌دهد که هیچ نوکلید پایداری با $Z > ۸۳$ (ایسموت) وجود ندارد.



شکل ۴۲-۶ بخش بزرگ‌شده و با جزئیات نقشه‌ی نوکلیدی شکل ۴۲-۵ به مرکزیت ^{197}Au . مربع‌های تیره‌تر، نوکلیدهای پایدار را نشان می‌دهند، که برای آن‌ها فراوانی‌های ایزوتوپی نسبی داده شده است. مربع‌های کم‌رنگ‌تر، نوکلیدهای پرتوزایی را نشان می‌دهند، که برای آن‌ها نیمه‌عمر داده شده است. خط‌های ایزوتوپی دارای شیب عدد جرمی ثابت A هستند و به عنوان نمونه، خط مربوط به $A=198$ نشان داده شده است.

نقشه‌های نوکلیدی به صورت نقشه‌هایی دیواری در دسترس‌اند، که در آن‌ها هر خانه‌ی کوچک با اطلاعاتی درباره‌ی نوکلیدی که آن را مشخص می‌کند، پر شده است. شکل ۴۲-۶ بخشی از چنین نقشه‌ای را به مرکز ^{197}Au نشان می‌دهد. فراوانی‌های نسبی (معمولاً به صورت یافت‌شده روی کره‌ی زمین) برای نوکلیدهای پایدار، و نیمه‌عمرها (معیاری برای آهنگ واپاشی) برای نوکلیدهای پرتوزا نشان داده شده است. خط شیبدار، یک خط ایزوپار - یعنی نوکلیدهایی با عدد جرمی یکسان - را نشان می‌دهد، که در این مورد $A=198$ است.

در سال‌های اخیر، نوکلیدهایی با عدددهای اتمی تا بزرگی $Z=118$ ($A=294$) در تجربه‌های آزمایشگاهی یافت شده‌اند (هیچ عنصری با Z بزرگتر از ۹۲ به‌طور طبیعی پیدا نمی‌شود). گرچه نوکلیدهای بزرگ عموماً باید به میزان زیادی ناپایدار باشند و فقط به مدت بسیار اندکی دوام می‌آورند، با این حال نوکلیدهای بسیار پرجرم خاصی، با نیمه‌عمرهایی نسبتاً طولانی، به‌طور نسبی پایدارند. این نوکلیدهای ابرجرمی^۱ پایدار و سایر موارد پیش‌بینی‌شده، تشکیل یک جزیره‌ی پایداری در مقادیر بزرگ Z و N روی نقشه‌ای نوکلیدی مانند شکل ۴۲-۵ را می‌دهند.

نکته‌ی واری ۱

بر مبنای شکل ۴۲-۵، نتیجه بگیرید که کدام یک از نوکلیدها احتمالاً آشکار نمی‌شوند: ^{90}As ($Z=33$)، ^{52}Fe ($Z=26$)، ^{208}Pb ($Z=82$)، ^{150}Lu ($Z=71$)، ^{158}Nd ($Z=60$)

شعاع‌های هسته‌ای

یک یکای مناسب برای اندازه‌گیری فاصله‌ها در مقیاس هسته‌ای، فمتومتر (10^{-15}m) است. این یکا اغلب فرمی نامیده می‌شود؛ هر دو نام دارای علامت اختصاری یکسانی هستند. بنابراین،

$$1\text{ fm} = 10^{-15}\text{m} = 1\text{ فرمی} = 1\text{ فمتومتر} \quad (۴۲-۲)$$

با بمباران کردن هسته‌ها توسط باریک‌های از الکترون‌های پرنانرژی و مشاهده‌ی این‌که هسته‌ها چگونه الکترون‌های فرودی را منحرف می‌کنند، می‌توانیم درباره‌ی اندازه و ساختار هسته‌ها اطلاعاتی به دست آوریم. الکترون‌ها باید به قدر کافی پرنانرژی باشند (دست کم 200MeV) تا طول‌موج دوبروی آن‌ها کوچکتر از ساختار هسته‌ای باشد که آن را می‌کاوند.

هسته، همانند اتم، یک جسم صلب با سطحی با مرز کاملاً مشخص نیست. وانگهی، گرچه بیشتر نوکلیدها کروی شکل‌اند، اما برخی از آن‌ها به‌طور ویژه‌ای بیضوی هستند. با این حال، آزمایش‌های پراکندگی الکترون (به همراه آزمایش‌هایی از انواع دیگر) ما را بر آن می‌دارد که به هر نوکلید، شعاع مؤثری اختصاص دهیم که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$r = r_0 A^{1/3} \quad (۴۲-۳)$$

که در آن A عدد جرمی و $r_0 \approx 1.2\text{ fm}$ است. از این جا درمی‌یابیم که حجم هسته، که متناسب

^۱ femtometer

^۲ supermassive

با A است، مستقیماً با عدد جرمی A متناسب و مستقل از مقدارهای Z و N است. یعنی، با بیشتر هسته‌ها می‌توانیم مانند کره‌ای رفتار کنیم که حجم آن به تعداد نوکلئون‌ها بستگی دارد، بی‌توجه به آنکه نوع آن‌ها چه باشد.

معادله‌ی ۳-۴۲ برای نوکلیدهای هاله‌ای^۱، نوکلیدهایی پرنوترون که نخستین‌بار در دهه‌ی ۸۰ میلادی در آزمایشگاه‌ها تولید شدند، به‌کار نمی‌آید. این نوکلیدها بزرگتر از مقدار پیش‌بینی‌شده توسط معادله‌ی ۳-۴۲ هستند، زیرا برخی از نوترون‌ها، هاله‌ای را به دور مغز کروی پروتون‌ها و باقی نوترون‌ها تشکیل می‌دهند. ایزوتوپ‌های لیتیوم مثالی از این دست‌اند. هرگاه یک نوترون برای تشکیل ${}^A_1\text{Li}$ به ${}^A_1\text{Li}$ اضافه شود، که هیچ‌کدام نوکلیدهای هاله‌ای نیستند، شعاع مؤثر حدود ۴٪ اضافه می‌شود. ولی هرگاه دو نوترون به ${}^A_1\text{Li}$ برای تشکیل ایزوتوپ پرنوترون ${}^{A+2}_1\text{Li}$ (بزرگترین ایزوتوپ لیتیوم) اضافه شود، آن‌ها به هسته‌ی موجود نمی‌چسبند، بلکه در عوض هاله‌ای را به دور هسته تشکیل می‌دهند که این به افزایش شعاع مؤثر تا حدود ۳۰٪ می‌انجامد. ظاهراً این پیکربندی هاله‌ای دارای انرژی کمتری از هسته‌ای است که شامل هر ۱۱ نوکلئون است. (در این فصل کلاً فرض می‌کنیم که معادله‌ی ۳-۴۲ برقرار است).

جرم‌های اتمی

امروزه جرم‌های اتمی با دقت بالایی اندازه‌گیری می‌شوند، ولی معمولاً جرم‌های هسته‌ای مستقیماً قابل اندازه‌گیری نیستند، زیرا کندن همه‌ی الکترون‌ها از یک اتم دشوار است. همان‌طور که به اختصار در بخش ۶-۳۷ توضیح دادیم، جرم‌های اتمی غالباً برحسب یکاهای جرم اتمی گزارش می‌شوند، که دستگاه یک‌گانه‌ای است که در آن جرم اتمی ${}^{12}\text{C}$ ی خشی دقیقاً ۱۲u تعریف شده است.

جرم‌های اتمی دقیق در جدول‌هایی روی web در دسترس‌اند و معمولاً در تمرین‌های درسی از آن‌ها استفاده می‌شود. ولی برخی اوقات فقط به جرم تقریبی یک هسته‌ی تنها یا یک اتم خشی نیاز داریم. عدد جرمی A ی یک نوکلید، چنین جرم تقریبی‌ای را برحسب یکاهای جرم اتمی به‌دست می‌دهد. مثلاً، جرم تقریبی هم هسته و هم اتم خشی برای ${}^{197}\text{Au}$ برابر ۱۹۷u است، که به جرم اتمی واقعی ۱۹۶/۹۶۶۵۷۳u نزدیک است. همان‌طور که در بخش ۶-۳۷ دیدیم

$$1\text{u} = 1/660\,538\,86 \times 10^{-27}\text{ kg} \quad (4-42)$$

همچنین دیدیم که اگر جرم کل شرکت‌کننده‌ها در یک واکنش هسته‌ای به مقدار Δm تغییر کند، آزادی یا جذب انرژی‌ای وجود دارد که با معادله‌ی ۵-۳۷ $(Q = -\Delta mc^2)$ داده می‌شود. همان‌طور که اکنون خواهیم دید، انرژی‌های هسته‌ای غالباً برحسب مضربی از ۱MeV گزارش می‌شوند. بنابراین، تبدیل مناسب میان یکاهای جرم و یکاهای انرژی با معادله‌ی ۵-۳۷ داده می‌شود:

$$c^2 = 931,494,013\text{ MeV/u} \quad (5-42)$$

دانشمندان و مهندسانی که با جرم‌های اتمی سروکار دارند اغلب ترجیح می‌دهند که جرم یک اتم را با فزونی جرمی اتم Δ گزارش دهند که با رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود

$$\Delta = M - A \quad (\text{فزونی جرمی}) \quad (6-42)$$

که در آن M جرم واقعی اتم در یکاهای جرم اتمی و A عدد جرمی هسته‌ی اتم است.

^۱ halo nuclid

انرژی بستگی هسته‌ای

جرم M یک هسته کوچکتر از جرم کل $\sum m$ تک تک پروتون‌ها و نوترون‌های آن است. این بدین معناست که انرژی جرمی Mc^2 یک هسته کوچکتر از انرژی جرمی کل $\sum(mc^2)$ پروتون‌ها و نوترون‌های مجزای آن است. اختلاف بین این دو انرژی، انرژی بستگی هسته نامیده می‌شود:

$$\Delta E_{be} = \sum(mc^2) - Mc^2 \quad (\text{انرژی بستگی}) \quad (۷-۴۲)$$

مشاور: انرژی بستگی، انرژی‌ای نیست که در هسته وجود داشته باشد. بلکه، این انرژی برابر با اختلاف انرژی جرمی بین یک هسته و نوکلئون‌های مجزای آن است. اگر می‌توانیم یک هسته را به نوکلئون‌های آن جدا کنیم، در این فرایند جداسازی، می‌بایست یک انرژی کل برابر با ΔE_{be} به آن ذره‌ها انتقال می‌یافت. گرچه در واقع نمی‌توانیم یک هسته را به این ترتیب از هم بگسیم، با این حال انرژی بستگی هسته‌ای همچنان معیاری مناسب برای آن است که اجزای هسته چقدر خوب در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، به این معنا که میزان دشواری از هم گسیختن هسته را اندازه می‌گیرد.

معیار بهتر، انرژی بستگی بر نوکلئون ΔE_{ben} است، که نسبت انرژی بستگی ΔE_{be} یک هسته به تعداد A ی نوکلئون‌ها در آن هسته است:

$$\Delta E_{ben} = \frac{\Delta E_{be}}{A} \quad (\text{انرژی بستگی بر نوکلئون}) \quad (۸-۴۲)$$

انرژی بستگی بر نوکلئون را می‌توانیم به صورت انرژی متوسط مورد نیاز برای جداکردن یک هسته به نوکلئون‌های مجزای آن، تصور کنیم. یک انرژی بستگی بر نوکلئون بزرگتر به معنی هسته‌ای است که به‌طور محکم‌تری مقید شده است.

شکل ۷-۴۲، نموداری از انرژی بستگی بر نوکلئون ΔE_{ben} برحسب عدد جرمی A برای تعداد زیادی از هسته‌هاست. آن‌هایی که در بالای نمودار واقع‌اند، به‌طور بسیار محکمی مقید هستند؛ یعنی، برای از هم گسیختن هر یک از این هسته‌ها باید مقدار انرژی بر نوکلئون زیادی اعمال کنیم. هسته‌هایی که بر جاهای پایین‌تر نمودار واقع‌اند، در طرف‌های چپ و راست نمودار، به‌میزان کمتری مقیدند، و انرژی بر نوکلئون کمتری برای از هم گسیختن آن‌ها لازم است.

این عبارت‌های ساده درباره‌ی شکل ۷-۴۲، نتایج شگرفی در پی دارد. نوکلیدون‌های یک هسته واقع در طرف راست این نمودار، اگر آن هسته به‌طور محکم‌تری مقید شده‌اند به دو هسته که در نزدیکی قله‌ی نمودار قرار دارند شکافته شود. چنین فرایندی که شکافت نامیده می‌شود، به‌طور طبیعی در هسته‌های بزرگ (با عدد جرمی زیاد A) از قبیل اورانیوم رخ می‌دهد، که می‌توانند به‌طور خودبه‌خودی (یعنی، بدون هیچ عامل خارجی یا چشمه‌ی انرژی) شکافته شوند. این فرایند همچنین می‌تواند در جنگ‌افزارهای هسته‌ای رخ دهد، که در آن‌ها بسیاری از هسته‌های اورانیوم یا پلوتونیوم به‌طور همزمان برای ایجاد یک انفجار، شکافته می‌شوند.

نوکلئون‌های هر جفت هسته در طرف چپ این نمودار به‌طور محکم‌تری مقید شده‌اند، اگر آن جفت هسته برای تشکیل یک هسته که در نزدیکی قله‌ی نمودار واقع است، ترکیب شوند. چنین فرایندی که گداخت [همجوشی] نامیده می‌شود به‌طور طبیعی در ستارگان رخ می‌دهد. اگر چنین نبود، خورشید نمی‌درخشید و بنابراین، حیات نمی‌توانست روی کره‌ی زمین وجود داشته باشد. همان‌طور که در فصل بعد شرح خواهیم داد، گداخت همچنین مبنای ساخت جنگ‌افزارهای گرماسته‌ای (با یک رهاسازی انفجاری انرژی) و نیروگاه‌های برق آبی (با آزادسازی بی‌وقفه و قابل کنترل انرژی) است.



شکل ۴۲-۷ انرژی بستگی بر نوکلئون برای چند نوکلید نمونه. نیکل ^{62}Ni دارای بالاترین انرژی بستگی بر نوکلئون (حدود نوکلئون 8.7946 MeV) در بین نوکلیدهای پایدار شناخته شده است. توجه کنید که ذره α (^4He) دارای انرژی بستگی بر نوکلئون زیادتری نسبت به همسایگانش در جدول تناوبی است و به همین دلیل پایداری ویژه‌ای نیز دارد.

ترازهای انرژی هسته‌ای

انرژی هسته‌ها، همانند انرژی اتم‌ها، کوانتیده است. یعنی، هسته‌ها فقط می‌توانند در حالت‌های کوانتومی گسسته، هر یک با انرژی کاملاً متمایزی، وجود داشته باشند. شکل ۴۲-۸ برخی از این ترازهای انرژی را برای ^{28}Al ، یک نوکلید کم‌جرم نوعی، نشان می‌دهد. توجه کنید که مقیاس انرژی، به جای الکترون-ولت (eV) که برای اتم‌ها به کار گرفته می‌شود، برحسب میلیون الکترون-ولت (MeV) است. هرگاه هسته‌ای از یک تراز به تراز با انرژی پایین‌تر گذار پیدا کند، فوتون گسیل شده عموماً در ناحیه‌ی پرتوی گامای طیف الکترومغناطیسی قرار دارد.

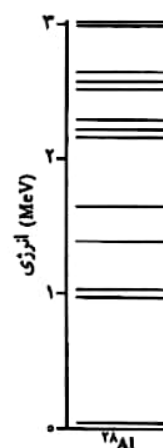
اسپین و مغناطیس هسته‌ای

بسیاری از نوکلیدها دارای یک تکانه‌ی زاویه‌ای هسته‌ای، یا اسپین، و یک گشتاور مغناطیسی هسته‌ای ذاتی همبسته به آن هستند. گرچه تکانه‌های زاویه‌ای هسته‌ای تقریباً به همان بزرگی تکانه‌های زاویه‌ای الکترون‌های اتمی هستند، ولی گشتاورهای مغناطیسی هسته‌ای بسیار کوچکتر از گشتاورهای مغناطیسی اتمی نوعی‌اند.

نیروی هسته‌ای

نیرویی که حرکت الکترون‌های اتمی را کنترل می‌کند، نیروی شناخته‌شده‌ی الکترومغناطیسی است. ولی برای پیوند هسته‌ها به یکدیگر، باید یک نیروی جاذبه‌ی هسته‌ای قوی از نوعی کاملاً متفاوت وجود داشته باشد که به حد کافی برای غلبه بر نیروی دافعه‌ی میان پروتون‌های هسته‌ای (با بار مثبت) قوی باشد و پروتون‌ها و نیز نوترون‌ها را در حجم هسته‌ای بسیار کوچکی پیوند دهد. نیروی هسته‌ای همچنین باید کوتاه‌برد باشد، زیرا نفوذ آن تا خیلی فراتر از "سطح" هسته‌ای ادامه ندارد.

دیدگاه کنونی این است که نیروی هسته‌ای که نوترون‌ها و پروتون‌ها را در هسته به هم پیوند می‌دهد، یک نیروی بنیادین طبیعت نیست، بلکه یک اثر ثانوی یا "سرریز" نیروی قوی است که کوارک‌ها را، برای تشکیل نوترون‌ها و پروتون‌ها، به یکدیگر می‌پیوندد. به ترتیب



شکل ۴۲-۸ ترازهای انرژی برای نوکلید ^{28}Al که از آزمایش‌های واکنش هسته‌ای نتیجه شده است.

بسیار مشابهی، نیروی جاذبه‌ی میان مولکول‌های خشتی، یک اثر سرریز از نیروی الکتریکی کولنی است که در داخل هر مولکول برای پیوند آن‌ها به یکدیگر، عمل می‌کند.



مسئله‌ی نمونه ۴۲-۰۲ انرژی بستگی بر نوکلئون

انرژی بستگی بر نوکلئون برای ^{120}Sn چقدر است؟

ایده‌های کلیدی

۱. طبق معادله‌ی ۴۲-۸ ($\Delta E_{\text{ben}} = \Delta E_{\text{be}} / A$)، انرژی بستگی بر نوکلئون ΔE_{ben} را در صورتی می‌توانیم بیابیم که نخست انرژی بستگی ΔE_{be} را به دست آوریم و سپس آن را بر تعداد نوکلئون‌های A ی هسته تقسیم کنیم.

۲. طبق معادله‌ی ۴۲-۷ ($\Delta E_{\text{be}} = \sum (mc^2) - Mc^2$)، ΔE_{be} را می‌توانیم با یافتن اختلاف بین انرژی جرمی Mc^2 ی هسته و انرژی جرمی کل $\sum (mc^2)$ نوکلئون‌های مجزایی که هسته را می‌سازند، به دست آوریم.

محاسبه‌ها: از جدول ۴۲-۱ درمی‌یابیم که هسته‌ی ^{120}Sn شامل ۵۰ پروتون ($Z=50$) و ۷۰ نوترون ($N=120-50=70$) است. بنابراین، باید تصور کنیم یک هسته‌ی ^{120}Sn به ۵۰ پروتون و ۷۰ نوترون خود جدا شده است.

$$(9-42) \quad ^{120}\text{Sn} (\text{هسته}) \rightarrow 50 \left(\begin{array}{c} \text{پروتون} \\ \text{مجزا} \end{array} \right) + 70 \left(\begin{array}{c} \text{نوترون} \\ \text{مجزا} \end{array} \right)$$

و سپس تغییر حاصل در انرژی جرمی را محاسبه کنیم.

برای انجام این محاسبه، به جرم‌های هسته‌ی ^{120}Sn ، پروتون، و نوترون نیاز داریم. ولی، چون اندازه‌گیری جرم یک اتم خشتی (هسته به‌علاوه‌ی الکترون‌ها) بسیار ساده‌تر از اندازه‌گیری جرم یک هسته تنه‌است، محاسبه‌ی انرژی‌های بستگی به‌طور معمول با جرم‌های اتمی صورت می‌پذیرد. بنابراین، معادله‌ی ۴۲-۹ را به گونه‌ای اصلاح می‌کنیم که اتم ^{120}Sn خشتی در طرف چپ آن قرار گیرد. برای این منظور، ۵۰ الکترون را (متناظر با ۵۰ پروتون هسته‌ی ^{120}Sn) به طرف چپ اضافه می‌کنیم. همچنین باید ۵۰ الکترون را به منظور متوازن ماندن معادله‌ی

مسئله‌ی نمونه ۴۲-۰۳ چگالی ماده‌ی هسته‌ای

می‌توانیم تصور کنیم که همه‌ی نوکلیدها از آمیزه‌ای از نوترون-پروتون ساخته شده‌اند که می‌شود آن را ماده‌ی هسته‌ای نامید.

ایده‌ی کلیدی

چگالی (متوسط) ρ هسته را می‌توانیم با تقسیم جرم کل آن بر حجمش به‌دست آوریم.

محاسبه‌ها: m را به‌عنوان جرم یک نوکلئون (یک پروتون یا یک نوترون،

۴۲-۹ به طرف راست اضافه کنیم. این ۵۰ الکترون می‌توانند برای تشکیل ۵۰ اتم هیدروژن خشتی، با ۵۰ پروتون ترکیب شوند. در این صورت خواهیم داشت

$$(10-42) \quad ^{120}\text{Sn} (\text{اتم}) \rightarrow 50 \left(\begin{array}{c} \text{اتم} \\ \text{H مجزای} \end{array} \right) + 70 \left(\begin{array}{c} \text{نوترون} \\ \text{مجزا} \end{array} \right)$$

در جدول ۴۲-۱، جرم M_{Sn} اتم ^{120}Sn برابر با 119.902197u ، جرم m_{H} اتم هیدروژن برابر با 1.007825u و جرم m_{n} نوترون برابر با 1.008665u است. بنابراین، معادله‌ی ۴۲-۷ چنین به‌دست می‌دهد

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{be}} &= \sum (mc^2) - Mc^2 \\ &= 50(m_{\text{H}}c^2) + 70(m_{\text{n}}c^2) - M_{\text{Sn}}c^2 \\ &= 50(1.007825\text{u})c^2 + 70(1.008665\text{u})c^2 \\ &\quad - (119.902197\text{u})c^2 \\ &= (1.095603\text{u})c^2 \\ &= (1.095603\text{u})(931.494\text{MeV/u}) \\ &= 1020.5\text{MeV} \end{aligned}$$

که در آن از معادله‌ی ۴۲-۵ ($c^2 = 931.494\text{MeV/u}$) برای تبدیل آسان یکاها استفاده کرده‌ایم. توجه کنید که استفاده از جرم‌های اتمی به جای جرم‌های هسته‌ای روی نتیجه اثر نمی‌گذارد، زیرا جرم ۵۰ الکترون در اتم ^{120}Sn از جرم الکترون‌ها در ۵۰ اتم هیدروژن کاسته می‌شود. اکنون معادله‌ی ۴۲-۸ انرژی بستگی بر نوکلئون را چنین به‌دست می‌دهد

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{ben}} &= \frac{\Delta E_{\text{be}}}{A} = \frac{1020.5\text{MeV}}{120} \\ &= 8.50\text{MeV/نوکلئون} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

زیرا این ذره‌ها دارای جرمی تقریباً برابرند) اختیار می‌کنیم. آنگاه جرم یک هسته شامل A نوکلئون برابر با Am می‌شود. حال فرض می‌کنیم که هسته کره‌ای به شعاع r است. پس حجم آن برابر با $\frac{4}{3}\pi r^3$ است، و می‌توانیم چگالی هسته را به‌صورت زیر بنویسیم

$$\rho = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

معادله‌ی ۳-۴۲ در نظر گرفت، برقرار است. آنگاه با استفاده از $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ به جای جرم m نوکلئون، داریم

$$\rho = \frac{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}{\frac{4}{3} \pi (1.2 \times 10^{-15} \text{ m})^3} \approx 2 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3 \quad (\text{پاسخ})$$

این تقریباً 2×10^{14} برابر چگالی آب، و همان چگالی ستارگان نوترونی است که فقط شامل نوترون‌اند.

شمع r با معادله‌ی ۳-۴۲ ($r = r_0 A^{1/3}$) داده می‌شود، که در آن r_0 برابر $1.2 \text{ fm} (= 1.2 \times 10^{-15} \text{ m})$ است. آنگاه، با قرار دادن به جای r خواهیم داشت

$$\rho = \frac{Am}{\frac{4}{3} \pi r_0^3 A} = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi r_0^3}$$

توجه کنید که A حذف شده است؛ بنابراین، این معادله برای چگالی ρ ، برای هر هسته‌ای که بتوان آن را به صورت کرمای به شمع داده‌شده با



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



۳-۴۲ واپاشی پرتوزا

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۱۶-۴۲ در هر زمان معین، رابطه‌ی بین آهنگ واپاشی R و تعداد N هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده را به کار بندید.
- ۱۷-۴۲ فعالیت را بشناسید.
- ۱۸-۴۲ بین بکرل (Bq)، کوری (Ci)، و تعداد بر واحد زمان تمیز قائل شوید.
- ۱۹-۴۲ بین نیمه‌عمر $T_{1/2}$ و عمر میانگین τ تمیز قائل شوید.
- ۲۰-۴۲ رابطه‌ی بین نیمه‌عمر $T_{1/2}$ ، عمر میانگین τ ، و ثابت فروپاشی λ را به کار بندید.
- ۲۱-۴۲ تشخیص دهید که در هر فرایند هسته‌ای، از جمله واپاشی پرتوزا، بار و تعداد نوکلئون‌ها پایسته می‌ماند.

- ۱۱-۴۲ توضیح دهید معنی واپاشی پرتوزا چیست و تشخیص دهید که آن یک فرایند کاتوره‌ای است.
- ۱۲-۴۲ ثابت فروپاشی (یا ثابت واپاشی) λ را بشناسید.
- ۱۳-۴۲ تشخیص دهید در هر لحظه‌ی معین، آهنگ dN/dt بی که با آن هسته‌های پرتوزا واپاشی می‌کنند متناسب با تعداد N هسته‌های پرتوزایی است که در آن موقع همچنان موجودند.
- ۱۴-۴۲ رابطه‌ای که تعداد N هسته‌های پرتوزا را بر حسب تابعی از زمان به دست می‌دهد، به کار بندید.
- ۱۵-۴۲ رابطه‌ای که آهنگ واپاشی R هسته‌های پرتوزا را بر حسب تابعی از زمان به دست می‌دهد، به کار بندید.

تکنیک‌های کلیدی

- بیشتر نوکلیدها به‌طور خودبه‌خود با آهنگ $R = dN/dt$ واپاشی می‌کنند که این آهنگ متناسب با تعداد N اتم‌های پرتوزای موجود است. ثابت تناسب، همان ثابت فروپاشی λ است.
- تعداد هسته‌های پرتوزا بر حسب تابعی از زمان با رابطه‌ی زیر داده می‌شود $N = N_0 e^{-\lambda t}$
- که در آن N_0 تعداد هسته‌ها در زمان $t = 0$ است.
- آهنگی که با آن هسته‌ها بر حسب تابعی از زمان واپاشی می‌کنند با رابطه‌ی

- زیر داده می‌شود $R = R_0 e^{-\lambda t}$
- که در آن R_0 ، این آهنگ در زمان $t = 0$ است.
- نیمه‌عمر $T_{1/2}$ و عمر میانگین τ معیارهایی برای میزان سرعت واپاشی هسته‌ای پرتوزا هستند و با رابطه‌ی زیر به هم مربوط می‌شوند $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2$

واپاشی پرتوزا

همان‌طور که شکل ۵-۴۲ نشان می‌دهد، اغلب نوکلیدهای شناخته‌شده، پرتوزا هستند. نوکلید پرتوزا به‌طور خودبه‌خود (تصادفی) ذره‌ای را گسیل می‌دارد و به نوکلید متفاوتی تبدیل می‌شود. بنابراین واپاشی پرتوزا نشان می‌دهد که قوانین حاکم بر جهان زیر اتمی، آماری‌اند. مثلاً در یک نمونه‌ی ۱ mg از فلز اورانیوم، با 2.5×10^{18} اتم از نوکلید پرتوزای با عمر بسیار بلند ^{238}U ، در هر ثانیه فقط حدود ۱۲ هسته با گسیل یک ذره‌ی آلفا واپاشی می‌کند و به یک هسته‌ی ^{234}Th تبدیل می‌شود. با این حال،



مطلقاً هیچ راهی وجود ندارد که پیش‌بینی کنیم آیا هر هسته‌ی معین در یک نمونه‌ی پرتوزا، در میان تعداد کوچکی از هسته‌هایی که در ثانیه‌ی بعدی واپاشی می‌کنند، حضور دارد یا خیر. همگی شانس برابری دارند.

گرچه نمی‌توانیم پیش‌بینی کنیم کدام هسته‌های نمونه واپاشی خواهند کرد، ولی می‌توانیم بگوییم که اگر نمونه‌ای شامل N هسته‌ی پرتوزا باشد، آنگاه آهنگی $(-dN/dt)$ که با آن هسته‌ها واپاشی خواهند کرد، متناسب با N است:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad (۱۱-۴۲)$$

که در آن λ ، ثابت فروپاشی (یا ثابت واپاشی) دارای یک مقدار مشخصه برای هر نوکلید پرتوزا است. یکای SI آن، وارون ثانیه (s^{-1}) است.

برای یافتن N به صورت تابعی از زمان t ، نخست معادله‌ی ۱۱-۴۲ را چنین مرتب می‌کنیم

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad (۱۲-۴۲)$$

حال اگر از دو طرف انتگرال بگیریم، خواهیم داشت

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_{t_0}^t dt$$

یا

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda(t - t_0) \quad (۱۳-۴۲)$$

که در این‌جا N_0 تعداد هسته‌های پرتوزای نمونه در زمان اولیه‌ی دلخواه t_0 است. قرار دادن $t_0 = 0$ و مرتب کردن دوباره‌ی معادله‌ی ۱۳-۴۲، چنین به دست می‌دهد

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t \quad (۱۴-۴۲)$$

با گرفتن تابع نمایی از دو طرف (تابع نمایی، پادتابع لگاریتم طبیعی است) خواهیم داشت

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

یا

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{واپاشی پرتوزا}) \quad (۱۵-۴۲)$$

که در آن N_0 تعداد هسته‌های پرتوزای نمونه در $t = 0$ و N تعداد هسته‌های باقیمانده در هر زمان بعدی t است. توجه کنید (برای مثال) لامپ‌های حبابی از چنین قانون واپاشی نمایی‌ای پیروی نمی‌کنند. اگر عمر ۱۰۰۰ لامپ را بیازماییم، توقع داریم که همه‌ی آن‌ها کم‌وبیش در زمان یکسانی "واپاشی" کنند (یعنی، بسوزند). واپاشی نوکلیدهای پرتوزا از قانون کاملاً متفاوتی پیروی می‌کند.

ما اغلب به آهنگ واپاشی $R (= -dN/dt)$ بیشتر از خود N علاقه‌مندیم. با مشتق‌گیری از معادله‌ی ۱۵-۴۲، درمی‌یابیم

$$R = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

یا

$$R = R_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{واپاشی پرتوزا}) \quad (۱۶-۴۲)$$

که شکل دیگری از قانون واپاشی پرتوزا (معادله‌ی ۱۵-۴۲) است. در این‌جا R_0 ، آهنگ واپاشی در زمان $t = 0$ و R آهنگ واپاشی در هر زمان بعدی t است. اکنون می‌توانیم معادله‌ی ۱۱-۴۲ را برحسب آهنگ واپاشی R نمونه به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$R = \lambda N \quad (۱۷-۴۲)$$

که در آن R و تعداد هسته‌های پرتوزای N که هنوز واپاشی نکرده‌اند باید در لحظه‌ی یکسانی تعیین شوند.

آهنگ واپاشی کل R نمونه‌ای از یک یا چند نوکلید پرتوزا، فعالیت آن نمونه نامیده می‌شود. یکای SI فعالیت، به افتخار هائری بکرل^۱، کاشف پرتوزایی، بکرل نامیده شده است:

$$۱ \text{ واپاشی بر ثانیه } = ۱ \text{ Bq} = ۱ \text{ بکرل}$$

یک یکای قدیمی تر، کوری، هنوز هم به کار می‌رود

$$۱ \text{ Ci} = ۳.۷ \times ۱۰^{۱۰} \text{ Bq} = ۱ \text{ کوری}$$

اغلب نمونه‌ی پرتوزا در نزدیکی آشکارسازی قرار می‌گیرد که همه‌ی فروپاشی‌هایی که در نمونه رخ می‌دهد را ثبت نمی‌کند. عددی که آشکارساز در این شرایط نشان می‌دهد متناسب با (و کوچکتر از) فعالیت واقعی نمونه است. چنین اندازه‌گیری‌های تناسبی‌ای از فعالیت، نه برحسب یکاهای بکرل بلکه به‌طور ساده برحسب شمارش بر واحد زمان گزارش می‌شوند.

طول عمرها. دو معیار زمانی متداول برای طول عمر نوکلیدهای پرتوزا وجود دارد. یک معیار، نیمه عمر $T_{1/2}$ یک نوکلید پرتوزاست، و آن زمانی است که در آن هم N و هم R به نیمی از مقدار اولیه‌ی خود کاهش پیدا می‌کنند. معیار دیگر، عمر میانگین (یا متوسط) τ است، و آن زمانی است که در آن هم N و هم R به e^{-1} از مقدار اولیه‌ی خود کاهش پیدا می‌کنند.

برای ربط دادن $T_{1/2}$ به ثابت فروپاشی λ ، در معادله‌ی ۱۶-۴۲ قرار می‌دهیم $R = \frac{1}{2}R_0$ و به جای t نیز $T_{1/2}$ را قرار می‌دهیم. از آن‌جا خواهیم داشت

$$\frac{1}{2} R_0 = R_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

با گرفتن لگاریتم طبیعی از دو طرف و حل آن برای $T_{1/2}$ ، به رابطه‌ی زیر می‌رسیم

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

به همین ترتیب، برای ربط دادن τ به λ ، در معادله‌ی ۱۶-۴۲ قرار می‌دهیم $R = e^{-1} R_0$ و به جای t نیز τ را قرار می‌دهیم، و آن را برای τ حل می‌کنیم و از آنجا چنین به دست می‌آوریم

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

این نتایج را با عبارت زیر خلاصه می‌کنیم:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2 \quad (۱۸-۴۲)$$

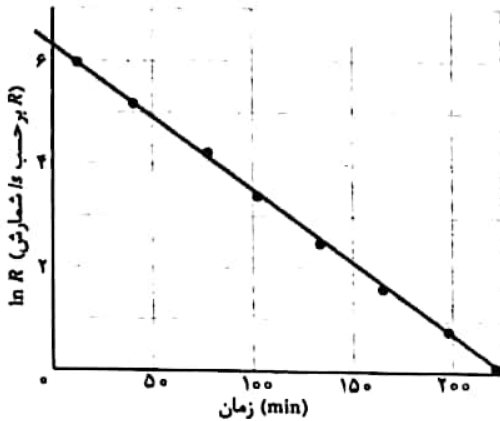
نکته‌ی واری ۲

نوکلید ^{۱۳۱}I با نیمه‌عمر ۸/۰۴ روز، پرتوزاست. در ظهر اول ژانویه، فعالیت یک نمونه‌ی معین برابر با ۶۰۰ Bq است. با استفاده از مفهوم نیمه عمر، بدون هرگونه محاسبه‌ای، تعیین کنید که آیا فعالیت در ظهر ۲۴ ژانویه، کمی کمتر از ۲۰۰ Bq ، کمی بیشتر از ۲۰۰ Bq ، کمی کمتر از ۷۵ Bq ، یا کمی بیشتر از ۷۵ Bq است؟

^۱ Henri Becquerel



مسئله‌ی نمونه ۴۲-۵۴. یافتن ثابت فروپاشی و نیمه‌عمر با استفاده از نمودار



شکل ۹-۴۲ نمودار نیم‌لگاریتمی از واپاشی یک نمونه ^{138}I ، بر مبنای داده‌های جدول.

شکل ۹-۴۲ نمودار $\ln R$ بر حسب t را برای اندازه‌گیری‌های داده شده، نشان می‌دهد. شیب این خط مستقیم که از نقطه‌های رسم شده می‌گذرد، برابر است با

$$\text{شیب} = \frac{0 - 6.2}{225 \text{ min} - 0} = -0.0276 \text{ min}^{-1}$$

بنابراین

$$-\lambda = -0.0276 \text{ min}^{-1}$$

یا

$$\lambda = 0.0276 \text{ min}^{-1} \approx 1.7 \text{ h}^{-1} \quad (\text{پاسخ})$$

زمان کاهش آهنگ واپاشی R به اندازه‌ی $1/2$ از طریق معادله‌ی ۱۸-۴۲ $(T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda)$ به ثابت فروپاشی λ مربوط است. از آن معادله درمی‌یابیم

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0.0276 \text{ min}^{-1}} \approx 25 \text{ min} \quad (\text{پاسخ})$$

فروپاشی را می‌توانیم با استفاده از معادله‌ی ۱۸-۴۲ $(T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda)$ به نیمه‌عمر معلوم $T_{1/2}$ مربوط کنیم.

محاسبه‌ها: با ترکیب معادله‌های ۱۸-۴۲ و ۱۷-۴۲ خواهیم داشت:

$$R = \frac{N_0 \cdot \ln 2}{T_{1/2}} \quad (20-42)$$

می‌دانیم که N_0 برابر با 0.117% از تعداد کل N اتم پتاسیم در موز

جدول زیر برخی از اندازه‌گیری‌های آهنگ واپاشی یک نمونه‌ی ^{138}I را نشان می‌دهد، که نوکلید پرتوزایی است که غالباً در مصارف پزشکی به عنوان ردیاب برای اندازه‌گیری آهنگی که پد توسط غده‌ی تیروئید جذب می‌شود، به کار گرفته می‌شود.

زمان (min)	R (شمارش/s)	زمان (min)	R (شمارش/s)
۴	۳۹۲.۲	۱۳۲	۱۰۹
۳۶	۱۶۱.۴	۱۶۴	۶۵.۶
۶۸	۶۵.۵	۱۹۶	۱۰۸.۶
۱۰۰	۲۶.۸	۲۱۸	۱۰.۰

ثابت فروپاشی λ و نیمه‌عمر $T_{1/2}$ را برای این نوکلید پرتوزا به دست آورید.

ایده‌های کلیدی

ثابت فروپاشی λ ، آهنگ نمایی‌ای را تعیین می‌کند که با آن آهنگ واپاشی R نسبت به زمان t کاهش می‌یابد (که با معادله‌ی ۱۶-۴۲، $R = R_0 e^{-\lambda t}$ ، نشان داده می‌شود). بنابراین، باید بتوانیم λ را با رسم اندازه‌گیری‌های R بر حسب زمان‌های اندازه‌گیری t ، تعیین کنیم. ولی به دست آوردن λ از نمودار R بر حسب t دشوار است، زیرا R طبق معادله‌ی ۱۶-۴۲، به طور نمایی با t کاهش پیدا می‌کند. یک راه‌حل عالی، تبدیل معادله‌ی ۱۶-۴۲ به تابعی خطی از t است. به گونه‌ای که بتوانیم λ را به سادگی به دست آوریم. برای این منظور، از دو طرف معادله‌ی ۱۶-۴۲، لگاریتم طبیعی می‌گیریم.

محاسبه‌ها: از آن‌جا چنین به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \ln R &= \ln(R_0 e^{-\lambda t}) = \ln R_0 + \ln(e^{-\lambda t}) \\ &= \ln R_0 - \lambda t \end{aligned} \quad (19-42)$$

چون معادله‌ی ۱۹-۴۲ به شکل $y = b + mx$ ، با b و m ثابت، است. بنابراین، معادله‌ای خطی است که کمیت $\ln R$ را بر حسب تابع t به دست می‌دهد. از این رو، اگر $\ln R$ را (به جای R) بر حسب t رسم کنیم، به خط مستقیمی می‌رسیم. افزون بر این، شیب این خط باید برابر با $-\lambda$ باشد.

مسئله‌ی نمونه ۴۲-۵۵. پرتوزایی پتاسیم در موز

از 600 mg پتاسیم در یک موز بزرگ، 0.117% آن پتاسیم پرتوزای ^{40}K ، با نیمه‌عمر $T_{1/2} = 1.25 \times 10^9 \text{ y}$ است. فعالیت موز چقدر است؟

ایده‌های کلیدی

(۱) با استفاده از معادله‌ی ۱۷-۴۲ می‌توانیم فعالیت R را به ثابت فروپاشی λ مربوط کنیم، اما آن را به صورت $R = \lambda N_0$ می‌نویسیم که در آن N_0 تعداد هسته‌های ^{40}K (و بنابراین اتم‌ها) در موز است. (۲) ثابت

با قرار دادن این مقدار به جای N_{P} و نیمه عمر معلوم $1/25 \times 10^9 \text{ y}$ به جای $T_{1/2}$ در معادله ی ۲۰-۴۲ خواهیم داشت

$$R = \frac{(1/0.81 \times 10^{18})(\ln 2)}{(1/25 \times 10^9 \text{ y})(3.16 \times 10^7 \text{ s/y})}$$

$$= 18.96 \text{ Bq} \approx 19.0 \text{ Bq} \quad (\text{پاسخ})$$

این حدود 0.51 nC است. بدن شما همواره حدود 160 g پتاسیم دارد. اگر محاسبات خود در این جا را تکرار کنیم، درخواهیم یافت که جزء ^{40}K این مقدار روزانه، فعالیتی برابر $5.06 \times 10^3 \text{ Bq}$ (یا $0.14 \mu\text{Ci}$) دارد. بنابراین، خوردن یک موز کمتر از ۱٪ به تابشی می افزاید که بدن شما روزانه از پتاسیم پرتوزا دریافت می کند.

است. با ترکیب دو معادله ای که تعداد مول های n پتاسیم در موز را به دست می دهد، می توانیم رابطه ای برای N بیابیم. از معادله ی ۱۹-۲، $n = N/N_A$ که N_A عدد آووگادرو ($6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$) و معادله ی ۱۹-۳، $n = M_{\text{sam}}/M$ که M_{sam} جرم نمونه (این جا 600 mg داده شده برای پتاسیم) و M جرم مولی پتاسیم است. با ترکیب این دو معادله و حذف n ، می توانیم چنین بنویسیم

$$N_{\text{P}} = (1/17 \times 10^{-2}) \frac{M_{\text{sam}} N_A}{M} \quad (21-42)$$

از پیوست ج درمی یابیم که جرم مولی پتاسیم 39.102 g/mol است. آنگاه معادله ی ۲۱-۴۲ چنین به دست می دهد

$$N_{\text{P}} = (1/17 \times 10^{-2}) \frac{(600 \times 10^{-3} \text{ g})(6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{39.102 \text{ g/mol}}$$

$$= 1.081 \times 10^{18}$$



مثال های تکمیلی، فیلم و تمرین های مفید در WileyPLUS



۴-۴۲ واپاشی آلفا

هدف های یادگیری

- ۴۲-۴۴ تغییر عدد اتمی Z و عدد جرمی A هسته ای را که دستخوش واپاشی آلفا می شود، تعیین کنید.
- ۴۲-۴۴ ذره ی آلفا و واپاشی آلفا را بشناسید.
- ۴۲-۴۴ برای یک واپاشی آلفای معین، تغییر جرم و مقدار Q واکنش را محاسبه کنید.

تکته ی کلیدی

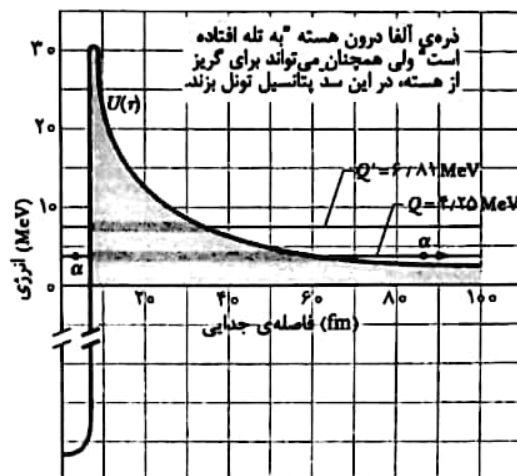
- برخی از نوکلیدها با گسیل یک ذره ی آلفا (یک هسته ی هلیوم، ^4He) واپاشی می کنند. این واپاشی که توسط یک سده انرژی پتانسیل بازداشته می شود باید از طریق تونل زنی رخ کند.

واپاشی آلفا

هرگاه هسته ای دستخوش یک واپاشی آلفا شود، با گسیل یک ذره ی آلفا (یک هسته ی هلیوم، ^4He)، به نوکلید متفاوتی تبدیل می شود. برای مثال، وقتی اورانیوم ^{238}U واپاشی آلفا می کند، به توریم ^{234}Th تبدیل می شود



این واپاشی آلفای ^{238}U می تواند به طور خودبه خودی (بدون یک چشمه ی خارجی انرژی) صورت بپذیرد، زیرا جرم کل محصولات واپاشی ^{234}Th و ^4He کمتر از جرم ^{238}U اولیه است. بنابراین، انرژی جرمی کل محصولات واپاشی کمتر از انرژی جرمی نوکلید اولیه است. همان طور که با معادله ی ۳۷-۵۰ ($Q = -\Delta mc^2$) تعریف شده است. در چنین فرایندی اختلاف بین انرژی جرمی اولیه و انرژی جرمی نهایی کل، مقدار Q ی فرایند نامیده می شود. برای یک واپاشی هسته ای، می گوئیم که اختلاف در انرژی جرمی برابر با انرژی فروپاشی Q واپاشی است. مقدار Q برای واپاشی در معادله ی ۲۲-۴۲ برابر 4.20 MeV است - می گوئیم این مقدار انرژی، بر اثر واپاشی آلفای ^{238}U با انتقال انرژی جرمی به انرژی جنبشی دو محصول واپاشی، آزاد شده است.



شکل ۴۲-۱۰ تابع انرژی پتانسیل برای گسیل یک ذره α توسط ^{238}U . خط افقی سیاه که $Q = 4.25 \text{ MeV}$ را مشخص کرده است، انرژی فروپاشی برای این فرایند را نشان می‌دهد. بخش ضخیم خاکستری این خط، آن فاصله‌های جدایی r بی را نمایش می‌دهد که از لحاظ کلاسیکی برای ذره α ممنوع هستند. ذره α ، با یک نقطه نشان داده شده است، هم در داخل این سد انرژی پتانسیل (در سمت چپ) و هم در خارج آن (در سمت راست)، پس از تونل زنی از سد. خط افقی سیاه که $Q' = 6.81 \text{ MeV}$ را مشخص کرده است، انرژی فروپاشی برای واپاشی ^{238}U را نشان می‌دهد (هر دو ایزوتوپ دارای تابع انرژی پتانسیل یکسانی هستند، زیرا بار هسته‌ای یکسانی دارند).

نیمه عمر ^{238}U برای این فرایند واپاشی برابر با $4.5 \times 10^9 \text{ y}$ است. چرا این قدر طولانی؟ اگر ^{238}U بتواند به این طریق واپاشی کند، چرا هر نوکلید ^{238}U در نمونه‌ای از اتم‌های ^{238}U فوراً واپاشی نمی‌کند؟ برای پاسخ به این پرسش‌ها، باید فرایند واپاشی α را بررسی کنیم.

مدلی را برمی‌گزینیم و در آن فرض می‌کنیم ذره α پیش از آنکه از هسته بگریزد، در داخل هسته وجود دارد (پیشتر تشکیل شده است). شکل ۴۲-۱۰ انرژی پتانسیل تقریبی $U(r)$ دستگاه شامل ذره α و هسته باقیمانده ^{234}Th را برحسب تابعی از فاصله جدایی r آن‌ها نشان می‌دهد. این انرژی، ترکیبی است از (۱) انرژی پتانسیل همبسته به نیروی هسته‌ای قوی (جاذبه‌ای) که داخل هسته عمل می‌کند و (۲) یک پتانسیل کولنی وابسته به نیروی الکتریکی (دافعه‌ای) که میان دو ذره پیش و پس از وقوع واپاشی عمل می‌کند.

خط افقی سیاه که $Q = 4.25 \text{ MeV}$ را مشخص می‌کند، انرژی فروپاشی برای این فرایند را نشان می‌دهد. اگر فرض کنیم که این خط، کل انرژی ذره α را در چنین فرایند واپاشی‌ای نشان می‌دهد، آنگاه آن بخش منحنی $U(r)$ که بالای این خط است، یک سد انرژی پتانسیل مانند شکل ۴۲-۱۰ را تشکیل می‌دهد. در این سد نمی‌توان نفوذ کرد. اگر ذره α می‌توانست در یک فاصله r در داخل این سد باشد، آنگاه انرژی پتانسیل U ی آن از انرژی کل E ی آن فراتر می‌رفت. این، از لحاظ کلاسیکی، بدان معنی است که انرژی جنبشی K (که برابر با $E - U$ است) باید منفی می‌بود که یک وضعیت ناممکن است.

تونل زنی. اکنون می‌توانیم دریابیم که چرا ذره α بی‌درنگ از هسته ^{238}U گسیل نمی‌شود. این هسته توسط یک سد پتانسیل بزرگ در بر گرفته شده است - که اگر آن را در سه بُعد تصور کنید - حجم میان دو پوسته‌ی کروی (به شعاع‌های تقریبی 8 fm و 60 fm) را اشغال می‌کند. این استدلال به حدی متقاعدکننده است که اکنون پرسش آخر خود را تغییر می‌دهیم و چنین می‌پرسیم: چون به نظر می‌رسد که ذره برای همیشه در داخل هسته توسط سد به تله افتاده است، پس چگونه است که هسته ^{238}U همواره یک ذره α گسیل می‌دارد؟ پاسخ

این است، همان‌طور که در بخش ۳۸-۹ دیدیم، احتمال معینی وجود دارد که یک ذره بتواند از یک سد انرژی که از لحاظ کلاسیکی نفوذ ناپذیر است، تونل بزند. در واقع، واپاشی آلفا به عنوان نتیجه‌ای از تونل‌زنی در سد، رخ می‌دهد.

نیمه‌عمر بسیار بلند ^{238}U حاکی از آن است که این سد، ظاهراً "نشتی" زیادی ندارد. ذره‌ی آلفا، که فرض شده است به‌طور سریع و مداوم داخل هسته به عقب و جلو می‌رود، باید پیش از آنکه موفق به تونل‌زنی در سد شود، حدود 10^{28} بار به سطح داخلی سد برسد. این، در حدود 10^{21} بار در ثانیه برای تقریباً 4×10^9 سال (عمر کره‌ی زمین) است! البته، ما که در بیرون انتظار می‌کشیم، فقط آن ذره‌های آلفایی را می‌توانیم بشماریم که موفق به فرار شده‌اند، بی‌آنکه بتوانیم بگوییم چه چیز در داخل هسته رخ داده است.

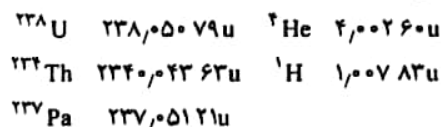
این توضیح واپاشی آلفا را می‌توانیم با بررسی گسیلنده‌های آلفای دیگری بیازماییم. به عنوان مثالی بسیار متمایز با قبلی، واپاشی آلفا از ایزوتوپ دیگر اورانیوم، ^{234}U را در نظر بگیرید که دارای انرژی فروپاشی $Q' = 6.81 \text{ MeV}$ است، حدود ۶۰٪ بیشتر از انرژی فروپاشی ^{238}U (مقدار Q' نیز به صورت یک خط افقی سیاه در شکل ۴۲-۱۰ نشان داده شده است). از بخش ۳۸-۹ به یاد آورید که ضریب تراگیل (عبور) از یک سد به تغییرات کوچک در انرژی کل ذره‌ای که می‌خواهد در آن نفوذ کند، بسیار حساس است. بنابراین، توقع داریم واپاشی آلفا برای این نوکلید به‌طور بسیار آسان‌تری نسبت به ^{238}U رخ دهد. در واقع، چنین هم هست. همان‌طور که جدول ۴۲-۲ نشان می‌دهد، نیمه‌عمر آن فقط ۹۱ دقیقه است! افزایش Q با ضریب فقط ۱/۶، به کاهش نیمه‌عمر (یعنی در تأثیر سد) با ضریب 3×10^{14} می‌انجامد. این در واقع میزان حساسیت است.

جدول ۴۲-۲ مقایسه‌ی دو گسیلنده‌ی آلفا

نیمه‌عمر	Q	نوکلید پرتوزا
$4.5 \times 10^9 \text{ y}$	4.25 MeV	^{238}U
9.1 min	6.81 MeV	^{234}U

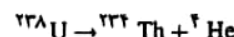
مسئله‌ی نمونه ۴۲-۵۶. مقدار Q در یک واپاشی آلفا، با استفاده از جرم

جرم‌های اتمی زیر داده شده است:



که در این جا Pa نماد عنصر پروتاکتینیوم ($Z=91$) است.

(الف) انرژی آزادشده در حین واپاشی ^{238}U را محاسبه کنید. فرایند واپاشی به این قرار است



ضمناً توجه کنید که چگونه بار هسته‌ای در این معادله پایسته است: جمع عددهای اتمی توریم (۹۰) و هلیوم (۲)، عدد اتمی اورانیوم (۹۲) را به دست می‌دهد. تعداد نوکلئون‌ها نیز پایسته است: $238 = 234 + 4$.

ایده‌ی کلیدی

انرژی آزادشده در واپاشی برابر با انرژی فروپاشی Q است، که می‌توانیم

آن را از تغییر جرم ΔM ناشی از واپاشی ^{238}U محاسبه کنیم.

محاسبه‌ها: به این منظور، از معادله‌ی ۳۷-۵۰ استفاده می‌کنیم

$$Q = M_i c^2 - M_f c^2 \quad (23-42)$$

که در آن جرم اولیه‌ی M_i مربوط به ^{238}U و جرم نهایی M_f ، مجموع جرم‌های ^{234}Th و ^4He است. با استفاده از جرم‌های اتمی داده شده در صورت مسئله، معادله‌ی ۴۲-۲۳ چنین می‌شود

$$\begin{aligned} Q &= (238.05079 \text{ u})c^2 - (234.04363 \text{ u} + 4.00260 \text{ u})c^2 \\ &= (0.00456 \text{ u})c^2 = (0.00456 \text{ u})(931.494 \text{ MeV/u}) \\ &= 4.25 \text{ MeV} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

توجه کنید که استفاده از جرم‌های اتمی به جای جرم‌های هسته‌ای، بر نتیجه اثر نمی‌گذارد، زیرا جرم کل الکترون‌های محصول‌های واپاشی، از جرم نوکلئون‌ها + الکترون‌ها در ^{238}U اولیه کم می‌شود.

واپاشی

$$^{237}_{90}\text{Po} + ^{1}_{0}\text{H} \rightarrow ^{238}_{91}\text{Pa}$$

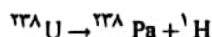
از جرم ^{238}U به اندازه $\Delta m = 0.00825\text{u}$ زیادتر است که این معادل انرژی فروپاشی

$$Q = -7.68\text{MeV}$$

است. علامت منفی حاکی از آن است که پیش از آنکه هسته ^{238}U یک پروتون گسیل کند باید 7.68MeV به آن اضافه کنیم؛ پس این فرایند یقیناً به‌طور خودبه‌خودی رخ نخواهد داد.

(ب) نشان دهید ^{238}U نمی‌تواند به‌طور خودبه‌خودی یک پروتون گسیل کند. یعنی، پروتون‌ها به رغم دفعه‌ی پروتون - پروتون درون هسته، به بیرون هسته نشت نمی‌کنند.

حل: اگر این وضعیت رخ دهد، فرایند واپاشی چنین خواهد بود



(باید بررسی کنید که هم بار هسته‌ای و هم تعداد نوکلئون‌ها در این فرایند پایسته‌اند). با استفاده از همان ایده‌ی کلیدی قسمت (الف) و مرحله‌هایی که در آن‌جا به انجام رسانیدیم، درخواهیم یافت که جرم دو محصول



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS

۴۲-۵ واپاشی بتا

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۴۲-۲۶ دو نوع ذره‌ی بتا و دو نوع واپاشی بتا را بشناسید.

۴۲-۲۷ نوترینو را بشناسید.

۴۲-۲۹ برای یک واپاشی بتای معین، تغییر جرم و مقدار Q واکنش را محاسبه کنید.

۴۲-۳۰ تغییر عدد اتمی Z هسته‌ای را که دستخوش واپاشی بتا می‌شود تعیین کنید و تشخیص دهید که عدد جرمی A تغییر نمی‌کند.

۴۲-۲۸ توضیح دهید چرا ذره‌ها در واپاشی بتا با گستره‌ای از انرژی‌ها گسیل می‌شوند.

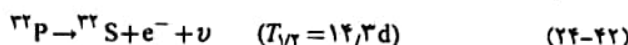
نکته‌های کلیدی

• ذره‌های گسیل‌شده در انرژی فروپاشی شریک‌اند. برخی اوقات نوترینو بیشتر انرژی را کسب می‌کند و برخی اوقات الکترون یا پوزیترون.

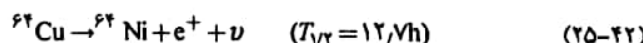
• در واپاشی بتا، یک الکترون یا یک پوزیترون توسط یک هسته، همراه با یک نوترینو گسیل می‌شود.

واپاشی بتا

به هسته‌ای که به‌طور خودبه‌خودی با گسیل یک الکترون یا یک پوزیترون (ذره‌ی باردار مثبتی با جرم یک الکترون) واپاشی کند، گفته می‌شود که دستخوش واپاشی بتا شده است. این واپاشی مانند واپاشی آلفا، فرایندی خودبه‌خود، با انرژی فروپاشی و نیمه‌عمر معین است. دوباره همانند واپاشی آلفا، واپاشی بتا فرایندی آماری است که معادله‌های ۴۲-۱۵ و ۴۲-۱۶ بر آن حاکم‌اند. در واپاشی بتا-منفی (β^-)، الکترون توسط هسته گسیل می‌شود، مانند واپاشی



در واپاشی بتا-مثبت (β^+)، یک پوزیترون توسط هسته گسیل می‌شود، مانند واپاشی



نماد ν نشان‌دهنده‌ی نوترینو است، یک ذره‌ی خنثی که جرم بسیار کوچکی دارد و از هسته در حین فرایند واپاشی [بتا] همراه با الکترون و پوزیترون گسیل می‌شود، نوترینوها فقط به‌طور خیلی ضعیفی با ماده برهم‌کنش می‌کنند و - به همین دلیل - آن‌ها که برای زمانی طولانی ناپیدا بودند، با دشواری فوق‌العاده زیادی آشکارسازی می‌شوند.

• واپاشی بتا همچنین شامل گیراندازی الکترون است، که در آن هسته با جذب یکی از الکترون‌های اتمی خود، یک نوترینو را در این فرایند گسیل می‌دارد. ما در این‌جا این فرایند را در نظر نمی‌گیریم. همچنین، ذره‌ی خنثای گسیل‌شده در فرایند واپاشی معادله‌ی ۴۲-۲۴ درواقع یک پادنوترینو است، تمایزی که در این بحث مقدماتی در نظر نخواهیم گرفت.

هم بار و هم عدد نوکلئونی در دو فرایند بالا پایسته‌اند. مثلاً، در واپاشی معادله‌ی ۲۴-۴۲، برای پایستگی بار می‌توانیم بنویسیم

$$(+15e) = (+16e) + (-e) + (0)$$

زیرا ^{32}P دارای ۱۵ پروتون، ^{32}S دارای ۱۶ پروتون، و نوترینو ν بدون بار است. به همین ترتیب، برای پایستگی نوکلئون می‌توانیم چنین بنویسیم

$$(32) = (32) + (0) + (0)$$

زیرا ^{32}P و ^{32}S هر یک دارای ۳۲ نوکلئون‌اند، و الکترون و نوترینو هیچ‌کدام نوکلئون نیستند. ممکن است عجب به نظر برسد که هسته‌ها می‌توانند الکترون، پوزیترون و نوترینو گیل کنند، زیرا گفته‌ایم که هسته‌ها فقط از نوترون‌ها و پروتون‌ها ساخته شده‌اند. ولی، پیشتر دیدیم که اتم‌ها، فوتون گیل می‌کنند، و ما یقیناً نمی‌گوییم که اتم‌ها "محتوی" فوتون هستند. بلکه می‌گوییم فوتون‌ها در حین فرایند گیل ایجاد شده‌اند.

به همین ترتیب، الکترون‌ها، پوزیترون‌ها، و نوترینوها در حین واپاشی بتا از هسته‌ها گیل می‌شوند. آن‌ها در حین فرایند گیل ایجاد می‌شوند. برای واپاشی بتا-منفی، یک نوترون در داخل هسته بتا به واکنش زیر، به یک پروتون تبدیل می‌شود



برای واپاشی بتا-مثبت، یک پروتون از طریق واکنش زیر به یک نوترون تبدیل می‌شود



این فرایندها نشان می‌دهند که چرا عدد جرمی A یک نوکلید که واپاشی بتا کرده است، تغییر نمی‌کند؛ یکی از نوکلئون‌های سازنده‌ی آن مشخصه‌ی خود را بتا به معادله‌ی ۲۶-۴۲ یا ۲۷-۴۲ به‌سادگی تغییر می‌دهد.

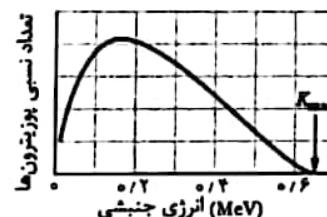
در هر دو واپاشی آلفا و واپاشی بتا، مقدار انرژی یکسانی در هر واپاشی مجزای یک نوکلید پرتوزای خاص آزاد می‌شود. در واپاشی آلفای یک نوکلید پرتوزای خاص، هر ذره‌ی آلفای گیل‌شده دارای انرژی جنبشی کاملاً معین یکسانی است. ولی در واپاشی بتا-منفی معادله‌ی ۲۶-۴۲ که با گیل الکترون همراه است، انرژی Q ی فروپاشی - با نسبت‌های متفاوت- میان الکترون و نوترینوی گیل‌شده تقسیم می‌شود. گاهی، الکترون تقریباً همه‌ی این انرژی را به‌دست می‌آورد، و گاهی نوترینو. ولی در همه‌ی موارد، مجموع انرژی الکترون و انرژی نوترینو، مقدار Q ی یکسانی را به‌دست می‌دهد. تقسیم انرژی مشابهی، با مجموعی برابر با Q ، در واپاشی بتا-مثبت (معادله‌ی ۲۷-۴۲) رخ می‌دهد.

بنابراین، در واپاشی بتا، انرژی الکترون‌ها یا پوزیترون‌های گیل‌شده می‌تواند در گستره‌ای از صفر تا بیشینه‌ی معین $K_{\max}$ قرار داشته باشد. شکل ۱۱-۴۲، توزیع انرژی‌های پوزیترون را برای واپاشی بتای ^{64}Cu (معادله‌ی ۲۵-۴۲ را ببینید) نشان می‌دهد. بیشینه‌ی انرژی پوزیترون $K_{\max}$ باید برابر با انرژی فروپاشی Q باشد، زیرا هنگامی که پوزیترون انرژی $K_{\max}$ را دارد، نوترینو تقریباً دارای انرژی صفر است:

$$Q = K_{\max} \quad (28-42)$$

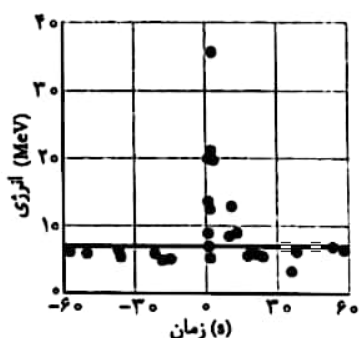
نوترینو

ولفگانگ پاولی^۱ برای نخستین بار وجود نوترینوها را در سال ۱۹۳۰ پیشنهاد کرد. فرضیه‌ی نوترینوی او نه تنها درک توزیع انرژی الکترون‌ها یا پوزیترون‌ها در واپاشی بتا را ممکن



شکل ۱۱-۴۲ توزیع انرژی‌های جنبشی پوزیترون‌های گیل‌شده در واپاشی بتای ^{64}Cu . بیشینه‌ی انرژی جنبشی توزیع ($K_{\max}$) برابر با ۰٫۶۵۳ MeV است. در همه‌ی رویدادهای واپاشی ^{64}Cu ، این انرژی میان پوزیترون و نوترینو، با نسبت‌های متفاوت، به اشتراک گذاشته می‌شود. محصل‌ترین انرژی برای یک پوزیترون گیل‌شده حدود ۰٫۱۵ MeV است.

^۱ Wolfgang Pauli



شکل ۴۲-۱۷: فوران نوترینوهای حاصل از آبرنواختر SN 1987 A که در زمان (نسی) صفر رخ داده است، از نوترینوهای زمینه‌ی معمول متمایز است. (برای نوترینوها، ۱۰ تا یک "فوران" است). این ذره‌ها توسط یک آشکارساز بسیار پیشرفته که در اعماق معدنی در ژاپن جاسازی شده بود، آشکارسازی شدند. این آبرنواختر فقط در نیمکره‌ی جنوبی قابل دیدن است؛ بنابراین، نوترینوها برای رسیدن به آشکارساز باید از کره‌ی زمین (یک مانع کم اهمیت برای آن‌ها) نفوذ کرده باشند.

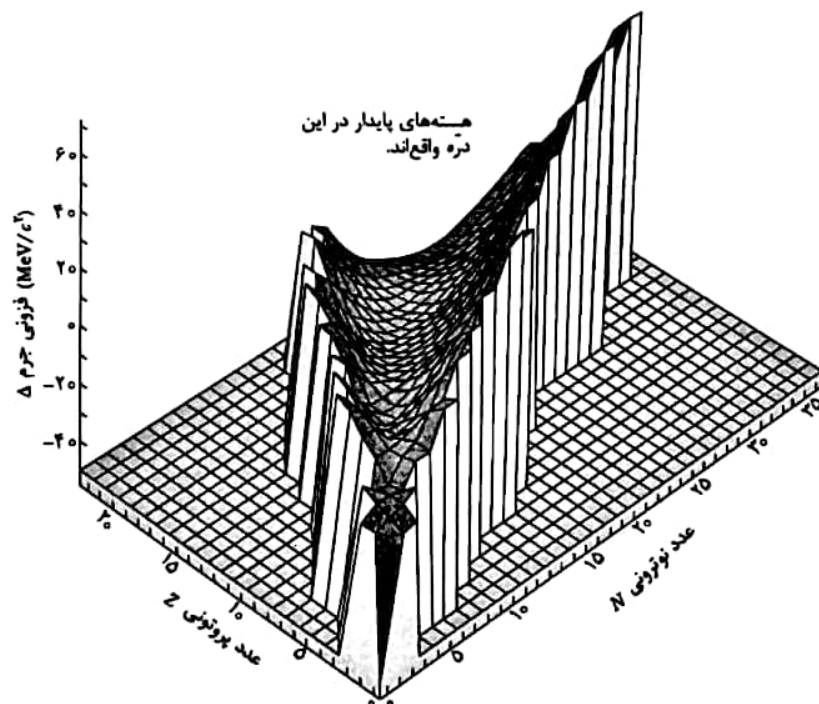
ساخت، بلکه معمای قدیمی واپاشی بتا دربارهِ تکانه‌ی زاویه‌ای "گم شده" را نیز حل کرد. نوترینو واقعاً یک ذره‌ی فراری است؛ محاسبه شده است که پویش آزاد میانگین یک نوترینوی پُرانرژی در آب کمتر از چند هزار سال نوری نیست. با این حال، نوترینوهای به جای مانده از مه‌بانگ که احتمالاً نشانی از آفرینش عالم را دارند، فراوان‌ترین ذره‌های فیزیک هستند. میلیاردها از این ذره‌ها، در هر ثانیه از بدن ما می‌گذرند، بی‌آنکه ردی از خود برجای بگذارند.

به‌رغم فراری بودن آن‌ها، نوترینوها در آزمایشگاه آشکار شده‌اند. نخستین بار رینز^۱ و کوان^۲ در سال ۱۹۵۳، با استفاده از نوترینوهای تولیدشده در یک راکتور پر قدرت هسته‌ای، آن‌ها را آشکار کردند. (در سال ۱۹۹۵، رینز به خاطر این کار موفق به اخذ جایزه‌ی نوبل فیزیک شد.) با وجود دشواری‌های آشکارسازی نوترینوها، امروزه فیزیک نوترینوی آزمایشگاهی یکی از شاخه‌های بسیار توسعه‌یافته‌ی فیزیک تجربی با کارورزانی مشتاق در آزمایشگاه‌هایی در سرتاسر جهان است.

خورشید از کره‌ی هسته‌ای واقع در هسته‌ی مرکزی خود به میزان فراوانی نوترینو گسیل می‌کند، و شب‌هنگام، این فرستاده‌ها از مرکز خورشید بالا می‌آیند و با توجه به این‌که کره‌ی زمین تقریباً به‌طور کامل برای آن‌ها شفاف است، از پایین به ما می‌رسند. در فوریه ۱۹۸۷، نور حاصل از یک ستاره‌ی در حال انفجار در *اَبیر مائزلانی* بزرگ (یک کهکشان نزدیک به ما) پس از طی مسیری به مدت ۱۷۰۰۰۰ سال به زمین رسید. تعداد بی‌شماری نوترینو در این انفجار تولید شده بود، و حدود ۱۰ تای آن‌ها توسط آشکارساز نوترینوی بسیار حساسی در ژاپن به تله افتادند؛ شکل ۴۲-۱۲ ثبتی از عبور آن‌ها را نشان می‌دهد.

پرتوزایی و نقشه‌ی نوکلیدی

میزان اطلاعات قابل حصول از نقشه‌ی نوکلیدی شکل ۴۲-۵ را می‌توانیم با افزودن یک محور سوم که فزونی جرمی Δ را برحسب یکای MeV/c^2 نشان می‌دهد، افزایش دهیم. افزودن چنین محوری، شکل ۴۲-۱۳ را به‌دست می‌دهد که درجه‌ی پایداری هسته‌ای نوکلیدها را



شکل ۴۲-۱۳: بخشی از دره‌ی نوکلیدها، که فقط نوکلیدهای کم‌جرم را نشان می‌دهد. دوتریوم، تریتیوم، و هلیوم در نزدیکی انتهای نمودار، و هلیوم در بالاترین نقطه قرار دارند. دره با دور شدن از ما، تا نقطه‌ی توقف منحنی در حوالی $Z = 22$ و $N = 35$ کشیده می‌شود. نوکلیدهایی با مقدار بزرگ Δ ، که باید خیلی دورتر از دره رسم شوند، می‌توانند با گسیل‌های مکرر آلفا و با شکافت (تقسیم شدن یک نوکلید) به این دره واپاشی کنند.

آشکار می‌سازد. برای نوکلیدهای کم‌جرم، یک "دره‌ی نوکلیدها" با نوار پایداری شکل ۴۲-۵ را به‌دست می‌آوریم که تا پایین آن امتداد دارد. نوکلیدهای واقع در طرف پُرپروتون دره با گسیل پوزیترون، و نوکلیدهای واقع در طرف پُرنوترون دره با گسیل الکترون، واپاشی می‌کنند.

نکته‌ی واری ۳

^{238}U با گسیل یک ذره‌ی آلفا به ^{234}Th واپاشی می‌کند. این واپاشی با زنجیره‌ای از واپاشی‌های پرتوزای بیشتر، یا با واپاشی آلفا یا با واپاشی بتا، ادامه می‌یابد. سرانجام پس از آنکه یک نوکلید پایدار حاصل شد، دیگر هیچ واپاشی پرتوزای بیشتری امکان‌پذیر نیست. کدام‌یک از نوکلیدهای پایدار زیر محصول نهایی زنجیره‌ی واپاشی پرتوزای ^{238}U است: ^{206}Pb ، ^{208}Pb ، ^{209}Pb (رهنمایی: با درنظر گرفتن تغییرات عدد جرمی A برای دو نوع واپاشی، می‌توانید تصمیم بگیرید).

مسئله‌ی نمونه ۴۲-۷. مقدار Q در واپاشی بتا، با استفاده از جرم‌ها

انرژی فروپاشی Q را برای واپاشی بتای ^{32}P ، که با معادله‌ی ۴۲-۲۴ توصیف می‌شود، محاسبه کنید. جرم‌های اتمی مورد نیاز عبارت‌اند از: ^{32}P برای 31.97391u و ^{32}S برای 31.97207u . کمیت‌های داخل پرانتز، جرم‌های اتمی ^{32}S و ^{32}P هستند؛ بنابراین، داریم

$$\Delta m = m_S - m_P$$

پس درمی‌یابیم که اگر فقط جرم‌های اتمی را کم کنیم، جرم الکترون گسیل‌شده به‌طور خودکار به حساب آورده می‌شود. (این روش برای گسیل پوزیترون کارساز نخواهد بود.)

بنابراین، انرژی فروپاشی برای واپاشی ^{32}P چنین می‌شود

$$\begin{aligned} Q &= -\Delta mc^2 \\ &= -(31.97207\text{u} - 31.97391\text{u})(931.494013\text{MeV/u}) \\ &= 1.71\text{MeV} \end{aligned}$$

به‌طور تجربی ثابت می‌شود که این کمیت محاسبه‌شده باید برابر با K_{max} باشد، یعنی انرژی بیشینه‌ای که الکترون گسیل‌شده می‌تواند داشته باشد. گرچه 1.71MeV در هر بار واپاشی هسته‌ی ^{32}P آزاد می‌شود، با این حال برای هر مورد، الکترون اساساً انرژی کمتری از این مقدار حمل می‌کند. نوترینو، کل انرژی باقی‌مانده را به‌دست می‌آورد و با حمل آن، دزدکی از آزمایشگاه بیرون می‌زند.

محاسبه‌ها: Q با معادله‌ی ۳۷-۵۰ ($Q = -\Delta mc^2$) داده می‌شود ولی باید مواظب تمایز میان جرم‌های هسته‌ای (که آن‌ها را نمی‌شناسیم) و جرم‌های اتمی (که آن‌ها را می‌شناسیم) باشیم. از نمادهای پررنگ m_P و m_S برای نشان دادن جرم‌های هسته‌ای ^{32}P و ^{32}S ، و از نمادهای ایتالیک m_P و m_S برای نشان دادن جرم‌های اتمی استفاده می‌کنیم. آنگاه می‌توانیم تغییر جرم برای واپاشی معادله‌ی ۴۲-۲۴ را چنین بنویسیم

$$\Delta m = (m_S + m_e) - m_P$$

که در آن m_e ، جرم الکترون است. اگر $15m_e$ را به طرف راست این معادله، اضافه و کم بکنیم، خواهیم داشت

$$\Delta m \equiv (m_S + 16m_e) - (m_P + 15m_e)$$

۴۲-۶. عمرسنجی پرتوزا

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۴۲-۳۱ معادله‌های واپاشی پرتوزا را برای تعیین سن سنگ‌ها و اشیای باستانی به‌کار بندید.

۴۲-۳۲ توضیح دهید چگونه عمرسنجی پرتوزا می‌تواند برای تعیین سن نمونه‌های زیستی به‌کار روند.

نکته‌ی کلیدی

• نوکلیدهایی که به‌طور طبیعی واپاشی می‌کنند وسیله‌ای برای تخمین زمان‌های تاریخی و رویدادهای ماقبل تاریخ فراهم می‌کنند. مثلاً، عمر مواد آلی را اغلب می‌توان با اندازه‌گیری ^{14}C موجود در آن‌ها به دست آورد، و نمونه‌های سنگی را می‌توان با استفاده از ^{40}K پرتوزا، عمرسنجی کرد.





پارهای از کیهان‌های بحرالیت و غارهایی که از آن‌ها این کیهان به دست آمده‌اند.

عمرسنجی پرتوزا

اگر نیمه‌عمر یک نوکلید پرتوزای معین را بدانیم، اصولاً می‌توانیم از واپاشی آن نوکلید پرتوزا به عنوان ساعتی برای اندازه‌گیری بازه‌های زمانی استفاده کنیم. مثلاً، واپاشی نوکلیدهای با عمر بسیار بلند می‌تواند برای اندازه‌گیری عمر سنگ‌ها- یعنی، زمانی که از لحظه‌ی تشکیل آن‌ها سپری شده است- به کار گرفته شود. چنین اندازه‌گیری‌هایی برای سنگ‌های کوهی زمین و ماه، و برای شهاب‌سنگ‌ها، سن بیشینه‌ی سازگاری در حدود 4.5×10^9 را برای این اجسام به دست می‌دهد. برای مثال، نوکلید پرتوزای ^{40}K به نوکلید ^{40}Ar واپاشی می‌کند، که یک ایزوتوپ پایدار گاز بی‌اثر آرگون است. نیمه‌عمر این واپاشی 1.25×10^9 است. اندازه‌گیری نسبت ^{40}K به ^{40}Ar ، یافت‌شده در سنگ مورد بررسی، می‌تواند برای محاسبه‌ی سن آن سنگ مورد استفاده قرار گیرد. واپاشی‌های بلندعمر دیگر، از قبیل واپاشی ^{235}U به ^{207}Pb (که شامل تعدادی مرحله‌ی میانی است)، می‌تواند برای تأیید این محاسبه به کار گرفته شود.

برای اندازه‌گیری بازه‌های زمانی کوتاه‌تر، در گستره‌ی تاریخی مورد نظر، نشان داده شده است که عمرسنجی با کربن پرتوزا بسیار ارزشمند است. نوکلید پرتوزای ^{14}C (با $T_{1/2} = 5730$ سال)، هنگامی که نیتروژن جو توسط پرتوهای کیهانی بمباران می‌شود، با آهنگ ثابتی در جو فوقانی تولید می‌گردد. این کربن پرتوزا با کربنی که به‌طور طبیعی در جو وجود دارد (مانند CO_2) می‌آمیزد، به گونه‌ای که به ازای هر 10^{12} اتم ^{12}C پایدار معمولی، تقریباً یک اتم ^{14}C وجود دارد. از طریق فعالیت‌های زیستی از قبیل فوتوسنتز و تنفس، اتم‌های کربن جو به‌طور کاتوره‌ای مکان خود را، یک اتم در هر لحظه، با اتم‌های کربن در هر موجود زنده، از قبیل کلم، قارچ‌ها، پنگوئن‌ها و انسان‌ها، عوض می‌کنند. سرانجام یک توازن تبادلی به دست می‌آید که در آن اتم‌های کربن هر موجود زنده شامل کسر کوچک ثابتی از نوکلید پرتوزای ^{14}C است.

این توازن تا هنگامی دوام می‌آورد که موجود، زنده باشد. وقتی یک موجود زنده می‌میرد، تبادل با جو متوقف می‌شود و چون دیگر کربن پرتوزای گیرافتاده در موجود، دوباره جایگزین نمی‌شود، مقدار آن با نیمه‌عمر 5730 سال رو به کاهش می‌گذارد. با اندازه‌گیری مقدار کربن پرتوزا در هر گرم ماده‌ی آلی، می‌توان زمان سپری شده از هنگام مرگ موجود را اندازه گرفت. زغال چوب‌های به جای مانده از آتش‌های کاروان قدیمی، کتیبه‌های بحرال‌میت (درواقع، پارچه‌ای که برای بستن سر کوزه‌های شیشه‌ای که در آن کتیبه‌ها نگهداری می‌شد) و بسیاری از دست- ساخته‌های پیش از تاریخ به این طریق عمرسنجی شده‌اند.

مسئله‌ی نمونه ۴۲-۸. عمرسنجی پرتوزای تخته‌سنگی از ماه

که در آن t عمر تخته‌سنگ است. (۲) به ازای هر اتم پتاسیم که واپاشی کند، یک اتم آرگون تولید می‌شود، بنابراین، تعداد اتم‌های آرگون موجود در زمان تحلیل عبارت است از

$$N_{\text{Ar}} = N_0 - N_K \quad (30-42)$$

محاسبه‌ها: N_0 را نمی‌توان اندازه گرفت؛ پس باید آن را از معادله‌های ۴۲-۲۹ و ۴۲-۳۰ حذف کنیم؛ پس از کمی عملیات جبری، درمی‌یابیم

$$\lambda t = \ln \left(1 + \frac{N_{\text{Ar}}}{N_K} \right) \quad (31-42)$$

که در آن N_{Ar} / N_K را می‌توان اندازه گرفت. با حل این معادله برای t و استفاده از معادله‌ی ۴۲-۱۸ برای جایگزینی λ با $(\ln 2) / T_{1/2}$ خواهیم

در یک نمونه‌ی سنگی از ماه، نسبت تعداد اتم‌های ^{40}Ar (پایدار) موجود به تعداد اتم‌های ^{40}K (پرتوزا) برابر با $10/3$ است. فرض کنید همه‌ی اتم‌های آرگون توسط واپاشی اتم‌های پتاسیم، با نیمه‌عمر 1.25×10^9 سال، تولید شده‌اند. عمر این تخته‌سنگ چقدر است؟

ایده‌های کلیدی

(۱) اگر در لحظه‌ای که تخته‌سنگ بر اثر جامد شدن از شکل مذاب تشکیل شده بود، N_0 اتم پتاسیم وجود داشت، تعداد اتم‌های پتاسیم باقیمانده در زمان تحلیل، از معادله‌ی ۴۲-۱۵ به دست می‌آید

$$N_K = N_0 e^{-\lambda t} \quad (29-42)$$

داشت

$$t = \frac{T_{1/2} \ln(1 + N_{Ar} / N_K)}{\ln 2}$$

$$= \frac{(1,25 \times 10^9 y) [\ln(1 + 10,3)]}{\ln 2}$$

$$= 4,37 \times 10^9 y \quad (\text{پاسخ})$$

برای سایر نمونه‌های سنگی مربوط به ماه یا نمونه‌های سنگی زمینی، ممکن است عمرهای کمتری به دست آید، ولی ممکن نیست عمرهایی به دست بیاید که خیلی بزرگتر از این باشند. بنابراین، عمر قدیمی‌ترین سنگ‌ها که بلافاصله پس از تشکیل منظومه‌ی شمسی ساخته شده‌اند و خود منظومه‌ی شمسی، باید حدود ۴ میلیارد سال باشد.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



۴۲-۷ اندازه‌گیری دُز تابشی

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۴۲-۴۴ دُز جذب‌شده، دُز معادل، و یکاهای مربوط به آن‌ها را بشناسید. ۴۴-۴۴ دُز جذب‌شده و دُز معادل را محاسبه کنید.

نکته‌های کلیدی

- بکرل (۱ واپاشی بر ثانیه 1 Bq) فعالیت یک چشمه را اندازه می‌گیرد.
- مقدار انرژی‌ای که واقعاً جذب شده است برحسب گری اندازه گرفته می‌شود، که 1 Gy متناظر از 1 J/kg است.
- انرژی‌زیستی انرژی جذب‌شده، دُز معادل است و برحسب سیورت اندازه‌گیری می‌شود.

اندازه‌گیری دُز تابشی

تأثیر تابش‌هایی از قبیل پرتوهای گاما، الکترون‌ها، و ذره‌های آلفا، روی بافت زنده (به‌ویژه خود ما) موضوعی مورد علاقه‌ی عامه‌ی مردم است. چنین تابش‌هایی به‌طور طبیعی در پرتوهای کیهانی (ناشی از چشمه‌های نجومی) و در گسیل‌های حاصل از عنصرهای پرتوزای موجود در پوسته‌ی کره‌ی زمین یافت می‌شود. تابش مربوط به برخی فعالیت‌های انسانی، از قبیل استفاده از پرتوهای x و نوکلیدهای پرتوزا در پزشکی و صنعت نیز در این امر سهیم‌اند.

هدف ما در اینجا این نیست که چشمه‌های گوناگون تابش را بررسی کنیم، بلکه صرفاً می‌خواهیم یکاهایی را که با آن‌ها، ویژگی و اثرهای چنین تابش‌هایی بیان می‌شوند، شرح دهیم. قبلاً فعالیت یک چشمه‌ی پرتوزا را بررسی کردیم. حال به معرفی دو کمیت موردنظر دیگر می‌پردازیم.

۱. دُز جذب‌شده. این، معیاری از دُز تابشی (برحسب انرژی بر واحد جرم) است که در واقع توسط یک جسم مشخص، مانند دست یا سینه‌ی بیمار، جذب می‌شود. یکای SI آن، گری (Gy) است. یکای قدیمی‌تر راد (rad) سرواژه‌های rad absorbed dose به معنی دُز جذب‌شده‌ی تابشی) هنوز متداول است. این یکاها تعریف شده و به صورت زیر به هم مربوطند:

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg} = 100 \text{ rad} \quad (32-42)$$

مثالی از یک گزارش در مورد دُز چنین است: "دُز پرتوی گامای کوتاه‌مدت 3 Gy ($= 300 \text{ rad}$) در تمام بدن، باعث مرگ ۵۰٪ از افرادی می‌شود که در معرض آن قرار گیرند." خوشبختانه، دُز متوسط جذب‌شده‌ی فعلی ما در سال، هم از چشمه‌های طبیعی و هم از منابعی با منشاء انسانی، فقط حدود 2 mGy ($= 0,2 \text{ rad}$) است.

۲. دُز معادل. گرچه انواع مختلفی از تابش (مثلاً پرتوهای گاما و نوترون‌ها) ممکن است مقدار انرژی یکسانی را به بدن منتقل کنند، ولی آنها تأثیر زیستی یکسانی ندارند. دُز معادل به ما امکان می‌دهد که اثر زیستی را با ضرب دُز جذب‌شده (برحسب گری یا راد) در عامل

عددی **RBE** (سرواژه‌های **relative biological effectiveness** به معنی تأثیر زیستی نسبی)، بیان کنیم. مثلاً برای پرتوهای x و الکترون‌ها $RBE = 1$ ؛ برای نوترون‌های کند $RBE = 5$ ؛ برای ذره‌های آلفا $RBE = 10$ ؛ و غیره است. دستگاه‌های واری بدن از قبیل فیلم‌های کارت سینه [فیلم سنج^۱]، دز معادل را ثبت می‌کنند. یکای **SI** دز معادل، سیورت^۲ (**Sv**) است. یکای قدیمی‌تر، رم^۳ نیز هنوز به کار می‌رود. رابطه‌ی آنها چنین است

$$1 \text{ Sv} = 100 \text{ rem} \quad (42-23)$$

مثالی از استفاده‌ی درست این یکاها به این قرار است: "توصیه‌ی انجمن ملی حفاظت از پرتوها این است که هیچ فردی که در معرض تابش (غیر دائم) قرار گرفته است نباید دز معادلی بیشتر از $5 \text{ mSv} (= 0.5 \text{ rem})$ در سال دریافت کند." این، شامل تابش از هر نوعی می‌شود؛ البته برای هر نوع تابش، باید از عامل **RBE** استفاده شود.

۴۲-۸ مدل‌های هسته‌ای

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۴۲-۲۵ بین مدل جمعی و مدل ذره-مستقل تمیز قائل شوید، و مدل ترکیبی را توضیح دهید.
- ۴۲-۲۶ هسته‌ی مرکب را بشناسید.
- ۴۲-۲۷ عده‌های جادویی را بشناسید.

نکته‌های کلیدی

- در مدل جمعی ساختار هسته‌ای فرض می‌شود که نوکلئون‌ها پی‌درپی با یکدیگر برخورد می‌کنند و هنگامی که یک پرتابه گیر انداخته می‌شود، هسته‌ی مرکبی با عمر نسبتاً طولانی تشکیل می‌شود.
- در مدل ذره-مستقل ساختار هسته‌ای فرض می‌شود که هر نوکلئون اساساً بدون هیچ برخوردی در یک حالت کوانتیده در داخل هسته حرکت می‌کند.
- این مدل پیش‌بینی می‌کند که ترازهای نوکلئونی و عده‌های نوکلئونی جادویی به لایه‌های بسته‌ی نوکلئون‌ها وابسته هستند.
- در مدل ترکیبی فرض می‌شود که نوکلئون‌های اضافی، حالت‌های کوانتیده‌ی بیرون یک مغزه‌ی مرکزی از لایه‌های بسته را اشغال می‌کنند.

مدل‌های هسته‌ای

هسته‌ها بسیار پیچیده‌تر از اتم‌ها هستند. برای اتم‌ها، قانون اصلی نیرو (قانون کولن) به شکل ساده‌ای است و یک مرکز نیروی طبیعی، هسته، وجود دارد. برای هسته‌ها، قانون نیرو پیچیده است و در واقع نمی‌تواند به‌طور صریحی با جزئیات کامل نوشته شود. وانگهی، هسته-توده‌ای از پروتون‌ها و نوترون‌ها-هیچ مرکز نیروی طبیعی‌ای ندارد که محاسبه‌ها را ساده کند. در نبود یک نظریه‌ی هسته‌ای فراگیر، توجه خود را معطوف به ساختار مدل‌های هسته‌ای می‌کنیم. یک مدل هسته‌ای صرفاً یک روش نگریستن به هسته است که دید فیزیکی وسیعی از ویژگی‌های ممکن آن را به‌دست می‌دهد. سودمندی یک مدل با قابلیت آن در ارائه‌ی پیش‌بینی‌هایی که می‌توانند به‌طور تجربی در آزمایشگاه ثابت شوند، محک می‌خورد. ثابت شده است دو مدل هسته‌ای سودمندند. گرچه این مدل‌ها مبتنی بر فرض‌هایی هستند که به نظر می‌رسد مطلقاً از یکدیگر مستثنی‌اند، ولی هر کدام دسته‌ی برگزیده‌ای از ویژگی‌های هسته‌ای را به‌خوبی توضیح می‌دهند. پس از توصیف جداگانه‌ی هر یک از این مدل‌ها، خواهیم دید که چگونه این دو مدل می‌توانند برای تشکیل تصویر منسجمی از هسته‌ی اتمی، با هم بیامیزند.

^۱ film badge

^۲ Sivert

^۳ Rad Equivalent Man

مدل جمعی

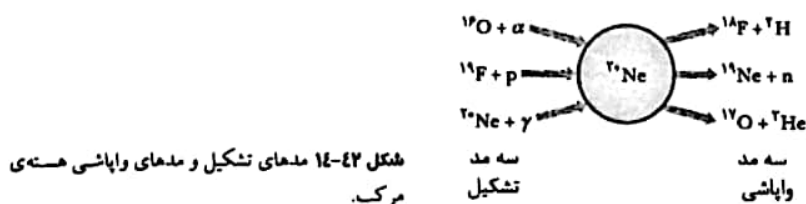
در مدل جمعی^۱، که توسط نیلزبور^۲ فرمول‌بندی شد، تصور می‌شود که نوکلئون‌ها به‌طور کاتوره‌ای داخل هسته حرکت می‌کنند و مانند مولکول‌های موجود در قطره‌ی آب، به‌شدت با یکدیگر برهم‌کنش دارند. یک نوکلئون معین که پی‌درپی با نوکلئون‌های دیگر داخل هسته برخورد می‌کند، به‌هنگام حرکت دارای مسافت آزاد میانگینی است که اساساً کوچکتر از شعاع هسته‌ای است. مدل جمعی به ما امکان می‌دهد که بسیاری از واقعیت‌ها درباره‌ی جرم‌ها و انرژی‌های بستگی را به هم ارتباط دهیم؛ این مدل در توضیح شکافت هسته‌ای (همان‌طور که خواهیم دید) مفید واقع می‌شود و همچنین برای درک دسته‌ی بزرگی از واکنش‌های هسته‌ای سودمند است. برای مثال، یک واکنش هسته‌ای کلی به شکل زیر را در نظر بگیرید:

$$X + a \rightarrow C \rightarrow Y + b \quad (۳۴-۴۲)$$

فرض می‌کنیم پرتابه‌ی a وارد هسته‌ی هدف X می‌شود، هسته‌ی مرکب C را می‌سازد و مقدار معینی از انرژی برانگیختگی را به آن منتقل می‌کند. پرتابه، مثلاً یک نوترون، بی‌درنگ برانر حرکت‌های کاتوره‌ای که فضای داخلی هسته را مشخص می‌کند، گیر می‌افتد. به تعبیری می‌توان گفت پرتابه به‌سرعت هویت خود را از دست می‌دهد و انرژی برانگیختگی که به هسته حمل می‌کند را بی‌درنگ با همه‌ی نوکلئون‌های دیگر C به اشتراک می‌گذارد.

حالت شبه‌پایدار نشان داده‌شده با نماد C در معادله‌ی ۳۴-۴۲ می‌تواند پیش از آنکه به Y و b واپاشی کند، عمر میانگینی برابر با 10^{-16} s داشته باشد بنا بر معیارهای هسته‌ای، این زمانی بسیار طولانی است و تقریباً یک میلیون بار طولانی‌تر از زمان لازم برای عبور نوکلئونی با انرژی چند میلیون الکترون-ولت از هسته است.

ویژگی اصلی مفهوم هسته‌ی مرکب این است که تشکیل هسته‌ی مرکب و واپاشی متعاقب آن، رویدادهایی کاملاً مستقل هستند. در زمان واپاشی، هسته‌ی مرکب چگونگی تشکیل خود را "فراموش" کرده است. بنابراین، مُد واپاشی هسته‌ی مرکب متأثر از مُد تشکیل آن نیست. به عنوان مثال، شکل ۱۴-۴۲ سه راه محتمل را که هسته‌ی ^{20}Ne ممکن است از طریق آنها تشکیل شود و سه راه محتمل را که ممکن است از طریق آنها واپاشی کند، نشان می‌دهد. هر یک از این سه مد تشکیل می‌تواند به هر یک از سه مد واپاشی بیانجامد.



مدل ذره-مستقل^۳

در مدل جمعی، فرض کردیم که نوکلئون‌ها به‌طور کاتوره‌ای به اطراف خود حرکت و پی‌درپی به نوکلئون دیگری برخورد می‌کنند. ولی، مدل ذره-مستقل بر مبنای فرضی کاملاً مخالف بنا شده است؛ به این معنی که هر نوکلئون در حالت کوانتومی کاملاً متمایزی در داخل هسته قرار دارد و هر برخوردی به‌دشواری رخ می‌دهد؛ هسته، برخلاف اتم، مرکز بار ثابتی ندارد؛ در این

^۱ در کتاب‌های فیزیک هسته‌ای، از این مدل به‌نام مدل قطره مایع یاد می‌شود (مترجم).

^۲ Niels Bohr

^۳ در کتاب‌های فیزیک هسته‌ای، از این مدل به‌نام مدل پوسته‌ای یاد می‌شود (مترجم).

مدل فرض می‌کنیم که هر نوکلئون در چاه پتانسیلی حرکت می‌کند که با (متوسط زمانی) حرکت‌های متداخل همه‌ی نوکلئون‌های دیگر تعیین می‌شود.

مانند یک الکترون در اتم، یک نوکلئون در هسته دارای مجموعه‌ای از عددهای کوانتومی است که حالت حرکت آن را مشخص می‌کنند. همچنین، نوکلئون‌ها درست مانند الکترون‌ها از اصل طرد پاولی پیروی می‌کنند؛ یعنی، هیچ دو نوکلئونی در هسته نمی‌توانند حالت کوانتومی یکسانی را در یک زمان اشغال کنند. از این نظر، نوترون‌ها و پروتون‌ها به‌طور جداگانه‌ای رفتار می‌کنند؛ هر نوع ذره، با مجموعه‌ی حالت‌های کوانتومی مربوط به خود.

این واقعیت که نوکلئون‌ها از اصل طرد پاولی پیروی می‌کنند به ما کمک می‌کند تا پایداری نسبی حالت‌های نوکلئونی را درک کنیم. اگر دو نوکلئون در داخل هسته برخورد کنند، انرژی هر یک از آنها پس از برخورد باید متناظر با انرژی یک حالت اشغال‌نشده باشد. اگر چنین حالتی موجود نباشد، برخورد قطعاً نمی‌تواند رخ دهد. بنابراین، هر نوکلئون معینی که در حال تجربه‌ی "فرصت‌های برخورد ناکام" بی‌درپی است، برای مدت زمانی به حد کافی طولانی وضعیت حرکتی خود را حفظ می‌کند تا به این عبارت معنی بخشد که نوکلئون در حالتی کوانتومی یا انرژی کاملاً متمایزی وجود دارد.

در قلمروی اتمی، تکرار ویژگی‌های فیزیکی و شیمیایی که در جدول تناوبی مشاهده می‌کنیم به یک ویژگی الکترون‌های اتمی مربوط است؛ به این معنی که آنها خود را در لایه‌هایی می‌چینند که به هنگام اشغال کامل دارای پایداری خاصی هستند. عددهای اتمی گازهای بی‌اثر

$$2, 10, 18, 36, 54, 86, \dots$$

را می‌توان به عنوان *عددهای الکترونی جادویی* در نظر گرفت که پر (یا بسته بودن) چنین لایه‌هایی را مشخص می‌کند.

هسته‌ها نیز چنین اثرهای لایه-بسته‌ای را نشان می‌دهند که مربوط به *عددهای نوکلئونی جادویی* معینی هستند:

$$2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, \dots$$

هر نوکلیدی که عدد پروتونی Z یا عدد نوترونی N آن دارای یکی از این مقادیر باشد، پایداری خاصی دارد که می‌تواند به راه‌های گوناگونی رخ بنماید.

مثال‌هایی از نوکلیدهای "جادویی" عبارت‌اند از:

$$^{16}\text{O}(Z=8), \text{}^{40}\text{Ca}(Z=20, N=20), \text{}^{92}\text{Mo}(N=50), \text{و } ^{126}\text{Pb}(Z=82, N=126).$$

گفته می‌شود که ^{208}Ca و ^{208}Pa "جادویی دوگانه" اند، زیرا آنها هم شامل لایه‌های پرشده‌ی پروتونی و هم لایه‌های پرشده‌ی نوترونی هستند.

عدد جادویی ۲ پایداری استثنایی ذره‌ی آلفا را نشان می‌دهد، که با $Z=N=2$ جادویی دوگانه دارد. مثلاً روی منحنی انرژی بستگی شکل ۴۲-۷، انرژی بستگی هر نوکلئون برای این نوکلید به‌مراتب بیشتر از نوکلیدهای مجاور آن در جدول تناوبی، یعنی هیدروژن، لیتیم و بریلیم است. نوترون‌ها و پروتون‌هایی که ذره‌ی آلفا را می‌سازند به‌قدری محکم به یکدیگر مقیدند که در واقع غیر ممکن است که پروتون یا نوترون دیگری را به آن بیافزاییم؛ هیچ نوکلید پایداری با $A=5$ وجود ندارد.

ایده‌ی اصلی در مورد یک لایه‌ی بسته این است که یک ذره‌ی تنها در بیرون یک لایه‌ی بسته می‌تواند نسبتاً به‌سادگی کنده شود. ولی برای کندن یک ذره از خود لایه باید انرژی بسیار بیشتری صرف کرد. برای مثال، اتم سدیم دارای یک الکترون (ظرفیت) در بیرون یک لایه‌ی الکترونی بسته است. فقط حدود ۵eV برای کندن الکترون ظرفیت از اتم سدیم نیاز است؛ ولی برای کندن الکترون دوم (که باید از یک لایه‌ی بسته بیرون کشیده شود) به ۲۲eV نیاز

است. به عنوان مثال هسته‌ای، $^{121}\text{Sb}(Z=51)$ را در نظر بگیرید، که شامل یک پروتون تنها بیرون یک لایه‌ی 50 پروتونی بسته است. برای کندن این پروتون تنها به 5.8MeV نیاز است؛ ولی برای کندن پروتون دوم 11MeV به انرژی نیاز است. شواهد تجربی زیادی وجود دارد که نوکلئون‌ها در هسته لایه‌های بسته‌ای را تشکیل می‌دهند و این لایه‌ها هستند که ویژگی‌های پایداری هسته را بروز می‌دهند.

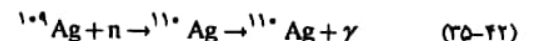
دیدیم که نظریه‌ی کوانتومی می‌تواند به‌زیبایی دلیل عددهای الکترونی جادویی را- یعنی، تجمعی از زیرلایه‌هایی که در آنها الکترون‌های اتمی دسته‌بندی شده‌اند- توضیح دهد. با فرض‌های معینی، ثابت می‌شود که نظریه‌ی کوانتومی می‌تواند به همان خوبی عددهای نوکلئونی جادویی را نیز توضیح دهد؛ در واقع جایزه‌ی نوبل سال 1963 میلادی^۱ به‌خاطر کشف‌های مربوط به ساختار لایه‌های هسته^۲ به ماریا مایر^۱ و هانس جنسن^۲ اهدا گردید.

مدل توکبسی

هسته‌ای را در نظر بگیرید که در آن تعداد کمی از نوترون‌ها (یا پروتون‌ها) در بیرون مغزه‌ای از لایه‌های بسته قرار دارند که شامل نوترون‌ها یا پروتون‌هایی به تعداد عددهای جادویی هستند. نوکلئون‌های خارجی حالت‌های کوانتیده‌ای را در یک چاه پتانسیل ایجادشده توسط مغزه‌ی مرکزی اشغال می‌کنند و به این ترتیب ویژگی اصلی مدل ذره- مستقل حفظ می‌شود. این نوکلئون‌های خارجی همچنین با مغزه برهم‌کنش می‌کنند، آن را تغییر شکل می‌دهند و حرکت‌های "موج کشندی" چرخشی یا ارتعاشی را در داخل آن ایجاد می‌کنند. این حرکت‌های جمعی مغزه، ویژگی اصلی مدل جمعی را حفظ می‌کند. بنابراین، چنین مدلی از ساختار هسته‌ای در ترکیب دیدگاه‌های به‌ظاهر ناسازگار مدل‌های جمعی و ذره- مستقل موفق بوده است. این مدل به‌طور قابل توجهی در توضیح ویژگی‌های هسته‌ای مشاهده شده موفق عمل کرده است.

مسئله‌ی نمونه ۴۲-۹. طول عمر یک هسته‌ی مرکب حاصل از گیراندازی نوترونی

واکنش گیراندازی نوترون زیر را در نظر بگیرید

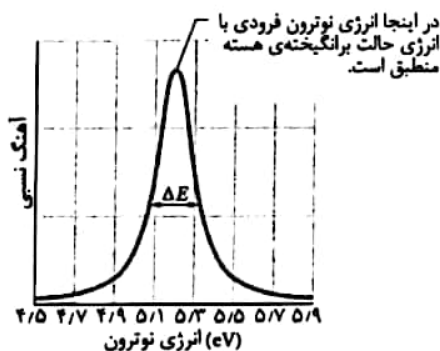


که در آن هسته‌ی مرکب (^{110}Ag) تشکیل شده است. شکل ۴۲-۱۵ آهنگ نسبی‌ای را که با آن چنین رویدادهایی رخ می‌دهند برحسب انرژی نوترون فرودی نشان می‌دهد. عمر میانگین این هسته‌ی مرکب را با استفاده از اصل عدم قطعیت به شکل

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar \quad (36-42)$$

یابید، که در آن ΔE میزانی از عدم قطعیت است که با آن انرژی یک حالت می‌تواند تعیین شود. کمیت Δt میزانی از زمان لازم برای اندازه‌گیری این انرژی است. در واقع، در اینجا Δt دقیقاً برابر با t_{avg} یعنی عمر میانگین هسته‌ی مرکب پیش از واپاشی آن به حالت پایه است.

استدلال: از نمودار درمی‌یابیم که آهنگ واکنش نسبی دارای قله‌ی تیزی در انرژی نوترون تقریباً برابر 5.7eV است. این نشان می‌دهد که ما با یک تک‌تراز انرژی برانگیخته از هسته‌ی مرکب ^{110}Ag سروکار داریم. هرگاه انرژی موجود (نوترون فرودی) درست به اندازه‌ی انرژی این تراز، بالای حالت پایه‌ی ^{110}Ag باشد، "تشدید" رخ می‌دهد و واکنش معادله‌ی ۴۲-۳۵ واقعاً "راه می‌افتد."



شکل ۴۲-۱۵ نموداری از تعداد نسبی رویدادهای واکنش از نوع توصیف‌شده با معادله‌ی ۴۲-۳۵ برحسب تابعی از انرژی نوترون فرودی. نیم- پهنای ΔE ی قله‌ی تشدید حدود 0.2eV است.

ولی قله‌ی تشدید به‌طور نامتناهی تیز نیست، بلکه دارای نیم- پهنای تقریبی (ΔE در شکل) حدوداً 0.2eV است. می‌توانیم با بیان این‌که انرژی تراز برانگیخته به‌طور خیلی دقیق مشخص نیست، بلکه دارای یک عدم قطعیت انرژی ΔE در حدود 0.2eV است، دلیلی برای این پهنای قله‌ی تشدید ارائه کنیم.

^۱ Maria Mayer

^۲ Hans Jensen

این، چندصد برابر بزرگتر از زمانی است که یک نوترون $5/2 \text{ eV}$ نیاز دارد تا فاصله‌ی قطر هسته‌ی ^{109}Ag را طی کند. بنابراین، نوترون این زمان $3 \times 10^{-15} \text{ s}$ را در بخشی از هسته می‌گذراند.

محاسبه: با قرار دادن عدم قطعیت 0.20 eV در معادله‌ی ۴۲-۳۶ خواهیم داشت

$$\Delta t = t_{\text{avg}} \approx \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{(4/3 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}) / 2\pi}{0.20 \text{ eV}} \approx 3 \times 10^{-15} \text{ s} \quad (\text{باسخ})$$



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



مرور و خلاصه‌ی درس

نوکلیدها تقریباً 2000 نوکلید شناخته‌شده وجود دارد. هر یک با یک عدد اتمی Z (تعداد پروتون‌ها)، یک عدد نوترونی N ، و یک عدد جرمی A (تعداد کل نوکلئون‌ها - یعنی پروتون‌ها و نوترون‌ها) مشخص شده‌اند. بنابراین، $A = Z + N$ است. نوکلیدهایی با عدد اتمی یکسان، ولی عدد نوترونی متفاوت ایزوتوپ یکدیگرند. هسته‌ها دارای شعاع میانگین r هستند که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$r = r_0 A^{1/3} \quad (3-42)$$

که $r_0 \approx 1.2 \text{ fm}$ است.

جرم و انرژی بستگی جرم‌های اتمی اغلب برحسب فزونی جرمی گزارش می‌شوند

$$\Delta = M - A \quad (\text{فزونی جرم}) \quad (6-42)$$

که در آن M جرم واقعی اتم در یکاهای جرم اتمی و A عدد جرمی برای هسته‌ی اتمی است. انرژی بستگی هسته برابر است با اختلاف

$$\Delta E_{\text{be}} = \sum (mc^2) - Mc^2 \quad (\text{انرژی بستگی}) \quad (7-42)$$

که در آن $\sum (mc^2)$ انرژی جرمی کل پروتون‌ها و نوترون‌های مجزا است. انرژی بستگی بر نوکلئون عبارت است از

$$\Delta E_{\text{ben}} = \frac{\Delta E_{\text{be}}}{A} \quad (\text{انرژی بستگی بر نوکلئون}) \quad (8-42)$$

تبادل‌های جرم-انرژی انرژی معادل یک یکای جرم (u) برابر 931.494 MeV است. منحنی انرژی بستگی نشان می‌دهد که نوکلیدهای با جرم متوسط پایدارترین نوکلیدها هستند و انرژی بستگی می‌تواند هم از طریق شکافت هسته‌های پرجرم و هم از طریق گداخت هسته‌های کم‌جرم، آزاد شود.

نیروی هسته‌ای هسته‌ها توسط یک نیروی جاذبه که میان نوکلئون‌ها عمل می‌کند در کنار هم نگه داشته می‌شوند که بخشی از نیروی قوی است که میان کوارک‌های تشکیل‌دهنده‌ی نوکلئون‌ها عمل می‌کند.

واپاشی پرتوزا بیشتر نوکلیدهای شناخته‌شده پرتوزا هستند؛ آنها به‌طور خودبه‌خود با آهنگ $R (= -dN/dt)$ واپاشی می‌کنند که این آهنگ متناسب با تعداد N اتم پرتوزای موجود است، که در آن ثابت

تناسب، ثابت فروپاشی است. این به قانون واپاشی نمایی می‌انجامد:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{و} \quad R = \lambda N = R_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{واپاشی پرتوزا})$$

$$(15-42 \text{ و } 17-42 \text{ و } 16-42)$$

نیمه‌عمر $T_{1/2} = (\ln 2) / \lambda$ نوکلید پرتوزا عبارت است از زمان لازم برای واپاشی با آهنگ R (با تعداد N) در یک نمونه تا به نصف مقدار اولیه‌اش کاهش یابد.

واپاشی آلفا برخی از نوکلیدها با گسیل یک ذره‌ی آلفا (یک هسته‌ی هلیوم، ^4He) واپاشی می‌کنند. این واپاشی توسط یک سد انرژی پتانسیل که نمی‌تواند بنا بر فیزیک کلاسیکی رخنه‌پذیر باشد، بازداشته می‌شود، ولی بنا بر فیزیک کوانتومی تونل‌زنی از سد انجام می‌گیرد. نفوذپذیری سد، و در نتیجه نیمه‌عمر واپاشی آلفا، به انرژی ذره‌ی آلفای گسیل‌شده بسیار حساس است.

واپاشی بتا در واپاشی بتا، یک الکترون یا یک پوزیترون توسط یک هسته، به همراه یک نوترینو گسیل می‌شود. ذره‌های گسیل‌شده در انرژی فروپاشی موجود شریک‌اند. الکترون‌ها و پوزیترون‌های گسیل‌شده در واپاشی بتا دارای طیف پیوسته‌ی انرژی از نزدیکی صفر تا حد $K_{\text{max}} (= Q = -\Delta mc^2)$ هستند.

عمرسنجی پرتوزا نوکلیدهای پرتوزایی که به‌طور طبیعی واپاشی می‌کنند وسیله‌ای برای تخمین زمان‌های تاریخی و رویدادهای ما قبل تاریخ می‌باشد برای مثال، عمر مواد آلی را می‌توان اغلب توسط اندازه‌گیری ^{14}C موجود در آنها به‌دست آورد؛ نمونه‌های سنگی را می‌توان با استفاده از ایزوتوپ پرتوزای ^{40}K عمرسنجی کرد.

دژ تابشی سه یکا برای توصیف قرار گرفتن در معرض تابش یوننده مورد استفاده قرار می‌گیرد. بکرل (۱ واپاشی بر ثانیه $= 1 \text{ Bq}$) فعالیت یک چشمه را اندازه می‌گیرد. مقدار انرژی‌ای که واقعاً جذب شده است برحسب گری اندازه گرفته می‌شود، که 1 Gy متناظر با 1 J/kg است. اثر زیستی برآوردشده از انرژی جذب‌شده برحسب سیورت اندازه گرفته می‌شود؛ یک دژ معادل 1 Sv بدون توجه به نوع تابشی که از آن به‌دست آمده، موجب اثر زیستی یکسانی می‌شود.

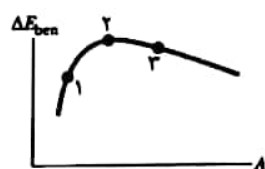
هسته، حرکت می‌کند. این مدل پیش‌بینی می‌کند که ترازهای نوکلئونی و عددهای نوکلئونی جادویی (۲ و ۸ و ۲۰ و ۲۸ و ۵۰ و ۸۲ و ۱۲۶) به لایه‌های هسته‌ی نوکلئون‌ها وابسته‌اند؛ نوکلیدهایی با هر یک از این تعداد نوترون‌ها یا پروتون‌ها به‌طور استثنایی پایدارند. مدل ترکیبی، که در آن نوکلئون‌های اضافی، حالت‌های کوانتیده‌ی بیرون یک مغزه‌ی مرکزی از لایه‌های بسته را اشغال می‌کنند، به‌میزان زیادی در پیش‌بینی بسیاری از ویژگی‌های هسته‌ای موفق بوده است.

۷ نوکلید ^{244}Pu ($Z=94$) یک گسیلنده‌ی ذره‌ی آلفاست. این نوکلید به کدام‌یک از نوکلیدهایی زیر واپاشی می‌کند: ^{240}U ($Z=92$)، ^{240}Np ($Z=93$)، ^{248}Cm ($Z=96$)، ^{244}Am ($Z=95$)؟

۸ نوکلید پرتوزای ^{45}Sc دارای نیمه‌عمر 57 min است. در لحظه‌ی $t=0$ ، آهنگ شمارش نمونه‌ای از آن $6000\text{ شمارش}/\text{min}$ بیشتر از فعالیت کلی زمینه است که برابر با $30\text{ شمارش}/\text{min}$ است. بدون محاسبه، تعیین کنید که آیا آهنگ شمارش نمونه در 3 h ، 10 h ، یا زمانی بسیار بزرگتر از 10 h ، تقریباً برابر با آهنگ شمارش زمینه خواهد شد؟

۹ در لحظه‌ی $t=0$ شروع به مشاهده‌ی دو هسته‌ی پرتوزای مشابه می‌کنیم که دارای نیمه‌عمر 5 min هستند. در لحظه‌ی $t=1\text{ min}$ ، یکی از این هسته‌ها واپاشی می‌کند. آیا این رویداد شانس این را که هسته‌ی دوم در 4 دقیقه بعد واپاشی کند افزایش می‌دهد یا کاهش، و یا اینکه هیچ اثری بر هسته‌ی دوم ندارد؟

۱۰ شکل ۱۷-۴۲ منحنی انرژی بستگی بر نوکلئون ΔE_{ben} را برحسب عدد جرمی A نشان می‌دهد. سه ایزوتوپ مشخص شده‌اند. آن‌ها را برطبق انرژی موردنیاز برای کشیدن یک نوکلئون از آن ایزوتوپ به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد



شکل ۱۷-۴۲ پرش ۱۰

۱۱ در لحظه‌ی $t=0$ ، آهنگ واپاشی نمونه‌ای از نوکلید پرتوزای A دو برابر آهنگ واپاشی نمونه‌ای از نوکلید پرتوزای B است. ثابت‌های فروپاشی λ_A و λ_B هستند، با $\lambda_A > \lambda_B$. آیا این دو نمونه هرگز دارای آهنگ‌های واپاشی یکسانی (به‌طور همزمان) خواهند شد؟

مدل‌های هسته‌ای در مدل جمعی ساختار هسته‌ای فرض می‌شود که نوکلئون‌ها پی‌درپی با یکدیگر برخورد می‌کنند و هنگامی که یک پرتابه گیر انداخته می‌شود، هسته‌ی مرکبی با عمر نسبتاً طولانی تشکیل می‌شود. تشکیل یک هسته‌ی مرکب و واپاشی متعاقب آن رویدادهایی کاملاً مستقل‌اند.

در مدل ذره-مستقل ساختار هسته‌ای فرض می‌شود که هر نوکلئون اساساً بدون هیچ برخوردی در یک حالت کوانتیده در داخل



۱ نوکلید پرتوزای ^{196}Ir با گسیل یک الکترون واپاشی می‌کند. (الف) این نوکلید به کدام مربع شکل ۶-۴۲ منتقل می‌شود؟ (ب) آیا پس از آن، واپاشی‌های دیگری رخ می‌دهد؟

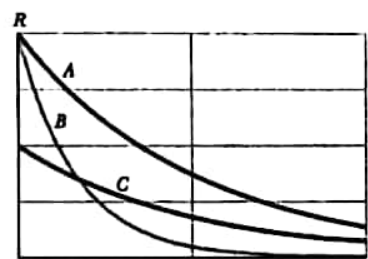
۲ آیا فزونی جرمی یک ذره‌ی آلفا (با استفاده از محور عمود بر صفحه‌ی شکل ۶-۴۲) از انرژی بستگی کل ذره (با استفاده از انرژی بستگی بر نوکلئون شکل ۷-۴۲) بیشتر است یا کمتر؟

۳ در لحظه‌ی $t=0$ ، نمونه‌ای از نوکلید پرتوزای A دارای همان آهنگ واپاشی است که نمونه‌ی پرتوزای B در لحظه‌ی $t=30\text{ min}$ دارد. ثابت‌های فروپاشی، λ_A و λ_B هستند، با $\lambda_A < \lambda_B$. آیا این دو نمونه هرگز دارای آهنگ‌های واپاشی یکسانی (به‌طور همزمان) خواهند شد؟ (راهنمایی: نموداری از فعالیت‌های آنها رسم کنید).

۴ گفته می‌شود نوکلید معینی به‌طور استثنایی پایدار است. آیا انرژی بستگی بر نوکلئون آن اندکی بالاتر یا اندکی پایین‌تر از منحنی انرژی بستگی شکل ۶-۴۲ است؟

۵ فرض کنید ذره‌ی آلفا در آزمایش پراکندگی رادرفورد با پروتونی با همان انرژی جنبشی اولیه جایگزین شود و نیز به‌طور رودرو به سمت هسته‌ی اتم طلا حرکت کند. آیا فاصله از مرکز هسته که در آن پروتون متوقف می‌شود، از مقدار مربوط به ذره‌ی آلفا بیشتر است یا کمتر، و یا برابر آن است؟

۶ شکل ۱۶-۴۲ فعالیت‌های سه نمونه‌ی پرتوزا را برحسب زمان به‌دست می‌دهد. این نمونه‌ها را بنا بر (الف) نیمه‌عمر و (ب) ثابت فروپاشی آنها، به گونه‌ای مرتب کنید که بزرگترین در ابتدا باشد. (راهنمایی: برای (الف) از یک محور عمود بر صفحه‌ی شکل استفاده کنید.)



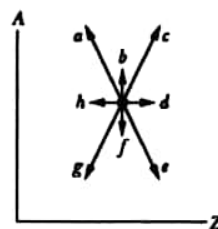
شکل ۱۶-۴۲ پرش ۶

۱۳ (الف) کدام یک از نوکلیدهای زیر جادویی هستند: ^{132}Sn ، ^{132}Sn ، ^{98}Cd ، ^{198}Au ، ^{208}Pb (ب) کدام یک، در صورت وجود، جادویی دوگانه‌اند؟

۱۴ اگر جرم یک نمونه‌ی پرتوزا دو برابر شود، آیا (الف) فعالیت و (ب) ثابت فروپاشی این نمونه افزایش می‌یابد یا کاهش، و یا بدون تغییر باقی می‌ماند؟

۱۵ عددهای نوکلئونی جادویی هسته‌ها در بخش ۸-۴۲ به صورت ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲، ۱۲۶ داده شده‌اند. هرگاه (الف) فقط عدد جرمی A ، (ب) فقط عدد اتمی Z ، (پ) فقط عدد نوترونی N ، یا (ت) هر یک از Z یا N (یا هر دو) برابر با یکی از این عددها باشد آیا نوکلیدها جادویی‌اند (یعنی به‌طور استثنایی پایدارند)؟ همه‌ی عبارت‌های درست را برگزینید.

۱۶ شکل ۱۸-۴۲ نموداری از عدد جرمی A بر حسب عدد باری Z است. مکان یک هسته‌ی مشخص با نقطه نشان داده شده است. کدام یک از فلش‌ها که از نقطه امتداد یافته‌اند می‌تواند بهترین نمایش برای گذاری هسته‌ای باشد که دستخوش (الف) یک واپاشی β^- و (ب) یک واپاشی α می‌گردد؟



شکل ۱۸-۴۲ پرسش ۱۶

مسئله‌ها

حل با راهنمایی مرحله به مرحله (بسته به صلاحدید مدرس) در WileyPLUS و WebAssign موجود است.
 تعداد نقطه‌ها سطح دشواری مسئله را مشخص می‌کند.
 اطلاعات بیشتر در کتاب نمایش هیجان‌انگیز فیزیک و در www.flyingcircusofphysics.com موجود است.
 ILW حل در
<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.
 WWW حل به روش تعاملی در

بخش ۴۲-۲ برخی از ویژگی‌های هسته‌ای

۶۰ فزونی نوترونی (تعریف شده به صورت $N - Z$) شدید هسته‌های پرجرم با توجه به اینکه بیشتر نوکلیدهای پرجرم هرگز نمی‌توانند بدون ترک نوترون‌ها به دو هسته‌ی پایدار شکافت پیدا کنند، توضیح داده می‌شود. برای مثال، شکافت خودبه‌خود هسته‌ی ^{235}U را به دو هسته‌ی دختر پایدار با عددهای اتمی ۳۹ و ۵۳ در نظر بگیرید. با استفاده از پیوست ج، نام (الف) نخستین و (ب) دومین هسته‌ی دختر را تعیین کنید. با استفاده از شکل ۴۲-۵، تقریباً چه تعداد نوترون در (پ) نخستین و (ت) دومین هسته‌ی دختر وجود دارد؟ (ث) تقریباً چند نوترون، نوکلید را ترک کرده‌اند؟

۷۰ چگالی جرمی هسته‌ای ρ_m (الف) نوکلید نسبتاً کم‌جرم ^{55}Mn و (ب) نوکلید نسبتاً پرجرم ^{209}Bi چقدر است؟ (پ) این دو پاسخ را با ارائه‌ی توضیحی مقایسه کنید. چگالی بار هسته‌ای ρ_q (ت) ^{55}Mn و (ث) ^{209}Bi چقدر است؟ (ت) این دو پاسخ را با ارائه‌ی توضیحی مقایسه کنید.

۸۰ (الف) نشان دهید که جرم M یک اتم تقریباً با $A m_p = M_{\text{تقریب}}$ داده می‌شود، که A عدد جرمی و m_p جرم پروتون است. برای (ب) ^1H ، (پ) ^{31}P ، (ت) ^{117}Sn ، (ث) ^{197}Au ، و (ج) ^{239}Pu ، با استفاده از مقدار جرم‌های داده شده در جدول ۴۲-۱، درصد انحراف میان تقریب M و $M_{\text{تقریب}}$ را که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود، تعیین کنید

بخش ۴۲-۱ کشف هسته

۱۰ یک هسته‌ی ^7Li با انرژی جنبشی 3.70 MeV به سوی یک هسته‌ی ^{232}Th پرتاب شده است. کمترین فاصله‌ی جدایی مرکز به مرکز میان دو هسته، با فرض آنکه هسته‌ی (سنگین‌تر) ^{232}Th حرکت نکند، چقدر است؟

۲۰ نزدیک‌ترین فاصله در برخورد رودرو میان یک ذره‌ی آلفا با انرژی 5.30 MeV و هسته‌ی یک اتم مس را محاسبه کنید.

۳۰۰ یک هسته‌ی Li با انرژی 1.02 MeV مستقیماً به مرکز یک هسته‌ی Ds تابانده شده است. در چه فاصله‌ی مرکز به مرکز هسته‌ی Li به‌طور لحظه‌ای متوقف می‌شود، با فرض آنکه Ds حرکت نکند؟

۴۰۰ در آزمایش پراکندگی رادرفورد، فرض کنید یک ذره‌ی آلفای فرودی (به شعاع $1/80\text{ fm}$) مستقیماً به سمت یک هسته‌ی هدف طلا (به شعاع $6/23\text{ fm}$) تابانده شده است. ذره‌ی آلفا باید چه انرژی داشته باشد تا در شرف "تماس" با هسته‌ی طلا قرار گیرد؟

۵۰۰ هرگاه یک ذره‌ی آلفا به‌طور کشان با یک هسته برخورد کند، آن هسته پس‌زده می‌شود. فرض کنید ذره‌ی آلفایی با انرژی 5.00 MeV با یک هسته‌ی طلا که در ابتدا ساکن است برخورد کشان رودرو انجام دهد. انرژی جنبشی (الف) هسته‌ی پس‌زده شده و (ب) ذره‌ی آلفای واجهیده چقدر است؟

است. (ب) نشان دهید که انرژی وابسته به نیروی کولنی میان پروتون‌ها در یک هسته متناسب با $Z(Z-1)$ است. (پ) نشان دهید هرچه به سوی هسته‌های سنگین‌تر و سنگین‌تری حرکت کنیم (شکل ۴۲-۵ را ببینید)، اهمیت نیروی کولنی با سرعت بیشتری از نیروی قوی افزایش می‌یابد.

۱۶۰۰ ۱۵۲Eu انرژی بستگی بر نوکلئون ایزوتوپ یورانیوم $^{152}_{63}\text{Eu}$ چقدر است؟ جرم‌های اتمی و جرم نوترئون عبارت‌اند از

$$^{152}_{63}\text{Eu} \quad 151.921742u \quad ^1_1\text{H} \quad 1.007825u \\ n \quad 1.008665u$$

۱۷۰۰ چون نوترئون بدون بار است، جرم آن باید از روش‌های دیگری، سوای استفاده از طیف‌سنج جرمی به دست آید. هرگاه یک نوترئون و یک پروتون برخورد کنند (فرض کنید هر دو تقریباً ساکن‌اند)، آنها ترکیب می‌شوند و با گسیل یک پرتوی گاما با انرژی 2.223 MeV ، تشکیل یک دوترئون را می‌دهند. جرم پروتون و دوترئون به ترتیب برابر با $1.007276467u$ و $2.013558844u$ است. با استفاده از این داده‌ها جرم نوترئون را به دست آورید.

۱۸۰۰ ۲۵۹Rf انرژی بستگی بر هسته ایزوتوپ رادرفوردیم $^{259}_{104}\text{Rf}$ چقدر است؟ جرم‌های اتمی و جرم نوترئون عبارت‌اند از

$$^{259}_{104}\text{Rf} \quad 259.10563u \quad ^1_1\text{H} \quad 1.007825u \\ n \quad 1.008665u$$

۱۹۰۰ جدول تناوبی جرم اتمی متوسط منیزیم را به صورت $24.312u$ به دست می‌دهد. این مقدار متوسط، نتیجه‌ای از توزین جرم‌های اتمی ایزوتوپ‌های منیزیم، برطبق فراوانی‌های طبیعی آنها روی کره زمین است. سه ایزوتوپ و جرم‌های آنها عبارت‌اند از $^{24}\text{Mg}(23.98504u)$ ، $^{25}\text{Mg}(24.98584u)$ ، و $^{26}\text{Mg}(25.98259u)$. فراوانی طبیعی ^{24}Mg به واسطه‌ی جرم آن برابر با 77.99% است (یعنی، 77.99% جرم نمونه‌ی منیزیمی که به‌طور طبیعی وجود دارد ناشی از حضور ^{24}Mg است). فراوانی (الف) ^{25}Mg و (ب) ^{26}Mg چقدر است؟

۲۰۰۰ انرژی بستگی بر نوکلئون ^{262}Bh چقدر است؟ جرم این اتم برابر با $262.1231u$ است.

۲۱۰۰ www (الف) نشان دهید که انرژی بستگی کل E_{be} یک نوکلید معین عبارت است از

$$E_{\text{be}} = Z\Delta_H + N\Delta_n - \Delta$$

که در آن Δ_H فزونی جرمی ^1_1H ، Δ_n فزونی جرمی نوترئون، و Δ فزونی جرمی نوکلید داده شده است. (ب) با استفاده از این روش، انرژی بستگی بر نوکلئون را برای ^{197}Au به دست آورید. نتیجه‌ی خود

$$\text{تقریباً } 100 \times \frac{M_{\text{app}} - M}{M} = \text{درصد انحراف}$$

(ج) آیا مقدار تقریبی M به حد کافی دقیق است تا در محاسبه‌ی انرژی بستگی هسته‌ای مورد استفاده قرار گیرد؟

۹۰ نوکلید ^{12}C (الف) چند پروتون و (ب) چند نوترئون دارد؟

۱۰۰ فزونی جرمی Δ_1 برای ^1_1H (که جرم واقعی آن $1.007825u$ است) برحسب (الف) یکاهای جرم اتمی و (ب) MeV/c^2 چقدر است؟ فزونی جرمی Δ_n یک نوترئون (با جرم واقعی $1.008665u$) برحسب (ب) یکاهای جرم اتمی و (ت) MeV/c^2 چقدر است؟ فزونی جرمی Δ_{120} برای $^{120}_{50}\text{Sn}$ (با جرم واقعی $119.902197u$) برحسب (ث) یکاهای جرم اتمی و (ج) MeV/c^2 چقدر است؟

۱۱۰ شعاع‌های هسته‌ای را می‌توان از طریق پراکندگی الکترون‌های پراثری از هسته اندازه‌گیری کرد. (الف) طول‌موج دویروی برای الکترون‌های 2.00 MeV چقدر است؟ (ب) آیا این الکترون‌ها کاوه‌های مناسبی برای این منظورند؟

۱۲۰ انرژی پتانسیل الکتریکی یک کره‌ی یکنواخت با بار q و شعاع r چنین داده شده است

$$U = \frac{3q^2}{20\pi\epsilon_0 r}$$

(الف) آیا این انرژی نشان‌دهنده‌ی تمایل کره به هم چسبیدگی است یا از هم پاشیدگی؟ نوکلید ^{239}Pu کره‌ای به شعاع 6.64 fm است. برای این نوکلید (ب) انرژی پتانسیل الکتریکی U براساس معادله‌ی بالا، (پ) انرژی پتانسیل الکتریکی بر پروتون، و (ت) انرژی پتانسیل الکتریکی بر نوکلئون، چقدر است؟ انرژی بستگی بر نوکلئون این نوکلید برابر با 7.56 MeV است. (ث) چرا هرگاه پاسخ‌های (پ) و (ت) بزرگ و مثبت باشند، این نوکلید به‌خوبی مقید است؟

۱۳۰ یک ستاره‌ی نوترونی، جسمی ستاره‌ای است که چگالی آن تقریباً با چگالی ماده‌ی هسته‌ای، $2 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$ ، برابر است. فرض کنید که خورشید فرومی‌پاشد و بی‌آنکه جرم فعلی خود را از دست می‌داد به چنین ستاره‌ای تبدیل می‌شد در آن صورت شعاع آن چقدر می‌شد؟

۱۴۰۰ ۲۴۴Am انرژی بستگی بر نوکلئون ایزوتوپ امرسیوم $^{244}_{95}\text{Am}$ چقدر است؟ جرم‌های اتمی و جرم نوترئون عبارت‌اند از

$$^{244}_{95}\text{Am} \quad 244.064279u \quad ^1_1\text{H} \quad 1.007825u \\ n \quad 1.008665u$$

۱۵۰۰ (الف) نشان دهید که انرژی وابسته به نیروی قوی میان نوکلئون‌ها در هسته متناسب با A ، عدد جرمی هسته‌ی مورد نظر،

این نوکلید، واپاشی نکرده باقی می‌ماند؟

۲۸۰ ایزوتوپ پلوتونیوم ^{239}Pu به صورت یک فراورده‌ی فرعی در راکتورهای هسته‌ای تولید می‌شود و در نتیجه در محیط زندگی ما انباشته می‌گردد. این ایزوتوپ، پرتوزا است و با نیمه‌عمر $2.41 \times 10^4 \text{ y}$ واپاشی می‌کند. (الف) چند هسته‌ی Pu یک دز از لحاظ شیمیایی کشنده‌ی 2.00 mg را تشکیل می‌دهند؟ (ب) آهنگ واپاشی این مقدار چقدر است؟

۲۹۰ www یک ایزوتوپ پرتوزای جیوه، ^{197}Hg ، با ثابت فروپاشی 0.0108 h^{-1} به طلا، ^{197}Au ، واپاشی می‌کند. (الف) نیمه‌عمر ^{197}Hg را محاسبه کنید. چه کسری از این نمونه در پایان (ب) سه نیمه‌عمر و (پ) 10^6 روز بر جای خواهد ماند؟

۳۰۰ نیمه‌عمر یک ایزوتوپ پرتوزای خالص برابر با 6.5 h است. اگر در ابتدا 48×10^{19} اتم از این ایزوتوپ وجود داشته باشد، تعداد اتم‌های باقی‌مانده در پایان 26 h چقدر خواهد بود؟

۳۱۰ ^{67}Ga ، ایزوتوپی با نیمه‌عمر 78 h را که در ابتدا خالص است در نظر بگیرید. (الف) آهنگ واپاشی اولیه‌ی آن چقدر است؟ (ب) آهنگ واپاشی آن 48 h بعد چقدر است؟

بخش ۴۲-۳ واپاشی پرتوزا

۳۲۰ در زمان‌هایی که آزمایش‌های هسته‌ای در بالای سطح زمین انجام می‌شد، انفجارهای هسته‌ای، ذره‌های پرتوزا را در بالای جو زمین پراکنده می‌کرد. آنگاه گردش هوا، این ذره‌ها را پیش از آنکه روی سطح زمین و آب بنشینند، در سرتاسر جهان پخش می‌کرد. یکی از این آزمایش‌ها در اکتبر سال ۱۹۷۶ صورت گرفت. چه کسری از ^{90}Sr که در آن انفجار تولید شده بود، در اکتبر ۲۰۰۶ همچنان موجود بود؟ نیمه‌عمر ^{90}Sr برابر با 29 y است.

۳۳۰ هوای داخل برخی از غارها حاوی مقدار زیادی گاز رادون است که اشتقاق طولانی آن می‌تواند به سرطان ریه بیانجامد. در غارهای انگلستان، هوای داخل غار با بیشترین مقدار گاز، فعالیت بر حجمی برابر با $1.55 \times 10^5 \text{ Bq/m}^3$ دارد. فرض کنید شما دو روز تمام در داخل غار سیاحت می‌کنید (و در همان‌جا می‌خوابید). در طول اقامت دو روزه‌ی شما، تقریباً چه مقدار اتم‌های ^{222}Rn به داخل ریه‌ی شما وارد و خارج می‌شود؟ هسته‌ی پرتوزای ^{222}Rn در گاز رادون نیمه‌عمری برابر با 3.82 روز دارد. لازم است گنجایش ریه و آهنگ متوسط دم و بازدم خود را تخمین بزنید.

۳۴۰۰ جرم یک نمونه (در ابتدا خالص) از ^{40}K را که دارای آهنگ واپاشی اولیه‌ی $5.0 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ فروپاشی است، محاسبه کنید. نیمه‌عمر این ایزوتوپ برابر با $1.28 \times 10^9 \text{ y}$ است.

را با مقدار داده شده در جدول ۴۲-۱ مقایسه کنید. فزونی‌های جرمی مورد نیاز، که تا سه رقم با معنی گرد شده‌اند عبارت‌اند از $\Delta_H = +7.29 \text{ MeV}$ ، $\Delta_n = +8.07 \text{ MeV}$ و $\Delta_{\text{He}} = -31.2 \text{ MeV}$. به صرفه‌جویی در محاسبات که ناشی از استفاده‌ی فزونی‌های جرمی به جای جرم‌های واقعی است، توجه کنید.

۲۲۰۰ $\odot$ یک ذره‌ی آلفا (هسته‌ی ^4He) را می‌توان در پی مرحله‌های زیر از هم شکافت. انرژی (کار) مورد نیاز را برای هر یک از این مرحله‌ها به دست آورید: (الف) کندن یک پروتون، (ب) کندن یک نوترون، و (پ) جدا کردن پروتون و نوترون به جای مانده برای یک ذره‌ی آلفا (ت) انرژی بستگی کل و (ث) انرژی بستگی بر نوکلئون چقدر است؟ (ج) آیا هیچ‌کدام با پاسخ‌های قسمت‌های (الف)، (ب)، یا (پ) برابرند؟ جرم‌های اتمی و جرم نوترون عبارت‌اند از

^4He	4.00260 u	^2H	2.01410 u
^3H	3.01605 u	^1H	1.00783 u
n	1.00867 u		

۲۳۰۰ انرژی بستگی بر نوکلئون داده شده در جدول ۴۲-۱ برای ^{239}Pu را تحقیق کنید. جرم این اتم برابر با 239.05216 u است.

۲۴۰۰ جرم سکه‌ای برابر با 3.0 g است. انرژی مورد نیاز برای جدا کردن همه‌ی نوترون‌ها و پروتون‌های این سکه را از یکدیگر محاسبه کنید. برای سادگی کار، فرض کنید که سکه تماماً از اتم‌های ^{63}Cu (به جرم 62.92960 u) ساخته شده است. جرم پروتون و نوترون به ترتیب برابر 1.00783 u و 1.00867 u است.

۴۲-۳ واپاشی پرتوزا

۲۵۰ یاخته‌های سرطانی نسبت به تابش‌های α و گاما بیشتر از یاخته‌هایی که سالم‌اند، آسیب‌پذیرند. در گذشته، چشمه‌ی متداول برای پرتودرمانی ^{60}Co پرتوزا بود، که با نیمه‌عمر 5.27 y به یک حالت هسته‌ای برانگیخته‌ی ^{60}Ni واپاشی می‌کند. آنگاه این ایزوتوپ نیکل، بی‌درنگ دو فوتون پرتوی گاما، هر یک با انرژی تقریبی 1.2 MeV ، را گسیل می‌کند. چند هسته‌ی پرتوزای ^{60}Co در یک چشمه‌ی 6000 Ci از نوعی که در بیمارستان‌ها مورد استفاده قرار می‌گرفت وجود دارد؟ (امروزه از ذره‌های پرانرژی حاصل از شتاب‌دهنده‌های خطی در پرتو درمانی استفاده می‌شود.)

۲۶۰ نیمه‌عمر یک ایزوتوپ پرتوزا برابر با 14.0 d است. چند روز طول می‌کشد تا آهنگ واپاشی نمونه‌ای از این ایزوتوپ به $\frac{1}{4}$ مقدار اولیه‌اش برسد؟

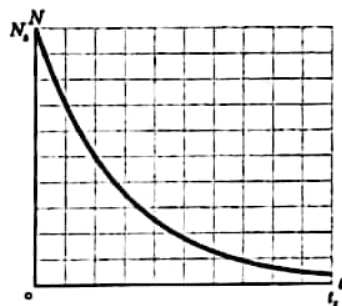
۲۷۰ یک نوکلید پرتوزا دارای نیمه‌عمر 3.0 y است. در پایان (الف) 6.0 y و (ب) 9.0 y ، چه کسری از نمونه‌ی در ابتدا خالص

۴۱۰۰ نمونه‌ی $1\mu\text{g}$ از ساماریوم، ذره‌های آلفا را با آهنگ 1200 s^{-1} گسیل می‌دارد. ایزوتوپ مشمول این واپاشی ^{147}Sm است که فراوانی طبیعی آن در ماده‌ی ساماریوم برابر با 15% است. نیمه‌عمر این فرایند واپاشی را محاسبه کنید.

۴۲۰۰ فعالیت یک نمونه‌ی 20ng از ^{92}Kr که نیمه‌عمر 1.84s را دارد، چقدر است؟

۴۳۰۰ به قصد تابش‌دهی به بیمار بیمارستانی، یک نمونه‌ی پرتوزا در آزمایشگاهی نزدیک به آن، مهیا شده است. این نمونه دارای نیمه‌عمر 83.61h است. اگر قرار باشد فعالیت نمونه در هنگام تابش‌دهی به بیمار در ۲۴ ساعت بعد برابر با $7.4 \times 10^8\text{Bq}$ باشد، فعالیت اولیه‌ی آن چقدر بوده است؟

۴۴۰۰ شکل ۱۹-۴۲ واپاشی مادر در یک نمونه‌ی پرتوزا را نشان می‌دهد. محورها با $N_0 = 2.0 \times 10^6$ و $t_0 = 1.0\text{s}$ مقیاس‌بندی شده‌اند. فعالیت نمونه در $t = 2.7\text{s}$ چقدر است؟



شکل ۱۹-۴۲ مثله‌ی ۴۴

۴۵۰۰ در اکتبر سال ۱۹۹۲، پلیس سوئیس دو مرد را که در تلاش برای قاچاق آسمیم از اروپای شرقی بودند دستگیر کرد. البته آنها اشتباهاً ^{137}Cs را ربوده بودند. طبق گزارش پلیس، هر قاچاقچی $1\mu\text{g}$ از نمونه‌ی ^{137}Cs را در یک پاکت حمل می‌کرد. فعالیت هر نمونه بر حسب بکرل و کوری چقدر بوده است؟ نیمه‌عمر ^{137}Cs برابر 30.2y است. (فعالیت ایزوتوپ‌های پرتوزایی که معمولاً در بیمارستان‌ها استفاده می‌شوند در گستره‌ی تا چند میلی‌کوری است).

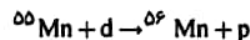
۴۶۰۰ نوکلید پرتوزای ^{99}Tc را می‌توان به منظور مشاهده‌ی جریان خون، اندازه‌گیری حجم خون، یا یافتن یک غده، در کنار هدف‌هایی دیگر، به خون یک بیمار تزریق کرد. این نوکلید در بیمارستان توسط یک "گاو ماده" تولید می‌شود که حاوی ^{99}Mo ، نوکلید پرتوزایی است که با نیمه‌عمر 67h به ^{99}Tc واپاشی می‌کند. گاو، روزی یکبار برای ^{99}Tc ، آن، که در یک حالت برانگیخته توسط ^{99}Mo تولید می‌شود، "دوشیده می‌شود"؛ ^{99}Tc با گسیل یک فوتون پرتوی گاما به پایین‌ترین حالت انرژی خود وانگیخته

۳۵۰۰ نوکلید پرتوزای معینی با آهنگ ثابت R در یک سیکلوترون تولید می‌شود. این نوکلید همچنین با ثابت فروپاشی λ واپاشی می‌کند. فرض کنید زمانی که فرایند تولید طول می‌کشد بسیار طولانی‌تر از نیمه‌عمر نوکلید پرتوزا باشد. (الف) نشان دهید تعداد هسته‌های پرتوزایی که پس از چنین زمانی برجای می‌مانند، ثابت است و با رابطه‌ی $N = R/\lambda$ داده می‌شود. (ب) اکنون نشان دهید که این نتیجه بدون توجه به اینکه چه تعداد هسته‌ی پرتوزا در ابتدا موجود بوده است، برقرار می‌ماند. گفته می‌شود که این نوکلید با چشمه‌ی خود در تعادل دیرپا^۱ است؛ در این حالت، آهنگ واپاشی درست برابر با آهنگ تولید آن است.

۳۶۰۰ ایزوتوپ پلوتونیوم ^{239}Pu از طریق واپاشی آلفا با نیمه‌عمر 24100y واپاشی می‌کند. چند میلی گرم هلیوم توسط یک نمونه‌ی 12g گرمی از ^{239}Pu که در ابتدا خالص است، در پایان 20000y تولید می‌شود؟ (فقط هلیومی را در نظر بگیرید که مستقیماً توسط پلوتونیوم تولید شده است و نه توسط محصولات‌های فرعی فرایند واپاشی).

۳۷۰۰ نوکلید پرتوزای ^{64}Cu دارای نیمه‌عمر 12.7h است. اگر نمونه‌ای در $t = 0$ به طور خالص شامل 5.0g از ^{64}Cu باشد، چه مقدار از آن بین $t = 14\text{h}$ و $t = 16\text{h}$ واپاشی خواهد کرد؟ 3800 d از یک ایزوتوپ پرتوزا به بیماری تزریق می‌شود. این ایزوتوپ نیمه‌عمر 3h را دارد. چه مقدار از این ایزوتوپ مادر تزریق شده است؟

۳۹۰۰ نوکلید پرنرژی ^{56}Mn دارای نیمه‌عمر 2.58h است و در یک سیکلوترون توسط بمباران یک هدف منگنز با دوترون‌ها تولید می‌شود. هدف فقط حاوی ایزوتوپ پایدار منگنز است، و واکنش منگنز- دوترون که ^{55}Mn را تولید می‌کند به صورت زیر است

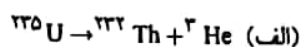
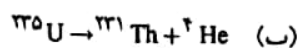
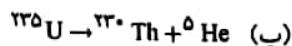


اگر بمباران بسیار بیشتر از نیمه‌عمر ^{56}Mn طول بکشد، فعالیت ^{56}Mn تولیدشده در هدف به یک مقدار نهایی $8.8 \times 10^{10}\text{Bq}$ می‌رسد. (الف) ^{56}Mn با چه آهنگی تولید می‌شود؟ (ب) آنگاه چه تعداد هسته‌ی ^{56}Mn در هدف موجود است؟ (پ) جرم کل آنها چقدر است؟

۴۰۰۰ چشمه‌ای حاوی دو نوکلید پرتوزای ^{32}P ($T_{1/2} = 14.3\text{d}$) و ^{33}P ($T_{1/2} = 25.3\text{d}$) است. در ابتدا، 10% از واپاشی‌ها ناشی از ^{33}P است. چقدر باید صبر کرد تا 90% از واپاشی‌ها ناشی از آن باشد؟

^۱ secular equilibrium

این موضوع، انرژی‌های فروپاشی را برای فرایندهای واپاشی فرضی زیر محاسبه و درباره‌ی معنی یافته‌های خود بحث کنید:

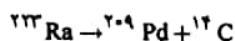
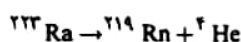


جرم‌های اتمی مورد نیاز عبارت‌اند از

^{232}Th	۲۳۲٫۰۳۸۱u	^3H	۳٫۰۱۶۰u
^{231}Th	۲۳۱٫۰۳۶۳u	^4He	۴٫۰۰۲۶u
^{230}Th	۲۳۰٫۰۳۳۱u	^5He	۵٫۰۱۲۲u
^{235}U	۲۳۵٫۰۴۲۹u		

۵۱۰۰ هسته‌ی ^{238}U یک ذره‌ی آلفای 4.196MeV گسیل می‌دارد. با در نظر گرفتن انرژی پس‌زنی هسته‌ی ^{234}Th باقیمانده، انرژی فروپاشی Q را برای این فرایند محاسبه کنید.

۵۲۰۰ در شرایط نادر معینی، یک هسته می‌تواند با گسیل ذره‌ای برجرم‌تر از یک ذره‌ی آلفا، واپاشی کند. این واپاشی‌ها را در نظر بگیرید



مقدار Q را برای (الف) نخستین و (ب) دومین واپاشی محاسبه کنید و نشان دهید که هر دو واکنش از نظر انرژی امکان‌پذیرند. (پ) ارتفاع سدّ کوئلی برای گسیل یک ذره‌ی آلفا 3.0MeV است. ارتفاع این سد برای گسیل ^{14}C چقدر است؟ (به شعاع‌های هسته‌ای دقت کنید.) جرم‌های اتمی مورد نیاز عبارت‌اند از

^{223}Ra	۲۲۳٫۰۱۸۵۰u	^{14}C	۱۴٫۰۰۳۲۴u
^{209}Pd	۲۰۸٫۹۸۱۰۷u	^4He	۴٫۰۰۲۶۰u
^{219}Rn	۲۱۹٫۰۰۹۴۸u		

بخش ۴۲-۵ واپاشی بتا

۵۳۰ ایزوتوپ سزیم ^{137}Cs در باران پرتوزای حاصل از انفجارهای فرازمینی بمب‌های هسته‌ای موجود است. چون این ایزوتوپ با نیمه‌عمر آهسته‌ای (30.2y) به ^{137}Ba واپاشی می‌کند، انرژی قابل‌ملاحظه‌ای آزاد شده در این فرایند، از لحاظ زیست‌محیطی اهمیت دارد. جرم‌های اتمی Cs و Ba به ترتیب برابر با 136.9071u و 136.9058u هستند؛ انرژی کل آزاد شده در این واپاشی را محاسبه کنید.

۵۴۰ برخی از نوکلیدهای پرتوزا با گیراندازی یکی از الکترون‌های اتمی خود، مثلاً الکترون لایه‌ی K ، واپاشی می‌کنند. یک مثال چنین است

می‌شود، که این توسط آشکارسازهایی که در اطراف بیمار قرار داده شده‌اند، ثبت می‌گردد. این واکنش‌نگی دارای نیمه‌عمری برابر با 6.0h است. (الف) ^{99}Mo با چه فرآیندی به ^{99}Tc واپاشی می‌کند؟ (ب) اگر به بیماری نمونه‌ی ^{99}Tc با فعالیت $8.2 \times 10^7\text{Bq}$ تزریق شود، در ابتدا چه تعداد فوتون پرتوی گاما در هر ثانیه در داخل بدن بیمار تولید می‌شود؟ (پ) اگر آهنگ گسیل فوتون‌های پرتوی گاما از یک غده‌ی کوچک که ^{99}Tc را جذب کرده است، در یک زمان معین برابر با ۳۸ بر ثانیه باشد، در این زمان چند حالت برانگیخته‌ی ^{99}Tc در غده جای گرفته است؟

۴۷۰۰ پس از تلاشی طولانی، ماری و پیرکوری در سال ۱۹۰۲ موفق به جداسازی یک دسی‌گرم RaCl_2 از سنگ معدن اورانیوم شدند که نخستین مقدار قابل‌ملاحظه‌ای ماده‌ای از جنس رادیوم بود. رادیوم، ایزوتوپ پرتوزای ^{226}Ra با نیمه‌عمر 1600y است. (الف) کوری‌ها چند هسته‌ی رادیوم را جدا کرده بودند؟ (ب) آهنگ واپاشی نمونه‌ی آنها، برحسب فروپاشی برثانیه، چقدر بوده است؟

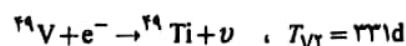
بخش ۴۲-۴ واپاشی آلفا

۴۸۰ هرگاه یک هسته‌ی ^{238}U یا گسیل (الف) یک ذره‌ی آلفا و (ب) دنباله‌ای از نوترون، پروتون، نوترون، پروتون واپاشی کند، چه مقدار انرژی آزاد می‌شود؟ (پ) هم با بحثی مستدل و هم با محاسبه‌ی مستقیم خود را متقاعد کنید که اختلاف بین این دو عدد دقیقاً برابر با انرژی بستگی کل ذره‌ی آلفاست. (ت) آن انرژی بستگی را به دست آورید. جرم‌های اتمی و ذره‌ای مورد نیاز عبارت‌اند از:

^{238}U	۲۳۸٫۰۵۰۷۹u	^{234}Th	۲۳۴٫۰۴۳۶۳u
^{237}U	۲۳۷٫۰۴۸۷۳u	^4He	۴٫۰۰۲۶۰u
^{236}Pa	۲۳۶٫۰۴۸۹۱u	^1H	۱٫۰۰۷۸۳u
^{235}Pa	۲۳۵٫۰۴۵۴۴u	n	۱٫۰۰۸۶۶u

۴۹۰ عموماً نوکلیدهای برجرم‌تر تمایل بیشتری به ناپایدار شدن از طریق واپاشی آلفا نشان می‌دهند. برای مثال، پایدارترین ایزوتوپ اورانیوم، ^{238}U ، دارای یک واپاشی آلفا با نیمه‌عمر $4.5 \times 10^9\text{y}$ است. پایدارترین ایزوتوپ پلوتونیوم، ^{244}Pu با نیمه‌عمر $8.0 \times 10^7\text{y}$ ، و پایدارترین ایزوتوپ کوریوم ^{248}Cm با نیمه‌عمر $3.4 \times 10^5\text{y}$ است. هرگاه نیمی از نمونه‌ی اولیه‌ی ^{238}U واپاشی کند، چه کسری از نمونه‌ی اولیه‌ی (الف) پلوتونیوم و (ب) کوریوم برجای می‌ماند؟

۵۰۰۰ نوکلیدهای پرتوزای بزرگ به جای سایر ترکیب‌های نوکلئونی، یک ذره‌ی آلفا گسیل می‌دارند، زیرا ذره‌ی آلفا بسیار پایدار است و ساختار آن به‌طور محکمی مقید شده است. برای تأیید



نشان دهید انرژی فروپاشی Q برای این فرایند با رابطه‌ی

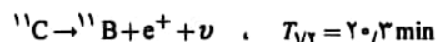
$$Q = (m_V - m_{Ti})c^2 - E_K$$

داده می‌شود، که در آن m_V و m_{Ti} به ترتیب جرم‌های اتمی ^{29}V و ^{29}Ti و E_K انرژی بستگی الکترون لایه‌ی K ی و انادایوم است. (راهنمایی: m_V و m_{Ti} را به عنوان جرم‌های هسته‌ای متناظر در نظر بگیرید و سپس به اندازه‌ی کافی الکترون اضافه کنید تا از جرم‌های اتمی استفاده کنید.)

۵۵۰ نوترون آزاد طبق معادله‌ی ۲۶-۴۲ واپاشی می‌کند. اگر اختلاف جرم اتم نوترون-هیدروژن برابر 840μ باشد، انرژی جنبشی بیشینه‌ی ممکن $K_{\max}$ برای الکترون تولیدشده در یک واپاشی نوترونی چقدر است؟

۵۶۰ الکترونی از نوکلیدی با جرم متوسط (مثلاً $A=150$) با انرژی جنبشی 1MeV گسیل شده است. (الف) طول‌موج دوسروی آن چقدر است؟ (ب) شعاع هسته‌ی گسیلنده را محاسبه کنید. (پ) آیا می‌توان چنین الکترونی را به صورت یک موج ایستاده در "جعبه"‌ای با چنان ابعادی محبوس کرد؟ (ث) آیا می‌توانید از این عددها برای رد این اظهار نظر (شرم‌آور) که الکترون‌ها در واقع در داخل هسته‌ها وجود دارند، استفاده کنید؟

۵۷۰۰ نوکلید پرتوزای ^{11}C طبق واکنش زیر واپاشی می‌کند



انرژی بیشینه‌ی پوزیترون‌های گسیل‌شده برابر با 0.960MeV است. (الف) نشان دهید انرژی فروپاشی Q برای این فرایند با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$Q = (m_C - m_B - 2m_e)c^2$$

که در آن m_C و m_B به ترتیب جرم‌های ^{11}C و ^{11}B و m_e جرم پوزیترون است. (ب) با در اختیار داشتن مقدارهای جرم $m_C = 11.011434\text{u}$ و $m_B = 11.009305\text{u}$ و $m_e = 0.0005486\text{u}$ ، مقدار Q را محاسبه و آن را با انرژی بیشینه‌ی پوزیترون گسیل‌شده که در بالا داده شده است، مقایسه کنید. (راهنمایی: m_B و m_C را جرم‌های هسته‌ای در نظر بگیرید و سپس به اندازه‌ی کافی الکترون اضافه کنید تا از جرم‌های اتمی استفاده کنید.)

۵۸۰۰ دو ماده‌ی پرتوزا که واپاشی آلفا می‌کنند، ^{238}U و ^{232}Th ، و ماده‌ای که واپاشی بتا می‌کند، ^{40}K ، به حد بسیار فراوانی در گرانیات موجودند و سهمی به‌سزا در گرمایش کره‌ی زمین از طریق انرژی واپاشی تولیدشده، دارند. ایزوتوپ‌های واپاشی آلفا زنجیره‌ای

از واپاشی را سبب می‌شوند که به هنگام تشکیل ایزوتوپ‌های پایدار سرب قطع می‌شود. ایزوتوپ ^{40}K یک تک‌واپاشی بتا دارد. (فرض کنید این تنها واپاشی ممکن آن ایزوتوپ است). آنچه می‌دانیم به قرار زیر است:

مادر	مد واپاشی	نیمه‌عمر (y)	نوکلید پایدار نهایی	Q (MeV)	f (ppm)
^{238}U	α	4.47×10^9	^{206}Pb	۵۱٫۷	۴
^{232}Th	α	1.41×10^{10}	^{208}Pb	۴۲٫۷	۱۳
^{40}K	β	1.28×10^9	^{40}Ca	۱٫۳۱	۴

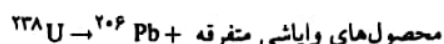
در این جدول، Q انرژی کل آزادشده در واپاشی یک هسته‌ی مادر به نوکلید پایدار نهایی و f فراوانی ایزوتوپ برحسب کیلوگرم بر کیلوگرم گرانیات، و ppm به معنی قسمت در هر میلیون است. (الف) نشان دهید که این مواد، انرژی را به صورت گرما با آهنگ 10^{-9}W به ازای هر کیلوگرم گرانیات، تولید می‌کنند. (ب) با فرض اینکه $2.7 \times 10^{22}\text{kg}$ گرانیات در یک پوسته‌ی کروی به ضخامت 20km در سطح کره‌ی زمین وجود دارد، توان این فرایند واپاشی را در کل زمین تخمین بزنید. این توان را با توان کلی که از خورشید به زمین می‌رسد، یعنی $1.7 \times 10^{17}\text{W}$ ، مقایسه کنید.

۵۹۰۰۰ نوکلید پرتوزای ^{32}P همان‌طور که با معادله‌ی ۲۴-۴۲ توصیف شده به ^{32}S واپاشی می‌کند. در یک رویداد واپاشی خاص، الکترونی با بیشترین مقدار ممکن 1.71MeV گسیل شده است. انرژی جنبشی پس‌زنی اتم ^{32}S در این رویداد چقدر است؟ (راهنمایی: در مورد الکترون باید از عبارت‌های تسمیتی برای انرژی جنبشی و تکانه‌ی خطی استفاده کنید. اتم ^{32}S غیرنسبیتی است.)

بخش ۴۲-۶ عمرسنجی پرتوزا

۶۰۰ یک نمونه‌ی زغال چوب 500 گرمی حاصل از یک آتشکده‌ی قدیمی دارای ^{14}C با فعالیت 63min فروپاشی است. یک درخت زنده دارای ^{14}C با فعالیت 153min فروپاشی بر 100g است. نیمه‌عمر ^{14}C برابر با 5730y است. سن این نمونه‌ی زغال چوب چقدر است؟

۶۱۰ ایزوتوپ ^{238}U با نیمه‌عمر $4.47 \times 10^9\text{y}$ به ^{206}Pb واپاشی می‌کند. گرچه این واپاشی در چندین مرحله‌ی جداگانه رخ می‌دهد، نخستین مرحله‌ی آن طولانی‌ترین نیمه‌عمر را دارد. بنابراین، اغلب می‌توان این واپاشی را مستقیماً به سوی سرب در نظر گرفت، یعنی،



جذب‌شده برحسب ژول و دز معادل برحسب (ب) سیورت و (پ) رم را محاسبه کنید.

۶۹۰۰ کارگری به جرم ۸۵kg در راکتور زایشی یک نیروگاه هسته‌ای به طور اتفاقی ۲/۵mg از ^{239}Pu را قورت می‌دهد. این ایزوتوپ دارای نیمه‌عمر ۲۴۱۰۰y است که با واپاشی آلفا واپی‌باشد. انرژی ذره‌های آلفای گسیل‌شده ۵/۲MeV، با عامل RBE برابر ۱۳ است. فرض کنید که پلوتونیوم به مدت ۱۲h در بدن کارگر باقی می‌ماند (آن به‌طور طبیعی از طریق دستگاه گوارش دفع می‌شود، به‌جای اینکه جذب اندام‌های داخلی بدن شود) و ۹۵٪ از ذره‌های آلفای گسیل‌شده در داخل بدن متوقف می‌شوند. مطلوب است محاسبه (الف) تعداد اتم‌های پلوتونیوم خورده شده، (ب) تعداد اتم‌هایی که در حین ۱۲h واپاشی می‌کنند، (پ) انرژی جذب‌شده توسط بدن، (ت) دز بدنی حاصل برحسب گری، و (ث) دز معادل برحسب سیورت.

بخش ۴۲-۸ مدل‌های هسته‌ای

۷۰۰ انرژی جنبشی نوعی یک نوکلئون در هسته‌ای با جرم متوسط را می‌توان ۵/۰۰MeV در نظر گرفت. بر مبنای فرض‌های مدل جمعی ساختار هسته‌ای، این متناظر با چه دمای موثر هسته‌ای است؟
۷۱۰ انرژی E یک هسته میانی باید در محدوده‌ی عمر میانگین Δt هسته اندازه‌گیری شود و این اندازه‌گیری باید طبق اصل عدم قطعیت

$$\Delta E \cdot \Delta t = \hbar$$

دارای یک عدم قطعیت ΔE باشد. (الف) عدم قطعیت ΔE ی انرژی برای یک هسته میانی با عمر میانگین 10^{-22} s، چقدر است؟ (ب) آیا این هسته، یک هسته مرکب است؟

۷۲۰ برای نوکلیدهای زیر (الف) آنهایی که دارای لایه‌های نوکلئونی پر شده هستند، (ب) آنهایی که یک نوکلئون در بیرون یک لایه‌ی پر شده دارند، و (پ) آنهایی که یک تهی‌جا در یک لایه‌ی پر شده‌ی دیگر دارند را تعیین کنید: ^{49}Ti ، ^{40}K ، ^{18}O ، ^{13}C ، ^{92}Mo ، ^{91}Zr ، ^{60}Ni ، ^{133}Sb ، ^{143}Nd ، ^{144}Sm ، ^{205}Tl ، و ^{207}Pb .

۷۳۰۰ سه فرایند تشکیل نشان داده شده برای هسته مرکب ^{20}Ne در شکل ۴۲-۱۴ را در نظر بگیرید. جرم‌های اتمی و ذره‌ای عبارت‌اند از

$$^{20}\text{Ne} \quad 19.99244 \text{ u} \quad \alpha \quad 4.00260 \text{ u}$$

$$^{19}\text{F} \quad 18.99840 \text{ u} \quad p \quad 1.007825 \text{ u}$$

$$^{16}\text{O} \quad 15.99491 \text{ u}$$

تخته‌سنگی حاوی ۴/۲۰mg از ^{238}U و ۲/۱۳۵mg از ^{206}Pb یافت شده است. فرض کنید که این تخته‌سنگ در لحظه‌ی تشکیل شدن حاوی هیچ سریبی نبوده است، به گونه‌ای که همه‌ی سریبی که اکنون موجود است ناشی از واپاشی اورانیوم است. در حال حاضر چه تعداد اتم (الف) ^{238}U و (ب) ^{206}Pd در تخته‌سنگ موجود است؟ (پ) چه تعداد اتم ^{238}U در لحظه‌ی تشکیل تخته‌سنگ، موجود بوده است؟ (ت) عمر تخته‌سنگ چقدر است؟

۶۲۰۰ تصور می‌شود یک تخته‌سنگ خاص ۲۶۰ میلیون سال سن دارد. اگر این تخته‌سنگ حاوی ۳/۷۰mg از ^{238}U باشد، چقدر ^{206}Pb در آن وجود دارد؟ مثله‌ی ۶۱ را ببینید.

۶۳۰۰ معلوم شده است تخته‌سنگی که از اعماق زمین کشف شده حاوی ۰/۸۶mg از ^{238}U ، ۰/۱۵mg از ^{206}Pb ، و ۱/۶mg از ^{40}Ar است. این تخته‌سنگ احتمالاً حاوی چه مقدار ^{40}K است؟ فرض کنید ^{40}K با نیمه‌عمر 1.25×10^9 y فقط به ^{40}Ar واپاشی می‌کند. همچنین فرض کنید که ^{238}U دارای نیمه‌عمر 4.47×10^9 y است.

۶۴۰۰۰ ایزوتوپ ^{40}K می‌تواند به ^{40}Ca یا ^{40}Ar واپاشی کند؛ فرض کنید هر دو واپاشی دارای نیمه‌عمر 1.26×10^9 y است. نسبت Ca تولیدشده به Ar تولیدشده برابر با $8.54/1 = 8.54$ است. یک نمونه که در ابتدا فقط حاوی ^{40}K بوده است، اکنون دارای مقدارهای مساوی ^{40}K و ^{40}Ar است و این بدان معنی است که نسبت K به Ar برابر با $1/1 = 1$ است. عمر نمونه چقدر است؟ (راهنمایی: این مسئله را مانند سایر مسئله‌های عمرسنجی پرتوزا حل کنید، با این تفاوت که این واپاشی به جای یک محصول، دو محصول واپاشی دارد).

بخش ۴۲-۷ اندازه‌گیری دز تابشی

۶۵۰ نوکلید ^{198}Au ، با نیمه‌عمر ۲/۷۰d، در درمان سرطان استفاده می‌شود. چه جرمی از این نوکلید برای ایجاد فعالیت 250Ci مورد نیاز است؟

۶۶۰ یک آشکارساز تابشی، ۸۷۰۰ شمارش را در 1.00min ثبت می‌کند. با فرض آنکه این آشکارساز همه‌ی واپاشی‌ها را ثبت کند، فعالیت چشمه‌ی تابشی برحسب (الف) بکرل و (ب) کوری چقدر است؟

۶۷۰ یک نمونه‌ی آلی به جرم ۴/۰۰kg از طریق یک تابش نوترونی آرام ($\text{RBE} = 5$)، جذب می‌کند. دز معادل (برحسب mSv) چقدر است؟

۶۸۰۰ کل بدن یک شخص ۷۵ کیلوگرمی، دز تابشی $2.4 \times 10^{-4}\text{Gy}$ را دریافت می‌کند که توسط ذره‌های آلفایی داده شده است که برای آنها عامل RBE برابر ۱۲ است. (الف) انرژی

۹۰ با استفاده از یک نقشه‌ی نوکلیدی، نمادهای مربوط به (الف) همه‌ی ایزوتوپ‌های پایدار با $Z=60$ ، (ب) همه‌ی نوکلیدهای پرتوزا با $N=60$ ، و (پ) همه‌ی نوکلیدهای با $A=60$ را بنویسید.

۹۱ اگر یکای جرم اتمی به گونه‌ای تعریف شده بود که جرم ^1H دقیقاً برابر با $1/000\ 000\ 000\ \text{u}$ می‌بود، جرم (الف) ^{12}C (جرم واقعی $12/000\ 000\ 000\ \text{u}$) و (ب) ^{238}U (جرم واقعی $238/050\ 785\ \text{u}$) چقدر می‌بود؟

۹۲ نوکلیدهای پرتوزای پرجرم، که ممکن است گسیلنده‌های آلفا یا بتا باشند، بسته به اینکه عدد جرمی A ی آنها به شکل $4n+2$ ، $4n+3$ یا $4n+4$ باشد، که n یک عدد درست مثبت است، به یکی از چهار زنجیره‌ی واپاشی تعلق دارند. (الف) درستی این اظهار نظر را تحقیق کنید و نشان دهید که اگر یک هسته متعلق به یکی از این خانواده‌ها باشد، همه‌ی محصول‌های واپاشی آن به همان خانواده تعلق دارد. نوکلیدهای زیر را بسته به خانواده‌ی آنها دسته‌بندی کنید: (ب) ^{235}U ، (پ) ^{236}U ، (ت) ^{238}U ، (ث) ^{239}Pu ، (ج) ^{240}Pu ، (ج) ^{245}Cm ، (ح) ^{246}Cm ، (خ) ^{249}Cf ، و (د) ^{253}Fm .

۹۳ انرژی فروپاشی Q برای واپاشی ^{239}V از طریق گیراندازی الکترون لایه‌ی K را بیابید (مسئله ۵۴ را ببینید). داده‌های موردنیاز الکترون عبارتند از $m_V = 48/948\ 52\ \text{u}$ ، $m_{Ti} = 48/947\ 87\ \text{u}$ ، $E_K = 5/47\ \text{MeV}$.

۹۴ نوکلیدهای نشان داده شده در جدول ۱-۴۲ را در نقشه‌ی نوکلیدی شکل ۵-۴۲ قرار دهید. تحقیق کنید که آنها در منطقه‌ی پایداری قرار می‌گیرند.

۹۵ نوکلید پرتوزای ^{32}P ($T_{1/2} = 14/28\ \text{d}$) اغلب به عنوان ردیاب برای ردگیری مسیر واکنش‌های شیمیایی حاوی فسفر به کار گرفته می‌شود. (الف) اگر آهنگ شمارش در یک آزمایش خاص در ابتدا $s/3050$ باشد، چقدر طول می‌کشد تا مقدار آن به $s/170$ کاهش یابد؟ (ب) محلولی حاوی ^{32}P به مجموعه‌ی ریشه‌ی یک گیاه گوجه‌فرنگی آزمایشگاهی خورانده می‌شود، و فعالیت ^{32}P ، $3/48$ روز بعد در یک برگ آن اندازه‌گیری می‌شود. عدد اندازه‌گیری شده باید در چه عاملی ضرب شود تا برای واپاشی رخ داده در آغاز آزمایش، درست باشد؟

۹۶ در پایان جنگ جهانی دوم، زمامداران هلندی، هنرمند هلندی هانس فون میگرن^۱ را به جرم خیانت دستگیر کردند، زیرا در حین جنگ، او یک تابلوی نقاشی مشهور را به هرمن گورینگ^۲ نازی

قطعت استفاده کنید. با استفاده از تقریب $p \approx \Delta p$ و این واقعیت که هسته غیرنسبیتی است، انرژی جنبشی نوکلئون هسته‌ای با $A=100$ را محاسبه کنید.

۸۴ یک چشمه‌ی رادیوم حاوی $1/00\ \text{mg}$ از ^{226}Ra است که با نیمه‌عمر $1600\ \text{y}$ ، برای تولید گاز بی‌اثر ^{222}Rn ، واپاشی می‌کند. این ایزوتوپ رادن به نوبه‌ی خود توسط گسیل آلفا با نیمه‌عمر $3/82\ \text{d}$ واپاشی می‌کند. اگر این فرایند برای زمانی بسیار بزرگتر از نیمه‌عمر ^{222}Rn ادامه یابد، آهنگ واپاشی ^{222}Rn به یک مقدار حدی، برابر با آهنگی که با آن ^{222}Rn تولید شده است، می‌رسد که این آهنگ به دلیل نیمه‌عمر نسبتاً طولانی ^{226}Ra ، تقریباً ثابت است. برای چشمه‌ای در این شرایط حدی (الف) فعالیت ^{226}Ra ، (ب) فعالیت ^{222}Rn و (پ) جرم کل ^{222}Rn چقدر است؟

۸۵ نقشه‌ی نوکلیدی مشابه شکل ۶-۴۲ را برای ۲۵ نوکلید $^{118-122}\text{Te}$ ، $^{117-121}\text{Sb}$ ، $^{116-120}\text{Sn}$ ، $^{115-119}\text{In}$ و $^{114-118}\text{Cd}$ رسم کنید. (الف) همه‌ی خط‌های ایزوبار (A ثابت) و (ب) همه‌ی خط‌های فرونی نوترونی ثابت را، که به صورت $N-Z$ تعریف شده است، رسم و مشخص کنید.

۸۶ پرتابه‌ی ذره‌ی آلفا مستقیماً به سمت یک هسته‌ی هدف آلومینیومی تابانده می‌شود. فرض می‌شود هر دو ذره کروی هستند. ذره‌ی آلفا باید چه انرژی‌ای داشته باشد تا درست در لحظه‌ی تماس "سطح" آن با "سطح" هسته‌ی آلومینیومی، به‌طور لحظه‌ای متوقف گردد؟ فرض کنید هسته‌ی هدف ساکن باقی می‌ماند.

۸۷ هسته‌ی ^{238}U را در نظر بگیرید که از یک ذره‌ی آلفا (^4He) و یک هسته‌ی باقیمانده (^{234}Th) درست شده است. انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی $U(r)$ را رسم کنید، در آن r فاصله‌ی بین ذره‌ها است. گستره‌ی تقریبی $100\ \text{fm} < r < 10\ \text{fm}$ را در نظر بگیرید و نمودار خود را با شکل ۱۰-۴۲ مقایسه کنید.

۸۸ زمان هسته‌ای مشخصه^۱ کمی سودمند ولی با تعریفی نادقیق است که به عنوان زمان لازم برای آنکه نوکلئونی با انرژی جنبشی چندمیلیون الکترون-ولت مسافتی معادل با قطر یک نوکلید با جرم متوسط را طی کند، در نظر گرفته می‌شود. مرتبه‌ی بزرگی این کمیت چقدر است؟ نوترون‌های $5\ \text{MeV}$ را در نظر بگیرید که قطر هسته‌ای ^{197}Au را طی می‌کنند، از معادله‌ی ۳-۴۲ استفاده کنید.

۸۹ عدد جرمی محتمل برای هسته‌ای کروی که شعاع آن با روش‌های پراکندگی الکترون برابر $3/6\ \text{fm}$ اندازه‌گیری شده، چقدر است؟

^۲ Hans Van Meegren
^۱ Herman Goering

^۱ Characteristic nuclear time

چون زنجیره‌ی واپاشی برای میلیاردها سال فعال بوده و چون نیمه‌عمر ^{210}Pb بسیار کمتر از ^{226}Ra است، نوکلیدهای ^{226}Ra و ^{210}Pb در حال تعادل هستند؛ یعنی، تعداد این نوکلیدها (و بنابراین غلظت آنها) در نمونه تغییر نمی‌کند. (ب) نسبت R_{226}/R_{210} فعالیت‌های این نوکلیدها در نمونه‌ی سنگ معدن سری چقدر است؟ (پ) نسبت N_{226}/N_{210} تعداد آنها چقدر است؟

وقتی رنگدانه‌ی سرب از سنگ معدن استخراج می‌شود، بیشتر ^{226}Ra از دست می‌رود. فرض کنید فقط ۱۰٪ از آن برجای بماند. درست پس از آنکه رنگدانه تولید شد، نسبت‌های (ت) R_{226}/R_{210} و (ث) N_{226}/N_{210} چقدر است؟

کیش دریافت که با گذشت زمان، نسبت R_{226}/R_{210} رنگدانه به‌تدریج تغییر می‌کند و از مقدار رنگدانه‌ی تازه استخراج‌شده به مقدار موجود در سنگ معدن، به هنگام تعادل میان ^{210}Pb و سابقی ^{226}Ra ، بازمی‌گردد. اگر تابلو توسط ورمیر نقاشی شده بود و نمونه‌ی تکه‌رنگ کنده‌شده از آن به هنگام تحلیل آن در سال ۱۹۶۸، ۳۰۰ سال قدمت داشت، این نسبت باید به پاسخ قسمت (ب) نزدیک می‌بود. اگر تابلو توسط فون میگرن در دهه‌ی ۳۰ میلادی کشیده شده بود و نمونه فقط ۳۰ سال عمر داشت، این نسبت باید به پاسخ قسمت (ت) نزدیک می‌بود. کیش این نسبت را برابر با ۰/۰۹ دریافت. (ج) آیا تابلو اثر ورمیر است؟

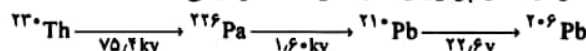
۹۷ با استفاده از داده‌های ارائه شده در چند پاراگراف نخستین بخش ۳-۴۲، (الف) ثابت فروپاشی λ و (ب) نیمه‌عمر ^{238}U را پیدا کنید.

فروخته بود. این نقاشی، عیسی و حواریون در *اماتوس*^۱، که توسط نقاش چیره‌دست هلندی یوهانس ورمیر^۲ (۱۶۷۵-۱۶۳۲) کشیده شده بود، در سال ۱۹۳۷ پس از تقریباً ۳۰۰ سال از زمانی که مفقود شده بود، توسط فون میگرن پیدا شد. خیلی زود پس از این کشف، متخصصان هنری اعلان کردند که این تابلو احتمالاً بهترین اثر ورمیر است که تاکنون دیده شده است. فروش چنین گنجینه‌ی ملی هلند به دشمن، خیانتی غیر قابل باور بود.

ولی، اندکی پس از دستگیری، فون میگرن به ناگهان ادعا کرد که او، و نه ورمیر، تابلو را کشیده است. توضیح داد که او با استفاده از یک کرباس ۳۰۰ ساله و انتخاب رنگ‌ها به شیوه‌ی ورمیر، سبک ورمیر را به‌دقت تقلید کرده است؛ او سپس نام ورمیر را روی اثر امضا، و نقاشی را روی اجاق گرم کرده است تا به آن سندیت تاریخی بدهد.

آیا فون میگرن برای فرار از محکومیت به جرم خیانت، به این امید که صرفاً برای جرم سبکتر شایده‌ی محاکمه شود، دروغ می‌گفت؟ از نظر متخصصان هنری، آن تابلو دقیقاً شبیه کارهای ورمیر بود، ولی در زمان محاکمه‌ی فون میگرن به سال ۱۹۴۷، هیچ روش علمی برای پاسخ گفتن به این پرسش وجود نداشت. تا اینکه در سال ۱۹۶۸، برنارد کیش^۳ از دانشگاه کارنگی-ملون^۴ با استفاده از روش‌های تحلیل پرتوزایی که به‌تازگی گسترش یافته بود، توانست به این پرسش، پاسخ دهد.

او مشخصاً نمونه‌ی کوچکی از تکه‌رنگ سفید حاوی سربی را که از تابلو کنده شده بود، تحلیل کرد. این رنگ از سنگ معدن سرب استخراج شده بود، که در آن سرب با یک زنجیره‌ی واپاشی پرتوزای بلند، که با ^{238}U ناپایدار شروع و به ^{206}Pb پایدار ختم می‌شود، تولید می‌گردد. برای درک کردن جان‌مایه‌ی تحلیل کیش، به بخش مختصرشده‌ای از آن زنجیره‌ی واپاشی توجه کنید، که در آن نوکلیدهای پرتوزای نسبتاً کوتاه-عمر میانی حذف شده‌اند:



نیمه‌عمرهای طولانی‌تر و مهم‌تر در این بخش از زنجیره‌ی واپاشی مشخص شده‌اند.

(الف) نشان دهید که در یک نمونه‌ی سنگ معدن سرب، آهنگی که با آن تعداد هسته‌های ^{210}Pb تغییر می‌کنند با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\frac{dN_{210}}{dt} = \lambda_{226}N_{226} - \lambda_{210}N_{210}$$

که در آن N_{226} و N_{210} تعداد هسته‌های ^{226}Ra و ^{210}Pb در نمونه و λ_{226} و λ_{210} ثابت‌های فروپاشی متناظر هستند.

^۱ Christ and His Disciples at Emmaus

^۲ Johannes Vermeer

^۳ Bernard Keisch

^۴ Carengi- Mellon

فصل چهل و چهارم

کوارک‌ها، لپتون‌ها، و مهبانگ

۴۴-۱ ویژگی‌های عمومی ذرات بنیادی

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۴۴-۱ تشخیص دهید ذرات بنیادی بسیار متفاوتی وجود دارند یا می‌توانند خلق شوند و تقریباً همه‌ی آن‌ها ناپایدارند.
- ۴۴-۲ برای واپاشی یک ذره‌ی ناپایدار، همان معادلات واپاشی به‌کار می‌رود که برای واپاشی پرتوزای هسته‌ها استفاده می‌شود.
- ۴۴-۳ اسپین را به عنوان تکانه‌ی زاویه‌ای ذاتی یک ذره بشناسید.
- ۴۴-۴ فرمیون‌ها را از بوزون‌ها تمیز دهید، و تشخیص دهید کدام‌یک لازم است از اصل طرد پاولی پیروی کند.
- ۴۴-۵ لپتون‌ها را از هادرون‌ها تمیز دهید، و سپس دو نوع هادرون‌ها را بشناسید.
- ۴۴-۶ ذره‌ها را از پادذره‌ها تمیز دهید، و تشخیص دهید اگر آن‌ها به هم برخورد کنند، دستخوش نابودی می‌شوند و به فوتون‌ها یا سایر ذرات بنیادی تبدیل می‌گردند.
- ۴۴-۷ نیروی قوی را از نیروی ضعیف تمیز دهید.
- ۴۴-۸ برای آنکه دریابید آیا یک فرایند معین برای ذرات بنیادی از لحاظ فیزیکی ممکن است، قانون‌های پایستگی بار، تکانه‌ی خطی، تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی، و انرژی (شامل انرژی جرمی) را به‌کار بندید.

نکته‌های کلیدی

- واژه‌ی ذرات بنیادی اشاره به اجزای اصلی سازنده‌ی ماده دارد. ذره‌ها را می‌توانیم به چند دسته تقسیم کنیم.
- واژه‌های ذره و پادذره در ابتدا اشاره به ذرات معمولی (از قبیل الکترون‌ها، پروتون‌ها، و نوترون‌های بدن شما) و همتهای پادذره‌ی آن‌ها (پوزیترون‌ها، پادپروتون‌ها، و پادنوترون‌ها) داشت، اما برای اغلب ذراتی که به‌ندرت مشاهده می‌شوند، تمایز بین ذرات و پادذرات عمدتاً باید در توافق با نتایج آزمایشگاهی صورت گیرد.
- فرمیون‌ها (از قبیل ذرات بدن شما) از اصل طرد پاولی پیروی می‌کنند، اما بوزون‌ها خیر.

فیزیک چیست؟

فیزیکدانان اغلب برای متمایز ساختن نظریه‌های نسبیّت و فیزیک کوانتومی از نظریه‌های مکانیک نیوتونی و الکترومغناطیس ماکسولی، که روی هم به عنوان "فیزیک کلاسیک" شناخته می‌شوند، از آن‌ها به عنوان "فیزیک جدید" یاد می‌کنند. با گذشت سال‌ها، به نظر می‌رسد که لفظ "جدید" برای نظریه‌هایی که مبنای آن‌ها به سال‌های آغازین قرن بیستم بازمی‌گردد، کمتر و کمتر مناسب باشد. در هر حال، اینشتین مقاله‌ی خود در مورد اثر فوتوالکتریک و نخستین مقاله‌ی خود درباره‌ی نسبیّت خاص را در سال ۱۹۰۵ چاپ کرد، بور مدل کوانتومی اتم هیدروژن را در سال ۱۹۱۳ به چاپ رساند، و شرودینگر معادله‌ی موج ماده‌ی خود را در سال ۱۹۲۶ منتشر کرد. به رغم همه‌ی این‌ها، برچسب "فیزیک جدید" همچنان حفظ شده است. در این واپسین فصل، دو مسیر پژوهشی را که واقعاً "جدید" هستند ولی در عین حال دیرینه‌ترین ریشه‌ها را دارند، بررسی می‌کنیم. آن‌ها معطوف به دو پرسش هستند که به‌طور فریبنده‌ای ساده به نظر می‌رسند:

عالم از چه چیزی ساخته شده است؟

چگونه عالم به شکل کنونی خود درآمده است؟

بیشرفت در پاسخ‌گویی به این پرسش‌ها در چند دهه‌ی اخیر سرعت گرفته است؟ بسیاری از دیدگاه‌های جدید مبتنی بر آزمایش‌هایی هستند که با شتابدهنده‌های بزرگ ذره‌ها به انجام رسیده‌اند. ولی با کوبیدن ذره‌ها به یکدیگر در انرژی‌های بالاتر و بالاتر در شتاب‌دهنده‌های بزرگتر و بزرگتر، فیزیکدانان به این باور رسیدند که هیچ شتابدهنده‌ی زمینی قابل تصویری نمی‌تواند ذره‌هایی را با انرژی‌های به حد کافی بزرگ برای آزمودن نظریه‌های غایی فیزیک، تولید کند. تنها یک چشمه‌ی ذره‌ها با چنین انرژی‌هایی وجود داشته است، و آن خود عالم در چند میلی‌ثانیه‌ی آغاز پیدایش‌اش بوده است.

در این فصل با اصطلاح‌های جدید بی‌شمار و سیلی واقعی از ذره‌ها با نام‌هایی مواجه می‌شوید که لزومی ندارد بکشید آن‌ها را به خاطر بسپارید. اگر برای لحظه‌ای سردرگم شوید، شما در سردرگمی فیزیکدانانی شریک شده‌اید که با این پیشرفت‌ها زندگی کردند و در آن مدت چیزی جز افزایش پیچیدگی ندیدند با این امید که اندکی از آن‌ها را درک کنند. ولی اگر این مطلب را رها نکنید و دنباله‌ی آن را پی بگیرید، شما در شور و هیجان فیزیکدانان سهم خواهید شد، وقتی با نتایج جدید حاصل از شتابدهنده‌های حیرت‌انگیز نوین مواجه می‌شوید، یا وقتی نظریه‌پردازان ایده‌های جدیدی را ارائه می‌کنند که یکی از یکی متهورانه‌تر است، و وقتی سرانجام ابهام یک موضوع از پس پیچیدگی‌های آن روشن می‌شود. مهم‌ترین پیام این کتاب این است که گرچه ما چیزهای فزاینده‌ای از فیزیک جهان آموخته‌ایم، با این حال هنوز رازهای سر به مهر بزرگی بر جای مانده است.

ذره‌ها، ذره‌ها، ذره‌ها

در سال‌های دهه‌ی ۱۹۳۰، فیزیکدانان زیادی وجود داشتند که می‌پنداشتند مسئله‌ی ساختار غایی ماده در مسیر خوبی برای حل شدن است. اتم را می‌توان فقط بر مبنای سه ذره - الکترون، پروتون، و نوترون - درک کرد. فیزیک کوانتومی برای ساختار اتم و واپاشی پرتوزای آلفا خیلی مفید واقع شد. نوترینو مفروض پنداشته می‌شد و گرچه تا آن موقع مشاهده نشده بود، با این حال اتریکورفرمی آن را در نظریه‌ی موفق واپاشی بتا وارد کرده بود. این امیدواری وجود داشت که نظریه‌ی کوانتومی که برای پروتون‌ها و نوترون‌ها به کار برده شده بود، خیلی زود ساختار هسته را نیز توضیح دهد. دیگر چه چیزی در هسته وجود داشت؟

این رضامندی دیری نپایید. پایان آن دهه شاهد آغاز دوره‌ای از کشف ذره‌های جدید بود که تا به امروز نیز ادامه دارد. ذره‌های جدید نام‌ها و نمادهایی از قبیل میوتون (μ)، پیرن (π)، کانون (K)، و سیگما (Σ) دارند. همه‌ی این ذره‌های جدید ناپایدارند؛ یعنی، آن‌ها به‌طور خودبه‌خودی، مطابق همان توابع زمانی که برای هسته‌های ناپایدار به کار می‌رود، به انواع دیگر ذره‌ها تبدیل می‌شوند. بنابراین، اگر N_0 ذره از هر نوع در یک نمونه در زمان $t=0$ وجود داشته باشد، تعداد N آن ذره‌ها که در زمان بعدی t وجود دارند با معادله‌ی ۴۲-۱۵ داده می‌شود

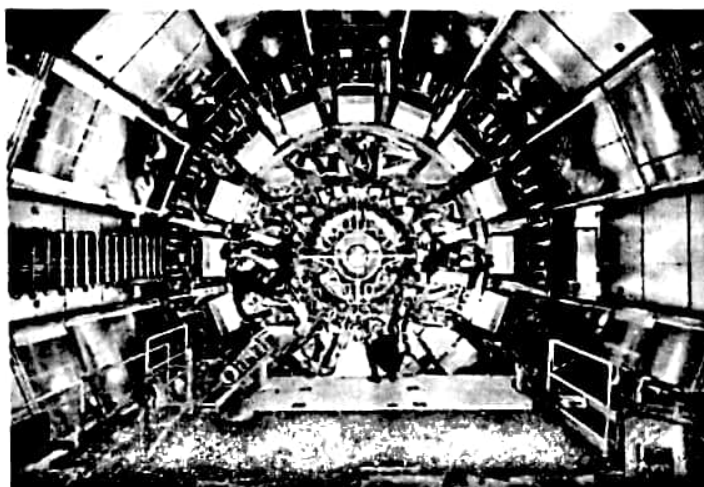
$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1-44)$$

آهنگ واپاشی R ، از یک مقدار اولیه‌ی R_0 ، با معادله‌ی ۴۲-۱۶ داده می‌شود

$$R = R_0 e^{-\lambda t} \quad (2-44)$$

و نیمه‌عمر $T_{1/2}$ ، ثابت واپاشی λ ، و عمر میانگین τ با معادله‌ی ۴۲-۱۸ به هم مربوط‌اند

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2 \quad (3-44)$$



یکی از آشکارسازهای برخورددهنده‌ی هادرونی بزرگ (LHC)^۱ واقع در سرن، که در آنجا قرار است مدل استاندارد ذرات بنیادی آزموده شود.

نیمه‌عمر ذره‌های جدید در گستره‌ی از حدود 10^{-6} s تا 10^{-23} s قرار دارند. درواقع، عمر برخی از ذره‌ها به حدی کوتاه است که نمی‌توان آن‌ها را به‌طور مستقیم آشکارسازی کرد ولی می‌توان وجود آن‌ها را فقط با شواهد غیرمستقیمی مورد تأیید قرار داد.

این ذره‌های جدید معمولاً در برخوردهای رودرو میان پروتون‌ها یا الکترون‌هایی ایجاد می‌شوند که در شتابدهنده‌هایی واقع در مکان‌هایی نظیر آزمایشگاه ملی بروکهایون^۲ (در لانگ آیلند، نیویورک)، آزمایشگاه فرمی^۳ (نزدیک شیکاگو)، سرن^۴ (نزدیک ژنو، سوئیس)، اسلک^۵ (در دانشگاه استنفورد واقع در کالیفرنیا)، و دسی^۶ (نزدیک هامبورگ، آلمان)، با انرژی‌های بالایی شتاب می‌گیرند. آن‌ها با آشکارسازهایی کشف شده‌اند که تکامل زیادی یافته‌اند تا از لحاظ اندازه و پیچیدگی هم‌اورد تمام شتابدهنده‌هایی شوند که مربوط به فقط چند دهه پیش بوده‌اند. امروزه چندصد ذره‌ی شناخته‌شده وجود دارد. نامگذاری آن‌ها از حروف الفبای یونانی گرفته شده است، و بیشتر آن‌ها فقط با اعدادی شناخته شده‌اند که در گاهنامه‌های منتشرشده به آن‌ها اختصاص داده می‌شود. برای آنکه درکی از مجموعه ذره‌ها داشته باشیم، در پی معیار فیزیکی ساده‌ای هستیم که بر مبنای آن بتوانیم ذره‌ها را دسته‌بندی کنیم. نتیجه‌ی این کار به عنوان مدل استاندارد ذره‌ها شناخته شده است. گرچه این مدل همواره توسط نظریه‌پردازان به چالش گرفته شده است، با این حال بهترین طرح برای درک همه‌ی ذره‌های شناخته‌شده تا به امروز است.

برای بررسی مدل استاندارد، سه دسته‌بندی ناقص زیر را میان ذره‌های شناخته‌شده در نظر می‌گیریم. فرمیون یا بوزون، هادرون یا لپتون، ذره یا پادذره؟ اکنون این دسته‌ها را یک به یک بررسی می‌کنیم.

فرمیون یا بوزون؟

همان‌طور که برای الکترون‌ها، پروتون‌ها، و نوترون‌ها در بخش ۳۲-۵ [جلد دوم] توضیح دادیم، همه‌ی ذره‌ها دارای تکانه‌ی زاویه‌ای ذاتی موسوم به اسپین هستند. با تعمیم نمادگذاری آن بخش، می‌توانیم مؤلفه‌ی اسپین $\vec{S}$ را در هر جهتی (فرض کنید آن مؤلفه در جهت محور z

^۱ Large Hadron Collider
^۴ CERN

^۲ Brookhaven National Laboratory
^۵ SLAC

^۳ Fermilab
^۶ DESY

است) چنین بنویسیم

$$S_z = m_s \hbar \quad m_s = s, s-1, \dots, -s \quad \text{به‌ازای} \quad (۴-۴۴)$$

که در آن $\hbar$ برابر با $h/2\pi$ ، m_s عدد کوانتومی مغناطیسی اسپینی، و s عدد کوانتومی اسپینی است. این کمیت آخر می‌تواند مقدارهای نیم-درست مثبت $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots)$ یا مقدارهای درست نامنفی $(0, 1, 2, \dots)$ داشته باشد. برای مثال، الکترون دارای مقدار $s = \frac{1}{2}$ است. بنابراین، اسپین الکترون (که در امتداد هر جهتی، مانند جهت z ، اندازه گرفته می‌شود) می‌تواند دارای مقدارهای زیر باشد

$$S_z = \frac{1}{2} \hbar \quad (\text{اسپین بالا}) \quad \text{یا}$$

$$S_z = -\frac{1}{2} \hbar \quad (\text{اسپین پایین})$$

به‌طور ناروشتی اصطلاح اسپین به دو گونه به‌کار می‌رود: آن دقیقاً به معنی تکانه‌ی زاویه‌ای ذاتی $\vec{S}$ است، ولی اغلب به‌طور غیردقیق به معنی عدد کوانتومی اسپینی s هم به‌کار رفته است. برای مثال، در مورد آخری گفته می‌شود ذره‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ -.

ذره‌های با عددهای کوانتومی اسپینی نیم-درست (مانند الکترون‌ها) پس از آنکه فرمی، کسی که (به‌طور همزمان با پل دیراک) قانون‌های آماری حاکم بر رفتار آن‌ها را کشف کرد، فرمیرن نامیده شده‌اند. پروتون‌ها و نوترون‌ها نیز، مانند الکترون‌ها، دارای $s = \frac{1}{2}$ هستند و فرمیرن‌اند.

ذره‌هایی با عددهای کوانتومی اسپینی صفر یا درست، پس از آنکه فیزیکدان هندی ساتیندرا نات بوز^۱، کسی که (به‌طور همزمان با آلبرت اینشتین) قانون‌های آماری حاکم بر این ذره‌ها را کشف کرد، بوزون نامیده شده‌اند. فوتون‌ها، که $s = 1$ دارند، بوزون‌اند؛ به‌زودی ذره‌های دیگری را در این دسته مشاهده خواهید کرد. این روش ممکن است راهی کم‌اهمیت برای دسته‌بندی ذره‌ها به نظر برسد، ولی به دلیل زیر بسیار مهم است:

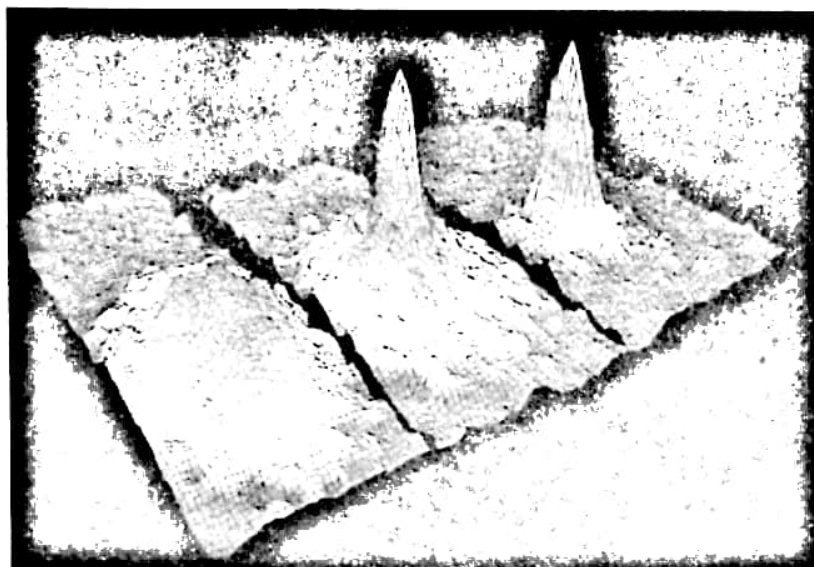
فرمیرن‌ها از اصل طرد پاولی پیروی می‌کنند، که حاکی از آن است که فقط یک ذره می‌تواند به یک حالت کوانتومی معین اختصاص داده شود. بوزون‌ها از این اصل پیروی نمی‌کنند. هر تعداد بوزون می‌تواند یک حالت کوانتومی معین را اشغال کند. ★

دیدیم که اصل طرد پاولی به هنگام "بنا کردن" اتم‌ها با اختصاص دادن الکترون‌ها (اسپین $\frac{1}{2}$) - به حالت‌های کوانتومی مجزا چقدر مهم است. به‌کارگیری این اصل به توصیف کامل ساختار و ویژگی‌های اتم‌هایی از انواع مختلف و جامدهایی از قبیل فلزها و نیم‌رساناها می‌انجامد. چون بوزون‌ها از اصل پاولی پیروی نمی‌کنند، این ذره‌ها تمایل دارند در حالت کوانتومی پایین‌ترین انرژی تجمع کنند. در سال ۱۹۹۵، گروهی در بولدر^۲ کولرادو موفق به ایجاد چگالشی از حدود ۲۰۰ اتم روبیدیوم-۸۷ که بوزون هستند، در یک تک‌حالت کوانتومی با انرژی تقریباً برابر با صفر شدند.

برای آنکه این امر رخ دهد، روبیدیوم باید به صورت بخار با دمای بسیار پایین و چگالی بسیار بالا باشد تا موج‌های دوبروی اتم‌های منفرد، بزرگتر از فاصله‌ی جدایی متوسط میان اتم‌ها باشند. هرگاه این شرط برقرار باشد، توابع موج این اتم‌های منفرد همپوشانی می‌کنند و کل اتم‌های گردآمده، یک تک‌دستگاه کوانتومی (یک اتم بزرگ) می‌شود که این، چگالش بوز-

^۱ Satyendra Nath Bose

^۲ Boulder



(الف) (ب) (پ)

شکل ۴۴-۱ سه نمودار از توزیع تندی ذره‌ای در بخار اتم‌های روییدیم-۸۷. دمای بخار پی در پی از نمودار (الف) تا نمودار (پ) کاهش یافته است. نمودار (پ) قله‌ی تیزی را نشان می‌دهد که به دور تندی صفر متمرکز شده است؛ این بدان معنی است که همه‌ی اتم‌ها در حالت کوانتومی یکسانی واقع‌اند. دست‌یابی به چنین چگالش بوز-اینشتین که غالباً جام مقدس فیزیک اتمی نامیده می‌شود، سرانجام در سال ۱۹۹۵ گزارش شد.

اینشتین نام دارد. شکل ۴۴-۱ نشان می‌دهد که با کم شدن دمای بخار روییدیم به حدود $10^{-7} \times 10^{-7} \times 10^{-7} K$ اتم‌ها در واقع به یک تک‌حالت کاملاً مشخص که متناظر با تندی تقریباً برابر صفر است، "می‌ریزند".

هادران یا لپتون؟

ذره‌ها را همچنین می‌توانیم بر مبنای چهار نیروی بنیادی‌ای که بر آن‌ها اثر می‌کنند، دسته‌بندی کنیم. نیروی گرانشی بر همه‌ی ذره‌ها اثر می‌کند، ولی اثر آن در سطح ذره‌های زیر اتمی چنان ضعیف است که نیازی به در نظر گرفتن این نیرو نداریم (دست‌کم در پژوهش‌های امروزی نیازی نداریم). نیروی الکترومغناطیسی بر همه‌ی ذره‌های باردار "کتریکی" اثر می‌کند؛ اثرهای آن به‌خوبی شناخته شده است؛ و می‌توانیم هرگاه که نیاز داشته باشیم آن را در نظر بگیریم؛ ما کلاً این نیرو را در این فصل نادیده می‌گیریم.

می‌ماند نیروی قوی، که نیرویی است که نوکلئون‌ها را به یکدیگر پیوند می‌دهد، و نیروی ضعیف که در واپاشی بتا و فرایندهای مشابه دخالت دارد. نیروی ضعیف روی همه‌ی ذره‌ها و نیروی قوی روی برخی از ذره‌ها اثر می‌کند.

اکنون می‌توانیم ذره‌ها را بر مبنای این که آیا نیروی قوی بر آن‌ها اثر می‌کند یا نه، به‌طور نه‌چندان دقیقی دسته‌بندی کنیم. ذره‌هایی که نیروی قوی بر آن‌ها اثر می‌کند، هادران نامیده می‌شوند. ذره‌هایی که نیروی قوی بر آن‌ها اثر نمی‌کند و برای آن‌ها نیروی ضعیف و نیروی الکترومغناطیسی، نیروهای غالب است لپتون نامیده می‌شوند. پروتون‌ها، نوترون‌ها، و پیون‌ها هادران هستند و الکترون‌ها و نوترینوها لپتون.

چون برخی از هادران‌ها، بوزون هستند (که آن‌ها را مزون می‌نامیم)، می‌توانیم در میان هادران‌ها تمایز بیشتری ایجاد کنیم؛ پیون مثالی از این دسته است. سایر هادران‌ها، فرمیون هستند (که آن‌ها را باریون می‌نامیم)؛ پروتون مثالی از این دسته است.

ذره یا پاد ذره؟

دیراک در سال ۱۹۲۸ پیش‌بینی کرد که الکترون e^- باید دارای همتایی با بار مثبت، و با همان جرم و اسپین باشد. این همتا، پوزیترون e^+ است که در سال ۱۹۳۲ توسط کارل اندرسون^۱ در تابش کیهانی کشف شد. سپس فیزیکدانان به تدریج دریافته‌اند که هر ذره‌ای دارای یک پادذره‌ی متناظر است. اعضای چنین جفت‌هایی دارای جرم و اسپین یکسانی هستند ولی بارهای الکتریکی (در صورتی که باردار باشند) و عددهایی کوانتومی، که هنوز آن‌ها را معرفی نکرده‌ایم، با علامت مخالف دارند.

در ابتدا، از ذره برای اشاره به ذره‌های به‌خوبی شناخته‌شده‌ای از قبیل الکترون‌ها، پروتون‌ها، و نوترون‌ها، و از پادذره برای اشاره به همتهای به‌ندرت کشف‌شده‌ی آن‌ها استفاده می‌شد. بعداً، برای ذره‌های کمتر شناخته‌شده، نامگذاری ذره و پادذره به گونه‌ای انجام گرفت که با قانون‌های پایستگی معرفی‌شده در این فصل سازگار باشد. گاهی به‌طور ناروشتی، هرگاه که تمایزی موردنیاز نباشد، هم ذره‌ها و هم پادذره‌ها ذره نامیده می‌شوند. ما اغلب، و نه همیشه، یک پادذره را با قراردادن یک خط کوچک در بالای نماد مربوط به ذره نمایش می‌دهیم. بنابراین، p نماد پروتون، و $\bar{p}$ (که خوانده می‌شود "پی‌بار") نماد پادپروتون است.

نابودی. هرگاه ذره‌ای با پادذره‌ی خود برخورد کند، آن دو ذره می‌توانند یکدیگر را نابود کنند. یعنی، ذره و پادذره ناپدید می‌شوند و انرژی ترکیبی آن‌ها به شکل‌های دیگری دوباره پدیدار می‌شود. برای نابودی یک الکترون توسط یک پوزیترون، این انرژی دوباره به صورت دو فوتون پرتوی گاما پایدار می‌شود

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma \quad (۵-۴۴)$$

اگر الکترون و پوزیترون به هنگام نابودی ساکن باشند، انرژی کل آن‌ها برابر با انرژی جرمی کل آن‌هاست، و آن انرژی سپس به‌طور مساوی بین دو فوتون تقسیم می‌شود. برای حفظ پایستگی تکانه، و به دلیل این‌که فوتون‌ها نمی‌توانند ساکن باشند، آن‌ها در جهت‌های مخالف هم به حرکت درمی‌آیند.

هم‌اکنون تعداد زیادی از اتم‌های پادهیدروژن (هریک با یک پادپروتون و پوزیترون به جای یک پروتون و الکترون در اتم هیدروژن) در CERN تولید شده و مورد مطالعه قرار گرفته است. مدل استاندارد پیش‌بینی می‌کند که یک گذار در اتم پادهیدروژن (مثلاً، بین نخستین حالت برانگیخته و حالت پایه) معادل با همان گذار در اتم هیدروژن است. بنابراین، هر اختلافی در این گذارها به‌روشنی نشان‌دهنده‌ی نادرست بودن مدل استاندارد است؛ تاکنون هیچ اختلافی مشاهده نشده است.

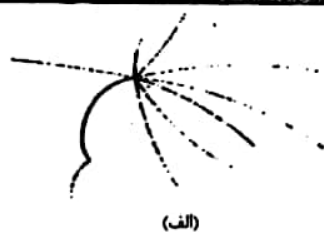
تجمعی از پادذره‌ها، از قبیل اتم پادهیدروژن، اغلب برای تمیز آن از تجمعی از ذره‌های معمولی (ماده)، به نام پادماده خوانده می‌شود. (هرگاه واژه‌ی "ماده" برای توصیف هر چیزی که جرم دارد به‌کار گرفته شود، این دو واژه می‌توانند به‌سادگی با هم اشتباه شوند.) می‌توانیم تصور کنیم که در آینده، دانشمندان و مهندسان ممکن است اشیایی از جنس پادماده بسازند. ولی تاکنون هیچ شهادتی وجود ندارد که طبیعت در یک مقیاس نجومی پادماده ساخته باشد، زیرا به نظر می‌رسد که ستارگان و کهکشان‌ها عمدتاً از ماده ساخته شده‌اند نه پاد ماده. این مشاهده‌ای حیرت‌آور است، زیرا بدین معنی است که در آغاز آفرینش عالم، ویژگی خاصی، شرایط را به سوی ماده و به دور از پادماده منحرف کرد. (برای مثال، الکترون‌ها در همه‌جا گسترده‌اند ولی پوزیترون‌ها چنین نیستند.) علت این جهت‌گیری هنوز به‌خوبی درک نشده است.

^۱ Carl Anderson

میان‌گفتار

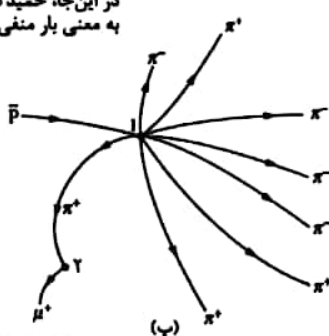
پیش از آنکه به دسته‌بندی ذره‌ها بپردازیم، برای لحظه‌ای آن را به کنار می‌گذاریم و سرشت برخی پژوهش‌های هسته‌ای را با تحلیل یک رویداد برای یک ذره‌ی نوعی - نظیر رویدادی که در تصویر اتاقک حباب شکل ۴۴-۲ الف نشان داده شده است - بررسی می‌کنیم.

در این شکل، ردها از حباب‌هایی تشکیل شده‌اند که در امتداد مسیر ذره‌های باردار الکتریکی به هنگام حرکت آن‌ها در اتاقکی پر شده با هیدروژن مایع به وجود آمده‌اند. می‌توانیم ذره‌ای را که ردّ خاصی - در میان ردهای دیگر - از خود بر جای می‌گذارد، با اندازه‌گیری فاصله‌ی نسبی میان حباب‌ها شناسایی کنیم. اتاقک در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد که ردّ ذره‌های باردار مثبت را به‌طور پادساعتگرد و ردّ ذره‌های باردار منفی را به‌طور ساعتگرد منحرف می‌کند. با اندازه‌گیری شعاع خمیدگی می‌توانیم تکانه‌ی ذره‌ای که آن را به وجود آورده است، محاسبه کنیم. جدول ۱-۲۴ برخی از ویژگی‌های ذره‌ها و پادذره‌هایی را نشان می‌دهد که در رویداد شکل ۴۴-۲ الف شرکت داشته‌اند، که شامل آن‌هایی که ردهایی را ناساخته‌اند نیز می‌شود. مطابق معمول، جرم ذره‌های داده‌شده در جدول ۱-۲۴، و همه‌ی جدول‌های دیگر این فصل، برحسب یکای MeV/c^2 بیان شده است. دلیل این امر آن است که انرژی سکون یک ذره اغلب بیشتر از جرم آن ذره‌ی مورد نیاز است. بنابراین، جرم پروتون نشان داده شده در جدول ۱-۴۴ برابر با $938.3 \text{ MeV}/c^2$ است. برای یافتن انرژی سکون پروتون، این جرم را در c^2 ضرب می‌کنیم تا 938.3 MeV به دست آید.



(الف)

در این جا، خمیدگی ساعتگرد به معنی بار منفی است و -

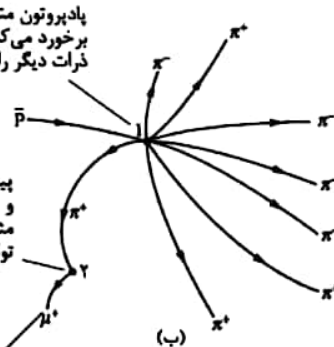


- خمیدگی پادساعتگرد به معنی بار مثبت است.

پادپروتون متحرک با پروتون ساکن برخورد می‌کند. این نابودی، همه‌ی ذرات دیگر را تولید می‌کند.

پیون مثبت واپاشی می‌کند، و بدین ترتیب یک میولون مثبت و یک نوترینو (ناپیدا) تولید می‌شود.

میولون مثبت واپاشی می‌کند، و بدین ترتیب یک الکترون، یک نوترینو، و یک پادنوترینو تولید می‌شود که همگی ناپیدایند.



(ب)

شکل ۴۴-۲ (الف) یک عکس اتاقک حباب از رشته‌ای از رویدادها که توسط پادپروتونی که از چپ وارد اتاقک شده منشأ گرفته است. (ب) برای روشنی شکل، ردها دوباره رسم و با برچسب‌هایی مشخص شده‌اند. (پ) مسیرها به این دلیل خمیده‌اند که در اتاقک، یک میدان مغناطیسی وجود دارد که به هریک از ذره‌های باردار متحرک، نیرویی منحرف کننده وارد می‌کند.

ابزار کلی ما برای تحلیل عکس‌هایی نظیر شکل ۲-۴۴ الف، عبارت‌اند از قانون‌های پایستگی انرژی، تکانه‌ی خطی، تکانه‌ی زاویه‌ای، و بار الکتریکی، در کنار قانون‌های پایستگی دیگری که تاکنون معرفی نکرده‌ایم. شکل ۲-۴۴ الف، درواقع یکی از جفت‌عکس‌های ثبت شده است، تا در عمل، این تحلیل‌ها در سه بعد انجام گیرد.

رویداد شکل ۲-۴۴ الف، توسط یک پادپروتون ($\bar{p}$) پراثری راه انداخته شده، که در آزمایشگاه لاورنس برکلی^۱ تولید و از سمت چپ وارد اتاقک شده است. سه زیررویداد جداگانه وجود دارد؛ یکی در نقطه‌ی ۱ شکل ۲-۴۴ ب، دومی در نقطه‌ی ۲، و سومی در بیرون از چارچوب شکل رخ داده است. هریک از این سه رویداد را بررسی می‌کنیم:

۱. نابودی پروتون- پاد پروتون. در نقطه‌ی ۱ شکل ۲-۴۴ ب، پادپروتون ورودی به‌شدت با یک پروتون در هیدروژن مایع اتاقک برخورد می‌کند، و نتیجه‌ی این عمل، نابودی متقابل آن‌ها است. می‌توانیم بگوییم که نابودی در حالی رخ می‌دهد که پادپروتون ورودی در حال حرکت بوده است، زیرا بیشتر ذره‌های تولیدشده در برخورد رودرو، رو به سمت جلو حرکت می‌کنند- یعنی، به سمت راست شکل ۲-۴۴ ب. بنا بر اصل پایستگی تکانه‌ی خطی، پادپروتون ورودی، وقتی دستخوش فرایند نابودی شود، باید یک تکانه‌ی رو به جلو داشته باشد.

انرژی کل درگیر در برخورد پادپروتون و پروتون برابر با مجموع انرژی جنبشی پادپروتون و دو انرژی سکون (یکسان) آن دو ذره است ($2 \times 938.3 \text{ MeV}$ یا 1876.6 MeV). این انرژی برای به‌وجود آوردن تعدادی ذره‌ی سبک‌تر و دادن انرژی جنبشی به آن‌ها کافی است. در این مورد، فرایند نابودی، چهار پيون مثبت (مسیرهای پررنگ) و چهار پيون منفی (مسیرهای کم‌رنگ) تولید می‌کند. (برای سادگی، فرض می‌کنیم که هیچ فوتون پرتوی گامایی، که به دلیل نداشتن بار الکتریکی ردی را از خود برجای نمی‌گذارد، ایجاد نشده است.) بنابراین نتیجه می‌گیریم که فرایند نابودی چنین است

$$p + \bar{p} \rightarrow 4\pi^+ + 4\pi^- \quad (۲-۴۴)$$

از جدول ۱-۴۴ درمی‌یابیم که پيون‌های مثبت (π^+) ذره و پيون‌های منفی (π^-) پادذره هستند. واکنش معادله‌ی ۲-۴۴ یک برهم‌کنش قوی است (نیروی قوی در آن دخالت دارد) زیرا همه‌ی ذره‌های درگیر در آن، هادرون هستند.

اکنون می‌خواهیم بررسی کنیم که آیا بار الکتریکی در این واکنش پایسته است یا خیر؟ برای این منظور، بار الکتریکی ذره را به صورت qe می‌نویسیم، که در آن q عدد کوانتومی باری است. حال تعیین این که آیا بار الکتریکی در این فرایند پایسته است معادل با تعیین آن است که آیا عدد کوانتومی باری خالص اولیه با عدد کوانتومی باری خالص نهایی برابر است یا نه. در فرایند معادله‌ی ۲-۴۴، عدد باری خالص اولیه برابر با $1 + (-1)$ ، یا ۰، و عدد باری خالص نهایی برابر با $4(-1) + 4(1)$ ، یا ۰، است. بنابراین، بار پایسته است.

برای توازن انرژی، با توجه به آنچه که در بالا گفته شد، انرژی حاصل از فرایند نابودی $p - \bar{p}$ ، دست‌کم برابر با مجموع انرژی‌های سکون پروتون و پادپروتون، یعنی 1876.6 MeV ، است. انرژی سکون پيون برابر با 139.6 MeV است، که بدین معنی است که انرژی‌های سکون هشت پيون برابر با $8 \times 139.6 \text{ MeV}$ ، یا 1116.8 MeV است. این مقدار انرژی دست‌کم حدود 760 MeV را برای توزیع در میان هشت پيون به صورت انرژی جنبشی بر جای می‌گذارد. بنابراین، الزام پایستگی انرژی به‌سادگی محقق می‌شود.

^۱ Lawrence Berkeley Laboratory

جدول ۱-۴۴ ذره‌ها و پادذره‌های درگیر در رویداد شکل ۲-۴۴

ذره	نماد	بار q	جرم (MeV/c ²)	عدد کوانتومی اسپینی s	هویت	عمر میانگین (s)	پادذره
نوترینو	ν	۰	$\approx 1 \times 10^{-7}$	$\frac{1}{2}$	لپتون	پایدار	$\bar{\nu}$
الکترون	e^{-}	-۱	۰.۵۱۱	$\frac{1}{2}$	لپتون	پایدار	e^{+}
میون	μ^{-}	-۱	۱۰۵.۷	$\frac{1}{2}$	لپتون	2.2×10^{-6}	μ^{+}
پیون	π^{+}	+۱	۱۳۹.۶	۰	مزون	2.6×10^{-8}	π^{-}
پروتون	p	+۱	۹۳۸.۳	$\frac{1}{2}$	باریون	پایدار	$\bar{p}$

۲. واپاشی پیون. پیون‌ها ذره‌هایی ناپایدارند و با نیمه‌عمر میانگین 2.6×10^{-8} s وامی‌باشند. در نقطه‌ی ۲ شکل ۲-۴۴ ب، یکی از پیون‌های مثبت در اتاقک به حال سکون درمی‌آید و به‌طور خودبه‌خود به یک پادمیون μ^{+} (خط کمرنگ‌تر) و یک نوترینو ν وامی‌باشد:

$$\pi^{+} \rightarrow \mu^{+} + \nu \quad (7-44)$$

نوترینو، که بدون بار است، هیچ ردی برجای نمی‌گذارد. هم پادمیون و هم نوترینو، لپتون هستند؛ یعنی آن‌ها ذره‌هایی هستند که نیروی قوی بر آن‌ها اعمال نمی‌شود. بنابراین، فرایند واپاشی معادله‌ی ۷-۴۴، که نیروی ضعیف بر آن حاکم است، به عنوان برهم‌کنش ضعیف توصیف می‌شود. اکنون می‌خواهیم انرژی‌های درگیر واپاشی را در نظر بگیریم. با استفاده از جدول ۱-۴۴ انرژی سکون پادمیون برابر با ۱۰۵.۷ MeV و انرژی سکون نوترینو تقریباً برابر با ۰ است. بنابراین، انرژی ۱۰۵.۷ MeV - ۱۳۹.۶ MeV یا ۳۳.۹ MeV، موجود است که به صورت انرژی جنبشی میان پادمیون و نوترینو تقسیم می‌شود.

حال می‌خواهیم بررسی کنیم که آیا تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی نیز در فرایند معادله‌ی ۷-۴۴ پایسته است یا خیر. این معادل آن است که تعیین کنیم آیا مؤلفه‌ی خالص S_z تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی در امتداد محور دلخواه z می‌تواند بر اثر این فرایند پایسته بماند یا خیر. عددهای کوانتومی اسپینی s ذره‌های درگیر در این فرایند عبارت‌اند از ۰ برای پیون π^{+} و $\frac{1}{2}$ برای هم پادمیون μ^{+} و هم نوترینو ν . بنابراین، برای π^{+} ، مؤلفه‌ی S_z باید برابر با $\hbar$ و برای μ^{+} و ν می‌تواند، یا $+\frac{1}{2}\hbar$ یا $-\frac{1}{2}\hbar$ باشد.

مؤلفه‌ی خالص S_z در فرایند معادله‌ی ۷-۴۴ در صورتی پایسته است که هیچ راهی وجود داشته باشد که در آن $S_z (= \hbar)$ اولیه بتواند با S_z خالص نهایی برابر شود. درمی‌یابیم که اگر یکی از محصول‌ها، μ^{+} یا ν ، دارای $S_z = +\frac{1}{2}\hbar$ و دیگری دارای $S_z = -\frac{1}{2}\hbar$ باشد، آنگاه مقدار خالص نهایی آن‌ها برابر با $\hbar$ می‌شود. بنابراین، چون S_z می‌تواند پایسته باشد، فرایند واپاشی معادله‌ی ۷-۴۴ می‌تواند رخ دهد.

همچنین از معادله‌ی ۷-۴۴ درمی‌یابیم که بار خالص در این فرایند پایسته است: پیش از این فرایند، عدد کوانتومی باری خالص برابر با +۱، و پس از آن، برابر با +۱ + ۰ = +۱ است.

۳. واپاشی میون. میون‌ها (چه μ^{-} و چه μ^{+}) نیز ناپایدارند و با عمر میانگین 2.2×10^{-6} s وامی‌باشند. گرچه محصول‌های واپاشی در شکل ۲-۴۴ نشان داده نشده است، پادمیون ایجادشده در واکنش معادله‌ی ۷-۴۴ به حال سکون درمی‌آید و بنا بر واکنش زیر، به‌طور خودبه‌خود وامی‌باشد

$$\mu^{+} \rightarrow e^{+} + \nu + \bar{\nu} \quad (8-44)$$

انرژی سکون پادمیونون برابر با 105.7 MeV و انرژی سکون پوزیترون فقط برابر با 0.511 MeV است، و بدین ترتیب 105.2 MeV انرژی باقی می‌ماند که به صورت انرژی جنبشی میان سه ذره‌ی ایجاد شده در فرایند واپاشی معادله‌ی ۴۴-۸ تقسیم می‌شود. ممکن است تعجب کنید: چرا دو نوترینو در معادله‌ی ۴۴-۸ وجود دارد؟ چرا نه فقط یکی، مانند واپاشی پيون در معادله‌ی ۴۴-۷؟ یک پاسخ این است که عددهای کوانتومی اسپینی پادمیونون، پوزیترون، و نوترینو هریک برابر با $\frac{1}{2}$ است؛ فقط با یک نوترینو، مؤلفه‌ی خالص S_z تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی نمی‌تواند در واپاشی پادمیونون معادله‌ی ۴۴-۸ پایسته بماند. در بخش ۴۴-۲، دلیل دیگری را ارائه خواهیم کرد.

مسئله‌ی نمونه ۴۴-۱. تکانه و انرژی جنبشی در یک واپاشی پيون

رابطه دادن P و K : می‌خواهیم این تکانه‌های P_μ و P_ν را به انرژی‌های جنبشی K_μ و K_ν به گونه‌ای ربط دهیم که بتوانیم آن انرژی‌های جنبشی را به دست آوریم. چون هیچ دلیلی برای باور این که فیزیک کلاسیک می‌تواند برای حرکت میونون و نوترینو به کار گرفته شود وجود ندارد، از معادله‌ی ۳۷-۵۴، رابطه‌ی تکانه-انرژی جنبشی از نسبت خاص، استفاده می‌کنیم

$$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2 \quad (11-44)$$

از معادله‌ی ۴۴-۱۰، می‌دانیم

$$(p_\mu c)^2 = (p_\nu c)^2 \quad (12-44)$$

با جای‌گذاری از معادله‌ی ۴۴-۱۱ در هر دو طرف معادله‌ی ۴۴-۱۲، چنین به دست می‌آوریم

$$K_\mu^2 + 2K_\mu m_\mu c^2 = K_\nu^2 + 2K_\nu m_\nu c^2$$

جرم نوترینو را تقریباً $m_\nu = 0$ می‌گیریم، $K_\nu = 33.99 \text{ MeV}$ را از معادله‌ی ۴۴-۹ قرار می‌دهیم، و سپس آن را برای K_μ حل می‌کنیم. از آن‌جا درمی‌یابیم

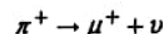
$$\begin{aligned} K_\mu &= \frac{(33.99 \text{ MeV})^2}{(2)(33.99 \text{ MeV} + m_\mu c^2)} \\ &= \frac{(33.99 \text{ MeV})^2}{(2)(33.99 \text{ MeV} + 105.7 \text{ MeV})} \\ &= 4.12 \text{ MeV} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

پس انرژی جنبشی نوترینو، با استفاده از معادله‌ی ۴۴-۹، چنین می‌شود

$$\begin{aligned} K_\nu &= 33.99 \text{ MeV} - K_\mu = 33.99 \text{ MeV} - 4.12 \text{ MeV} \\ &= 29.87 \text{ MeV} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

از این‌جا درمی‌یابیم که گرچه مقدارهای تکانه‌ی دو ذره‌ی پس‌زده یکسان است، نوترینو سهم بیشتری (۸۸٪) از انرژی جنبشی را به دست می‌آورد.

یک پيون مثبت در حال سکون می‌تواند مطابق واکنش زیر، واپاشی کند



انرژی جنبشی پادمیونون μ^+ چقدر است؟ انرژی جنبشی نوترینو چقدر است؟

ایده‌ی کلیدی

در فرایند واپاشی پيون، هم انرژی کل و هم تکانه‌ی خطی کل باید پایسته بماند.

پایستگی انرژی: نخست پایستگی انرژی کل (انرژی سکون mc^2 به‌علاوه‌ی انرژی جنبشی K) را برای فرایند واپاشی، چنین می‌نویسیم

$$m_\pi c^2 + K_\pi = m_\mu c^2 + K_\mu + m_\nu c^2 + K_\nu$$

چون پيون ساکن بوده است، انرژی جنبشی K_π آن برابر صفر است. حال، با استفاده از جرم‌های m_μ ، m_π ، و m_ν که در جدول ۴۴-۱ داده شده است، داریم

$$\begin{aligned} K_\mu + K_\nu &= m_\pi c^2 - m_\mu c^2 - m_\nu c^2 \\ &= 139.6 \text{ MeV} - 105.7 \text{ MeV} - 0 \\ &= 33.9 \text{ MeV} \quad (9-44) \end{aligned}$$

که در آن m_ν را تقریباً صفر گرفته‌ایم.

پایستگی تکانه: معادله‌ی ۴۴-۹ را نمی‌توانیم برای K_μ یا K_ν به‌طور جداگانه حل کنیم، و از این‌رو از اصل پایستگی تکانه‌ی خطی برای فرایند واپاشی استفاده می‌کنیم. چون پيون به هنگام واپاشی ساکن است، این اصل ایجاب می‌کند که میونون و نوترینو پس از واپاشی در جهت‌های مخالف حرکت کنند. فرض کنید حرکت آن‌ها در امتداد یک محور است. پس، برای مؤلفه‌های در امتداد این محور، پایستگی تکانه‌ی خطی برای این واپاشی را می‌توانیم چنین بنویسیم

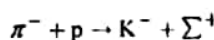
$$\begin{aligned} p_\pi &= p_\mu + p_\nu \\ \text{که با } p_\pi &= 0, \text{ چنین به دست می‌دهد} \\ p_\mu &= -p_\nu \quad (10-44) \end{aligned}$$





مسئله‌ی نمونه ۴۴-۰۲. مقدار Q در واکنش پروتون - پيون

پروتون‌هایی که یک اتاقک حباب را پر کرده‌اند توسط باریکه‌ای پرانرژی از پادذره‌هایی که به نام پيون منفی شناخته شده‌اند بمباران می‌شوند. در نقاط برخورد، یک پروتون و یک پيون به یک کائون منفی و یک سیگما در واکنش زیر تبدیل می‌شوند:



انرژی‌های سکون این ذره‌ها عبارت‌اند از

π^-	۱۳۹٫۶ MeV	K^-	۴۳۹٫۷ MeV
p	۹۳۸٫۳ MeV	Σ^+	۱۱۸۹٫۴ MeV

مقدار Q ی این واکنش چقدر است؟

ایده‌ی کلیدی

مقدار Q ی واکنش برابر است با

$$Q = \left(\begin{array}{c} \text{انرژی جرمی} \\ \text{کل نهایی} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{انرژی جرمی} \\ \text{کل اولیه} \end{array} \right)$$

محاسبه: برای واکنش داده شده، داریم

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\pi} c^2 + m_p c^2) - (m_K c^2 + m_{\Sigma} c^2) \\ &= (139.6 \text{ MeV} + 938.3 \text{ MeV}) \\ &\quad - (439.7 \text{ MeV} + 1189.4 \text{ MeV}) \\ &= -60.5 \text{ MeV} \end{aligned}$$

(پاسخ)

علامت منفی بدین معنی است که واکنش، انرژی‌گیر است؛ یعنی، در صورتی که واکنش رخ دهد، پيون فرودی (π^-) باید انرژی جنبشی بیشتری از یک مقدار آستانه‌ی معین داشته باشد. انرژی آستانه بیشتر از ۶۰۵ MeV است، زیرا نکانه‌ی خطی باید پایسته بماند، که این بدان معنی است که کائون (K^-) و سیگما (Σ^+) نه تنها باید تولید شوند، بلکه همچنین باید به آن‌ها مقداری انرژی جنبشی داده شود. یک محاسبه‌ی نسبی که جزئیات آن خارج از مجال این بحث است، نشان می‌دهد که انرژی آستانه برای این واکنش برابر با ۹۰۷ MeV است.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS

۴۴-۲ لپتون‌ها، هادرون‌ها، و شگفتی

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۴۴-۱۲ برای آنکه دریابید آیا یک فرایند معین برای ذرات بنیادی از لحاظ فیزیکی ممکن است، تعیین کنید آیا آن فرایند، عدد باریونی را پایسته نگه می‌دارد.
- ۴۴-۱۳ تشخیص دهید عددی کوانتومی موسوم به شگفتی همبسته به برخی از باریون‌ها و مزون‌ها وجود دارد.
- ۴۴-۱۴ تشخیص دهید شگفتی باید در برهم‌کنش‌های شامل نیروی قوی پایسته بماند، اما این قانون پایستگی می‌تواند برای سایر برهم‌کنش‌ها نقض شود.
- ۴۴-۱۵ نقش‌های راه هشتگانه را شرح دهید.

- ۴۴-۰۹ تشخیص دهید که شش لپتون وجود دارد (با یک پادذره برای هر کدام) در سه خانواده، با یک نوع نوترینوی متفاوت در هر خانواده.
- ۴۴-۱۰ برای آنکه دریابید آیا یک فرایند معین برای ذرات بنیادی از لحاظ فیزیکی ممکن است، تعیین کنید آیا در آن فرایند عدد لپتونی پایسته می‌ماند و آیا آن فرایند، عددهای لپتونی مجزای خانواده را پایسته نگه می‌دارد.
- ۴۴-۱۱ تشخیص دهید عددی کوانتومی موسوم به عدد باریونی وابسته به باریون‌ها وجود دارد.

نکته‌های کلیدی

- باریون‌ها، از جمله پروتون‌ها و نوترون‌ها، هادرون‌هایی با عدد کوانتومی نیم-درست هستند و بنابراین آن‌ها نیز فرمیون‌اند.
- مزون‌ها، هادرون‌هایی با عدد کوانتومی اسپینی درست هستند و بنابراین بوزون‌اند، و از اصل طرد پاولی پیروی نمی‌کنند.
- برای توضیح واکنش‌های ممکن و غیرممکن این ذره‌ها، به باریون‌ها یک عدد کوانتومی باریونی اختصاص داده می‌شود که باید در یک واکنش پایسته بماند.
- به باریون‌ها همچنین یک عدد کوانتومی شگفتی اختصاص داده می‌شود که فقط در واکنش‌های شامل نیروی قوی باید پایسته بماند.

- ذره‌ها و پادذره‌ها را می‌توان به دو نوع اصلی دسته‌بندی کرد. لپتون‌ها و هادرون‌ها. هادرون‌ها خود شامل مزون‌ها و باریون‌ها هستند.
- سه لپتون (الکترون، موئون، و تاو) بار الکتریکی $1e^-$ دارند. همچنین سه نوترینو بدون بار (که لپتون نیز هستند) وجود دارد، هریک مربوط به یک لپتون باردار. پادذره‌های لپتون‌های باردار، بار مثبت دارند.
- برای توضیح واکنش‌های ممکن و غیرممکن این ذره‌ها، به هر کدام یک عدد کوانتومی لپتونی اختصاص می‌دهیم، که باید در یک واکنش پایسته بماند.
- لپتون‌ها عدد کوانتومی اسپینی نیم-درست دارند و بنابراین فرمیون‌اند، و از اصل طرد پاولی پیروی می‌کنند.

لپتون‌ها

در این بخش برخی از ذره‌ها در یکی از طرح‌های دسته‌بندی خود را بررسی می‌کنیم: لپتون‌ها و هادرون‌ها. با لپتون‌ها آغاز می‌کنیم، که ذره‌هایی هستند که نیروی قوی بر آن‌ها عمل نمی‌کند. تا این‌جا، ذره‌های آشنای الکترون و نوترینو را که در واپاشی بتا شرکت دارند، در نظر گرفتیم. مئون، که واپاشی آن با معادله‌ی ۴۴-۸ توصیف می‌شود، عضو دیگری از این خانواده است. فیزیکدانان به تدریج دریافته‌اند که نوترینویی که در معادله‌ی ۴۴-۷، به همراه مئون تولید می‌شود، همان ذره‌ای نیست که به نام نوترینو در واپاشی بتا، به همراه ظهور یک الکترون، تولید می‌شود. هرگاه که لازم باشد آن‌ها را از هم تمیز دهیم، قبلی را نوترینوی میون (با نماد ν_μ) و بعدی را نوترینوی الکترون (با نماد ν_e) می‌نامیم.

معلوم شده است که این دو نوع نوترینو، ذره‌های متفاوتی هستند، زیرا اگر باریکه‌ای از نوترینوهای مئون (تولیدشده از واپاشی پون به صورت معادله‌ی ۴۴-۷) به هدف جامدی برخورد کند، فقط میون‌ها تولید می‌شوند و هرگز الکترون‌ها تولید نمی‌شوند. از سوی دیگر، اگر نوترینوهای الکترون (تولیدشده توسط واپاشی بتای محصول‌های شکافت در یک راکتور هسته‌ای) به هدف جامدی برخورد کنند، فقط الکترون‌ها تولید می‌شوند و هرگز میون‌ها تولید نمی‌شوند.

لپتون دیگر، یعنی تاو^۱، در سال ۱۹۷۵ در SLAC کشف شد؛ کاشف آن، سارترین پرل^۲، در جایزه‌ی نوبل فیزیک سال ۱۹۹۵ سهم شد. تاو دارای نوترینوی همبسته به خودش است که همچنان از دو نوترینوی دیگر متفاوت است. جدول ۴۴-۲، فهرستی از همه‌ی لپتون‌ها (هم ذره‌ها و هم پاد ذره‌ها) است؛ همه‌ی آن‌ها دارای عدد کوانتومی اسپینی $\frac{1}{2}$ برابر $\frac{1}{2}$ هستند. دلایلی برای تقسیم لپتون‌ها به سه خانواده وجود دارد، که هر یک شامل یک ذره (الکترون، میون، یا تاو)، نوترینوی همبسته به آن ذره، و پادذره‌های متناظر است. افزون بر این، دلایلی برای این باور وجود دارد که فقط سه خانواده‌ی لپتونی نشان داده شده در جدول ۴۴-۲ وجود دارند. لپتون‌ها دارای هیچ ساختار داخلی و هیچ ابعاد قابل اندازه‌گیری‌ای نیستند؛ بر این باورند که آن‌ها به هنگام برهم‌کنش با سایر ذره‌ها یا با موج‌های الکترومغناطیسی، واقعاً ذره‌های بنیادی نقطه‌گونی هستند.

جدول ۴۴-۲ لپتون‌ها^۳

خانواده	ذره	نماد	جرم (MeV/c ²)	بار q	پادذره
الکترون	الکترون	e^-	۰٫۵۱۱	-۱	e^+
	نوترینوی الکترون ^b	ν_e	$\approx 1 \times 10^{-7}$	۰	$\bar{\nu}_e$
میون	میون	μ^-	۱۰۵٫۷	-۱	μ^+
	نوترینوی میون ^b	ν_μ	$\approx 1 \times 10^{-7}$	۰	$\bar{\nu}_\mu$
تاو	تاو	τ^-	۱۷۷۷	-۱	τ^+
	نوترینوی تاو ^b	ν_τ	$\approx 1 \times 10^{-7}$	۰	$\bar{\nu}_\tau$

^a همه‌ی لپتون‌ها دارای عدد کوانتومی اسپینی $\frac{1}{2}$ هستند و بنابراین فرمیونانند.

^b جرم نوترینوها با دقت تعیین نشده است. همچنین به دلیل نوسان‌های نوترینوها، نمی‌توانیم جرم مشخصی به یک نوترینو نسبت دهیم.

^۱ tau

^۲ Martin Perl

پایستگی عدد لپتونی

آزمایش نشان می‌دهد برهم‌کنش‌های ذره‌ای شامل لپتون‌ها از یک قانون پایستگی برای عددی کوانتومی موسوم به عدد لپتونی L پیروی می‌کنند. به هر ذره‌ی (عادی) در جدول ۴۴-۲، $L = +1$ و به هر پادذره، $L = -1$ اختصاص داده می‌شود. به همه‌ی ذره‌های دیگر، که لپتون نیستند، $L = 0$ اختصاص داده می‌شود. همچنین آزمایش نشان می‌دهد

در همه‌ی برهم‌کنش‌های ذره‌ای، عدد لپتونی خالص پایسته است.



این واقعیت تجربی قانون پایستگی عدد لپتونی نامیده می‌شود. نمی‌دانیم چرا این قانون باید برقرار بماند؛ تنها چیزی که می‌دانیم این است که این قانون بخشی از راه و رسمی است که عالم ما [بر مبنای آن] کار می‌کند.

درواقع سه نوع عدد لپتونی وجود دارد، یکی برای هر خانواده‌ی لپتونی: عدد لپتونی الکترونی L_e ، عدد لپتونی میونونی L_μ ، و عدد لپتونی تاوایی L_τ . این سه عدد کوانتومی تقریباً در تمام برهم‌کنش‌های مشاهده شده، به‌طور مجزا پایسته می‌مانند. یک استثناء مهم، برهم‌کنش‌های شامل نوترینوها است. بنا به دلایلی که نمی‌توانیم در این‌جا بررسی کنیم، این واقعیت که نوترینوها بدون جرم نیستند به این معنی است که آن‌ها می‌توانند در طی مسافت‌های طولانی بین انواع مختلف خود "نوسان" کنند. چنین نوسان‌هایی برای توضیح این واقعیت پیشنهاد شدند که چرا فقط حدود یک-سوم از تعداد نوترینوهای الکترون مورد انتظار حاصل از سازوکار همجوشی پروتون-پروتون در خورشید (شکل ۴۳-۱۱) به سطح زمین می‌رسند. بقیه‌ی آن‌ها در بین راه تغییر می‌کنند. پس نوسان‌ها به این معنی است که عددهای لپتونی هر خانواده‌ی مجزا برای نوترینوها پایسته نیست. در این کتاب چنین نقضی را در نظر نخواهیم گرفت و همواره عددهای لپتونی برای هر خانواده‌ی مجزا پایسته می‌ماند. اکنون می‌خواهیم این پایستگی را با بررسی مجدد فرایند واپاشی پادمیونون نشان داده شده در معادله‌ی ۴۴-۸ شرح دهیم، که آن را در این‌جا به‌طور کامل‌تری چنین می‌نویسیم

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (44-13)$$

این را نخست بر حسب خانواده‌ی میونونی لپتون‌ها بررسی می‌کنیم. μ^+ یک پادذره است (جدول ۴۴-۲ را ببینید) و بنابراین، دارای عدد لپتونی میونونی $L_\mu = -1$ است. دو ذره‌ی e^+ و ν_e به خانواده‌ی میونونی تعلق ندارند و بنابراین، برای آن‌ها $L_\mu = 0$ است. بدین ترتیب $\bar{\nu}_\mu$ در سمت راست باقی می‌ماند، که آن‌هم یک پادذره، با عدد لپتونی میونونی $L_\mu = -1$ است. بنابراین، هر دو طرف معادله‌ی ۴۴-۱۳ دارای عدد لپتونی میونونی خالص یکسانی -۱ یعنی $L_\mu = -1$ هستند؛ اگر چنین نبود، μ^+ با این فرایند واپاشی نمی‌کرد.

هیچ عضوی از خانواده‌ی الکترون در سمت چپ معادله‌ی ۴۴-۱۳ ظاهر نشده است؛ بنابراین، عدد لپتونی الکترونی خالص باید $L_e = 0$ باشد. در طرف راست معادله‌ی ۴۴-۱۳، پوزیترون، که یک پادذره است (دوباره جدول ۴۴-۲ را ببینید)، دارای عدد لپتونی الکترونی $L_e = -1$ است. نوترینوی الکترون ν_e ، که یک ذره است، دارای عدد لپتونی الکترونی $L_e = +1$ است. بنابراین عدد لپتونی الکترونی خالص برای این دو ذره‌ی واقع در سمت راست معادله‌ی ۴۴-۱۳ نیز برابر با صفر است؛ پس عدد لپتونی الکترونی نیز در این فرایند پایسته است.

چون هیچ عضوی از خانواده‌ی تاو در دو طرف معادله‌ی ۴۴-۱۳ ظاهر نمی‌شود، باید برای هر طرف $L_\tau = 0$ باشد. بنابراین، هر یک از عددهای کوانتومی لپتونی L_e ، L_μ ، و L_τ در

حین فرایند واپاشی معادله‌ی ۴۴-۱۳ بدون تغییر باقی می‌مانند، که مقادارهای ثابت آن‌ها به ترتیب ۱-، ۰ و ۰ است.

✓ نکته‌ی واری ۱

(الف) مزون π^+ از طریق فرایند $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$ واپاشی می‌کند. نوترینوی ν به چه خانواده‌ی لپتونی تعلق دارد؟ (ب) آیا این نوترینو، ذره است یا پادذره؟ (پ) عدد لپتونی آن چند است؟

هادردها

اکنون آماده‌ایم که هادردها (باریون‌ها و مزون‌ها) را بررسی کنیم، ذره‌هایی که برهم‌کنش آن‌ها توسط نیروی قوی صورت می‌گیرد. با افزودن یک قانون پایستگی دیگر به فهرست خود، این بحث را شروع می‌کنیم: قانون پایستگی عدد باریونی. برای ایجاد این قانون پایستگی، فرایند واپاشی پروتون را در نظر می‌گیریم

$$p \rightarrow e^+ + \nu_e \quad (۴۴-۱۴)$$

این فرایند هرگز رخ نمی‌دهد. این مایه‌ی خرسندی است، زیرا در غیر این صورت همه‌ی پروتون‌های جهان به تدریج به پوزیترون تغییر می‌کردند، که نتایج آن برای ما فاجعه‌آمیز بود. با این وجود، این واپاشی، قانون‌های پایستگی انرژی، تکانه‌ی خطی، یا عدد لپتونی را نقض نمی‌کند.

دلیل این پایداری آشکار پروتون- و نبود بسیاری از فرایندهای دیگری که ممکن بود در غیر این صورت رخ دهند- با معرفی یک عدد کوانتومی جدید، عدد باریونی B ، و یک قانون پایستگی جدید، پایستگی عدد باریونی، توضیح داده می‌شود:

☆ به هر باریون، $B = +1$ و به هر پادباریون، $B = -1$ را اختصاص می‌دهیم. به همه‌ی ذره‌های از نوع دیگر، $B = 0$ اختصاص داده می‌شود. یک فرایند ذره‌ای در صورتی که عدد باریونی خالص آن تغییر کند، نمی‌تواند رخ دهد.

در فرایند معادله‌ی ۴۴-۱۴، پروتون دارای عدد باریونی $B = +1$ ، و پوزیترون و نوترینو هر دو دارای عدد باریونی $B = 0$ هستند. بنابراین، در این فرایند، عدد باریونی پایسته نمی‌ماند و نمی‌تواند رخ دهد.

✓ نکته‌ی واری ۲

مد واپاشی زیر برای نوترون مشاهده نشده است

$$n \rightarrow p + e^-$$

کدام یک از قانون‌های پایستگی که در پی می‌آید، در این فرایند نقض می‌شوند: (الف) انرژی، (ب) تکانه‌ی زاویه‌ای، (پ) تکانه‌ی خطی، (ت) بار، (ث) عدد لپتونی، (ج) عدد باریونی؟ جرم‌ها عبارتند از $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$ ، $m_p = 938.3 \text{ MeV}/c^2$ ، $m_n = 939.6 \text{ MeV}/c^2$.

باز هم یک قانون پایستگی دیگر

ذره‌ها افزون بر ویژگی‌های ذاتی جرم، بار، اسپین، عدد لپتونی، و عدد باریونی که تا این‌جا برای آن‌ها برشمردیم، دارای ویژگی‌های ذاتی دیگری نیز هستند. نخستین این ویژگی‌ها هنگامی کشف شد که پژوهشگران ذره‌های جدید خاصی، مانند کائون (K) و سیگما (Σ)، را مشاهده کردند که به نظر می‌رسید، همواره به صورت جفت‌هایی تولید می‌شوند. به نظر

غیرممکن می‌رسید که فقط یکی از آن‌ها را بتوان در هر لحظه ایجاد کرد. بنابراین، اگر باریکه‌ای از پیون‌های پراثری با پروتون‌های داخل یک اتاقک حباب برهم‌کنش کند، اغلب واکنش زیر رخ می‌دهد



واکنش



که هیچ قانون پایستگی شناخته‌شده‌ای در روزهای آغازین فیزیک ذرات را نقض نمی‌کرد، هرگز رخ نمی‌دهد.

سرانجام پیشنهاد شد (توسط موری گلمان^۱ در آمریکا و به‌طور مستقل توسط نیشی جیما^۲ در ژاپن) که ذره‌های معینی دارای ویژگی جدیدی، موسوم به شگفتی، با عدد کوانتومی S مربوط به خود و قانون پایستگی مربوط به خود هستند. (مواظب باشید نماد S در اینجا را با اسپین اشتباه نگیرید.) نام شگفتی از این واقعیت برمی‌آید که پیش از آنکه این ذره‌ها دقیقاً شناسایی شوند، آن‌ها به نام "ذره‌های شگفت" شناخته شده بودند و این عنوان روی آن‌ها باقی ماند.

پروتون، نوترون، و پیون دارای $S = 0$ هستند؛ یعنی آن‌ها، "شگفت" نیستند. ولی پیشنهاد شد که ذره K^+ دارای $S = +1$ و ذره Σ^+ دارای $S = -1$ است. در واکنش معادله‌ی ۱۵-۴۴، شگفتی خالص هم در ابتدا و هم در انتها برابر صفر است؛ بنابراین، در این واکنش، شگفتی پایسته است. ولی در واکنش نشان داده شده با معادله‌ی ۱۶-۴۴، شگفتی خالص نهایی برابر با ۱- است؛ بنابراین، در آن واکنش، شگفتی پایسته نمی‌ماند و نمی‌تواند رخ دهد. پس ظاهراً باید یک قانون پایستگی دیگر را به فهرست خود بیافزاییم - قانون پایستگی شگفتی:

شگفتی در واکنش‌هایی که در آن‌ها نیروی قوی عمل می‌کند پایسته می‌ماند.



ذرات شگفت فقط توسط برهمکنش‌های قوی و فقط در جهت‌هایی با شگفتی خالص صفر (به‌سرعت) ایجاد می‌شوند. سپس آن‌ها از طریق برهمکنش‌های ضعیف (به‌آرامی) واپاشی می‌کنند، بی‌آنکه پایستگی شگفتی را نقض کنند.

ممکن است به نظر برسد که به‌وجود آوردن یک ویژگی جدید برای ذره‌ها، آن هم فقط برای حل کردن معمای کوچکی مانند آن معمایی که معادله‌های ۱۵-۴۴ و ۱۶-۴۴ مطرح می‌کنند، کار جالبی نباشد. ولی، شگفتی به‌زودی بسیاری از معماهای دیگر را نیز حل کرد. با این وجود، نباید ویژگی نامأنوس این نام شما را گمراه کند. شگفتی، یک ویژگی ذره‌ای اسرارآمیزتر از بار نیست. هر دو، ویژگی‌هایی هستند که ذره ممکن است دارا باشد (یا نباشد)، و هر یک با یک عدد کوانتومی مناسب توصیف می‌شوند. هرکدام از یک قانون پایستگی پیروی می‌کنند. با این حال، ویژگی‌های دیگری از ذره‌ها کشف شده‌اند و نام‌هایی حتی عجیب‌تر گرفته‌اند، مانند افسون و ته، ولی همه‌ی آن‌ها ویژگی‌هایی کاملاً توجیه‌پذیرند. به عنوان مثال، می‌خواهیم دریابیم که چگونه ویژگی جدید شگفتی با آشکار کردن نظم مهمی در ویژگی ذره‌ها "موجودیت خود را حفظ کرده است".

^۱ Murray Gell-Mann

^۲ K. Nishijima

جدول ۴۴-۳ هشت باریون با اسپین $\frac{1}{2}$

ذره	نماد	جرم (MeV/c ²)	عددهای کوانتومی	
			بار q	شگفتی S
پروتون	p	۹۳۸٫۳	+۱	۰
نوترون	n	۹۳۹٫۶	۰	۰
لاندا	Λ^0	۱۱۱۵٫۶	۰	-۱
سیگما	Σ^+	۱۱۸۹٫۴	+۱	-۱
سیگما	Σ^0	۱۱۹۲٫۵	۰	-۱
سیگما	Σ^-	۱۱۹۷٫۳	-۱	-۱
ایکسی	Ξ^0	۱۳۱۴٫۹	۰	-۲
ایکسی	Ξ^-	۱۳۲۱٫۳	-۱	-۲

جدول ۴۴-۴ نه مزون با اسپین صفر^a

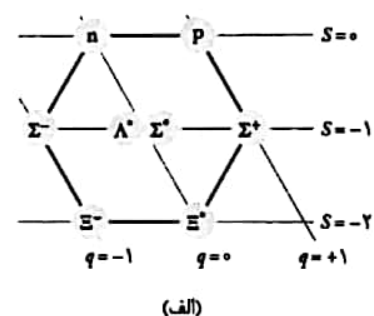
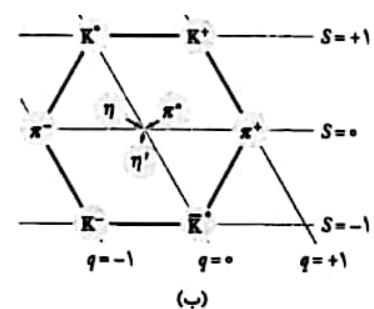
ذره	نماد	جرم (MeV/c ²)	عددهای کوانتومی	
			بار q	شگفتی S
پیون	π^0	۱۳۵٫۰	۰	۰
پیون	π^+	۱۳۹٫۶	+۱	۰
پیون	π^-	۱۳۹٫۶	-۱	۰
کانون	K^+	۴۹۳٫۷	+۱	+۱
کانون	K^-	۴۹۳٫۷	-۱	-۱
کانون	K^0	۴۹۷٫۷	۰	-۱
کانون	$\bar{K}^0$	۴۹۷٫۷	۰	-۱
اتا	η	۵۴۷٫۵	۰	۰
اتا پریم	η'	۹۵۷٫۸	۰	۰

^a همه‌ی مزون‌ها، بوزون‌اند و دارای اسپین ۰، ۱ و ۲ ... هستند. آن‌هایی که در این‌جا آورده شده‌اند همگی دارای اسپین ۰ هستند.

راه هشتگانه

هشت باریون وجود دارد- از جمله نوترون و پروتون- که دارای عدد کوانتومی اسپینی $\frac{1}{2}$ هستند. جدول ۳-۴۴ برخی از ویژگی‌های دیگر آن‌ها را نشان می‌دهد. شکل ۳-۴۴ الف نقش مجذوب‌کننده‌ای را نشان می‌دهد که اگر شگفتی این باریون‌ها را برحسب عدد کوانتومی باری آن‌ها، با استفاده از محور مایلی برای عددهای کوانتومی باری، رسم کنیم به‌دست می‌آید. شش تا از این هشت باریون تشکیل یک شش‌ضلعی را می‌دهند که دو باریون باقیمانده در مرکز آن قرار دارند.

حال می‌خواهیم توجه خود را از هادرون‌های موسوم به باریون به هادرون‌هایی که مزون نامیده می‌شوند معطوف کنیم. نه تا با اسپین صفر در جدول ۴-۴۴ آورده شده‌اند. اگر آن‌ها را روی نمودار مایل شگفتی-بار رسم کنیم، مانند شکل ۴-۴۴ ب، همان نقش مجذوب‌کننده سر برمی‌آورد! این‌ها و نمودارهای وابسته‌شان نقش‌های راه هشت‌گانه نامیده می‌شوند^{*}، که به‌طور



شکل ۳-۴۴ الف) نقش راه هشتگانه برای هشت

باریون با اسپین $\frac{1}{2}$ که در جدول ۳-۴۴ آورده شده‌اند. ذره‌ها به صورت قرص‌هایی روی نمودار شگفتی-بار، با استفاده از یک محور مایل برای عدد کوانتومی باری، نمایش داده شده‌اند. (ب) نقش مشابهی برای نه مزون با اسپین صفر که در جدول ۴-۴۴ آورده شده‌اند.

^{*} این نام از عرفان شرقی به عاریت گرفته شده است. "هشت" به هشت عدد کوانتومی اشاره دارد (فقط چندتای آن‌ها در این‌جا معرفی شده‌اند) که در نظریه‌ی مبتنی بر تقارنی که وجود نقش‌ها را پیش‌بینی می‌کند، وارد می‌شوند.

جداجانه‌ای در سال ۱۹۶۱ توسط موری گلمان در انستیتو فناوری کالیفرنیا و یووال نویمن^۱ در کالج سلطنتی لندن پیشنهاد شدند. دو نقش شکل ۴۴-۳ نمونه‌ای از تعداد بیشتری از نقش‌های متقارنی هستند که در آن‌ها دسته‌های باریونی و مزونی می‌توانند نمایش داده شوند. تقارن نقش راه هشت‌گانه برای باریون‌های با اسپین $\frac{3}{2}$ (این‌جا نشان داده نشده است)، ده ذره را پیشنهاد می‌دهد که مشابه نقش میله‌های ده‌گانه‌ی هدف در بازی بولینگ چیده شده‌اند. ولی، هنگامی که این نقش برای نخستین بار پیشنهاد شد، فقط نه عدد از چنین ذره‌هایی شناخته شده بود؛ "میله‌ی سر" پنهان بود. در سال ۱۹۶۲، گلمان با استفاده از نظریه‌ی علمی و تقارن این نقش، پیش‌بینی‌ای کرد که در آن به‌صراحت گفت:

باریونی با اسپین $\frac{3}{2}$ وجود دارد که دارای بار ۱-، شگفتی ۳-، و انرژی سکونی در حدود ۱۶۸۰ MeV است. اگر در پی این ذره‌ی آمگا منفی (آن‌طور که من آن را می‌نامم) بگردید، به گمانم آن را خواهید یافت.

گروهی از فیزیکدانان به سرپرستی نیکلاس سامیوس^۲ در آزمایشگاه ملی بروکلین با تلاش بسیار این ذره‌ی "گم‌شده" را، با تأیید همه‌ی ویژگی‌های پیش‌بینی‌شده‌ی آن، یافتند. برای اعتمادسازی یک نظریه، هیچ چیز بهتر از تأیید آزمایشگاهی به موقع آن نیست.

نقش‌های راه هشت‌گانه همان کارکردی را در فیزیک ذرات دارند که جدول تناوبی در شیمی دارد. در هر دو مورد، نقش نظام‌مندی وجود دارد که در آن جاهایی خالی است. (ذره‌ها یا عنصرهای گم‌شده) که مانند گاو پیشانی سفید فوراً به چشم می‌آیند، و بدین ترتیب آزمایش‌گران را در پژوهش‌های خود رهنمون می‌سازند. در مورد جدول تناوبی، خود وجود آن قویاً اشاره بر این دارد که اتم عنصرها، ذرات بنیادی نیستند بلکه دارای یک ساختار درونی هستند. به همین ترتیب، نقش‌های راه هشت‌گانه قویاً اشاره بر این دارند که مزون‌ها و باریون‌ها باید ساختاری درونی داشته باشند، که براساس آن، ویژگی‌های آن‌ها را می‌توان درک کرد. این ساختار را می‌توان بر مبنای مدل کوارکی توضیح داد، که در ادامه به آن خواهیم پرداخت.



مسئله‌ی نمونه ۴۴-۵۳. واپاشی پروتون: پایستگی عددهای کوانتومی، انرژی، و تکانه

خطی پایسته بماند. این واقعیت که تکانه‌ی خطی می‌تواند پایسته باشد بدین معنی است که این فرایند، پایستگی تکانه‌ی خطی را نقض نمی‌کند.

انرژی: آیا برای این واپاشی انرژی کافی وجود دارد؟ چون پروتون در حال سکون است، این پرسش معادل آن است که بپرسیم آیا انرژی جرمی پروتون برای تولید انرژی‌های جرمی و انرژی‌های جنبشی پیون کافی است یا خیر. برای پاسخ، مقدار Q را برای این واپاشی محاسبه می‌کنیم

$$\begin{aligned} Q &= \left(\text{انرژی جرمی} \right)_{\text{کل نهایی}} - \left(\text{انرژی جرمی} \right)_{\text{کل اولیه}} \\ &= m_p c^2 - (m_\pi c^2 + m_\pi c^2) \\ &= 938.3 \text{ MeV} - (135.0 \text{ MeV} + 139.6 \text{ MeV}) \\ &= 663.7 \text{ MeV} \end{aligned}$$

این واقعیت که Q مثبت است نشان‌دهنده‌ی آن است که انرژی جرمی اولیه از انرژی جرمی نهایی بیشتر است. بنابراین، پروتون انرژی جرمی کافی برای تولید جفت پیون را دارد.

تعیین کنید که آیا یک پروتون ساکن می‌تواند به شکل زیر واپاشی کند

$$p \rightarrow \pi^+ + \pi^+$$

ویژگی‌های پروتون و پیون π^+ در جدول ۴۴-۱ داده شده است. پیون π^+ دارای بار صفر، اسپین صفر، و انرژی جرمی ۱۳۵.۰ MeV است.

ایده‌ی کلیدی

باید ببینیم آیا واپاشی پیشنهادشده هیچ‌یک از قانون‌های پایستگی را که بررسی کرده‌ایم نقض می‌کند یا نه.

بار الکتریکی: می‌بینیم که عدد کوانتومی باری خالص در ابتدا ۱+ و سرانجام ۰+۱ یا ۱+ است. بنابراین، بار در این واپاشی پایسته می‌ماند. عدد لپتونی نیز پایسته می‌ماند، زیرا هیچ‌یک از این سه ذره، لپتون نیست و بنابراین عدد لپتونی هرکدام برابر با صفر است.

تکانه‌ی خطی: چون پروتون ساکن است، با تکانه‌ی خطی صفر، دو پیون باید صرفاً در جهت‌هایی مخالف، با بزرگی‌های تکانه‌ی خطی یکسان حرکت کنند (برای آنکه تکانه‌ی خطی کل نیز صفر باشد) تا بدین ترتیب تکانه‌ی

^۱ Yuval Ne'eman

^۲ Nicholas Samios

پایسته بماند. بنابراین، تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی پایسته نیست و واپاشی پیشنهادشده نمی‌تواند رخ دهد.

عدد باریونی: این واپاشی پایستگی عدد باریونی را نیز نقض می‌کند: پروتون دارای عدد باریونی $B = +1$ است، و هر دو پيون عدد باریونی $B = 0$ دارند. بنابراین، عدم پایستگی عدد باریونی دلیل دیگری بر این مدعاست که این واپاشی نمی‌تواند رخ دهد.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



اسپین: آیا تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی توسط این واپاشی پایسته می‌ماند؟ این پرسش معادل آن است که تعیین کنیم آیا مؤلفه‌ی خالص S_z گشتاور زاویه‌ای اسپینی در امتداد محور دلخواه z می‌تواند در این واپاشی پایسته بماند یا خیر. عددهای کوانتومی اسپینی S ذره‌ها در این فرایند عبارتند از $\frac{1}{2}$ برای پروتون و 0 برای هر دو پيون. بنابراین، برای پروتون، مؤلفه‌ی S_z می‌تواند $+\frac{1}{2}\hbar$ یا $-\frac{1}{2}\hbar$ باشد و برای هر پيون این مؤلفه برابر با 0 است. از این‌جا درمی‌یابیم که هیچ راهی وجود ندارد که S_z بتواند



مسئله‌ی نمونه ۴۴-۴۰. واپاشی ایکسی- منفی: پایستگی عددهای کوانتومی

(ب) آیا در این فرآیند واپاشی، سه عدد لپتونی پایسته‌اند؟

ایده‌ی کلیدی

در هر فرایند باید به‌طور جداگانه عدد لپتونی خالص برای هر خانواده‌ی لپتونی جدول ۴۴-۲ پایسته بماند.

عدد لپتونی. نخست، عدد لپتونی الکترونی L_e را در نظر می‌گیریم که برای الکترون e^- برابر با $+1$ ، برای نوترینوی پادالکترون $\bar{\nu}_e$ برابر -1 و برای سایر ذره‌های درگیر در واپاشی کلی معادله‌ی ۴۴-۱۵ برابر صفر است. از این‌جا درمی‌یابیم که L_e خالص پیش از واپاشی برابر با صفر و پس از واپاشی برابر با $0 = 2(0 + 0) + 2(-1) + 1$ است. بنابراین، عدد لپتونی الکترونی خالص پایسته است. به همین ترتیب می‌توان نشان داد که عدد لپتونی میونونی و عدد لپتونی تاوونی نیز پایسته می‌مانند.

(ب) درباره‌ی اسپین ذره‌ی Ξ^- چه می‌توان گفت؟

ایده‌ی کلیدی

در واپاشی کلی معادله‌ی ۴۴-۱۷ مؤلفه‌ی خالص S_z باید پایسته بماند. مؤلفه‌ی اسپین S_z ذره‌ی Ξ^- در طرف چپ معادله‌ی ۴۴-۱۷ را می‌توانیم با درنظر گرفتن مؤلفه‌های S_z نه ذره‌ی طرف راست، تعیین کنیم. همه‌ی این نه ذره، ذره‌هایی با اسپین $\frac{1}{2}$ هستند و بنابراین می‌توانند دارای S_z برابر با $+\frac{1}{2}\hbar$ یا $-\frac{1}{2}\hbar$ باشند. این که چگونه یکی از این دو مقدار ممکن S_z را برگزینیم، اهمیتی ندارد؛ S_z خالص برای این نه ذره باید مضربی نیم-درست از $\hbar$ باشد. بنابراین S_z ذره‌ی Ξ^- باید مضربی نیم-درست از $\hbar$ باشد، و این بدان معنی است که عدد کوانتومی اسپینی S آن باید نیم-درست باشد. (عدد کوانتومی اسپینی آن $\frac{1}{2}$ است.)

ذره‌ای به نام ایکسی- منفی با نماد Ξ^- به صورت زیر واپاشی می‌کند

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$$

ذره‌ی Λ^0 (موسوم به لاند- صفر) و ذره‌ی π^- هردو ناپایدارند. فرایندهای واپاشی زیر به‌طور آشنایی رخ می‌دهند تا هنگامی که فقط محصولات نه‌تنها پایدار باقی بمانند:

$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^- \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

(الف) آیا ذره‌ی Ξ^- لپتون است یا هادرون؟ اگر هادرون است، آیا باریون است یا مزون؟

ایده‌های کلیدی

(۱) فقط سه خانواده‌ی لپتونی وجود دارد (جدول ۴۴-۲) و هیچ‌کدام شامل ذره‌ی Ξ^- نمی‌شود. بنابراین Ξ^- باید یک هادرون باشد. (۲) برای پاسخ به دومین پرسش، باید عدد باریونی ذره‌ی Ξ^- را تعیین کنیم. اگر این عدد برابر $+1$ یا -1 باشد، آنگاه Ξ^- باریون است. ولی، اگر برابر صفر باشد، آنگاه Ξ^- مزون است.

عدد باریونی: برای بررسی این موضوع، طرح واپاشی کلی را از Ξ^- اولیه تا محصولات نه‌تنها پایدار نهایی، چنین می‌نویسیم

$$\Xi^- \rightarrow p + 2(e^- + \bar{\nu}_e) + 2(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu) \quad (۴۴-۱۷)$$

در طرف راست، پروتون دارای عدد باریونی $+1$ و الکترون و نوترینو دارای عدد باریونی 0 هستند. بنابراین، عدد باریونی خالص در طرف راست برابر با $+1$ است که این باید عدد باریونی ذره‌ی Ξ^- تنها در طرف چپ باشد. نتیجه می‌گیریم که Ξ^- یک باریون است.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



۳=۴۴ کوارک‌ها و ذره‌های پیامرسان

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۴۴-۱۶ تشخیص دهید که شش کوارک (با یک پادذره برای هر کدام)

وجود دارد.

۴۴-۱۷ تشخیص دهید که باریون‌ها شامل سه کوارک (و سه پادکوارک)، و مزون‌ها شامل یک کوارک و یک پادکوارک هستند، و این‌که بسیاری از این هادرون‌ها حالت‌های برانگیخته‌ای از ترکیب‌های کوارکی اصلی هستند.

۴۴-۱۸ برای یک هادرون معین، کوارک‌هایی را که دارد، بشناسید و

بالعکس.

۴۴-۱۹ ذرات مجازی را بشناسید.

۴۴-۲۰ رابطه‌ی بین نقض [پایستگی] انرژی توسط یک ذره‌ی مجازی و بازه‌ی زمانی مجاز برای این نقض (اصل عدم قطعیتی نوشته‌شده برحسب انرژی) را به‌کار بندید.

۴۴-۲۱ ذره‌های پیامرسان برای برهمکنش‌های الکترومغناطیسی، برهمکنش‌های ضعیف، و برهمکنش‌های قوی را بشناسید.

لکته‌های کلیدی

• شش کوارک (بالا، پایین، شگفت، افسون، ته، و سر، به ترتیب افزایش جرم) هریک دارای عدد باریونی $\frac{1}{3}$ و باری برابر $\frac{2}{3}$ یا $-\frac{1}{3}$ هستند. کوارک شگفت، دارای شگفتی ۱- است، در حالی که سایر کوارک‌ها همگی شگفتی ۰ دارند. این چهار علامت جبری برای پادکوارک‌ها وارون می‌شود.

• لپتون‌ها شامل کوارک‌ها نمی‌شوند و ساختار داخلی ندارند. مزون‌ها شامل یک کوارک و یک پادکوارک هستند. باریون‌ها شامل سه کوارک یا سه پادکوارک هستند. عدد کوانتومی‌ای که به کوارک‌ها یا پادکوارک‌ها اختصاص داده می‌شود در توافق با عددهای کوانتومی مزون‌ها و باریون‌ها است.

• ذره‌های با بار الکتریکی از طریق نیروی الکترومغناطیسی، با مبادله‌ی فوتون‌های مجازی، برهمکنش می‌کنند.

• لپتون‌ها می‌توانند با یکدیگر و با کوارک‌ها از طریق نیروی ضعیف توسط ذره‌های پر جرم W و Z به عنوان پیامرسان، برهمکنش کنند.

• کوارک‌ها اساساً از طریق نیروی رنگ، توسط گلوئون‌ها با یکدیگر برهمکنش می‌کنند.

• نیروهای الکترومغناطیسی و ضعیف، نموده‌ای مختلفی از نیرویی یکسان، موسوم به نیروی الکتروضعیف هستند.

مدل کوارکی

در سال ۱۹۶۴ گلمن و جرج زوئیگ^۱ به‌طور مستقل بیان داشتند که اگر مزون‌ها و باریون‌ها از زیرواحدهایی ساخته شده باشند که گلمن آن‌ها را کوارک نامید، نقش‌های راه هشگانه را می‌توان به طریق ساده‌ای درک کرد. نخست به سه‌تای از آن‌ها، موسوم به کوارک بالا (با نماد u)، کوارک پایین (با نماد d)، و کوارک شگفت (با نماد s) می‌پردازیم. نام این کوارک‌ها، به اضافی نام‌هایی که اختصاص داده می‌شود به سه کوارک دیگری که بعداً خواهیم دید هیچ معنایی ندارند، به جز این‌که نمادهایی قراردادی هستند. جمعاً، این نام‌ها طعم‌های کوارکی نامیده می‌شوند. می‌توانستیم آن‌ها را به جای بالا، پایین، و شگفت، وانیل، شکلات، و توت‌فرنگی نیز بنامیم.

جدول ۴۴-۵ کوارک‌ها

ذره	نماد	جرم (MeV/c ²)	عددهای کوانتومی			پادذره
			بار q	شگفتی S	عدد باریونی B	
بالا	u	۵	$+\frac{2}{3}$	۰	$+\frac{1}{3}$	$\bar{u}$
پایین	d	۱۰	$-\frac{1}{3}$	۰	$+\frac{1}{3}$	$\bar{d}$
افسون	c	۱۵۰۰	$+\frac{2}{3}$	۰	$+\frac{1}{3}$	$\bar{c}$
شگفتی	s	۲۰۰	$-\frac{1}{3}$	-۱	$+\frac{1}{3}$	$\bar{s}$
بالا	t	۱۷۵۰۰۰	$+\frac{2}{3}$	۰	$+\frac{1}{3}$	$\bar{t}$
ته	b	۴۳۰۰	$-\frac{1}{3}$	۰	$+\frac{1}{3}$	$\bar{b}$

^a همه‌ی کوارک‌ها (از جمله پادکوارک‌ها) دارای اسپین $\frac{1}{2}$ هستند و بنابراین فرمیون‌اند. عددهای q ، S ، و B برای هر پادکوارک، منفی آن عددها برای کوارک‌های متناظرشان است.

^۱ George Zweig

عددهای کوانتومی باری کسری کوآرک‌ها ممکن است ذهن شما را کمی آشفته کند. ولی تا وقتی که ندیده‌اید چگونه این بارهای کسری، بارهای درست مشاهده‌شده برای مزون‌ها و باریون‌ها را با چه ظرافتی توضیح می‌دهند، از قضاوت پرهیزید. در همه‌ی وضعیت‌های طبیعی، چه این‌جا روی کره‌ی زمین و چه در فرایندهای نجومی، کوآرک‌ها همواره به دلایلی که هنوز به‌خوبی درک نشده است، به صورت دوتایی یا سه‌تایی به یکدیگر مقید شده‌اند. چنین الزاماتی قاعده‌ی طبیعی ما برای ترکیب‌های کوآرکی است.

یک استثناء جالب برای این قاعده‌ی طبیعی در آزمایش‌هایی در برخورددهنده‌ی ذره‌ی RHIC واقع در آزمایشگاه ملی بروکهاون رخ داد. در نقطه‌ای که دو باریک‌ی پرتو از هسته‌های طلا به‌طور رودررو برخورد می‌کردند، انرژی جنبشی این ذره‌ها به‌قدری زیاد بود که با انرژی جنبشی ذره‌هایی که بلافاصله پس از آفرینش عالم وجود داشتند (و در بخش ۴-۴۴ به آن خواهیم پرداخت) برابری می‌کرد. پروتون‌ها و نوترون‌های هسته‌های طلا به منظور تشکیل گازی موقتی از کوآرک‌های مجزا، شکافته شده بودند. (این گاز شامل گلوئون‌ها نیز بود، ذره‌هایی که کوآرک‌ها را به‌طور طبیعی کنار یکدیگر نگه می‌دارند.) این آزمایش‌ها در RHIC ممکن است نخستین موردی پس از آغاز عالم باشند که در آن کوآرک‌ها از یکدیگر رها شده‌اند.

کوآرک‌ها و باریون‌ها

هر باریون ترکیبی از سه کوآرک است؛ برخی از این ترکیب‌ها در شکل ۴-۴۴ الف داده شده است. با توجه به عدد باریونی، درمی‌یابیم که هر سه کوآرک (هریک با $B = +\frac{1}{3}$) یک باریون واقعی (با $B = +1$) را به‌دست می‌دهد.

همان‌طور که از سه مثال زیر می‌توانیم ببینیم، بارها نیز محاسبه می‌شوند. پروتون دارای ترکیب کوآرکی uud است، و بنابراین عدد کوانتومی باری آن برابر است با

$$q(uud) = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) = +1$$

نوترون دارای ترکیب کوآرکی udd است، و بنابراین عدد کوانتومی باری آن چنین می‌شود

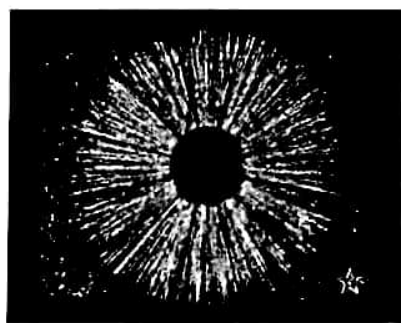
$$q(udd) = \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = 0$$

ذره‌ی Σ^- (سیگما-منفی) دارای ترکیب کوآرکی dds است، و بنابراین عدد کوانتومی باری آن چنین است

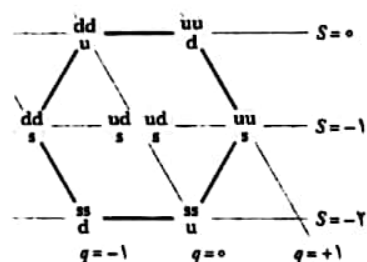
$$q(dds) = -\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

عددهای کوانتومی شگفتی نیز محاسبه می‌شوند. این را می‌توانید با استفاده از جدول ۳-۴۴ برای عدد شگفتی Σ^- و جدول ۵-۴۴ برای عدد شگفتی کوآرک‌های dds بررسی کنید.

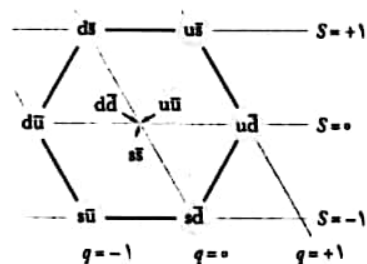
ولی توجه کنید که جرم پروتون، نوترون، Σ^- ، و یا هر باریون دیگری مجموع جرم کوآرک‌های سازنده‌ی آن نیست. مثلاً مجموع جرم سه کوآرک پروتون فقط $20 \text{ MeV}/c^2$ است، که به‌طور اسفباری کوچکتر از جرم $938.3 \text{ MeV}/c^2$ پروتون است. تقریباً همه‌ی جرم پروتون ناشی از انرژی‌های درونی (۱) حرکت کوآرک‌ها و (۲) میدان‌هایی است که کوآرک‌ها را به یکدیگر همبسته کرده است. (به یاد آورید که جرم از طریق معادله‌ی اینشتین که آن را می‌توان به صورت $m = E/c^2$ نوشت، به انرژی مربوط است.) بنابراین، چون بیشتر جرم شما ناشی از پروتون‌ها و نوترون‌های بدن‌تان است، جرم شما (و در نتیجه وزن شما روی یک ترازو) عمدتاً معیاری از انرژی حرکتی کوآرک‌ها و انرژی میدان‌های بستگی کوآرکی در بدن شما است.



برخورد رودرروی شدید دو باریک‌ی 3.0 GeV از اتم‌های طلا در شبانه‌دهی RHIC واقع در آزمایشگاه ملی بروکهاون. در لحظه‌ی برخورد، گازی از کوآرک‌های مجزا و گلوئون‌ها تولید شده بود.



(الف)



(ب)

شکل ۴-۴۴ (الف) ترکیب‌های کوآرکی هست

باریون با اسپین $\frac{1}{2}$ که در شکل ۳-۴۴ الف رسم شده است. (گرچه دو باریون مرکزی دارای ساختار کوآرکی یکسانی هستند، ولی ذره‌هایی متفاوت‌اند. ذره‌ی سیگما، یک حالت برانگیخته از ذره‌ی لانداس که با تابش یک فوتون پرتوی گاما به لانداس می‌باشد.) (ب) ترکیب‌های کوآرکی $\frac{1}{2}$ مزون با اسپین صفر که در شکل ۳-۴۴ ب رسم شده است.

کوارک‌ها و مزون‌ها

مزون‌ها، جفت‌های کوارک-پادکوارک هستند؛ برخی از ترکیب‌های آن‌ها در شکل ۴-۴۴ ب نشان داده شده است. مدل کوارک - پادکوارک با این واقعیت که مزون‌ها، باریون نیستند سازگار است؛ یعنی، مزون‌ها دارای عدد باریونی $B=0$ هستند. عدد باریونی برای کوارک برابر با $\frac{1}{3}+$ و برای پادکوارک برابر با $\frac{1}{3}-$ است؛ بنابراین، ترکیب عددهای باریونی در مزون برابر با صفر است.

مزون π^+ را در نظر بگیرید، که شامل یک کوارک بالای u و یک کوارک پادپایین $\bar{d}$ است. از جدول ۴-۴۴ درمی‌یابیم که عدد کوانتومی باری کوارک بالا برابر با $\frac{2}{3}+$ و همین عدد برای کوارک پادپایین برابر $\frac{1}{3}+$ است (علامت آن مخالف علامت کوارک پایین است). جمع این دو به‌خوبی عدد کوانتومی باری $+1$ را برای مزون π^+ به‌دست می‌دهد؛ یعنی،

$$q(u\bar{d}) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = +1$$

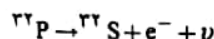
همه‌ی عددهای کوانتومی باری و شگفتی شکل ۴-۴۴ ب با مقدارهای آن‌ها در جدول ۴-۴۴ و شکل ۴-۴۴ ب سازگار است. خود را متقاعد کنید که همه‌ی ترکیب‌های ممکن کوارک - پادکوارک حاصل از کوارک‌های بالا، پایین و شگفت استفاده شده‌اند. همه چیز با هم می‌خواند.

نکته‌ی واری ۳

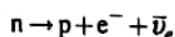
آیا ترکیب یک کوارک پایین (d) و یک کوارک پادبالا ($\bar{u}$)، (الف) مزون π^+ ، (ب) پروتون، (پ) مزون π^- ، (ت) مزون π^+ ، یا (ث) نوترون خوانده می‌شوند؟

نگاهی تازه به واپاشی بتا

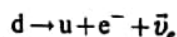
حال می‌خواهیم ببینیم واپاشی بتا از دیدگاه کوارکی چگونه است؟ در معادله‌ی ۴۲-۲۴، یک مثال نوعی از چنین فرآیندی را ارائه کردیم



پس از آنکه نوترون کشف شد و فرمی نظریه‌ی خود درباره‌ی واپاشی بتا را بیان کرد، فیزیکدانان به این باور رسیدند که فرایند بنیادین واپاشی بتا، تغییر نوترون به پروتون در داخل هسته است، که از طرح زیر پیروی می‌کند



که در آن نوترینو به‌طور کامل‌تری مشخص شده است. امروزه، با بررسی‌ای عمیق‌تر درمی‌یابیم که نوترون (uud) می‌تواند با تغییر یک کوارک پایین به کوارک بالا، به پروتون تبدیل شود. اکنون به فرایند بنیادین واپاشی بتا به‌صورت زیر می‌نگریم



بنابراین، وقتی می‌خواهیم درباره‌ی سرشت بنیادین ماده بیشتر و بیشتر بدانیم، فرایندهای آشنا را می‌توانیم در سطح‌های عمیق‌تر و عمیق‌تری بررسی کنیم. همچنین درمی‌یابیم که مدل کوارکی نه تنها ما را در درک ساختار ذره‌ها کمک می‌کند، بلکه راهنمایی برای درک برهم‌کنش‌های آن‌ها نیز هست.

باز هم بیشتر درباره‌ی کوارک‌ها

ذره‌هایی دیگر و نقش‌های راه هشت‌گانه‌ی دیگری وجود دارند که ما آن‌ها را بررسی نکرده‌ایم. برای توضیح آن‌ها، لازم است سه کوارک دیگر را در نظر بگیریم، کوارک *افسون* c ، کوارک

سر t، و کوارک ته b. بنابراین، همان‌طور که در جدول ۴۴-۵ آورده شده است، مجموعاً شش کوارک وجود دارد.

توجه کنید که جرم این سه کوارک فوق‌العاده زیاد است، پرچم‌ترین آن‌ها (کوارک سر) دارای جرمی تقریباً ۱۹۰ مرتبه بزرگتر از جرم پروتون است. برای تولید ذره‌هایی که شامل چنین کوارک‌هایی با چنین انرژی‌های جرمی بزرگی باشند، باید به انرژی‌های بالاتر و بالاتری برویم، و به همین دلیل است که این سه کوارک زودتر کشف نشدند.

نخستین ذره‌ی مشاهده شده‌ی شامل کوارک افسون، مزون J/ψ بود، که ساختار کوارکی آن $c\bar{c}$ است. این ذره به‌طور همزمان و جداگانه در سال ۱۹۷۴ توسط گروه‌هایی به سرپرستی ساموئل تینگ^۱ در آزمایشگاه ملی بروکهاون و به سرپرستی بورتون ریچر^۲ در دانشگاه استنفورد کشف شد.

همه‌ی تلاش‌ها برای تولید کوارک سر در آزمایشگاه تا سال ۱۹۹۵ نافرجام ماند، تا این‌که در این سال سرانجام وجود آن در تواترون^۳، یک شتابنده‌ی ذره‌های سنگین در آزمایشگاه فرمی، به اثبات رسید. در این شتابنده، پروتون‌ها و پادپروتون‌ها، هریک با انرژی $(9 \times 10^{11} \text{ eV} = 0.9 \text{ TeV})$ ، در وسط دو آشکارساز بزرگ ذره‌ها برخورد داده شدند. در موارد بسیار اندکی، ذره‌های برخوردکننده، یک جفت کوارک سر-پاد سر ($t\bar{t}$) تولید کردند، که خیلی سریع به ذره‌هایی وامی‌باشند که می‌توانند آشکار شده و بنابراین، می‌توانند برای پی بردن به وجود جفت سر-پادسر به‌کار برده شوند.

اکنون به جدول ۴۴-۵ (خانواده‌ی کوارکی) و جدول ۴۴-۲ (خانواده‌ی لپتونی) نگاهی بیاندازید و به تقارن زیبای این دو "شش‌سته" از ذره‌ها توجه کنید، که هریک به‌طور طبیعی به سه خانواده‌ی دو-ذره‌ای متناظر با یکدیگر، تقسیم شده‌اند. بر مبنای آنچه که در حال حاضر می‌دانیم، این‌گونه به نظر می‌رسد که کوارک‌ها و لپتون‌ها واقعاً ذراتی بنیادی هستند و هیچ ساختار داخلی‌ای ندارند.

مسئله‌ی نمونه ۴۴-۵. ترکیب کوارکی یک ذره‌ی ایکسی-منفی

ذره‌ی Ξ^- (ایکسی-منفی) دارای عدد کوانتومی اسپینی s برابر $\frac{1}{2}$ ، و عدد کوانتومی باری q برابر $-\frac{1}{3}$ است. بنابراین، کوارک x باید دارای عدد کوانتومی باری $-\frac{1}{3}$ باشد. از همچنین معلوم شده است که شامل کوارک ته نیست. چه ترکیبی از کوارک‌ها، Ξ^- را می‌سازد؟

$$q(\Xi^-) = q(ssx) \\ = -\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

سوی کوارک شگفت، تنها کوارک‌های با $q = -\frac{1}{3}$ ، کوارک پایین d و کوارک ته b هستند. چون صورت مسئله، کوارک ته را کنار گذاشته است، سومین کوارک باید کوارک پایین باشد. این نتیجه همچنین با عددهای کوانتومی باریونی سازگار است:

$$B(\Xi^-) = B(ssd) \\ = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = +1$$

بنابراین، ترکیب کوارکی ذره‌ی Ξ^- عبارت است از ssd.

استدلال: چون Ξ^- یک باریون است، باید شامل سه کوارک باشد (نه دو کوارک، آن‌طور که برای مزون است).

اکنون شگفتی $s = -2$ ذره‌ی Ξ^- را در نظر می‌گیریم. فقط کوارک شگفت s و کوارک پادشگفت $\bar{s}$ دارای مقدارهای شگفتی غیرصفر هستند (جدول ۴۴-۵ را ببینید). وانگهی، چون فقط کوارک شگفت s دارای مقدار شگفتی منفی است، Ξ^- باید شامل این کوارک باشد. درواقع، برای آنکه Ξ^- دارای شگفتی برابر -۲ باشد، این ذره باید دو کوارک شگفت داشته باشد.

برای تعیین کوارک سوم، آن را x بنامید، می‌توانیم سایر ویژگی‌های شناخته‌شده‌ی Ξ^- را در نظر بگیریم. عدد کوانتومی باری q ی آن برابر با



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



^۱ Samuel Ting

^۲ Burton Richter

^۳ Tevatron

نیروهای اصلی و ذره‌های پیام‌رسان

اکنون توجه خود را از تقسیم‌بندی ذره‌ها، به بررسی نیروهای میان آن‌ها معطوف می‌کنیم.

نیروی الکترومغناطیسی

در سطح اتمی، می‌گوییم دو الکترون بنا بر قانون کولن بر یکدیگر نیروهای الکترومغناطیسی وارد می‌کنند. در سطحی عمیق‌تر، این برهم‌کنش توسط یک نظریه‌ی بسیار موفقیت‌آمیز موسوم به الکترودینامیک کوانتومی (QED)^۱ توصیف می‌شود. بر این اساس، می‌گوییم که هر الکترون حضور الکترونی دیگر را با مبادله‌ی فوتون‌هایی با آن، حس می‌کند.

این فوتون‌ها را نمی‌توانیم آشکار کنیم، چون آن‌ها توسط یک الکترون گسیل و در زمان بسیار کوتاهی پس از آن توسط الکترون دیگری جذب می‌شوند. به دلیل سرشت آشکارنشده‌ی آن‌ها، این فوتون‌ها را فوتون‌های مجازی می‌نامیم. چون آن‌ها میان دو ذره‌ی باردار برهم‌کنش‌کننده ارتباط برقرار می‌کنند، برخی اوقات این فوتون‌ها را ذره‌های پیام‌رسان می‌نامیم. اگر یک الکترون ساکن، فوتونی را گسیل کند و خودش بدون تغییر باقی بماند، انرژی پایسته نمانده است. ولی اصل پایستگی انرژی، توسط اصل عدم قطعیت که به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar \quad (18-44)$$

حفظ می‌گردد. در این‌جا این رابطه را به این معنی تعبیر می‌کنیم که یک مقدار انرژی ΔE را، با نقض پایستگی انرژی، به‌شرطی می‌توانیم "اضافه‌برداشت" کنیم که آن را در بازه‌ی زمانی Δt که با $\hbar / \Delta E$ داده می‌شود "برگردانیم" تا آن نقض انرژی نتواند مشاهده شود. فوتون‌های مجازی درست همین کار را می‌کنند. هنگامی که، مثلاً، الکترون A یک فوتون مجازی گسیل کند، وقتی آن الکترون یک فوتون مجازی را از الکترون B دریافت کند، اضافه‌برداشت انرژی به‌سرعت جبران می‌شود و بدین ترتیب نقض پایستگی انرژی توسط این عدم قطعیت ذاتی، پنهان می‌ماند.

نیروی ضعیف

نظریه‌ی نیروی ضعیف، نیرویی که بر همه‌ی ذره‌ها اثر می‌کند، در تشابه با نظریه‌ی نیروی الکترومغناطیسی بنا نهاده شده است. ولی، ذره‌های پیام‌رسان که نیروی ضعیف را میان ذره‌ها منتقل می‌کنند، فوتون‌ها (که بدون جرم‌اند) نیستند، بلکه ذره‌های پرجرمی هستند که با نمادهای W و Z مشخص شده‌اند. این نظریه آن‌چنان موفقیت‌آمیز بود که نیروی الکترومغناطیسی و نیروی ضعیف را به عنوان نموده‌های متفاوتی از یک تک نیروی الکتروضعیف نمایان ساخت. این دستاورد، گسترش منطقی کار ماکسول است، که نشان داد نیروهای الکتریکی و مغناطیسی نموده‌های متفاوتی از یک تک نیروی الکترومغناطیسی هستند.

نظریه‌ی الکتروضعیف در پیش‌بینی ویژگی‌های ذره‌های پیام‌رسان دقیق بوده است. علاوه بر فوتون بدون جرم، ذره‌ی پیام‌رسان برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی، این نظریه سه ذره‌ی پیام‌رسان را برای برهم‌کنش‌های ضعیف به‌دست می‌دهد:

ذره	بار	جرم
W	$\pm e$	$80.4 \text{ GeV}/c^2$
Z	0	$91.2 \text{ GeV}/c^2$

^۱ Quantum electrodynamics

به یاد آورید که جرم پروتون فقط $938 \text{ GeV}/c^2$ است؛ پس این‌ها ذره‌های پرجرمی هستند! جایزه‌ی نوبل سال ۱۹۷۹ فیزیک به شلدون گلاشو^۱، استیون واینبرگ^۲، و عبدالسلام^۳ به خاطر نظریه‌ی الکتروضعیف به آن‌ها اهدا شد. این نظریه در سال ۱۹۸۳ توسط کارلو روبیا^۴ و گروه همکاری در CERN به تأیید رسید و جایزه‌ی نوبل ۱۹۸۴ فیزیک به روبیا و سایمون فون در میر^۵ به خاطر این کار آزمایشگاهی درخشان، تعلق گرفت.

برخی مفاهیم پیچیده‌ی فیزیک ذرات در حال حاضر و در گذشته را می‌توان با نگاهی به یک آزمایش فیزیک ذرات قدیمی - یعنی کشف نوترون- که به جایزه‌ی نوبل فیزیک انجامید، درک کرد. این کشف واقعاً مهم یک آزمایش "رومیزی" بود، که ذره‌های گسیل‌شده توسط مواد پرتوزای طبیعی را به عنوان پرتابه به خدمت می‌گرفت؛ این آزمایش در سال ۱۹۳۲ تحت عنوان "احتمال وجود نوترون" گزارش شد که تنها نویسنده‌ی آن جیمز چادویک^۶ بود.

در مقابل، کشف ذره‌های پیام‌رسان W و Z در سال ۱۹۸۳ در یک شتابدهنده‌ی بزرگ ذره‌ها به انجام رسید، که پیرامون آن حدود ۷ km بود و در گستره‌ی چندصد میلیارد الکترون-ولت عمل می‌کرد. وزن آشکارساز ذره‌ای اصلی آن به تنهایی ۲۰ MN بود. در این آزمایش، بیش از ۱۳۰ فیزیکدان از ۱۲ مرکز پژوهشی در ۸ کشور، به همراه تعداد زیادی از کارکنان همکاری داشتند.

نیروی قوی

نظریه‌ی نیروی قوی - یعنی، نیرویی که میان کوارک‌ها برای پیوند دادن هادرون‌ها به یکدیگر عمل می‌کند- نیز بنا شده است. در این مورد، ذره‌های پیام‌رسان گلوئون نامیده می‌شوند و پیش‌بینی شده است که مانند فوتون، بدون جرم باشند. این نظریه فرض می‌کند که هر "طعم" کوارک در سه گونه‌ی متفاوت ظاهر می‌شود که برای راحتی کار با قرمز، زرد، و آبی مشخص شده‌اند. بنابراین، سه کوارک بالا وجود دارد، هریک با یکی از این سه رنگ، و نظایر آن. پادکوارک‌ها نیز سه رنگ دارند که آن‌ها را پادقرمز، پادزرد، و پادآبی می‌نامند. نباید تصور شود که کوارک‌ها مانند آب‌نبات‌های پاستیل، واقعاً رنگی هستند. این نام‌ها برای راحتی کار انتخاب شده‌اند، ولی همان‌طور که خواهیم دید، آن‌ها دارای یک توجیه رسمی متقن نیز هستند.

نیرویی که میان کوارک‌ها عمل می‌کند، نیروی رنگ نامیده می‌شود و نظریه‌ی بنیادین آن در تشابه با الکترودینامیک کوانتومی (QED)، کرومودینامیک کوانتومی (QCD)^۷ نامیده شده است. ظاهراً، کوارک‌ها می‌توانند فقط در ترکیب‌هایی با رنگ خشی ظاهر شوند.

دو راه برای پدید آوردن رنگ خشی وجود دارد. در نظریه‌ی رنگ‌های واقعی، قرمز+ زرد+ آبی، سفید را به دست می‌دهد که یک رنگ خشی است، و ما از همین طرح در توضیح کوارک‌ها استفاده می‌کنیم. بنابراین، برای تشکیل یک باریون می‌توانیم سه کوارک را گرد هم آوریم، با این شرط که یکی کوارک زرد، یکی کوارک قرمز، و یکی کوارک آبی باشد. پادقرمز+ پادزرد+ پادآبی نیز سفید است، به‌طوری که می‌توانیم سه پادکوارک را (از سه پادرنگ مناسب) برای تشکیل یک پادباریون گرد هم آوریم. و سرانجام این‌که، قرمز+ پادقرمز، یا زرد+ پادزرد، یا آبی+ پادآبی نیز سفید را به دست می‌دهند. بنابراین، برای تشکیل یک مزون می‌توانیم ترکیبی

^۱ Sheldon Glashow

^۲ Steven Weinberg

^۳ Abdus Salam

^۴ Carlo Rubbia

^۵ Simon Van Der Meer

^۶ James Chadwick

^۷ توجه کنید که این دسته‌بندی یگانه نیست و مثلاً برخی از کتاب‌ها، از رنگ سبز به جای رنگ زرد استفاده می‌کنند (مترجم).

^۸ Quantum chromodynamics

از کوارک و پادکوارک را گرد آوریم. قاعده‌ی رنگ خشتی هیچ ترکیب دیگری از کوارک‌ها را مجاز نمی‌شمارد، و هیچ‌یک از چنین ترکیب‌هایی مشاهده نشده است. نیروی رنگ نه تنها برای پیوند کوارک‌ها به یکدیگر به صورت باریون‌ها و مزون‌ها عمل می‌کند، بلکه میان چنین ذره‌هایی نیز اعمال می‌شود، که در این مورد مرسوم است که نیروی قوی نامیده می‌شود. بنابراین، نیروی رنگ نه تنها کوارک‌ها را برای تشکیل پروتون‌ها و نوترون‌ها به یکدیگر پیوند می‌دهد، بلکه همچنین پروتون‌ها و نوترون‌ها را برای ایجاد هسته‌ها به یکدیگر می‌پیوندد.

میدان و ذره‌ی هیگز

مدل استاندارد ذرات بنیادی شامل نظریه‌ی برهمکنش‌های ضعیف و نظریه‌ی برهمکنش‌های قوی است. موفقیت اصلی این مدل نشان دادن وجود چهار ذره‌ی پیام‌رسان در برهمکنش‌های ضعیف بوده است: فوتون، و ذره‌های Z و W . ولی یک معمای مهم مربوط به جرم این ذرات است. چرا فوتون بدون جرم است، در حالی که W و Z ذره‌هایی با جرم بسیار زیادند؟ در دهه‌ی ۱۹۶۰، پتر هیگز^۱ و از سوی دیگر رابرت براوت^۲ و فرانکوئیس انگلرت^۳ به‌طور جداگانه پیشنهاد کردند که این اختلاف جرم ناشی از یک میدان است (امروزه میدان هیگز خوانده می‌شود) که تمام فضا را فراگرفته است و بنابراین یک ویژگی خلأ است. بدون این میدان، چهار ذره‌ی پیام‌رسان بدون جرم و تمیزناپذیر-متقارن هم-بودند. نظریه‌ی براوت-انگلرت-هیگز نشان داد چگونه این میدان آن تقارن را می‌شکند، و پیام‌رسان‌های الکترضعیف را با یک پیام‌رسان بدون جرم تولید می‌کند. این نظریه همچنین توضیح می‌دهد که چرا همه‌ی ذرات دیگر، به جز گلوئون، جرم دارند. کوانتوم این میدان، بوزن هیگز است. به دلیل نقش اساسی آن برای همه‌ی ذرات و به این دلیل که نظریه‌ای که در پس وجود آن است (به رغم زیبایی) قانع‌کننده باشد، جستجوهای گسترده‌ای برای کشف بوزون هیگز در تواترون بروکهاین و در برخورددهنده‌ی بزرگ سرن انجام شد. و در سال ۲۰۱۲ شواهد گیرایی برای وجود بوزون هیگز، با جرم $125\text{ GeV}/c^2$ ، گزارش شد.^۴

روایای اینشتین

وحدت نیروهای بنیادین طبیعت به یک تک‌نیرو - که ذهن اینشتین را در اواخر عمر، به‌میزان زیادی به خود مشغول داشته بود- یکی از مورد توجه‌ترین زمینه‌های پژوهشی حال حاضر است. دیدیم که نیروی ضعیف به‌طور موفقیت‌آمیزی با نیروی الکترضعیف ترکیب می‌شود، به‌طوری که آن‌ها را با هم می‌توان به صورت نمودهایی از یک تک نیروی الکترضعیف در نظر گرفت. نظریه‌هایی که در تلاش‌اند نیروی قوی را به این ترکیب بیافزایند- موسوم به نظریه‌های وحدت بزرگ^۵ (GUT)- با جدیت پی گرفته می‌شوند. نظریه‌هایی که در پی کامل نمودن این کار با افزودن گرانش هستند و گاهی نظریه‌های همه چیز^۶ (TOE) خوانده می‌شوند، دلگرم‌کننده‌اند ولی درحال حاضر در مرحله‌ی ذهنی قرار دارند. نظریه‌ی ریمان (که در آن ذرات، حلقه‌های در حال نوسان ریزی در نظر گرفته می‌شوند) یکی از این نظریه‌هاست.

^۱ Peter Higgs
^۲ Robert Brout
^۳ Francois Englert

^۴ اندکی بعد، کشف بوزون هیگز با قطعیت اعلام شد و هیگز و انگلرت برنده‌ی جایزه‌ی نوبل فیزیک سال ۲۰۱۲ شدند (مترجم).

^۵ Grand Unification Theories
^۶ Theories Of Everything

۴-۴۴ کیهان‌شناسی

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۴۴-۲۲ تشخیص دهید که عالم (همه‌ی فضا- زمان) با انفجار بزرگی آغاز شد و از آن پس انبساط یافته است.
- ۴۴-۲۳ تشخیص دهید که تمام کهکشان‌های دور دست (و بنابراین ستارگان، سیاه‌چاله‌ها و اجزای دیگر آن‌ها)، به دلیل انبساط، در تمام جهت‌ها از ما دور می‌شوند.
- ۴۴-۲۴ قانون هابل را برای ربط دادن تندی پس‌روی v یک کهکشان دور دست، فاصله‌ی r آن از ما، و ثابت هابل H به‌کار بندید.
- ۴۴-۲۵ معادله‌ی دوپلر برای انتقال به سرخ نور را به منظور ربط دادن جابه‌جایی طول‌موج $\Delta\lambda$ ، تندی پس‌روی v ، و ویژه‌طول‌موج λ گسیل، به‌کار بندید.
- ۴۴-۲۶ عمر عالم را با استفاده از ثابت هابل تخمین بزنید.
- ۴۴-۲۷ تابش زمینه‌ی کیهانی و اهمیت کشف آن را بشناسید.
- ۴۴-۲۸ شواهد حاکی از وجود ماده‌ی تاریک که ظاهراً همه‌ی کهکشان را دربرگرفته است توضیح دهید.
- ۴۴-۲۹ مرحله‌های مختلف عالم را از بلافاصله پس از مه‌بانگ تا لحظه‌ی شکل گرفتن اتم‌ها بشناسید.
- ۴۴-۳۰ تشخیص دهید که انبساط عالم توسط ویژگی نامعلومی موسوم به انرژی تاریک شتاب گرفته است.
- ۴۴-۳۱ تشخیص دهید که انرژی کلّ ماده‌ی باریونی (پروتون‌ها و نوترون‌ها) فقط بخش کوچکی از انرژی کلّ عالم است.

نکته‌های کلیدی

- عالم در حال انبساط است، که این بدان معنی است که همواره فضایی تهی میان ما و هر کهکشان دور دست نمایان است.
- آهنگ v بی که با آن فاصله تا یک کهکشان دور دست افزایش می‌یابد (که به نظر می‌رسد کهکشان با تندی v در حرکت است) با قانون هابل داده می‌شود:

$$v = Hr$$

- که در آن r فاصله‌ی فعلی تا کهکشان و H ثابت هابل است، که آن را برابر مقدار زیر اختیار می‌کنیم

$$H = 71 \text{ km/s} \cdot \text{MPC} = 21.8 \text{ mm/s} \cdot \text{ly}$$

- این انبساط باعث یک انتقال سرخ در نوری می‌شود که از کهکشان‌های دور دست دریافت می‌کنیم. می‌توانیم فرض کنیم جابه‌جایی طول‌موج $\Delta\lambda$ (تقریباً) با معادله‌ی جابه‌جایی دوپلر داده می‌شود که در بخش ۳۷-۵ توضیح

داده شد:

$$v = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda} c$$

- که در آن λ ویژه‌طول‌موجی است که در چارچوب چشمه‌ی نور (کهکشان) اندازه‌گیری شده است.

- انبساط توصیف شده با قانون هابل و وجود همه‌جا حاضر تابش میکروموج زمینه، آشکار می‌کند که عالم در یک "انفجار بزرگ"، ۱۳/۷ میلیارد سال پیش آغاز شده است.

- آهنگ انبساط بر اثر یک ویژگی اسرارآمیز، موسوم به انرژی تاریک، در حال افزایش است.

- بیشتر انرژی عالم در ماده‌ی تاریک پنهان است که ظاهراً با ماده‌ی (باریونی) معمولی از طریق نیروی گرانشی برهم‌کنش می‌کند.

درنگی برای اندیشیدن

حال جای واقعی آنچه را که تا این‌جا آموخته‌ایم مطرح می‌کنیم. اگر تمام توجه ما معطوف به ساختار جهان اطراف ما باشد، به‌خوبی می‌توانیم با الکترون، نوترینو، نوترون، و پروتون با آن سر کنیم. به قول یکی، فقط با همین ذره‌ها می‌توانیم "سفینه‌ی فضایی زمین" را به بهترین وجهی هدایت کنیم. می‌توانیم ذره‌های ناشناخته‌ی بیشتری را با جستجو در پرتوهای کیهانی بیابیم؛ ولی برای مشاهده‌ی بیشتر آن‌ها، باید شتابدهنده‌های بزرگی بسازیم و با تلاش و هزینه‌ی بسیار دنبال آن‌ها بگردیم.

دلیل این‌که باید چنین تلاشی را به انجام برسانیم این است که - به بیان انرژی- ما در جهان دماهای بسیار پایین زندگی می‌کنیم. حتی در مرکز خورشید، مقدار kT فقط حدود ۱ keV است. برای تولید ذره‌های ناشناخته باید بتوانیم پروتون‌ها یا الکترون‌ها را تا انرژی‌هایی در گستره‌ی GeV و TeV و بالاتر شتاب دهیم.

در زمان‌هایی خیلی پیش، دمای همه‌جا برای تولید چنین ذره‌هایی به حدّ کافی بالا بود. آن زمان دماهای فوق‌العاده بالا، در مه‌بانگ آغازین عالم پیش آمد؛ زمانی که عالم (و هم فضا و هم زمان) پا به عرصه‌ی وجود نهاد. بنابراین، یک دلیل آنکه دانشمندان ذره‌ها را در انرژی‌های بالا بررسی می‌کنند آن است که بفهمند جهان درست پس از پیدایش به چه می‌مانست؟

همان‌طور که به اختصار توضیح خواهیم داد، مهمی فضای داخل عالم در ابتدا اندازه‌ی بسیار ناچیزی داشت، و دمای ذره‌های داخل آن فضا به میزان ناباورانه‌ای بالا بود. ولی با گذشت زمان، عالم انبساط یافت و به دماهای پایین‌تری سرد شد، تا این‌که سرانجام به اندازه و دمایی رسید که امروز می‌بینیم.

در واقع، عبارت "امروز می‌بینیم" جای مناقشه دارد: وقتی به فضا نگاه می‌کنیم، درواقع داریم به گذشته می‌نگریم، زیرا نور حاصل از ستارگان و کهکشان‌ها زمان زیادی می‌برد که به ما برسد. دورترین اجسامی که می‌توانیم مشاهده کنیم اختروش‌ها (اجسام شبه‌ستاره‌ای) هستند، که هسته‌های فوق‌العاده درخشانی از کهکشان‌ها، به فاصله‌ای به بزرگی $13 \times 10^9 ly$ از ما هستند. هریک از چنین هسته‌هایی شامل یک سیاه‌چاله‌ی غول‌پیکر است؛ وقتی ماده‌ای (گاز و حتی ستارگان) به درون یکی از این سیاه‌چاله‌ها کشیده شود، دمای آن ماده بالا می‌رود و مقدار قابل ملاحظه‌ای نور تابش می‌کند که به رغم فاصله‌ی عظیم آن، برای آنکه آن را آشکار سازیم کفایت می‌کند. بنابراین، یک اختروش را "می‌بینیم" ولی نه به صورتی که امروز هست، بلکه به صورتی که در زمانی پیش بوده، زمانی که آن نور سفر خود را به سوی ما از میلیاردها سال پیش آغاز کرده بود.

عالم در حال انبساط است

همان‌طور که در بخش ۳۷-۵ دیدیم، این امکان وجود دارد که تندی نسبی نزدیک شدن یا دور شدن کهکشان‌ها را با اندازه‌گیری جابه‌جایی‌های طول‌موج نوری که آن‌ها گسیل می‌کنند، اندازه بگیریم. اگر فقط به کهکشان‌های دور، در فراسوی همسایه‌های کهکشانی ما، نگاه کنیم به یک واقعیت متحیرکننده می‌رسیم: همگی آن‌ها در حال دور شدن (پس‌روی) از ما هستند! در سال ۱۹۲۹، ^۱دوین هابل^۱ رابطه‌ای میان تندی ظاهری دور شدن v ی یک کهکشان و فاصله‌ی r آن از ما برقرار کرد - آن‌ها به‌طور مستقیم باهم متناسب‌اند:

$$v = Hr \quad (\text{قانون هابل}) \quad (۱۹-۴۴)$$

که در آن H ثابت هابل نامیده می‌شود. مقدار H معمولاً برحسب یکای کیلومتر بر ثانیه - مگاپارسک ($\text{km/s} \cdot \text{Mpc}$) اندازه‌گیری می‌شود که در آن مگاپارسک یکای طولی است که به‌طور معمول در اختر فیزیک و نجوم به کار گرفته می‌شود:

$$1 \text{ Mpc} = 3,084 \times 10^{19} \text{ km} = 3,260 \times 10^6 ly \quad (۲۰-۴۴)$$

ثابت هابل H نباید همان مقدار شروع عالم را داشته باشد. تعیین مقدار فعلی آن فوق‌العاده دشوار است، زیرا چنین کاری مستلزم اندازه‌گیری‌هایی در مورد کهکشان‌های خیلی دور است. ولی اکنون مقدار آن چنین دانسته شده است

$$H = 71 \text{ km/s} \cdot \text{Mpc} = 21,8 \text{ mm/s} \cdot ly \quad (۲۱-۴۴)$$

دور شدن کهکشان‌ها را به این معنی تعبیر می‌کنیم که عالم در حال انبساط است، به همان ترتیبی که کشمش‌های یک کیک کشمش در حال پختن با باد کردن خمیر از یکدیگر فاصله‌ی بیشتری می‌گیرند. ناظرهای روی کهکشان‌های دیگر نیز درمی‌یابند فاصله‌ی کهکشان‌هایی که به‌سرعت از آن‌ها دور می‌شوند، از قانون هابل پیروی می‌کند. با این قیاس می‌توانیم بگوییم که هیچ کشمش (کهکشانی) دارای دیدگاه یگانه یا مرجحی نیست.

^۱ Edwin P. Hubble

قانون هابل با این فرضیه سازگار است که عالم با مهبانگ آغاز شده و از آن موقع همواره در حال انبساط بوده است. اگر فرض کنیم که آهنگ انبساط ثابت بوده است (یعنی، مقدار H ثابت بوده است)، آنگاه می‌توانیم سن T ی عالم را با استفاده از معادله‌ی ۴۴-۱۹ با تقریب پیدا کنیم. همچنین فرض می‌کنیم که از آغاز مهبانگ، هر بخش معینی از عالم (مثلاً، یک کهکشان) از مکان ما با تندی v ی داده شده توسط معادله‌ی ۴۴-۱۹، دور شده است. پس زمان لازم برای آنکه آن بخش معین به اندازه‌ی فاصله‌ی r دور شود، چنین است

$$T = \frac{r}{v} = \frac{r}{Hr} = \frac{1}{H} \quad (\text{سن برآورد شده‌ی عالم}) \quad (22-44)$$

برای مقدار H در معادله‌ی ۴۴-۲۱، برابر با $13/8 \times 10^9 \text{ y}$ به دست می‌آید. بررسی‌های بسیار پیشرفته‌تر در مورد انبساط عالم، T را برابر $13/7 \times 10^9 \text{ y}$ تعیین کرده است.



مسئله‌ی نمونه ۴۴-۵۶. قانون هابل برای ربط دادن فاصله به تندی پس‌روی

جابه‌جایی طول‌موج نور حاصل از یک اختروش خاص نشان می‌دهد که آن اختروش دارای تندی پس‌روی $2/8 \times 10^8 \text{ m/s}$ است (که ۹۳٪ تندی نور است). این اختروش تقریباً در چه فاصله‌ای از ما قرار دارد؟

ایده‌ی کلیدی

فرض می‌کنیم که فاصله و تندی با قانون هابل به هم مربوط می‌شوند. از معادله‌های ۴۴-۱۹ و ۴۴-۲۱ درمی‌یابیم

$$\begin{aligned} r &= \frac{v}{H} = \frac{2/8 \times 10^8 \text{ m/s}}{21/8 \text{ mm/s} \cdot \text{ly}} (1000 \text{ mm/m}) \\ &= 12/8 \times 10^9 \text{ ly} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

این فقط یک تقریب است، زیرا اختروش همواره با تندی یکسان v از مکان ما دور نشده است؛ یعنی، H در سرتاسر زمانی که در حین آن عالم در حال انبساط بوده، دارای مقدار فعلی خود نبوده است.

مسئله‌ی نمونه ۴۴-۵۷. استفاده از قانون هابل برای ربط دادن فاصله و انتقال دوپلری

یک خط گسلی خاص که در نور حاصل از یک کهکشان مشاهده شده دارای طول‌موج آشکارشده‌ی $1/12 = \lambda_{\text{شکار}}/\lambda$ است، که در آن λ طول‌موج خاص آن خط است. فاصله‌ی آن کهکشان از ما چقدر است؟

ایده‌های کلیدی

(۱) فرض می‌کنیم قانون هابل ($v = Hr$) برای پس‌روی کهکشان به‌کار می‌آید. (۲) همچنین فرض می‌کنیم انتقال دوپلری نجومی معادله‌ی ۳۶-۳۷ ($v \ll c$) به‌ازای $\lambda = c|\Delta\lambda|/\lambda$ برای جابه‌جایی طول‌موج حاصل از پس‌روی برقرار است.

محاسبه‌ها: در این صورت می‌توانیم طرف راست این دو معادله را برابر یکدیگر قرار دهیم و چنین بنویسیم

$$Hr = \frac{c|\Delta\lambda|}{\lambda} \quad (23-44)$$

$$r = \frac{c|\Delta\lambda|}{H\lambda} \quad (24-44)$$

در این معادله

$$\Delta\lambda = \lambda_{\text{شکار}} - \lambda = 1/12 - \lambda = 0/12\lambda$$

آنگاه با قراردادن این رابطه در معادله‌ی ۴۴-۲۴ چنین به دست می‌آید

$$\begin{aligned} r &= \frac{c(0/12\lambda)}{H\lambda} = \frac{0/12c}{H} \\ &= \frac{(0/12)(3/0 \times 10^8 \text{ m/s})}{21/8 \text{ mm/s} \cdot \text{ly}} (1000 \text{ mm/m}) \\ &= 1/4 \times 10^9 \text{ ly} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



تابش زمینه‌ی کیهانی

در سال ۱۹۶۵ آرنو پنزیاس^۱ و رابرت ویلسون^۲ از مؤسسه‌ای که بعداً آزمایشگاه‌های تلفن بل^۳ نامیده شد، در حال آزمایش یک گیرنده‌ی میکروموج حساس بودند که برای پژوهش‌های

^۱ Arno Penzias

^۲ Robert Wilson

^۳ Bell Telephone Laboratories

مخابراتی به کار می‌رفت. آن‌ها "صدای هیس" زمینه‌ی ضعیفی را کشف کردند که شدت آن بدون توجه به آنکه آنتن آن‌ها به کدام سو باشد، بدون تغییر باقی می‌ماند. به‌زودی روشن شد که پنزیاس و ویلسون تابش زمینه‌ی کیهانی را مشاهده کرده‌اند، که در عالم اولیه ایجاد شده بود و تقریباً به‌طور یکنواختی همه جا را پر کرده است. این تابش، در حال حاضر دارای یک شدت بیشینه در طول‌موج 1.1 mm است که در ناحیه‌ی میکروموج تابش الکترومغناطیسی (یا به اختصار، نور) قرار دارد. توزیع طول‌موج این تابش نظیر توزیع طول‌موج نوری است که از یک محفظه‌ی آزمایشگاهی با دیوارهایی در دمای 2.7 K تابش می‌شود. بنابراین، برای تابش زمینه‌ی کیهانی می‌گوییم که محفظه، کل عالم است و آن عالم در دمای (متوسط) 2.7 K قرار دارد. پنزیاس و ویلسون به خاطر کشف تابش زمینه‌ی کیهانی موفق به اخذ جایزه‌ی نوبل فیزیک در سال ۱۹۷۸ شدند.

اکنون دانسته شده است که تابش زمینه‌ی کیهانی، نوری است که از زمان کوتاهی پس از آغاز عالم در میلیاردها سال پیش، بر فراز عالم در حرکت بوده است. وقتی که عالم خیلی جوان‌تر بود، نور نمی‌توانست مسافت قابل توجهی را طی کند، بی‌آنکه توسط تک‌تک ذره‌های پرسرعتی که در امتداد مسیر آن بودند پراکنده شود. اگر یک پرتوی نور، مثلاً، از نقطه‌ی A شروع کرده بود، در جهت‌های بسیار زیادی پراکنده می‌شد، به‌طوری که اگر می‌توانستید بخشی از آن را مشاهده کنید، نمی‌توانستید بگویید آن پرتو از نقطه‌ی A منشأ گرفته است. ولی، پس از آنکه ذره‌ها شروع به تشکیل اتم‌ها کردند، پراکندگی نور به میزان زیادی کاهش یافت. آنگاه یک پرتوی نور ناشی از نقطه‌ی A می‌توانست برای میلیون‌ها سال بی‌آنکه پراکنده شود، حرکت کند. این نور، همان تابش زمینه‌ی کیهانی است.

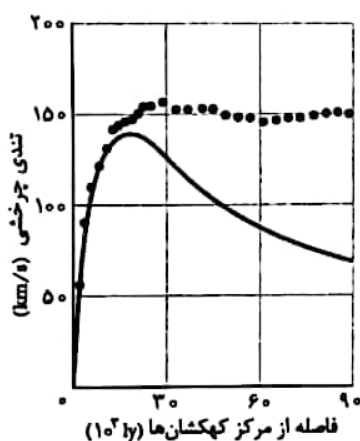
وقتی سرشت این تابش شناخته شد، پژوهشگران شگفت‌زده از خود پرسیدند، "آیا می‌توانیم از این تابش دریافتی برای تمیز نقطه‌هایی استفاده کنیم که تابش از آنجا منشأ گرفته است، به‌طوری که بتوانیم تصویری از عالم قدیمی در زمانی بسازیم که اتم‌ها برای نخستین بار تشکیل شدند و پراکندگی زیاد نور متوقف شد؟" پاسخ، مثبت است، و این تصویر را به‌زودی خواهید دید.

ماده‌ی تاریک

در رصدخانه‌ی ملی کیت پیک^۱ واقع در آریزونا، ورا روبین^۲ و همکارش کنت فوررد^۳ آهنگ چرخش تعدادی از کهکشان‌های دوردست را اندازه گرفتند. آن‌ها این کار را با اندازه‌گیری انتقال‌های دوپلری خوشه‌های درخشان ستارگانی به انجام رساندند که در داخل هر کهکشان در فاصله‌های مختلفی از مرکز کهکشانی قرار داشتند. همان‌طور که شکل ۴۴-۵ نشان می‌دهد، نتایج آن‌ها شگفت‌آور بود: تندی مداری ستاره‌ها در لبه‌ی مرئی بیرونی کهکشان تقریباً با تندی مداری ستاره‌های نزدیک به مرکز کهکشان برابر است.

همان‌طور که منحنی توپُر شکل ۴۴-۵ گواهی می‌دهد، در صورتی که همه‌ی جرم کهکشان توسط نور مرئی نشان داده می‌شد، این چیزی نبود که انتظارش را داشتیم. نقش به‌دست آمده توسط روبین و فوررد آن چیزی نیست که در منظومه‌ی شمسی می‌یابیم. برای مثال، تندی مداری پلوتون (دورترین "سیاره" از خورشید) فقط در حدود یک-دهم تندی مداری عطارد (نزدیک‌ترین سیاره به خورشید) است.

تنها توضیح برای یافته‌های روبین و فوررد که با مکانیک نیوتونی سازگار باشد، این است که یک کهکشان نوعی، ماده‌ای بسیار بیشتر از آنچه که واقعاً می‌توانیم ببینیم، دربردارد. در واقع،



شکل ۴۴-۵ تندی چرخشی ستارگان در یک کهکشان نوعی برحسب تابعی از فاصله‌ی آن‌ها تا مرکز کهکشان. منحنی توپُر از لحاظ نظری نشان می‌دهد که اگر یک کهکشان فقط جرم مرئی را دربرداشته باشد، تندی چرخشی مشاهده‌شده با افزایش فاصله در مسافت‌های دور، کاهش می‌یابد. نقطه‌ها، داده‌های تجربی هستند که نشان می‌دهد تندی چرخشی در فاصله‌های دور، تقریباً ثابت است.

^۱ Kitt Peak National Observatory

^۲ Vera Rubin

^۳ Kent Ford

بخش مرئی یک کهکشان فقط در حدود ۵ تا ۱۰ درصد جرم کل کهکشان است. علاوه بر این مطالعات در مورد چرخش کهکشانی، رصدهای بی‌شمار دیگر نیز به این نتیجه می‌انجامد که عالم مملو از ماده‌ای است که نمی‌توانیم آن را ببینیم. این ماده‌ی نادیدنی ماده‌ی تاریک نامیده می‌شود، زیرا یا نوری گسیل نمی‌دارد یا گسیل نور آن برای آنکه آن را آشکار کنیم بسیار ضعیف است.

ماده‌ی معمولی (از قبیل ستارگان، سیاره‌ها، غبار، و مولکول‌ها) اغلب ماده‌ی باریونی نامیده می‌شود، زیرا جرم آن عمدتاً ناشی از ترکیبی از جرم پروتون‌ها و نوترون‌هایی (باریون‌هایی) است که آن را تشکیل می‌دهند. (جرم الکترون‌ها نادیده انگاشته می‌شود، زیرا جرم الکترون نسبت به جرم پروتون یا نوترون بسیار کوچک است.) برخی از مواد طبیعی، از قبیل ستارگان سوخته و گازهای بین‌ستاره‌ای کم‌سو، بخشی از ماده‌ی تاریک در یک کهکشان هستند.

ولی، بنا بر محاسبه‌های مختلف، این ماده‌ی معمولی تاریک فقط بخش کوچکی از کل ماده‌ی تاریک است. بقیه، ماده‌ی تاریک غیرباریونی نامیده می‌شود، زیرا شامل پروتون‌ها و نوترون‌ها نیست. فقط یکی از اعضای این نوع ماده‌ی تاریک را می‌شناسیم - نوترینوها. گرچه جرم نوترینو نسبت به جرم پروتون یا نوترون بسیار کوچک است، ولی تعداد نوترینوها در یک کهکشان بسیار زیاد، و بنابراین جرم کل نوترینوها بزرگ است. با این وجود، محاسبه‌ها نشان می‌دهد که حتی جرم کل نوترینوها برای توضیح جرم کل ماده غیرباریونی کافی نیست. به رغم گذشت یک‌صد سال که در آن ذره‌های بنیادی آشکار و مطالعه شده‌اند، ذره‌هایی که بقیه‌ی این نوع از ماده‌ی تاریک را تشکیل می‌دهند، آشکار نشده‌اند و سرشت آن‌ها همچنان ناشناخته مانده است. چون ما هیچ مشاهده‌ای از آن‌ها نداریم، آن‌ها فقط باید به‌طور گرانثی با ذرات معمول برهمکنش کنند.

مهبانگ

در سال ۱۹۸۵، فیزیکدانی در یک همایش علمی چنین بیان داشت:

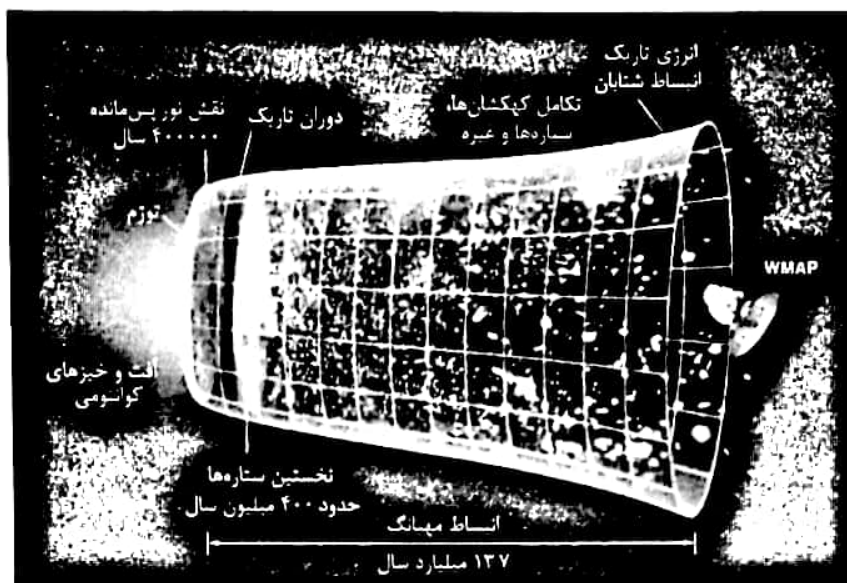
این‌که عالم ۱۵ میلیارد سال پیش با یک مهبانگ آغاز شد به همان قطعیتی است که زمین به دور خورشید می‌گردد.

این عبارت قوی که حاکی از سطح اعتماد به نظریه‌ی مهبانگ است، نخستین بار توسط فیزیکدان بلژیکی ژرژ لومایتره^۱ مطرح شد و نظر کسانی که چنین موضوعاتی را مطالعه می‌کنند جلب کرد. ولی نباید تصور کنید که مهبانگ شبیه انفجار یک ترقه‌ی گول‌پیکر است و این‌که شما، دست کم اصولاً، می‌توانید در یک طرف بایستید و آن را تماشا کنید. هیچ "یک طرفی" وجود نداشت، زیرا مهبانگ نشانگر آغاز خود فضا-زمان است. از منظر عالم کنونی، هیچ مکانی در فضا وجود ندارد که بتوانید آن را نشان دهید و بگویید "مهبانگ در این‌جا رخ داده است". مهبانگ در همه جا رخ داده است.

افزون بر این، "پیش از مهبانگی" وجود نداشته است، زیرا زمان با این رویداد آفرینش آغاز شد. در این وضعیت، واژه‌ی "پیش" معنی خود را از دست می‌دهد. ولی می‌توانیم درباره‌ی آنچه که در حین بازه‌های زمانی متوالی پس از مهبانگ رخ داده است، حدس‌هایی بزنیم (شکل ۲۴-۶).

۱۰-۲۳ ≈ t. این قدیمی‌ترین زمانی است که در آن می‌توانیم چیز معنی‌داری درباره‌ی آفرینش عالم بگوییم. در این لحظه است که مفاهیم فضا و زمان معانی فعلی خود را می‌گیرند و قانون‌های فیزیک به آن صورتی که آن‌ها را می‌شناسیم کاربرد پیدا می‌کنند. در این لحظه،

^۱ Georges Lemaitre



شکل ۴۴-۶ تصویری از عالم، از افست و خیزهای کوانتومی اولیه درست پس از $t = 0$ (در سمت چپ) تا انبساط شتابان فعلی، در $y = 13.7 \times 10^9$ سال بعد (در سمت راست). این تصویر را جدی نگیرید- هیچ چنین "تصویری خارجی" از عالم وجود ندارد، زیرا برای عالم، بیرونی وجود ندارد.

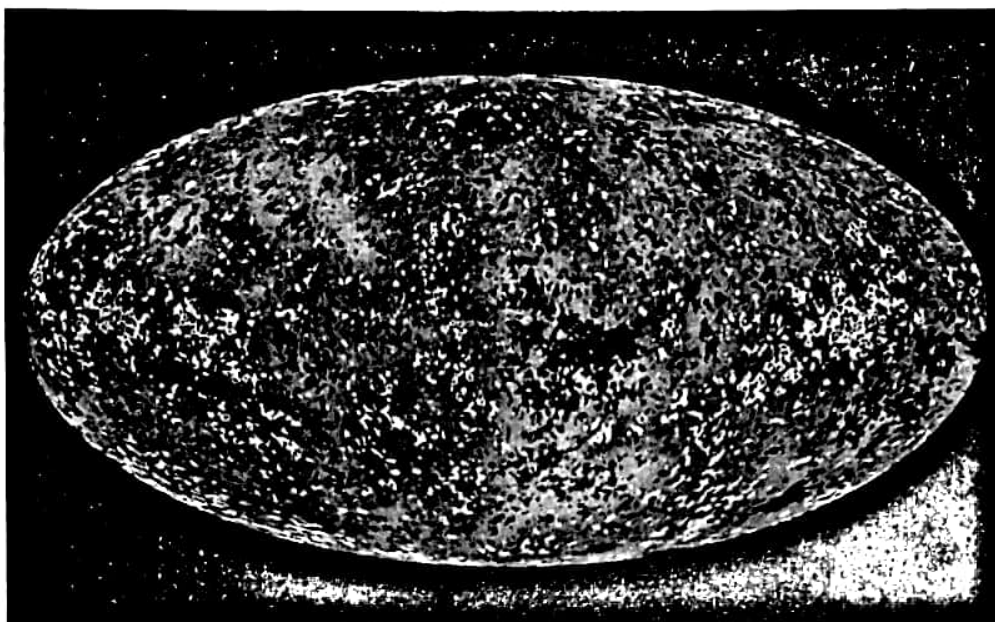
کلّ عالم (یعنی، تمام وسعت فضایی عالم) بسیار کوچکتر از یک پروتون و دمای آن حدود $10^{32} K$ است. افت و خیزهای کوانتومی در تار و پود فضا- زمان، بذرهایی هستند که سرانجام به تشکیل کیهانشناسی‌ها، خوشه‌های کیهانشناسی تا آب‌خوشه‌های کیهانشناسی می‌انجامد.

$10^{-32} s$ تا این لحظه، عالم نورم بی‌نهایت سریعی پیدا کرده است، به‌طوری که اندازه‌ی آن با عاملی در حدود 10^{30} افزایش یافته است. عالم به صورت سوپ داغی از فوتون‌ها، کوارک‌ها، و لپتون‌ها در دمایی در حدود $10^{27} K$ درآمده است، که برای تشکیل پروتون‌ها و نوترون‌ها بسیار داغ است.

$10^{-26} s$ اکنون کوارک‌ها برای تشکیل پروتون‌ها و نوترون‌ها و پادذره‌هایشان ترکیب شده‌اند. عالم اینک با انبساط مداوم (ولی بسیار آهسته‌تر) به اندازه‌ای سرد شده است که فوتون‌ها انرژی لازم برای شکستن این ذره‌های جدید را ندارند. ذره‌های ماده و پادماده برخورد کرده و یکدیگر را نابود می‌کنند. فزونی اندکی از ماده وجود دارد که نمی‌تواند زوجی برای نابودی بیابد. همین بازمانده‌ها هستند که عالم مادی امروزی را تشکیل می‌دهند.

1 min در این موقع عالم به حدّ کافی سرد شده است به گونه‌ای که پروتون‌ها و نوترون‌ها، در هنگام برخورد، می‌توانند به یکدیگر بچسبند تا هسته‌های کم‌جرم ^2H ، ^3He ، ^4He ، و Li را تشکیل دهند. فراوانی نسبی پیش‌بینی‌شده‌ی این هسته‌ها دقیقاً همانی است که اکنون در عالم مشاهده می‌کنیم. همچنین، در 1 min مقدار بسیار زیادی از تابش وجود دارد، ولی این نور نمی‌تواند پیش از آنکه با هسته برهم‌کنش کند مسافت زیادی را پیماید. بنابراین، عالم کدر است.

$379,000 y$ اکنون دما تا $2970 K$ کاهش یافته است، و الکترون‌ها می‌توانند به هنگام برخورد با هسته‌ی لخت به آن بچسبند و اتم‌ها را تشکیل دهند. چون نور به میزان قابل توجهی با ذره‌های (بدون بار)، مانند اتم‌های خنثی، برهم‌کنش نمی‌کند، اکنون نور می‌تواند تا فاصله‌های بزرگی حرکت کند. این تابش، تابش زمینه‌ی کیهانی را تشکیل می‌دهد که پیشتر در مورد آن بحث کردیم. اتم‌های هیدروژن و هلیوم، تحت تأثیر گرانش، شروع به انبوه شدن می‌کنند، که این آغاز تشکیل کیهانشناسی‌ها و ستارگان است.



شکل ۷-۴۴ این تصویر و زمینه شده [که در اصل شکل، رنگی است]، در واقع عکسی از عالم به هنگامی است که فقط $379000y$ عمر داشته است، یعنی تقریباً $10^9 \times 37,7y$ پیش. این تصویر، آن چیزی است که اگر در آن هنگام به همی جهت‌ها می‌نگریستید می‌توانستید مشاهده کنید (دید، در چنین تخم مرغی محدود شده است). لکه‌های نور، ناشی از مجموعه‌ای از اتم‌هاست که در سرتاسر "آسمان" کشیده شده‌اند، ولی کهکشان‌ها، ستاره‌ها، و سیاره‌ها هنوز شکل نگرفته‌اند.

اندازه‌گیری‌های اولیه نشان دادند که تابش زمینه‌ی کیهانی در تمام جهت‌ها یکنواخت است، که این اشاره به آن دارد که در $379000y$ پس از مه‌بانگ همه‌ی ماده‌ی موجود در عالم به‌طور یکنواختی توزیع شده بود. این یافته بیشتر یک معما بود، زیرا ماده در عالم فعلی به‌طور یکنواخت توزیع نشده است، بلکه در کهکشان‌ها، خوشه‌های کهکشانی و ابرخوشه‌های کهکشانی جمع شده است. همچنین فضاها^۱ خالی^۱ و وسیعی وجود دارد که در آن‌ها ماده‌ی نسبتاً کمی موجود است، و نیز ناحیه‌های انبوهی از ماده وجود دارند که دیواره‌ها^۲ نامیده می‌شوند. اگر نظریه‌ی مه‌بانگ برای آغاز عالم حتی به‌طور تقریبی درست باشد، این توزیع نایکنواخت ماده باید پیش از آنکه عالم $379000y$ سن داشته است به وقوع پیوسته باشد و اکنون باید به‌صورت توزیع نایکنواخت تابش زمینه‌ی میکروموج نشان داده شود.

در سال ۱۹۹۲، اندازه‌گیری‌های انجام‌شده توسط ماهواره‌ی کاوشگر زمینه‌ی کیهانی (COBE)^۳ نشان داد که تابش زمینه، درواقع، کاملاً یکنواخت نیست. در سال ۲۰۰۳، اندازه‌گیری‌های به عمل آمده توسط کاوه‌ی ناهمسانگرد میکروموج ویلکینسون^۴ (WMAP) در ناسا به میزان زیادی تحلیل ما از این نایکنواختی را افزایش داد. تصویر حاصل (شکل ۷-۴۴) عملاً یک عکس رمزینه‌شده با رنگ از عالم در هنگامی است که عالم فقط $379000y$ سن داشته است. همان‌طور که می‌توان از تغییر رنگ‌ها دریافت، تجمع بزرگی از ماده، از قبل شروع شده بود. بنابراین، نظریه‌ی مه‌بانگ و نظریه‌ی تورم در $10^{-32}s$ در مسیر درستی قرار دارند.

انبساط شتابان عالم

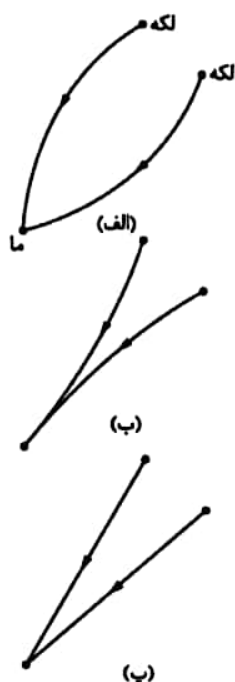
از بخش ۸-۱۳ عبارتی را که جرم موجب خمیدگی فضا می‌شود، به یاد بیاورید. اکنون که دیده‌ایم جرم شکلی از انرژی است که با معادله‌ی اینشتین $E = mc^2$ داده می‌شود، می‌توانیم آن عبارت را تعمیم بخشیم: انرژی می‌تواند موجب خمیدگی فضا شود. این امر یقیناً برای فضای اطراف انرژی جاگرفته در سیاه‌چاله و، به‌طور ضعیف‌تری، برای فضای اطراف هر جسم نجومی دیگر رخ می‌دهد، ولی آیا فضای عالم در کل، بر اثر انرژی موجود در عالم خمیده می‌شود؟

^۱ Voids

^۲ Walls

^۳ Cosmic Background Explorer

^۴ Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP)



شکل ۴۴-۸ پرتوهای نور حاصل از دو لکه‌ی مجاور تابش زمینه‌ی کیهانی از دید ما، زاویه‌ی (الف) بزرگتر از 1° یا (ب) کوچکتر از 1° به ما می‌رسد، در صورتی که فضا در امتداد مسیرهای پرتوی نور عبوری از عالم خمیده بود. (پ) زاویه 1° به این معنی است که فضا خمیده نیست.



شکل ۴۴-۹ توزیع انرژی (شامل جرم) در عالم.

این پرسش نخستین بار توسط اندازه‌گیری‌های COBE از تابش زمینه‌ی کیهانی در سال ۱۹۹۲ پاسخ داده شد. سپس این پرسش به‌طور دقیق‌تری با اندازه‌گیری‌های WMAP در سال ۲۰۰۳، که تصویر شامل ۴۴-۷ را ایجاد کرد، پاسخ گفته شد. لکه‌هایی که در این تصویر می‌بینیم، چشمه‌های اولیه‌ی تابش زمینه‌ی کیهانی هستند، و توزیع زاویه‌ای این لکه‌ها، خمیدگی عالم را در مسیری که نور باید طی کند تا به ما برسد آشکار می‌کند. اگر لکه‌های مجاور از دید آشکارساز (یا دید ما) زاویه‌ی بیشتر از 1° را بسازند (شکل ۴۴-۸ الف) یا کمتر از 1° را (شکل ۴۴-۸ ب)، آنگاه عالم خمیده است. تحلیل توزیع لکه‌ها در تصویر WMAP نشان می‌دهد که این لکه‌ها تشکیل زاویه‌ای در حدود 1° را می‌دهند (شکل ۴۴-۸ پ)، که بدان معنی است که عالم تخت (بدون خمیدگی) است. بنابراین، خمیدگی اولیه‌ی عالم احتمالاً باید هنگامی شروع شده باشد که عالم بر اثر تورم سریعی که در $t \approx 10^{-34}$ s داشته است از تختی خارج شده است.

این تختی، مسئله‌ی بسیار دشواری را پیش روی فیزیکدانان قرار می‌دهد، زیرا لازم می‌دارد که عالم شامل مقدار معینی از انرژی (به صورت جرم یا صورتی دیگر) باشد. مشکل از آن‌جا ناشی می‌شود که همه‌ی برآوردها از مقدار انرژی موجود در عالم (هم در شکل‌های شناخته‌شده و هم در شکل نوع ناشناخته‌ی ماده‌ی تاریک) به میزان چشمگیری کمتر از این مقدار مورد نیاز است.

یک نظریه‌ی پیشنهاد شده برای این انرژی گم‌شده، به آن نام وهم‌آور انرژی تاریک داده و پیش‌بینی کرده است که این انرژی خاصیت عجیبی دارد که موجب شده است انبساط عالم شتاب گیرد. تا سال ۱۹۹۸، تعیین این‌که آیا این انبساط واقعاً شتاب گرفته است بسیار دشوار بود. زیرا لازمی آن، اندازه‌گیری مسافت‌ها تا اجسام نجومی بسیار دوری است که در آن‌جا ممکن است شتاب ظاهر شود.

ولی در سال ۱۹۹۸، پیشرفت‌های فناوری نجومی، اخترشناسان را قادر ساخت تا نوع معینی از ابرنواخترها را در فاصله‌های بسیار دور آشکار کنند. مهم‌تر این‌که، اخترشناسان توانستند مدت انفجار نور از چنین ابرنواختری را اندازه‌گیری کنند. این مدت، تابناکی ابرنواختر را از دید ناظری نزدیک به ابرنواختر، آشکار می‌کند. با اندازه‌گیری تابناکی ابرنواخترها، آن‌طور که از کروی زمین دیده می‌شود، اخترشناسان توانستند فاصله تا آن ابرنواختر را تعیین کنند. با استفاده از انتقال به سرخ نور حاصل از کهکشان‌های شامل آن ابرنواختر، اخترشناسان همچنین توانستند تعیین کنند که آن کهکشان چقدر سریع از ما دور می‌شود. از ترکیب همه‌ی این اطلاعات، آن‌ها توانستند آهنگ انبساط عالم را محاسبه کنند. نتیجه آنکه، همان‌طور که توسط نظریه‌ی انرژی تاریک پیش‌بینی می‌شد (شکل ۴۴-۶)، انبساط عالم واقعاً شتاب گرفته است. ولی، هنوز نشانه‌ای از این‌که این انرژی تاریک چیست، نداریم.

شکل ۴۴-۹ وضعیت کنونی دانش ما درباره‌ی انرژی عالم را نشان می‌دهد. حدود ۴٪ مربوط به ماده‌ی باریونی است، که تقریباً به‌خوبی درک شده است. حدود ۲۳٪ مربوط به ماده‌ی تاریک غیرباریونی است، که در مورد آن چند نشانه‌ی اندک داریم که ممکن است سودمند واقع شوند. بقیه، مقدار عظیم ۷۳٪، مربوط به انرژی تاریک است، که در مورد آن هیچ نشانه‌ای نداریم. دوره‌هایی در تاریخ فیزیک بوده است، حتی در دوره‌ی ۱۹۹۰ میلادی، که کاهنان اعظم آشکارا اعلان می‌کردند که فیزیک در پایان راه خود است و فقط جزئیاتی باقی مانده است. ولی، درواقع، ما جایی در نزدیک‌های پایان نیستیم.

جمع‌بندی

حال در این پاراگراف‌های پایانی می‌خواهیم بررسی کنیم که افزایش روزافزون دانش ما درباره‌ی عالم ما را سرانجام به کجا رهنمون می‌سازد. آنچه که ما تا کنون دریافته‌ایم، حیرت‌آور و شگرف بوده است، اما همچنین تحقیرآمیز است، زیرا در هر گام تازه‌ای که برمی‌داریم آشکارا بی‌اهمیتی ما را در طرح عظیم خلقت با وضوح بیشتری نمایان می‌سازد. بنابراین، در یک نظم تاریخی تقریبی، آدمیان باید به این نتیجه برسند که

زمین ما مرکز منظومه شمسی نیست.

خورشید ما فقط یک ستاره در میان چندین و چند ستاره‌ی دیگر کهکشان ماست. کهکشان ما فقط یکی از چندین و چند کهکشان، و خورشید ما یک ستاره‌ی ناچیز در آن است. زمین ما شاید فقط به اندازه‌ی یک-سوم سن عالم وجود داشته است و هنگامی که خورشید ما سوختش را به مصرف برساند و یک غول قرمز شود، مطمئناً از عرصه‌ی عالم محو خواهد شد. گونه‌ی ما برای مدتی کمتر از یک میلیون سال روی زمین سکونت داشته است، که چشم برهم‌زدنی در زمان کیهانی است.

گرچه موقعیت ما در عالم ممکن است بی‌اهمیت باشد، ولی به نظر می‌رسد قانون‌های فیزیکی که کشف کرده‌ایم (یا آشکار کرده‌ایم؟) در سرتاسر عالم و - تا هر جایی که می‌شناسیم - برقرار است، از هنگامی که عالم آغاز شد تا برای همه‌ی زمان‌های آینده. دست‌کم، هیچ گواهی وجود ندارد که قانون‌های دیگری در بخش‌های دیگر عالم برقرار باشد. بنابراین، تا وقتی که کسی ایراد نگیرد، روی مهر قانون‌های فیزیک، عبارت "کشف‌شده بر روی زمین" را حک می‌کنیم. چیزهای بیشتری برای کشف شدن باقی است: "عالم پراز چیزهای سحرآمیز است، که صبورانه در انتظار رشد سریع‌تر قابلیت‌های ذهنی ما هستند." این اظهارنظر به ما امکان می‌دهد که در انتها به این پرسش پاسخ دهیم که "فیزیک چیست؟" پرسشی که مدام آن را در این کتاب بررسی کرده‌ایم. فیزیک، مدخلی به آن چیزهای سحرآمیز است.

رور و خلاصه‌ی درس

لپتون‌ها و کوارک‌ها پژوهش‌های اخیر این نظریه را تأیید می‌کند که همه‌ی مواد از شش نوع لپتون (جدول ۴۴-۲)، شش نوع کوارک (جدول ۴۴-۵)، و ۱۲ پادذره، هریک مربوط به هریک از لپتون‌ها و کوارک‌ها، ساخته شده‌اند. همه‌ی این ذره‌ها اسپین $\frac{1}{2}$ دارند و بنابراین فرمیون (ذره‌هایی با اسپین نیم - درست) هستند.

برهم‌کنش‌ها ذره‌های با بار الکتریکی از طریق نیروی الکترومغناطیسی، با مبادله‌ی فوتون‌های مجازی، برهم‌کنش می‌کنند. لپتون‌ها می‌توانند با یکدیگر و با کوارک‌ها از طریق نیروی ضعیف، توسط ذره‌های پرجرم W و Z به عنوان پیام‌رسان، برهم‌کنش کنند. افزون بر این، کوارک‌ها با یکدیگر از طریق نیروی رنگ برهم‌کنش می‌کنند. نیروهای الکترومغناطیسی و ضعیف نموده‌های مختلفی از نیروی یکسان، موسوم به نیروی الکتروضعیف هستند.

لپتون‌ها سه لپتون (الکترون، موئون، و تاو) دارای بار الکتریکی برابر $-e$ هستند. همچنین سه نوترینو بدون بار (که لپتون نیز هستند) وجود دارد، که هریک مربوط به یک لپتون باردار است.

پادذره‌های لپتون‌های باردار، دارای بار مثبت هستند.

کوارک‌ها شش کوارک (بالا، پایین، شگفت، افسون، ته، و سر، به ترتیب افزایش جرم) هریک دارای عدد باریونی $\frac{1}{3}$ + و بار برابر $\frac{2}{3}e$ + یا $-\frac{1}{3}e$ هستند. کوارک شگفت دارای شگفتی ۱- است، در حالی که سایر کوارک‌ها همگی دارای شگفتی ۰ هستند. این چهار علامت جبری برای پادکوارک‌ها برعکس می‌شوند.

هادرئون‌ها: باریون‌ها و مزون‌ها کوارک‌ها در داخل ذره‌های برهم‌کنش‌کننده‌ی قوی موسوم به هادرئون‌ها ترکیب می‌شوند. باریون‌ها، هادرئون‌هایی با عددهای کوانتومی اسپینی نیم - درست ($\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{2}$) هستند. مزون‌ها، هادرئون‌هایی با عددهای کوانتومی اسپینی درست (۰ یا ۱) هستند و بنابراین، بوزون هستند. باریون‌ها، فرمیون هستند. مزون‌ها دارای عدد باریونی صفرند؛ باریون‌ها دارای عدد باریونی ۱+ یا ۱- هستند. کرومودینامیک کوانتومی پیش‌بینی می‌کند که ترکیب‌های ممکن کوارک‌ها، یا یک کوارک با یک پادکوارک، یا سه کوارک، یا سه پادکوارک هستند (این پیش‌بینی با

که در این جا H ، ثابت هابل، را برابر مقدار زیر اختیار می‌کنیم

$$H = 71 \text{ km/s} \cdot \text{Mpc} = 21.8 \text{ mm/s} \cdot \text{ly} \quad (21-44)$$

انبساط توصیف شده با قانون هابل وجود همه جا حاضر تابش میکروموج زمینه، آشکار می‌کند که عالم در یک "انفجار بزرگ" ۱۳٫۷ میلیارد سال پیش آغاز شده است.

آزمایش سازگار است).

انبساط فعلی شواهد کنونی قویاً حاکی از آن است که عالم در حال انبساط است، به طوری که کهکشان‌های دور دست با آهنگ v که با قانون قانون هابل داده می‌شود، از ما دور می‌شوند:

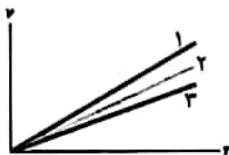
$$v = Hr \quad (\text{قانون هابل}) \quad (19-44)$$

سش‌ها

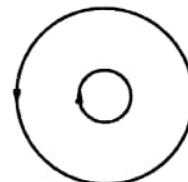
۱ الکترون نمی‌تواند به دو نوترینو واپاشی کند. در صورتی که این واپاشی رخ می‌داد، کدامیک از قانون‌های پایستگی زیر نقض می‌شد: (الف) انرژی، (ب) تکانه‌ی زاویه‌ای، (پ) بار، (ت) عدد لپتونی، (ث) تکانه‌ی خطی، و (ج) عدد باریونی؟

۲ کدامیک از هشت پیون شکل ۲-۴۴ ب کمترین انرژی جنبشی را دارد؟

۳ شکل ۱۰-۴۴ مسیرهای دو ذره‌ی چرخان در یک میدان مغناطیسی یکنواخت را نشان می‌دهد. بزرگی بار هر دو ذره یکسان، ولی علامت آن‌ها مخالف است. (الف) کدام مسیر مربوط به ذره‌ی سنگین‌تر است؟ (ب) اگر جهت میدان مغناطیسی به سمت داخل صفحه‌ی شکل باشد، آیا ذره‌ی سنگین‌تر دارای بار مثبت است یا منفی؟



شکل ۱۱-۴۴ پرسش ۸



شکل ۱۰-۴۴ پرسش ۳

۹ ذره‌ی Σ^+ دارای این عددهای کوانتومی است: شگفتی $S = -1$ ، بار $q = +1$ ، و اسپین $s = \frac{1}{2}$. کدامیک از ترکیب‌های کوارکی زیر آن را تشکیل می‌دهد: (الف) dds ، (ب) $s\bar{s}$ ، (پ) uus ، (ت) ssu ، یا (ث) $uu\bar{s}$ ؟

۱۰ همان‌طور که دیدیم، مزون π^- دارای ساختار کوارکی $d\bar{u}$ است. اگر به جای این، مزون π^- از یک کوارک d و یک کوارک u ساخته شده بود، کدامیک از قانون‌های پایستگی زیر نقض می‌شد: (الف) انرژی، (ب) تکانه‌ی زاویه‌ای، (پ) بار، (ت) عدد لپتونی، (ث) تکانه‌ی خطی، و (ج) عدد باریونی؟

۱۱ نوترینویی را که نماد آن $\bar{\nu}_e$ است در نظر بگیرید. (الف) آیا آن ذره است یا پادذره؟ (ب) آیا آن بوزون است یا فرمیون؟ (پ) آیا آن در برابر واپاشی خودبه‌خود، پایدار است؟

۴ پروتونی دارای انرژی جرمی کافی برای واپاشی به صورت دسته‌ای از الکترون‌ها، نوترینوها، و پادذره‌های آن‌هاست. در صورتی که این واپاشی رخ می‌داد، کدامیک از قانون‌های پایستگی زیر لزوماً نقض می‌شد: عدد لپتونی الکترونی یا عدد باریونی؟

۵ پروتون نمی‌تواند به نوترون و نوترینو واپاشی کند. در صورتی که این واپاشی رخ می‌داد، کدامیک از قانون‌های پایستگی زیر نقض می‌شد: (الف) انرژی (فرض کنید که پروتون ساکن است)، (ب) تکانه‌ی زاویه‌ای، (پ) بار، (ت) عدد لپتونی، (ث) تکانه‌ی خطی، و (ج) عدد باریونی؟

۶ آیا واپاشی پیشنهادشده‌ی $\Lambda^0 \rightarrow p + K^-$ ، (الف) بار الکتریکی، (ب) تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی، و (پ) شگفتی را پایسته نگه می‌دارد؟ (ت) اگر ذره‌ی اولیه ساکن باشد، آیا انرژی‌ای کافی برای ایجاد محصولات واپاشی دارد؟



حل با راهنمایی مرحله به مرحله (به صلاحیت مدرسی) در WileyPLUS و WebAssign موجود است.
 ILW حل در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.
 تعداد نقطه‌ها سطح دشواری مسئله را مشخص می‌کند.
 اطلاعات بیشتر در کتاب نمایش می‌جانبانگر فیزیک و در www.flyingcircusofphysics.com موجود است.
 WWW حل به روش تعاملی در

بخش ۴۴-۱ ویژگی‌های عمومی ذرات بنیادی

۱۰ یک پيون باردارشده‌ی مثبت طبق معادله‌ی ۴۴-۷ و امی‌پاشد:
 $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$ طرح واپاشی پيوني که دارای بار منفي است باید چگونه باشد؟ (راهنمایی: π^- پادذره‌ی π^+ است.)

۲۰ نظریه‌های معینی پیش‌بینی می‌کنند که پروتون با نیمه‌عمری حدود 10^{32} سال، ناپایدار است. با فرض این که این نظریه‌ها درست باشند، تعداد پروتونی را که انتظار دارید در یک سال در آب یک استخر شنای المپیک که $4/32 \times 10^5$ L آب دارد، واپاشی کند محاسبه کنید.

۳۰ یک الکترون و یک پوزیترون دستخوش فرایند نابودی زوج می‌شوند (معادله‌ی ۴۴-۵). اگر آن‌ها پیش از نابودی تقریباً انرژی جنبشی صفر را داشتند، طول‌موج هر پرتونی γ تولید شده در این نابودی چقدر است؟

۴۰ یک پيون خشی که در ابتدا ساکن است به دو پرتوی گاما و امی‌پاشد: $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. طول‌موج پرتوهای گاما را محاسبه کنید.

۵۰ یک الکترون و یک پوزیترون به فاصله‌ی r از هم گرفته‌اند. نسبت نیروی گرانشی به نیروی الکتریکی میان آن‌ها را بیابید. با استفاده از این نتیجه، در مورد نیروهایی که بین ذره‌های آشکارشده در یک اتاقک حباب عمل می‌کنند، چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟ (آیا باید برهمکنش‌های گرانشی را در نظر گرفت؟)

۶۰۰ (الف) ذره‌ی ساکن ۱ به ذره‌های ۲ و ۳ و امی‌پاشد، که با تکانه‌هایی یکسان ولی در جهت مخالف حرکت می‌کنند. نشان دهید که انرژی جنبشی K_2 ذره‌ی ۲ با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$K_2 = \frac{1}{2E_1} [(E_1 - E_2)^2 - E_3^2]$$

که در آن E_1 ، E_2 ، و E_3 انرژی‌های سکون ذره‌هاست. (ب) یک پيون مثبت π^+ ساکن (با انرژی سکون $139/6 \text{ MeV}$) می‌تواند به پادمیونون μ^+ (با انرژی سکون $105/7 \text{ MeV}$) و یک نوترینو ν (با انرژی سکون ۰) واپاشی کند. انرژی جنبشی حاصل پادمیونون چقدر است؟

۷۰۰ انرژی سکون بسیاری از ذره‌های کوتاه-عمر را نمی‌توان به‌طور مستقیم اندازه‌گیری کرد، بلکه باید آن‌ها را از تکانه‌های اندازه‌گیری‌شده و انرژی‌های سکون معلوم محصول‌های واپاشی

به‌دست آورد. مزون ρ^0 را در نظر بگیرید که توسط واکنش $\pi^+ + \pi^- \rightarrow \rho^0$ و امی‌پاشد. انرژی سکون مزون ρ^0 را که به پيون‌های تشکیل‌شده تکانه‌هایی در خلاف جهت یکدیگر و بزرگی $258/3 \text{ MeV}/c$ می‌دهد، محاسبه کنید. جدول ۴۴-۴ را برای انرژی‌های سکون پيون‌ها ببینید.

۸۰۰ یک ناوی مثبت (π^+ ، انرژی سکون $139/6 \text{ MeV}$) با انرژی جنبشی 2200 MeV در یک مسیر دایره‌ای عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت $1/20 \text{ T}$ در حال حرکت است. (الف) تکانه‌ی این ناو را برحسب کیلوگرم-متر بر ثانیه محاسبه کنید. اثرهای نسبیتی را باید در نظر بگیرید. (ب) شعاع مسیر دایره‌ای را به‌دست آورید.

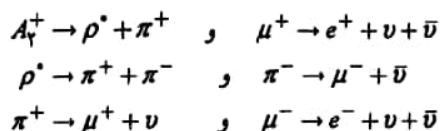
۹۰۰ رصد نوترینوهای گسیل‌شده توسط ابرنواختر SN1987a (شکل ۴۳-۱۲ب) حد بالایی 20 eV را برای انرژی سکون نوترینوی الکترون به‌دست می‌دهد. اگر انرژی سکون نوترینوی الکترون واقعاً 20 eV باشد، اختلاف میان تندی نور و تندی نوترینوی الکترون $1/5 \text{ MeV}$ چقدر خواهد بود؟

۱۰۰۰ یک پيون خشی دارای انرژی سکون 135 MeV و عمر میانگین $8/3 \times 10^{-17} \text{ s}$ است. اگر این پيون با انرژی جنبشی اولیه‌ی 80 MeV تولید شده باشد و پس از یک عمر میاگین واپاشی کند، طولانی‌ترین مسیر ممکن که این ذره می‌تواند در یک اتاقک حباب از خود بر جای گذارد چقدر است؟ از اتساع زمان نسبیتی استفاده کنید.

بخش ۴۴-۲ لبتون‌ها، هادرون‌ها، و شگفتی

۱۱۰ کدام یک از قانون‌های پایستگی در هریک از این واپاشی‌های پیشنهاد شده‌ی زیر نقض می‌شود؟ فرض کنید ذره‌ی اولیه ساکن است و محصول‌های واپاشی دارای تکانه‌های زاویه‌ای صداری صفرند. (الف) $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu$ ؛ (ب) $\mu^+ \rightarrow \pi^+ + \nu_\mu$ ؛ (پ) $\mu^- \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ ؛ (د) $\mu^- \rightarrow \pi^+ + \nu_\mu$.

۱۲۰ ذره‌ی A^+ و محصول‌های واپاشی آن به ترتیب زیر واپاشی می‌کنند



q	S	q	S
Δ^-	-1	Σ^{*-}	0
Δ^0	0	Σ^{*0}	+1
Δ^+	+1	Ξ^{*-}	-1
Δ^{++}	+2	Ξ^{*0}	0
Σ^{*-}	-1	Ω^-	-1

با استفاده از دستگاه مختصات مایل شکل ۳-۴۴، یک نمودار بار-شگفتی برای این باریون‌ها رسم کنید. نمودار خود را با این شکل مقایسه کنید.

۲۱۰۰ برای شناسایی ذره x در هریک از واکنش‌های زیر که توسط برهم‌کنش قوی صورت می‌پذیرند، از قانون‌های پایستگی و جدول‌های ۳-۴۴ و ۴-۴۴ استفاده کنید: (الف) $p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + x$ ؛ (ب) $p + \bar{p} \rightarrow n + x$ ؛ (پ) $\pi^- + p \rightarrow \Xi^0 + K^0 + x$.

۲۲۰۰ یک ذره Σ^- ی 220 MeV به صورت $\Sigma^- \rightarrow \pi^- + n$ و امی‌پاشد. انرژی جنبشی کل محصول‌های واپاشی را محاسبه کنید.

۲۳۰۰ واپاشی $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$ را با Λ^0 در حال سکون در نظر بگیرید. (الف) انرژی فروپاشی را محاسبه کنید. انرژی جنبشی (ب) پروتون و (پ) پیون چقدر است؟ (راهنمایی: مسئله ۶ را ببینید).

۲۴۰۰ باریون Σ^{*0} با اسپین $\frac{3}{2}$ - (مسئله ۲۴ را ببینید) دارای انرژی سکون 1385 MeV است (عدم قطعیت ذاتی را در این‌جا نادیده می‌گیریم)؛ باریون Σ^0 با اسپین $\frac{1}{2}$ دارای انرژی سکون 1192.5 MeV است. اگر هریک از این دو ذره دارای انرژی جنبشی 1000 MeV باشند، (الف) کدام یک سریع‌تر حرکت می‌کند و (ب) به چه مقدار؟

بخش ۳-۴۴ کوارک‌ها و ذره‌های پیام‌رسان

۲۵۰ ترکیب کوارکی پروتون و نوترون به ترتیب uud و udd است. ترکیب کوارکی (الف) پادپروتون و (ب) پادنوترون چیست؟

۲۶۰ با استفاده از جدول‌های ۳-۴۴ و ۴-۴۴، باریون‌های تشکیل شده از کوارک‌های (الف) ddu ، (ب) uus ، و (پ) ssd را شناسایی کنید. درستی پاسخ‌های خود را با هشت‌تایی باریونی نشان داده شده در شکل ۳-۴۴ الف واری کنید.

۲۷۰ ترکیب کوارکی $\bar{K}^0$ چیست؟

۲۸۰ چه ترکیب کوارکی برای تشکیل (الف) Λ^0 و (ب) Ξ^0 نیاز است؟

(الف) محصول‌های واپاشی پایدار نهایی کدام‌اند؟ بنا بر شواهد، (ب) آیا ذره Λ^0 فرمیون است یا بوزون؟ و (پ) آیا این ذره مزون است یا باریون؟ (ت) عدد باریونی آن چند است؟

۱۳۰ نشان دهید که اگر، به جای رسم شگفتی S برحسب q برای باریون‌های با اسپین $\frac{1}{2}$ شکل ۳-۴۴ الف و برای مزون‌های با اسپین صفر شکل ۳-۴۴ ب، کمیت $Y = B + S$ را برحسب کمیت $T_z = q - \frac{1}{3}(B + S)$ رسم کنیم، بدون استفاده از محورهای مایل به نقش‌هایی شش‌ضلعی دست می‌یابیم. (کمیت Y ، آتربار^۱ نامیده می‌شود، و T_z به کمیتی موسوم به ایزواسپین مربوط است).

۱۴۰ انرژی فروپاشی این واکنش‌ها را محاسبه کنید: (الف) $\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+$ و (ب) $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$.

۱۵۰ کدام قانون پایستگی در هریک از این واکنش‌ها و واپاشی‌های پیشنهاد شده زیر نقض می‌شود؟ (فرض کنید که محصول واکنش‌ها دارای تکانه‌ی زاویه‌ای مدارای صفرند). (الف) $\Lambda^0 \rightarrow p + K^-$ ؛ (ب) $\Omega^- \rightarrow \Sigma^- + \pi^0$ (برای Ω^- ، $S = -3$ ، $q = -1$ ، $m = 1672 \text{ MeV}/c^2$ ، و $m_\pi = \frac{1}{3}$ است)؛ (پ) $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^+$.

۱۶۰ آیا واکنش پیشنهاد شده‌ی

$$p + \bar{p} \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+ + e^-$$

(الف) بار، (ب) عدد باریونی، (پ) عدد لپتونی الکترونی، (ت) تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی، (ث) شگفتی، و (ج) عدد لپتونی موثونی را پایسته نگه می‌دارد؟

۱۷۰ آیا فرایند واپاشی پیشنهاد شده‌ی

$$\Xi^- \rightarrow \pi^- + n + K^+ + p$$

(الف) بار، (ب) عدد باریونی، (پ) تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی، و (ت) شگفتی را پایسته نگه می‌دارد؟

۱۸۰ با بررسی شگفتی، تعیین کنید کدام یک از واپاشی‌ها یا واکنش‌هایی که در پی می‌آید از طریق برهم‌کنش قوی صورت می‌گیرند: (الف) $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ ؛ (ب) $\Lambda^0 + p \rightarrow \Sigma^+ + n$ ؛ (پ) $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$ ؛ (ت) $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$.

۱۹۰ واکنش $\pi^+ + p \rightarrow p + p + \bar{n}$ از طریق برهم‌کنش قوی صورت می‌پذیرد. با به کار بردن قانون‌های پایستگی، (الف) عدد کوانتومی بار، (ب) عدد باریونی، و (پ) شگفتی پادنوترون را پیدا کنید.

۲۰۰ ۱۰ باریون با اسپین $\frac{3}{2}$ وجود دارد. نمادها و عددهای کوانتومی آن‌ها برای بار q و شگفتی S به قرار زیر است:

^۱ hypercharge

انرژی E ی یک فوتون مربوط به این طول موج را می توان از رابطه ی زیر محاسبه کرد

$$E = (4/28 \times 10^{-1} \text{ MeV/K}) T$$

(ب) در چه دمای کمینه ای این فوتون می تواند یک جفت الکترون-پوزیترون (که در بخش ۲۱-۳ [جلد دوم] توضیح داده شد) تولید کند؟

۳۸۰ با استفاده از قانون وین (مسله ی ۳۷ را ببینید) به پرسش های زیر پاسخ دهید: (الف) قله ی شدت تابش زمینه ی کیهانی در طول موج $1/1 \text{ mm}$ است. این مربوط به چه دمایی است؟ (ب) حدود 379000 y پس از مهبانگ، عالم نسبت به تابش الکترومغناطیسی شفاف شد. در آن هنگام، دما 2970 K بوده است. در آن موقع طول موجی که در آن تابش زمینه بیشترین شدت را داشت، چقدر بود؟

۳۹۰۰ آیا عالم برای همیشه به انبساط ادامه می دهد؟ برای پاسخ به این پرسش، فرض کنید نظریه ی انرژی تاریک نادرست است و این که تندی پس روی v یک کهکشان به فاصله ی r از ما فقط با برهمکنش گرانشی ماده ای که در داخل کره ای به مرکز ما و شعاع r قرار دارد، تعیین می شود. اگر جرم کل داخل این کره M باشد، تندی فرار v_e از این کره $v_e = \sqrt{2GM/r}$ (معادله ی ۱۳-۲۸) است. (الف) نشان دهید برای جلوگیری از انبساط نامحدود، چگالی برهمکنش گرانشی ρ داخل کره باید دست کم برابر مقدار زیر باشد

$$\rho = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

(ب) این "چگالی حدی" را به طور عددی محاسبه کنید؛ پاسخ خود را برحسب اتم های هیدروژن در هر متر مکعب بیان کنید. اندازه گیری های چگالی واقعی دشوار است و در حضور ماده ی تاریک پیچیده می شود.

۴۰۰۰ چون تندی های پس روی ظاهری کهکشان ها و اختروش ها در فاصله های دور به تندی نور نزدیک است، فرمول جابه جایی دوپلر نیبیتی (معادله ی ۳۷-۳۱) باید مورد استفاده قرار گیرد. این جابه جایی، به صورت انتقال به سرخ کسری $z = \Delta\lambda/\lambda_0$ گزارش شده است. (الف) نشان دهید که پارامتر تندی پس روی $\beta = v/c$ برحسب z با رابطه ی زیر داده می شود

$$\beta = \frac{z^2 + 2z}{z^2 + 2z + 1}$$

(ب) یک اختروش آشکار شده در سال ۱۹۸۷ دارای $z = 4/43$ است. پارامتر تندی آن را محاسبه کنید. (پ) فاصله تا آن اختروش را، با فرض آنکه قانون هابل برای این مسافت ها معتبر است، به دست آورید.

۲۹۰ کدام هادرون در جدول های ۳-۴۴ و ۴-۴۴ مربوط به بسته ی کوارکی (الف) ssu و (ب) dds است؟

۳۰۰ **www** فقط با استفاده از کوارک های بالا، پایین، و شگفت، در صورت امکان، باریونی (الف) با $q = +1$ و شگفتی $S = -2$ و (ب) با $q = +2$ و شگفتی $S = 0$ بنا کنید.

بخش ۴۴-۴۴ کیهان شناسی

۳۱۰ در آزمایشگاه، یکی از خط های سدیم با طول موج 589.0 nm گسیل شده است. ولی، در نور حاصل از یک کهکشان خاص، این خط در طول موج 602.0 nm دیده می شود. با فرض آنکه قانون هابل برقرار باشد و از انتقال دوپلری معادله ی ۳۷-۳۶ استفاده کنیم، فاصله تا کهکشان را محاسبه کنید.

۳۲۰ به دلیل انبساط کیهانی، تابش خاصی از یک کهکشان دوردست طول موجی دارد که $2/00$ برابر طول موجی است که آن تابش در آزمایشگاه داراست. با فرض این که قانون هابل برقرار باشد و این که بتوانیم محاسبه های جابه جایی دوپلری را به کار بندیم، در هنگامی که نور گسیل می شد فاصله ی ما از آن کهکشان (برحسب ly) چقدر بود؟

۳۳۰ طول موج رصد شده ی خط 656.3 nm (بالمر اول) هیدروژن گسیل شده از کهکشانی در فاصله ی $2/40 \times 10^8 ly$ چقدر است؟ فرض کنید جابه جایی دوپلری معادله ی ۳۷-۳۶ و قانون هابل برقرارند.

۳۴۰ جرمی به فاصله ی $1/5 \times 10^4 ly$ از ما قرار دارد و به جز حرکت ناشی از انبساط عالم، هیچ حرکتی نسبت به ما ندارد. اگر فضای بین ما و آن جسم طبق قانون هابل، با $H = 21/8 \text{ mm/s.ly}$ ، انبساط یابد (الف) یک سال بعد، فاصله ی بین ما و آن جسم چقدر (برحسب متر) افزایش یافته است؟ و (ب) تندی دور شدن جسم از ما چقدر است؟

۳۵۰ اگر قانون هابل را بتوان تا فاصله های خیلی دور برون یابی کرد، در چه فاصله ای تندی پس روی ظاهری با تندی نور برابر می شود؟

۳۶۰ اگر پلوتون (بیرونی ترین "سیاره" منظومه ی شمسی در بیشتر وقت ها) دارای همان تندی مداری باشد که عطارد (درونی ترین سیاره) اکنون دارد، جرم خورشید باید چقدر می شد؟ از داده های پیوست پ استفاده کنید، پاسخ خود را برحسب جرم فعلی M_S خورشید بیان، و فرض کنید که مدارها دایره ای اند.

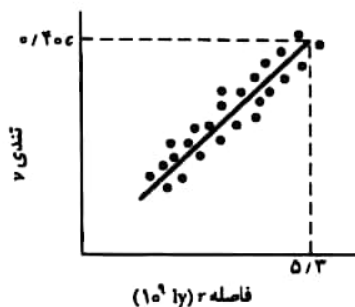
۳۷۰ طول موجی که در آن یک تابشگر گرمایی در دمای T موج های الکترومغناطیسی را با بیشترین شدت تابش می کند با قانون وین^۱ داده می شود: $\lambda_{\text{max}} = (2898 \mu\text{m} \cdot \text{K})/T$. (الف) نشان دهید

^۱ Wien

مسئله‌های اضافی

۴۵ هیچ مزون شناخته‌شده‌ای با عدد کوانتومی باری $q = +1$ و شگفتی $S = -1$ یا با $q = -1$ و $S = +1$ وجود ندارد. دلیل آن را بر مبنای مدل کوارکی توضیح دهید.

۴۶ شکل ۴۴-۱۳، یک نمودار فرضی از تندی‌های پس‌روی v کهکشان‌ها بر حسب فاصله‌ی r آن‌ها از ماست؛ بهترین برازش داده‌های نقطه‌ای، خط مستقیمی است که در شکل نشان داده شده باشد. با استفاده از این نمودار و با فرض آنکه قانون هابل برقرار باشد، و این‌که ثابت هابل در سرتاسر انبساط عالم مقدار یکسانی داشته است، سن عالم را تعیین کنید.



شکل ۴۴-۱۳ مثله‌ی ۴۶

۴۷ اگر زمین بر اثر برخورد با پاد-زمین نابود می‌شد، چقدر انرژی آزاد می‌شد؟

۴۸ بازی ذره‌ای. شکل ۴۴-۱۳ طرح‌واره‌ای از ردهایی است که توسط ذره‌ها در یک آزمایش اتاقک ابر خیالی (در حضور یک میدان مغناطیسی یکنواخت که جهت آن عمود بر صفحه است) درست شده است، و جدول ۴۴-۶ عددهای کوانتومی خیالی وابسته به ذره‌هایی که این مسیرها را می‌سازند، به دست می‌دهد. ذره‌ی A وارد اتاقک شده، رد ۱ را برجای می‌گذارد و به سه ذره وامی‌باشد. آنگاه ذره‌ای که رد ۶ را می‌آفریند به سه ذره‌ی دیگر و ذره‌ای که رد ۴ را می‌آفریند به دو ذره‌ی دیگر، که یکی از آن‌ها از لحاظ الکتریکی بدون بار است، واپاشی می‌کند-مسیر آن ذره‌ی بدون بار با خط‌چین نمایش داده شده است. ذره‌ای که رد ۸ را آفریده است، ذره‌ای با عدد کوانتومی "جدیت" صفر شناخته شده است.

از پایستگی عدهای کوانتومی خیالی در هر نقطه‌ی واپاشی و با توجه به جهت‌های خمیدگی این مسیرها، تعیین کنید که کدام ذره متعلق به مسیر (الف) ۱، (ب) ۲، (پ) ۳، (ت) ۴، (ث) ۵، (ج) ۷، (ح) ۸، و (خ) ۹ است؟ یکی از ذره‌های داده شده در جدول تشکیل نمی‌شود؛ بقیه فقط یکبار در هر مسیر ظاهر می‌شوند.

۴۱۰۰ یک الکترون در اتم هیدروژنی واقع در کهکشانی دوردست از $n=3$ به $n=2$ می‌جهد و نوری گسیل می‌شود. اگر این نور را در طول‌موج $3/00 \text{ mm}$ آشکار کنیم، طول‌موج آن و در نتیجه عالم با چه مضربی نسبت به زمان گسیل نور افزایش یافته است؟

۴۲۰۰ به دلیل وجود فراگیر تابش زمینه‌ی کیهانی، کمترین دمای ممکن یک گاز در فضای بین ستاره‌ای یا بین کهکشانی نه 0 K بلکه $2/7 \text{ K}$ است. این حاکی از آن است که کسر مهمی از مولکول‌های فضا که می‌توانند در تراز پایین یک حالت برانگیخته باشند، ممکن است درواقع در همین حالت باشند. وانیختگی بعدی به گسیل تابشی می‌انجامد که می‌تواند آشکار شود. یک مولکول (فرضی) را با دقیقاً یک حالت برانگیخته‌ی ممکن در نظر بگیرید. (الف) برای آنکه ۲۵٪ مولکول‌ها در این حالت برانگیخته باشند، انرژی برانگیختگی باید چقدر باشد؟ (راهنمایی: معادله‌ی ۲۹-۴۰ را ببینید.) (ب) طول‌موج فوتون گسیل‌شده در یک گذار رو به عقب به حالت پایه چقدر است؟

۴۳۰۰ فرض کنید شعاع خورشید به $5/90 \times 10^{12} \text{ m}$ (شعاع متوسط مدار پلوتون) افزایش یابد، و این‌که چگالی این خورشید انبساط‌یافته یکنواخت باشد، و سیاره‌ها داخل این جسم رقیق می‌چرخند. (الف) تندی مداری زمین را در این پیکربندی جدید محاسبه کنید. (ب) نسبت تندی مداری محاسبه‌شده در قسمت (الف) به تندی مداری کنونی زمین، $29/8 \text{ km/s}$ ، چقدر است؟ فرض کنید شعاع مدار زمین بدون تغییر باقی می‌ماند (پ) دوره‌ی چرخش جدید زمین چقدر است؟ (جرم خورشید بدون تغییر باقی می‌ماند.)

۴۴۰۰ فرض کنید که ماده (ستارگان، گاز، غبار) یک کهکشان خاص، به جرم کل M ، به‌طور یکنواخت در سرتاسر کره‌ای به شعاع R توزیع شده باشد. ستاره‌ای به جرم m به دور مرکز این کهکشان، در یک مدار دایره‌ای به شعاع $r < R$ در حالت چرخش است. (الف) نشان دهید که تندی مداری v این ستاره با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$v = r \sqrt{GM / R^3}$$

و بنابراین، دوره‌ی چرخش T ستاره برابر است با

$$T = 2\pi \sqrt{R^3 / GM}$$

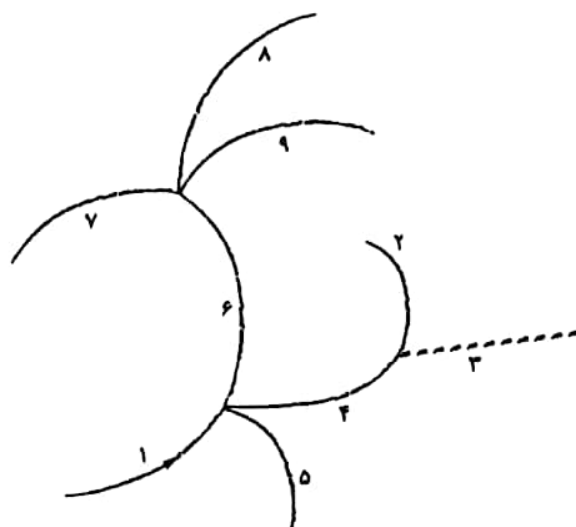
که مستقل از r است. هر نیروی مقاومی را نادیده بگیرید. (ب) سپس فرض کنید که جرم کهکشان در نزدیک مرکز کهکشان، در داخل کره‌ای که شعاع آن کمتر از r است، متمرکز شده است. در این صورت، چه عبارتی دوره‌ی چرخش مداری ستاره را به دست می‌دهد؟

بنابراین، بیشتر ذره‌های تولیدشده توسط برخورد‌های میان پروتون‌های 6.2 GeV و هدف مسی، پیون‌ها بودند.

برای اثبات وجود آن پادپروتون‌ها و این‌که آن‌ها توسط تعداد محدودی از برخوردها تولید می‌شوند، ذره‌هایی که هدف را ترک می‌کردند به سوی دنباله‌ای از میدان‌های مغناطیسی و آشکارسازها، آن‌گونه که در شکل ۴۴-۱۴ نشان داده شده است، فرستاده می‌شدند. نخستین میدان مغناطیسی ($M1$) مسیر هر ذره‌ی باردار عبوری از آن را خم می‌کرد؛ افزون بر این، آن میدان به‌گونه‌ای ترتیب داده شده بود که فقط باید ذره‌هایی از آن خارج می‌شدند و به میدان مغناطیسی دوم ($Q1$) می‌رسیدند که دارای بار منفی (یک $\bar{p}$ یا یک π^-) و تکانه‌ی $1.19 \text{ GeV}/c$ می‌بودند. میدان $Q1$ نوع خاصی از میدان مغناطیسی بود (یک میدان چارقتبی) که ذره‌هایی را که به آن می‌رسیدند در داخل یک باریکه متمرکز می‌کرد، و بدین ترتیب به آن‌ها اجازه می‌داد که از حفره‌ی حفاظ ضخیمی بگذرند تا به شمارشگر سوسوزن $S1$ برسند. با عبور یک ذره‌ی باردار از میان این شمارشگر، سیگنالی راه می‌افتاد، به‌طوری‌که هر سیگنال نشان‌دهنده‌ی عبور یک π^- با $1.19 \text{ GeV}/c$ یا (احتمالاً) یک $\bar{p}$ با $1.19 \text{ MeV}/c$ بود.

پس از متمرکز شدن مجدد باریکه توسط میدان مغناطیسی $Q2$ ، آن ذره‌ها توسط میدان مغناطیسی $M2$ به سوی شمارشگر سوسوزن دوم $S2$ و سپس دو شمارشگر چرنکوف $C1$ و $C2$ هدایت می‌شدند. این آشکارسازهای اخیر می‌توانند به گونه‌ای طراحی شوند که فقط هنگامی یک سیگنال گسیل دارند که تندی ذره‌ی عبوری از میان آن‌ها در گستره‌ی معینی قرار داشته باشد. در این آزمایش، ذره‌ای با تندی بیشتر از $0.79c$ موجب گسیل سیگنال از $C1$ و ذره‌ای با تندی بین $0.75c$ و $0.78c$ موجب گسیل سیگنالی از $C2$ می‌شد.

آنگاه دو راه برای تمیز پادپروتون‌های نادر پیش‌بینی شده، از پیون‌های منفی فراوان وجود داشت. هر دو راه مبتنی بر این واقعیت بود که تندی ذره‌ی $\bar{p}$ با $1.19 \text{ GeV}/c$ با تندی ذره‌ی π^- با $1.19 \text{ GeV}/c$ متفاوت است: (۱) بنا بر محاسبه‌ها، یک ذره‌ی $\bar{p}$ یکی از شمارشگرهای چرنکوف و یک ذره‌ی π^- شمارشگر دیگر را راه می‌انداخت. (۲) بازه‌ی زمانی Δt میان سیگنال‌های حاصل از $S1$ و $S2$ ، که به فاصله‌ی 12 m از یکدیگر قرار داشتند، برای $\bar{p}$ یک مقدار و برای π^- مقداری دیگری داشت. بنابراین، اگر شمارشگر چرنکوف مناسب راه می‌افتاد و بازه‌ی زمانی Δt دارای مقدار مناسبی بود، این آزمایش وجود پادپروتون‌ها را به اثبات می‌رساند.

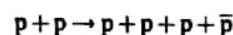
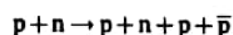


شکل ۴۴-۱۳ مسئله‌ی ۴۸

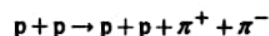
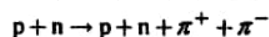
جدول ۴۴-۶ مسئله‌ی ۴۴-۴۸

ذره	بار	بوالهوسی	جدیت	ملاحظ
A	۱	۱	-۲	-۲
B	۰	۴	۳	۰
C	۱	۲	-۳	-۱
D	-۱	-۱	۰	۱
E	-۱	۰	-۴	-۲
F	۱	۰	۰	۰
G	-۱	-۱	۱	-۱
H	۳	۳	۱	۰
I	۰	۶	۴	۶
J	۱	-۶	-۴	-۶

شکل ۴۴-۱۴ بخشی از یک چیش آزمایشگاهی را نشان می‌دهد که در آن پادپروتون‌ها در سال‌های ۱۹۵۰ کشف شدند. باریکه‌ای از پروتون‌های 6.2 GeV از یک شتابنده‌ی ذره‌ها خارج شده و با هسته‌های یک هدف مسی برخورد می‌کند. بنا بر پیش‌بینی‌های نظری در آن زمان، برخورد میان پروتون‌های باریکه و پروتون‌ها و نوترون‌های هسته‌ها باید پادپروتون‌ها را از طریق واکنش‌های زیر تولید می‌کرد



ولی حتی اگر این واکنش‌ها رخ می‌داد، آن‌ها در قیاس با واکنش‌های زیر نادر بودند



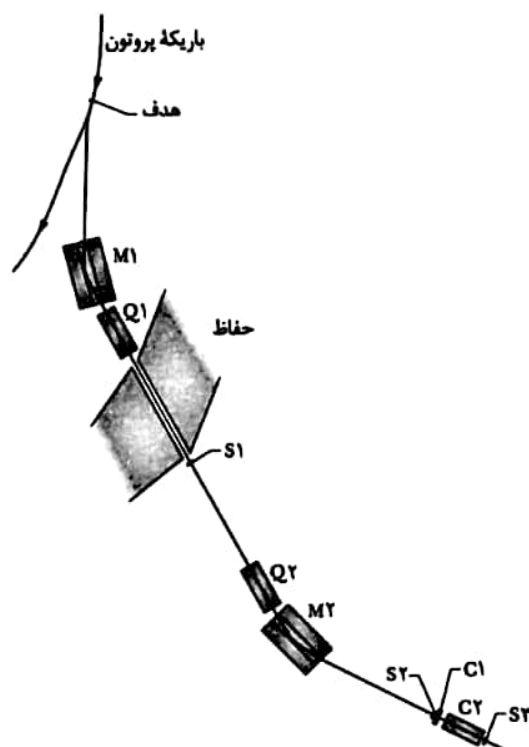
کهکشان‌ها به ما می‌رسد، به دست آمده است. بنا بر قانون هابل، تندی هر کهکشان متناسب با فاصله‌ی آن از ماست. چنین تصویرهایی ممکن است گمراه‌کننده باشند، زیرا آن‌ها دلالت بر این دارند که (۱) آن انتقال‌های به سرخ ناشی از حرکت کهکشان‌ها نسبت به ماست، طوری که گویی آن‌ها در فضای ایستا (ساکن) از ما دور می‌شوند، و (۲) این که ما در مرکز همه‌ی این حرکت‌ها هستیم. در واقع، انبساط عالم و افزایش فاصله‌ی کهکشان‌ها ناشی از یک حرکت رو به بیرون کهکشان‌ها در فضایی از پیش موجود نیست، بلکه ناشی از انبساط خودِ فضا در سرتاسر عالم است. فضا، پویاست و نه ایستا.

شکل‌های ۴۴-۱۵ ب، پ و ت راه‌های متفاوتی را برای نمایش عالم و انبساط آن نشان می‌دهند. هر قسمت از این شکل، بخشی از یک مقطع یک‌بعدی از عالم را (در امتداد محور r) نشان می‌دهد؛ دو بُعد فضایی دیگر عالم، نشان داده نشده است. هریک از این سه بخش شکل، کهکشان راه شیری و شش کهکشان دیگر را (با نقطه مشخص شده‌اند) نشان می‌دهند. این بخش‌ها روی محور زمان قرار گرفته‌اند، که افزایش زمانی آن رو به بالاست. در بخش ب، یعنی در زودترین زمان این سه بخش، کهکشان راه شیری و شش کهکشان دیگر، نسبتاً نزدیک به یکدیگر نمایش داده شده‌اند. با افزایش روبه‌بالای زمان در شکل‌ها، فضا منبسط می‌شود، و در نتیجه کهکشان‌ها از هم دور می‌شوند. توجه کنید که بخش‌های شکل نسبت به کهکشان راه شیری رسم شده‌اند، و از نظر این نقطه‌ی مشاهده، همه‌ی کهکشان‌های دیگر به دلیل انبساط از آن دور می‌شوند. ولی، کهکشان راه شیری ویژگی خاصی ندارد- این کهکشان‌ها همچنین نسبت به هر نقطه‌ی مشاهده‌ی دیگری نیز که ممکن بود انتخاب کنیم، از هم دور می‌شوند.

شکل‌های ۴۴-۱۶ الف و ب درست روی کهکشان راه شیری و یکی از کهکشان‌های دیگر، کهکشان A ، در دو زمان معین در حین انبساط متمرکز است. در بخش الف، کهکشان A در فاصله‌ی r از کهکشان راه شیری است و در حال گسیل یک موج نوری با طول‌موج λ است. در بخش ب، پس از بازه‌ی زمانی Δt ، آن موج نوری روی زمین آشکار شده است. آهنگ انبساط عالم بر واحد طول فضا را با α نشان می‌دهیم، و فرض می‌کنیم در حین بازه‌ی زمانی Δt ثابت است. آنگاه در طی بازه‌ی زمانی Δt ، هر واحد طول از فضا (مثلاً، هر متر) به میزان $\alpha \Delta t$ انبساط می‌یابد. موج نوری شکل‌های ۴۴-۱۰ الف و ب با تندی c از کهکشان A به سوی زمین حرکت می‌کنند. (الف) نشان دهید

$$\Delta t = \frac{r}{c - r\alpha}$$

طول‌موج مشاهده‌شده‌ی λ' نور، بزرگتر از طول‌موج



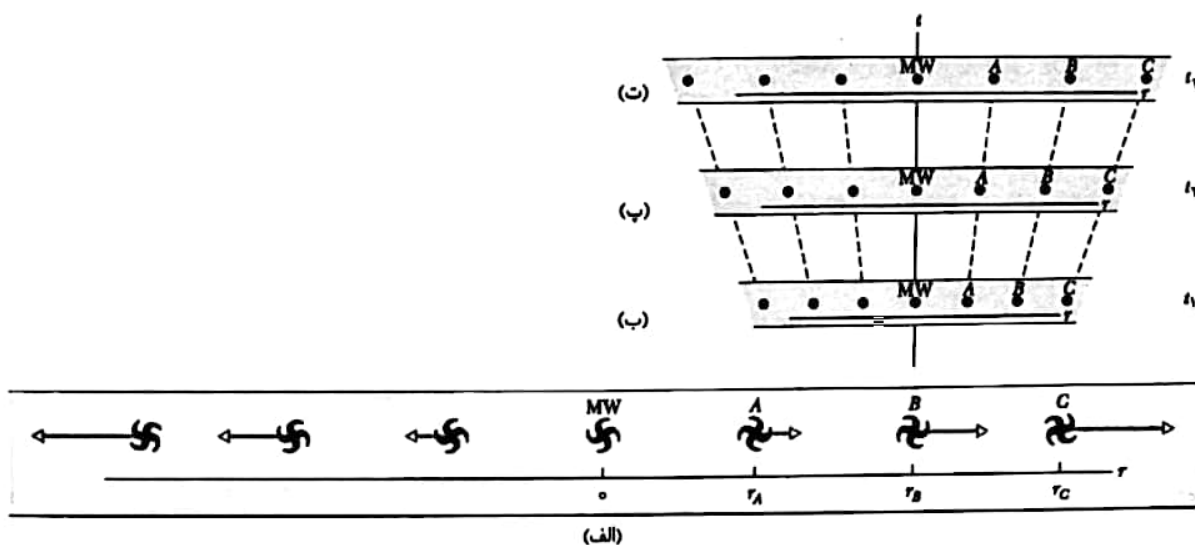
شکل ۴۴-۱۴ مثله‌ی ۴۹

تندی (الف) یک پادپروتون با تکانه‌ی $1/19 \text{ GeV}/c$ و (ب) یک پيون منفی با همان تکانه چقدر است؟ (تندی پادپروتون عبوری از آشکارسازهای چرنکوف، درواقع قدری کمتر از مقدار محاسبه‌شده است، زیرا پادپروتون در آشکارسازها کمی انرژی از دست می‌دهد.) کدام آشکارساز چرنکوف توسط (پ) یک پادپروتون و (ت) یک پيون منفی، راه افتاده است؟ کدام بازه‌ی زمانی Δt ، نشانگر عبور (ث) یک پادپروتون و (ج) یک پيون منفی است؟ [این مثله از مقاله‌ی "مشاهده‌ی پادپروتون‌ها" نوشته‌ی چمبرلین، سگری، و یگاند، و ایسیلانتیس^۱ در *Physical Review*, Vol. 100, pp. 947-950 (1955) برگرفته شده است.]

۵۰ ثابت کنید طرح واپاشی پرتون فرضی در معادله‌ی ۴۴-۱۴، قانون پایستگی (الف) بار، (ب) انرژی، و (پ) تکانه‌ی خطی را نقض نمی‌کند. (ت) در مورد تکانه‌ی زاویه‌ای چطور؟

۵۱ انتقال به سرخ کیهانی. انبساط عالم غالباً با تصویری مانند شکل ۴۴-۱۵ الف نمایش داده می‌شود. در این شکل نمادی را که با MW مشخص شده است (برگرفته از نام لاتین کهکشان راه شیری - Milky Way) در مبدأ محور r قرار داده‌ایم که به‌طور شعاعی از ما در تمام جهت‌ها دور می‌شود. سایر کهکشان‌های بسیار دور نیز نمایش داده شده‌اند. آنچه که روی نمادهای آن‌ها اضافه شده است، بردارهای سرعت آن‌هاست که از انتقال به سرخ نوری که از آن

^۱ O. Chamberlain, E. Segre, C. Wiegand, and T. Ypsilantis

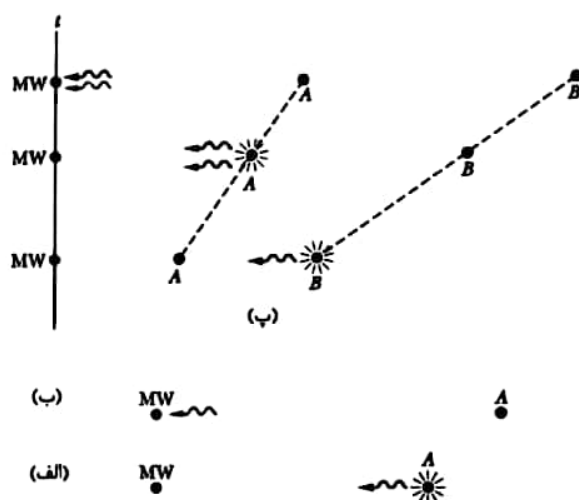


شکل ۴۴-۱۵ مسئله ۵۱

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

که در آن v سرعت شعاعی کهکشان A نسبت به زمین است. (ث) با استفاده از قانون هابل، این نتیجه حاصل از اثر دوپلر را با نتیجه حاصل از انبساط کیهانی (ت) مقایسه کنید و برای α مقداری به دست آورید. با استفاده از این تحلیل می‌توانید دریابید که این دو نتیجه، که از مدل‌های کاملاً متفاوتی درباره‌ی انتقال به سرخ نور آشکار شده از کهکشان‌های دور به دست آمده‌اند، باهم سازگارند. فرض کنید نوری که ما از کهکشان A آشکار می‌کنیم دارای انتقال به سرخ $\Delta\lambda/\lambda = 0.050$ باشد و این که آهنگ انبساط عالم در مقدار کنونی آن که در این فصل داده شده است، ثابت مانده باشد. (ج) با استفاده از نتیجه‌ی قسمت (ب)، فاصله‌ی بین این کهکشان و زمین را در هنگامی که نور گسیل شده بود، بیابید. سپس، (ج) با استفاده از قسمت (الف)، و (ج) با فرض این که انتقال به سرخ یک اثر دوپلر است، تعیین کنید که آن نور چه مدت قبل توسط کهکشان A گسیل شده است؟ (راهنمایی: برای قسمت (ج)، زمان دقیقاً برابر با فاصله در زمان گسیل بخش بر تندی نور است، زیرا اگر انتقال به سرخ دقیقاً ناشی از اثر دوپلر باشد، فاصله در حین حرکت نور به سوی ما تغییر نمی‌کند. این‌جا نتایج حاصل از دو مدل مربوط به انتقال به سرخ نور متفاوت‌اند.) (خ) در زمان آشکارسازی، فاصله‌ی بین زمین و کهکشان A چقدر است؟ (فرض می‌کنیم که کهکشان A هنوز وجود دارد؛ اگر حیات آن به پایان رسیده باشد، بشر تا هنگامی که آخرین نور گسیل شده توسط آن کهکشان به زمین نرسیده باشد، چیزی در مورد مرگ آن نمی‌داند.)

حال فرض کنید نوری که از کهکشان B آشکار می‌کنیم (۴۴-۱۶پ) دارای انتقال به سرخ $\Delta\lambda/\lambda = 0.080$ باشد. (د) با استفاده از نتیجه‌ی قسمت (ب) فاصله‌ی بین کهکشان B و کره‌ی



شکل ۴۴-۱۶ مسئله ۵۱

گسیل شده‌ی λ است، زیرا فضا در طی بازه‌ی زمانی Δt انبساط یافته است. این افزایش در طول موج، انتقال به سرخ کیهانی نامیده شده است؛ این یک اثر دوپلر نیست. (ب) نشان دهید که تغییر طول موج $\Delta\lambda (= \lambda' - \lambda)$ با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{r\alpha}{c - r\alpha}$$

(پ) سمت راست این معادله را با استفاده از بسط دوجمله‌ای (که در پیوست ث داده شده است) بسط دهید. (ت) اگر در این بسط فقط نخستین جمله را نگه دارید، معادله‌ی حاصل برای $\Delta\lambda/\lambda$ چه می‌شود؟

اگر، به جای این، فرض کنیم که شکل ۴۴-۱۵ الف برقرار است و $\Delta\lambda$ ناشی از اثر دوپلر است، آنگاه از معادله‌ی ۳۶-۳۷ خواهیم داشت:

۵۳ ترکیب کوارکی‌ای که (الف) ذره‌ی ایکسی-منفی و (ب) ذره‌ی پادایکسی منفی را می‌سازد چیست؟ این ذره‌ها افسون، سر، و ته ندارند.

۵۴ یک الکترون و یک پوزیترون، هریک با انرژی جنبشی 2.50 MeV ، نابود می‌شوند و دو فوتون خلق می‌کنند که در جهت‌های مخالف از هم دور می‌گردند. بسامد هر فوتون چقدر است؟

زمین را در هنگامی که نور گسیل شده بود، به‌دست آورید. (ذ) با استفاده از نتیجه‌ی قسمت (الف)، تعیین کنید که نور چه مدت پیش توسط کهکشان B گسیل شده است؟ (ر) وقتی نوری که توسط کهکشان A گسیل شده است را آشکار می‌کنیم، فاصله‌ی بین کهکشان A و کهکشان B چقدر بوده است؟

۵۲ اختلاف جرم، برحسب کیلوگرم، را بین میونون و پیون مسئله‌ی نمونه ۴۴-۰۱ محاسبه کنید.

(ب) $20\mu m$. ۴۱. (الف) $7/42 \times 10^{-2}$: (ب) بین کمینهی $m=6$
 (هفتمین آن) و بیشینهی $m=7$ (هفتمین بیشینهی سمتی): (پ) بین
 کمینهی $m=3$ (سومین آن) و کمینهی $m=4$ (چهارمین آن)
 ۴۳. (الف) ۹: (ب) 0.255 . ۴۵. (الف) 62.1° : (ب) 45° : (پ) 32.9°
 ۴۷. ۲.۴۹ (الف) $6.7\mu m$: (ب) $1.5\mu m$: (پ) ۹: (ت) ۷: (ث) ۶
 ۵۱. (الف) 2.1° : (ب) 2.1° : (پ) 53.11 . (الف) $47nm$: (ب)
 $56nm$. ۵۵. 3.65×10^3 : (الف) $7.22^\circ/nm$: (ب) 4.7×10^8 : (پ)
 $76^\circ/nm$: (ت) 8.0×10^8 : (ث) $24^\circ/nm$: (ج) 1.2×10^8
 ۵۹. $15nm$. ۶۱. (الف) $10\mu m$: (ب) $3.2mm$ ۶۳. mm / شیار
 1.9×10^3 . ۶۵. (الف) $17nm$: (ب) $13nm$. ۶۷. (الف) $25pm$: (ب)
 $38pm$. ۶۹. $26nm$. ۷۱. (الف) 15.3° : (ب) 30.6° : (پ) 3.1° : (ت)
 37.8° . ۷۳. (الف) $7.071a$: (ب) $7.4472a$: (پ) $7.3162a$: (ت)
 $2774a$: (ث) $2425a$. ۷۵. (الف) $625nm$: (ب) $500nm$: (پ)
 $416nm$. ۷۷. $3.7nm$. ۸۳. (الف) ۱۳: (ب) ۶ ۸۵. $5.95pm$ ۸۷. $4.9km$
 ۸۹. $1/36 \times 10^8$. ۹۱. ۲.۹۳. $2.7cm$. ۹۷. $26cm$. ۹۹. (الف) چهارمین:
 (ب) هفتمین. ۱۰۳. (الف) $2.4\mu m$: (ب) $0.80\mu m$: (ب) 1.0572

فصل ۳۷

تخته‌های واری ۱. (الف) یکان (اصل موضوعی تندى نور)؛
(ب) خیر (آغاز و انتهای پرواز تپ از لحاظ مکانیکی جدا هستند؛
(پ) خیر (چون اندازه‌گیری او یک ویژه‌زمان نیست). ۲. (الف) معادله‌ی
۲: (ب) $+0.01c$ ؛ (پ) $25.0s$ ؛ (ت) $7.0m$ ؛ ۳. (الف) راست؛ (ب)
بیشتر. ۴. (الف) برابر؛ (ب) کمتر.

پوشہ ۱. ۲. ۳. ۴. ۵ (الف) C₁, (ب) C₂, ۶. (الف) منفی: (ب) مثبت ۷. (الف) ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱،

مثله‌ها ۱. $۰/۹۹۰۵۰$ - ۳. (الف) $۰/۹۹۹۹۹۵۰$ - ۵. $۰/۴۴۶ps$

۷. $۲/۶۸ \times ۱۰^{-۲}y$ ۹. (الف) $۸۷/۴m$ ؛ (ب) $۲۹۴ns$ ۱۱. $۱/۳۳m$ ۱۳. (الف) $۲۶/۲۶y$ (ب) $۵۲/۲۶y$ ؛ (پ) $۳/۷۰۵y$ ۱۵. (الف) $۰/۹۹۹۹۹۱۵$ ؛ (ب) $۳۰/۱y$ (الف) $۱۳۸km$ ؛ (ب) $۳۲۲\mu s$ - ۱۹. (الف) $۲۵/۸\mu s$ ؛ (ب) درخشان کوچک ۲۱. (الف) $[\gamma(۱۰۰\mu s - \beta(۴۰۰m))/(۲/۹۹۸ \times ۱۰^{-۸}m/s)]$ ؛ (ت) $۰/۷۵۰$ ؛ (ث) $۰/۷۵۰ < \beta < ۰$ ؛ (ج) $۰ < \beta < ۰/۷۵۰$ ؛ (ج) خیر ۲۳. (الف) $۱/۲۵$ ؛ (ب) $۸۰۰\mu s$ - ۲۵. (الف) $۰/۴۸۰$ ؛ (ب) منفی؛ (پ) درخشان بزرگ؛ (ث) $۴/۳۹\mu s$ ۲۷. $۰/۸۱c$ ۲۹. (الف) $۰/۳۵$ ؛ (ب) $۰/۶۲$ ۳۱. $۱/۲\mu s$ ۳۳. (الف) $۱/۲۵y$ ؛ (ب) $۱/۶۰y$ ؛ (پ) $۴/۷۰y$ ۳۵. $۲۲/۱MHz$ ۳۷. $۰/۱۲c$ ۳۹. (الف) $۵۵۰nm$ ؛ (ب) زرد ۴۱. (الف) $۱/۱MeV$ ؛ (ب) $۰/۹۹۹۹۸۷$ ۴۳. (الف) $۱/۰keV$ ؛ (ب) $۱/۱MeV$ ۴۵. $۱۱۰km$ ۴۷. $۱/۰ \times ۱۰^{-۷}km$ ۴۹. (الف) $۰/۲۲۲cm$ ؛ (ب) $۷۰ips$ ؛ (پ) $۱/۴۰ps$ ۵۱. $۲/۸۳mc$ ۵۳. $(\gamma(2\pi m / |q|B))$ ؛ (ب) خیر؛ (پ) $۴/۸۵mm$ ؛ (ت) $۱۵/۸mm$ ؛ (ث) $۱۶/۳ps$ ؛ (ج) $۰/۳۳۴ns$ ۵۵. (الف)

مثلاً ۱. (الف) 155nm (ب) 310nm ۳. (الف) 376nm (ب) میانه نزدیک‌تر به کاملاً سازنده ۵. $4.765 \times 10^{-7}\text{m/s}$ ۶. 1.76m ۹. (الف) 1.55mm (ب) 4.65mm ۱۱. (الف) 1.70 (ب) 1.70 (پ) 1.70 (ت) همه یکسان ۱۳. (الف) 8.33 (ب) میانه نزدیک‌تر به کاملاً سازنده ۱۷. ۱۶ ۱۹. 2.25mm ۲۱. 72mm ۲۳. ۰ ۲۵. 7.88mm ۲۷. 6.64mm ۲۹. 2.65 ۳۱. $25\sin(\alpha + 8.90^\circ)$ ۳۳. 7.7nm ۳۷. 120nm ۳۵. $(17.1 \times 10^3 \text{ rad/s}) \sin[(2\pi \times 10^3 \text{ rad/s})t]$ ۳۹. (الف) 0.117mm (ب) 0.352mm ۴۱. 161nm ۴۳. 56nm ۴۵. 478nm ۴۷. 509nm ۴۹. 273nm ۵۱. 409nm ۵۳. 338nm ۵۵. (الف) 552nm (ب) 442nm ۵۷. 608nm ۵۹. 528nm ۶۱. 455nm ۶۳. 248nm ۶۵. 239nm ۶۷. 229nm ۶۹. 189nm ۷۱. 0.73 ۷۳. 140 ۷۵. $[(m + \frac{1}{2})\lambda R]^2$ به‌ازای $m = 0, 1, 2, \dots$ ۷۷. 1.0m ۷۹. 588nm ۸۱. 3.00×10^3 ۸۳. (الف) 50.0nm (ب) 26.2nm ۸۵. 0.730 ۸۷. (الف) 1500nm ؛ (ب) 2350nm ؛ (پ) 0.80 ۸۹. $x = (D/\lambda a)(m + 0.5)\lambda$ به‌ازای $m = 0, 1, 2, \dots$ (الف) 230 (ب) شکست، θ را کاهش می‌دهد ۹۳. 600nm ۹۵. (الف) 1.75mm (ب) 4.8mm ۹۷. $I_m \cos^2(2\pi x/\lambda)$ ۹۹. (الف) 42.0ps ؛ (ب)؛ (پ) 43.7ps ؛ (ت) 41.8ps ؛ (ث) 4 ۱۰۱. 4 ۱۰۳. (الف) روشن؛ (ب) 594nm ؛ (پ) دلیل اصلی: همپوشانی نوارها چنان زیاد می‌شود که محو می‌گردند. دلیل فرعی: فاصله‌ی دو سطح بازتابنده به حدی زیاد است که نور بازتابیده از آن نمی‌تواند هم‌دوس باشد.

فصل ۳۶

تخته‌های واری ۱. (الف) گسترش می‌یابد؛ (ب) گسترش می‌یابد
۲. (الف) دومین بیشینه‌ی سمتی؛ (ب) ۲/۵، ۳. (الف) قرمز؛ (ب) بنفش
۴. کاهش می‌شود ۵. (الف) چپ؛ (ب) کمتر

پوشش‌ها ۱. (الف) کمینه $m = 5$ ؛ (ب) بیشینه‌ای (تقریباً) بین کمینه‌های $m = 4$ و $m = 5$. ۳. (الف) B و C ؛ (ب) A و B و C ۵. (الف) ۱ و ۳ یکسان، سپس ۲ و ۴ یکسان؛ (ب) ۱ و ۲ یکسان، سپس ۳ و ۴ یکسان ۷. (الف) بزرگتر؛ (ب) قرمز ۹. (الف) کاهش می‌یابد؛ (ب) ثابت می‌ماند؛ (پ) در جای خود می‌ماند ۱۱. (الف) $\frac{1}{4}$ ؛ (ب) چپ؛ (پ) چپ؛ (ت) راست ۱۳. (الف) ۱ و ۲ یکسان، سپس ۳؛ (ب) بله؛ (پ) خیر

مسئله‌ها ۱. (الف) 2.5 mm ؛ (ب) $2.72 \times 10^{-2} \text{ rad}$. ۳. (الف) 70 cm ؛ (ب) 1.77 mm ۵. (الف) 700 nm ؛ (ب) ۴؛ (پ) ۶. ۷. $6.4 \mu\text{m}$. ۹. 1.77 mm ۱۱. 160° . ۱۳. (الف) 7.18° ؛ (ب) 0.46 rad ؛ (پ) 0.82 . ۱۵. (ت) 52.5° ؛ (ث) 10.1° ؛ (ج) 5.6° . ۱۷. (ب) ۵؛ (پ) -0.500 ؛ (ت) 4.493 rad ؛ (ث) 7.130 ؛ (ج) 7.725 rad ؛ (ج) 1.96 . ۱۹. (الف) 11 cm ؛ (ب) بزرگتر ۲۱. (الف) $1 \times 10^4 \text{ km}$ ؛ (ب) 11 km . ۲۳. (الف) $1.3 \times 10^{-2} \text{ rad}$ ؛ (ب) 10 km . ۲۵. 50 m . ۲۷. $1.6 \times 10^2 \text{ km}$. ۲۹. (الف) $8.48 \times 10^{-7} \text{ rad}$ ؛ (ب) $8.48 \times 10^{-7} \text{ km}$ ؛ (پ) 25 mm . ۳۱. (الف) 7.346° ؛ (ب) 9.97° . ۳۳. (الف) 17.1 m ؛ (ب) 1.27×10^{-11} . ۳۵. 3.375 . ۳۹. (الف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ب) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (پ) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ت) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ث) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ج) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (د) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ه) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (و) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ز) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ح) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ط) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ی) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ف) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ق) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ک) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ل) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (م) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ن) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (س) $5.0 \mu\text{m}$ ؛ (ع) 5

(ب) ۲۴۶fm ؛ (الف) ۴۳MeV ؛ (الف) $۱/۲۴\text{nm}$ ؛ (ب) $۱/۲۲\text{nm}$ ؛
 (پ) $۱/۲۴\text{fm}$ ؛ (ت) $۱/۲۴\text{fm}$ ؛ (الف) ۱۵keV ؛ (ب) ۱۲keV ؛
 ۵۷ نوترون؛ (الف) $۳/۸۶ \times 10^6\text{m/s}$ ؛ (ب) $۸۱/۷\text{keV}$ ؛
 $۲۷\text{kg}\cdot\text{m/s}$ ؛ $۲/۱ \times 10^{-۲۲}$ ؛ (الف) $۱/۴۵ \times 10^{-۱۱}\text{m}^{-۱}$ ؛ (ب)
 $۷/۲۵ \times 10^{-۱۰}\text{m}^{-۱}$ ؛ (پ) $۰/۱۱۱$ ؛ (ت) $۵/۵۶ \times 10^{-۴}$ ؛ ۷۳mA ؛ $۴/۸۱\text{mA}$ ؛ (آ)
 $۹/۲۰ \times 10^{-۶}$ ؛ (ب) ۳MeV ؛ (پ) ۳MeV ؛ (ت) $۷/۲۳ \times 10^{-۸}$ ؛ (ث)
 ۳MeV ؛ (ج) ۳MeV ؛ (الف) ۷۷% ؛ (ب) ۱۰% ؛ (پ)
 ۱۵% ؛ (الف) خیر؛ (ب) جبهه‌ی موج تخت، عمود بر محور x ، تا
 بی‌نهایت گسترش می‌یابد. ۸۳keV ؛ (الف) $۳۸/۸\text{keV}$ ؛ (ب) ۱۴۶pm ؛
 ۸۵ (الف) $۴/۱۴ \times 10^{-۱۵}\text{eV}\cdot\text{s}$ ؛ (ب) $۲/۳۱\text{eV}$ ؛ (الف) خیر؛ (ب)
 ۵۴۴nm؛ (پ) سبز

فصل ۳۹

تکنه‌های واری ۱. ب، الف، پ ۲. الف همه یکسان، (ب) الف، ب، پ،
 ۳. الف، ب، پ، ت ۴. $E_{\text{لی}}$ (نه n_x و n_y نمی‌توانند صفر باشند)
 ۵. (الف) ۵ (ب) ۷.

پوش‌ها ۱. الف، ب، پ ۳. (الف) ۱۸؛ (ب) ۱۷؛ (پ) ۷ برابر پ ۹. (الف)
 کاهش می‌یابد؛ (ب) افزایش می‌یابد. ۱۱. $n=۱$ ، $n=۲$ ، $n=۳$ ،
 ۱۳. (الف) $n=۲$ ؛ (ب) $n=۱$ ؛ (پ) $n=۵$ ؛ (ب) پ، ت.

مسئله‌ها ۱. $۱/۴۱.۱$ ؛ ۳. $۰/۶۵\text{eV}$ ؛ ۵. $۰/۸۵\text{nm}$ ؛ ۷. $۱/۹\text{GeV}$ ؛ ۹. (الف) $۷۲/۳\text{eV}$ ؛
 (ب) $۱۳/۷\text{nm}$ ؛ (پ) $۱۷/۲\text{nm}$ ؛ (ت) $۶۸/۷\text{nm}$ ؛ (ث) $۴۱/۲\text{nm}$ ؛ (ج)
 $۶۸/۷\text{nm}$ ؛ (ج) $۲۵/۸\text{nm}$ ؛ ۱۱. (الف) ۱۳؛ (ب) ۱۲؛ ۱۳. (الف) $۰/۷۰۲۰$ ؛
 (ب) ۲۰؛ ۱۵. (الف) $۰/۵۵۰$ ؛ (ب) $۰/۷۱۰$ ؛ (پ) $۰/۷۰۰۹۵$ ؛ ۱۷. ۵۶eV ؛
 ۱۹. ۱۰۹eV ؛ ۲۳. $۲/۲۱\text{eV}$ ؛ ۲۵. $۱/۴ \times 10^{-۲}$ ؛ ۲۷. (الف) ۸؛ (ب) $۰/۷۵$ ؛
 (پ) $۱/۰۰$ ؛ (ت) $۱/۲۵$ ؛ (ث) $۳/۷۵$ ؛ (ج) $۳/۰۰$ ؛ (ج) $۲/۲۵$ ؛ ۲۹. (الف) ۷؛
 (ب) $۱/۰۰$ ؛ (پ) $۲/۰۰$ ؛ (ت) $۳/۰۰$ ؛ (ث) $۹/۰۰$ ؛ (ج) $۷/۰۰$ ؛ (ج) $۶/۰۰$ ؛
 ۳۱. $۴/۰$ ؛ ۳۳. (الف) $۱۲/۱\text{eV}$ ؛ (ب) $۱۲/۴۵ \times 10^{-۲۷}\text{kg}\cdot\text{m/s}$ ؛ (پ) ۱۰۲nm ؛
 ۳۵. (الف) $۲/۹۱\text{nm}^{-۲}$ ؛ (ب) $۱۰/۲\text{nm}^{-۱}$ ؛ ۴۱. (آ) $۰/۰۰۳۷$ ؛ (ب) $۰/۰۰۵۴$ ؛
 ۴۳. (آ) $۱۳/۶\text{eV}$ ؛ (ب) $۲۷/۲\text{eV}$ ؛ ۴۵. (الف) $(r^4/16a^5)[\exp(-r/a)]\sin^2\theta$ ؛ (ب) $(r^4/16a^5)[\exp(-r/a)]\cos^2\theta$ ؛
 ۴۷. $۴/۳ \times 10^{-۲}$ ؛ ۴۹. (الف) $۱۳/۶\text{eV}$ ؛ (ب) $۲/۴۰\text{eV}$ ؛ ۵۱. $۰/۶۸$ ؛
 ۵۹. (ب) $(2\pi/h)[2m(U-E)]^{1/2}$ ؛ ۶۱. (ب) $\text{meter}^{-۲/5}$ ؛ ۶۳. (الف) n ؛ (ب) $۲\ell+۱$ ؛ (پ) n^2 ؛ (الف) $nh/\pi md^2$ ؛ (ب)
 $n^2 h^2/4\pi^2 md^2$ ؛ ۶۷. $n^2 h^2/4\pi^2 md^2$ ؛ (الف) $۲/۹ \times 10^{-۲۲}\text{eV}$ ؛ (ب) $۱۰^{-۲۰}$ ؛ (پ)
 $1/(\pi\epsilon_0 m a^2)^{1/2}$ ؛ (الف) $e^2 r/4\pi\epsilon_0 a^2$ ؛ (ب) $e^2 r/4\pi\epsilon_0 a^2$ ؛ ۷۱. $۲/۰ \times 10^{-۱۸}\text{K}$ ؛
 $۱۸/۱$ ، $۳۶/۲$ ، $۵۴/۳$ ، $۶۶/۳$ ، $۷۲/۴\text{eV}$ ؛ ۷۳

فصل ۴۰

تکنه‌های واری ۱. ۲۷. (الف) کاهش می‌یابد؛ (ب) یکسان می‌ماند
 ۳. B ، C ، A ، ۳

$۲/۰۸\text{MeV}$ ؛ (الف) ۱۸smu/y ؛ ۵۷. $۰/۴۱۴$ ؛ (پ) $۱/۴۱$ ؛ (ب) $۰/۷۰۷$ ؛
 (ب) $۱/۲۱\text{MeV}$ ؛ (ت) $۰/۸۰۱$ ؛ (الف) $\sin\theta$ ؛ (ب) $[1-(v/c)\cos\theta]$ ؛
 (پ) $۳/۲۴\text{e}$ ؛ (ب) $۰/۴۴\text{e}$ ؛ (الف) $۱/۸۳\text{m}$ ؛ (ب) $۰/۸۰\text{m}$ ؛ (پ) $۱۳/۶\text{ns}$ ؛ (ت) $۱۳/۶\text{ns}$ ؛ (ث) $۰/۳۷۹\text{m}$ ؛ (ج) $۳۰/۵\text{m}$ ؛
 (ج) ۱۰ns ؛ (ح) خیر؛ (خ) ۲؛ (د) خیر؛ (ذ) هر دو ۷۱. (الف)
 $۸/۷ \times 10^{-۲}\text{ly}$ ؛ ۱۸۹MeV ؛ ۷۳eV ؛ $۶/۳ \times 10^{-۱۰}$ ؛ (ب) $۵/۴ \times 10^{-۲}\text{km/h}$ ؛
 ۷۹V ؛ $۲/۴۶\text{MeV/c}$ ؛ ۸۱eV ؛ (الف) $۵/۷۱\text{GeV}$ ؛ (ب) $۶/۶۵\text{GeV}$ ؛ (پ) $۶/۵۸\text{GeV/c}$ ؛ (ت) $۳/۱۱\text{MeV}$ ؛ (ث) $۳/۶۲\text{MeV}$ ؛ (ج)
 $۳/۵۹\text{MeV/c}$ ؛ ۸۵eV ؛ $۰/۸۵\text{eV}$ ؛ (الف) ۲۵۶keV ؛ (ب) $۰/۷۴۵\text{eV}$ ؛ ۸۹eV ؛
 $۰/۸۵۸\text{eV}$ ؛ (ب) $۰/۸۵۸\text{eV}$ ؛ $۰/۸۵۸\text{eV}$ ؛ (الف) $۰/۸۵۸\text{eV}$ ؛ (ب) ۱۱۹MeV ؛ (پ) ۶۴MeV/c ؛
 (پ) $۸۱/۳\text{MeV}$ ؛ (ت) ۶۴MeV/c ؛ $۰/۸۵\text{eV}$ ؛ احتمالاً
 یک هسته هلیوم ۹۷. (الف) ۵۳۴ ؛ (ب) $۰/۹۹۹۹۹۸۲۵$ ؛ (پ) $۲/۲۳\text{T}$ ؛
 ۹۹. (الف) ۴۱۵nm ؛ (ب) آبی ۱۰۱. (الف) ۸۸kg ؛ (ب) خیر ۱۰۳. (الف)
 ۳×10^{-۱۸} ؛ (ب) ۳×10^{-۱۲} ؛ (پ) $۸/۲ \times 10^{-۸}$ ؛ (ت) $۶/۴ \times 10^{-۶}$ ؛ (ث)
 $۱/۱ \times 10^{-۶}$ ؛ (ج) $۳/۷ \times 10^{-۵}$ ؛ (ح) $۹/۹ \times 10^{-۵}$ ؛ (ج) ۱۰.

فصل ۳۸

تکنه‌های واری ۱. ب، الف، ت، پ ۲. (الف) لیتیم، سدیم، پتاسیم،
 سزیم؛ (ب) همه یکسان ۳. (الف) یکسان؛ (ب) پرتوهای x
 ۴. (الف) پروتون؛ (ب) یکسان؛ (پ) پروتون ۵. یکسان

پوش‌ها ۱. (الف) بیشتر؛ (ب) کمتر ۳. پتاسیم ۵. فقط ت ۷. هیچ کدام
 ۹. (الف) با عامل $1/5$ ؛ (ب) کاهش می‌یابد؛ (پ) با عامل $1/4$ کاهش می‌یابد.
 ۱۱. دامنه‌ی موج بازتابیده کمتر از موج فرودی است. ۱۳. الکترون،
 نوترون، ذره‌ی آنها ۱۵. همه یکسان

مسئله‌ها ۱. (الف) $۲/۱\text{nm}$ ؛ (ب) فروسخ ۳. $۱/۰ \times 10^{۴۵}\text{photons/s}$ ؛
 ۵. $۲/۰۴۷\text{eV}$ ؛ ۷W ؛ $۱/۱ \times 10^{-۱۰}\text{W}$ ؛ (الف) $۲/۱۶ \times 10^{۲۰}\text{photons/s}$ ؛ (ب)
 $۴/۸۶ \times 10^{۱۸}\text{photons/m}^2\cdot\text{s}$ ؛ (پ) $۵/۸۹ \times 10^{۱۸}\text{photons/m}^2\cdot\text{s}$ ؛ (الف) فروسخ؛
 (ب) $۱/۴ \times 10^{۲۱}\text{photons/s}$ ؛ ۱۳. $۴/۷ \times 10^{۲۶}\text{photons}$ ؛ ۱۵. ۱۷۰nm ؛
 ۱۷. ۶۷۶km/s ؛ (الف) $۱/۳۷$ ؛ (ب) $۶/۸ \times 10^{۲}\text{km/s}$ ؛ ۲۱. (الف)
 $۳/۱\text{keV}$ ؛ (ب) ۱۴keV ؛ ۲۳. (الف) $۲/۰\text{eV}$ ؛ (ب) ۰؛ (پ) $۲/۰\text{V}$ ؛
 (ت) ۲۹۵nm ؛ (الف) ۳۸۲nm ؛ (ب) $۱/۸۲\text{eV}$ ؛ ۲۷. (الف) $۲/۷۳\text{pm}$ ؛
 (ب) ۶۰۵pm ؛ ۲۹. (آ) $۸/۵۷ \times 10^{۱۸}\text{Hz}$ ؛ (ب) $۳/۵۵ \times 10^{۲}\text{eV}$ ؛ (پ)
 $۳۵/۴\text{keV/c}$ ؛ ۳۱. $۳/۳۰۰$ ؛ ۳۳. (الف) $۸/۱ \times 10^{-۱}$ ؛ (ب) $۴/۸ \times 10^{-۴}$ ؛
 (پ) $۸/۹$ ؛ (ت) ۶۶% ؛ ۳۵. (الف) $۲/۴۳\text{pm}$ ؛ (ب) $۲/۳۲\text{fm}$ ؛
 (پ) $۰/۵۱۱\text{MeV}$ ؛ (ت) ۱۹۳MeV ؛ ۳۷. (الف) $۴/۱۸\text{keV}$ ؛ (ب)
 $۸/۲\text{keV}$ ؛ ۳۹. ۴۴۰ ؛ ۴۱. (الف) $۲/۴۳\text{pm}$ ؛ (ب) $۴/۱۱ \times 10^{-۶}$ ؛
 (پ) $۸/۶۷ \times 10^{-۶}\text{eV}$ ؛ (ت) $۲/۴۳\text{pm}$ ؛ (ث) $۹/۷۸ \times 10^{-۲}\text{m}$ ؛ (ج)
 $۴/۴۵\text{keV}$ ؛ ۴۳. (الف) $۲/۹ \times 10^{-۱۰}\text{m}$ ؛ (ب) پرتوی x ؛ (پ)
 $۲/۹ \times 10^{-۸}\text{m}$ ؛ (ت) فرابنفش ۴۵. (الف) $۹/۳۵\text{nm}$ ؛ (ب) $۱/۴۷ \times 10^{-۵}\text{W}$ ؛
 (پ) $۶/۹۳ \times 10^{۱۲}\text{photons/s}$ ؛ (ت) $۲/۳۳ \times 10^{-۲۷}\text{W}$ ؛ (ث)
 $۱/۹ \times 10^{-۲۱}\text{kg}\cdot\text{m/s}$ ؛ ۴۷. $۵/۸۷ \times 10^{-۱۹}\text{photons/s}$ ؛ ۴۹. $۷/۷۵\text{pm}$ ؛ (الف) $۱/۹ \times 10^{-۲۱}\text{kg}\cdot\text{m/s}$

مسئله‌ها ۱. $\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu^-$ ۲. $2/4 \text{ pm}$ ۳. $2/4 \times 10^{-22}$ ۴. $7/4 \times 10^{-22}$ ۵. $7/4 \times 10^{-22}$ ۶. $7/4 \times 10^{-22}$ ۷. $7/4 \times 10^{-22}$ ۸. $7/4 \times 10^{-22}$ ۹. $7/4 \times 10^{-22}$ ۱۰. $7/4 \times 10^{-22}$ ۱۱. $7/4 \times 10^{-22}$ ۱۲. $7/4 \times 10^{-22}$ ۱۳. $7/4 \times 10^{-22}$ ۱۴. $7/4 \times 10^{-22}$ ۱۵. $7/4 \times 10^{-22}$ ۱۶. $7/4 \times 10^{-22}$ ۱۷. $7/4 \times 10^{-22}$ ۱۸. $7/4 \times 10^{-22}$ ۱۹. $7/4 \times 10^{-22}$ ۲۰. $7/4 \times 10^{-22}$ ۲۱. $7/4 \times 10^{-22}$ ۲۲. $7/4 \times 10^{-22}$ ۲۳. $7/4 \times 10^{-22}$ ۲۴. $7/4 \times 10^{-22}$ ۲۵. $7/4 \times 10^{-22}$ ۲۶. $7/4 \times 10^{-22}$ ۲۷. $7/4 \times 10^{-22}$ ۲۸. $7/4 \times 10^{-22}$ ۲۹. $7/4 \times 10^{-22}$ ۳۰. $7/4 \times 10^{-22}$ ۳۱. $7/4 \times 10^{-22}$ ۳۲. $7/4 \times 10^{-22}$ ۳۳. $7/4 \times 10^{-22}$ ۳۴. $7/4 \times 10^{-22}$ ۳۵. $7/4 \times 10^{-22}$ ۳۶. $7/4 \times 10^{-22}$ ۳۷. $7/4 \times 10^{-22}$ ۳۸. $7/4 \times 10^{-22}$ ۳۹. $7/4 \times 10^{-22}$ ۴۰. $7/4 \times 10^{-22}$ ۴۱. $7/4 \times 10^{-22}$ ۴۲. $7/4 \times 10^{-22}$ ۴۳. $7/4 \times 10^{-22}$ ۴۴. $7/4 \times 10^{-22}$ ۴۵. $7/4 \times 10^{-22}$ ۴۶. $7/4 \times 10^{-22}$ ۴۷. $7/4 \times 10^{-22}$ ۴۸. $7/4 \times 10^{-22}$ ۴۹. $7/4 \times 10^{-22}$ ۵۰. $7/4 \times 10^{-22}$ ۵۱. $7/4 \times 10^{-22}$ ۵۲. $7/4 \times 10^{-22}$ ۵۳. $7/4 \times 10^{-22}$ ۵۴. $7/4 \times 10^{-22}$ ۵۵. $7/4 \times 10^{-22}$ ۵۶. $7/4 \times 10^{-22}$ ۵۷. $7/4 \times 10^{-22}$ ۵۸. $7/4 \times 10^{-22}$ ۵۹. $7/4 \times 10^{-22}$ ۶۰. $7/4 \times 10^{-22}$ ۶۱. $7/4 \times 10^{-22}$ ۶۲. $7/4 \times 10^{-22}$ ۶۳. $7/4 \times 10^{-22}$ ۶۴. $7/4 \times 10^{-22}$ ۶۵. $7/4 \times 10^{-22}$ ۶۶. $7/4 \times 10^{-22}$ ۶۷. $7/4 \times 10^{-22}$ ۶۸. $7/4 \times 10^{-22}$ ۶۹. $7/4 \times 10^{-22}$ ۷۰. $7/4 \times 10^{-22}$ ۷۱. $7/4 \times 10^{-22}$ ۷۲. $7/4 \times 10^{-22}$ ۷۳. $7/4 \times 10^{-22}$ ۷۴. $7/4 \times 10^{-22}$ ۷۵. $7/4 \times 10^{-22}$ ۷۶. $7/4 \times 10^{-22}$ ۷۷. $7/4 \times 10^{-22}$ ۷۸. $7/4 \times 10^{-22}$ ۷۹. $7/4 \times 10^{-22}$ ۸۰. $7/4 \times 10^{-22}$ ۸۱. $7/4 \times 10^{-22}$ ۸۲. $7/4 \times 10^{-22}$ ۸۳. $7/4 \times 10^{-22}$ ۸۴. $7/4 \times 10^{-22}$ ۸۵. $7/4 \times 10^{-22}$ ۸۶. $7/4 \times 10^{-22}$ ۸۷. $7/4 \times 10^{-22}$ ۸۸. $7/4 \times 10^{-22}$ ۸۹. $7/4 \times 10^{-22}$ ۹۰. $7/4 \times 10^{-22}$ ۹۱. $7/4 \times 10^{-22}$ ۹۲. $7/4 \times 10^{-22}$ ۹۳. $7/4 \times 10^{-22}$ ۹۴. $7/4 \times 10^{-22}$ ۹۵. $7/4 \times 10^{-22}$ ۹۶. $7/4 \times 10^{-22}$ ۹۷. $7/4 \times 10^{-22}$ ۹۸. $7/4 \times 10^{-22}$ ۹۹. $7/4 \times 10^{-22}$ ۱۰۰. $7/4 \times 10^{-22}$

(ج) ۸. 27 (الف) 75 kW (ب) $5/8 \times 10^3 \text{ kg}$ ۲۹. $1/7 \times 10^9 \text{ y}$ ۳۰. 170 keV ۳۱. $1/41 \text{ MeV}$ ۳۲. 10^{-12} m ۳۳. $4/3 \times 10^9 \text{ kg/s}$ (الف) ۳۴. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ ۳۵. $2/1 \times 10^{-4}$ (ب) ۳۶. $2/1 \times 10^{-4}$ (الف) ۳۷. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ ۳۸. $8/65 \text{ megatons TNT}$ (الف) ۳۹. $1/8 \times 10^{28} \text{ s}^{-1}$ (ب) ۴۰. $1/8 \times 10^{28} \text{ s}^{-1}$ (الف) ۴۱. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ ۴۲. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۴۳. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۴۴. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۴۵. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۴۶. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۴۷. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۴۸. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۴۹. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۵۰. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۵۱. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۵۲. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۵۳. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۵۴. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۵۵. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۵۶. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۵۷. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۵۸. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۵۹. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۶۰. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۶۱. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۶۲. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۶۳. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۶۴. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۶۵. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۶۶. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۶۷. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۶۸. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۶۹. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۷۰. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۷۱. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۷۲. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۷۳. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۷۴. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۷۵. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۷۶. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۷۷. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۷۸. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۷۹. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۸۰. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۸۱. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۸۲. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۸۳. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۸۴. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۸۵. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۸۶. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۸۷. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۸۸. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۸۹. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۹۰. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۹۱. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۹۲. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۹۳. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۹۴. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۹۵. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۹۶. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۹۷. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۹۸. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۹۹. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف) ۱۰۰. $1/6 \times 10^8 \text{ y}$ (الف)

فصل ۴۴

نکته‌های واریسی ۱. (الف) خانواده‌ی موئون؛ (ب) یک ذره؛ (ب) $L_{\mu} = +1$ ۲. $L_{\mu} = +1$ ۳. $L_{\mu} = +1$ ۴. $L_{\mu} = +1$ ۵. $L_{\mu} = +1$ ۶. $L_{\mu} = +1$ ۷. $L_{\mu} = +1$ ۸. $L_{\mu} = +1$ ۹. $L_{\mu} = +1$ ۱۰. $L_{\mu} = +1$ ۱۱. $L_{\mu} = +1$ ۱۲. $L_{\mu} = +1$ ۱۳. $L_{\mu} = +1$ ۱۴. $L_{\mu} = +1$ ۱۵. $L_{\mu} = +1$ ۱۶. $L_{\mu} = +1$ ۱۷. $L_{\mu} = +1$ ۱۸. $L_{\mu} = +1$ ۱۹. $L_{\mu} = +1$ ۲۰. $L_{\mu} = +1$ ۲۱. $L_{\mu} = +1$ ۲۲. $L_{\mu} = +1$ ۲۳. $L_{\mu} = +1$ ۲۴. $L_{\mu} = +1$ ۲۵. $L_{\mu} = +1$ ۲۶. $L_{\mu} = +1$ ۲۷. $L_{\mu} = +1$ ۲۸. $L_{\mu} = +1$ ۲۹. $L_{\mu} = +1$ ۳۰. $L_{\mu} = +1$ ۳۱. $L_{\mu} = +1$ ۳۲. $L_{\mu} = +1$ ۳۳. $L_{\mu} = +1$ ۳۴. $L_{\mu} = +1$ ۳۵. $L_{\mu} = +1$ ۳۶. $L_{\mu} = +1$ ۳۷. $L_{\mu} = +1$ ۳۸. $L_{\mu} = +1$ ۳۹. $L_{\mu} = +1$ ۴۰. $L_{\mu} = +1$ ۴۱. $L_{\mu} = +1$ ۴۲. $L_{\mu} = +1$ ۴۳. $L_{\mu} = +1$ ۴۴. $L_{\mu} = +1$ ۴۵. $L_{\mu} = +1$ ۴۶. $L_{\mu} = +1$ ۴۷. $L_{\mu} = +1$ ۴۸. $L_{\mu} = +1$ ۴۹. $L_{\mu} = +1$ ۵۰. $L_{\mu} = +1$ ۵۱. $L_{\mu} = +1$ ۵۲. $L_{\mu} = +1$ ۵۳. $L_{\mu} = +1$ ۵۴. $L_{\mu} = +1$ ۵۵. $L_{\mu} = +1$ ۵۶. $L_{\mu} = +1$ ۵۷. $L_{\mu} = +1$ ۵۸. $L_{\mu} = +1$ ۵۹. $L_{\mu} = +1$ ۶۰. $L_{\mu} = +1$ ۶۱. $L_{\mu} = +1$ ۶۲. $L_{\mu} = +1$ ۶۳. $L_{\mu} = +1$ ۶۴. $L_{\mu} = +1$ ۶۵. $L_{\mu} = +1$ ۶۶. $L_{\mu} = +1$ ۶۷. $L_{\mu} = +1$ ۶۸. $L_{\mu} = +1$ ۶۹. $L_{\mu} = +1$ ۷۰. $L_{\mu} = +1$ ۷۱. $L_{\mu} = +1$ ۷۲. $L_{\mu} = +1$ ۷۳. $L_{\mu} = +1$ ۷۴. $L_{\mu} = +1$ ۷۵. $L_{\mu} = +1$ ۷۶. $L_{\mu} = +1$ ۷۷. $L_{\mu} = +1$ ۷۸. $L_{\mu} = +1$ ۷۹. $L_{\mu} = +1$ ۸۰. $L_{\mu} = +1$ ۸۱. $L_{\mu} = +1$ ۸۲. $L_{\mu} = +1$ ۸۳. $L_{\mu} = +1$ ۸۴. $L_{\mu} = +1$ ۸۵. $L_{\mu} = +1$ ۸۶. $L_{\mu} = +1$ ۸۷. $L_{\mu} = +1$ ۸۸. $L_{\mu} = +1$ ۸۹. $L_{\mu} = +1$ ۹۰. $L_{\mu} = +1$ ۹۱. $L_{\mu} = +1$ ۹۲. $L_{\mu} = +1$ ۹۳. $L_{\mu} = +1$ ۹۴. $L_{\mu} = +1$ ۹۵. $L_{\mu} = +1$ ۹۶. $L_{\mu} = +1$ ۹۷. $L_{\mu} = +1$ ۹۸. $L_{\mu} = +1$ ۹۹. $L_{\mu} = +1$ ۱۰۰. $L_{\mu} = +1$

همه چیز درباره‌ی اتم‌ها

۴-۱ ویژگی‌های اتم‌ها

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۴-۱-۱ نقشی را که در نمودار انرژی‌های یونش بر حسب عدد اتمی Z دیده می‌شود، شرح دهید.
- ۴-۱-۲ تشخیص دهید اتم‌ها تکانی زاویه‌ای و خاصیت مغناطیسی دارند.
- ۴-۱-۳ آزمایش اینشتین-دوهاس را توضیح دهید.
- ۴-۱-۴ پنج عدد کوانتومی یک الکترون در اتم و مقادیر مجاز هر کدام را بشناسید.
- ۴-۱-۵ تعداد حالت‌های الکترونی مجاز در یک لایه و زیرلایه‌ی معین را بشناسید.
- ۴-۱-۶ تشخیص دهید یک الکترون در اتم تکانی زاویه‌ای مداری $\vec{L}$ و گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}_{orb}$ دارد.
- ۴-۱-۷ مقادیر تکانی زاویه‌ای مداری $\vec{L}$ و گشتاور دوقطبی $\vec{\mu}_{orb}$ را بر حسب عدد کوانتومی مداری ℓ محاسبه کنید.
- ۴-۱-۸ رابطه‌ی بین تکانی زاویه‌ای مداری $\vec{L}$ و گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}_{orb}$ را به کار بندید.
- ۴-۱-۹ تشخیص دهید $\vec{L}$ و $\vec{\mu}_{orb}$ نمی‌توانند مشاهده (اندازه‌گیری) شوند، اما مؤلفه‌ای از آن‌ها را می‌توان بر یک محور اندازه‌گیری (که معمولاً محور z می‌نامند) اندازه‌گیری (مشاهده) کرد.
- ۴-۱-۱۰ مؤلفه‌های L_z تکانی زاویه‌ای مداری $\vec{L}$ را با استفاده از عدد کوانتومی مغناطیسی مداری m_ℓ محاسبه کنید.

نکته‌های کلیدی

- اتم‌ها انرژی کوانتیده دارند و می‌توانند بین آن‌ها جهش کوانتومی انجام دهند. اگر یک جهش بین انرژی‌ای بالاتر و انرژی‌ای پایین‌تر، شامل گسیل یا جذب فوتون باشد، بسامد وابسته به نور با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$hf = E_{\text{پایین}} - E_{\text{پایین}}$$

- حالت‌های با مقدار عدد کوانتومی n یکسان، یک لایه را تشکیل می‌دهند.
- حالت‌های با مقدار عدد کوانتومی n و ℓ یکسان، یک زیرلایه را تشکیل می‌دهند.
- بزرگی تکانی زاویه‌ای مداری یک الکترون به تله‌افزاده در اتم، مقادیر کوانتیده‌ای دارد که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar \quad \ell = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$$

- ۴-۱-۱۱ مؤلفه‌های $\mu_{orb,z}$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری $\vec{\mu}_{orb}$ را با استفاده از عدد کوانتومی مغناطیسی مداری m_ℓ و مگنتون بور μ_B محاسبه کنید.
- ۴-۱-۱۲ برای یک حالت مداری یا حالت اسپینی معین، زاویه‌ی نیمه کلاسیکی θ را محاسبه کنید.
- ۴-۱-۱۳ تشخیص دهید تکانی زاویه‌ای اسپینی $\vec{S}$ (که معمولاً برای سادگی اسپین خوانده می‌شود) و گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی $\vec{\mu}_s$ ، ویژگی‌های ذاتی الکترون‌ها (و نیز پروتون‌ها و نوترون‌ها) هستند.
- ۴-۱-۱۴ بزرگی تکانی زاویه‌ای اسپینی $\vec{S}$ و گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی $\vec{\mu}_s$ را بر حسب عدد کوانتومی اسپین s محاسبه کنید.
- ۴-۱-۱۵ رابطه‌ی بین تکانی زاویه‌ای اسپینی $\vec{S}$ و گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی $\vec{\mu}_s$ را به کار بندید.
- ۴-۱-۱۶ تشخیص دهید $\vec{S}$ و $\vec{\mu}_s$ را نمی‌توان مشاهده (اندازه‌گیری) کرد ولی یک مؤلفه‌ی آن‌ها بر یک محور اندازه‌گیری را می‌توان.
- ۴-۱-۱۷ مؤلفه‌ی S_z تکانی زاویه‌ای اسپینی $\vec{S}$ را با استفاده از عدد کوانتومی مغناطیسی m_s محاسبه کنید.
- ۴-۱-۱۸ مؤلفه‌ی $\mu_{s,z}$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی $\vec{\mu}_s$ را با استفاده از عدد کوانتومی اسپینی m_s و مگنتون بور μ_B محاسبه کنید.
- ۴-۱-۱۹ گشتاور دوقطبی مغناطیسی مؤثر یک اتم را بشناسید.

- که در آن $\hbar$ برابر $h/2\pi$ ، ℓ عدد کوانتومی مداری، و n عدد کوانتومی اصلی الکترون است.
- مؤلفه‌ی L_z تکانی زاویه‌ای مداری بر یک محور z کوانتیده است و با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$L_z = m_\ell \hbar \quad m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell$$

- که در آن m_ℓ عدد کوانتومی مغناطیسی مداری است.
- بزرگی μ_{orb} گشتاور مغناطیسی مداری الکترون کوانتیده است که مقادیر آن با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\mu_{orb} = \frac{e}{2m} \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar$$

- که در آن m جرم الکترون است.

• مؤلفه $\mu_{orb,z}$ بر محور z نیز طبق رابطه‌ی زیر کوانتیده است

$$\mu_{orb,z} = -\frac{e}{2m} m_L \hbar = -m_L \mu_B$$

که در آن μ_B مگنتون است:

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = \frac{e\hbar}{2m} = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

• هر الکترون، چه به تله افتاده و چه آزاد باشد، یک تکه‌ای زاویه‌ای اسپینی ذاتی $\vec{S}$ دارد که بزرگی آن به صورت زیر کوانتیده است

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad s = \frac{1}{2}$$

که در آن s عدد کوانتومی اسپینی است. گفته می‌شود الکترون ذره‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ است.

• مؤلفه‌ی S_z بر محور z طبق رابطه‌ی زیر کوانتیده است

$$S_z = m_s \hbar \quad m_s = \pm \frac{1}{2}$$

که m_s عدد کوانتومی مغناطیسی اسپینی است.

• هر الکترون، چه به تله افتاده و چه آزاد باشد، یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی ذاتی $\vec{\mu}_s$ دارد که بزرگی آن به صورت زیر کوانتیده است

$$\mu_s = \frac{e}{m} \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad s = \frac{1}{2}$$

• مؤلفه‌ی $\mu_{s,z}$ بر محور z نیز طبق رابطه‌ی زیر کوانتیده است

$$\mu_{s,z} = -2m_s \mu_B \quad m_s = \pm \frac{1}{2}$$

فیزیک چیست؟

در این فصل، یک هدف اصلی فیزیک را پی می‌گیریم که آن کشف و درک ویژگی‌های اتم‌ها است. حدود ۱۰۰ سال پیش، پژوهشگران کوشش‌های زیادی به عمل آوردند تا آزمایش‌هایی را بیابند که وجود اتم‌ها را به اثبات برسانند. امروزه، هیچ شکی در وجود اتم‌ها نیست و حتی از آن‌ها تصویرهایی (حاصل از میکروسکوپ تونل زنی روبشی) نیز داریم. می‌توانیم آن‌ها را روی سطوح، به اطراف حرکت دهیم، مثل ساختن حصار کوانتومی نشان داده شده در عکس شکل ۱۲-۳۹. حتی می‌توانیم یک اتم منفرد را تا زمان نامحدودی در یک تله نگه داریم (شکل ۱-۴۰) تا ویژگی‌های آن را هنگامی که کاملاً از سایر اتم‌ها منزوی شده است، مطالعه کنیم.

برخی از ویژگی‌های اتم‌ها

ممکن است تصور کنید که جزئیات فیزیکی اتمی ربطی به زندگی روزانه‌ی ما ندارد. ولی توجه کنید که چگونه ویژگی‌های اتم‌ها که در پی خواهد آمد، و آنقدر بنیادی‌اند که کمتر به آن‌ها می‌اندیشیم، بر شیوه‌ی زندگی ما در جهان تأثیر می‌گذارند.

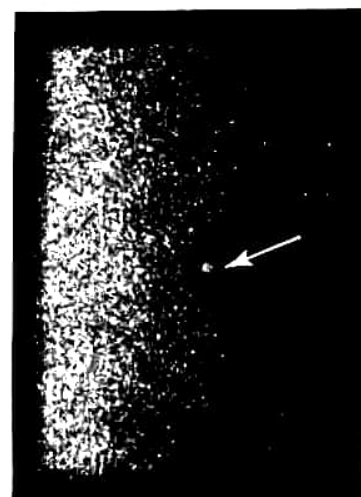
اتم‌ها پایدارند. اساساً همه‌ی اتم‌هایی که جهان واقعی ما را می‌سازند برای میلیارد‌ها سال بدون تغییر وجود داشته‌اند. اگر اتم‌ها به‌طور مداوم، مثلاً هر چند هفته یا هر چند سال، به شکل‌های دیگری تغییر می‌کردند، جهان به چه چیزی شبیه می‌شد؟

اتم‌ها با یکدیگر ترکیب می‌شوند. آن‌ها برای ساختن مولکول‌هایی پایدار به یکدیگر می‌چسبند و از انباشته شدن آن‌ها بر هم، اجسام صلب ساخته می‌شود. فضای یک اتم عمدتاً خالی است، ولی می‌توانید روی کف اتاق- که از اتم‌ها ساخته شده است- بایستید، بی‌آنکه از آن فرو افتید.

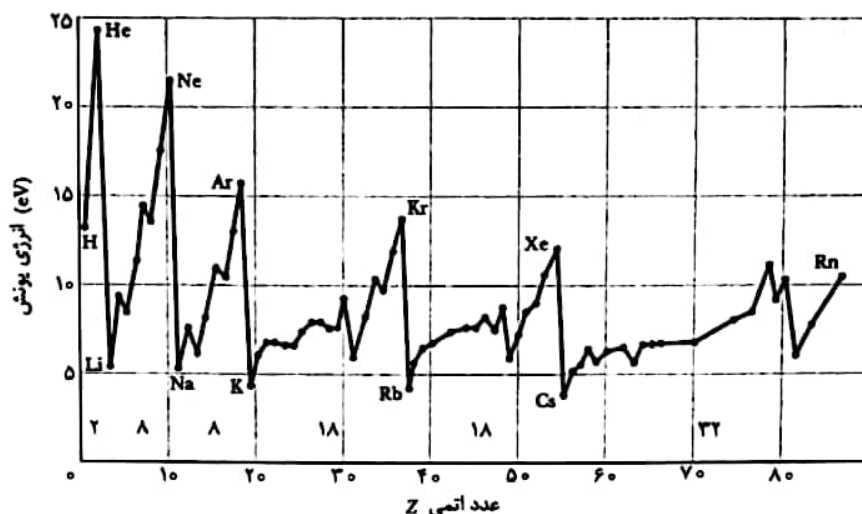
این ویژگی‌های بنیادین اتم‌ها را می‌توان با فیزیک کوانتومی توضیح داد، همان‌گونه که می‌توان سه ویژگی کمتر آشکاری را که در پی خواهد آمد نیز با آن توضیح داد.

اتم‌ها به‌طور نظام‌مندی گرد هم می‌آیند

شکل ۲-۴۰ مثالی از یک ویژگی تکرارشونده‌ی عنصرها را بر حسب تابعی از مکان آن‌ها در جدول تناوبی (پیوست ج) نشان می‌دهد. این شکل نموداری از انرژی یونش عنصرهاست؛ انرژی‌ای که برای کندن سست‌ترین الکترون مقید از یک اتم خشی موردنیاز است بر حسب تابعی از مکان مربوط به آن اتم در جدول تناوبی عنصرها، رسم شده است. شباهت‌های قابل ملاحظه در ویژگی‌های شیمیایی و فیزیکی عنصرها در هر ستون عمودی جدول تناوبی شاهده‌ی بر این مدعاست که اتم‌ها بنا بر قواعدی نظام‌مند ساخته شده‌اند.



شکل ۱-۴۰ این نقطه عکسی از نور گسیل شده از یک اتم باریم است که برای مدتی طولانی در تله‌ای در دانشگاه واشنگتن نگهداشته شده است. روش‌های ویژه‌ای باعث می‌شود که یون وقتی دستخوش گذارهایی میان جفت‌ترازهای انرژی یکسانی شود، پی‌درپی نور گسیل کند. این نقطه نشان دهنده‌ی انباشتی از گسیل‌های تعداد زیادی فوتون است.



شکل ۴-۲ نمودار انرژی‌های یونش عناصرها بر حسب تابعی از عدد اتمی، که تکرار دوره‌ای ویژگی‌ها در طی شش دوره‌ی افقی کامل از جدول تناوبی را نشان می‌دهد. تعداد عناصرها در هر یک از این دوره‌ها مشخص شده است.

عناصرها در جدول تناوبی در شش دوره‌ی افقی مرتب شده‌اند؛ به جز اولی، هر دوره از سمت چپ با فلز قلیایی بسیار واکنش‌پذیری (لیتیم، سدیم، پتاسیم، و غیره) شروع می‌شود و در سمت راست با یک گاز بی‌اثر شیمیایی (نئون، آرگون، کریپتون، و غیره) پایان می‌گیرد. فیزیک کوانتومی، ویژگی‌های شیمیایی این عناصرها را توضیح می‌دهد. تعداد عناصرها در شش دوره عبارت‌اند از

$$۲, ۸, ۸, ۱۸, ۱۸, ۳۲$$

فیزیک کوانتومی این عددها را پیش‌بینی می‌کند.

اتم‌ها، نور را گسیل و جذب می‌کنند

تا این‌جا دیده‌ایم که اتم‌ها فقط در حالت‌های کوانتومی گسته، که هر حالت دارای انرژی معینی است، می‌توانند وجود داشته باشند. هر اتم می‌تواند از یک حالت به حالتی دیگر گذار پیدا کند، از طریق گسیل نور (با جهش به تراز انرژی پایین‌تر به $E_{\text{پایین}}$) یا از طریق جذب نور (با جهش به تراز انرژی بالاتر به $E_{\text{بالا}}$). همان‌طور که قبلاً در بخش ۱-۳۹ برای نخستین بار مطرح کردیم، نور به‌صورت فوتونی با انرژی زیر گسیل یا جذب می‌شود

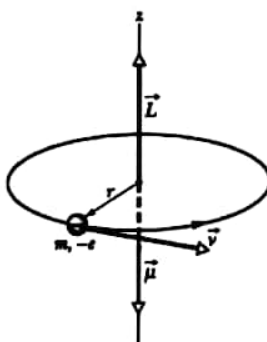
$$hf = E_{\text{بالا}} - E_{\text{پایین}} \quad (۱-۴۰)$$

بنابراین، مسئله‌ی یافتن بسامدهای نور گسیل‌شده یا جذب‌شده توسط یک اتم به مسئله‌ی یافتن انرژی‌های حالت‌های کوانتومی آن اتم، تبدیل می‌شود. فیزیک کوانتومی این امکان را فراهم می‌آورد تا- دست‌کم در اصول- این انرژی‌ها را محاسبه کنیم.

اتم‌ها دارای تکانه‌ی زاویه‌ای و خاصیت مغناطیسی هستند

شکل ۳-۴۰ یک ذره‌ی باردار منفی را نشان می‌دهد که در حال حرکت بر یک مدار دایره‌ای حول یک مرکز ثابت است. همان‌طور که در بخش ۳۲-۵ [جلد دوم] مطرح کردیم، ذره‌ی در حال چرخش، هم یک تکانه‌ی زاویه‌ای $\vec{L}$ و هم (به دلیل آنکه مسیر آن معادل یک حلقه‌ی جریان کوچک است) یک گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ دارد. همان‌طور که شکل ۳-۴۰ نشان می‌دهد، بردارهای $\vec{L}$ و $\vec{\mu}$ هر دو بر صفحه‌ی مدار عمودند، ولی چون بار منفی است، جهت آن‌ها در خلاف یکدیگر است.

شکل ۳-۴۰ مدل کلاسیکی که ذره‌ای به جرم m و بار $-e$ را نشان می‌دهد که در حال حرکت با تندی v در مداری به شعاع r است. ذره‌ی متحرک دارای تکانه‌ی زاویه‌ای $\vec{L}$ است که با رابطه‌ی $\vec{r} \times \vec{p}$ داده می‌شود، که در آن $\vec{p}$ تکانه‌ی خطی آن، $m\vec{v}$ ، است. حرکت ذره معادل با یک حلقه‌ی جریان است که دارای یک گشتاور مغناطیسی همبسته $\vec{\mu}$ است که جهت آن در خلاف جهت $\vec{L}$ است.

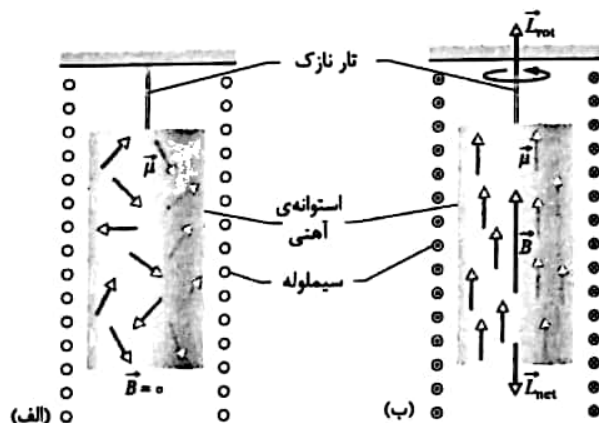


مدل شکل ۳-۴۰ صرفاً کلاسیکی است و وجود یک الکترون در اتم را به طور دقیق نمایش نمی‌دهد. در فیزیک کوانتومی، مدل مدار معین با مدل چگالی احتمال، که بهترین تجسم آن به صورت یک طرح نقطه‌ای است، جایگزین می‌شود. با این حال، در فیزیک کوانتومی باز هم به طور کلی هر حالت کوانتومی یک الکترون در اتم شامل یک تکانه‌ی زاویه‌ای $\vec{L}$ و یک گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ در خلاف جهت آن است (به این کمیت‌های برداری، جفتیده گفته می‌شود).

آزمایش اینشتین - دو هاس

در سال ۱۹۱۵، خیلی پیش از کشف فیزیک کوانتومی، آلبرت اینشتین و فیزیکدان هلندی دو هاس^۱ آزمایش هوشمندانه‌ای را برای نشان دادن جفتیدگی تکانه‌ی زاویه‌ای و گشتاور مغناطیسی اتم‌های مجزا، طراحی کردند.

اینشتین و دو هاس، یک استوانه‌ی آهنی را از تار نازک، به تریبی که در شکل ۳-۴۰ نشان داده شده است، آویزان کردند. یک سیملوله به دور استوانه قرار داده شده بود، بی‌آنکه با آن در تماس باشد. در ابتدا، گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ اتم‌های استوانه در جهت‌هایی کاتوره‌ای قرار دارند و بنابراین، اثرهای مغناطیسی خارجی آن‌ها خنثی می‌شود (شکل ۳-۴۰ الف). ولی وقتی جریان در سیملوله برقرار شود (شکل ۳-۴۰ ب)، تا یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ موازی با جهت محور بلند استوانه به وجود آید، گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی اتم‌های استوانه دوباره مستگیری می‌کنند و خود را در جهت میدان قرار می‌دهند. اگر تکانه‌ی زاویه‌ای $\vec{L}$ هر اتم با گشتاور مغناطیسی آن جفت شود، آنگاه این همردیفی گشتاورهای مغناطیسی اتمی باید باعث همردیفی تکانه‌های زاویه‌ای اتمی در خلاف جهت میدان مغناطیسی شود.



همردیف شدن بردارهای گشتاور مغناطیسی، استوانه را می‌چرخاند.

شکل ۳-۴۰ ترتیب آزمایشگاهی اینشتین - دو هاس. (الف) در ابتدا، میدان مغناطیسی در استوانه‌ی آهنی برابر صفر است و بردارهای گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ اتم‌های آن به طور کاتوره‌ای مستگیری کرده‌اند. (ب) وقتی میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در امتداد محور استوانه برقرار شود، بردارهای گشتاور دوقطبی مغناطیسی موازی با $\vec{B}$ همردیف می‌شوند و استوانه شروع به چرخش می‌کند.

^۱ W.J.de Haas

در ابتدا هیچ گشتاور نیروی خارجی‌ای بر استوانه اثر نمی‌کند؛ بنابراین، تکانه‌ی زاویه‌ای آن باید در همان مقدار صفر اولیه باقی بماند. ولی وقتی $\vec{B}$ برقرار شود و تکانه‌های زاویه‌ای اتمی، پادموازی با میدان $\vec{B}$ قرار گیرند، آنگاه یک تکانه‌ی زاویه‌ای خالص $\vec{L}_{net}$ به کل استوانه می‌دهند (که جهت آن در شکل ۴-۴۰ ب رو به پایین است). برای آنکه تکانه‌ی زاویه‌ای صفر بماند، استوانه شروع به چرخش حول محور مرکزی خود می‌کند تا بدین ترتیب یک تکانه‌ی زاویه‌ای چرخشی $\vec{L}_{rot}$ در جهت مخالف ایجاد کند (رو به بالا در شکل ۴-۴۰).

تاب خوردن تار به سرعت گشتاور نیرویی ایجاد می‌کند که به طور لحظه‌ای چرخش استوانه را متوقف می‌کند و سپس آن را در جهت مخالف می‌چرخاند تا این که تار به وضعیتی که تاب نخورده است بازگردد. از آن پس، تا هنگامی که استوانه حول سمتگیری اولیه‌اش با حرکت هماهنگ ساده‌ی زاویه‌ای نوسان می‌کند، تار تاب می‌خورد و باز می‌شود.

مشاهده‌ی چرخش استوانه ثابت می‌کند که تکانه‌ی زاویه‌ای و گشتاور دوقطبی یک اتم، در جهت‌های مخالف هم جفت شده‌اند. همچنین این آزمایش به روشنی نشان می‌دهد که تکانه‌های زاویه‌ای همبسته به حالت‌های کوانتومی اتم‌ها می‌توانند به چرخش قابل مشاهده‌ی جسمی به اندازه‌ی معمولی، بیانجامند.

تکانه‌ی زاویه‌ای، گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی

به هر حالت کوانتومی الکترون در اتم، یک تکانه‌ی زاویه‌ای مداری و یک گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری همبسته است. هر الکترون چه در یک اتم به تله افتاده و چه آزاد باشد، دارای یک تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی و یک گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی است که مانند جرم و بار ویژگی‌های ذاتی آن هستند. اکنون می‌خواهیم این کمیت‌های مختلف را بررسی کنیم.

تکانه‌ی زاویه‌ای مداری

در فیزیک کلاسیک، هر ذره‌ی متحرک دارای یک تکانه‌ی زاویه‌ای $\vec{L}$ نسبت به هر نقطه‌ی مرجع معین است. در فصل ۱۱ این تکانه را به صورت ضرب خارجی $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ نوشتیم، که در آن $\vec{r}$ بردار مکانی است که از نقطه‌ی مرجع تا ذره امتداد دارد و $\vec{p}$ تکانه‌ی خطی ذره $(m\vec{v})$ است. گرچه یک الکترون در داخل اتم، یک ذره‌ی متحرک کلاسیکی نیست، با این حال آن نیز نسبت به نقطه‌ی مرجع واقع بر هسته، تکانه‌ای زاویه‌ای دارد که با $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ داده می‌شود. ولی، برخلاف ذره‌ی کلاسیکی، تکانه‌ی زاویه‌ای مداری $\vec{L}$ کوانتیده است. برای الکترون در یک اتم هیدروژن، می‌توانیم این مقادیر (مجاز) کوانتیده را با حل معادله‌ی شرودینگر به دست آوریم. برای این وضعیت و هر وضعیت دیگری، این مقادیر کوانتیده را همچنین می‌توان با استفاده از ریاضیات مخصوص ضرب خارجی در یک وضعیت کوانتومی به دست آورد. (این ریاضیات، جبر خطی است، که ممکن است در برنامه‌ی درسی خود داشته باشید.) از هر دو روش درمی‌یابیم که مقادیر مجاز $\vec{L}$ با رابطه‌ی زیر داده می‌شوند

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar \quad \ell = 0, 1, 2, \dots, (n-1) \quad (2-40)$$

که در آن $\hbar$ برابر با $\hbar/2\pi$ ، ℓ عدد کوانتومی مداری (که قبلاً در جدول ۲-۳۹ معرفی شد و این‌جا دوباره در جدول ۱-۴۰ ارائه شده است)، و n عدد کوانتومی اصلی الکترون است.

الکترون می‌تواند مقدار معین L را داشته باشد که با یکی از حالت‌های مجاز در معادله‌ی ۲-۴۰ داده می‌شود، اما نمی‌تواند جهت مشخصی برای بردار $\vec{L}$ داشته باشد. با این وجود، می‌توانیم مقادیر معین یک مؤلفه‌ی آن را در راستای یک محور انتخابی (که معمولاً محور z در نظر گرفته می‌شود) اندازه‌گیری (آشکار) کنیم که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

جدول ۱-۴۰ حالت‌های یک الکترون برای اتم

عدد کوانتومی	نماد	مقادیر مجاز	مربوط به
اصلی	n	$1, 2, 3, \dots$	فاصله از هسته
مداری	ℓ	$0, 1, 2, \dots, (n-1)$	تکانه‌ی زاویه‌ای مداری
مغناطیسی مداری	m_ℓ	$0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell$	تکانه‌ی مداری (مؤلفه‌ی z)
اسپینی	s	$\frac{1}{2}$	تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی
مغناطیسی اسپینی	m_s	$\pm \frac{1}{2}$	تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی (مؤلفه‌ی z)

$$L_z = m_\ell \hbar \quad m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell \quad (3-40)$$

که در آن m_ℓ عدد کوانتومی مغناطیسی مداری (جدول ۱-۴۰) است. ولی اگر الکترون مقدار معین L_z را داشته باشد، نمی‌تواند دارای مقادیر معینی برای L_x و L_y باشد. نمی‌توانیم این عدم قطعیت را مثلاً با اندازه‌گیری L_z در ابتدا (و به‌دست آوردن مقدار معینی برای آن) و سپس اندازه‌گیری L_x (و یافتن مقدار معین آن) برطرف کنیم، زیرا اندازه‌گیری دوم می‌تواند L_z را تغییر دهد و بنابراین دیگر مقدار معینی برای آن نخواهیم داشت. همچنین، هرگز نمی‌توانیم $\vec{L}$ را در راستای یک محور پیدا کنیم، زیرا در آن صورت $\vec{L}$ جهتی معین و مؤلفه‌هایی معین در راستای محورها (یعنی، مؤلفه‌های صفر) خواهد داشت.

یک روش مرسوم برای ترسیم مقادیر مجاز L_z ، در شکل ۵-۴۰ برای وضعیتی نشان داده شده است که در آن $\ell = 2$ است. ولی این شکل را جدی نگیرید زیرا (به غلط) حاکی از آن است که $\vec{L}$ در جهت معین بردار نشان داده‌شده قرار دارد. با این وجود، این شکل به ما امکان می‌دهد که پنج مؤلفه‌ی z ممکن را به کل بردار (که بزرگی $\hbar\sqrt{6}$ دارد) مربوط کنیم و زاویه‌ی نیم-کلاسیکی θ را با رابطه‌ی زیر تعریف کنیم

$$\cos \theta = \frac{L_z}{L} \quad (4-40)$$

گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری

همان‌طور که در بخش ۵-۳۲ توضیح دادیم، از لحاظ کلاسیکی هر ذره‌ی باردار چرخان، میدان مغناطیسی یک دوقطبی مغناطیسی را ایجاد می‌کند. با استفاده از معادله‌ی ۲۸-۳۲، گشتاور دوقطبی با رابطه‌ی زیر به تکانه‌ی زاویه‌ای ذره‌ی کلاسیکی مربوط می‌شود

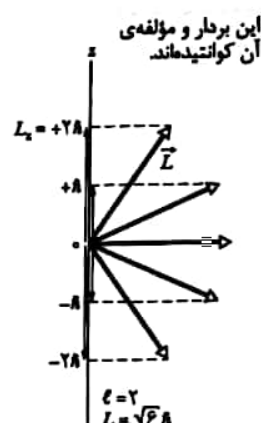
$$\vec{\mu}_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m} \vec{L} \quad (5-40)$$

که در آن m جرم ذره، در اینجا الکترون، است. علامت منفی به معنای آن است که دو بردار معادله‌ی ۵-۴۰ در خلاف جهت یکدیگرند، که این ناشی از این واقعیت است که بار الکترون منفی است.

یک الکترون در اتم نیز گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری دارد که با معادله‌ی ۵-۴۰ داده می‌شود، اما $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ کوانتیده است. مقادیر مجاز بزرگی آن با جای‌گذاری از معادله‌ی ۲-۴۰ به‌دست می‌آید:

$$\mu_{\text{orb}} = \frac{e}{2m} \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar \quad (6-40)$$

مانند تکانه‌ی زاویه‌ای، $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ می‌تواند بزرگی معینی داشته باشد، اما جهت معینی ندارد. بهترین کار آن است که مؤلفه‌ی آن را بر محور z اندازه بگیریم. این مؤلفه می‌تواند مقدار معینی داشته



شکل ۵-۴۰ مقادیر مجاز L_z برای الکترونی در حالت کوانتومی با $\ell = 2$. برای هر بردار تکانه‌ی زاویه‌ای مداری $\vec{L}$ در شکل، برداری با سمتگیری مخالف جهت آن وجود دارد که نشان‌دهنده‌ی بزرگی و جهت گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ است.

باشد که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_l \frac{e\hbar}{2m} = -m_l \mu_B \quad (7-40)$$

که در آن μ_B مگنتون بور است:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2\pi m} = \frac{e\hbar}{2m} = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad (\text{مگنتون بور}) \quad (8-40)$$

اگر الکترون مقدار $\mu_{\text{orb},z}$ معینی داشته باشد، در آن صورت نمی‌تواند مقادیرهای معین $\mu_{\text{orb},x}$ و $\mu_{\text{orb},y}$ را دارا باشد.

تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی

هر الکترون، چه در اتم باشد و چه آزاد، دارای یک تکانه‌ی زاویه‌ای ذاتی است که بدیلی کلاسیکی ندارد (به شکل $\vec{r} \times \vec{p}$ نیست). به این تکانه، تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی $\vec{S}$ (یا به سادگی اسپین) گفته می‌شود، اما این نام گمراه کننده است، زیرا الکترون، اسپین [چرخشی به دور خود] ندارد. درواقع به هیچ وجه چرخشی در الکترون وجود ندارد، و با این وجود الکترون تکانه‌ی زاویه‌ای دارد. بزرگی $\vec{S}$ کوانتیده و محدود به مقادیر زیر است

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad s = \frac{1}{2} \quad \text{به ازای} \quad (9-40)$$

که در آن s عدد کوانتومی اسپینی است. برای هر الکترون، $s = \frac{1}{2}$ است و گفته می‌شود که الکترون یک ذره‌ی اسپین $\frac{1}{2}$ است. (پروتون‌ها و نوترون‌ها نیز ذراتی اسپین $\frac{1}{2}$ هستند.) این شیوه‌ی بیان می‌تواند سردرگم کننده باشد، زیرا $\vec{S}$ و s هر دو غالباً اسپین خوانده می‌شوند. مانند تکانه‌ی زاویه‌ای وابسته به حرکت، این تکانه‌ی زاویه‌ای ذاتی نیز می‌تواند بزرگی معینی داشته باشد، اما جهت معینی ندارد. بهترین کار آن است که مؤلفه‌ی آن را بر محور z اندازه بگیریم. این مؤلفه می‌تواند فقط مقادیر معینی داشته باشد که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$S_z = m_s \hbar \quad \text{به ازای} \quad m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2} \quad (10-40)$$

که در این جا m_s عدد کوانتومی مغناطیسی اسپینی است که فقط می‌تواند دو مقدار داشته باشد: $m_s = +s = +\frac{1}{2}$ (که در این صورت الکترون، اسپین بالا گفته می‌شود) و $m_s = -s = -\frac{1}{2}$ (که در این صورت الکترون، اسپین پایین گفته می‌شود). همچنین اگر S_z مقدار معینی داشته باشد، در آن صورت S_x و S_y نمی‌توانند دارای مقدار معینی باشند. شکل ۴۰-۶ شکل دیگری است که آن را نباید جدی بگیرید، اما برای نشان دادن مقادیر ممکن S_z به کار می‌آید.

وجود اسپین الکترون که بر مبنای شواهد تجربی حاصل از کار دو دانشجوی تحصیلات تکمیلی هلندی، جرج آلن بک^۱ و ساموئل گودسمیت^۲ بر روی طیف‌های اتمی بود، اصلی مسلم انگاشته شد. مبنای نظری اسپین چند سال بعد، توسط فیزیکدان انگلیسی پل دیراک^۳ ارائه شد، کسی که نظریه‌ی کوانتومی نسبیتی الکترون را بنا گذاشت.

تا این جا دسته‌ی کاملی از عددهای کوانتومی را برای الکترون دیدیم، که در جدول ۴۰-۱ داده شده است. اگر یک الکترون آزاد باشد، فقط عددهای کوانتومی ذاتی s و m_s را دارد. اگر الکترون در تله‌ی یک اتم افتاده باشد، عددهای کوانتومی n ، ℓ ، و m_ℓ را نیز خواهد داشت.

^۱ George Uhlenbeck
^۲ Samuel Goudsmit
^۳ P.A.M. Dirac

گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی

مانند تکانه‌ی زاویه‌ای مداری، یک گشتاور دوقطبی مغناطیسی به تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی همبسته است:

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S} \quad (۱۱-۴۰)$$

که در آن علامت منفی بدان معنی است که دو بردار در خلاف جهت یکدیگرند، که این ناشی از این حقیقت است که الکترون بار منفی دارد. $\vec{\mu}_s$ یک ویژگی ذاتی هر الکترون است. بردار $\vec{\mu}_s$ جهت معینی ندارد اما می‌تواند بزرگی معینی داشته باشد که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\mu_s = \frac{e}{m} \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad (۱۲-۴۰)$$

این بردار همچنین می‌تواند مؤلفه‌ی معینی بر محور z داشته باشد که چنین داده می‌شود

$$\mu_{s,z} = -2m_s \mu_B \quad (۱۳-۴۰)$$

اما این بدان معنی است که این بردار نمی‌تواند مقدار معین $\mu_{s,x}$ یا $\mu_{s,y}$ را داشته باشد. شکل ۴۰-۶ مقادیر مثبت $\mu_{s,z}$ را نشان می‌دهد. در بخش بعد، شواهد تجربی اولیه را که حاکی از سرشت کوانتیده‌ی معادله‌ی ۱۳-۴۰ است، بررسی خواهیم کرد.

لایه‌ها و زیرلایه‌ها

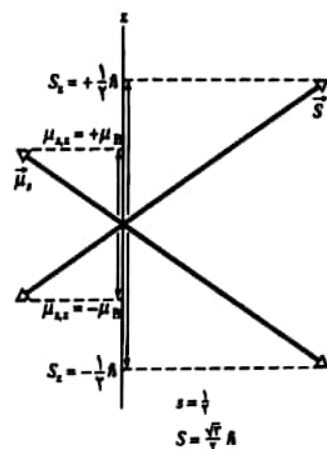
همان طور که در بخش ۳۹-۵ شرح دادیم، تمام حالت‌های با n یکسان تشکیل یک لایه می‌دهند، و تمام حالت‌های با مقدار یکسان n و l یک زیرلایه تشکیل می‌دهند. همان‌طور که در جدول ۴۰-۱ نشان داده شده است، برای یک l معین، $2l+1$ مقدار ممکن برای عدد کوانتومی m_l ، و برای هر m_l ، دو مقدار ممکن برای عدد کوانتومی m_s (اسپین بالا یا اسپین پایین) وجود دارد. بنابراین، $2(2l+1)$ حالت در یک زیرلایه موجود است. اگر همه‌ی حالت‌ها در سرتاسر یک لایه‌ی معین با عدد کوانتومی n را بشماریم، تعداد کل حالت‌ها در لایه را $2n^2$ می‌یابیم.

ترکیب تکانه‌های زاویه‌ای مداری و اسپینی

برای اتمی که بیش از یک الکترون دارد، تکانه‌ی زاویه‌ای کل $\vec{J}$ را تعریف می‌کنیم که جمع برداری تکانه‌های زاویه‌ای تک‌تک الکترون‌ها - هم تکانه‌ی زاویه‌ای مداری و هم اسپینی - آن‌هاست. هر عنصر در جدول تناوبی با تعداد پروتون‌ها در هسته‌ی اتم آن عنصر معرفی می‌شود. این تعداد پروتون‌ها عدد اتمی (یا عدد باری) Z عنصر نامیده می‌شود. چون اتمی که از لحاظ الکتریکی خنثی است دارای تعداد برابری پروتون و الکترون است، Z همچنین تعداد الکترون‌ها در اتم خنثی است و ما از این واقعیت برای مشخص کردن مقدار $\vec{J}$ ی یک اتم خنثی استفاده می‌کنیم:

$$\vec{J} = (\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \dots + \vec{L}_Z) + (\vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3 + \dots + \vec{S}_Z) \quad (۱۴-۴۰)$$

به همین ترتیب، گشتاور دوقطبی مغناطیسی کل یک اتم چندالکترونی برابر با جمع برداری گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی (هم مداری و هم اسپینی) تک‌تک الکترون‌های آن است. ولی به دلیل وجود ضریب ۲ در معادله‌ی ۱۳-۴۰، گشتاور دوقطبی مغناطیسی برآیند اتم در جهت بردار $\vec{J}$ نیست؛ بلکه با این بردار زاویه‌ی معینی را می‌سازد. گشتاور دوقطبی مغناطیسی مؤثر $\vec{\mu}_{eff}$ اتم، مؤلفه‌ی جمع برداری تک‌تک گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی در جهت $\vec{J}$ است (شکل ۴۰-۷). در اتم‌ها، جمع برداری تکانه‌های زاویه‌ای مداری و تکانه‌های زاویه‌ای



شکل ۴۰-۶ مقادیر مجاز S_z و L_z برای الکترون.



شکل ۴۰-۷ مدلی کلاسیکی که بردار تکانه‌ی زاویه‌ای کل $\vec{J}$ و بردار گشتاور مغناطیسی مؤثر $\vec{\mu}_{eff}$ را نشان می‌دهد.

اسپینی بیشتر الکترون‌ها برابر با صفر است. بنابراین، $\vec{J}$ و $\vec{\mu}_{\text{eff}}$ این اتم‌ها ناشی از تعداد نسبتاً کمی الکترون، غالباً یک الکترون ظرفیت تنها، است.

نکته‌ی واری ۱

الکترونی در یک حالت کوانتومی است که برای آن بزرگی تکانی زاویه‌ای مداری الکترون $\vec{L}$ برابر با $\sqrt{l(l+1)}\hbar$ است. چه تعداد تصویر گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری الکترون روی محور z مجاز هستند؟

۴۰-۲ آزمایش اشترن-گرلاخ

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۴۰-۲۰ طرحی از آزمایش اشترن-گرلاخ رسم کنید، و نوع اتم مورد نیاز، نتیجه‌ی مورد انتظار، نتیجه‌ی واقعی، و اهمیت این آزمایش را توضیح دهید.
- ۴۰-۲۱ رابطه‌ی بین گرادیان میدان مغناطیسی و نیروی وارد بر اتم در آزمایش اشترن-گرلاخ را به‌کار بندید.

نکته‌های کلیدی

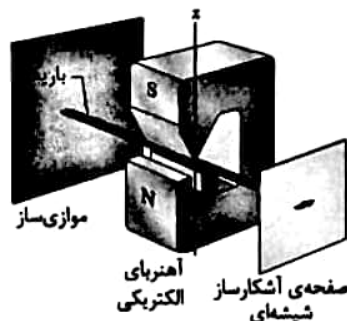
- آزمایش اشترن-گرلاخ که نشان داد گشتاور مغناطیسی اتم‌های نقره کوانتیده است، اثبات تجربی کوانتیده بودن گشتاورهای مغناطیسی در سطح اتمی است.
- در یک میدان مغناطیسی نایکنواخت، بر اتمی با گشتاور دوقطبی مغناطیسی نیرو وارد می‌شود. اگر میدان در طول مسیر z با آهنگ dB/dz تغییر کند،

$$F_z = \mu_z \frac{dB}{dz}$$

آزمایش اشترن-گرلاخ

در سال ۱۹۲۲، اوتو اشترن^۱ و والتر گرلاخ^۲ در دانشگاه هامبورگ آلمان به‌طور تجربی نشان دادند که گشتاور مغناطیسی اتم‌های نقره کوانتیده‌اند. در آزمایش اشترن-گرلاخ، به‌طوری که امروزه شناخته شده است، نقره در اجاقی تبخیر شده و برخی از اتم‌های آن در این بخار از طریق شکاف باریکی در دیواره‌ی اجاق فرار می‌کنند و وارد لوله‌ی تخلیه شده‌ای می‌شوند. آنگاه برخی از اتم‌های گریخته از میان شکاف باریک دیگری عبور می‌کنند و باریکه‌ی نازکی از اتم‌ها را تشکیل می‌دهند (شکل ۴۰-۸). (این اتم‌ها، موازی‌شده - به شکل باریکه‌ی آمده - و شکاف دوم، موازی‌ساز نامیده می‌شود). این باریکه از میان قطب‌های یک آهنربای مغناطیسی عبور می‌کند و سپس روی یک صفحه‌ی آشکارساز شیشه‌ای فرود می‌آید، و در آن‌جا رسوبی از نقره را تشکیل می‌دهد.

وقتی آهنربای الکتریکی خاموش باشد، رسوب نقره به‌صورت یک لکه‌ی باریک است. ولی، وقتی آهنربای الکتریکی به‌کار افتد، رسوب نقره به‌طور قائم گسترش می‌یابد. دلیل این است که اتم‌های نقره، دوقطبی‌های مغناطیسی هستند و بنابراین، هنگامی که از میان میدان مغناطیسی قائم آهنربای الکتریکی می‌گذرند، نیروهای مغناطیسی قائمی بر آن‌ها وارد می‌شود؛ این نیروها آن‌ها را کمی به بالا و پایین منحرف می‌کنند. بدین ترتیب، با تحلیل رسوب نقره روی صفحه، می‌توانیم تعیین کنیم که اتم‌ها چه انحراف‌هایی در میدان مغناطیسی پیدا کرده‌اند. وقتی اشترن و گرلاخ نقش نقره‌ی روی صفحه‌ی آشکارساز را تحلیل کردند، شگفت‌زده شدند.



شکل ۴۰-۸ دستگاهی که اشترن و گرلاخ به‌کار بردند.

^۱ Otto Stern
^۲ Walther Gerlach

ولی پیش از آنکه آن شگفتی و کاربردهای کوانتومی آن را بررسی کنیم، به نیروی منحرف‌کننده مغناطیسی وارد بر اتم‌های نقره می‌پردازیم.

نیروی منحرف‌کننده مغناطیسی وارد بر یک اتم نقره

تا این‌جا درباره‌ی نوع نیروی مغناطیسی منحرف‌کننده‌ی اتم‌های نقره در آزمایش اشترن-گرلاخ بحث نکرده‌ایم. این نیرو از نوع نیروی منحرف‌کننده‌ی مغناطیسی نیست، که بنا به معادله‌ی ۲۸-۲ $(\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B})$ بر یک ذره‌ی باردار متحرک وارد می‌شود. دلیل آن ساده است: اتم نقره از لحاظ الکتریکی خنثی است (بار خالص q آن برابر با صفر است) و بنابراین، این نوع نیروی مغناطیسی نیز صفر است.

نوع نیروی مغناطیسی‌ای که در پی آن هستیم ناشی از برهم‌کنش بین میدان مغناطیسی $\vec{B}$ و آهنربای الکتریکی و دوقطبی مغناطیسی اتم نقره‌ی منفرد است. با شروع از انرژی پتانسیل U دوقطبی در میدان مغناطیسی، می‌توانیم عبارتی را برای نیرو در این برهم‌کنش به‌دست آوریم. معادله‌ی ۲۸-۳۸ [جلد دوم] بیان می‌دارد

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (15-40)$$

که در آن $\vec{\mu}$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی یک اتم نقره است. در شکل ۴۰-۸، جهت مثبت محور z و جهت $\vec{B}$ به‌طور قائم رو به بالا هستند. بنابراین، معادله‌ی ۴۰-۱۵ را می‌توانیم بر حسب مؤلفه‌ی μ_z گشتاور دوقطبی مغناطیسی اتم در جهت $\vec{B}$ بنویسیم:

$$U = -\mu_z B \quad (16-40)$$

آنگاه، با استفاده از معادله‌ی ۸-۲۲ $(F = -dU/dx)$ برای محور z نشان داده شده در شکل ۴۰-۸، چنین به‌دست می‌آوریم

$$F_z = -\frac{dU}{dz} = \mu_z \frac{dB}{dz} \quad (17-40)$$

این همان چیزی است که به دنبالش بودیم - معادله‌ای برای نیروی مغناطیسی منحرف‌کننده‌ی اتم نقره به هنگام عبور از میدان مغناطیسی.

جمله‌ی dB/dz در معادله‌ی ۴۰-۱۷ گرادین میدان مغناطیسی در امتداد محور z است. اگر میدان مغناطیسی در امتداد محور z تغییر نکند (مثل مورد میدان مغناطیسی یکنواخت یا بدون حضور میدان مغناطیسی)، آنگاه $dB/dz = 0$ است و اتم نقره به هنگام حرکت در میان قطب‌های آهنربا منحرف نمی‌شود. در آزمایش اشترن-گرلاخ، قطب‌ها برای بیشینه کردن گرادین dB/dz طوری طراحی شده‌اند که انحراف قائم اتم‌های نقره به هنگام عبور از میان قطب‌ها به بیشترین مقدار ممکن برسد و در نتیجه، انحراف آن‌ها در رسوب روی صفحه‌ی شیشه‌ای آشکار شود.

بنا بر فیزیک کلاسیک، گستره‌ی مقادیر مؤلفه‌های μ_z اتم‌های نقره که از میدان مغناطیسی شکل ۴۰-۸ می‌گذرند باید از $-\mu$ (که گشتاور دوقطبی $\vec{\mu}$ در جهت رو به پایین محور z است) تا $+\mu$ (که گشتاور دوقطبی $\vec{\mu}$ در جهت رو به بالای محور z است) باشد. بنابراین، از معادله‌ی ۴۰-۱۷ می‌بایم که باید گستره‌ای از نیروها بر اتم‌ها وارد شوند و در نتیجه باید گستره‌ای از انحراف اتم‌ها، از بیشترین انحراف رو به پایین تا بیشترین انحراف رو به بالا را داشته باشیم. این بدان معنی است که انتظار داریم اتم‌ها در امتداد یک خط قائم روی صفحه‌ی شیشه‌ای فرود آیند، ولی چنین نمی‌شود.



شکل ۴-۹ نتایج حاصل از تکرار امروزی آزمایش اشترن-گرلاخ. وقتی آهن‌رای الکتریکی خاموش است، فقط یک باریکه‌ی تنها وجود دارد؛ وقتی آهن‌رای الکتریکی روشن شود، باریکه‌ی اولیه به دو زیرباریکه تقسیم می‌شود. این دو زیرباریکه به همدیگی موازی یا پادموازی گشتاورهای مغناطیسی اتم‌های سزیم با میدان مغناطیسی خارجی مربوط است.

شگفتی تجربی

آنچه اشترن و گرلاخ دریافتند این بود که اتم‌ها دو لکه‌ی متمایز را روی صفحه‌ی شیشه‌ای تشکیل می‌دهند، یکی بالای نقطه‌ای که وقتی منحرف نشوند به آن برمی‌خورند، و دیگری درست در همان فاصله، زیر آن نقطه. این نقطه‌ها در ابتدا بسیار مبهم و نامشخص بودند، اما وقتی اشترن به‌طور اتفاقی پس از یک زدن به سیگار ارزان قیمت خود، نفس را بر صفحه‌ی شیشه‌ای دمید، آن‌ها روشن و واضح شدند. گوگرد موجود در نفس او (ناشی از سیگار) با نقره ترکیب شد و سولفید نقره‌ی تیره‌ی واضحی را تشکیل داد.

این نتیجه‌ی دو لکه‌ای را می‌توان در منحنی‌های شکل ۴-۹ مشاهده کرد، که خروجی نوع جدیدتری از آزمایش اشترن-گرلاخ را نشان می‌دهد. در این نوع آزمایش، باریکه‌ای از اتم‌های سزیم (دوقطبی‌هایی مغناطیسی نظیر اتم‌های نقره در آزمایش اولیه‌ی اشترن-گرلاخ) از میان یک میدان مغناطیسی با گرادیان قائم بزرگ dB/dz عبور داده شدند. میدان می‌توانست روشن یا خاموش باشد، و می‌شد آشکارساز را در سرتاسر باریکه، رو به بالا و رو به پایین حرکت داد. وقتی میدان خاموش باشد، بدیهی است که باریکه منحرف نمی‌شود و آشکارساز نقش قله‌ی مرکزی نشان داده‌شده در شکل ۴-۹ را ثبت می‌کند. وقتی میدان روشن باشد، باریکه‌ی اولیه توسط میدان مغناطیسی به‌طور قائم به دو باریکه‌ی کوچکتر تقسیم می‌شود، یکی بالاتر از باریکه‌ی منحرف‌نشده‌ی پیشین و دیگری پایین‌تر از آن. وقتی آشکارساز در سرتاسر این دو باریکه‌ی کوچکتر به‌طور قائم و رو به بالا حرکت کند، نقش دوقله‌ای نشان داده‌شده در شکل ۴-۹ ثبت می‌شود.

مفهوم این نتایج

در آزمایش اولیه‌ی اشترن-گرلاخ، نه یک خط عمودی از نقره، بلکه دو لکه‌ی نقره روی صفحه‌ی شیشه‌ای تشکیل می‌شد. این بدان معنی است که مؤلفه‌ی μ_z در راستای $\vec{B}$ (و در راستای z) به ترتیبی که فیزیک کلاسیک پیش‌بینی می‌کند نمی‌تواند هر مقداری میان $-\mu$ و $+\mu$ را داشته باشد. بلکه μ_z فقط به دو مقدار محدود می‌شود؛ هر یک، برای یکی از دو لکه‌ی روی صفحه‌ی شیشه‌ای. بنابراین، آزمایش اولیه‌ی اشترن-گرلاخ نشان داد که μ_z کوئتیده است، که این (دقیقاً) حاکی از آن است که $\vec{\mu}$ نیز کوئتیده است. افزون بر این، چون تکانه‌ی زاویه‌ای $\vec{L}$ اتم به $\vec{\mu}$ همبسته است، این تکانه‌ی زاویه‌ای و مؤلفه‌ی z آن نیز کوئتیده است.

با نظریه‌ی کوانتومی نوین می‌توانیم به توضیح این دو لکه در آزمایش اشترن-گرلاخ بیافزاییم. امروزه می‌دانیم که یک اتم نقره شامل تعداد زیادی الکترون، هر یک با یک گشتاور مغناطیسی اسپینی و یک گشتاور مغناطیسی مداری، است. همچنین می‌دانیم که همه‌ی این گشتاورها، به‌جز برای یک تک‌الکترون، یکدیگر را به‌طور برداری خنثی می‌کنند و گشتاور دوقطبی مداری آن تک‌الکترون برابر صفر است. بنابراین، گشتاور دوقطبی ترکیبی $\vec{\mu}_z$ یک اتم نقره برابر با گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی آن تک‌الکترون است. بنا بر معادله‌ی ۴-۱۳، این بدان معنی است که μ_z فقط دو مؤلفه در امتداد محور z شکل ۴-۸ دارد. یک مؤلفه برای عدد کوانتومی $m_s = +\frac{1}{2}$ (اسپین تک‌الکترون رو به بالا)، و مؤلفه‌ی دیگر برای عدد کوانتومی $m_s = -\frac{1}{2}$ (اسپین تک‌الکترون رو به پایین). با قرار دادن این‌ها در معادله‌ی ۴-۱۳ خواهیم داشت

$$\mu_{z+} = -2\left(+\frac{1}{2}\right)\mu_B = -\mu_B \quad \text{و} \quad \mu_{z-} = -2\left(-\frac{1}{2}\right)\mu_B = +\mu_B \quad (۴-۱۸)$$

آنگاه با قرار دادن این عبارت‌ها به جای μ_z در معادله‌ی ۴-۱۷، درمی‌یابیم مؤلفه‌ی نیروی F_z که اتم‌های نقره را به هنگام عبور از میدان مغناطیسی منحرف می‌کند فقط می‌تواند دو

مقدار زیر را داشته باشد

$$F_z = -\mu_B \left(\frac{dB}{dz} \right) \text{ و } F_z = +\mu_B \left(\frac{dB}{dz} \right) \quad (۱۹-۴۰)$$

که به دو لکه‌ی نقره‌ی روی صفحه‌ی شیشه‌ای می‌انجامد. گرچه در آن موقع هیچ‌کس چیزی درباره‌ی اسپین نمی‌دانست، نتایج اشتراک-گرلاخ در واقع نخستین شاهد تجربی برای اسپین الکترون بود.

مسئله‌ی نمونه ۴۰-۱. جدایی باریکه در آزمایش اشتراک-گرلاخ

$$a_z = \frac{F_z}{M} = \frac{\mu_B (dB/dz)}{M}$$

چون این شتاب ثابت است، می‌توانیم از معادله‌ی ۲-۱۵ برای نوشتن انحراف d ، موازی با محور z استفاده می‌کنیم

$$d = v_{0z} t + \frac{1}{2} a_z t^2 = v_{0z} t + \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_B (dB/dz)}{M} \right) t^2 \quad (۲۰-۴۰)$$

چون نیروی منحرف‌کننده‌ی وارد بر اتم بر جهت حرکت اولیه‌ی اتم عمود است، مؤلفه‌ی v سرعت اتم در راستای جهت اولیه‌ی حرکت، بر اثر این نیرو تغییر نمی‌کند. بنابراین، اتم به زمان $t = 17/7$ برای پیمودن مسیری به طول 17 در آن جهت نیاز دارد. با قرار دادن $17/7$ به جای t در معادله‌ی ۴۰-۲۰، درخواهیم یافت

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_B (dB/dz)}{M} \right) \left(\frac{w}{v} \right)^2 = \frac{\mu_B (dB/dz) w^2}{2 M v^2} \\ &= \frac{(9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(1.4 \times 10^3 \text{ T/m})}{(1.8 \times 10^{-25} \text{ kg})(750 \text{ m/s})^2} \\ &= 7.85 \times 10^{-5} \text{ m} \approx 0.08 \text{ mm} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

فاصله‌ی جدایی بین دو زیرباریکه، دو برابر این مقدار، یعنی 0.16 mm است. این فاصله‌ی زیادی نیست، ولی به‌سادگی اندازه گرفته می‌شود.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WILEY PLUS

۴۰-۳ تشدید مغناطیسی

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۴۰-۲۲ برای یک پروتون در میدان مغناطیسی، بردار میدان و بردار گشتاور مغناطیسی پروتون را برای حالت انرژی پایین‌تر و حالت انرژی بالاتر رسم کنید و سپس در آن شاخص‌های اسپین بالا و اسپین پایین را منظور کنید.

• گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ یک پروتون در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ دو مؤلفه‌ی کوانتیده در راستای محور میدان دارد: اسپین بالا (μ_z در جهت $\vec{B}$) و اسپین پایین ($-\mu_z$ در خلاف جهت میدان).

۴۰-۲۲ برای یک پروتون در میدان مغناطیسی، بردار میدان و بردار گشتاور مغناطیسی پروتون را برای حالت انرژی پایین‌تر و حالت انرژی بالاتر رسم کنید و سپس در آن شاخص‌های اسپین بالا و اسپین پایین را منظور کنید.

نکته‌های کلیدی

• پروتون دارای نکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی ذاتی $\vec{S}$ و گشتاور دوقطبی مغناطیسی ذاتی $\vec{\mu}$ است که هر دو در یک جهت‌اند (زیرا پروتون باردار مثبت است).

- میدان، جمع برداری میدان خارجی ایجادشده توسط ابزار تشدید مغناطیسی و میدان داخلی ایجادشده توسط اتم‌ها و هسته‌های دربرگرفته‌ی پروتون است.
- آشکارسازی و ارونکی‌های اسپینی به طیف‌های تشدید مغناطیسی هسته‌ای می‌انجامد که توسط آن‌ها می‌توان مواد ویژه‌ای را شناسایی کرد.

- بر خلاف وضعیت مربوط به الکترون، اسپین بالا مستگیری انرژی پایین‌تر است؛ تفاوت بین این دو مستگیری برابر $2\mu_B$ است.
- انرژی لازم برای آنکه یک فوتون، اسپین پروتون را بین این دو مستگیری و ارونه کند برابر است با

$$hf = 2\mu_B B$$

تشدید مغناطیسی

همان‌طور که به‌طور مختصر در بخش ۳۲-۵ شرح دادیم پروتون دارای گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی $\vec{\mu}$ است که به تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی ذاتی $\vec{S}$ آن همبسته است. گفته می‌شود که این دو بردار به یکدیگر جفت شده‌اند و چون پروتون دارای بار مثبت است، آن‌ها در یک جفت‌اند. فرض کنید پروتونی در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ که در جهت مثبت محور z امتداد یافته است، قرار داشته باشد. آنگاه $\vec{\mu}$ دارای دو مؤلفه‌ی کوانتیده‌ی ممکن در امتداد آن محور است: این مؤلفه می‌تواند $+\mu_B$ یا $-\mu_B$ باشد، بسته به آنکه $\vec{\mu}$ در جهت $\vec{B}$ (شکل ۴۰-۱۱الف) است یا در خلاف جهت $\vec{B}$ (شکل ۴۰-۱۱ب).

از معادله‌ی ۲۸-۳۸، $(U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B})$ ، به یاد آورید که به مستگیری هر گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ واقع در یک میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}$ ، یک انرژی [پتانسیل] وابسته است. بنابراین، انرژی به دو مستگیری نشان داده شده در شکل‌های ۴۰-۱۱الف و ب وابسته است. مستگیری در شکل ۴۰-۱۱الف، حالت انرژی-پایین‌تر ($-\mu_B$) است و حالت اسپین-بالا خوانده می‌شود زیرا مؤلفه‌ی S_z اسپین پروتون (نشان داده نشده) نیز همدریف با $\vec{B}$ است. مستگیری در شکل ۴۰-۱۱ب ($+\mu_B$) حالت اسپین-پایین، حالت انرژی-بالا تر ($+\mu_B$) است. در نتیجه، اختلاف انرژی بین این دو حالت برابر است با

$$\Delta E = \mu_B B - (-\mu_B B) = 2\mu_B B \quad (21-40)$$

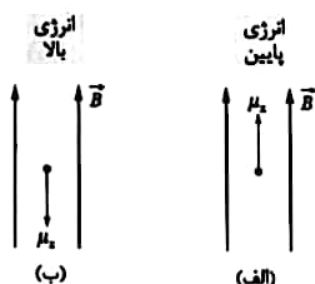
اگر نمونه‌ای از آب را در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ قرار دهیم، پروتون‌ها در بخش‌های هیدروژنی هر مولکول آب می‌کوشند در حالت انرژی-پایین‌تر قرار گیرند. (بخش‌های اکسیژنی را در نظر نمی‌گیریم). هریک از این پروتون‌ها می‌توانند با جذب یک فوتون با انرژی hf برابر با ΔE به حالت انرژی-بالا تر جهش کنند. یعنی، پروتون می‌تواند با جذب فوتونی با انرژی

$$hf = 2\mu_B B \quad (22-40)$$

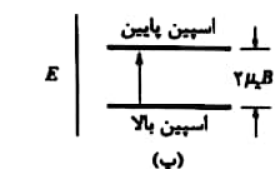
جهش کند. چنین جذبی تشدید مغناطیسی یا، در اصل، تشدید مغناطیسی هسته‌ای (NMR) نامیده می‌شود، و وارون شدن متعاقب S_z ، و ارونکی اسپینی خوانده می‌شود.

در عمل، فوتون‌های موردنیاز برای تشدید مغناطیسی دارای بسامدی در گستره‌ی بسامد رادیویی (RF) هستند که توسط پیچ‌های کوچکی ایجاد می‌شوند که به دور نمونه‌ای که قرار است در آن تشدید صورت گیرد، پیچانده شده است. یک نوسانگر الکترومغناطیسی که یک چشمه‌ی RF نامیده می‌شود، جریانی سینوسی را با بسامد f در پیچ راه می‌اندازد. بر اثر میدان الکترومغناطیسی (EM) که در داخل پیچ ایجاد می‌شود، نمونه نیز در بسامد f نوسان می‌کند. اگر f شرط معادله‌ی ۲۲-۴۰ را برآورده کند، میدان EM نوسانی می‌تواند یک کوانتوم انرژی را از طریق جذب فوتون، به پروتون نمونه منتقل کند و موجب و ارونکی اسپینی پروتون شود.

بزرگی میدان مغناطیسی B که در معادله‌ی ۲۲-۴۰ ظاهر می‌شود درواقع بزرگی میدان مغناطیسی خالص $\vec{B}$ در محلی است که یک پروتون معین و ارونکی اسپینی پیدا می‌کند. این



(الف)

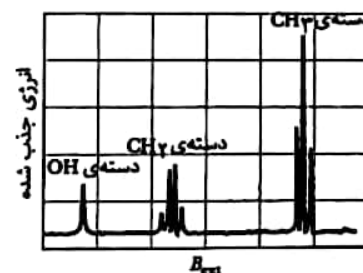


(ب)

شکل ۴۰-۱۱ مؤلفه‌ی z بردار $\vec{\mu}$ برای پروتونی واقع در حالت (الف) انرژی پایین‌تر (اسپین-بالا) و (ب) انرژی-بالا تر (اسپین-پایین). (پ) نمودار تراز-انرژی برای حالت‌ها، که نشان می‌دهد هنگامی که اسپین پروتون ناگهان از بالا به پایین و ارونه شود، جهش کوانتومی رو به بالایی رخ می‌دهد.

میدان خالص، جمع برداری میدان خارجی $\vec{B}_{ext}$ ایجاد شده توسط ابزار تشدید مغناطیسی (عمدتاً یک آهنربای بزرگ) و میدان داخلی $\vec{B}_{int}$ ایجاد شده توسط گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی اتم‌ها و هسته‌های نزدیک به آن پروتون است. بنا به دلایل عملی که در این جا به آن‌ها نخواهیم پرداخت، تشدید مغناطیسی معمولاً با تغییر اندازه‌ی B_{ext} در گستره‌ای از مقادیر، در حالی که بسامد f چشمه‌ی RF در مقداری از پیش تعیین شده ثابت نگاه داشته شده است، آشکارسازی می‌شود و بدین ترتیب است که انرژی چشمه‌ی RF به نمایش درمی‌آید. نمودار اتلاف انرژی چشمه‌ی RF بر حسب B_{ext} ، هنگامی که B_{ext} از مقداری می‌گذرد که در آن وارونگی اسپینی رخ می‌دهد، یک قله‌ی تشدید را نشان می‌دهد. چنین نموداری، طیف تشدید مغناطیسی هسته‌ای یا طیف NMR نامیده می‌شود.

شکل ۴۰-۱۱، طیف NMR اتانول را نشان می‌دهد که مولکولی است شامل سه دسته اتم: CH_3 ، CH_2 و OH . پروتون‌ها در هر دسته می‌توانند تشدید مغناطیسی پیدا کنند، ولی چون این دسته‌ها به دلیل طرز قرار گرفتن خود در داخل مولکول CH_3CH_2OH ، در میدان‌های داخلی $\vec{B}_{int}$ متفاوتی قرار گرفته‌اند، هر دسته دارای مقدار تشدید مغناطیسی B_{ext} یگانه‌ای مربوط به خودش است. بنابراین، قله‌های تشدید در طیف شکل ۴۰-۱۱ تشکیل مشخصه‌ی NMR یگانه‌ای می‌دهند که با آن‌ها اتانول را می‌توان تشخیص داد.



شکل ۴۰-۱۱ طیف تشدید مغناطیسی برای اتانول CH_3CH_2OH . خط‌های طیفی، نشان‌دهنده‌ی جذب انرژی وابسته به وارونگی اسپین پروتون‌هاست. همان‌طور که نشان داده شده است، این سه دسته از خط‌ها مربوط به پروتون‌های دسته‌ی OH ، دسته‌ی CH_2 ، و دسته‌ی CH_3 مولکول اتانول هستند. توجه کنید که دو پروتون در دسته‌ی CH_2 چهار محیط محلی مختلف را اشغال می‌کنند. کل محور افقی کمتر از $10^{-4} T$ را پوشش می‌دهد.

۴-۴۰ اصل طرد پاؤلی و الکترون‌های چندگانه در یک تله

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۴۰-۲۵ اصل طرد پاؤلی را بشناسید.

۴۰-۲۶ روش چیدن الکترون‌های چندگانه در تله‌های یک، دو، و سه‌بعدی

را، از جمله نیاز به پیروی از اصل طرد و مجاز شمردن حالت‌های

تبهگن را توضیح دهید، و عبارت‌های خالی، اشغال‌شده‌ی جزئی، و

کاملاً اشغال‌شده را شرح دهید.

۴۰-۲۷ برای دستگاهی از الکترون‌های چندگانه در تله‌های یک، دو، و

سه‌بعدی، نمودارهای تراز-انرژی را رسم کنید.

نکته کلیدی

• الکترون‌ها در اتم‌ها و سایر تله‌ها از اصل طرد پاؤلی پیروی می‌کنند که لازم می‌دارد هیچ دو الکترونی در یک اتم یا هر نوع تله‌ی دیگر نمی‌توانند دارای مجموعه عددهای کوانتومی یکسانی باشند.

اصل طرد پاؤلی

در فصل ۳۹ تله‌های الکترونی گوناگونی، از تله‌های یک‌بعدی تخیلی گرفته تا تله‌ی سه‌بعدی واقعی یک اتم هیدروژن، را بررسی کردیم. در تمام این مثال‌ها، فقط یک الکترون به تله افتاده بود. ولی وقتی تله‌هایی را بررسی کنیم که شامل دو یا چند الکترون می‌شوند (همان‌طور که متعاقباً خواهیم دید)، آنگاه باید اصلی را در نظر بگیریم که بر هر ذره‌ای که عدد کوانتومی اسپینی s آن صفر یا عدد درست نباشد حاکم است. این اصل نه فقط برای الکترون‌ها بلکه همچنین برای پروتون‌ها و نوترون‌ها، که همگی دارای عدد کوانتومی اسپینی $s = \frac{1}{2}$ هستند، به کار می‌رود. این اصل به افتخار ولفگانگ پاؤلی^۱، کسی که این اصل را در سال ۱۹۲۵ فرمول‌بندی کرد، به نام اصل طرد پاؤلی شناخته می‌شود. این اصل برای الکترون‌ها حاکی از آن است که

^۱ Wolfgang Pauli



هیچ دو الکترون محصور شده در تله‌ی یکسانی نمی‌توانند دارای مجموعه مقادیرهای یکسانی برای عددهای کوانتومی خود باشند.

همان طور که در بخش ۴-۵ مطرح خواهیم کرد، این اصل بدان معنی است که هیچ دو الکترونی در یک اتم نمی‌توانند دارای چهار مقدار یکسان برای عددهای کوانتومی n ، l و m_l و m_s باشند. تمام الکترون‌ها دارای عدد کوانتومی یکسان $s = \frac{1}{2}$ هستند. بنابراین، هر دو الکترون در یک اتم باید دست‌کم در یکی از عددهای کوانتومی دیگر تفاوت داشته باشند. اگر چنین نبود، اتم‌ها فرومی‌پاشیدند، و در آن صورت شما و کل جهان نمی‌توانستید وجود داشته باشید.

الکترون‌های چندگانه در تله‌های مستطیلی

برای آنکه آماده‌ی بحث در مورد الکترون‌های چندگانه در اتم‌ها شویم، می‌خواهیم دو الکترون را بررسی کنیم که در تله‌های مستطیلی فصل ۳۹ محبوس شده‌اند. ولی در این‌جا باید تکه‌های زاویه‌ای اسپینی دو الکترون را نیز در نظر بگیریم. به این منظور، فرض می‌کنیم که تله‌ها در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار گرفته‌اند. آنگاه بنا بر معادله‌ی ۴۰-۱۰ $(S_z = m_s \hbar)$ یک الکترون می‌تواند در اسپین بالا با $m_s = \frac{1}{2}$ یا در اسپین پایین با $m_s = -\frac{1}{2}$ باشد. (فرض می‌کنیم میدان مغناطیسی چنان ضعیف است که می‌توانیم از انرژی پتانسیل الکترون‌ها بر اثر این میدان چشم‌پوشی کنیم).

وقتی دو الکترون را در یکی از تله‌ها محبوس می‌کنیم، باید حواسمان به اصل طرد پاولی باشد؛ یعنی، الکترون‌ها نمی‌توانند دارای مجموعه‌ی یکسانی از مقادیر برای عددهای کوانتومی خود باشند.

۱. تله‌ی یک‌بعدی. در تله‌ی یک‌بعدی شکل ۳۹-۲، برای انطباق موج الکترون بر پهنای L تله، به تک‌عدد کوانتومی n نیاز داریم. بنابراین، هر الکترون محبوس شده در تله باید دارای یک مقدار معین n باشد، و عدد کوانتومی m_s آن می‌تواند $+\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ باشد. دو الکترون می‌توانند یا عددهای کوانتومی n متفاوتی داشته باشند، و یا اگر یکی اسپین بالا و دیگری اسپین پایین بود، دارای مقدار n یکسانی باشند.

۲. حصار مستطیلی. در حصار مستطیلی شکل ۳۹-۱۳، برای انطباق موج الکترون بر پهنای L_x و L_y حصار، به دو عدد کوانتومی n_x و n_y نیاز داریم. بنابراین، هر الکترون محبوس شده در تله باید دارای مقادیر معینی برای این دو عدد کوانتومی باشد، و عدد کوانتومی m_s آن‌ها می‌تواند $+\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ باشد. پس، اکنون سه عدد کوانتومی وجود دارد. بنا بر اصل طرد پاولی، دست‌کم یکی از این سه عدد کوانتومی دو الکترون محبوس شده در تله باید با هم متفاوت باشند.

۳. جعبه مستطیلی. در جعبه‌ی مستطیلی شکل ۳۹-۱۴، برای انطباق موج الکترون بر پهنای L_x ، L_y ، و L_z جعبه، به سه عدد کوانتومی n_x ، n_y ، و n_z نیاز داریم. بنابراین، هر الکترون محبوس شده در تله باید دارای مقادیر معینی برای این سه عدد کوانتومی باشد، و عدد کوانتومی m_s آن‌ها می‌تواند $+\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ باشد. پس، اکنون چهار عدد کوانتومی وجود دارد. بنا بر اصل طرد پاولی، دست‌کم یکی از این چهار عدد کوانتومی دو الکترون محبوس شده در تله باید با هم متفاوت باشند.

حال فرض کنید بیش از دو الکترون را، یکی یکی، به تله‌های مستطیلی پیشین بیافزاییم. طبیعتاً نخستین الکترون‌ها به پایین‌ترین تراز انرژی ممکن می‌روند- گفته می‌شود که الکترون‌ها این تراز را اشغال می‌کنند. ولی سرانجام اصل طرد پاولی مانع از آن می‌شود که الکترون‌های بیشتری پایین‌ترین تراز انرژی را اشغال کنند، و الکترون بعدی باید تراز انرژی بالاتر بعدی را

اشغال کند. وقتی یک تراز انرژی به دلیل اصل طرد پاولی نتواند با الکترون‌های بیشتری اشغال شود، می‌گوییم این تراز انرژی پر یا کاملاً اشغال شده است. در مقابل، ترازى که با هیچ الکترونی اشغال نشده است، خالی یا اشغال نشده نامیده می‌شود. برای حالت‌های حد واسطه این دو حالت، تراز را اشغال شده‌ی جزئی می‌نامند. پیکربندی الکترونی یک دستگاه الکترون‌های محبوس شده، فهرست یا نمایشی از ترازهای انرژی اشغال شده توسط الکترون‌ها، یا دسته‌ای از عددهای کوانتومی الکترون‌هاست.

یافتن انرژی کل

برای یافتن انرژی دستگاهی شامل دو یا چند الکترون محبوس در یک تله، فرض می‌کنیم که الکترون‌ها به‌طور الکتریکی با یکدیگر برهم‌کنش نمی‌کنند؛ یعنی از انرژی‌های پتانسیل جفت الکترون‌ها چشم‌پوشی می‌کنیم. در این صورت می‌توانیم انرژی کل دستگاه را با محاسبه‌ی انرژی هر الکترون، (همان‌گونه که در فصل ۳۹ انجام دادیم)، محاسبه و سپس این انرژی‌ها را با هم جمع کنیم.

یک راه مناسب برای ساماندهی مقادیر انرژی دستگاهی معین از الکترون‌ها، ترسیم نمودار تراز-انرژی برای دستگاه است؛ درست مانند همان کاری که برای یک تک‌الکترون در تله‌های فصل ۳۹ انجام دادیم. پایین‌ترین تراز، با انرژی E_{gr} ، مربوط به حالت پایه‌ی دستگاه است. تراز انرژی بالاتر بعدی، با انرژی E_{1e} ، مربوط به نخستین حالت برانگیخته‌ی دستگاه، و تراز بعد از آن، با انرژی E_{2e} ، مربوط به دومین حالت برانگیخته دستگاه است، و الی آخر.

مسئله‌ی نمونه ۴۰-۵۲. ترازهای انرژی الکترون‌های چندگانه در یک چاه نامتناهی دوبعدی

باید با الکترون اول متفاوت باشد، برای آن باید داشته باشیم $m_s = \frac{1}{2}$. این الکترون دوم را با یک پیکان رو به بالا (برای نمایاندن اسپین بالا) روی تراز $E_{1,1}$ شکل ۴۰-۱۲پ نمایش می‌دهیم.

الکترون‌ها، تک به تک: تراز انرژی $E_{1,1}$ کاملاً اشغال شده است و بنابراین، سومین الکترون نمی‌تواند همان انرژی را داشته باشد. از این‌رو، سومین الکترون به تراز بالاتر بعدی با انرژی‌های برابر $E_{2,1}$ و $E_{1,2}$ می‌رود (این تراز، تبهگن است). برای سومین الکترون، عددهای کوانتومی n_x و n_y می‌توانند به ترتیب ۱ و ۲ یا ۲ و ۱ باشند. همچنین عدد کوانتومی m_s می‌تواند $+\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ باشد. به‌طور اختیاری عددهای کوانتومی $n_x = 2$ ، $n_y = 1$ ، و $m_s = -\frac{1}{2}$ را به این الکترون نسبت می‌دهیم. این وضعیت را با یک پیکان رو به پایین برای $E_{2,1}$ و $E_{1,2}$ در شکل ۴۰-۱۲پ نمایش می‌دهیم.

می‌توانید نشان دهید که سه الکترون بعدی نیز می‌توانند به تراز انرژی‌های $E_{2,1}$ و $E_{1,2}$ بروند، به شرط آنکه هیچ مجموعه‌ای از سه عدد کوانتومی، دو بار تکرار نشود. آنگاه این تراز شامل چهار الکترون (شکل ۴۰-۱۲ت)، با عددهای کوانتومی (n_x, n_y, m_s) زیر است

$$\left(\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, 1, +\frac{1}{2}\right), \left(1, 2, -\frac{1}{2}\right), \left(1, 2, +\frac{1}{2}\right)$$

و تراز، کاملاً اشغال شده است. بنابراین، هفتمین الکترون به تراز بالاتر بعدی که تراز $E_{2,2}$ است می‌رود. به‌طور اختیاری فرض می‌کنیم که اسپین این الکترون رو به پایین با $m_s = -\frac{1}{2}$ است.

هفت الکترون در حصار مربعی (یک چاه پتانسیل نامتناهی دوبعدی) با پهنای $L_x = L_y = L$ (شکل ۳۹-۱۳) محبوس شده‌اند. فرض کنید که الکترون‌ها به‌طور الکتریکی با یکدیگر برهم‌کنش نمی‌کنند.

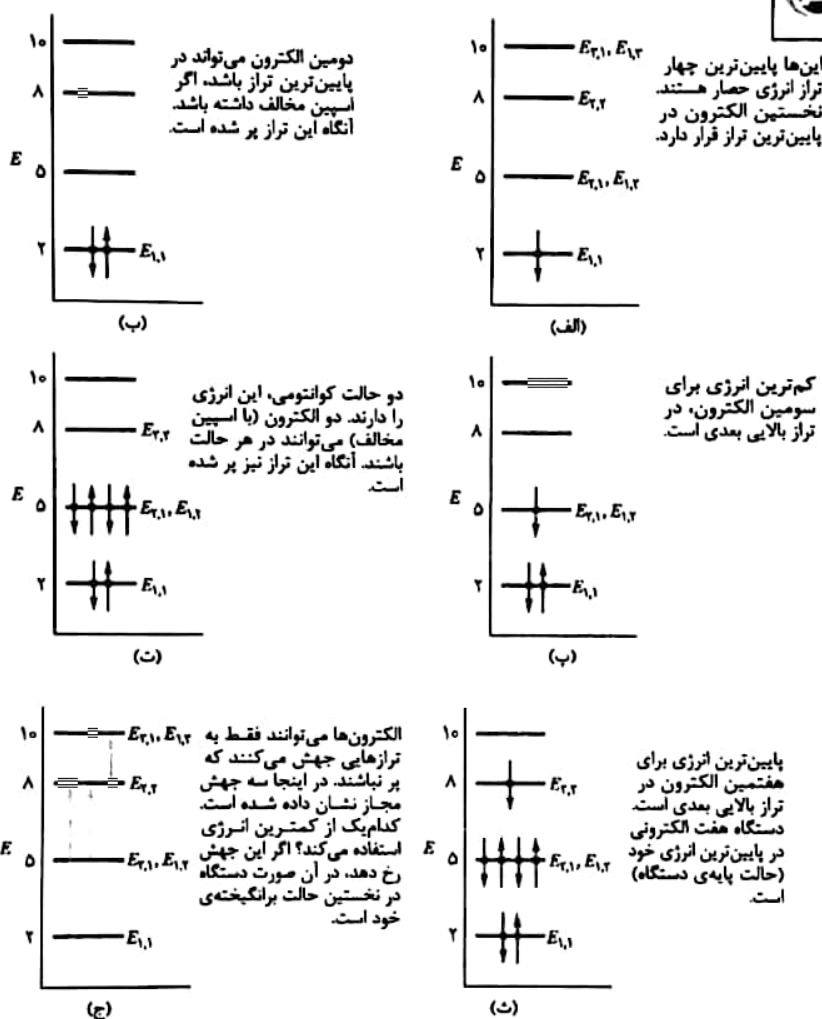
(الف) پیکربندی الکترونی حالت پایه‌ی دستگاه هفت الکترونی چیست؟

نمودار تک‌الکترونی: برای تشکیل این دستگاه می‌توانیم پیکربندی الکترونی دستگاه را با قرار دادن تک‌تک هفت الکترون در حصار تعیین کنیم. چون فرض می‌کنیم الکترون‌ها به‌طور الکتریکی با یکدیگر برهم‌کنش ندارند، می‌توانیم برای نحوه‌ی چیدن این هفت الکترون در حصار از نمودار تراز-انرژی برای یک تک‌الکترون محبوس شده استفاده کنیم. نمودار تراز-انرژی تک‌الکترون در شکل ۳۹-۱۵، و بخشی از آن در این‌جا به‌صورت شکل ۴۰-۱۲ الف ارائه شده است. به یاد آورید این ترازها برای نمایش انرژی وابسته به آن‌ها به‌صورت E_{n_x, n_y} نمایش داده می‌شوند. برای مثال، پایین‌ترین تراز انرژی، $E_{1,1}$ است که در آن عددهای کوانتومی n_x و n_y برابر ۱ هستند.

اصل پاولی: الکترون‌های به تله افتاده باید از اصل طرد پاولی پیروی کنند؛ یعنی، هیچ دو الکترونی نمی‌توانند مجموعه مقادیر یکسانی برای عددهای کوانتومی n_x ، n_y ، و m_s داشته باشند. نخستین الکترون به تراز انرژی $E_{1,1}$ می‌رود و می‌تواند دارای $m_s = \frac{1}{2}$ یا $m_s = -\frac{1}{2}$ باشد. به‌طور دلخواه، حالت دوم را انتخاب می‌کنیم و یک پیکان رو به پایین (برای نمایاندن اسپین پایین) روی تراز $E_{1,1}$ شکل ۴۰-۱۲ الف می‌کشیم. دومین الکترون نیز به تراز $E_{1,1}$ می‌رود، ولی چون یکی از عددهای کوانتومی آن



شکل ۴-۱۲ (الف) نمودار تراز- انرژی برای یک الکترون واقع در حصار مربعی به اضلاع L . (انرژی E مضربی از $h^2 / \lambda m L^2$ است). یک الکترون با اسپین پایین، پایین‌ترین تراز را اشغال می‌کند. (ب) دو الکترون (یکی با اسپین پایین و دیگری با اسپین بالا) پایین‌ترین تراز تک الکترونی نمودار تراز- انرژی را اشغال می‌کنند. (پ) الکترون سوم، تراز بعدی را اشغال می‌کند. (ت) چهار الکترون می‌توانند در تراز دوم گذاشته شوند. (ث) پیکربندی حالت پایه‌ی دستگاه برای کل هفت الکترون (ج) سه گذار محتمل برای دستگاه هفت الکترونی به اولین حالت برانگیخته‌ی آن (ج) نمودار تراز- انرژی دستگاه برای پایین‌ترین سه انرژی کل دستگاه (بر حسب مضربی از $h^2 / \lambda m L^2$).



(ب) انرژی کل دستگاه هفت الکترونی در حالت پایه‌اش بر حسب $h^2 / \lambda m L^2$ چقدر است؟

ایده‌ی کلیدی

انرژی کل E_{gr} دستگاه مجموعی از انرژی تک‌تک الکترون‌ها در پیکربندی حالت پایه‌ی دستگاه است.

انرژی حالت پایه: انرژی هر الکترون را می‌توان از جدول ۴-۳۹، که بخشی از آن دوباره در جدول ۴-۲ آمده است، یا از شکل ۴-۱۲ به دست آورد. چون دو الکترون در نخستین (پایین‌ترین) تراز، چهار الکترون در دومین تراز، و یک الکترون در سومین تراز قرار دارند، خواهیم داشت

$$E_{gr} = 2 \left(2 \frac{h^2}{\lambda m L^2} \right) + 4 \left(5 \frac{h^2}{\lambda m L^2} \right) + 1 \left(8 \frac{h^2}{\lambda m L^2} \right) = 32 \frac{h^2}{\lambda m L^2} \quad (\text{پاسخ})$$

شکل ۴-۱۲ تمام هفت الکترون را روی یک نمودار تراز- انرژی تک الکترونی نشان می‌دهد. اکنون هفت الکترون در حصار داریم که پیکربندی آن‌ها برای پایین‌ترین انرژی از اصل طرد پاولی پیروی می‌کند. پیکربندی حالت پایه‌ی دستگاه در شکل ۴-۱۲ نمایش داده شده و در جدول ۴-۲ فهرست شده است.

جدول ۴-۲ پیکربندی حالت پایه و انرژی‌ها

انرژی ^a	m_x	n_y	n_x
۸	$-\frac{1}{2}$	۲	۲
۵	$+\frac{1}{2}$	۱	۲
۵	$-\frac{1}{2}$	۱	۲
۵	$+\frac{1}{2}$	۲	۱
۵	$-\frac{1}{2}$	۲	۱
۲	$+\frac{1}{2}$	۱	۱
۲	$-\frac{1}{2}$	۱	۱
مجموع ۳۲			

^a مضربی از $h^2 / \lambda m L^2$.

بنا کردن جدول تناوبی

چهار عدد کوانتومی n ، ℓ ، m_ℓ و m_s حالت‌های کوانتومی الکترون‌های منفرد را در یک اتم چندالکترونی مشخص می‌کنند. ولی تابع‌های موج این حالت‌ها همان تابع‌های موج برای حالت‌های مربوط به اتم هیدروژن نیستند، زیرا در اتم‌های چندالکترونی انرژی پتانسیل وابسته به یک الکترون معین نه تنها به بار و مکان هسته‌ی اتم، بلکه به بار و مکان همه‌ی الکترون‌های دیگر در اتم نیز بستگی دارد. حل‌های معادله‌ی شرودینگر برای اتم‌های چندالکترونی را می‌توان - دست‌کم در اصول - با استفاده از یک رایانه به‌طور عددی به انجام رساند.

لایه‌ها و زیرلایه‌ها

همان‌طور که در بخش ۴۰-۱ مطرح کردیم، همه‌ی حالت‌ها با مقدارهای یکسان عددهای کوانتومی n و ℓ تشکیل یک زیرلایه می‌دهند. برای یک مقدار معین ℓ ، تعداد $2\ell + 1$ مقدار ممکن برای عدد کوانتومی مغناطیسی m_ℓ و برای هر m_ℓ ، دو مقدار ممکن برای عدد کوانتومی اسپینی m_s (اسپین بالا و اسپین پایین) وجود دارد. اگر همه‌ی حالت‌ها در تمام یک لایه‌ی معین با عدد کوانتومی n را بشماریم، درمی‌یابیم که تعداد کل حالت‌ها در لایه برابر با $2n^2$ است. همه‌ی حالت‌ها در یک زیرلایه‌ی معین تقریباً دارای انرژی یکسانی هستند که عمدتاً به مقدار n و به‌میزان کمتری به مقدار ℓ نیز بستگی دارد.

برای مشخص کردن زیرلایه‌ها، مقدارهای ℓ با حروف نشان داده می‌شوند:

$$\begin{array}{cccccccc} \ell = 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \dots \\ s & p & d & f & g & h & \dots \end{array}$$

مثلاً زیرلایه‌ی با $n=3$ و $\ell=2$ ، با زیرلایه‌ی $3d$ نشان داده می‌شود.

وقتی الکترون‌ها را به حالت‌هایی در یک اتم چندالکترونی اختصاص می‌دهیم، باید اصل طرد پاولی از بخش ۴۰-۴ را مد نظر قرار دهیم؛ یعنی، هیچ دو الکترونی در یک اتم نمی‌توانند دارای مجموعه‌ی عددهای کوانتومی n ، ℓ ، m_ℓ و m_s یکسانی باشند. اگر این اصل مهم برقرار نبود، همه‌ی الکترون‌ها در هر اتمی می‌توانستند به پایین‌ترین تراز انرژی آن اتم جهش کنند، که این موجب از بین رفتن ویژگی‌های شیمیایی اتم‌ها و مولکول‌ها، و نیز نابودی حیات شیمیایی و خود ما می‌شد. حال اتم‌های چند عنصر را بررسی می‌کنیم تا دریابیم چگونه اصل طرد پاولی در بنا کردن جدول تناوبی به‌کار می‌آید.

نئون

اتم نئون دارای ۱۰ الکترون است. فقط دو تا از این الکترون‌ها در زیرلایه‌ی پایین‌ترین انرژی، زیرلایه‌ی $1s$ ، قرار دارند. هر دوی این الکترون‌ها دارای $n=1$ ، $\ell=0$ ، و $m_\ell=0$ هستند، ولی یکی از آن‌ها دارای $m_s=+\frac{1}{2}$ و دیگری دارای $m_s=-\frac{1}{2}$ است. زیرلایه‌ی $1s$ شامل $2[2(0)+1]=2$ حالت است. چون این زیرلایه شامل همه‌ی الکترون‌هایی است که بنا بر اصل طرد پاولی مجاز هستند، گفته می‌شود که این زیرلایه بسته است.

دو تا از هشت الکترون باقیمانده، پایین‌ترین زیرلایه‌ی انرژی بعدی، زیرلایه‌ی $2s$ را پر می‌کنند. بقیه‌ی شش الکترون، زیرلایه‌ی $2p$ را به‌طور کامل پر می‌کنند که با $\ell=1$ ، $2[2(1)+1]=6$ حالت دارد.

در یک زیرلایه‌ی بسته، همه‌ی تصویرهای z مجاز بردار تکانه‌ی زاویه‌ای مداری $\vec{L}$ وجود دارند، و همان‌طور که از شکل ۴۰-۵ می‌توان دید، این تصویرها برای این زیرلایه کلاً خشتی می‌شوند؛ زیرا برای هر تصویر مثبت، یک تصویر منفی متناظر با همان بزرگی وجود دارد. به همین ترتیب، تصویرهای z تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی نیز خشتی می‌شوند. در نتیجه، یک زیرلایه‌ی

بسته هیچ نوع تکانه‌ی زاویه‌ای و گشتاور مغناطیسی‌ای ندارد. افزون بر این، چگالی احتمال آن تقارن کروی دارد. بنابراین، نئون با سه زیرلایه‌ی بسته‌اش ($1s$ ، $2s$ و $2p$) هیچ "الکترون نامقید سستی" ندارد که بخواهد با سایر اتم‌ها برهم‌کنش شیمیایی داشته باشد. نئون، مانند سایر گازهای بی‌اثر که ستون سمت راست جدول تناوبی را تشکیل می‌دهند، تقریباً از لحاظ شیمیایی بی‌اثر است.

سدیم

پس از نئون در جدول تناوبی، سدیم با ۱۱ الکترون قرار دارد. ده تا از این الکترون‌ها، مغزی شبه‌نئونی بسته‌ای را تشکیل می‌دهند، که همان طور که دیدیم دارای تکانه‌ی زاویه‌ای صفر است. الکترون باقیمانده کاملاً در بیرون این مغزی بی‌اثر، در زیرلایه‌ی $3s$ که پایین‌ترین زیرلایه‌ی انرژی بعدی است قرار دارد. چون این الکترون ظرفیت سدیم در حالت $\ell = 0$ قرار دارد (یعنی، حالت s با استفاده از سامانه‌ی نمادگذاری بالا)، تکانه‌ی زاویه‌ای و گشتاور دوقطبی مغناطیسی سدیم باید کاملاً ناشی از اسپین این تک‌الکترون باشد.

سدیم به‌سادگی با سایر اتم‌هایی که دارای یک "تهی‌جا" هستند، و الکترون ظرفیت سدیم که به‌سستی به آن مقید شده می‌تواند در آن جا بگیرد، ترکیب می‌شود. سدیم، مانند سایر فلزهای قلیایی که ستون سمت چپ جدول تناوبی را تشکیل می‌دهند، از لحاظ شیمیایی فعال است.

کلر

اتم کلر که دارای ۱۷ الکترون است، یک مغزی شبه‌نئونی 10 الکترونی بسته همراه با ۷ الکترون در بیرون آن دارد. دو تا از این ۷ الکترون، زیرلایه‌ی $3s$ را پر می‌کنند و پنج الکترون باقیمانده در زیرلایه‌ی $3p$ قرار دارند که زیرلایه‌ی بعدی با پایین‌ترین انرژی است. این زیرلایه که برای آن $\ell = 1$ است می‌تواند دارای $6 = 2(1) + 1$ الکترون باشد، و از این‌رو یک تهی‌جا، یا "حفره" در این زیرلایه وجود دارد.

کلر، پذیرنده‌ی برهم‌کنش با سایر اتم‌هایی است که دارای یک الکترون ظرفیت هستند و می‌توانند این حفره را پر کنند. مثلاً سدیم کلراید (NaCl) ترکیب بسیار پایدار است. کلر، مانند سایر هالوژن‌ها که ستون VIIA جدول تناوبی را می‌سازند، از لحاظ شیمیایی فعال است.

آهن

آرایش ۲۶ الکترون اتم آهن را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد:

$$1s^2 \ 2s^2 \ 2p^6 \ 3s^2 \ 3p^6 \ 3d^6 \ 4s^2$$

زیرلایه‌ها به ترتیب عددی آمده‌اند و، بنا بر قرار داد، شاخص بالا تعداد الکترون‌ها در هر زیرلایه را به‌دست می‌دهد. از جدول ۱-۴۰ می‌توان دریافت که زیرلایه‌ی s ($\ell = 0$) می‌تواند ۲ الکترون، زیرلایه‌ی p ($\ell = 1$) می‌تواند ۶ الکترون، و زیرلایه‌ی d ($\ell = 2$) می‌تواند ۱۰ الکترون داشته باشد. در نتیجه، نخستین ۱۸ الکترون آهن پنج زیرلایه‌ی پر شده را تشکیل می‌دهند که در بالا با گروه‌ای مشخص شده است، و ۸ الکترون باقی می‌ماند. شش تا از این ۸ الکترون به زیرلایه‌ی $3d$ ، و دو الکترون باقیمانده به زیرلایه‌ی $4s$ می‌روند.

دلیل این که دو الکترون آخر نیز به زیرلایه‌ی $3d$ نمی‌روند (که می‌تواند ۱۰ الکترون را در خود جای دهد) این است که کلاً آرایش $3d^6 4s^2$ به حالتی با انرژی پایین‌تر نسبت به آرایش $3d^8$ برای اتم می‌انجامد. یک اتم آهن با ۸ الکترون (به‌جای ۶ الکترون) در زیرلایه‌ی $3d$ ، با

گسل تابش الکترومغناطیسی، به سرعت به افزایش $3d^{10}4s^2$ گذار اتحاد می‌دهد. آنچه از این جا می‌آورد این است که به حر برای ساده‌ترین عناصر، حالت‌ها ممکن است در دنباله‌ای بر نشوند که از نظر ما "مغنی" است.

۴۰-۶ پروهای X و ترتیب عناصرها

هدف‌های یادگیری

- ۴۰-۲۲ مکان پروهای X در طیف الکترومغناطیسی شناسید
- ۴۰-۲۲ توضیح دهید پروهای X چگونه در آزمایشگاه یا یک دستگاه پزشکی تولید می‌شوند
- ۴۰-۲۵ بین طیف پیوسته‌ی پروی X و طیف مشخصه‌ی پروی X تمیز قائل شوید
- ۴۰-۲۶ در طیف پیوسته‌ی پروی X، علت طول‌موج قطع λ_{min} را شناسید
- ۴۰-۲۷ مشخص دهید در یک برخورد الکترون-اتم، انرژی و مکان پایسته هستند
- ۴۰-۲۸ رابطه‌ی بین طول‌موج قطع λ_{min} و انرژی جنبشی K_e الکترون‌های فرودی را بنویسید
- ۴۰-۲۹ یک جدول برای برای برای حفره‌ها رسم کنید و گذارهایی که پروهای X تولید می‌کنند را (با شاخص‌هایی) مشخص کنید
- ۴۰-۴۰ برای یک گذار حفره‌ای معین، طول‌موج پروی X گسیل‌شده را محاسبه کنید
- ۴۰-۴۱ هست کار مولی را در خصوص جدول تناوبی توضیح دهید
- ۴۰-۴۲ جدول مولی را رسم کنید
- ۴۰-۴۳ اثر پتان‌شدگی در یک اتم چندالکترونی را توضیح دهید
- ۴۰-۴۴ رابطه‌ی بین سامده خط K-الهای پروهای X گسیل‌شده و عدد اتمی Z آنها را به کار ببرد

تکنه‌های کلیدی

- هرگاه ماربکه‌ای پروی از الکترون‌ها بر یک هدف برخورد کند، الکترون‌ها می‌توانند با پراکنده شدن از اتم‌ها و گسیل یک طیف پیوسته‌ی پروی X، انرژی خود را از دست بدهند.
- کوئانه‌ترین طول‌موج در این طیف، طول‌موج قطع λ_{min} است که هنگامی گسیل می‌شود که یک الکترون فرودی کل انرژی جنبشی K_e خود را در یک تک‌تک برخورد از دست بدهد.

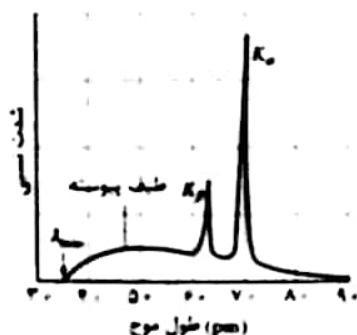
$$\lambda_{min} = \frac{hc}{K_e}$$

پروهای X و ترتیب عناصرها

هرگاه یک هدف جامد، از قبل مس با جگش حاد، با الکترون‌هایی که انرژی جنبشی آنها در گستره‌ی کلو الکترون-ولت است برخورد کند، تابش الکترومغناطیسی گسیل‌شده، پروی X نامیده می‌شود. دلیل اینکه در این حالت پروی می‌تواند به دست بیاید که می‌تواند در سازه‌ی آله‌هایی که با آنها از حالت به گسیل می‌کنند حفره‌هایی به سامده‌ی شکل ۱۳-۴۰ طیف طول‌موج پروهای X را نشان می‌دهد که با فرود ماربکه‌ی الکترون‌های ۲۵keV روی هدف مولد ایجاد شده است. طیف گسترده‌ی پیوسته‌ی از تابش را می‌بینیم که روی آن دو قله‌ی تیز با طول‌موج معین وجود دارد. طیف پیوسته و قله‌ها به روش‌های مختلفی به وجود می‌آیند که به طور جداگانه به آن‌ها خواهیم پرداخت.

طیف پیوسته‌ی پروی X

در این جا طیف پروی X شکل ۱۳-۴۰ را، فعلاً با چشم‌پوشی از دو قله‌ی ساری که از آن با آمله است، بررسی می‌کنیم. الکترونی با انرژی جنبشی اولیه‌ی K_e را در نظر می‌گیریم که مانند شکل ۱۳-۴۰، با یکی از آله‌های هدف برخورد کرده و تابش می‌کند. این الکترون ممکن است مقداری انرژی را از دست بدهد، که به صورت انرژی یک فوتون پروی X که از محل



شکل ۱۳-۴۰: توزیع طول‌موج پروهای X ایجاد شده، هنگامی که الکترون‌های ۲۵keV به یک هدف مولد برخورد می‌کنند. طیف پیوسته و قله‌های تیز برآمده در آن، با سازوکارهای مختلفی ایجاد شده‌اند.

برخورد تابش می‌شود، پدیدار خواهد شد. (به دلیل جرم نسبتاً بزرگ اتم پس‌زده شده، انرژی بسیار ناچیزی به این اتم منتقل می‌شود؛ در این‌جا از این انتقال انرژی چشم‌پوشی می‌کنیم).
الکترون پراکنده‌شده در شکل ۴۰-۱۴، که انرژی آن اکنون کمتر از K_0 است، ممکن است با اتم هدف برخورد دومی داشته باشد و بدین ترتیب فوتون دومی با یک انرژی متفاوت ایجاد شود. این فرایند پراکندگی الکترون می‌تواند تا هنگامی که الکترون به‌طور تقریبی به حالت سکون درآید، ادامه پیدا کند. همی فوتون‌هایی که بر اثر این برخوردها ایجاد شده‌اند بخشی از طیف پرتوی X پیوسته را تشکیل می‌دهند.

ویژگی بارز شکل ۴۰-۱۳، طول‌موج قطع کاملاً مشخص $\lambda_{\min}$ است که پایین‌تر از آن، طیف پیوسته وجود ندارد. این طول‌موج کمینه مربوط به برخوردی است که در آن الکترون فرودی همی انرژی جنبشی اولیه K_0 خود را در برخورد رو در رو با اتم هدف از دست می‌دهد. لزوماً تمام این انرژی به‌صورت انرژی یک تک‌فوتون پدیدار می‌شود، که طول‌موج وابسته به آن - کمترین طول‌موج ممکن پرتوی X- از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید

$$K_0 = hf = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

یا

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K_0} \quad (\text{طول‌موج قطع}) \quad (۴۰-۲۳)$$

طول‌موج قطع کلاً مستقل از ماده‌ی هدف است. مثلاً اگر هدف مولیبدن را با هدف مسی جایگزین کنیم، همی ویژگی‌های طیف پرتوی X شکل ۴۰-۱۳، به‌جز طول‌موج قطع، تغییر خواهد کرد.

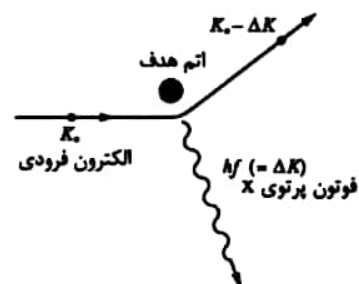
نکته‌ی واری ۲

اگر (الف) انرژی جنبشی الکترون‌هایی را که با هدف پرتوی X برخورد می‌کنند، افزایش دهیم،
(ب) الکترون‌ها را به جای برخورد با یک قطعه‌ی ضخیم به یک ورقه‌ی نازک برخورد دهیم،
(پ) هدف را با عنصری با عدد اتمی بزرگ‌تر جایگزین کنیم، آیا طول‌موج قطع $\lambda_{\min}$ طیف پیوسته‌ی پرتوی X افزایش می‌یابد یا کاهش، و یا ثابت باقی می‌ماند؟

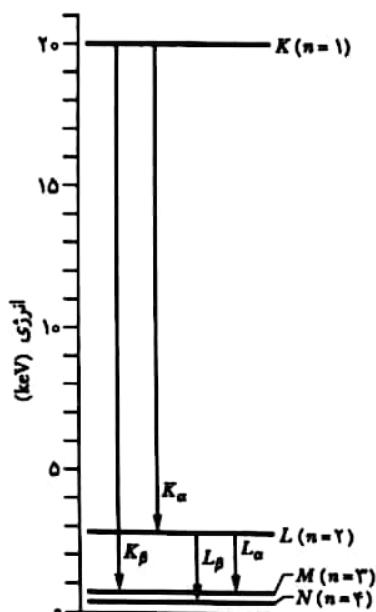
طیف مشخصه‌ی پرتوی X

اکنون توجه‌ی خود را به دو قله‌ی شکل ۴۰-۱۳، که با K_β و K_α مشخص شده‌اند، معطوف می‌کنیم. این دو قله (و سایر قله‌هایی که در طول‌موج‌هایی فراتر از گستره‌ی نشان داده شده در شکل ۴۰-۱۳ پدیدار می‌شوند) تشکیل طیف مشخصه‌ی پرتوی X ماده‌ی هدف را می‌دهند.

قله‌ها در یک فرایند دو مرحله‌ای ایجاد می‌شوند. (۱) یک الکترون فرودی پرانرژی به اتمی در هدف برخورد می‌کند و، در همان حالی که پراکنده می‌شود، یکی از الکترون‌های واقع در عمق اتم (مقدار n کم) را می‌کند. اگر این الکترون، در لایه‌ای که با $n=1$ مشخص شده است (که بنا به دلایل تاریخی لایه‌ی K نامیده می‌شود) واقع باشد، آنگاه یک تهی‌جا، یا حفره، در این لایه بر جای می‌ماند. (۲) الکترونی واقع در یکی از لایه‌های بالاتر به لایه‌ی K جهش می‌کند و بدین ترتیب حفره‌ی این لایه را پر می‌کند. در حین این جهش، اتم یک فوتون پرتوی X مشخصه را گسیل می‌کند. اگر الکترونی که تهی‌جای لایه‌ی K را پر می‌کند از لایه‌ی $n=2$ (موسوم به لایه‌ی L) باشد، تابش گسیل‌شده، خط K_α ی شکل ۴۰-۱۳ است؛ اگر از لایه‌ی $n=3$ (موسوم به لایه‌ی M) جهش کند، خط K_β را ایجاد می‌کند، و الی آخر. حفره‌ی به‌جای مانده در لایه‌ی L یا M با الکترونی باز هم دورتر در اتم پر خواهد شد.



شکل ۴۰-۱۴ الکترونی که با انرژی جنبشی K_0 از نزدیکی هدف می‌گذرد، ممکن است یک فوتون پرتوی X تولید کند؛ الکترون در این فرایند بخشی از انرژی خود را از دست می‌دهد. طیف پرتوی X پیوسته به این روش ایجاد می‌شود.



شکل ۴-۱۵ نمودار تراز- انرژی ساده‌شده‌ای برای اتم مولیبدن، که گذارهایی (از حفره‌ها به جای الکترون‌ها) را نشان می‌دهد که برخی از پرتوهای α مشخصه‌ی آن عنصر را به‌دست می‌دهد. هر خط افقی نشان‌دهنده‌ی انرژی اتم با یک حفره (الکترون از دست رفته) در لایه‌ی مشخص شده است.

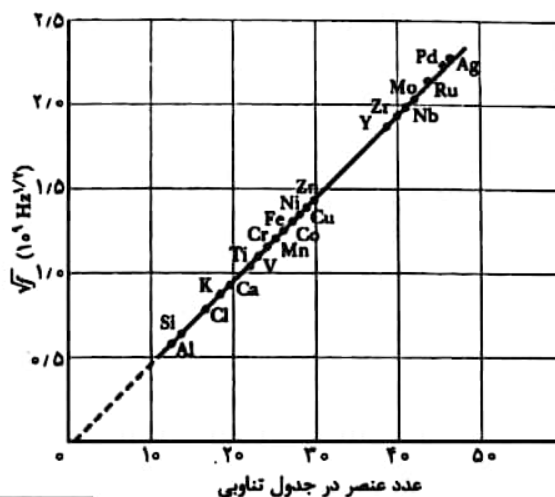
در مطالعه‌ی پرتوهای α ، آسان‌تر آن است که به جای در نظر گرفتن تغییرات حالت کوانتومی الکترون‌هایی که برای پر کردن حفره جهش می‌کنند، مسیری را پی بگیریم که در آن یک حفره در عمق "ابر الکترونی" اتم ایجاد می‌شود. شکل ۴-۱۵ دقیقاً همین کار را انجام می‌دهد؛ این شکل، یک نمودار تراز- انرژی برای مولیبدن است، عنصری که شکل ۴-۱۳ مربوط به آن است. خط پایه ($E=0$) اتم خنثی را در حالت پایه‌اش نشان می‌دهد. تراز‌ی که با K (در $E=20\text{keV}$) مشخص شده است، نشان‌دهنده‌ی انرژی اتم مولیبدن با حفره‌ای در لایه‌ی K ی آن، و تراز‌ی که با L (در $E=2.7\text{keV}$) مشخص شده است، نشان‌دهنده‌ی این اتم با حفره‌ای در لایه‌ی L آن است، و الی آخر.

گذارهای مشخص‌شده‌ی K_α و K_β در شکل ۴-۱۵ همان گذارهایی هستند که دو قله‌ی پرتوی α شکل ۴-۱۳ را ایجاد می‌کنند. مثلاً خط طیفی K_α هنگامی ایجاد می‌شود که یک الکترون از لایه‌ی L ، حفره‌ی لایه‌ی K را پر کند. برای توضیح این گذار بر مبنای آنچه که پیکان‌ها نشان می‌دهند، می‌گوییم حفره‌ای که ابتدا در لایه‌ی K بوده است به سمت لایه‌ی L حرکت می‌کند.

توقیف عنصرها

در سال ۱۹۱۳، فیزیکدان انگلیسی موزلی^۱ با استفاده از عنصرهایی که توانسته بود بیابد- ۳۸ تا- به عنوان هدف برای بمباران الکترونی در یک لوله‌ی تخلیه‌شده از هوا که توسط خود او طراحی شده بود، پرتوهای α مشخصه را برای آن عنصرها به‌دست آورد. موزلی به‌وسیله‌ی یک سکوی کوچک چرخدار که به‌طرز ماهرانه‌ای با ریسمان‌هایی به حرکت درمی‌آمد توانست تک‌تک هدف‌ها را در مسیر یک باریکه‌ی الکترونی حرکت دهد. او طول‌موج پرتوهای α گسیل‌شده را با روش پراش بلور که در بخش ۳۶-۷ توضیح داده شد، اندازه گرفت. آنگاه موزلی با حرکت از عنصری به عنصر دیگر در جدول تناوبی، به دنبال نظم و قاعده‌ای در این طیف‌ها گشت (و موفق نیز شد). او به‌خصوص دریافت که اگر برای یک خط طیفی معین مثل K_α ، ریشه‌ی مربعی بسامد f را بر حسب مکان هر عنصر در جدول تناوبی رسم کند، یک خط راست به‌دست می‌آید. شکل ۴-۱۶ بخشی از داده‌های گسترده‌ی او را نشان می‌دهد. نتیجه‌گیری موزلی چنین بود:

اکنون شاهده‌ی بر وجود یک کمیت بنیادی در اتم داریم، که وقتی از عنصری به عنصر بعدی می‌رویم به‌طور نظام‌مندی افزایش می‌یابد. این کمیت فقط می‌تواند بار روی هسته‌ی مرکزی باشد.



شکل ۴-۱۶ نمودار موزلی برای خط K_α ی طیف‌های مشخصه‌ی پرتوی α ۲۱ عنصر. بسامد از روی طول‌موج اندازه‌گیری‌شده محاسبه شده است.

^۱ H.G.J. Moseley

در نتیجه‌ی کار موزلی، طیف مشخصه‌ی پرتوی x ، مشخصه‌ی پذیرفته شده‌ی جهانی برای یک عنصر شد و بدین ترتیب حل تعدادی از معماهای جدول تناوبی ممکن گردید. تا پیش از آن زمان (۱۹۱۳)، مکان عناصرها در جدول به ترتیب جرم اتمی آن‌ها مشخص می‌شد، گرچه برای چندین جفت عنصر، به دلیل الزامات ناشی از شواهد شیمیایی لازم بود که این ترتیب وارونه شود؛ موزلی نشان داد که این بار هسته‌ای (یعنی، عدد اتمی Z) است که مبنای واقعی برای ترتیب عناصرهاست.

در سال ۱۹۱۳، جدول تناوبی چند خانه‌ی خالی داشت، و چندین ادعای شگفت‌انگیز برای عناصرهای جدید پیشنهاد داده شده بود. طیف پرتوی x آزمونی قاطع برای چنین ادعاهایی بود. عناصرهای لاتانید، که اغلب عناصرهای خاکی نادر نامیده می‌شوند، فقط به‌طور ناقص مرتب شده بودند و به دلیل ویژگی‌های شیمیایی مشابه، مرتب کردن آن‌ها دشوار بود. وقتی کار موزلی گزارش شد، این عناصرها به‌طور دقیقی مرتب شدند.

مشکل نیست که دریابیم چرا طیف مشخصه‌ی پرتوی x ، چنین نظام‌مندی‌های مشخصی را از عنصری به عنصر دیگر نشان می‌دهد، در حالی که برای طیف نور مرئی و ناحیه‌ی نزدیک به آن چنین نیست: سرخ تشخیص یک عنصر، بار روی هسته‌ی آن است. مثلاً، طلا به این دلیل طلا است که اتم‌های آن دارای بار هسته‌ای $+79e$ (یعنی، $Z=79$) هستند. اتمی با یک بار بنیادی بیشتر روی هسته‌ی آن، جیوه است؛ و با یک بار بنیادی کمتر، پلاتین. الکترون‌های لایه‌ی K ، که چنین نقش بزرگی را در ایجاد طیف پرتوی x بازی می‌کنند، در فاصله‌ی خیلی نزدیکی به هسته قرار دارند و بنابراین، به بار آن حساس هستند. از سوی دیگر، طیف نوری، شامل گذارهایی از بیرونی‌ترین الکترون‌هاست که به‌طور قابل ملاحظه‌ای توسط الکترون‌های به‌جای مانده از اتم پنهان شده‌اند و بنابراین، به بار هسته‌ای حساس نیستند.

توضیح نمودار موزلی

داده‌های تجربی موزلی، که نمودار موزلی شکل ۴۰-۱۶ فقط بخشی از آن است، می‌تواند مستقیماً برای مشخص کردن جای عناصرها در جدول تناوبی به‌کار گرفته شود. این کار را می‌توان حتی اگر مبنای نظری نتایج موزلی به اثبات نرسیده بود نیز انجام داد. البته، چنین مبنایی وجود دارد.

طبق معادله‌ی ۳۹-۳۳، انرژی اتم هیدروژن برابر است با

$$E_n = -\frac{me^2}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad n=1,2,3,\dots \quad (24-40)$$

اکنون یکی از دو داخلی‌ترین الکترون‌ها در لایه‌ی K یک اتم چندالکترونی را در نظر بگیرید. به دلیل حضور الکترون دیگر لایه‌ی K ، الکترون موردنظر ما بار هسته‌ای مؤثر تقریبی $e(Z-1)$ را "می‌بیند" که در آن e بار بنیادی و Z عدد اتمی عنصر است. عامل e^2 در معادله‌ی ۴۰-۲۴ حاصلضرب e^2 ، مربع بار هسته‌ای هیدروژن، و $(-e)^2$ ، مربع بار الکترون، است. برای اتم چندالکترونی، انرژی مؤثر اتم را می‌توان با جایگزین کردن عامل e^2 در معادله‌ی ۴۰-۲۴ با $(-e)^2 \times e^2 (Z-1)^2$ یا $e^4 (Z-1)^2$ تقریب زد. از آن‌جا داریم

$$E_n = -\frac{(13.6 \text{ eV})(Z-1)^2}{n^2} \quad (25-40)$$

دیدم که فوتون پرتوی x خط K_α (با انرژی hf) هنگامی ایجاد می‌شود که یک الکترون، گذاری از لایه‌ی L (با $n=2$ و انرژی E_2) به لایه‌ی K (با $n=1$ و انرژی E_1) انجام دهد. در نتیجه، با استفاده از معادله‌ی ۴۰-۲۵، می‌توانیم تغییر انرژی را چنین بنویسیم

$$\Delta E = E_2 - E_1$$

$$= \frac{-(13.6 \text{ eV})(Z-1)^2}{2^2} - \frac{-(13.6 \text{ eV})(Z-1)^2}{1^2}$$

$$= (10.2 \text{ eV})(Z-1)^2$$

آنگاه بسامد f خط K_α چنین می‌شود

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{(10.2 \text{ eV})(Z-1)^2}{(4.14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})}$$

$$= (2.46 \times 10^{15} \text{ Hz})(Z-1)^2 \quad (26-40)$$

با گرفتن ریشه‌ی مربعی از دو طرف این معادله، خواهیم داشت

$$\sqrt{f} = CZ - C \quad (27-40)$$

که در آن C یک ثابت $(= 4.96 \times 10^7 \text{ Hz}^{1/2})$ است. معادله‌ی ۲۷-۴۰، معادله‌ی یک خط راست است و نشان می‌دهد که اگر ریشه‌ی مربعی بسامد خط طیفی K_α ی پرتوی x را بر حسب عدد اتمی Z رسم کنیم، باید یک خط راست به دست آید. همان‌طور که شکل ۱۶-۴۰ نشان می‌دهد، این دقیقاً همان است که موزلی به دست آورد.



مسئله‌ی نمونه ۴۰-۳۰. طیف مشخصه در تولید پرتوی x

با تقسیم معادله‌ی دوم بر معادله‌ی اول، C به‌سادگی حذف می‌شود و چنین به دست می‌آید

$$\sqrt{\frac{\lambda_{Co}}{\lambda_x}} = \frac{Z_x - 1}{Z_{Co} - 1}$$

که با قرار دادن داده‌های مسئله، چنین می‌شود

$$\sqrt{\frac{178.9 \text{ pm}}{143.5 \text{ pm}}} = \frac{Z_x - 1}{27 - 1}$$

با حل آن برای مجهول Z_x ، داریم

$$Z_x = 30 \text{ م} \quad (\text{پاسخ})$$

بنابراین، تعداد پروتون‌ها در هسته‌ی ناخالصی برابر ۳۰ است و با نگاهی به جدول تناوبی درمی‌یابیم که ناخالصی از جنس روی است. توجه کنید روی با یک مقدار Z بزرگتر از کبالت، خط K_α ی کوچکتری دارد. این بدان معنی است که انرژی وابسته به این جهش در روی بزرگتر از کبالت است.

یک هدف کبالت با الکترون‌ها بمباران شده، و طول‌موج‌های طیف مشخصه‌ی پرتوی x آن اندازه‌گیری می‌شود. همچنین یک طیف مشخصه‌ی ضعیف‌تر وجود دارد که ناشی از یک ناخالصی در کبالت است. طول‌موج خط‌های K_α عبارت‌اند از یک 178.9 pm (کبالت) و 143.5 pm (ناخالصی)، و عدد پروتونی کبالت $Z_{Co} = 27$ است. با استفاده از فقط این داده‌ها، جنس ناخالصی را تعیین کنید.

ایده‌ی کلیدی

طول‌موج خط‌های K_α ، هم برای کبالت (Co) و هم برای ناخالصی (x) روی یک نمودار موزلی K_α می‌افتند، و معادله‌ی ۲۷-۴۰، معادله‌ای برای این نمودار است. با قرار دادن c/λ به جای f در این معادله خواهیم داشت

$$\sqrt{\frac{c}{\lambda_{Co}}} = CZ_{Co} - C \quad \text{و} \quad \sqrt{\frac{c}{\lambda_x}} = CZ_x - C$$



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در **WileyPLUS**



۴۰-۷ لیزرها

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

ماده (اتم‌ها) برهم‌کنش کند رسم کنید و تشخیص دهید کدام یک مبنای عمل لیزری است.

۴۵-۴۰ بین نور یک لیزر و نور یک لامپ معمولی تمیز قائل شوید.
۴۶-۴۰ نمودارهای تراز انرژی را برای سه راه اصلی‌ای که نور می‌تواند با

اینکه کدام گاز عمل لیزری را انجام می‌دهد و توضیح اینکه چرا به گاز دیگر نیاز است.
 ۴۰-۵۱ برای گسیل القایی، رابطه‌های بین تغییر انرژی، بسامد، و طول موج را به کار بندید.
 ۴۰-۵۲ برای گسیل القایی، رابطه‌های بین انرژی، توان، زمان، شدت، مساحت، انرژی فوتون، و آهنگ گسیل فوتون را به کار بندید.

۴۰-۴۷ حالت‌های نیمه پایدار را بشناسید.
 ۴۰-۴۸ برای دو حالت انرژی، رابطه‌ی بین تعداد اتم‌ها در حالت بالاتر ناشی از اغتشاش گرمایی، اختلاف انرژی، و دما را بشناسید.
 ۴۰-۴۹ وارونی جمعیت را بشناسید، توضیح دهید که چرا در یک لیزر ضروری است، و آن را به طول عمر حالت‌ها مربوط کنید.
 ۴۰-۵۰ توضیح دهید یک لیزر هلیوم-نئون چگونه کار می‌کند، با بیان

نکته‌های کلیدی

• یک لیزر می‌تواند نور را از طریق گسیل تابشی گسیل کند، مشروط بر آنکه اتم‌های آن در یک وارونی جمعیتی باشند. یعنی، برای جفت‌ترازهای دخیل در گسیل تابشی، باید اتم‌های بیشتری در تراز انرژی بالاتر نسبت به تراز انرژی پایین‌تر وجود داشته باشد تا گسیل القایی بیشتر از جذب گردد.

• در گسیل القایی، یک اتم در حالت برانگیخته می‌تواند با گسیل یک فوتون به یک حالت انرژی پایین‌تر وانگیخته شود، در صورتی که فوتون یکسانی از اتم عبور کند.
 • نور گسیل شده در گسیل القایی با نوری که باعث گسیل آن شده است همفاز است و در یک جهت حرکت می‌کند.

لیزرها و نور لیزر

در اوایل دهه‌ی ۱۹۶۰، فیزیک کوانتومی یکی از چندین سهم خود را به فناوری ادا کرد: لیزر. نور لیزر، همچون نور حاصل از یک لامپ معمولی، به هنگام گذار اتم‌ها از یک حالت کوانتومی به حالتی کوانتومی پایین‌تر، گسیل می‌شود. ولی در یک لامپ معمولی، گسیل‌ها کانونه‌ای‌اند، هم در زمان و هم در جهت، در حالی که در لیزر آن‌ها هماهنگ شده‌اند تا گسیل‌ها همزمان و در جهت یکسانی باشند. در نتیجه نور لیزر مشخصه‌های زیر را دارد:

۱. نور لیزر بسیار تکفام است. نور حاصل از یک لامپ ال‌ت‌های معمولی در گستره‌ی پیوسته‌ای از طول‌موج‌ها گسترده است و یقیناً تکفام نیست. البته، تابش حاصل از یک لامپ نئون با تقریب ۱ بخش در 10^6 تکفام است، ولی تیزی معرف نور لیزر می‌تواند بسیار بزرگتر، به بزرگی ۱ بخش در 10^{15} ، باشد.

۲. نور لیزر بسیار هم‌دوس است. موج‌های بلند مجزا (قطارهای موج) در نور لیزر می‌توانند به طول چندین کیلومتر باشند. وقتی دو باریکه‌ی جدا از هم که چنین مسافت‌هایی را در دو مسیر جداگانه طی کرده‌اند، دوباره ترکیب شوند، آن‌ها منشأ مشترک خود را "به یاد می‌آورند" و می‌توانند یک نقش فریزهای تداخلی را تشکیل دهند. طول هم‌دوسی مربوط به قطارهای موج گسیل‌شده از یک لامپ معمولی، نوعاً کمتر از یک متر است.

۳. نور لیزر بسیار جهت‌مند است. یک باریکه‌ی لیزر خیلی کم پخش می‌شود؛ انحراف آن از موازی بودن کامل فقط ناشی از پراش در روزنه‌ی خروجی لیزر است. مثلاً یک تب لیزر که برای اندازه‌گیری فاصله تا ماه به کار گرفته می‌شود، لکه‌ای با قطر فقط چند متر روی سطح ماه ایجاد می‌کند. نور حاصل از یک لامپ معمولی را می‌توان با یک عدسی به صورت یک باریکه‌ی تقریباً موازی درآورد، ولی واگرایی این باریکه بسیار بیشتر از واگرایی نور لیزر است. هر نقطه روی رشته‌ی یک لامپ معمولی، باریکه‌ی مجزای خودش را تشکیل می‌دهد، و واگرایی زاویه‌ای کل باریکه‌ی مرکب با اندازه‌ی رشته تعیین می‌شود.

۴. نور لیزر می‌تواند دقیقاً کانونی شود. اگر دو باریکه‌ی نور، مقدار انرژی یکسانی را منتقل کنند، آن باریکه‌ای که بتواند در نقطه‌ی کوچکتری کانونی شود، شدت (توان بر واحد سطح) بیشتری در آن نقطه خواهد داشت. برای نور لیزر، نقطه‌ی کانونی‌شده می‌تواند چنان کوچک باشد که شدت 10^{17} W/cm^2 به سادگی به دست آید. در مقابل، شعله‌ی آکسی استیلین دارای شدتی حدود فقط 10^3 W/cm^2 است.



شکل ۴-۱۷ سر بیمار برای مهیا شدن جهت جراحی مغز توسط نور لیزر اسکن و نقشه‌برداری می‌شود. در حین عمل، تصویر لیزری سر روی مدل مغز نشان داده شده روی صفحه‌ی نمایشگر انداخته می‌شود تا تیم جراحی را به ناحیه‌ی نشان داده‌شده با خاکستری (پایین سمت راست) روی مدل نمایش داده‌شده بر صفحه هدایت کند.

لیزرها کاربردهای زیادی دارند

کوچکترین لیزرها که برای تراکسیل صدا و داده‌ها در تارهای نوری به کار می‌روند، دارای یک بلور نیم‌رسانا با اندازه‌ای حدود سر یک سوزن، به عنوان محیط فعال هستند. چنین لیزرهایی به این کوچکی می‌توانند توانی حدود 200 mW تولید کنند. بزرگترین لیزرها که برای پژوهش‌های گداخت (همجوشی) هسته‌ای و برای کاربردهای نجومی و نظامی به کار گرفته می‌شوند، به اندازه‌ی یک ساختمان بزرگ هستند. بزرگترین نوع چنین لیزرهایی، می‌توانند تپ‌های کوتاهی از نور لیزر را با توانی حدود 10^{14} W ، در حین تپ، تولید کنند. این، چند صد برابر بزرگتر از کل ظرفیت تولید توان الکتریکی در ایالات متحده است. برای جلوگیری از قطع کوتاه مدت برق سراسری در حین یک تپ، انرژی مورد نیاز برای هر تپ با آهنگ پایایی در حین بازه‌ی نسبتاً طولانی بین تپ‌ها ذخیره می‌شود.

برخی از کاربردهای لیزرها عبارت‌اند از خواندن خطوط رمزین (بارکد) روی کالاها، ساختن و خوانش دیسک‌های فشرده و DVDها، انجام انواع عمل‌های جراحی (هم به عنوان کمکی در عمل‌های جراحی، مانند شکل ۴-۱۷، و هم به عنوان ابزارهایی برای برش و سوزاندن)، نقشه‌برداری، برش پارچه در صنعت پوشاک (چند صد برش در آن واحد)، جوشکاری بدنه‌ی اتومبیل‌ها، و تولید هولوگرام.

لیزرها چگونه کار می‌کنند

چون واژه‌ی "لیزر" سرواژه‌ی [عبارت انگلیسی] "تقویت نور به وسیله‌ی گسیل القایی تابش"^۱ است، پس نباید از این که گسیل القایی کلید کار لیزر است تعجب کنید. اینشتین این مفهوم را در سال ۱۹۱۷ در مقاله‌ای که فرمول پلانک را برای تابشگر جسم سیاه آرمانی (معادله‌ی ۳۸-۱۴) توضیح می‌داد، معرفی کرد. گرچه جهانیان مجبور شدند تا ۱۹۶۰ صبر کنند تا عمل لیزر را مشاهده کنند، با این حال کارهای بنیادی برای توسعه‌ی آن از دهه‌ها قبل شروع شده بود.

اتمی منزوی را در نظر بگیرید که می‌تواند یا در پایین‌ترین حالت انرژی خود (حالت پایه‌اش) که انرژی آن E_0 است، یا در حالتی با انرژی بالاتر (یک حالت برانگیخته)، که انرژی آن E_x است، قرار داشته باشد. در این جا سه فرایندی که با آن‌ها این اتم می‌تواند از یکی از این حالت‌ها به حالتی دیگر گذار کند، معرفی می‌شود:

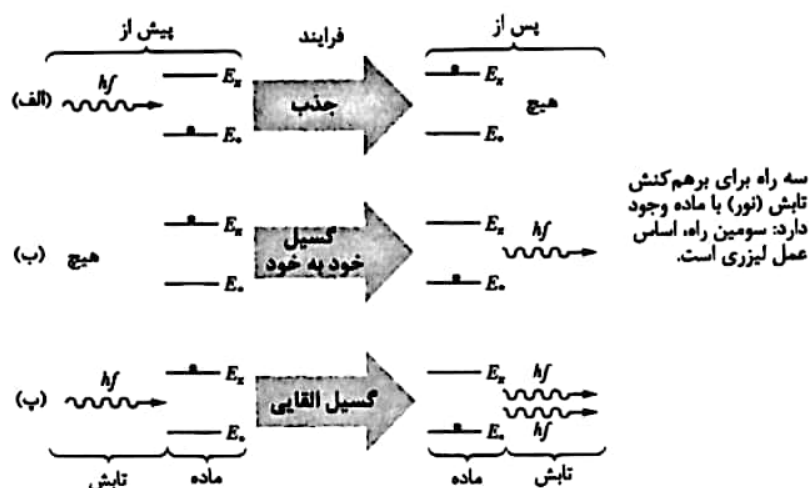
۱. جذب. شکل ۴-۱۸ الف اتمی را نشان می‌دهد که ابتدا در حالت پایه‌ی خود قرار دارد. اگر این اتم در یک میدان الکترومغناطیسی متناوب با بسامد f قرار داده شود، اتم می‌تواند مقدار انرژی hf را از آن میدان جذب کند و به حالتی با انرژی بالاتر منتقل شود. از اصل پایستگی انرژی داریم

$$hf = E_x - E_0 \quad (28-40)$$

این فرایند را جذب می‌نامیم.

۲. گسیل خودبه‌خود. در شکل ۴-۱۸ ب، اتم در حالت برانگیخته‌ی خود قرار دارد و هیچ تابش خارجی‌ای نداریم. پس از مدتی، این اتم با گسیل فوتونی با انرژی hf به حالت پایه‌ی خود بازمی‌گردد. این فرایند گسیل خودبه‌خود نامیده می‌شود. خودبه‌خود از آن‌رو که این گذار به وسیله‌ی هیچ عامل خارجی‌ای به پا نشده است. نور حاصل از رشته‌ی یک لامپ معمولی یا هر چشمه‌ی نور مرسوم دیگری به این طریق تولید می‌شود.

^۱ Light amplification by the stimulated emission of radiation



شکل ۱۸-۴۰ برهم کنش تابش و ماده در فرایندهای (الف) جذب، (ب) گسیل خود به خود و (پ) گسیل القایی. اتم (ماده) به نقطه مشخص شده است؛ اتم یا در حالت کوانتومی پایین تر با انرژی E_0 یا در حالت کوانتومی بالاتر با انرژی E_1 قرار دارد. (الف) اتم، فوتونی با انرژی hf را از موج نوری عبوری جذب می‌کند. در (ب) اتم با گسیل فوتونی با انرژی hf ، یک موج نوری گسیل می‌کند. در (پ) موج نوری عبوری با فوتونی به انرژی hf باعث می‌شود که اتم، فوتونی را با همان انرژی گسیل کند، که این به افزایش انرژی موج نوری می‌انجامد.

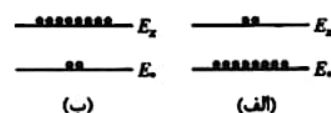
معمولاً، عمر میانگین اتم‌های برانگیخته پیش از آنکه گسیل خودبه‌خود رخ دهد، حدود 10^{-8} s است. ولی برای برخی از حالت‌های برانگیخته، شاید این عمر میانگین 10^5 بار طولانی‌تر باشد. چنین حالت‌های با عمر بلند را حالت‌های شبه پایدار می‌نامند؛ آن‌ها نقش مهمی را در عمل لیزر بازی می‌کنند.

۳. **گسیل القایی.** در شکل ۱۸-۴۰، اتم دوباره در حالت برانگیخته‌اش قرار دارد، ولی این‌بار تابشی که بسامد آن با معادله‌ی ۲۸-۴۰ داده می‌شود نیز حضور دارد. فوتونی با انرژی hf می‌تواند با تحریک اتم، آن را به حالت پایه‌اش منتقل کند؛ فرایندی که اتم در حین آن یک فوتون اضافی، که انرژی آن نیز برابر با hf است، گسیل می‌کند. این فرایند **گسیل القایی** نامیده می‌شود. **گسیل القایی** از آن‌رو که این گذار به وسیله‌ی یک فوتون خارجی به پا شده است. فوتون گسیل‌شده از هر نظر مشابه با فوتون القاکننده است. بنابراین، موج‌های وابسته به این فوتون‌ها، دارای انرژی، فاز، قطبش، و جهت حرکت یکسانی هستند.

شکل ۱۸-۴۰، گسیل القایی را برای یک تک‌اتم نشان می‌دهد. اکنون فرض کنید که نمونه‌ای شامل تعداد زیادی اتم در تعادل گرمایی، در دمای T باشد. پیش از آنکه هر تابشی به نمونه بتابد، تعداد N_0 از این اتم‌ها در حالت پایه‌ی خود با انرژی E_0 ، و تعداد N_x از آن‌ها در حالت با انرژی بالاتر E_x قرار دارند. **لودویگ بولتزمن**^۱ نشان داد که N_x بر حسب N_0 با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

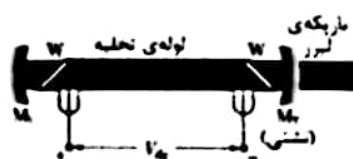
$$N_x = N_0 e^{-(E_x - E_0)/kT} \quad (29-40)$$

که در آن k ثابت بولتزمن است. این معادله معقول به نظر می‌رسد. کمیت kT انرژی جنبشی میانگین یک اتم در دمای T است. با افزایش دما، اتم‌های بیشتری به‌طور متوسط -توسط اغتشاش گرمایی (یعنی، توسط برخوردهای اتم با اتم) به حالت انرژی بالاتر E_x "پمپ" می‌شوند. همچنین، چون $E_x > E_0$ است، معادله‌ی ۲۹-۴۰ ایجاب می‌کند که $N_x < N_0$ باشد؛ یعنی، همواره در حالت برانگیخته، اتم‌های کمتری از حالت پایه وجود خواهند داشت. این آن چیزی است که توقع داریم، در صورتی که جمعیت ترازهای N_0 و N_x فقط توسط عمل اغتشاش گرمایی تعیین شده باشند. شکل ۱۹-۴۰، این وضعیت را نشان می‌دهد. اگر اکنون به اتم‌های شکل ۱۹-۴۰ الف فوتون‌هایی با انرژی $E_x - E_0$ به‌طور فزاینده‌ای بتابند، این فوتون‌ها از طریق جذب به‌وسیله‌ی اتم‌های حالت پایه، ناپدید و فوتون‌های فراوانی



شکل ۱۹-۴۰ (الف) توزیع متوازن اتم‌ها بین حالت پایه‌ی E_0 و حالت برانگیخته‌ی E_x ناشی از اغتشاش گرمایی است. (ب) با روش‌های ویژه‌ای جمعیت وارون می‌شود. چنین وارونی جمعیتی برای عمل لیزر، امری ضروری است.

^۱ Ludwig Boltzmann



شکل ۵-۲۰ برای یک لیزر گازی هلیوم-نون پتانسیل برقرار شده ی V_0 ، الکترون‌ها را به سال یک لوله‌ی لایزری که شامل سطوحی از گازهای هلیوم و نئون است می‌رساند. الکترون‌ها پس از آنکه با اتم‌های هلیوم برخورد کرده با اتم‌های نئون برخورد می‌کند که این به گسیل نور در امتداد طول لوله می‌انجامد. این نور از سال پیرامون شعاع H می‌گذرد و در طول لوله از آینه‌های M_1 و M_2 به چپ و راست بازتابیده می‌شود تا بدین ترتیب به گسیل‌های بیشتر اتم نئون انجامد. حتی از نور برای شکل‌گیری لیزر از آینه M_2 خارج می‌شود.

از طریق گسیل القایی اتم‌های واقع در حالت برانگیخته، تولید می‌شوند. اینست نشان داد احتمال بر اتم این دو فرایند، یکسان است. ساریس، به دلیل آنکه اتم‌های بیشتری در حالت پایه قرار دارند، اثر خالص این دو فرایند، جذب فوتون خواهد بود.

برای تولید لیزر، باید فوتون‌های گسیل‌شده بیشتر از فوتون‌های جذب‌شده باشد. یعنی باید وضعیتی داشته باشیم که در آن گسیل القایی غالب باشد. ساریس، مانند شکل ۱۹-۲۰، لایز را است در حالت برانگیخته، اتم‌های بیشتری است به حالت پایه وجود داشته باشد و لایز چون جیس وارونی جمعیتی با تعادل گرمایی سازگار است. باید روش‌های هوشمندانه‌ای را برای ایجاد و مداوم جیس وضعیتی بدین‌جهت.

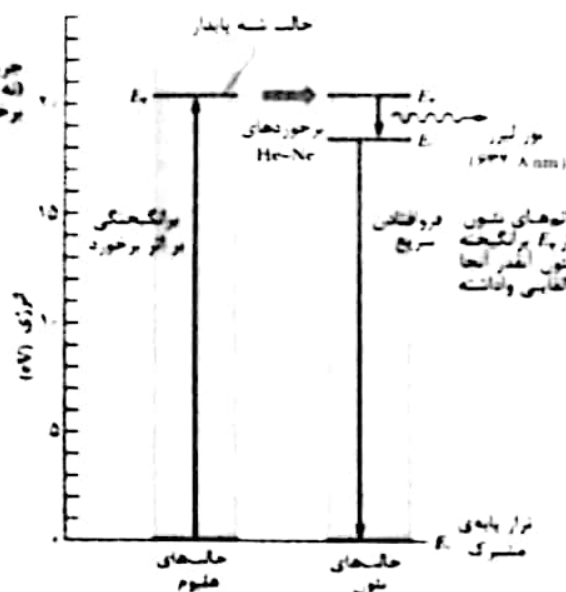
لیزر گازی هلیوم-نون

شکل ۲۰-۲۰ نوعی از لیزر را نشان می‌دهد که علی‌حوان و همکارانش در سال ۱۹۶۱ آن را ساختند. لوله‌ی تخلیه‌شده‌ی شیشه‌ای با مخلوط ۲۰:۸۰ از گازهای هلیوم و نئون پر شده است. و نئون محفظی است که در آن عمل لیزری رخ می‌دهد.

شکل ۲۱-۲۰ نمودارهای تراز-انرژی ساده‌شده‌ای را برای این دو نوع اتم نشان می‌دهد. یک جریان الکتریکی که از میان مخلوط گازی هلیوم-نون می‌گذرد، از طریق برخورد‌های بین اتم‌های هلیوم و الکترون‌های جریان، باعث بالا رفتن بسیاری از اتم‌های هلیوم به حالت E_4 می‌شود، که حالتی شبه‌پایدار با عمر میانگین دست کم $1/10$ است (اتم‌های نئون سار سگس نیز از آن‌اند که بر اثر برخورد با الکترون‌ها (که جرم کمی دارند) برانگیخته شوند).

انرژی حالت E_4 هلیوم (20.61eV) بسیار نزدیک به انرژی حالت E_4 ی نئون (20.66eV) است. بنابراین، وقتی یک اتم هلیوم در حالت شبه‌پایدار (E_4) به یک اتم نئون در حالت پایدار (E_1) برخورد کند، انرژی برانگیختگی اتم هلیوم غالباً به اتم نئون منتقل می‌شود، که در پی آن به حالت E_4 گذار می‌کند. به این ترتیب، تراز E_4 ی نئون آسان‌تر میانگین (17.0ns) دارای جمعیت به مراتب بیشتری است به تراز E_4 می‌شود که با عمر میانگین فقط 1.0ns ، تقریباً خالی است.

این وارونی جمعیت به‌طور نسبتاً ساده‌ای برقرار می‌شود، زیرا (۱) در ابتدا اساساً هیچ اتمی در حالت E_4 وجود ندارد، (۲) عمر میانگین طولانی تراز E_4 ی هلیوم به معنی آن است که



شکل ۵-۲۰ پتانسیل برقرار شده ی V_0 برای اتم‌های هلیوم و نئون در یک لیزر گازی هلیوم-نون. عمل لیزری بین اتم‌های E_4 و E_1 است. هنگامی که اتم‌های واقع در تراز E_4 بیشتر از تراز E_1 جمع می‌شود.

همواره احتمال خوبی وجود دارد که بر اثر برخورد اتم‌های نئون به تراز E_7 ی آن‌ها برانگیخته شود، و (۳) وقتی این اتم‌های نئون دستخوش گسیل القایی شوند و به تراز E_1 بیفتند، آن‌ها تقریباً بی‌درنگ (از طریق ترازهایی که نشان داده نشده است) به حالت پایه‌ی خود فرومی‌افتند و آنگاه آماده‌اند تا بر اثر برخورد، دوباره برانگیخته شوند.

اکنون فرض کنید که در گذار یک اتم نئون از حالت E_7 به حالت E_1 ، یک تک‌فوتون به‌طور خودبه‌خود گسیل شود. چنین فوتونی می‌تواند آغازگر یک گسیل القایی شود، که آن نیز به نوبه‌ی خود به گسیل‌های القایی دیگری می‌انجامد. از طریق چنین واکنش زنجیری‌ای، یک باریکه‌ی همدوس نور لیزر، که موازی با محور لوله حرکت می‌کند، می‌تواند به‌سرعت ایجاد شود. این نور، با طول‌موج 632.8 nm (قرمز)، بر اثر بازتاب‌های پی‌درپی از آینه‌های M_1 و M_2 نشان داده‌شده در شکل ۴۰-۲۰، چندین و چند بار از میان لوله‌ی تخلیه می‌گذرد، و با هر عبور، فوتون‌های گسیل القایی بیشتری انباشته می‌شود. M_1 کاملاً بازتاب‌دهنده است، ولی M_2 کمی "نشتی" دارد، تا بخش کوچکی از نور لیزر برای تشکیل یک باریکه‌ی خارجی قابل استفاده از آن بگریزد.

نکته‌ی واری ۳

طول‌موج نور حاصل از لیزر A (یک لیزر گازی هلیوم-نئون) برابر با 632.8 nm ، طول‌موج نور حاصل از لیزر B (یک لیزر گازی کربن دی‌اکسید) برابر با $10.6 \text{ } \mu\text{m}$ ، و طول‌موج نور حاصل از لیزر C (یک لیزر نیم‌رسانای گالیوم آرسناید) برابر با 840 nm است. این لیزرها را بر حسب بازه‌ی انرژی میان دو حالت کوانتومی که مسئول عمل لیزری است، به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.

$$\begin{aligned} E_x - E_s &= hf = \frac{hc}{\lambda} \\ &= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{(550 \times 10^{-9} \text{ m})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} \\ &= 2.26 \text{ eV} \end{aligned}$$

برای حل معادله‌ی ۴۰-۳۰، همچنین به انرژی میانگین اغتشاش گرمایی kT برای یک اتم در دمای اتاق (که برابر 300 K فرض می‌شود) نیاز داریم، که برابر است با

$$kT = (8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})(300 \text{ K}) = 0.0259 \text{ eV}$$

که در آن k ثابت بولتزمن است.

با قرار دادن دو نتیجه‌ی آخر در معادله‌ی ۴۰-۳۰، نسبت جمعیت در دمای اتاق به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned} N_x / N_s &= e^{-(2.26 \text{ eV}) / (0.0259 \text{ eV})} \\ &\approx 1.3 \times 10^{-38} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

که این، مقدار بینهایت کوچکی است. ولی نامعقول نیست. اتم‌هایی با اغتشاش گرمایی میانگین فقط 0.0259 eV غالباً نمی‌توانند در یک برخورد، انرژی 2.26 eV را به اتم دیگر منتقل کنند.

مسئله‌ی نمونه ۴۰-۴۰. وارونی جمعیت در یک لیزر

در لیزر هلیوم-نئون شکل ۴۰-۲۰، عمل لیزری بین دو حالت برانگیخته‌ی اتم نئون رخ می‌دهد. ولی در بسیاری از لیزرها، عمل لیزری (لیز کردن) بین حالت پایه و یک حالت برانگیخته، آن‌گونه که در شکل ۴۰-۱۹ نشان داده شده است، رخ می‌دهد.

(الف) چنین لیزری را در نظر بگیرید که طول‌موجی برابر $\lambda = 550 \text{ nm}$ گسیل می‌کند. اگر وارونی جمعیت ایجاد نشده باشد، نسبت جمعیت اتم‌ها در حالت E_x به جمعیت در حالت پایه‌ی E_s در دمای اتاق چقدر است؟

ایده‌های کلیدی

(۱) به‌طور طبیعی نسبت جمعیت N_x / N_s در دو حالت ناشی از اغتشاش گرمایی اتم‌های گاز است (معادله‌ی ۴۰-۲۹):

$$N_x / N_s = e^{-(E_x - E_s) / kT} \quad (30-40)$$

برای آنکه نسبت N_x / N_s را با استفاده از معادله‌ی ۴۰-۳۰ به‌دست آوریم، لازم است جدایی انرژی $E_x - E_s$ بین دو حالت را بیابیم. (۲) $E_x - E_s$ را می‌توانیم از طول‌موج داده شده 550 nm برای عمل لیزری بین این دو حالت به‌دست آوریم.

محاسبه: طول‌موج عمل لیزری چنین به‌دست می‌دهد

$$T = \frac{E_x - E_0}{k(\ln 2)} = \frac{2.26 \text{ eV}}{(8.62 \times 10^{-5} \text{ eV})(\ln 2)} = 38000 \text{ K}$$

(پاسخ)

این دما خیلی داغ‌تر از سطح خورشید است. بدیهی است که اگر بخواهیم در این دو تراز، وارونی جمعیت رخ دهد به سازوکار مشخصی برای رسیدن به چنین وضعیتی نیاز داریم - یعنی، باید اتم‌ها را "پمپ" کنیم. هیچ دمایی، هر قدر زیاد، به‌طور طبیعی وارونی جمعیت را بر اثر اغتشاش گرمایی ایجاد نخواهد کرد.

(ب) برای شرایط قسمت (الف)، در چه دمایی نسبت N_x/N_0 برابر $1/2$ می‌شود؟

محاسبه: اکنون دمای T را می‌خواهیم، به‌طوری که اغتشاش گرمایی‌ای که اتم‌های نئون را به حد کافی به حالت انرژی بالاتر پمپ کرده است، نسبت $N_x/N_0 = 1/2$ را به دست دهد. با قرار دادن این نسبت در معادله‌ی ۳۰-۴۰، گرفتن لگاریتم طبیعی از دو طرف، و حل آن برای T خواهیم داشت



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WILEYPLUS



$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = \frac{e\hbar}{2m} = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad (۸-۴۰)$$

تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی و گشتاور دوقطبی مغناطیسی هر الکترون، چه به تله افتاده و چه آزاد باشد، یک تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی ذاتی $\vec{S}$ دارد که بزرگی آن به‌صورت زیر کوانتیده است

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad \text{به‌ازای } s = \frac{1}{2} \quad (۹-۴۰)$$

که در آن s عدد کوانتومی اسپینی است. گفته می‌شود که الکترون ذره‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ است. مؤلفه‌ی S_z بر محور z طبق رابطه‌ی زیر کوانتیده است

$$S_z = m_s \hbar \quad \text{به‌ازای } m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2} \quad (۱۰-۴۰)$$

که m_s عدد کوانتومی مغناطیسی اسپینی است. هر الکترون، چه به تله افتاده و چه آزاد باشد، یک گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی ذاتی $\vec{\mu}_s$ دارد که بزرگی آن به‌صورت زیر کوانتیده است

$$\mu_s = \frac{e}{m} \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad \text{به‌ازای } s = \frac{1}{2} \quad (۱۲-۴۰)$$

مؤلفه‌ی $\mu_{s,z}$ بر محور z نیز طبق رابطه‌ی زیر کوانتیده است

$$\mu_{s,z} = -2m_s \mu_B \quad \text{به‌ازای } m_s = \pm \frac{1}{2} \quad (۱۳-۴۰)$$

آزمایش اشتون - گولاخ آزمایش اشتون - گولاخ که نشان داد گشتاور مغناطیسی اتم‌های نقره کوانتیده است، اثبات تجربی کوانتیده بودن گشتاورهای مغناطیسی در سطح اتمی است. در یک میدان مغناطیسی یکنواخت بر اتمی با گشتاور دوقطبی مغناطیسی، نیرو وارد می‌شود. اگر میدان در طول مسیر z با آهنگ dB/dz تغییر کند، آنگاه نیرو در جهت محور z است و بزرگی آن با مؤلفه‌ی μ_z گشتاور دوقطبی رابطه دارد:

$$F_z = \mu_z \frac{dB}{dz} \quad (۱۷-۴۰)$$

رور و خلاصه‌ی درس

برخی ویژگی‌های اتم‌ها اتم‌ها انرژی کوانتیده دارند و می‌توانند بین آن‌ها جهش کوانتومی انجام دهند. اگر یک جهش بین انرژی بالاتر و انرژی پایین‌تر شامل گیل یا جذب فوتون باشد، بسامد وابسته به نور با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$hf = E_{\text{پایین}} - E_{\text{بالا}} \quad (۱-۴۰)$$

حالت‌های با مقدار عدد کوانتومی n یکسان، یک لایه را تشکیل می‌دهند. حالت‌های با مقدار عددهای کوانتومی n و ℓ یکسان، یک زیرلایه را تشکیل می‌دهند.

تکانه‌ی زاویه‌ای مداری و گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی بزرگی تکانه‌ی زاویه‌ای مداری یک الکترون به تله افتاده در اتم، مقادیر کوانتیده‌ای دارد که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar \quad \text{به‌ازای } \ell = 0, 1, 2, \dots, (n-1) \quad (۲-۴۰)$$

که در آن $\hbar$ برابر $h/2\pi$ ، ℓ عدد کوانتومی مداری، و n عدد کوانتومی اصلی الکترون است. مؤلفه‌ی L_z تکانه‌ی زاویه‌ای مداری بر یک محور z کوانتیده است و با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$L_z = m_\ell \hbar \quad \text{به‌ازای } m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell \quad (۳-۴۰)$$

که در آن m_ℓ عدد کوانتومی مغناطیسی مداری است. بزرگی μ_{orb} گشتاور مغناطیسی مداری الکترون کوانتیده است که مقادیر آن با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\mu_{\text{orb}} = \frac{e}{2m} \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar \quad (۶-۴۰)$$

که در آن m جرم الکترون است. مؤلفه‌ی $\mu_{\text{orb},z}$ بر محور z نیز طبق رابطه‌ی زیر کوانتیده است

$$\mu_{\text{orb},z} = -\frac{e}{2m} m_\ell \hbar = -m_\ell \mu_B \quad (۷-۴۰)$$

که در آن μ_B مگنتون بور است:

ساختارهای بسته‌ای برابر با صفر است.

پرتوهای x و ترتیب عناصرها هرگاه باریکه‌ای پُرانرژی از الکترون‌ها بر یک هدف برخورد کند، الکترون‌ها می‌توانند با پراکنده شدن از اتم‌ها و گسیل یک طیف پیوسته پرتوی x، انرژی خود را از دست بدهند. کوتاه‌ترین طول‌موج در این طیف، طول‌موج قطع $\lambda_{\min}$ است که هنگامی گسیل می‌شود که یک الکترون فرودی کلیه انرژی جنبشی K_e خود را در یک تک‌برخورد از دست بدهد:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K_e}$$

طیف مشخصه پرتوی x هنگامی تولید می‌شود که الکترون‌های فرودی، الکترون‌های واقع در تراز پایین اتم‌های هدف را بیرون بپندازند و الکترون‌های ترازهای بالاتر با جهش به سمت حفره‌های بر جای مانده، نور گسیل کنند. یک نمودار موزلی، ترسیمی از ریشه‌ی مربعی بسامدهای مشخصه گسیلی $\sqrt{f}$ بر حسب عدد اتمی Z اتم‌های هدف است. این نمودار راست‌خط نشان می‌دهد که مکان یک عنصر در جدول تناوبی با Z مشخص می‌شود و نه با جرم اتمی.

لیزرها در گیل القایی، یک اتم در حالت برانگیخته می‌تواند با گسیل یک فوتون به یک حالت انرژی پایین‌تر والنگیخته شود، در صورتی که فوتون یکسانی از اتم عبور کند. نور گسیل‌شده در گیل القایی با نوری که باعث گسیل آن شده است هم‌فاز است و در یک جهت حرکت می‌کند.

یک لیزر می‌تواند نور را از طریق گسیل تابشی گسیل کند، مشروط بر آنکه اتم‌های آن در یک وارونی جمعیتی باشند. یعنی، برای جفت‌تراز دخیل در گیل تابشی، باید اتم‌های بیشتری در تراز انرژی بالاتر نسبت به تراز انرژی پایین‌تر وجود داشته باشد تا گیل القایی بیشتر از جذب گردد.

با $n=4$ وجود دارد. (ت) کوچکترین مقدار n برای یک مقدار معین ℓ برابر با $\ell+1$ است. (ث) تمام حالت‌ها با $\ell=0$ دارای $m_\ell=0$ نیز هستند. (ج) n زیرلایه برای هر مقدار n وجود دارد.

۴ اتم اورانیوم دارای زیرلایه‌های $6p$ و $7s$ بسته است. کدام زیرلایه دارای تعداد بیشتری الکترون است؟

۵ اتم نقره دارای زیرلایه‌های $3d$ و $4d$ بسته است. کدام یک از این زیرلایه‌ها دارای تعداد الکترون بیشتری است، یا تعداد الکترون‌ها برابر است؟

۶ از کدام اتم از هر جفت‌اتم زیر، کنند یک الکترون ساده‌تر است؟

پروتون دارای تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی ذاتی $\vec{S}$ و گشتاور دوقطبی مغناطیسی ذاتی $\vec{\mu}$ است که هر دو در یک جهت‌اند.

تشدید مغناطیسی گشتاور دوقطبی مغناطیسی پروتون در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در راستای محور z دو مؤلفه‌ی کوانتیده بر این محور دارد: اسپین بالا (μ_z در جهت $\vec{B}$ است) و اسپین پایین ($-\mu_z$ در خلاف جهت $\vec{B}$ است). بر خلاف وضعیت مربوط به الکترون، اسپین بالا مستگیری انرژی پایین‌تر است؛ تفاوت بین این دو مستگیری برابر $2\mu_z B$ است. انرژی لازم برای آنکه یک فوتون، اسپین پروتون را بین این دو مستگیری وارونه کند برابر است با

$$hf = 2\mu_z B \quad (۲۲-۴۰)$$

میدان، جمع برداری میدان خارجی ایجادشده توسط ابزار تشدید مغناطیسی و میدان داخلی ایجادشده توسط اتم‌ها و هسته‌های در برگرفته‌ی پروتون است. آشکارسازی وارونگی‌های اسپینی به طیف‌های تشدید مغناطیسی هسته‌ای می‌انجامد که توسط آن‌ها می‌توان مواد ویژه‌ای را شناسایی کرد.

اصل طرد پاولی الکترون‌ها در اتم‌ها و سایر تله‌ها از اصل طرد پاولی پیروی می‌کنند که لازم می‌دارد هیچ دو الکترونی در یک اتم یا هر نوع تله‌ی دیگر نمی‌توانند دارای مجموعه عددهای کوانتومی یکسانی باشند.

بنا کردن جدول تناوبی در جدول تناوبی، عناصرها به ترتیب افزایش عدد اتمی Z مرتب شده‌اند، که Z تعداد پروتون‌ها در هسته است. برای یک اتم خنثی، Z تعداد الکترون‌ها نیز هست. حالت‌های با مقدار یکسان عدد کوانتومی n تشکیل یک لایه می‌دهند. حالت‌های با مقدارهای یکسان عددهای کوانتومی n و ℓ تشکیل یک زیرلایه می‌دهند. یک لایه‌ی بسته و یک زیرلایه‌ی بسته شامل بیشترین تعداد الکترون‌هایی هستند که بر اساس اصل طرد پاولی مجازند. تکانه‌ی زاویه‌ای خالص و گشتاور مغناطیسی خالص چنین



۱ چه تعداد (الف) زیرلایه و (ب) حالت‌های الکترونی در لایه‌ی $n=2$ قرار دارند؟ چه تعداد (ب) زیرلایه و (ت) حالت‌های الکترونی در لایه‌ی $n=5$ قرار دارند؟

۲ الکترونی در اتم طلا در حالتی با $n=4$ قرار دارد. کدام یک از این مقدارهای ℓ برای آن ممکن است: ۳، ۲، ۱، ۰؟

۳ تعیین کنید کدام یک از این عبارت‌ها درست و کدام یک نادرست است: (الف) یکی (و فقط یکی) از این زیرلایه‌ها نمی‌تواند وجود داشته باشد: $1p, 3d, 4f, 2p$. (ب) تعداد مقدارهای m_ℓ که مجازند فقط به ℓ بستگی دارند و به n بستگی ندارند. (پ) چهار زیرلایه

۱۰ عنصرهای کریپتون و روییدیوم را در نظر بگیرید. (الف) کدام یک برای استفاده در آزمایش اشترن-گرلاخ از نوعی که در ارتباط با شکل ۴۰-۸ توضیح داده شد، مناسب‌تر است؟ (ب) کدام یک، یا هر دو، اصلاً کار نخواهد کرد؟

۱۱ انرژی الکترون در (الف) اتم هیدروژن و (ب) اتم وانادیوم، به کدام عددهای کوانتومی بستگی دارد؟

۱۲ کدام یک (در صورت وجود) از این موارد برای آنکه عمل لیزری بین دو تراز انرژی یک اتم رخ دهد ضروری است؟ (الف) در تراز بالاتر، اتم‌های بیشتری نسبت به تراز پایین‌تر وجود داشته باشد. (ب) تراز بالاتر شبه پایدار باشد. (پ) تراز پایین‌تر شبه پایدار باشد. (ت) تراز پایین‌تر، حالت پایه‌ی اتم باشد. (ث) محیط عمل لیزری، یک گاز باشد.

۱۳ شکل ۴۰-۲۱ قسمتی از نمودارهای تراز-انرژی را برای اتم‌های هلیوم و نئون که در عمل لیزر هلیوم-نئون نقش دارند، نشان می‌دهد. گفته شده است که اتم هلیوم در حالت E_3 می‌تواند با اتم نئون در حالت پایه‌اش برخورد کند و اتم نئون را به حالت E_4 بالا ببرد. انرژی حالت E_3 ی هلیوم (20.61eV) نزدیک، ولی نه دقیقاً برابر با، انرژی حالت E_2 ی اتم نئون (20.66eV) است. اگر این دو انرژی دقیقاً برابر هم نیستند، پس چگونه انتقال انرژی می‌تواند صورت پذیرد؟

۱۴ طیف پرتوی x شکل ۴۰-۱۳ ناشی از برخورد الکترون‌های 35meV با یک هدف مولیبدن $(Z=42)$ است. اگر هدف تهره $(Z=47)$ را جایگزین هدف مولیبدن کنیم، آیا (الف) $\lambda_{\min}$ ، (ب) طول موج خط K_α ، و (پ) طول موج خط K_β ، افزایش می‌یابد یا کاهش، و یا بدون تغییر باقی می‌ماند؟

(الف) کریپتون یا بُرم، (ب) روییدیوم یا سزیوم، (پ) هلیوم یا هیدروژن؟

۷ الکترون در اتم جیوه در زیرلایه‌ی $3d$ قرار دارد. کدام یک از این مقدارهای m_l برای آن امکان‌پذیر است: ۳، -۱، -۱.۰، ۲.۱، ۰؟

۸ شکل ۴۰-۲۲ سه نقطه را نشان می‌دهد که در آن یک الکترون اسپین بالا می‌تواند در یک میدان مغناطیسی نایکناخت قرار گیرد (گرادیانی در راستای محور z وجود دارد). این سه نقطه را بنا بر انرژی U گشتاور دوقطبی مغناطیسی ذاتی $\vec{\mu}_s$ الکترون به گونه‌ای مرتب کنید که (الف) مثبت‌ترین آن‌ها در ابتدا باشد. (ب) جهت نیروی وارد بر الکترون ناشی از میدان مغناطیسی چگونه است، در صورتی که الکترون اسپین بالا در نقطه‌ی ۲ باشد؟



شکل ۴۰-۲۲ برش ۸

۹ خط K_α ی پرتوی x برای هر عنصر به دلیل گذار بین لایه‌ی K ($n=1$) و لایه‌ی L ($n=2$) رخ می‌دهد. شکل ۴۰-۱۳، این خط را (برای یک هدف مولیبدن) که در یک تک طول موج رخ داده، نشان می‌دهد. ولی، با یک توان تفکیک بالاتر، این خط به مؤلفه‌های طول موج مختلفی شکافته می‌شود. زیرا لایه‌ی L دارای انرژی واحدی نیست. (الف) خط K_α دارای چند مؤلفه است؟ (ب) به همین ترتیب، خط K_β دارای چند مؤلفه است؟



حل با راهنمایی مرحله به مرحله (بسته به صلاحدید موفرتی) در WileyPLUS و WebAssign موجود است. 

تعداد نقطه‌ها سطح دشواری مسئله را مشخص می‌کند. 

www.flyingcircusofphysics.com حل به روش تاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

بخش ۴۰-۱ ویژگی‌های اتم‌ها

۱۰ الکترونی در اتم هیدروژن در حالتی با $\ell=5$ قرار دارد. کمترین مقدار ممکن زاویه‌ی نیم‌کلاسیکی بین $\vec{L}$ و $\vec{L}$ چقدر است؟

۲۰ چند حالت الکترونی در لایه‌ای وجود دارد که با عدد کوانتومی $n=5$ مشخص شده است؟

۳۰ (الف) بزرگی تکانه‌ی زاویه‌ای مدار در حالتی با $\ell=3$ چقدر است؟ (ب) اندازه‌ی بزرگترین تصویر آن روی محور z چقدر است؟

۴۰ چند حالت کوانتومی در لایه‌های زیر قرار دارند: (الف) $n=4$ ، (ب) $n=1$ ، (پ) $n=3$ ، (ت) $n=2$ ؟

فصل چهل و یکم

رسانش الکتریسته در جامدها

۴۱- ویژگی‌های الکتریکی فلزات

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۴۱-۱ سه ویژگی اصلی جامدهای بلورین را بشناسید و طرحی از یاخته‌های یکه را برای آن‌ها رسم کنید.
- ۴۱-۲ بین عایق‌ها، فلزات و نیم‌رساناها تمیز قائل شوید.
- ۴۱-۳ با رسم طرح‌هایی، گذار از یک نمودار تراز- انرژی برای یک تک اتم به یک نمودار نوار- انرژی برای چندین اتم را توضیح دهید.
- ۴۱-۴ طرحی از یک نمودار نوار- گاف را برای یک عایق رسم کنید، با نشان دادن نوارهای پرشده و تهی و توضیح این‌که چه چیزی الکترون‌ها را از شرکت در یک جریان بازمی‌دارد.
- ۴۱-۵ برای یک فلز نمودار نوار- گاف را رسم کنید، و توضیح دهید در مقایسه با یک عایق، کدام ویژگی به الکترون‌ها امکان می‌دهد که در جریان سهیم باشند.
- ۴۱-۶ تراز فرمی، انرژی فرمی، و تندی فرمی را بشناسید.
- ۴۱-۷ بین اتم‌های تک‌ظرفیتی، دو ظرفیتی، و سه ظرفیتی تمیز قائل شوید.
- ۴۱-۸ برای یک ماده‌ی رسانا، رابطه‌های بین چگالی عددی n الکترون‌های رسانش و چگالی ماده، حجم V ، و جرم مولی M را به کار ببندید.
- ۴۱-۹ تشخیص دهید در نوار پرشده‌ی جزئی یک فلز، اغتشاش گرمایی می‌تواند موجب جهش برخی از الکترون‌های رسانش به ترازهای انرژی بالاتر شود.

- ۴۱-۱۰ برای یک تراز انرژی معین در یک نوار، چگالی حالت‌های $N(E)$ را محاسبه کنید و تشخیص دهید که آن در واقع یک چگالی دوگانه (بر حجم و بر انرژی) است.
- ۴۱-۱۱ تعداد حالت‌ها بر واحد حجم در گستره‌ی ΔE در بلندی E در یک نوار را با انتگرال‌گیری از $N(E)$ در آن گستره، و یا اگر ΔE نسبت به E کوچک باشد، با محاسبه‌ی حاصلضرب $N(E)\Delta E$ ، به دست آورید.
- ۴۱-۱۲ برای یک تراز انرژی معین، احتمال $P(E)$ بی که آن تراز توسط الکترون‌ها اشغال شده باشد را محاسبه کنید.
- ۴۱-۱۳ تشخیص دهید احتمال $P(E)$ در تراز فرمی برابر ۰/۵ است.
- ۴۱-۱۴ در یک تراز انرژی معین، چگالی $N_v(E)$ حالت‌های اشغال‌شده را محاسبه کنید.
- ۴۱-۱۵ برای یک گستره‌ی معین در ترازهای انرژی، تعداد حالت‌ها و تعداد حالت‌های اشغال‌شده را محاسبه کنید.
- ۴۱-۱۶ نمودارهای چگالی حالت‌های $N(E)$ ، احتمال اشغال‌شدن $P(E)$ ، و چگالی حالت‌های اشغال‌شده $N_v(E)$ را، همگی بر حسب بلندی نوار، رسم کنید.
- ۴۱-۱۷ رابطه‌ی بین انرژی فرمی E_F و چگالی عددی الکترون‌های رسانش n را به کار بندید.

تکنه‌های کلیدی

- جامدهای بلورین را می‌توان کلاً به عایق‌ها، فلزها، و نیم‌رساناها تقسیم کرد.
 - ترازهای انرژی کوانتیده برای یک جامد بلورین تشکیل نوارهایی می‌دهند که توسط گاف‌هایی از هم جدا شده‌اند.
 - در یک فلز، بالاترین نواری که شامل الکترون‌هاست فقط به‌طور جزئی پر شده است، و بالاترین تراز پرشده در دمای 0 K تراز فرمی E_F خوانده می‌شود.
 - الکترون‌های واقع در نوار پرشده‌ی جزئی، الکترون‌های رسانش هستند و چگالی عددی (تعداد بر واحد حجم) آن‌ها برابر است با
- $$n = \frac{\text{چگالی ماده}}{M/N_A}$$
- که در آن M جرم مولی ماده و N_A عدد آووگادرو است.
- چگالی عددی حالت‌های با ترازهای انرژی مجاز بر واحد حجم و بر واحد بازه‌ی انرژی عبارت است از

$$N(E) = \frac{\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2}$$

- که در آن m جرم الکترون و E انرژی بر حسب ژول است که در آن $N(E)$ باید محاسبه شود.
- احتمال اشغال‌شدن $P(E)$ احتمالی است که یک حالت موجود معین با یک الکترون اشغال شود:

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

- چگالی حالت‌های اشغال‌شده $N_v(E)$ با حاصلضرب تابع چگالی حالت‌ها و تابع احتمال اشغال‌شدن داده می‌شود:
- $$N_v(E) = N(E)P(E)$$
- انرژی فرمی E_F برای یک فلز را می‌توان با انتگرال‌گیری $N_v(E)$ برای دمای 0 K ($T=0$ صفر مطلق) از $E=0$ تا $E=E_F$ به دست آورد. نتیجه چنین می‌شود

$$E_F = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{1}{2} \frac{h^2}{m} n^{2/3}$$

فیزیک چیست؟

یک پرسش اساسی در فیزیک، که شالوده‌ی ابزارآلات الکترونیکی حالت جامد است، این است: سازوکارهایی که با آن‌ها یک ماده به‌طور الکتریکی رسانش می‌کند یا نمی‌کند، چیست؟ پاسخ این پرسش، پیچیده و هنوز به‌خوبی درک نشده است؛ عمدتاً به این دلیل که پاسخ به آن نیاز به استفاده از فیزیک کوانتومی برای تعداد عظیمی از ذره‌ها و اتم‌هایی دارد که در کنار هم جمع شده‌اند و برهم‌کنش می‌کنند. می‌خواهیم برای شروع، با مشخصه‌های مواد رسانا و نارسانا آغاز کنیم.

ویژگی‌های الکتریکی جامدها

فقط جامدهای بلورین را بررسی خواهیم کرد، یعنی، جامدهایی که در آن‌ها اتم‌ها در یک ساختار سه‌بعدی تکرارشونده به نام شبکه مرتب شده‌اند. جامدهایی از قبیل چوب، پلاستیک، شیشه، و کانوچو را که اتم‌های آن‌ها در چنین نقش‌های تکرارشونده‌ای مرتب نشده‌اند، در نظر نخواهیم گرفت. شکل ۱-۴۱، به ترتیب واحدهای تکرارشونده‌ی پایه (یاخته‌های یکه) مس، نمونه‌ای از یک فلز، و سیلیسیم و الماس (کربن)، نمونه‌هایی از یک نیم‌رسانا و یک عایق، را نشان می‌دهد. جامدها را می‌توان از لحاظ الکتریکی بر مبنای سه خاصیت بنیادین آن‌ها دسته‌بندی کرد:

۱. مقاومت ویژه ρ در دمای اتاق، با یکای $\Omega \cdot m$ اهم-متر؛ مقاومت ویژه در بخش ۲۶-۳ تعریف شده است.

۲. ضریب دمایی مقاومت ویژه α ، که در معادله‌ی ۲۶-۱۷ [جلد دوم] به‌صورت $\alpha = (1/\rho)(d\rho/dT)$ تعریف شده است و دارای یکای SI واریون کلونین (K^{-1}) است. با اندازه‌گیری ρ در گستره‌ای از دماها، می‌توانیم α را برای هر جامدی محاسبه کنیم.

۳. چگالی عددی حامل‌های بار n . این کمیت، یعنی تعداد حامل‌های بار بر واحد حجم، را می‌توان از اندازه‌گیری‌های اثر هال، که در این بخش ۲۸-۲ [جلد دوم] مورد بررسی قرار گرفت، به‌دست آورد. این کمیت دارای یکای SI واریون متر مکعب (m^{-3}) است.

از اندازه‌گیری‌های مقاومت ویژه درمی‌یابیم موادی - به نام عایق - وجود دارند که به هیچ‌وجه رسانای الکتریسته نیستند. این‌ها موادی با مقاومت ویژه‌ی بسیار زیاد هستند. الماس، یک نمونه‌ی برجسته از چنین موادی، دارای مقاومت ویژه‌ای است که با عامل بسیار بزرگی، در حدود 10^{24} بار، از مقاومت ویژه‌ی مس بزرگتر است.

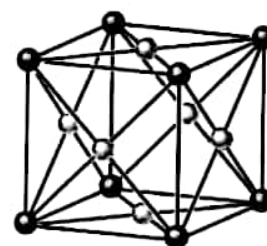
آنگاه، با استفاده از مقدارهای ρ ، α و n می‌توانیم اغلب غیرعایق‌ها را، دست‌کم در دماهای پایین، به دو دسته تقسیم کنیم: فلزها و نیم‌رساناها.

مقاومت ویژه‌ی ρ ی نیم‌رساناها به‌طور قابل ملاحظه‌ای بزرگتر از مقاومت ویژه‌ی فلزهاست. ضریب دمایی مقاومت ویژه‌ی α ی نیم‌رساناها هم بزرگ و هم منفی است. یعنی، در حالی که مقاومت ویژه‌ی فلزها با دما افزایش می‌یابد، مقاومت ویژه‌ی نیم‌رساناها با دما کاهش می‌یابد.

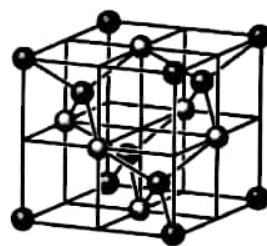
چگالی عددی حامل‌های بار n نیم‌رساناها به‌طور قابل ملاحظه‌ای کوچکتر از فلزهاست.

جدول ۱-۴۱ مقدار این کمیت‌ها را برای مس، نمونه‌ای از یک فلز، و سیلیسیم، نمونه‌ای از یک نیم‌رسانا، نشان می‌دهد.

اکنون می‌خواهیم به پرسش اصلی خود بپردازیم: چه ویژگی‌هایی الماس را عایق، مس را فلز، و سیلیسیم را نیم‌رسانا می‌سازد؟



(الف)



(ب)

شکل ۱-۴۱ (الف) یاخته‌ی یکه‌ی مس، یک مکعب است. در آن یک اتم مس (تیره‌تر) در هر گوشه‌ی مکعب و یک اتم مس (روشن‌تر) در مرکز هر وجه مکعب قرار دارد. این آرایش، مکعبی مرکز رخ‌پُر نامیده می‌شود. (ب) یاخته‌ی یکه‌ی چه برای اتم‌های سیلیسیم و چه اتم‌های کربن در الماس نیز مکعب است؛ اتم‌ها در آرایشی که شبکه‌ی الماس خوانده می‌شود، مرتب شده‌اند. در آن یک اتم (تیره‌ترین) در هر گوشه‌ی مکعب و یک اتم (روشن‌ترین) در مرکز هر وجه مکعب قرار دارد؛ افزون بر این، چهار اتم (با رنگی بین تیره و روشن) در درون مکعب قرار دارند. هر اتم توسط یک پیوند کووالانسی دوالکترونی با نزدیک‌ترین چهار همسایه‌ی خود پیوند دارد (فقط چهار اتم درون مکعب، همه‌ی نزدیک‌ترین چهار همسایه‌ها را نشان می‌دهد).

جدول ۴۱-۱ برخی از ویژگی‌های دو نوع ماده^a

ماده		یکا	ویژگی
سیلیسیم	مس		نوع رسانا
فلز	فلز		مقاومت ویژه، ρ
3×10^{-3}	2×10^{-8}	$\Omega \cdot m$	
-70×10^{-3}	$+4 \times 10^{-3}$	K^{-1}	ضریب دمایی مقاومت، α
1×10^{16}	9×10^{28}	m^{-3}	چگالی عددی حامل‌های بار، n

^a همه‌ی مقادیر برای دمای اتاق هستند.

ترازهای انرژی در جامد بلورین

فاصله‌ی بین اتم‌های مجاور مس در مس جامد 260 pm است. شکل ۴۱-۲ الف، دو اتم مس منزوی را نشان می‌دهد که به فاصله‌ی r که بسیار بزرگتر از این فاصله است، قرار گرفته‌اند. همان‌طور که شکل ۴۱-۲ ب نشان می‌دهد، ۲۹ الکترون هریک از این اتم‌های خنثی منزوی در آرایشی از زیرلایه‌های گسته به‌صورت زیر روی هم قرار دارند:

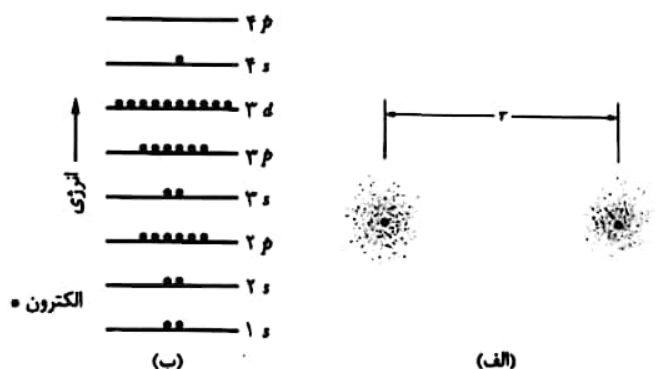
$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$$

در این‌جا از نمادگذاری مختصرنویسی بخش ۴۰-۵ برای مشخص کردن زیرلایه‌ها استفاده کرده‌ایم. مثلاً، به یاد آورید که زیرلایه‌ای با عدد کوانتومی اصلی $n=3$ و عدد کوانتومی مداری $\ell=1$ ، زیرلایه‌ی $3p$ نامیده می‌شود؛ این زیرلایه می‌تواند تا $6 = (2\ell + 1)$ الکترون را در خود جای دهد؛ تعداد الکترون‌هایی که عملاً در هر زیرلایه وجود دارند با شاخص بالا مشخص می‌شوند. از آرایش بالا درمی‌یابیم که شش زیرلایه‌ی نخستین مس پر شده‌اند، ولی (خارجی‌ترین) زیرلایه، $4s$ ، که می‌تواند دو الکترون را در خود جای دهد، فقط یک الکترون دارد.

اگر اتم‌های شکل ۴۱-۲ الف را به یکدیگر نزدیک‌تر کنیم، تابع‌های موج آن‌ها با شروع از الکترون‌های بیرونی، آغاز به همپوشانی می‌کنند. در این صورت ما یک دستگاه دو اتمی منفرد با ۵۸ الکترون، و نه دو اتم مستقل از هم، داریم. اصل طرد پاولی لازم می‌دارد که هریک از این الکترون‌ها، حالت کوانتومی متفاوتی را اشغال کنند. درواقع ۵۸ حالت کوانتومی وجود دارد، زیرا هر تراز انرژی اتم منزوی برای دستگاه دو اتمی به دو تراز شکافته می‌شود.

اگر اتم‌های بیشتری را نزدیک بیاوریم، به تدریج شبکه‌ای از مس جامد حاصل می‌شود. مثلاً اگر شبکه N اتم داشته باشد، آنگاه هر تراز یک اتم مس منزوی باید در جامد به N تراز شکافته شود. بنابراین، ترازهای انرژی مجزای جامد تشکیل نوارهای انرژی را می‌دهند که با یک گاف

شکل ۴۱-۲ (الف) دو اتم مس که به فاصله‌ی زیادی از هم قرار گرفته‌اند؛ توزیع الکترونی آن‌ها با نقش‌های نقطه‌گون نشان داده شده است. (ب) هر اتم مس دارای ۲۹ الکترون است که در زیرلایه‌ها توزیع شده‌اند. در اتم خنثی، در حالت پایه همه‌ی زیرلایه‌ها تا تراز $3d$ پر هستند، زیرلایه‌ی $4s$ یک الکترون دارد (می‌تواند دو الکترون را در خود جای دهد)، و زیرلایه‌های بالاتر خالی‌اند. برای سادگی، زیرلایه‌ها در فاصله‌های انرژی مساوی نشان داده شده‌اند.



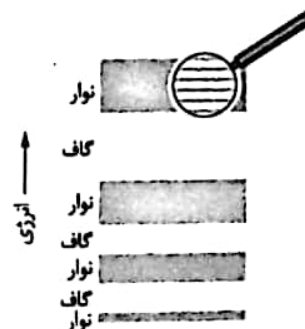
انرژی که نشان‌دهنده گستره‌ای از انرژی‌هاست که نمی‌تواند شامل هیچ الکترونی باشد، از نوارهای مجاور جدا شده‌اند. گستره‌ی یک نوار نوعی فقط چند الکترون-ولت است. چون N ممکن است از مرتبه 10^{24} باشد، از این‌جا درمی‌یابیم که ترازهای مجزا در داخل یک نوار واقعاً بسیار نزدیک به یکدیگرند، و تعداد فوق‌العاده زیادی از این ترازها وجود دارد.

شکل ۴۱-۳، ساختار نوار-گاف ترازهای انرژی را در یک جامد بلورین نوعی نشان می‌دهد. توجه کنید که نوارهای انرژی پایین‌تر نسبت به نوارهای انرژی بالاتر، باریک‌ترند. این بدین دلیل است که الکترونی‌هایی که نوارهای انرژی پایین را اشغال می‌کنند، بیشترین زمان خود را در عمق ابر الکترونی اتم می‌گذارند. تابع‌های موج این الکترون‌های درونی به اندازه‌ی تابع‌های موج الکترون‌های خارجی، همپوشانی نمی‌کنند. بنابراین، شکافتگی ترازهای انرژی پایین‌تر (الکترون‌های درونی) کمتر از شکافتگی ترازهای انرژی بالاتر (الکترون‌های خارجی) است.

عایق‌ها

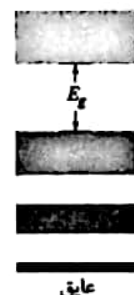
به یک جامد در صورتی عایق الکتریکی گفته می‌شود که وقتی اختلاف پتانسیلی به دو سر آن اعمال کنیم، هیچ جریانی در داخل آن ایجاد نشود. برای آنکه جریان ایجاد شود، انرژی جنبشی متوسط الکترون باید افزایش یابد. به عبارت دیگر، برخی از الکترون‌های جامد باید به یک تراز انرژی بالاتر حرکت کنند. ولی، همان‌طور که شکل ۴۱-۴ نشان می‌دهد، در یک عایق بالاترین نوار، شامل هر تعداد الکترون، به‌طور کامل پر شده است. چون اصل طرد پاولی الکترون‌ها را از حرکت به ترازهای اشغال‌شده بازمی‌دارد، هیچ الکترونی در عایق مجاز به حرکت نیست. بنابراین، الکترون‌ها در نوار پرشده‌ی یک عایق جایی برای رفتن ندارند؛ آن‌ها در بند شده‌اند، مانند بچه‌ای که می‌خواهد از نردبانی بالا رود که بر هر پله‌اش بچه‌ای دیگر ایستاده است.

ترازهای اشغال‌نشده (یا ترازهای تهی) بسیار زیادی در نوار بالای تراز پرشده در شکل ۴۱-۴ وجود دارد. ولی اگر الکترونی بخواهد یکی از این ترازها را اشغال کند، باید انرژی‌ای کافی به دست آورد تا بتواند از گاف انرژی قابل‌ملاحظه‌ی E_g که دو نوار را از هم جدا می‌کند، بگذرد. در الماس، این گاف به قدری پهن است (انرژی موردنیاز برای عبور از آن 5.5eV است که حدود 14° برابر انرژی گرمایی متوسط یک ذره‌ی آزاد در دمای اتاق است) که اساساً هیچ الکترونی نمی‌تواند از آن بگذرد. بنابراین، الماس یک عایق الکتریکی، و البته از نوع بسیار خوب آن است.



شکل ۴۱-۳ نقش نوار-گاف ترازهای انرژی برای یک جامد بلورین آرمانی. همان‌طور که قسمت بزرگ‌شده نشان می‌دهد، هر نوار شامل تعداد بسیار زیادی از ترازهای انرژی است که بسیار نزدیک به هم‌اند. (در بسیاری از جامدها، نوارهای مجاور ممکن است همپوشانی کنند؛ برای وضوح شکل، این وضعیت را نشان نداده‌ایم.)

در عایق، الکترون‌ها به یک انرژی جهش بزرگ نیاز دارند.



شکل ۴۱-۴ نقش نوار-گاف برای یک عایق، ترازهای پرشده به رنگ تیره‌تر، و ترازهای خالی به رنگ روشن‌تر نشان داده شده‌اند.

مسئله‌ی نمونه ۴۱-۱۰. احتمال برانگیختگی الکترون در یک عایق

در این فصل می‌توانیم از معادله‌ی ۴۱-۱ برای محاسبه‌ی تقریبی احتمال P می‌ی که یک الکترون در عایق بتواند از گاف انرژی شکل ۴۱-۴ بگذرد، استفاده کنیم.

محاسبه‌ها: نخست اختلاف انرژی $E_x - E_g$ را برابر E_g قرار می‌دهیم. آنگاه احتمال P ی جهیدن الکترون‌ها تقریباً برابر با نسبت N_x / N_g تعداد الکترون‌های درست بالای گاف انرژی به تعداد الکترون‌های درست پایین این گاف است.

برای الماس، توان بخش نمایی در معادله‌ی ۴۱-۱ برابر است با

$$-\frac{E_g}{kT} = -\frac{5.5\text{eV}}{(8.62 \times 10^{-5} \text{eV/K})(300\text{K})} = -213$$

بنابراین، احتمال موردنیاز چنین می‌شود

تقریباً احتمال آنکه در دمای اتاق (300K)، الکترونی که در سقف بالاترین نوار پرشده در الماس (یک عایق) قرار دارد از گاف انرژی E_g در شکل ۴۱-۴ بگذرد، چقدر است؟ E_g برای الماس برابر با 5.5eV است.

ایده‌ی کلیدی

در فصل ۴۰ برای ربط دادن جمعیت N_x اتم‌ها در تراز انرژی E_x به جمعیت N_g در تراز انرژی E_g از معادله‌ی ۴۰-۲۹ استفاده کردیم

$$\frac{N_x}{N_g} = e^{-(E_x - E_g)/kT} \quad (41-1)$$

که در آن اتم‌ها بخشی از دستگاهی در دمای T (اندازه‌گیری شده بر حسب کلوین) هستند، و k ثابت بولتزمن ($8.62 \times 10^{-5} \text{eV/K}$) است.

می‌توانند از گاف انرژی بگذرند. چون هر سنگ الماس اندکی کمتر از 10^{23} الکترون دارد، درمی‌یابیم که احتمال گذشتن از گاف فوق‌العاده ناچیز است. جای تعجب نیست که چرا الماس چنین عایق خوبی است.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



$$p = \frac{N_x}{N_s} = e^{-(E_g/kT)} = e^{-213} \approx 3 \times 10^{-93} \quad (\text{پاسخ})$$

این نتیجه حاکی از آن است که تقریباً ۳ الکترون از 10^{93} الکترون

فلزها

همان‌طور که شکل ۴۱-۵ نشان می‌دهد، ویژگی معرف یک فلز این است که بالاترین تراز انرژی اشغال‌شده در جایی نزدیک به میانه‌ی یک نوار انرژی قرار دارد. اگر اختلاف پتانسیلی به دو سر یک فلز اعمال کنیم، به دلیل آنکه ترازهای تهی فراوانی در نزدیکی انرژی‌های بالاتر وجود دارند که الکترون‌ها (حامل‌های بار در فلز) می‌توانند به آن‌ها جهش کنند، جریانی به وجود می‌آید. بنابراین، فلز به این دلیل رسانای الکتریسیته است که الکترون‌ها در بالاترین نوار اشغال‌شده‌ی آن می‌توانند به آسانی به ترازهای انرژی بالاتر بروند.

در بخش ۲۶-۴ [جلد دوم]، مدل الکترون آزاد یک فلز را شرح دادیم، که در آن الکترون‌های رسانش آزادند تا در سرتاسر حجم نمونه، همچون مولکول‌های گاز در یک ظرف سر بسته، حرکت کنند. از این مدل برای به دست آوردن عبارتی برای مقاومت ویژه‌ی فلز استفاده کردیم. در این‌جا از همان مدل برای توضیح رفتار الکترون‌های رسانش در نوار پرشده‌ی جزئی شکل ۴۱-۵ استفاده می‌کنیم. ولی اکنون فرض می‌کنیم انرژی این الکترون‌ها کوانتیده است و اصل طرد پاولی باید برقرار باشد.

با فرض این‌که انرژی پتانسیل الکتریکی U یک الکترون رسانش در تمام نقطه‌های شبکه مقدار یکسانی داشته باشد، این مقدار را $U = 0$ اختیار می‌کنیم تا انرژی مکانیکی E الکترون‌های رسانش کاملاً جنبشی باشد. در این صورت، تراز در پایین نوار پرشده‌ی جزئی شکل ۴۱-۵ مربوط به $E = 0$ است. بالاترین تراز اشغال‌شده در این نوار در صفر مطلق $(T = 0\text{K})$ ، تراز فرمی نامیده می‌شود و انرژی وابسته به این تراز را انرژی فرمی E_F می‌نامند؛ برای مس، $E_F = 7.0\text{eV}$ است.

تندی الکترون وابسته به انرژی فرمی، تندی فرمی v_F نامیده می‌شود. برای مس، تندی فرمی برابر با $1.6 \times 10^6\text{ m/s}$ است. بنابراین، همه‌ی حرکت در صفر مطلق متوقف نمی‌شود. در این دما- و صرفاً به دلیل اصل طرد پاولی- الکترون‌های رسانش در نوار پرشده‌ی جزئی شکل ۴۱-۵ با انرژی‌هایی در گستره‌ی از صفر تا انرژی فرمی، انباشته می‌شوند.

چند الکترون رسانش وجود دارد؟

اگر می‌توانستیم تک‌تک اتم‌ها را برای ایجاد یک نمونه‌ی فلزی کنار یکدیگر بیاوریم، آنگاه درمی‌یافتیم که الکترون‌های رسانش در فلز، الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها (الکترون‌هایی در خارجی‌ترین لایه‌های اشغال‌شده‌ی اتم‌ها) هستند. یک اتم تک‌ظرفیتی دارای یکی از چنین الکترون‌هایی است که در رسانش الکترون‌ها در فلز سهم دارد؛ اتم دوظرفیتی، دو تا از چنین الکترون‌هایی دارد. بنابراین، تعداد کل الکترون‌های رسانش برابر است با

$$(2-41) \quad \left(\begin{array}{c} \text{تعداد الکترون‌های} \\ \text{ظرفیت در هر اتم} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{تعداد اتم‌های} \\ \text{نمونه} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{تعداد الکترون‌های} \\ \text{رسانش در نمونه} \end{array} \right)$$

(در این فصل، چند معادله را عمدتاً با کلمات بیان می‌کنیم، زیرا نمادهایی را که پیشتر برای کمیت‌های آن‌ها به کار برده‌ایم، اینک نشان‌دهنده‌ی کمیت‌های دیگری هستند.) چگالی عددی n

در رسانا، الکترون‌ها فقط به یک انرژی جهش کوچک نیاز دارند.



فلز

شکل ۴۱-۵ نقش نوار- گاف برای یک فلز. بالاترین تراز پرشده، موسوم به تراز فرمی، در نزدیکی میانه‌ی یک نوار قرار دارد. چون در داخل این نوار، ترازهای تهی وجود دارند، الکترون‌های این نوار می‌توانند به سادگی ترازها را تغییر دهند، و بدین ترتیب رسانش می‌تواند رخ دهد.

الکترون‌های رسانش در یک نمونه برابر با تعداد الکترون‌های رسانش در واحد حجم است:

$$n = \frac{\text{تعداد الکترون‌های رسانش در نمونه}}{\text{حجم } V \text{ نمونه}} \quad (3-41)$$

تعداد اتم‌ها در نمونه را می‌توانیم به چندین ویژگی دیگر نمونه و به ماده‌ی تشکیل‌دهنده‌ی نمونه، چنین مربوط کنیم

$$\begin{aligned} \left(\frac{\text{تعداد اتم‌ها}}{\text{در نمونه}} \right) &= \frac{M_{\text{sam}} \text{ جرم نمونه}}{\text{جرم اتمی}} = \frac{M_{\text{sam}} \text{ جرم نمونه}}{(M \text{ جرم مولی}) N_A} \\ &= \frac{(\text{حجم نمونه } V) (\text{چگالی ماده})}{(M \text{ جرم مولی}) / N_A} \end{aligned} \quad (4-41)$$

که در آن جرم اتمی M ، جرم یک مول از ماده در نمونه و N_A عدد آووگادرو ($6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$) است.



مسئله‌ی نمونه ۴۱-۵۲. تعداد الکترون‌های رسانش در فلز

چند الکترون رسانش در مکعبی از منیزیم به حجم $2.0 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ ببینید. صورت کسر چنین به‌دست می‌دهد وجود دارد؟ اتم‌های منیزیم، دوظرفیتی‌اند.

$$(1.738 \times 10^3 \text{ g/cm}^3) (2.0 \times 10^{-6} \text{ m}^3)$$

$$\times (6.02 \times 10^{23} \text{ atoms/mol}) = 2.0926 \times 10^{21} \text{ kg/mol}$$

بنابراین، داریم

$$\begin{aligned} \left(\frac{\text{تعداد اتم‌ها}}{\text{در نمونه}} \right) &= \frac{2.0926 \times 10^{21} \text{ kg/mol}}{24.312 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}} \\ &= 8.61 \times 10^{22} \end{aligned}$$

با استفاده از این نتیجه و این واقعیت که اتم‌های منیزیم دوظرفیتی‌اند، معادله‌ی ۴۱-۲ چنین به‌دست می‌دهد

$$\begin{aligned} \left(\frac{\text{تعداد الکترون‌های}}{\text{رسانش در نمونه}} \right) &= \\ &= (8.61 \times 10^{22} \text{ atoms}) \left(2 \frac{\text{electrons}}{\text{atom}} \right) \\ &= 1.72 \times 10^{23} \text{ electrons} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

ایده‌های کلیدی

۱. چون اتم‌های منیزیم دوظرفیتی‌اند، در هر اتم منیزیم دو الکترون رسانش وجود دارد.

۲. تعداد الکترون‌های رسانش مکعب با معادله‌ی ۴۱-۲ به تعداد اتم‌های منیزیم مربوط‌اند.

۳. تعداد اتم‌ها را می‌توانیم با استفاده از معادله‌ی ۴۱-۴ و داده‌های معلوم درباره‌ی حجم مکعب و ویژگی‌های منیزیم به‌دست آوریم.

محاسبه‌ها: معادله‌ی ۴۱-۴ را می‌توانیم چنین بنویسیم

$$\left(\frac{\text{تعداد اتم‌ها}}{\text{در نمونه}} \right) = \frac{N_A (\text{حجم نمونه } V) (\text{چگالی ماده})}{M \text{ جرم مولی}}$$

چگالی منیزیم $(1.738 \text{ g/cm}^3) (= 1.738 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)$ و جرم مولی آن $(24.312 \text{ g/mol}) (= 24.312 \times 10^{-3} \text{ kg/mol})$ است (پوست ج را



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WILEY PLUS



رسانایی در بالای صفر مطلق

آنچه در عمل مورد توجه است رسانش الکتریسته در فلزها، در دمای بالای صفر مطلق است. توزیع الکترونی شکل ۴۱-۵ در چنین دماهای بالاتری چگونه تغییر می‌کند؟ همان‌طور که خواهیم دید، این تغییر به طرز غافلگیرکننده‌ای ناچیز است. از الکترون‌های واقع در نوار پرشده‌ی جزئی شکل ۴۱-۵ فقط آن‌هایی که [انرژی آن‌ها] نزدیک به انرژی فرمی‌اند ترازهای اشغال‌نشده‌ی بالای خود را می‌یابند، و فقط این الکترون‌ها می‌توانند بر اثر اغتشاش گرمایی به این ترازهای بالاتر بروند. حتی در $T = 1000 \text{ K}$ (دمایی که در آن مس در یک اتاق تاریک به‌طور تابناکی می‌درخشد) توزیع الکترون‌ها در ترازهای موجود تفاوت چندانی با توزیع الکترون‌ها در دمای $T = 0 \text{ K}$ ندارد.

حال ببینیم چرا این گونه است. کمیت kT ، که در آن k ثابت بولتزمن است، معیاری مناسب برای انرژی ای است که می تواند توسط حرکت های گرمایی کاتوره ای شبکه به یک الکترون رسانش داده شود. در $T = 1000\text{K}$ داریم $kT = 0.086\text{eV}$. هیچ الکترونی نمی تواند فقط با اغتشاش گرمایی چند برابر این مقدار نسبتاً کوچک، تغییر انرژی پیدا کند؛ بنابراین، در بهترین حالت، فقط آن چند الکترون رسانش محدودی که انرژی آن ها به انرژی فرمی نزدیک است احتمال دارد بر اثر اغتشاش گرمایی به ترازهای انرژی بالاتر بروند. به بیانی شاعرانه، اغتشاش گرمایی معمولاً فقط موجب موج شدن دریای فرمی الکترون ها می شود ولی اعماق گسترده ای این دریا دستخوش هیچ تلاطمی نمی گردد.

چند حالت کوانتومی وجود دارد؟

توانایی یک فلز برای رسانش الکترونیسته به تعداد حالت های کوانتومی موجود برای الکترون های آن و این که آن حالت ها چه انرژی هایی دارند، بستگی دارد. بنابراین، پرسشی پیش می آید: انرژی حالت های مجزا در نوار پر شده ی جزئی شکل ۴۱-۵ چقدر است؟ پاسخ به این پرسش بسیار دشوار است، زیرا نمی توانیم انرژی این تعداد زیاد حالت های مجزا را برشماریم. به جای آن می توانیم پرسیم: چند حالت در واحد حجم یک نمونه دارای انرژی های در گستره ی انرژی E تا $E + dE$ هستند؟ این تعداد را به صورت $N(E)dE$ می نویسیم، که در آن $N(E)$ چگالی حالت ها در انرژی E نامیده می شود. یکای قراردادی $N(E)dE$ ، عبارت است از حالت ها بر مترمکعب (m^3 / حالت ها، یا به سادگی m^{-3}) و یکای قراردادی برای $N(E)$ ، عبارت است از حالت ها بر مترمکعب بر الکترون- ولت ($\text{m}^{-3}\text{eV}^{-1}$).

با شمارش تعداد موج های ماده ای ایستاده ی الکترون که می توانند در جعبه ای به اندازه ی نمونه ی فلزی مورد بررسی ما وجود داشته باشند، می توانیم عبارتی برای چگالی حالت ها بیابیم. این مشابه شمارش تعداد موج های صوتی ایستاده است که می توانند در یک لوله ی صوتی بسته وجود داشته باشند. تفاوت در این است که در این جا مسئله سه بعدی (و نه یک- بعدی) است و موج ها، موج های ماده (و نه موج های صوتی) هستند. نتیجه چنین شمارشی را می توان به صورت زیر نشان داد

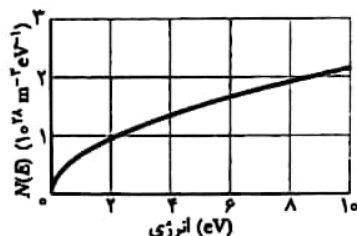
$$N(E) = \frac{\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2} \quad (\text{چگالی حالت ها، } \text{m}^{-3}\text{J}^{-1}) \quad (41-5)$$

که در آن $m (= 9.109 \times 10^{-31}\text{kg})$ جرم الکترون، $h (= 6.626 \times 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s})$ ثابت پلانک، E انرژی بر حسب ژول که در آن $N(E)$ باید محاسبه شود، و $N(E)$ بر حسب حالت ها بر مترمکعب بر ژول ($\text{m}^{-3}\text{J}^{-1}$) است. برای اصلاح این معادله به گونه ای که مقدار E بر حسب الکترون- ولت و مقدار $N(E)$ بر حسب حالت ها بر مترمکعب بر الکترون- ولت ($\text{m}^{-3}\text{eV}^{-1}$) باشد، طرف راست این معادله را در $e^{3/2}$ ضرب می کنیم، که e بار بنیادی برابر با $1.602 \times 10^{-19}\text{C}$ است. شکل ۴۱-۶ نموداری از چنین نوع اصلاح شده ای از معادله ی ۴۱-۵ است. توجه کنید که در شکل ۴۱-۶ یا معادله ی ۴۱-۵، شکل، دما، یا جنس ماده هیچ نقشی ندارند.

نکته ی واری ۱

آیا فاصله ی بین ترازهای انرژی مجاور مس در $E = 4\text{eV}$ ، از فاصله ی آن ها در $E = 6\text{eV}$ ، بزرگتر است یا کوچکتر، و یا برابر آن است؟

چگالی ترازهای انرژی در یک نوار، رو به بالا افزایش می یابد.



شکل ۴۱-۶ چگالی حالت ها $N(E)$ - یعنی، تعداد ترازهای انرژی الکترون بر واحد بازه ی انرژی بر واحد حجم که بر حسب تابعی از انرژی الکترون رسم شده است. چگالی تابع حالت ها، صرفاً تعداد حالت های موجود را می شمارد؛ دریاره ی این که آیا این حالت ها با الکترون ها اشغال شده اند یا نه چیزی نمی گوید.



مسئله‌ی نمونه ۴۱-۰۳. تعداد حالت‌ها بر الکترون ولت در فلز

(ب) سپس، تعداد حالت‌های N نمونه داخل گستره‌ی کوچک انرژی $\Delta E = 0.003 \text{ eV}$ به مرکز 7 eV را تعیین کنید. (این گستره نسبت به تراز انرژی در نوار کوچک است).

حلی: از معادله‌ی ۴۱-۵ و شکل ۴۱-۶ می‌دانیم که چگالی حالت‌ها تابعی از انرژی E است. ولی، برای گستره‌ی انرژی ΔE که نسبت به E کوچک است، چگالی حالت‌ها (و بنابراین، تعداد حالت‌ها بر الکترون-ولت) را می‌توانیم تقریباً ثابت اختیار کنیم. از این‌رو، در انرژی 7 eV ، تعداد حالت‌های N در گستره‌ی انرژی $\Delta E = 0.003 \text{ eV}$ را چنین به‌دست می‌آوریم

$$\left(\begin{array}{c} \text{تعداد حالت‌های } N \\ \text{گستره‌ی } \Delta E \text{ در } 7 \text{ eV} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{تعداد حالت‌ها} \\ \text{بر } 1 \text{ eV در } 7 \text{ eV} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{گستره‌ی } \Delta E \\ \text{انرژی } 7 \text{ eV} \end{array} \right)$$

$$N = (3.6 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1}) (0.003 \text{ eV}) \\ = 1.1 \times 10^{17} \quad (\text{پاسخ})$$

(هرگاه از شما درباره‌ی تعداد حالت‌ها در یک گستره‌ی انرژی معین سؤال شود، نخست ببینید آیا آن گستره آنقدر کوچک هست که مجاز باشید این نوع تقریب را به‌کار ببرید.)

(الف) با استفاده از داده‌های شکل ۴۱-۶، تعداد حالت‌ها بر الکترون-ولت در انرژی 7 eV را در نمونه‌ای از یک فلز به حجم $V = 2 \times 10^{-9} \text{ m}^3$ تعیین کنید.

ایده‌ی کلیدی

می‌توانیم تعداد حالت‌ها بر الکترون-ولت را در یک انرژی معین با استفاده از چگالی حالت‌های $N(E)$ در آن انرژی و حجم V نمونه، به‌دست می‌آوریم.

محاسبه‌ها: در انرژی 7 eV ، چنین می‌نویسیم

$$\left(\begin{array}{c} \text{حجم } V \\ \text{نمونه} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{چگالی حالت‌های } N(E) \\ \text{در } 7 \text{ eV} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{تعداد حالت‌ها} \\ \text{بر } 1 \text{ eV در } 7 \text{ eV} \end{array} \right)$$

از شکل ۴۱-۶ درمی‌یابیم که در انرژی $E = 7 \text{ eV}$ ، چگالی حالت‌ها تقریباً برابر $1.8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ است. بنابراین، داریم

$$\left(\begin{array}{c} \text{تعداد حالت‌ها} \\ \text{بر } 1 \text{ eV در } 7 \text{ eV} \end{array} \right) = (1.8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}) (2 \times 10^{-9} \text{ m}^3) \\ = 3.6 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1} \\ \approx 4 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1} \quad (\text{پاسخ})$$



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS

احتمال اشغال‌شدن $P(E)$

اگر یک تراز انرژی در انرژی E موجود باشد، احتمال $P(E)$ که آن تراز واقعاً توسط یک الکترون اشغال شود، چقدر است؟ در $T = 0 \text{ K}$ ، می‌دانیم همه‌ی ترازهای با انرژی زیر انرژی فرمی قطعاً اشغال می‌شوند ($P(E) = 1$) و همه‌ی ترازهایی که انرژی آن‌ها بالای انرژی فرمی است، قطعاً اشغال نمی‌شوند ($P(E) = 0$). شکل ۴۱-۷، این وضعیت را نشان می‌دهد. برای یافتن $P(E)$ در دماهای بالاتر از صفر مطلق، باید از مجموعه قواعد شمارش کوانتومی‌ای موسوم به آمار فرمی-دیراک استفاده کنیم، که این نام‌گذاری به افتخار دو فیزیکدانی است که این آمار را معرفی کردند. با استفاده از این قاعده‌ها، می‌توان نشان داد که احتمال اشغال‌شدن $P(E)$ عبارت است از

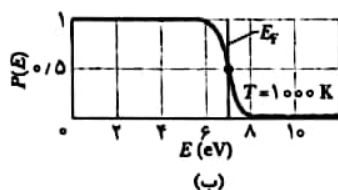
$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (\text{احتمال اشغال‌شدن}) \quad (41-6)$$

که در آن E_F ، انرژی فرمی است. توجه کنید $P(E)$ نه به انرژی E ی تراز، بلکه فقط به اختلاف انرژی $E - E_F$ ، که می‌تواند مثبت یا منفی باشد، بستگی دارد.

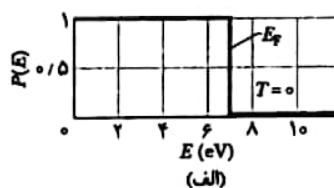
برای این‌که دریابیم آیا معادله‌ی ۴۱-۶، شکل ۴۱-۷ الف را توصیف می‌کند، $T = 0 \text{ K}$ را در آن قرار می‌دهیم. در این صورت،

برای $E < E_F$ ، جمله‌ی نمایی در معادله‌ی ۴۱-۶ برابر $e^{-\infty}$ ، یا صفر است؛ بنابراین، $P(E) = 1$ است که این با شکل ۴۱-۷ الف سازگار است.

شکل ۴۱-۷ احتمال اشغال شدن $P(E)$ احتمالی است که یک تراز انرژی توسط یک الکترون اشغال شود. (الف) در $T = 0\text{K}$ ، برای ترازهایی با انرژی E و E_F برابر با یک، و برای ترازهایی با انرژی‌های بالاتر، برابر با صفر است. (ب) در $T = 1000\text{K}$ ، تعداد کمی الکترون که انرژی آنها اندکی کمتر از انرژی فرمی در $T = 0\text{K}$ است، به حالت‌هایی که انرژی آنها اندکی بیشتر از انرژی فرمی هستند، بالا می‌روند. نقطه‌ی روی منحنی نشان می‌دهد که به‌ازای $P(E) = 0.5$ ، $E = E_F$ است.



احتمال اشغال شدن در زیر تراز فرمی، زیاد است.



برای $E > E_F$ ، جمله‌ی نمایی برابر $e^{+\infty}$ ، یا صفر است؛ بنابراین، $P(E) = 0$ است که این دوباره با شکل ۴۱-۷ الف سازگار است.

شکل ۴۱-۷ ب نمودار $P(E)$ به‌ازای $T = 1000\text{K}$ است. این نمودار، همان‌طور که در بالا بیان شد، نشان می‌دهد که تغییرات در توزیع الکترون‌ها میان حالت‌های موجود فقط شامل حالت‌هایی می‌شود که انرژی‌های آنها نزدیک به انرژی فرمی E_F است. توجه کنید که اگر $E = E_F$ باشد (بی‌توجه به دمای T)، جمله‌ی نمایی در معادله‌ی ۴۱-۶ برابر $e^0 = 1$ و $P(E) \approx 0.5$ می‌شود. این نتیجه به تعریف سودمندی از انرژی فرمی می‌انجامد:

انرژی فرمی یک ماده‌ی معین، انرژی یک حالت کوانتومی است که احتمال اشغال شدن آن توسط الکترون 0.5 است.

شکل‌های ۴۱-۷ الف و ب برای مس، که دارای انرژی فرمی 7eV است، رسم شده‌اند. بنابراین، برای مس هم در $T = 0\text{K}$ و هم در $T = 1000\text{K}$ ، حالت انرژی $E = 7\text{eV}$ با احتمال 0.5 اشغال شده است.

مسئله‌ی نمونه ۴۱-۴۰. احتمال اشغال شدن یک حالت انرژی در فلز

(ب) احتمال اشغال شدن حالتی که انرژی آن 0.1eV زیر انرژی فرمی است، چقدر است؟

(الف) احتمال اشغال شدن حالتی کوانتومی که انرژی آن 0.1eV بالای انرژی فرمی است، چقدر است؟ فرض کنید دمای نمونه 800K است.

محاسبه: ایده‌ی کلیدی بخش (الف) در این‌جا نیز به‌کار می‌آید، با این تفاوت که اکنون انرژی حالت زیر انرژی فرمی است. در نتیجه، نمای بخش نمایی معادله‌ی ۴۱-۶ دارای همان مقدار به‌دست آمده در قسمت (الف)، ولی با علامت منفی است؛ بنابراین، معادله‌ی ۴۱-۶ اکنون چنین به‌دست می‌دهد

$$P(E) = \frac{1}{e^{-1/45} + 1} = 0.81 \text{ یا } 81\% \quad (\text{پاسخ})$$

برای حالت‌های زیر انرژی فرمی، غالباً به آن احتمالی بیشتر علاقه‌مندیم که حالت اشغال نشده باشد. این احتمال دقیقاً برابر با $1 - P(E)$ یا 19% است. توجه کنید که این همان احتمال اشغال شدن در قسمت (الف) است.

ایده‌ی کلیدی
احتمال اشغال شدن هر حالت در فلز را می‌توان طبق معادله‌ی ۴۱-۶ از آمار فرمی-دیراک به‌دست آورد.

محاسبه‌ها: نخست با محاسبه‌ی نما در جمله‌ی نمایی معادله‌ی ۴۱-۶ شروع می‌کنیم:

$$\frac{E - E_F}{kT} = \frac{0.1\text{eV}}{(8.62 \times 10^{-5}\text{eV/K})(800\text{K})} = -1/45$$

با قرار دادن نما در معادله‌ی ۴۱-۶، خواهیم داشت

$$P(E) = \frac{1}{e^{1/45} + 1} = 0.19 \text{ یا } 19\% \quad (\text{پاسخ})$$

چند حالت اشغال شده وجود دارد؟

معادله‌ی ۴۱-۵ و شکل ۴۱-۶ حاکی از آن هستند که چگونه حالت‌های موجود بر حسب انرژی توزیع شده‌اند. احتمال اشغال شدن معادله‌ی ۴۱-۶، احتمالی را به‌دست می‌دهد که هر حالت معین واقعاً توسط یک الکترون اشغال شود. برای یافتن $N_e(E)$ ، چگالی حالت‌های



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS

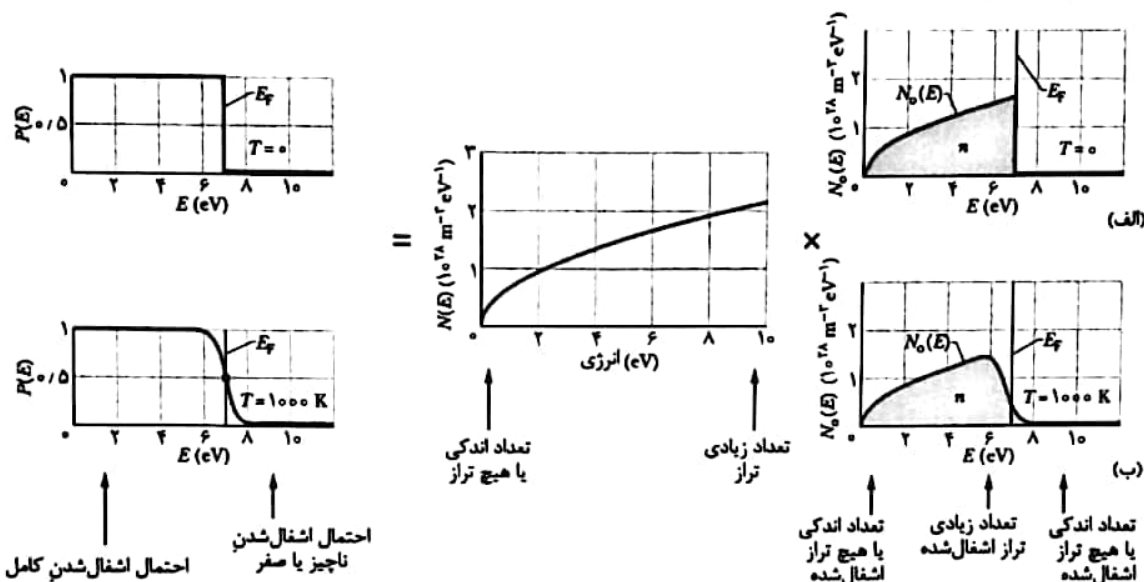




چگالی حالت‌های اشغال شده
برابر با حاصلضرب ...

... چگالی ترازهای انرژی و ...

... احتمال اشغال شدن است.



شکل ۸-۴۱ (الف) چگالی حالت‌های اشغال شده $N_0(E)$ برای مس در صفر مطلق. مساحت زیر منحنی، چگالی عددی n الکترون‌هاست. توجه کنید که همه‌ی حالت‌ها با انرژی‌هایی تا انرژی فرمی $E_F = 7 \text{ eV}$ اشغال شده‌اند و تمام حالت‌های با انرژی‌های بالای انرژی فرمی تهی هستند. (ب) همان منحنی برای مس در $T = 1000 \text{ K}$. توجه کنید فقط الکترون‌هایی با انرژی‌های نزدیک به انرژی فرمی تأثیر پذیرفته و دوباره توزیع شده‌اند.

اشغال شده، باید هر حالت موجود را با مقدار احتمال اشغال شدن مربوط به آن، ضرب کنیم؛ یعنی

$$\left(\begin{array}{c} \text{احتمال اشغال شدن} \\ \text{در انرژی } E \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{چگالی حالت‌های} \\ \text{در انرژی } E \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{چگالی حالت‌های اشغال شده} \\ \text{در انرژی } E \end{array} \right)$$

یا

$$N_0(E) = N(E)P(E) \quad (\text{چگالی حالت‌های اشغال شده}) \quad (7-41)$$

معادله‌ی ۷-۴۱ برای مس در دمای $T = 0 \text{ K}$ بیان می‌دارد که در هر انرژی، مقدار چگالی تابع حالت‌ها (معادله‌ی ۶-۴۱) را باید در مقدار احتمال اشغال شدن در صفر مطلق (شکل ۷-۴۱ الف) ضرب کرد. نتیجه، ۸-۴۱ الف است. شکل ۸-۴۱ چگالی حالت‌های اشغال شده در دمای $T = 1000 \text{ K}$ را نشان می‌دهد.

مسئله‌ی نمونه ۴۱-۵۵. تعداد حالت‌های اشغال شده در یک گستره‌ی انرژی در فلز

فرمی مس (به دست آوریم، احتمال اشغال شدن $P(E)$ برابر 0.50 است. محاسبه‌ها: از شکل ۶-۴۱ درمی‌یابیم که چگالی حالت‌ها در 7 eV تقریباً برابر با $1.8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ است. بنابراین، معادله‌ی ۷-۴۱ حاکی از آن است که چگالی حالت‌های اشغال شده برابر است با

$$N_0(E) = N(E)P(E) = (1.8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1})(0.50) = 0.9 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$$

سپس، چنین می‌نویسیم

قطعه‌ای مس (با انرژی فرمی 7 eV) حجمی برابر با $2 \times 10^{-9} \text{ m}^3$ دارد. تعداد حالت‌های اشغال شده بر 7 eV در گستره‌ی باریکی از انرژی، حول 7 eV چقدر است؟

ایده‌های کلیدی

(۱) نخست چگالی حالت‌های اشغال شده $N_0(E)$ را به‌صورتی می‌خواهیم که با معادله‌ی ۷-۴۱ داده می‌شود $(N_0(E) = N(E)P(E))$. (۲) چون می‌خواهیم کمیت‌ها را برای گستره‌ی انرژی باریکی حول 7 eV (انرژی

$$\left(\begin{array}{l} \text{تعداد حالت‌های} \\ \text{اشغال‌شده بر} \\ \text{eV در} \\ \text{V در} \end{array} \right) = (0.9 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}) (2 \times 10^{-9} \text{ m}^3) = 1.8 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1} \approx 2 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1} \quad (\text{پاسخ})$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{چگالی حالت‌های اشغال‌شده} \\ \text{N}_s(E) \text{ در} \\ \text{eV در} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{تعداد حالت‌های اشغال‌شده} \\ \text{بر} \\ \text{eV در} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{l} \text{حجم} \\ \text{نمونه} \end{array} \right)$$



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS

 آنگاه، با قرار دادن به جای $N_s(E)$ و V خواهیم داشت

محاسبه انرژی فرمی

فرض کنید (از طریق انتگرال‌گیری) تعداد حالت‌های اشغال‌شده بر واحد حجم در شکل ۸-۴۱ الف را (به ازای $T = 0 \text{ K}$) برای همه انرژی‌های بین $E = 0$ و $E = E_F$ جمع کنیم. نتیجه‌ی کار باید برابر با n ، تعداد الکترون‌های رسانش بر واحد حجم فلز باشد، زیرا در این دما هیچ حالت انرژی‌ای بالای تراز فرمی اشغال نشده است. به شکل معادله، داریم

$$n = \int_0^{E_F} N_s(E) dE \quad (۸-۴۱)$$

(از لحاظ نموداری، انتگرال در این جا مساحت زیر منحنی توزیع شکل ۸-۴۱ الف را نشان می‌دهد.) چون در $T = 0 \text{ K}$ برای همه انرژی‌های زیر انرژی فرمی، $P(E) = 1$ است، معادله‌ی ۷-۴۱ بیان می‌دارد که می‌توانیم $N_s(E)$ را در معادله‌ی ۸-۴۱ با $N(E)$ جایگزین کنیم و آنگاه با استفاده از معادله‌ی ۸-۴۱ انرژی فرمی E_F را بیابیم. اگر معادله‌ی ۵-۴۱ را در معادله‌ی ۸-۴۱ جای‌گذاری کنیم، خواهیم داشت

$$n = \frac{\sqrt{2} \pi m^{3/2}}{h^3} \int_0^{E_F} E^{1/2} dE = \frac{\sqrt{2} \pi m^{3/2}}{h^3} \frac{2 E_F^{3/2}}{3}$$

که در آن m جرم الکترون است. اکنون حل آن برای E_F چنین به دست می‌دهد

$$E_F = \left(\frac{3}{16 \sqrt{2} \pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0.121 h^2}{m} n^{2/3} \quad (۹-۴۱)$$

بنابراین، وقتی n ، تعداد الکترون‌های رسانش بر واحد حجم یک فلز، معین باشد، می‌توانیم انرژی فرمی را برای آن فلز به دست آوریم.

۴۱-۲ نیم‌رساناها و آلایش

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۴۱-۱۸ طرحی از یک نمودار نوار-گاف را برای یک نیم‌رسانا رسم کنید. با نشان دادن نوارهای رسانش و ظرفیت، الکترون‌های رسانش، حفره‌ها، و گاف انرژی.
- ۴۱-۱۹ گاف انرژی یک نیم‌رسانا را با گاف انرژی یک عایق مقایسه کنید.
- ۴۱-۲۰ رابطه‌ی بین یک گاف انرژی نیم‌رسانا و طول‌موج نور وابسته به یک گذار در امتداد گاف را به کار بندید.
- ۴۱-۲۱ طرحی از ساختار شبکه‌ای برای سیلیسیوم خالص و سیلیسیوم آلاییده رسم کنید.
- ۴۱-۲۲ حفره‌ها، اینکه آن‌ها چگونه ایجاد می‌شوند، و اینکه آن‌ها چگونه در یک میدان الکتریکی خارجی حرکت می‌کنند را بشناسید.
- ۴۱-۲۳ برای فلزها و نیم‌رساناها، مقاومت ویژه‌ی ρ و ضریب دمایی
- مقاومت ویژه‌ی α را مقایسه کنید و توضیح دهید مقاومت ویژه چگونه با دما تغییر می‌کند.
- ۴۱-۲۴ روش تولید نیم‌رساناهای نوع n و نیم‌رساناهای نوع p را توضیح دهید.
- ۴۱-۲۵ رابطه‌ی بین تعداد الکترون‌های رسانش در یک ماده‌ی خالص و ماده‌ی آلاییده را به کار بندید.
- ۴۱-۲۶ بخشنده‌ها و پذیرنده‌ها را بشناسید و نشان دهید ترازهای انرژی آن‌ها در کجای یک نمودار تراز-انرژی قرار دارد.
- ۴۱-۲۷ حامل‌های اکثریت و حامل‌های اقلیت را بشناسید.
- ۴۱-۲۸ مزیت آلاییدن یک نیم‌رسانا را توضیح دهید.

- ۴۱-۱۸ طرحی از یک نمودار نوار-گاف را برای یک نیم‌رسانا رسم کنید. با نشان دادن نوارهای رسانش و ظرفیت، الکترون‌های رسانش، حفره‌ها، و گاف انرژی.
- ۴۱-۱۹ گاف انرژی یک نیم‌رسانا را با گاف انرژی یک عایق مقایسه کنید.
- ۴۱-۲۰ رابطه‌ی بین یک گاف انرژی نیم‌رسانا و طول‌موج نور وابسته به یک گذار در امتداد گاف را به کار بندید.
- ۴۱-۲۱ طرحی از ساختار شبکه‌ای برای سیلیسیوم خالص و سیلیسیوم آلاییده رسم کنید.
- ۴۱-۲۲ حفره‌ها، اینکه آن‌ها چگونه ایجاد می‌شوند، و اینکه آن‌ها چگونه در یک میدان الکتریکی خارجی حرکت می‌کنند را بشناسید.
- ۴۱-۲۳ برای فلزها و نیم‌رساناها، مقاومت ویژه‌ی ρ و ضریب دمایی

نتیجه‌های کلیدی

- ساختار نواری یک نیم‌رسانا مانند ساختار نواری یک عایق است، با این تفاوت که به‌نای گاف E_g در نیم‌رسانا بسیار کوچکتر است، که این موجب می‌شود تعدادی از الکترون‌ها بتوانند بر اثر برانگیزش گرمایی به بالا جهش کنند.
- برای سیلیسیم در دمای اتاق، اغتشاش گرمایی موجب می‌شود تعداد کمی الکترون با بر جای گذاشتن تعداد یکسانی حفره در نوار ظرفیت، به نوار رسانش بالا روند. هرگاه سیلیسیم تحت اختلاف پتانسیلی قرار گیرد، الکترون‌ها و حفره‌ها هر دو، به عنوان حامل‌های بار عمل می‌کنند.
- تعداد الکترون‌ها در نوار رسانش سیلیسیم را می‌توان توسط آرایش با مقدار کمی فسفر، به میزان زیادی افزایش داد و بدین ترتیب ماده‌ی نوع n را ساخت. به اتم‌های فسفر، اتم‌های بخشنده گفته می‌شود.
- تعداد حفره‌ها در نوار ظرفیت سیلیسیم را می‌توان توسط آرایش با مقدار کمی آلومینیوم افزایش داد و بدین ترتیب ماده‌ی نوع p را ساخت. به اتم‌های آلومینیوم، اتم‌های پذیرنده گفته می‌شود.

نیم‌رساناها

اگر شکل ۴۱-۹ را با شکل ۴۱-۴ مقایسه کنیم، درمی‌یابیم که ساختار نواری یک نیم‌رسانا مشابه یک عایق است. اختلاف اساسی این است که نیم‌رسانا دارای گاف انرژی بسیار کوچکتری بین سقف بالاترین نوار پرشده (موسوم به نوار ظرفیت) و کف نوار تهی درست بالای آن (موسوم به نوار رسانش) است. بنابراین، بدون شک سیلیسیم ($E_g = 1.1\text{eV}$) یک نیم‌رسانا و الماس ($E_g = 5.5\text{eV}$) یک عایق است. در سیلیسیم - ولی نه در الماس - احتمالی واقعی وجود دارد که اغتشاش گرمایی در دمای اتاق باعث می‌شود که الکترون‌ها از گاف بین نوار ظرفیت و نوار رسانش بگذرند.

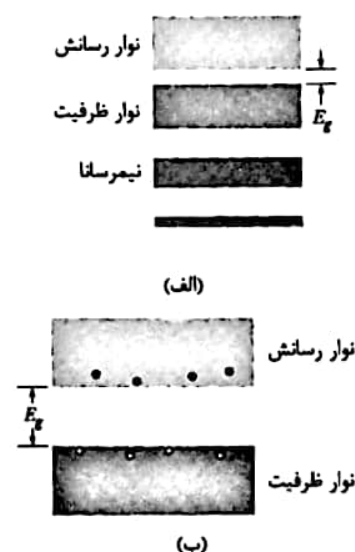
در جدول ۴۱-۱، سه ویژگی اصلی مس، نمونه‌ی شاخص رساناهای فلزی و سیلیسیم، نمونه‌ی شاخص نیم‌رساناها، را مقایسه کرده‌ایم. بار دیگر به آن جدول، ردیف به ردیف، نگاهی بیندازید تا دریابید چگونه نیم‌رسانا متفاوت از فلز است.

چگالی عددی حامل‌های بار n

ردیف پایین جدول ۴۱-۱ نشان می‌دهد که مس در مقایسه با سیلیسیم دارای حامل‌های بار بر واحد حجم بسیار بیشتری، با عاملی در حدود 10^{13} بار، است. برای مس، در هر اتم یک الکترون، فقط الکترون ظرفیت، در فرایند رسانش سهم دارد. حامل‌های بار در سیلیسیم تنها به این علت پدید می‌آیند که در تعادل گرمایی، اغتشاش گرمایی باعث می‌شود که تعداد (بسیار کوچک) معینی از الکترون‌های نوار ظرفیت با بر جای نهادن تعداد یکسانی از حالت‌های انرژی اشغال‌نشده، موسوم به حفره‌ها، در نوار ظرفیت، از گاف انرژی به نوار رسانش جهش کنند. شکل ۴۱-۹ ب این وضعیت را نشان می‌دهد.

هم الکترون‌های واقع در نوار رسانش و هم حفره‌های واقع در نوار ظرفیت به‌صورت حامل‌های بار عمل می‌کنند. حفره‌ها این وظیفه را با دادن آزادی عمل معینی به الکترون‌های واقع در نوار ظرفیت، یعنی الکترون‌هایی که در نبود حفره‌ها در بند می‌بودند، انجام می‌دهند. اگر میدان الکتریکی $\vec{E}$ در یک نیم‌رسانا برقرار شود، الکترون‌های واقع در نوار ظرفیت، که دارای بار منفی‌اند، می‌کوشند در خلاف جهت $\vec{E}$ سوق پیدا کنند. این باعث می‌شود که مکان حفره‌ها در جهت $\vec{E}$ سوق داده شوند. در واقع، حفره‌ها مانند ذره‌های در حال حرکتی با بار $+e$ رفتار می‌کنند.

ممکن است تصور ردیفی از اتومبیل‌هایی که سبز به سبز پارک کرده‌اند و اتومبیل جلویی به اندازه‌ی طول یک اتومبیل از مانعی فاصله دارد، به‌طوری که یک فضای خالی به طول یک اتومبیل برای فضای پارک در دسترس باشد، ما را در درک این مفهوم کمک کند. اگر اتومبیل جلویی به سمت مانع حرکت کند، فضایی برای پارک در پشت آن باز می‌شود. آنگاه اتومبیل دوم می‌تواند این فضا را پر کند و بدین ترتیب اتومبیل سوم مجاز به حرکت می‌شود و الی



شکل ۴۱-۹ (الف) نقش نوار-گاف برای یک نیم‌رسانا. این نقش، مشابه نقش یک عایق است. (شکل ۴۱-۴ را ببینید) با این تفاوت که در این‌جا، گاف انرژی E_g بسیار کوچکتر است؛ بنابراین، الکترون‌ها، به دلیل اغتشاش گرمایی، احتمال معقولی دارند که بتوانند از این گاف بگذرند. (ب) اغتشاش گرمایی باعث شده است که چند الکترون محدود از گاف بین نوار ظرفیت و نوار رسانش بگذرند و بدین ترتیب تعداد یکسانی حفره در نوار ظرفیت بر جای گذارند.

آخر. حرکت چندین اتومبیل به سمت مانع با توجه به سوق یافتن یک "حفره" (فضای پارک) از مانع به عقب، به ساده‌ترین وجهی قابل تحلیل است.

در نیم‌رساناها، رسانش توسط حفره‌ها درست به همان اندازه‌ی رسانش توسط الکترون‌ها اهمیت دارد. در مورد رسانش حفره، می‌توانیم فرض کنیم که همه‌ی حالت‌های اشغال‌نشده در نوار ظرفیت توسط ذره‌هایی با بار $+e$ اشغال شده‌اند و تمام الکترون‌ها در نوار ظرفیت برداشته شده‌اند، تا این حامل‌های بار مثبت بتوانند در سرتاسر نوار آزادانه حرکت کنند.

مقاومت ویژه ρ

از فصل ۲۶ [جلد دوم] به یاد آورید که مقاومت ویژه ρ ی یک ماده برابر $m/e^2 n \tau$ است، که در آن m جرم الکترون، e بار بنیادی، n تعداد حامل‌های بار بر واحد حجم، و τ زمان میانگین بین برخوردهای حامل‌های بار است. جدول ۴۱-۱ نشان می‌دهد که، در دمای اتاق، مقاومت ویژه‌ی سیلیسیوم با عاملی حدود 10^{11} بار، بزرگتر از مقاومت ویژه‌ی مس است. دلیل این اختلاف چشمگیر را می‌توان با اختلاف چشمگیر مقدارهای n توضیح داد. عامل‌های دیگری نیز دخالت دارند، ولی اثر آن‌ها بر مقاومت ویژه به دلیل این اختلاف چشمگیر n ، نادیده انگاشته می‌شود.

ضریب دمایی مقاومت ویژه α

به یاد آورید که α (معادله‌ی ۲۶-۱۷ [جلد دوم] را ببینید) کسر تغییر مقاومت ویژه بر تغییر دمای واحد است

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} \quad (41-10)$$

مقاومت ویژه‌ی مس با دما افزایش می‌یابد. (یعنی، $d\rho/dT > 0$)، زیرا برخوردهای حامل‌های بار مس در دماهای بالاتر به تعداد بیشتری رخ می‌دهد. بنابراین، α برای مس، مثبت است. برای سیلیسیوم نیز تعداد برخوردها با دما افزایش می‌یابد. ولی در عمل، مقاومت ویژه‌ی سیلیسیوم با دما کاهش می‌یابد. ($d\rho/dT < 0$)، زیرا تعداد حامل‌های بار n (الکترون‌ها در نوار رسانش و حفره‌ها در نوار ظرفیت) با افزایش دما به‌طور بسیار سریعی افزایش می‌یابند. (الکترون‌های بیشتری از گاف بین نوار ظرفیت و نوار رسانش می‌گذرند.) بنابراین، کسر تغییر α برای سیلیسیوم منفی است.

نیم‌رساناهای آلاییده

بهره‌وری نیم‌رساناها در فناوری را می‌توان در فرایندی موسوم به آلاییدن، با وارد کردن تعداد کمی از اتم‌های جایگزین مناسب (موسوم به ناخالصی) در شبکه‌ی نیم‌رسانا، به‌میزان زیادی بهبود بخشید. عموماً فقط حدود ۱ اتم سیلیسیوم در 10^7 ، توسط یک اتم آلاینده در نیم‌رسانای آلاییده جایگزین می‌شود. اساساً همه‌ی ابزارهای نیم‌رسانای مبتنی بر مواد آلاییده است. چنین موادی بر دو نوع موسوم به نوع n و نوع p هستند؛ این دو نوع ماده را به‌نوبت بررسی می‌کنیم.

نیم‌رسانای نوع n

الکترون‌ها در یک اتم سیلیسیوم منزوی طبق آرایش زیر در زیرلایه‌ها مرتب شده‌اند

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$$

که در آن، طبق معمول، شاخص‌های بالا (که مجموع آن‌ها ۱۴، یعنی عدد اتمی سیلیسیوم است) تعداد الکترون‌ها در زیرلایه‌های معین را نمایش می‌دهند.

شکل ۴۱-۱۰ الف، نمایش مسطحی از بخشی از شبکه‌ی سیلیسیم خالص است که آن بخش را روی یک صفحه تصویر کرده است. این شکل را با شکل ۴۱-۱ ب، که یاخته‌ی یک‌ای از شبکه‌ی سه‌بعدی را نشان می‌دهد، مقایسه کنید. هر اتم سیلیسیم، جفت‌الکترون ۳s و جفت‌الکترون ۳p خود را برای تشکیل یک پیوند کووالانس دوالکترونی محکم با هر یک از چهار همسایه‌ی نزدیک خود به اشتراک می‌گذارد. (پیوند کووالانسی، اتصال بین دو اتم است که در آن، اتم‌ها یک جفت‌الکترون را به اشتراک می‌گذارند.) چهار اتمی که داخل یاخته‌ی یک‌ای شکل ۴۱-۱ ب قرار دارند، این چهار پیوند را نشان می‌دهند.

الکترونی‌هایی که پیوندهای سیلیسیم-سیلیسیم را تشکیل می‌دهند، نوار ظرفیت نمونه‌ی سیلیسیم را می‌سازند. اگر الکترونی از یکی از این پیوندها گسته شود، تا بتوانند آزادانه در سرتاسر شبکه حرکت کنند، می‌گوییم آن الکترون از نوار ظرفیت به نوار رسانش بالا رفته است. کمینه‌ی انرژی مورد نیاز برای انجام این عمل، برابر با گاف انرژی E_g است.

چون چهار الکترون سیلیسیم در پیوندها مشارکت دارند، هر "اتم" سیلیسیم در واقع یونی است که شامل یک ابر الکترونی نئون-گونه‌ی بی‌اثر (حاوی ۱۰ الکترون) است که هسته‌ای با بار $+14e$ را در بر گرفته است، که در آن ۱۴ عدد اتمی سیلیسیم است. بنابراین، بار خالص هر یک از یون‌ها $+4e$ است، و گفته می‌شود که این یون‌ها دارای عدد ظرفیت ۴ هستند.

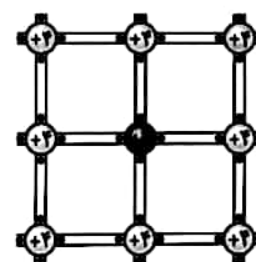
در شکل ۴۱-۱۰ ب، یون سیلیسیم مرکزی با یک اتم فسفر (۵ = ظرفیت) جایگزین شده است. چهار الکترون ظرفیت فسفر با چهار یون سیلیسیم احاطه کننده‌ی آن، پیوندهایی را تشکیل می‌دهند. پنجمین الکترون (الکترون "اضافی") فقط به‌طور سستی به مغز یونی فسفر مقید شده است. روی نمودار نوار - انرژی، معمولاً می‌گوییم چنین الکترونی حالت انرژی جای‌گرفته‌ای را اشغال می‌کند که داخل گاف انرژی، در یک بازه‌ی انرژی متوسط E_d زیر کف نوار رسانش قرار دارد؛ این، در شکل ۴۱-۱۱ الف نشان داده شده است. چون $E_d \ll E_g$ است، انرژی لازم برای برانگیختن الکترون‌ها از این ترازها به نوار رسانش بسیار کمتر از انرژی لازم برای برانگیختن الکترون‌های ظرفیت سیلیسیم به نوار رسانش است.

اتم فسفر، اتم پخشنده نامیده می‌شود، زیرا به‌سادگی یک الکترون خود را به نوار رسانش هدایت می‌کند. در واقع، در دمای اتاق، عملاً همه‌ی الکترون‌هایی که توسط اتم‌های پخشنده به مشارکت گذاشته می‌شوند، در نوار رسانش قرار دارند. با اضافه کردن اتم‌های پخشنده، می‌توان تعداد الکترون‌های نوار رسانش را به‌میزان زیادی افزایش داد، با ضریبی بسیار بزرگتر از آنچه که شکل ۴۱-۱۱ الف نشان می‌دهد.

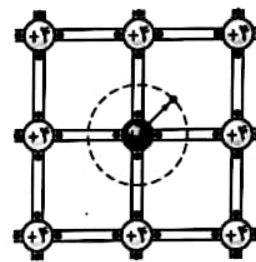
نیم‌رساناهایی که با اتم‌های پخشنده آلایده می‌شوند، نیم‌رساناهای نوع n نام دارند؛ n سرواژه‌ی عبارت انگلیسی negative به معنی منفی است که نشان‌دهنده‌ی آن است که تعداد حامل‌های بار منفی وارد شده به نوار رسانش بسیار بیشتر از تعداد حامل‌های بار مثبت است، که همان حفره‌های نوار ظرفیت‌اند. در نیم‌رسانای نوع n، الکترون‌ها حامل‌های اکثریت و حفره‌ها، حامل‌های اقلیت نامیده می‌شوند.

نیم‌رسانای نوع p

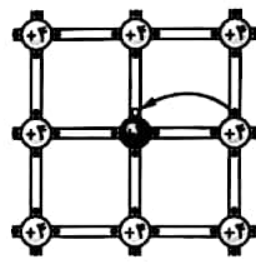
اکنون شکل ۴۱-۱۰ پ را در نظر بگیرید که در آن یکی از اتم‌های سیلیسیم (۴ = ظرفیت) با یک اتم آلومینیوم (۳ = ظرفیت) جایگزین شده است. اتم آلومینیوم می‌تواند فقط با سه اتم سیلیسیم پیوند کووالانسی تشکیل دهد، و بنابراین، اکنون یک الکترون "گم‌شده" (یک حفره) در پیوند آلومینیوم-سیلیسیم وجود دارد. با کمی صرف انرژی، یک الکترون می‌تواند برای پر کردن این حفره از پیوند سیلیسیم-سیلیسیم مجاور گسته شود و در نتیجه یک حفره در آن پیوند ایجاد کند. به همین ترتیب، یک الکترون از پیوندی دیگر می‌تواند برای پر کردن حفره‌ای که به‌تازگی ایجاد شده است حرکت کند. به این ترتیب، حفره می‌تواند در سرتاسر شبکه به حرکت درآید.



(الف)

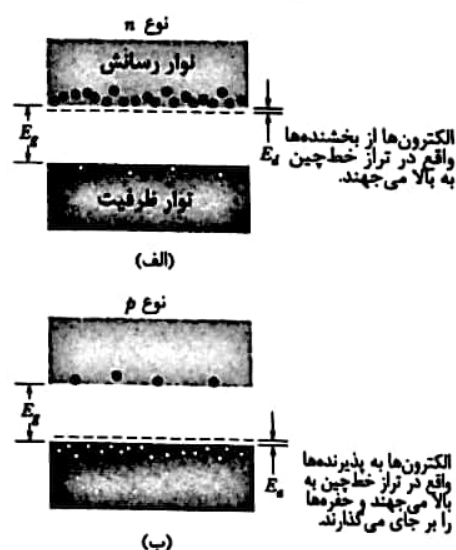


(ب)



(پ)

شکل ۴۱-۱۰ الف) نمایشی مسطح از ساختار شبکه‌ی سیلیسیم خالص. هر یون سیلیسیم توسط یک پیوند کووالانس دوالکترونی به نزدیک‌ترین چهار همسایه‌ی خود جفت شده است (که با یک جفت نقطه بین دو خط تیره‌ی موازی نشان داده شده است). الکترون‌ها به پیوند - و نه به اتم‌های مجزا - تعلق دارند و تشکیل پیوند ظرفیتی نمونه را می‌دهند. (ب) یک اتم سیلیسیم با یک اتم فسفر (۵ = ظرفیت) جایگزین شده است. الکترون "اضافی" فقط به‌طور سستی به مغز یونی خود مقید است و می‌تواند به‌سادگی به نوار رسانش بالا برود، جایی که در آن می‌تواند آزادانه در سرتاسر حجم شبکه پرمه بزند. (پ) یک اتم سیلیسیم با یک اتم آلومینیوم (۳ = ظرفیت) جایگزین شده است. اکنون حفره‌ای در یکی از پیوندهای کووالانسی و بنابراین، در نوار ظرفیت نمونه وجود دارد. این حفره می‌تواند هنگامی که الکترون‌های پیوندهای مجاور برای پر کردن آن حرکت می‌کنند، به‌سادگی در سرتاسر شبکه حرکت کند. در این جا، حفره به سمت راست حرکت می‌کند.



شکل ۴۱-۱۱ (الف) در یک نیم‌رسانای آلاییده نوع n ، ترازهای انرژی الکترونهای بخشنده در بازه‌ی کوچک E_d زیر کف نوار رسانش قرار دارند. چون الکترونهای بخشنده می‌توانند به آسانی به نوار رسانش برانگیخته شوند، اکنون تعداد بسیار زیادی الکترون در این نوار وجود دارند. نوار ظرفیت شامل همان تعداد کم حفره‌ها به اندازه‌ی پیش از اضافه کردن آلاینده است. (ب) در یک نیم‌رسانای آلاییده نوع p ، ترازهای پذیرنده در بازه‌ی انرژی کوچک E_d بالای نوار ظرفیت قرار دارند. اکنون تعداد بسیار بیشتری حفره در نوار ظرفیت وجود دارد. نوار رسانش شامل همان تعداد کم الکترون‌ها به اندازه‌ی پیش از اضافه کردن آلاینده است. نسبت حامل‌های اکثریت به حامل‌های اقلیت هم در (الف) و هم در (ب) بسیار بیشتر از مقداری است که این نمودارها نشان می‌دهند.

اتم آلومینیوم، پذیرنده نامیده می‌شود، زیرا به آسانی یک الکترون را از پیوند مجاور - یعنی، از نوار ظرفیت سیلیسیم - دریافت می‌کند. همان‌طور که شکل ۴۱-۱۱ ب نشان می‌دهد، این الکترون یک حالت انرژی جای‌گزیده را اشغال می‌کند که داخل گاف انرژی، در بازه‌ی انرژی متوسط E_d بالای نوار ظرفیت قرار دارد. چون این بازه‌ی انرژی E_d کوچک است، الکترون‌های ظرفیت با بر جای گذاشتن حفره‌ها در نوار ظرفیت، به آسانی به تراز پذیرنده بالا می‌روند. بنابراین، با افزودن اتم‌های پذیرنده، می‌توان تعداد حفره‌ها در نوار ظرفیت را به میزان زیادی افزایش داد، با ضریبی بسیار بزرگتر از آنچه که شکل ۴۱-۱۱ ب نشان می‌دهد. در سیلیسیم، در دمای اتاق، تقریباً همه‌ی ترازهای پذیرنده توسط الکترون‌ها اشغال می‌شوند.

نیم‌رساناهایی که با اتم‌های پذیرنده آلاییده می‌شوند، نیم‌رساناهای نوع p نام دارند؛ p سرواژه‌ی عبارت انگلیسی *positive* به معنی مثبت است که نشان‌دهنده‌ی آن است که تعداد حفره‌های وارد شده به نوار ظرفیت، که مشابه حامل‌های بار مثبت رفتار می‌کنند، بسیار بیشتر از الکترون‌های نوار رسانش هستند. در نیم‌رساناهای نوع p ، حفره‌ها حامل‌های اکثریت و الکترون‌ها حامل‌های اقلیت هستند.

در جدول ۴۱-۲ ویژگی‌های نیم‌رساناهای نوع n و نوع p خلاصه شده است. به‌خصوص، توجه کنید که مغزهای یونی بخشنده و پذیرنده، اگرچه دارای بار هستند، ولی حامل بار نیستند، زیرا در مکان خود ثابت باقی می‌مانند.

جدول ۴۱-۲ ویژگی‌های دو نیم‌رسانای آلاییده

نوع نیم‌رسانا		ویژگی
p	n	
سیلیسیم	سیلیسیم	ماده‌ی پیکره
$+14e$	$+14e$	بار هسته‌ای پیکره
$1/2eV$	$1/2eV$	گاف انرژی پیکره
آلومینیوم	فسفر	آلاینده
پذیرنده	بخشنده	نوع آلایش
حفره‌ها	الکترون‌ها	حامل‌های اکثریت
الکترون‌ها	حفره‌ها	حامل‌های اقلیت
$E_d = 0.067eV$	$E_d = 0.045eV$	گاف انرژی آلاینده
۳	۵	ظرفیت آلاینده
$+13e$	$+15e$	بار هسته‌ای آلاینده
$-e$	$+e$	بار یونی خالص آلاینده



مسئله نمونه ۴۱-۵۶. سیلیسیوم آلیایده با فسفر

چگالی عددی n_e الکترون‌های رسانش در سیلیسیوم خالص، در دمای اتاق، حدوداً 10^{16} m^{-3} است. فرض کنید، با آلیاژ شدن سیلیسیوم با فسفر، این تعداد را تا ضریب یک میلیون (10^6) افزایش دهیم. چه کسری از اتم‌های سیلیسیوم را باید با اتم‌های فسفر جایگزین کنیم؟ (به یاد آورید که در دمای اتاق، اغتشاش گرمایی چنان مؤثر است، که اساساً هر اتم فسفر، الکترون "اضافی" خود را به نوار رسانش می‌دهد.)

تعداد اتم‌های فسفر: چون هر اتم فسفر در یک الکترون رسانش سهیم است و چون می‌خواهیم چگالی عددی کل الکترون‌های رسانش برابر n_e باشد، چگالی عددی اتم‌های فسفر n_p باید با رابطه‌ی زیر داده شود

$$10^{22} n_e = n_e + n_p$$

و از آنجا

$$\begin{aligned} n_p &= 10^{22} n_e - n_e \approx 10^{22} n_e \\ &= (10^6)(10^{16} \text{ m}^{-3}) = 10^{22} \text{ m}^{-3} \end{aligned}$$

این حاکی از آن است که باید 10^{22} اتم فسفر را به هر متر مکعب سیلیسیوم اضافه کنیم.

کسری از اتم‌های سیلیسیوم: چگالی عددی n_{Si} اتم‌های سیلیسیوم در سیلیسیوم خالص را می‌توانیم از معادله‌ی ۴۱-۴ به دست آوریم، که می‌توان آن را چنین نوشت

$$\left(\frac{\text{حجم نمونه } V}{\text{جرم مولی سیلیسیوم } M_{Si}} \right) (N_A) = \left(\frac{\text{تعداد اتم‌های نمونه}}{M_{Si}} \right)$$

از تقسیم دو طرف این معادله بر حجم V ی نمونه، چگالی عددی اتم‌های سیلیسیوم n_{Si} در طرف چپ به دست می‌آید؛ از آنجا داریم

$$n_{Si} = \frac{(N_A) (\text{چگالی سیلیسیوم})}{M_{Si}}$$

پیوست ج، چگالی سیلیسیوم را $(2330 \text{ kg/m}^3) (= 2.33 \text{ g/cm}^3)$ و جرم مولی آن را $(28.1 \text{ kg/mol}) (= 28.1 \text{ g/mol})$ به دست می‌دهد. بنابراین، داریم

$$\begin{aligned} n_{Si} &= \frac{(2330 \text{ kg/m}^3)(6.02 \times 10^{23} \text{ atoms/mol})}{28.1 \text{ kg/mol}} \\ &= 5 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3 = 5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \end{aligned}$$

کسری که در پی آن هستیم، تقریباً برابر است با

$$\frac{n_p}{n_{Si}} = \frac{10^{22} \text{ m}^{-3}}{5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}} = \frac{1}{5 \times 10^6} \quad (\text{پاسخ})$$

اگر فقط یک اتم سیلیسیوم در پنج میلیون را با یک اتم فسفر جایگزین کنیم، تعداد الکترون‌های واقع در نوار رسانش با ضریب یک میلیون افزایش خواهد یافت.

چگونه چنین آمیختگی کوچکی از فسفر می‌تواند به چنین اثری که به ظاهر بزرگ به نظر می‌رسد، بیانجامد؟ پاسخ این است که گرچه این اثر بسیار مهم است، ولی "بزرگ" نیست. چگالی عددی الکترون‌های رسانش پیش از آلیاژ برابر 10^{16} m^{-3} بوده و پس از آلیاژ برابر 10^{22} m^{-3} است. ولی، برای مس، چگالی عددی الکترون‌های رسانش (که در جدول ۴۱-۱ داده شده است) حدود 10^{29} m^{-3} است. بنابراین، حتی پس از آلیاژ، چگالی عددی الکترون‌های رسانش در سیلیسیوم همچنان بسیار کمتر از یک فلز نوعی، مانند مس، با عاملی حدود 10^7 است.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS

۴۱-۳ پیوندگاه $p-n$ و ترانزیستور

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۴۱-۲۹ پیوندگاه $p-n$ را توصیف کنید و به اختصار توضیح دهید که چگونه کار می‌کند.

۴۱-۳۰ جریان پخشی، بار فضایی، منطقه‌ی تهی، اختلاف پتانسیل تماسی، و جریان سوقی را بشناسید.

نکته‌های کلیدی

- پیوندگاه $p-n$ ، یک تک‌بلور نیم‌رساناست که یک نیمه‌ی آن برای تشکیل ماده‌ی نوع p و نیمه‌ی دیگر آن برای تشکیل ماده‌ی نوع n آلیایده شده است. این دو نوع ماده در یک صفحه‌ی پیوندگاه به هم پیوسته‌اند.
- در تعادل گرمایی، پدیده‌های زیر در صفحه‌ی پیوندگاه رخ می‌دهد: (۱)

حامل‌های اکثریت از یک سوی صفحه به سوی دیگر آن پخش می‌شوند، و بدین ترتیب یک جریان پخشی پهن/ایجاد می‌شود. (۲) حامل‌های اقلیت از یک سوی صفحه به سوی دیگر آن می‌گذرند، و بدین ترتیب یک جریان سوقی سرز/ایجاد می‌شود. (۳) یک منطقه‌ی تهی در صفحه ایجاد می‌شود.

۴۱-۴۱ چگونه عمل یکسوساز پیوندی را شرح دهید.

۴۱-۴۲ بین بایاس مستقیم و بایاس معکوس تمیز قائل شوید.

۴۱-۴۳ ویژگی‌های عمومی دیود نور-گسیل، لیزر پیوندی، و یک MOSFET را توضیح دهید.

- هرگاه یک پیوندگاه $p-n$ که با مواد خاصی ساخته شده است بایاس مستقیم شود می تواند نور گسیل کند و بنابراین می تواند به صورت یک (LED) نور-گسیل عمل کند.
- یک پیوندگاه $p-n$ نور-گسیل همچنین می تواند برای گسیل القایی مهیا شود و بدین ترتیب می تواند به صورت یک لیزر عمل کند.

- (۴) یک پتانسیل تماسی V_0 در دو سر منطقه ی نهی ایجاد می شود.
- یک پیوندگاه $p-n$ الکترون ها را در یک جهت اختلاف پتانسیل خارجی بهتر هدایت می کند (بایاس مستقیم) نسبت به جهت مخالف آن (بایاس معکوس)، و بدین ترتیب این وسیله می تواند به صورت یک یکسوز پیوندی عمل کند.

پیوندگاه $p-n$

پیوندگاه $p-n$ (شکل ۴۱-۱۲ الف) یک تک بلور نیم رساناست که به گونه ای آلایده شده است که یک ناحیه از ماده ی نوع n و ناحیه ی مجاور آن از ماده ی نوع p باشد. فرض می کنیم که این پیوندگاه به طور مکانیکی، با فشردن یک میله ی نیم رسانا از نوع n به یک میله ی نیم رسانا از نوع p ، ساخته شده است. بنابراین، گذار از یک ناحیه به ناحیه ی دیگر کاملاً مشخص است و در تک صفحه ی پیوندگاه رخ می دهد.

حال می خواهیم حرکت الکترون ها و حفره ها را بررسی کنیم، درست پس از آنکه میله ی نوع n و میله ی نوع p ، که هر دو از لحاظ الکتریکی خنثی هستند، برای تشکیل یک پیوندگاه به یکدیگر فشرده شوند. نخست، حامل های اکثریت را، که شامل الکترون ها در ماده ی نوع n و حفره ها در ماده ی نوع p می شوند، بررسی می کنیم.

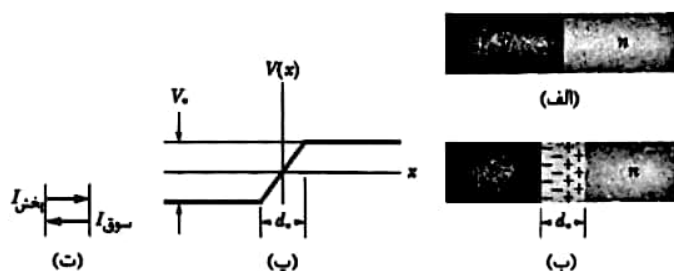
حرکت حامل های اکثریت

اگر بادکنکی پر شده از هلیوم را بترکانیم، اتم های هلیوم در هوای محیط پخش (مشتتر) می شوند. این بدان دلیل رخ می دهد که تعداد بسیار کمی اتم هلیوم در هوای معمولی وجود دارد. به بیانی فنی تر، یک گرادیان چگالی هلیوم در سطح مشترک بادکنک- هوا وجود دارد (یعنی، چگالی عددی اتم های هلیوم از یک طرف سطح مشترک به طرف دیگر آن، تغییر می کند)؛ اتم های هلیوم به گونه ای حرکت می کنند که این گرادیان را کاهش دهند.

به طور مشابه، الکترون های طرف n شکل ۴۱-۱۲ الف، که به صفحه ی پیوندگاه نزدیک اند می کوشند در امتداد این صفحه (از راست به چپ در شکل) پخش شوند و به طرف p بروند، که در آنجا تعداد بسیار کمی الکترون وجود دارد؛ به همین ترتیب، حفره های طرف p که به صفحه ی پیوندگاه نزدیک اند می کوشند در عرض آن صفحه (از چپ به راست) پخش شوند و به طرف n بروند، که در آنجا تعداد بسیار کمی حفره وجود دارد. حرکت های هم الکترون ها و هم حفره ها در جریان پخش پهن I ، که بنا به قرارداد، جهت آن همان طور که در شکل ۴۱-۱۲ نشان داده شده از چپ به راست است، نقش دارند.

به یاد آورید که سرتاسر طرف n با یون های بخشنده ی باردار مثبت که به طور محکمی در جایگاه های شبکه ای خود ثابت اند، پر شده است. معمولاً، بار مثبت اضافی هر یک از این یون ها به طور الکتریکی توسط یکی از الکترون های نوار رسانش خنثی می شود. ولی هرگاه یک الکترون طرف n در امتداد صفحه ی پیوندگاه پخش شود، این پخش یکی از این یون های بخشنده را "آشکار می کند" و بنابراین، یک بار مثبت ثابت در نزدیکی صفحه ی پیوندگاه در طرف n ظاهر می شود. هرگاه الکترون پخش شده به طرف p برسد، به سرعت با یک یون پذیرنده (که فاقد یک الکترون است) ترکیب می شود و بدین ترتیب یک بار منفی ثابت در نزدیکی صفحه ی پیوندگاه در طرف p ظاهر می شود.

الکترون ها به این روش در سرتاسر صفحه ی پیوندگاه، از راست به چپ در شکل ۴۱-۱۲ الف پخش می شوند و در نتیجه، همان طور که در شکل ۴۱-۱۲ ب نشان داده شده است، یک بار فضایی روی هر طرف صفحه ی پیوندگاه ایجاد می کنند. حفره هایی که در سرتاسر



شکل ۴۱-۱۲ (الف) یک پیوندگاه $p-n$. (ب) حرکت حامل‌های بار اکثریت در دو طرف صفحه‌ی پیوندگاه، بار فضایی وابسته به یون‌های بخشنده‌ی خنثی‌نشده (در سمت راست صفحه) و یون‌های پذیرنده (در سمت چپ) را آشکار می‌کند. (پ) بار فضایی، با یک اختلاف پتانسیل تماسی V_0 در دو سر d_n همبسته است. (ت) پخش حامل‌های اکثریت (هم الکترون‌ها و هم حفره‌ها) در دو طرف صفحه‌ی پیوندگاه، جریان پخش‌ی پخش I را به وجود می‌آورد. (در یک پیوندگاه $p-n$ واقعی، مرزهای منطقه‌ی تهی بر خلاف آنچه که در این‌جا نشان داده شده است واضح نیست، و منحنی پتانسیل تماسی (پ) هموار، و بدون گوشه‌هایی تیز است.)

صفحه‌ی پیوندگاه از چپ به راست پخش می‌شوند، دقیقاً اثر یکسانی دارند. (زمانی را صرف متقاعد کردن خود در این باره بکنید.) حرکت‌های هر دو حامل اکثریت، الکترون‌ها و حفره‌ها، در ایجاد این دو ناحیه‌ی بار فضایی، یکی مثبت و دیگری منفی، نقش دارند. این دو ناحیه تشکیل یک منطقه‌ی تهی را می‌دهند. این نام از آن‌رو برگزیده شده است که این منطقه نسبتاً از حامل‌های بار متحرک خالی است؛ پهنای آن در شکل ۴۱-۱۲ با d_n نشان داده شده است.

همان‌طور که شکل ۴۱-۱۲ نشان می‌دهد، ایجاد بار فضایی یک اختلاف پتانسیل تماسی V_0 همبسته به آن را در دو طرف منطقه‌ی تهی به وجود می‌آورد. این اختلاف پتانسیل، پخش بیشتر الکترون‌ها و حفره‌ها در دو طرف صفحه‌ی پیوندگاه را محدود می‌کند. بارهای منفی می‌کشند از ناحیه‌های کم‌پتانسیل دور شوند. بنابراین، الکترونی که از سمت راست شکل ۴۱-۱۲ به صفحه‌ی پیوندگاه نزدیک می‌شود، در حال حرکت به سوی یک ناحیه‌ی کم‌پتانسیل است و می‌خواهد به طرف n برگردد. به همین ترتیب، یک بار مثبت (حفره) که از سمت چپ به صفحه‌ی پیوندگاه نزدیک می‌شود، در حال حرکت به سوی یک ناحیه‌ی با پتانسیل بالاست و می‌خواهد به طرف p برگردد.

حرکت حامل‌های اقلیت

همان‌طور که در شکل ۴۱-۱۱ الف نشان می‌دهد، گرچه حامل‌های اکثریت در ماده‌ی نوع n الکترون‌ها هستند، با این حال تعداد کمی حفره نیز وجود دارد. به همین ترتیب، در ماده‌ی نوع p (شکل ۴۱-۱۱ ب)، گرچه حامل‌های بار اکثریت حفره‌ها هستند، با این حال تعداد کمی الکترون نیز وجود دارد. این تعداد کم حفره‌ها و الکترون‌ها، حامل‌های اقلیت در ماده‌های مربوط به آن‌ها هستند.

گرچه اختلاف پتانسیل V_0 در شکل ۴۱-۱۲ به صورت سدی برای حامل‌های اکثریت عمل می‌کند، ولی برای حامل‌های اقلیت، که الکترون‌ها در طرف p یا حفره‌ها در طرف n هستند، مثل یک سراسیمه است. بارهای مثبت (حفره‌ها) می‌کشند ناحیه‌های کم‌پتانسیل را بیابند و بارهای منفی (الکترون‌ها) می‌کشند ناحیه‌های با پتانسیل بالا را پیدا کنند. بنابراین، هر دو نوع حامل‌های بار اقلیت، توسط اختلاف پتانسیل تماسی به دو طرف صفحه‌ی پیوندگاه کشیده می‌شوند و به همراه یکدیگر یک جریان سوقی I در دو طرف صفحه‌ی پیوندگاه از راست به چپ، به ترتیبی که در شکل ۴۱-۱۲ نشان داده شده است، ایجاد می‌کنند.

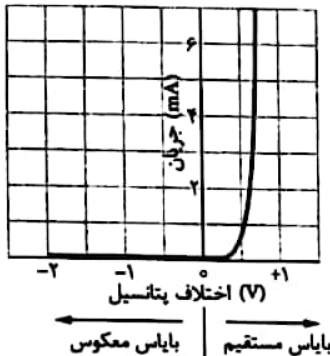
بنابراین، یک پیوندگاه منزوی $p-n$ در یک حالت تعادل واقع است و یک اختلاف پتانسیل تماسی V_0 بین دو سر آن وجود دارد. در حالت تعادل، جریان پخش متوسط پخش I که از طرف p به طرف n صفحه‌ی پیوندگاه حرکت می‌کند دقیقاً با یک جریان سوقی متوسط سوق I که در جهت مخالف حرکت می‌کند، در توازن است. این دو جریان از آن‌رو همدیگر را خنثی می‌کنند که جریان خالص عبوری از صفحه‌ی پیوندگاه باید برابر صفر باشد؛ در غیر این صورت، بار بدون هیچ محدودیتی از یک سر پیوندگاه به سر دیگر آن انتقال پیدا می‌کرد.

نکته‌ی واری ۲



کدام یک از پنج جریان زیر که از صفحه‌ی پیوندگاه شکل ۴۱-۱۲ الف می‌گذرند باید صفر باشند؟

- (الف) جریان خالص ناشی از حفره‌ها، شامل هم حامل‌های اکثریت و هم حامل‌های اقلیت.
- (ب) جریان خالص ناشی از الکترون‌ها، شامل هم حامل‌های اکثریت و هم حامل‌های اقلیت.
- (پ) جریان خالص ناشی از هم حفره‌ها و هم الکترون‌ها، شامل هر دو حامل‌های اکثریت و اقلیت.
- (ت) جریان خالص ناشی از حامل‌های اکثریت، شامل هم حفره‌ها و هم الکترون‌ها.
- (ث) جریان خالص ناشی از حامل‌های اقلیت، شامل هم حفره‌ها و هم الکترون‌ها.



شکل ۴۱-۱۳ نمودار جریان-اختلاف پتانسیل برای یک پیوندگاه $p-n$ که نشان می‌دهد هنگام بایاس مستقیم، پیوندگاه دارای رسانایی بسیار بالایی است و هنگام بایاس معکوس، پیوندگاه اساساً نارسناست.

یکسوساز پیوندی

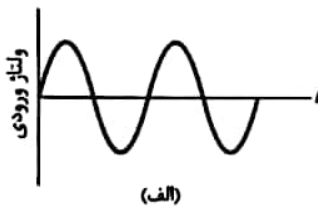
حال به شکل ۴۱-۱۳ نگاه کنید. این شکل نشان می‌دهد که اگر یک اختلاف پتانسیل در دو سر پیوندگاه $p-n$ در جهتی (در این جا با + نشان داده شده و "بایاس مستقیم" است) برقرار کنیم، آنگاه جریانی از پیوندگاه خواهیم گذشت. ولی، اگر جهت اختلاف پتانسیل را برعکس کنیم، آنگاه جریانی که از پیوندگاه می‌گذرد تقریباً برابر صفر است.

یک کاربرد این ویژگی، یکسوساز پیوندی است، که نماد آن در شکل ۴۱-۱۴ ب نشان داده شده است؛ سر پیکان مربوط به انتهای نوع p یکسوساز و سوی آن در جهت جریان قراردادی است. موج پتانسیل سینوسی ورودی (شکل ۴۱-۱۴ الف) به یکسوساز پیوندی توسط آن به پتانسیل نیم-موج خروجی (شکل ۴۱-۱۴ پ) تبدیل شده است؛ یعنی، یکسوساز اساساً به صورت یک کلید بسته (مقاومت صفر) برای یک قطبیت پتانسیل ورودی و به صورت یک کلید باز (مقاومت بی‌نهایت) برای قطبیت دیگر، عمل می‌کند. مقدار متوسط ولتاژ ورودی برابر صفر است، ولی مقدار متوسط ولتاژ خروجی صفر نیست. بنابراین، از یکسوساز پیوندی می‌توان به عنوان بخشی از ابزاری استفاده کرد که مثلاً برای یک منبع تغذیه، اختلاف پتانسیل متناوب را به یک اختلاف پتانسیل ثابت تبدیل می‌کند.

شکل ۴۱-۱۵ نشان می‌دهد که چرا پیوندگاه $p-n$ به صورت یکسوساز پیوندی عمل می‌کند. در شکل ۴۱-۱۵ الف، یک باتری به دو سر پیوندگاه، با اتصال پایانه‌ی مثبتش به طرف p آن، متصل شده است. در این اتصال بایاس-مستقیم، طرف p مثبت‌تر و طرف n منفی‌تر می‌شود، و بنابراین ارتفاع سد پتانسیل V_0 شکل ۴۱-۱۲ پ کاهش می‌یابد. اکنون بیشتر حامل‌های بار اکثریت می‌توانند بر این سد کوچک فایق آیند؛ در نتیجه، جریان پخشی پهن I به میزان قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد.

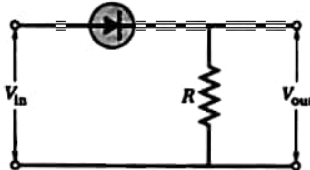
ولی حامل‌های اقلیت که جریان سوقی را می‌سازند، هیچ سدی را احساس نمی‌کنند؛ از این رو جریان سوقی I_s تحت تأثیر باتری خارجی قرار نمی‌گیرد. بنابراین، توازن دقیق جریان که در بایاس صفر وجود داشت (شکل ۴۱-۱۲ ات را ببینید) برهم می‌خورد، و همان طور که در شکل ۴۱-۱۵ الف نشان داده شده است، یک جریان خالص رو به جلوی بزرگ I_F در مدار ظاهر می‌شود.

اثر دیگر بایاس مستقیم، همان طور که مقایسه‌ی شکل‌های ۴۱-۱۲ پ و ۴۱-۱۵ الف نشان می‌دهد، باریک شدن منطقه‌ی تهی است. منطقه‌ی تهی به این دلیل باریک می‌شود که سد پتانسیل کاهش‌یافته‌ی مربوط به بایاس مستقیم باید به بار فضایی کوچکتري وابسته باشد. چون یون‌هایی که بار فضایی را ایجاد می‌کنند در جایگاه‌های شبکه‌ای خود ثابت هستند، کاهش تعداد آن‌ها می‌تواند ناشی از کاهش پهنای منطقه‌ی تهی باشد.

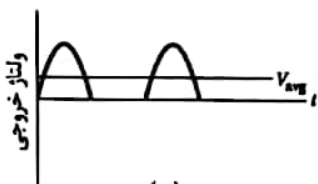


(الف)

یکسوساز پیوندی



(ب)



(پ)

شکل ۴۱-۱۴ یک پیوندگاه $p-n$ به عنوان یک یکسوساز پیوندی متصل شده است. عمل مدار در (ب)، عبور دادن نیمه‌ی مثبت شکل موج ورودی (الف) است، ولی از عبور نیمه‌ی منفی آن جلوگیری می‌کند. پتانسیل متوسط شکل موج فرودی برابر صفر است؛ شکل موج خروجی (پ) دارای مقدار مثبت V_{avg} است.

چون منطقه‌ی نهی معمولاً دارای حامل‌های بار بسیار اندکی است، قاعدتاً ناحیه‌ای با مقاومت ویژه‌ی بالاست. ولی، هرگاه پهنای آن به‌میزان قابل ملاحظه‌ای بر اثر بایاس مستقیم کاسته شود، مقاومت ویژه‌ی آن نیز به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد که این با جریان مستقیم بزرگ سازگار است.

شکل ۴۱-۱۵ اتصال پایاس - معکوس را نشان می‌دهد، که در آن پایانه‌ی منفی باتری به انتهای نوع p پیوندگاه $p-n$ متصل شده است. اکنون، emf اعمال‌شده، اختلاف پتانسیل تماسی را افزایش می‌دهد، و جریان پخشی را، در حالی که جریان سوئی بدون تغییر می‌ماند، به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد، و بدین ترتیب باعث یک جریان معکوس نسبتاً کوچک I_B می‌شود. مقاومت زیاد منطقه‌ی نهی که پهن می‌شود، با جریان معکوس کوچک I_B سازگار است.

دیود نور-گیسل (LED)

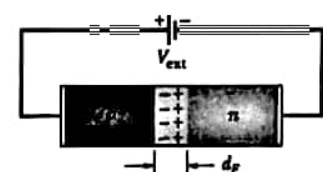
امروزه، به‌سختی می‌توانیم از عددهای "الکترونیکی" رنگی درخشانی که از صندوق‌های پرداخت و پمپ‌های بنزین، اجاق‌های میکروموج و ساعت‌های زنگدار، به سوی ما می‌تابد دوری کنیم، و بعید به‌نظر می‌رسد که بتوانیم بدون استفاده از باریکه‌های فروسرخ نامرئی که بالابرها را کنترل می‌کنند و از طریق دستگاه کنترل از راه دور، تنظیم‌های تلویزیون را انجام می‌دهند، کاری از پیش ببریم. تقریباً در همه‌ی حالت‌ها، این نور از یک پیوندگاه $p-n$ که به‌صورت یک دیود نور-گیسل (LED) عمل می‌کند، گسیل می‌شود. چگونه یک پیوندگاه $p-n$ می‌تواند نور تولید کند؟

نخست، یک نیم‌رسانای ساده را در نظر می‌گیریم. هرگاه الکترونی از کف نوار رسانش به داخل حفره‌ای در سقف نوار ظرفیت فروافتد، انرژی E_g ای برابر با پهنای گاف آزاد می‌شود. در سیلیسیم، ژرمانیوم، و بسیاری دیگر از نیم‌رساناها، این انرژی به میزان زیادی به انرژی گرمایی شبکه‌های مرتعش منتقل می‌شود و در نتیجه، هیچ نوری گسیل نمی‌شود. ولی در برخی از نیم‌رساناها، از قبیل گالیوم آرسنید، این انرژی می‌تواند به‌صورت فوتونی با انرژی hf در طول‌موج زیر گسیل شود

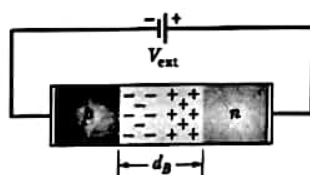
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c}{E_g/h} = \frac{hc}{E_g} \quad (۴۱-۱۱)$$

برای آنکه LED نوری کافی گسیل کند تا مفید باشد، ماده باید دارای تعداد قابل، ملاحظه‌ای گذارهای مناسب الکترون-حفره باشد. این شرط توسط یک نیم‌رسانای خالص برآورده نمی‌شود، زیرا در دمای اتاق، واقعاً جفت الکترون-حفره به حد کافی وجود ندارد. همان‌طور که شکل ۴۱-۱۰ نشان می‌دهد، آلایش کمکی نخواهد کرد. در ماده‌ی آلاییده‌ی نوع n ، تعداد الکترون‌های رسانش به‌میزان زیادی افزایش پیدا می‌کند، ولی حفره‌های کافی برای ترکیب با آن‌ها وجود ندارد؛ در ماده‌ی آلاییده‌ی نوع p ، تعداد فراوانی حفره وجود دارد، ولی تعداد الکترون‌ها برای ترکیب با آن‌ها کافی نیستند. بنابراین، نه نیم‌رساناهای خالص و نه نیم‌رساناهای آلاییده، به حد کافی گذارهای الکترون-حفره ندارند تا بتوانند به عنوان یک LED به درد بخور به‌کار گرفته شوند.

آنچه نیاز داریم یک ماده‌ی نیم‌رسانا با تعداد بسیار زیادی الکترون در نوار رسانش "و" تعداد زیادی حفره‌ی متناظر آن در نوار ظرفیت است. ابزاری با این ویژگی را می‌توان، مانند شکل ۴۱-۱۶، با برقرار کردن یک بایاس مستقیم قوی روی یک پیوندگاه $p-n$ بسیار آلاییده درست کرد. در چنین آرایشی، جریان I عبوری از وسیله، موجب ورود الکترون‌ها به ماده‌ی

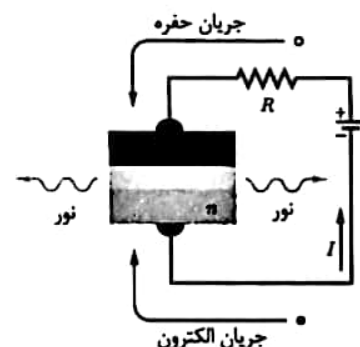


(الف)

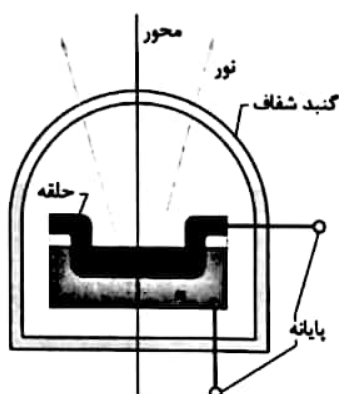


(ب)

شکل ۴۱-۱۵ (الف) اتصال پایاس مستقیم یک پیوندگاه $p-n$ که منطقه‌ی نهی باریک‌شده و جریان مستقیم بزرگ I_F را نشان می‌دهد. (ب) اتصال پایاس معکوس که منطقه‌ی نهی پهن‌شده و جریان معکوس کوچک I_B را نشان می‌دهد.



شکل ۴۱-۱۶ یک پیوندگاه $p-n$ با بایاس مستقیم که نشان می‌دهد الکترون‌ها به ماده‌ی نوع n و حفره‌ها به ماده‌ی نوع p وارد شده‌اند. (حفره‌ها که در جهت قراردادی جریان I حرکت می‌کنند، معادل با الکترون‌هایی هستند که در جهت مخالف حرکت می‌کنند.) هرگاه یک الکترون و یک حفره در این منطقه‌ی نهی با هم ترکیب شوند، نور از این منطقه گسیل می‌شود.



شکل ۴۱-۱۷ مقطع یک LED (این وسیله حول محور مرکزی، تقارن چرخشی دارد). ماده‌ی نوع p ، که به قدر کافی برای گسیل نور نازک است، به شکل یک قرص دایره‌ای است. اتصال به ماده‌ی نوع n از طریق یک حلقه‌ی فلزی دایره‌ای صورت می‌پذیرد که با قرص در پیرامون آن تماس دارد. منطقه‌ی تهی میان ماده‌ی نوع n و ماده‌ی نوع p نشان داده نشده است.

نوع n و ورود حفره‌ها به ماده‌ی نوع p می‌شود. اگر آرایش به قدر کافی زیاد و جریان به قدر کافی بزرگ باشد، منطقه‌ی تهی می‌تواند بسیار نازک شود، شاید فقط به اندازه‌ی پهنای چند میکرومتر. در نتیجه، چگالی عددی بزرگی از الکترون‌ها در ماده‌ی نوع n با چگالی عددی بزرگی از حفره‌های متناظر آن در ماده‌ی نوع p ، در امتداد منطقه‌ی باریک تهی، مقابل هم قرار می‌گیرند. با چنین چگالی‌های عددی بزرگی که این قدر به یکدیگر نزدیک‌اند، ترکیب‌های الکترون-حفره‌ی زیادی رخ می‌دهند که این موجب گسیل نور از آن منطقه می‌شود. شکل ۴۱-۱۷، ساختار یک LED واقعی را نشان می‌دهد.

LED های تجاری که برای ناحیه‌ی مرئی طراحی شده‌اند معمولاً از گالیوم که به اندازه‌ی مناسبی با اتم‌های آرسینک و فسفر آلیاژ شده‌اند، ساخته می‌شوند. آرایشی که در آن ۶۰٪ جایگاه‌های غیر گالیوم با یون‌های آرسینک و ۴۰٪ بقیه با یون‌های فسفر اشغال شده‌اند کافی با پهنای E_g حدود ۱/۸ eV ایجاد می‌کند، که مربوط به نور قرمز است. سایر آرایش‌ها و آرایش‌های گذار-تراز دیگر، ساختن LED هایی را که اساساً در هر ناحیه‌ی موردنظری از طیف‌های مرئی و نزدیک مرئی نور گسیل می‌کنند، امکان‌پذیر ساخته است.

فوتودیود

عبور جریان از یک پیوندگاه $p-n$ که به طور مناسبی آرایش یافته باشد، می‌تواند نور تولید کند. عکس این مطلب نیز درست است؛ یعنی، تابش نور روی یک پیوندگاه $p-n$ که به طور مناسبی آرایش یافته باشد، می‌تواند در مداری که شامل آن پیوندگاه است جریانی را به وجود آورد. این اساس فوتودیود است.

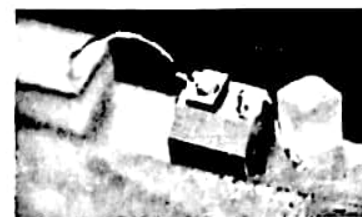
وقتی دکمه‌ای از دستگاه کنترل از راه دور تلویزیون را فشار می‌دهیم، یک LED در دستگاه کنترل، دنباله‌ای از تپ‌های نور فروسرخ رمزدار را گسیل می‌کند. وسیله‌ی گیرنده در تلویزیون، یک فوتودیود (دو پایانه‌ای) ساده است که نه تنها سیگنال‌های فروسرخ را آشکار می‌کند، بلکه آن‌ها را تقویت و به سیگنال‌هایی الکتریکی تبدیل می‌کند که تغییر کانال یا تنظیم صدا را از میان وظیفه‌های دیگر انجام می‌دهد.

لیزر پیوندی

در آرایش شکل ۴۱-۱۶، الکترون‌های زیادی در نوار رسانش ماده‌ی نوع n و حفره‌های زیادی در نوار ظرفیت ماده‌ی نوع p وجود دارند. بنابراین، یک وارونگی جمعیت برای الکترون‌ها وجود دارد؛ یعنی، در ترازهای انرژی بالاتر، الکترون‌های بیشتری نسبت به ترازهای انرژی پایین‌تر قرار دارند. همان طور که در بخش ۴۰-۷ شرح دادیم، این می‌تواند به عمل لیزری بیانجامد.

هرگاه یک تک‌الکترون از نوار رسانش به سوی نوار ظرفیت حرکت کند، انرژی خود را می‌تواند به صورت یک فوتون آزاد کند. این فوتون می‌تواند الکترون دومی را برای فروافتادن در نوار ظرفیت برانگیخته کند، که از طریق گسیل القایی موجب تولید فوتون دوم می‌شود. به این ترتیب، اگر جریان عبوری از پیوندگاه به قدر کافی بزرگ باشد، یک واکنش زنجیره‌ای از گسیل‌های القایی می‌تواند رخ دهد و نور لیزر ایجاد شود. برای رسیدن به این وضعیت، وجهه‌های مقابل بلور پیوندی $p-n$ باید تخت و موازی باشند تا نور بتواند در داخل بلور، رو به عقب و جلو بازتابیده شود. (به یاد آورید که در لیزر هلیوم-نئون شکل ۴۰-۲۰، یک جفت آینه این وظیفه را بر عهده داشتند.) بنابراین، یک پیوندگاه $p-n$ می‌تواند مانند یک لیزر پیوندی عمل کند، که نور خروجی آن بسیار هم‌دوس و طول‌موج آن نسبت به نور حاصل از یک LED بسیار تیزتر است.

لیزرهای پیوندی در دستگاه‌های پخش دیسک‌های فشرده (CD) قرار داده می‌شوند، تا با آشکارسازی بازتاب‌ها از دیسک در حال چرخش، برای تبدیل شیارهای میکروسکوپی دیسک به صدا به کار گرفته شوند. آن‌ها همچنین در دستگاه‌های مخابراتی نوری که اساس کار آن‌ها مبتنی بر تارهای نوری است به میزان زیادی مورد استفاده قرار می‌گیرند. شکل ۴۱-۱۸ نوع کوچکی از آن‌ها را نشان می‌دهد. لیزرهای پیوندی معمولاً برای عمل در ناحیه‌ی فروسرخ طیف الکترومغناطیس طراحی می‌شوند، زیرا تارهای نوری در این ناحیه دارای دو "دریچه" (در $\lambda = 1.31 \mu\text{m}$ و $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$) هستند که برای آن‌ها جذب انرژی بر طول واحد تار کمینه است.



شکل ۴۱-۱۸ یک لیزر پیوندی که در آزمایشگاه‌های AT&T برای ساختن ساخته شده‌اند. کمپ ست راست، دانه‌ای از نمک است.

مسئله‌ی نمونه ۴۱-۵۷. دیود نور-گسیل

یک LED از پیوندگاه $p-n$ یی ساخته شده است که ماده‌ی آن نیم‌رسانای Ga-As-P و گاف انرژی آن 1.9 eV است. طول‌موج نور گسیل‌شده چقدر است؟

$$\lambda = \frac{hc}{E_g} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{(1.9 \text{ eV})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}$$

$$= 6.5 \times 10^{-7} \text{ m} = 650 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$

محاسبه: برای جهش از کف نوار رسانش به سقف نوار ظرفیت، معادله‌ی ۴۱-۱۱ چنین به دست می‌دهد



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS

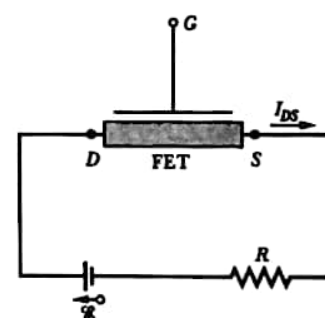


ترانزیستور

ترانزیستور یک وسیله‌ی نیم‌رسانای سه پایانه‌ای است که می‌تواند برای تقویت سیگنال‌های ورودی به کار گرفته شود. شکل ۴۱-۱۹ یک ترانزیستور اثر میدان (FET)^۱ رایج را نشان می‌دهد؛ در این ترانزیستور، جریان الکترون‌ها که از پایانه‌ی S (چشمه) رو به سمت چپ، از میان ناحیه‌ی تیره به پایانه‌ی D (دررو)^۲ می‌رسد، می‌تواند توسط میدان الکتریکی (دلیل عبارت "اثر میدان") ایجادشده در داخل وسیله بر اثر یک پتانسیل الکتریکی مناسب اعمال‌شده بر پایانه‌ی G (دریچه)^۳ کنترل شود. ترانزیستورها در انواع مختلفی در دسترس‌اند؛ ما فقط یک FET خاص موسوم به MOSFET^۴، یا ترانزیستور میدان نیم‌رسانای اکسید فلز^۵، را بررسی خواهیم کرد. MOSFET به‌عنوان وسیله‌ی پرکاربردی در صنعت الکترونیک نوین شناخته شده است.

در بسیاری از کاربردها، MOSFET فقط در دو وضعیت عمل می‌کند: وضعیتی که جریان I_{DS} دررو به چشمه، روشن است، ON (دریچه‌باز) یا وضعیتی که این جریان خاموش است، OFF (دریچه‌بسته). نخستین وضعیت می‌تواند نشان‌دهنده‌ی ۱ و دیگری نشان‌دهنده‌ی ۰ در حساب دو-دویی باشد که منطق دیجیتال مبتنی بر آن است، و بنابراین MOSFET ها می‌توانند در مدارهای منطقی دیجیتال به کار گرفته شوند. تغییر بین حالت‌های ON و OFF می‌تواند با سرعت بالایی رخ دهد. تا داده‌های منطقی دو-دویی بتوانند با سرعت بسیار زیادی از مدارهای مبتنی بر MOSFET بگذرند. به‌طور متداول، برای استفاده در انواع ابزارهای الکترونیکی، MOSFET هایی به طول حدود 500 nm ، در حدود طول‌موج نور زرد، ساخته شده‌اند.

شکل ۴۱-۲۰ ساختار اصلی یک MOSFET را نشان می‌دهد. تک‌بلور سیلیسیم یا هر نیم‌رسانای دیگری برای تشکیل ماده‌ی نوع p که به‌عنوان پایه^۵ عمل می‌کند، اندکی آلایده



شکل ۴۱-۱۹ مداری شامل یک ترانزیستور اثر میدان رایج که در آن الکترون‌ها از پایانه‌ی چشمه‌ی S به پایانه‌ی دررو D جریان می‌یابند. (جریان قراردادی I_{DS} در خلاف جهت آن است.) بزرگی I_{DS} از طریق میدان الکتریکی ایجاد شده در داخل FET بر اثر پتانسیل اعمال شده به پایانه‌ی دریچه‌ی G ، کنترل می‌شود.

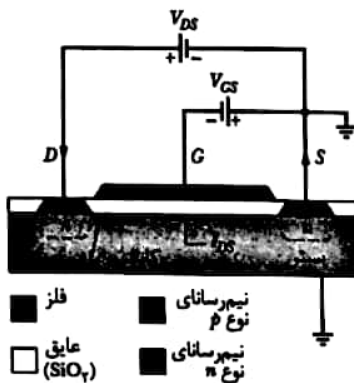
^۱ field-effect transistor

^۲ drain

^۳ gate

^۴ metal-oxide-semiconductor-field-effect transistor

^۵ substrate



شکل ۴۱-۲ یک نوع خاص از ترانزیستور اثر میدان که به نام MOSFET شناخته می‌شود. بزرگی جریان قراردادی I_{DS} در دو-به چشمه که از کانال n می‌گذرد، به وسیله اختلاف پتانسیل V_{GS} اعمال شده بین چشمه S و دریچه G کنترل می‌شود. ناحیه‌ی تهی که بین ماده‌ی نوع n و پایه‌ی نوع p وجود دارد، نشان داده نشده است.

می‌شود. با نشان دادن آلاینده‌های نوع n که "فراآلاییده"^۱ شده‌اند روی این پایه، دو "جزیره" از ماده‌ی نوع n ایجاد می‌شود که در روی D و چشمه‌ی S ، را تشکیل می‌دهند. در رو و چشمه توسط کانال نازکی از ماده‌ی نوع n ، موسوم به کانال n ، به هم متصل می‌شوند. یک لایه‌ی عایق نازک از جنس سیلیسیم دی‌اکسید (دلیل حرف O در MOSFET) روی بلور نشانده می‌شود و به وسیله‌ی دو پایانه‌ی فلزی (دلیل حرف M، سرواژه‌ی Metal) به D و S رخنه می‌کند تا تماس الکتریکی با در رو و چشمه بتواند صورت پذیرد. یک لایه‌ی فلزی نازک-دریچه‌ی G - در مقابل کانال n نشانده می‌شود. توجه کنید که دریچه هیچ تماس الکتریکی‌ای با ترانزیستور ندارد، زیرا توسط لایه‌ی اکسید عایق از آن جدا شده است.

نخست وضعیتی را در نظر بگیرید که چشمه و پایه‌ی نوع p به زمین متصل شده‌اند (در پتانسیل صفر) و دریچه "شناور" است؛ یعنی، دریچه به چشمه‌ی خارجی emf اتصال ندارد. پتانسیل V_{DS} را که بین در رو و چشمه اعمال شده است به گونه‌ای در نظر بگیرید که در رو مثبت باشد. آنگاه، الکترون‌ها از طریق کانال n ، از چشمه به در رو شارش می‌یابند، و جریان قراردادی I_{DS} همان‌طور که در شکل ۴۱-۲۰ نشان داده شده است، در کانال n ، از در رو به چشمه خواهد بود.

حال پتانسیل V_{GS} را که به دریچه اعمال شده است به گونه‌ای در نظر بگیرید که نسبت به چشمه، منفی باشد. دریچه‌ی منفی، داخل وسیله یک میدان الکتریکی (دلیل عبارت "اثر میدان") برقرار می‌کند که می‌کوشد الکترون‌ها را رو به پایین از کانال n به سوی پایه براند. این جنبش الکترونی، ناحیه‌ی تهی بین کانال n و پایه را (که به طور طبیعی ظاهر می‌شود) به بهای تنگ شدن کانال n ، پهن می‌کند. پهنای کم‌شده‌ی کانال n ، که با کاهش تعداد حامل‌های بار در این کانال همراه است، مقاومت کانال را افزایش و در نتیجه، جریان I_{DS} را کاهش می‌دهد. با مقدار مناسب V_{GS} ، این جریان می‌تواند به طور کامل قطع شود؛ بنابراین، با کنترل V_{GS} می‌توان MOSFET را بین دو وضعیت ON و OFF تغییر داد.

حامل‌های بار در پایه جریان نمی‌یابند، زیرا پایه (۱) به مقدار کمی آلاییده شده است، (۲) رسانای خوبی نیست، و (۳) از کانال n و دو جزیره‌ی نوع n توسط یک ناحیه‌ی تهی عایق، که در شکل ۴۱-۲۰ به طور واضح نشان داده نشده، جدا شده است. همان‌طور که شکل ۴۱-۱۲ ب نشان می‌دهد، چنین ناحیه‌ی تهی‌ای همواره در مرز میان ماده‌ی نوع n و ماده‌ی نوع p وجود دارد.

رایانه‌ها و سایر ابزار الکترونیکی، از هزاران (اگر نگوئیم میلیون‌ها) ترانزیستور و سایر قطعه‌های الکترونیکی، از قبیل خازن‌ها و مقاومت‌ها، استفاده می‌کنند. این‌ها به صورت واحدهایی جداگانه گرد آورده نمی‌شوند، بلکه به طرز ماهرانه‌ای در یک تک تراشه‌ی نیم‌رسانا، با میلیون‌ها ترانزیستور و بسیاری از قطعات الکترونیکی دیگر، یک مدار یکپارچه را تشکیل می‌دهند.

رور و خلاصه‌ی درس

فلزها، نیم‌رساناهای عایق‌ها سه ویژگی الکتریکی‌ای که می‌توانند برای متمایز ساختن جامدهای بلورین مورد استفاده قرار گیرند عبارت‌اند از مقاومت ویژه‌ی ρ ، ضریب دمایی مقاومت ویژه‌ی α ، و چگالی عددی حامل‌های بار n . جامدها را به اختصار می‌توان به سه دسته تقسیم کرد: عایق‌ها (با ρ خیلی بزرگ)، فلزها (با ρ کوچک، α مثبت و کوچک، n بزرگ)، و نیم‌رساناها (با ρ بزرگ،

α منفی و بزرگ، n کوچک)،

ترازها و گاف‌های انرژی در یک جامد بلورین یک اتم منزوی می‌تواند فقط در مجموعه‌ی گسترده‌ای از ترازهای انرژی وجود داشته باشد. وقتی اتم‌ها برای تشکیل یک جامد، کنار هم قرار می‌گیرند، ترازهای اتم‌های منفرد برای تشکیل نوارهای انرژی گسترده‌ی جامد در هم می‌آمیزند. این نوارهای انرژی با گاف‌های

^۱ overdoping

احتمال اشغال شدن $P(E)$ ، احتمالی که یک حالت موجود معین با یک الکترون اشغال شود، عبارت است از

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (۴۱-۶) \quad (\text{احتمال اشغال شدن})$$

چگالی حالت‌های اشغال شده $N_0(E)$ با حاصل ضرب دو کمیت معادله‌های (۴۱-۵) و (۴۱-۶) داده می‌شود

$$N_0(E) = N(E)P(E) \quad (۴۱-۷) \quad (\text{چگالی حالت‌های اشغال شده})$$

انرژی فرمی برای یک فلز را می‌توان از انتگرال‌گیری $N_0(E)$ به‌ازای $T=0$ ، از $E=0$ تا $E=E_F$ ، به‌دست آورد. نتیجه چنین می‌شود

$$E_F = \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0.121 h^2}{m} n^{2/3} \quad (۴۱-۹)$$

نیم‌رساناها ساختار نواری یک نیم‌رسانا مانند ساختار نواری یک عایق است، با این تفاوت که پهنای گاف E_g در نیم‌رسانا بسیار کوچکتر است. برای سیلیسیم (یک نیم‌رسانا) در دمای اتاق، اغتشاش گرمایی موجب می‌شود که تعداد کمی الکترون با بر جای گذاشتن تعداد یکسانی حفره در نوار ظرفیت، به نوار رسانش بالا روند. هم الکترون‌ها و هم حفره‌ها به‌عنوان حامل‌های بار عمل می‌کنند. تعداد الکترون‌ها در نوار رسانش سیلیسیم را می‌توان توسط آلایش با مقدار کمی فسفر، به میزان زیادی افزایش داد، که این به ساخت ماده‌ی نوع n می‌انجامد. تعداد حفره‌ها در نوار ظرفیت را می‌توان توسط آلایش با آلومینیوم، به میزان زیادی افزایش داد، که این به ساخت ماده‌ی نوع p می‌انجامد.

پیوندگاه $p-n$ پیوندگاه $p-n$ ، یک تک‌بلور نیم‌رساناست که یک نیمه‌ی آن برای تشکیل ماده‌ی نوع p و نیمه‌ی دیگر آن برای تشکیل ماده‌ی نوع n آلاییده شده است، که این دو نوع ماده در صفحه‌ی پیوندگاه به هم پیوسته‌اند. در تعادل گرمایی، پدیده‌های زیر در این صفحه رخ می‌دهد:

حامل‌های اکثریت (الکترون‌ها در طرف n و حفره‌ها در طرف p) از یک سوی صفحه پیوندگاه به سوی دیگر آن پخش می‌شوند، و بدین ترتیب یک جریان پخش‌ی پخش ایجاد می‌شود.

حامل‌های اقلیت (حفره‌ها در طرف n و الکترون‌ها در طرف p) از یک سوی صفحه پیوندگاه به سوی دیگر آن می‌گذرند، و بدین ترتیب یک جریان سوقی سوقی ایجاد می‌شود. این دو جریان که از لحاظ بزرگی برابرند، جریان خالص صفر را ایجاد می‌کنند.

منطقه‌ی تهی، شامل مقدار زیادی یون‌های یخشنده و پذیرنده، در امتداد صفحه‌ی پیوندگاه ایجاد می‌شود.

اختلاف پتانسیل تماسی V_0 در دو سر ناحیه‌ی تهی ظاهر می‌شود.

کاربردهای پیوندگاه $p-n$ هرگاه اختلاف پتانسیلی به دو سر پیوندگاه $p-n$ یک وسیله اعمال شود، آن وسیله، الکتریسته را برای

انرژی از هم جدا شده‌اند، که هر یک مربوط به گستره‌ای از انرژی‌هایی است که هیچ الکترونی نمی‌تواند آن‌ها را دارا باشد.

هر نوار انرژی از تعداد خیلی زیادی ترازهای بسیار نزدیک به هم ساخته شده است. اصل طرد پاولی بیان می‌دارد که فقط یک الکترون می‌تواند هر یک از این ترازها را اشغال کند.

عایق‌ها در عایق، بالاترین نوار شامل الکترون‌هایی است که آن را کاملاً پر کرده‌اند، و این نوار، از نوار تهی بالای آن با گاف انرژی چنان بزرگی جدا شده است، که اساساً الکترون‌ها هرگز نمی‌توانند با هر قدر اغتشاش گرمایی، از این گاف جهش کنند.

فلزها در یک فلز، بالاترین نواری که شامل الکترون‌هاست فقط به‌طور جزئی پر شده است. انرژی بالاترین تراز پرشده در دمای 0°K ، انرژی فرمی E_F فلز نامیده می‌شود؛ برای مس، $E_F = 7.70\text{eV}$ است.

الکترون‌های واقع در نوار پرشده‌ی جزئی، الکترون‌های رسانش هستند و تعداد آن‌ها برابر است با

$$(۴۱-۲) \quad \left(\begin{array}{c} \text{تعداد اتم‌های} \\ \text{نمونه} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{تعداد الکترون‌های} \\ \text{رسانش در نمونه} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} \text{تعداد الکترون‌های} \\ \text{ظرفیت در هر اتم} \end{array} \right)$$

تعداد اتم‌های نمونه با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \text{تعداد اتم‌های} \\ \text{نمونه} \end{array} \right) &= \frac{\text{جرم نمونه}}{\text{جرم اتمی}} = \frac{M_{\text{sam}}}{M_{\text{atom}}} \\ &= \frac{\text{جرم نمونه}}{(M_{\text{atom}}/N_A)} = \frac{M_{\text{sam}}}{(M_{\text{atom}}/N_A)} \\ &= \frac{(\text{حجم } V \text{ نمونه})(\text{چگالی ماده})}{(M_{\text{atom}}/N_A)} \quad (۴۱-۴) \end{aligned}$$

چگالی عددی n الکترون‌های رسانش عبارت است از

$$(۴۱-۳) \quad n = \frac{\text{تعداد الکترون‌های رسانش در نمونه}}{\text{حجم } V \text{ نمونه}}$$

تابع چگالی حالت‌ها $N(E)$ عبارت است از تعداد ترازهای انرژی موجود بر واحد حجم نمونه و بر واحد بازه‌ی انرژی، و با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$(۴۱-۵) \quad N(E) = \frac{\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2} \quad (m^{-3}\text{J}^{-1}) \quad (\text{چگالی حالت‌ها})$$

که در آن $m = (9.109 \times 10^{-31} \text{ kg})$ جرم الکترون، $h = (6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})$ ثابت پلانک، و E انرژی بر حسب ژول است که در آن باید $N(E)$ را محاسبه کنیم. برای تصحیح این معادله، به گونه‌ای که مقدار E بر حسب eV و مقدار $N(E)$ بر حسب $\text{m}^{-3}\text{eV}^{-1}$ باشد، طرف راست آن را در $\text{e}^{3/2}$ ضرب می‌کنیم (که $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ است).

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{E_g} \quad (۱۱-۴۱)$$

یک پیوندگاه $p-n$ که شدیداً به طور مستقیم بایاس شده است، با وجود انتهایی موازی، می تواند به صورت یک لیزر پیوندی، که نور را در طول موج معین و تیزی گیل می دارد، عمل کند.

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2$$

این عنصر دارای همان ساختار بلوری سیلیسیم است و مانند سیلیسیم، یک نیم رساناست. کدام یک از این الکترون ها، نوار ظرفیت ژرمانیوم بلورین را تشکیل می دهند؟

۷ اگر دمای قطعه ای از یک فلز افزایش یابد، آیا احتمال اشغال شدن حالت 0.7eV بالای تراز فرمی افزایش می یابد یا کاهش، و یا تغییری نمی کند؟

۸ در پیوندگاه های $p-n$ بایاس شده ی شکل ۴۱-۱۵، یک میدان الکتریکی $\vec{E}$ در هر یک از دو منطقه ی تهی وجود دارد، که وابسته به اختلاف پتانسیلی است که در دو سر این منطقه اعمال شده است. (الف) آیا جهت بردار $\vec{E}$ از سمت چپ به راست است یا از سمت راست به چپ؟ (ب) آیا بزرگی آن برای بایاس مستقیم بزرگتر است یا برای بایاس معکوس؟

۹ یک سیم مسی را در نظر بگیرید که حامل، مثلاً، چند آمپر جریان است. آیا تندی سوق v_d الکترون های رسانش که این جریان را می سازند تقریباً برابر با تندی فرمی v_F مس (تندی وابسته به انرژی فرمی مس) است، خیلی بزرگتر از آن است، و یا خیلی کوچکتر از آن؟

۱۰ در شبکه ی سیلیسیم، اگر بخواهید (الف) یک الکترون رسانش، (ب) یک الکترون ظرفیت، و (ب) یک الکترون مربوط به زیرلایه ی $2p$ اتم سیلیسیم منزوی را بیابید، به کجا باید نگاه کنید؟

۱۱ گاف های انرژی E_g برای نیم رساناهای سیلیسیم و ژرمانیوم به ترتیب برابر با 1.12eV و 0.6eV است. در صورت وجود، کدام یک از عبارت های زیر درست اند؟ (الف) هر دو ماده دارای چگالی عددی حامل های بار یکسانی در دمای اتاق هستند. (ب) در دمای اتاق، ژرمانیوم دارای چگالی عددی حامل های بار بزرگتری از سیلیسیم است. (پ) در هر دو ماده، چگالی عددی حامل های بار از مقدار آن برای حفره ها بیشتر است. (ت) برای هر دو ماده، چگالی عددی الکترون ها برابر با مقدار آن برای حفره ها است.

یک قطبیت اختلاف پتانسیل اعمال شده با سادگی بیشتری از قطبیت دیگر هدایت می کند. بنابراین، یک پیوندگاه $p-n$ می تواند به صورت یکسوساز پیوندی عمل کند.

هرگاه یک پیوندگاه $p-n$ بایاس مستقیم شود، می تواند نور گیل کند و بنابراین می تواند به صورت یک دیود نور-گیل (LED) عمل کند. طول موج نور گیل شده با رابطه ی زیر داده می شود



۱ کدام یک از موارد زیر به بازه ی بین ترازهای انرژی مجاور در بالاترین نوار اشغال شده ی فلز بستگی دارد؟ (الف) ماده ای که نمونه از آن ساخته شده است، (ب) اندازه ی نمونه، (پ) مکان تراز در نوار، (ت) دمای نمونه، (ث) انرژی فرمی فلز.

۲ شکل ۴۱-۱۴، اتم را نشان می دهد که نمایشگر یاخته ی یکه ی مس است. ولی چون هر یک از این اتم ها با یک یا چند یاخته ی یکه ی مجاور خود شریک اند، فقط کسری از اتم متعلق به یاخته ی یکه ی نشان داده شده است. تعداد اتم ها در هر یاخته ی یکه ی مس چقدر است؟ (برای پاسخ، کسر اتم های متعلق به هر یاخته ی یکه را بیابید.)

۳ شکل ۴۱-۱۸، اتم را نشان می دهد که نمایشگر یاخته ی یکه ی سیلیسیم است. ولی، چهارده تا از این اتم ها، با یک یا چند یاخته ی یکه ی مجاور خود شریک اند. تعداد اتم ها در هر یاخته ی یکه ی سیلیسیم چقدر است؟ (پرسش ۲ را ببینید.)

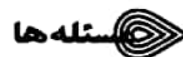
۴ شکل ۴۱-۲۱ سه تراز شماره خورده را در یک نوار و نیز تراز فرمی را برای ماده ای نشان می دهد. دما 0K است. این سه تراز را بر طبق احتمال اشغال شدن، در صورتی که دما (الف) 0K و (ب) 1000K باشد به گونه ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد. (پ) در دمای دوم، این ترازها را بر طبق چگالی حالت های $N(E)$ به گونه ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد.



شکل ۴۱-۲۱ پرسش ۴

۵ احتمال اشغال شدن انرژی معین E_1 در نوار ظرفیت یک فلز 0.6eV است هرگاه دما 300K باشد. آیا E_1 بالا یا پایین تراز فرمی قرار دارد؟

۶ یک اتم منزوی ژرمانیوم که دارای ۳۲ الکترون است در زیرلایه هایی مطابق با آرایش زیر مرتب شده اند



حل با راهنمایی مرحله به مرحله (بهت به صلاحید مدون) در WileyPLUS و WebAssign موجود است.
 تعداد نقطهها سطح دشواری مسئله را مشخص می کند.
 WWW حل به روش تاملی در www.flyingcircusofphysics.com اطلاعات بیشتر در کتاب نمایش هیجان انگیز فیزیک و در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.
 ILW حل در

بخش ۴۱-۱ ویژگی های الکتریکی فلزات

۱۰ نشان دهید معادله ی ۴۱-۹ را می توان به صورت $E_F = A n^{2/3}$ نوشت، که در آن ثابت A دارای مقدار $10^{-19} \text{ m}^2 \cdot \text{eV}$ است.

۲۰ چگالی حالت های $N(E)$ را برای یک فلز در انرژی $E = 8 \text{ eV}$ محاسبه کنید و نشان دهید که پاسخ شما با منحنی شکل ۴۱-۶ سازگار است.

۳۰ مس، یک فلز تک ظرفیتی، دارای جرم مولی 63.54 g/mol و چگالی 8.96 g/cm^3 است. چگالی عددی n الکترون های رسانش در مس چقدر است؟

۴۰ یک حالت 63 meV بالای تراز فرمی دارای احتمال اشغال شدن 0.90 است. احتمال اشغال شدن یک حالت 63 meV زیر تراز فرمی چقدر است؟

۵۰ (الف) نشان دهید که معادله ی ۴۱-۵ را می توان به صورت $N(E) = CE^{1/2}$ نوشت. (ب) C را بر حسب متر و الکترون-ولت محاسبه کنید. (پ) $N(E)$ را به ازای $E = 5 \text{ eV}$ به دست آورید.

۶۰ با استفاده از معادله ی ۴۱-۹ ثابت کنید انرژی فرمی مس برابر 7 eV است.

۷۰ احتمال آنکه یک حالت 0.62 eV بالای انرژی فرمی در (الف) $T = 0 \text{ K}$ و (ب) $T = 320 \text{ K}$ اشغال شود، چقدر است؟

۸۰ چگالی عددی الکترون های رسانش در طلا، که یک فلز تک ظرفیتی است، چقدر است؟ از جرم مولی و چگالی در پیوست ج استفاده کنید.

۹۰۰ WWW نقره یک فلز تک ظرفیتی است. مطلوب است محاسبه ی (الف) چگالی عددی الکترون های رسانش، (ب) انرژی فرمی، (پ) تندی فرمی، و (ت) طول موج دوپروی وابسته به این تندی الکترون. برای داده های مورد نیاز درباره ی نقره، پیوست ج را ببینید.

۱۰۰۰ نشان دهید احتمال $P(E)$ یی که یک تراز انرژی با انرژی E اشغال نشده باشد عبارت است از

$$P(E) = \frac{1}{e^{-\Delta E/kT} + 1}$$

که در آن $\Delta E = E - E_F$ است.

۱۱۰۰ چگالی حالت های اشغال شده، را برای مس در دمای $T = 1000 \text{ K}$ و به ازای انرژی E برابر (الف) 4.0 eV ، (ب) 6.75 eV ، (پ) 7.0 eV ، (ت) 7.25 eV ، و (ث) 9.0 eV محاسبه کنید. پاسخ های خود را با منحنی شکل ۴۱-۷ مقایسه کنید. انرژی فرمی مس برابر 7 eV است.

۱۲۰۰ احتمال این که در دمای $T = 300 \text{ K}$ یک الکترون از گاف انرژی $E_g (= 5.5 \text{ eV})$ در الماسی به جرم زمین جهش کند چقدر است؟ از جرم مولی کربن در پیوست ج استفاده کنید؛ فرض کنید در الماس، یک الکترون ظرفیت در هر اتم کربن وجود دارد.

۱۳۰۰ انرژی فرمی مس برابر 7 eV است. برای مس در دمای 1000 K ، (الف) انرژی تراز انرژی را بیابید که احتمال اشغال شدن آن توسط یک الکترون برابر 0.9000 است. به ازای این انرژی (ب) چگالی حالت های $N(E)$ و (پ) چگالی حالت های اشغال شده ی $N_0(E)$ را محاسبه کنید.

۱۴۰۰ فرض کنید حجم کل یک نمونه ی فلزی برابر با مجموع حجم اشغال شده توسط یون های فلزی سازنده ی شبکه و حجم (مجزای) اشغال شده توسط الکترون های رسانش است. چگالی و جرم مولی سدیم (یک فلز) به ترتیب برابر با 971 kg/m^3 و 23 g/mol است؛ فرض کنید شعاع یون Na^+ برابر با 98 pm است. (الف) چه درصدی از حجم نمونه ی سدیم فلزی توسط الکترون های رسانش آن اشغال شده است؟ (ب) محاسبه ی مشابهی را برای مس، که چگالی، جرم مولی، و شعاع یونی آن به ترتیب 8960 kg/m^3 ، 63.5 g/mol و 135 pm است، انجام دهید. (پ) فکر می کنید برای کدام یک از این فلزها، الکترون های رسانش بیشتر شبیه یک گاز الکترون-آزاد رفتار می کند؟

۱۵۰۰ WWW در معادله ی ۴۱-۶ فرض کنید $E - E_F = \Delta E = 1.0 \text{ eV}$ است. (الف) در چه دمایی نتیجه ای که از این معادله به دست می آید به اندازه ی 1% از نتیجه ی حاصل از معادله ی کلاسیکی بولتزمن، $P(E) = e^{-\Delta E/kT}$ (که همان معادله ی ۴۱-۱ با دو تغییر در نمادگذاری است)، تفاوت دارد؟ (ب) در چه دمایی، نتایج حاصل از این دو معادله به اندازه ی 10% متفاوت اند؟

۱۶۰۰ چگالی عددی (تعداد در حجم واحد) را برای (الف) مولکول های گاز اکسیژن در دمای 0°C و 0 و فشار 1 atm و

۲۴۰۰ (ب) الکترون‌های رسانش مس، محاسبه کنید. (پ) نسبت دومی به اولی چقدر است؟ فاصله‌ی متوسط بین (ت) مولکول‌های اکسیژن و (ث) الکترون‌های رسانش، با فرض این‌که این فاصله طول ضلع مکعبی با حجمی برابر با حجم قابل دسترس هر ذره (مولکول یا الکترون) باشد، چقدر است؟

۲۵۰۰ (ب) الکترون‌های رسانش مس، محاسبه کنید. (پ) نسبت دومی به اولی چقدر است؟ فاصله‌ی متوسط بین (ت) مولکول‌های اکسیژن و (ث) الکترون‌های رسانش، با فرض این‌که این فاصله طول ضلع مکعبی با حجمی برابر با حجم قابل دسترس هر ذره (مولکول یا الکترون) باشد، چقدر است؟

۲۶۰۰ (ب) الکترون‌های رسانش مس، محاسبه کنید. (پ) نسبت دومی به اولی چقدر است؟ فاصله‌ی متوسط بین (ت) مولکول‌های اکسیژن و (ث) الکترون‌های رسانش، با فرض این‌که این فاصله طول ضلع مکعبی با حجمی برابر با حجم قابل دسترس هر ذره (مولکول یا الکترون) باشد، چقدر است؟

۲۷۰۰ (ب) الکترون‌های رسانش مس، محاسبه کنید. (پ) نسبت دومی به اولی چقدر است؟ فاصله‌ی متوسط بین (ت) مولکول‌های اکسیژن و (ث) الکترون‌های رسانش، با فرض این‌که این فاصله طول ضلع مکعبی با حجمی برابر با حجم قابل دسترس هر ذره (مولکول یا الکترون) باشد، چقدر است؟

۲۸۰۰ (ب) الکترون‌های رسانش مس، محاسبه کنید. (پ) نسبت دومی به اولی چقدر است؟ فاصله‌ی متوسط بین (ت) مولکول‌های اکسیژن و (ث) الکترون‌های رسانش، با فرض این‌که این فاصله طول ضلع مکعبی با حجمی برابر با حجم قابل دسترس هر ذره (مولکول یا الکترون) باشد، چقدر است؟

۲۹۰۰ (ب) الکترون‌های رسانش مس، محاسبه کنید. (پ) نسبت دومی به اولی چقدر است؟ فاصله‌ی متوسط بین (ت) مولکول‌های اکسیژن و (ث) الکترون‌های رسانش، با فرض این‌که این فاصله طول ضلع مکعبی با حجمی برابر با حجم قابل دسترس هر ذره (مولکول یا الکترون) باشد، چقدر است؟

۳۰۰۰ (ب) الکترون‌های رسانش مس، محاسبه کنید. (پ) نسبت دومی به اولی چقدر است؟ فاصله‌ی متوسط بین (ت) مولکول‌های اکسیژن و (ث) الکترون‌های رسانش، با فرض این‌که این فاصله طول ضلع مکعبی با حجمی برابر با حجم قابل دسترس هر ذره (مولکول یا الکترون) باشد، چقدر است؟

۳۱۰۰ (ب) الکترون‌های رسانش مس، محاسبه کنید. (پ) نسبت دومی به اولی چقدر است؟ فاصله‌ی متوسط بین (ت) مولکول‌های اکسیژن و (ث) الکترون‌های رسانش، با فرض این‌که این فاصله طول ضلع مکعبی با حجمی برابر با حجم قابل دسترس هر ذره (مولکول یا الکترون) باشد، چقدر است؟

بخش ۲-۴۱ نیم‌رساناها و آلایش

۳۱۰ (الف) بیشینه‌ی طول‌موج نوری که بتواند الکترونی را در نوار ظرفیت الماس برانگیخته کند تا به نوار رسانش برسد چقدر است؟ گاف انرژی 5.5eV است. (ب) این طول‌موج در چه بخشی از طیف الکترومغناطیسی قرار دارد؟

۳۲۰۰ ترکیب شیمیایی گالیوم آرسنید معمولاً در نیم‌رسانایی با گاف انرژی 1.42eV به کار برده می‌شود. ساختار بلوری آن مانند سیلیسیم است، با این تفاوت که نیمی از اتم‌های سیلیسیم با

۱۷۰۰ انرژی فرمی آلومینیوم برابر با 11.6eV است؛ چگالی و جرم مولی آن به ترتیب برابر با 2.70g/cm^3 و 27g/mol است. با استفاده از این داده‌ها، تعداد الکترون‌های رسانش در هر اتم را تعیین کنید.

۱۸۰۰ نمونه‌ای از فلز معینی، حجمی برابر با $4.0 \times 10^{-5}\text{m}^3$ دارد. چگالی این فلز 9.0g/cm^3 و جرم مولی آن 60g/mol است. اتم‌ها دوطرفیتی هستند. چند الکترون رسانش (یا الکترون ظرفیت) در نمونه وجود دارد؟

۱۹۰۰ انرژی فرمی برای نقره 5.5eV است. در $T=0^\circ\text{C}$ ، احتمال آنکه حالت‌هایی با انرژی‌های زیر اشغال شده باشد چقدر است؟ (الف) 4.4eV ، (ب) 5.4eV ، (پ) 5.5eV ، (ت) 5.6eV ، و (ث) 6.4eV (ج) در چه دمایی، احتمال آنکه حالتی با انرژی $E=5.6\text{eV}$ اشغال شود برابر با 0.16 است.

۲۰۰۰ تعداد حالت‌های اشغال‌شده در گستره‌ی انرژی 0.30eV به مرکزی به بلندی 6.1eV در یک نوار ظرفیت چقدر است، در صورتی که حجم نمونه $5.0 \times 10^{-8}\text{m}^3$ تراز فرمی 5.0eV و دما 1500K باشد.

۲۱۰۰ در $T=1000\text{K}$ ، کسر الکترون‌های رسانش در یک فلز که دارای انرژی‌هایی بزرگتر از انرژی فرمی هستند برابر با مساحت زیر منحنی شکل ۴۱-۸ ب پس از E_F ، بخش بر مساحت کل زیر این منحنی است. محاسبه‌ی این مساحت‌ها با انتگرال‌گیری مستقیم، دشوار است. ولی، تقریبی برای این کسر در هر دمای T عبارت است از

$$\text{frac} = \frac{\pi kT}{2E_F}$$

توجه کنید همان طور که انتظار داشتیم، در $T=0\text{K}$ ، $\text{frac}=0$ است. این کسر برای مس در 300K و (الف) 300K و (ب) 1000K چقدر است؟ برای مس، $E_F=7.0\text{eV}$ است. (پ) پاسخ‌های خود را با انتگرال‌گیری عددی با استفاده از معادله‌ی ۴۱-۷ بیازمایید.

۲۲۰۰ در چه دمایی، $1/30$ از الکترون‌های رسانش در لیتیوم (یک فلز) انرژی‌هایی بزرگتر از انرژی فرمی E_F ، که برابر 4.70eV است، دارند؟ (مسئله ۲۱ را ببینید.)

۲۳۰۰ نشان دهید در $T=0\text{K}$ ، انرژی متوسط الکترون‌های رسانش در فلز برابر با $\frac{\pi}{3}E_F$ است. (راهنمایی: طبق تعریف متوسط،

حالت‌های بخشنده به احتمال 5×10^{-5} در دمای $T = 300 \text{ K}$ اشغال شده باشند، (الف) آیا تراز فرمی در بالا یا پایین سقف نوار ظرفیت سیلیسیم قرار دارد و (ب) به چه فاصله‌ای در بالا یا پایین آن واقع است؟ (پ) در این صورت، احتمال آنکه حالتی در کف نوار رسانش سیلیسیم اشغال شده باشد چقدر است؟

۳۲۰۰ ● آرایش انرژی فرمی یک نیم‌رسانا را تغییر می‌دهد. سیلیسیم، با گاف 1.1 eV میان سقف نوار ظرفیت و کف نوار رسانش، را در نظر بگیرید. در دمای 300 K ، تراز فرمی ماده‌ی خالص تقریباً در وسط گاف قرار دارد. فرض کنید که سیلیسیم با اتم‌های بخشنده‌ای که هر یک دارای حالتی زیر کف نوار رسانش سیلیسیم هستند، آلوده شود و همچنین فرض کنید که آرایش تراز فرمی را تا 0.1 eV زیر کف این نوار بالا می‌برد (شکل ۴۱-۲۲). برای (الف) سیلیسیم خالص و (ب) سیلیسیم آلوده، احتمال آنکه یک حالت در کف نوار رسانش سیلیسیم اشغال شود را محاسبه کنید. (پ) احتمال آنکه یک حالت در ماده‌ی آلوده (در تراز بخشنده) اشغال شود را محاسبه کنید.



شکل ۴۱-۲۲ مثله ۳۷

۳۸۰۰ سیلیسیم خالص در دمای اتاق دارای چگالی عددی الکترونی در حدود $5 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$ در نوار رسانش است و حفره‌هایی با همین چگالی در نوار ظرفیت دارد. فرض کنید یکی از هر 10^7 اتم سیلیسیم با یک اتم فسفر جایگزین شود. (الف) نیم‌رسانای آلوده از چه نوعی خواهد شد، n یا p ؟ (ب) فسفر چه چگالی عددی حامل باری اضافه می‌کند؟ (پ) نسبت چگالی عددی حامل بار (الکترون‌ها در نوار رسانش و حفره‌ها در نوار ظرفیت) در سیلیسیم آلوده به سیلیسیم خالص، چقدر است؟

بخش ۴۱-۳ پیوندگاه $p-n$ و ترانزیستور

۳۹۰۰ هرگاه فوتونی به منطقه‌ی تهی یک پیوندگاه $p-n$ وارد شود، آن فوتون می‌تواند از الکترون‌های ظرفیت آن‌جا پراکنده شود، بخشی از انرژی خود را به هر الکترون انتقال دهد، و این الکترون‌ها در پی آن به نوار رسانش جهش کنند. بنابراین، فوتون موجب به وجود آمدن جفت‌های الکترون-حفره می‌شود. از همین رو، پیوندگاه‌ها غالباً به‌عنوان آشکارسازهای نور، به‌ویژه در ناحیه‌های پرتوی x و پرتوی گامای طیف الکترومغناطیسی به‌کار گرفته

اتم‌های گالیوم و نیم دیگر با اتم‌های آرسینک جایگزین شده‌اند. در تشابه با نقش شکل ۴۱-۱۰ الف، طرح مسطحی از شبکه‌ی گالیوم آرسنید رسم کنید. بار خالص مغز یونی (الف) گالیوم و (ب) آرسنید چقدر است؟ (پ) چند الکترون در هر پیوند وجود دارد؟ (راهنمایی: جدول تناوبی ج را ببینید.)

۳۳۰۰ تابع احتمال اشغال‌شدگی (معادله‌ی ۴۱-۶) را می‌توان هم برای نیم‌رساناها و هم فلزها به‌کار برد. در نیم‌رساناها، انرژی فرمی به نقطه‌ی میانی گاف میان نوار ظرفیت و نوار رسانش نزدیک است. برای ژرمانیوم، پهنای گاف برابر با 0.67 eV است. احتمال آنکه (الف) حالتی در کف نوار رسانش اشغال شود و (ب) حالتی در بالای نوار ظرفیت اشغال نشود، چقدر است؟ فرض کنید $T = 290 \text{ K}$ است. (توجه: در نیم‌رسانای خالص، انرژی فرمی به‌طور متقارنی میان جمعیت الکترون‌های رسانش و جمعیت حفره‌ها، و بنابراین، در مرکز گاف قرار دارد. لازم نیست که حالتی در محل انرژی فرمی موجود باشد.)

۳۴۰۰ در یک مدل ساده شده از یک نیم‌رسانای آلوده نشده، توزیع واقعی حالت‌های انرژی را می‌توان با وضعیتی که در آن N_V حالت در نوار ظرفیت، که همه‌ی آن‌ها دارای انرژی یکسان E_V هستند، و N_C حالت در نوار رسانش، که همه‌ی آن‌ها دارای انرژی یکسان E_C هستند، جایگزین کرد. تعداد الکترون‌ها در نوار رسانش برابر با تعداد حفره‌ها در نوار ظرفیت است. (الف) نشان دهید که این شرط آخر حاکی از آن است که

$$\frac{N_C}{\exp(\Delta E_C / kT) + 1} = \frac{N_V}{\exp(\Delta E_V / kT) + 1}$$

که در آن

$$\Delta E_C = E_C - E_F \quad \text{و} \quad \Delta E_V = -(E_V - E_F)$$

(ب) اگر تراز فرمی در گاف میان دو نوار و فاصله‌ی آن از هر نوار نسبت به kT بزرگ باشد، آنگاه جمله‌های نمایی در مخرج کسرها غالب می‌شوند. در این شرایط، نشان دهید که

$$E_F \approx \frac{(E_C + E_V)}{2} + \frac{kT \ln(N_V / N_C)}{2}$$

و این‌که اگر $N_V \approx N_C$ باشد، تراز فرمی برای نیم‌رسانای آلوده شده به مرکز گاف نزدیک است.

۳۵۰۰ **www** چه جرمی از فسفر برای آلودیدن 1 g سیلیسیم لازم است تا چگالی عددی الکترون‌های رسانش در سیلیسیم خالص از 10^{16} m^{-3} تا ضربی از 10^6 افزایش یابد؟

۳۶۰۰ ● یک نمونه از سیلیسیم با اتم‌هایی که دارای حالت‌های بخشنده‌ی 0.11 eV زیر کف نوار رسانش هستند، آلوده شده است. (گاف انرژی در سیلیسیم برابر 1.1 eV است.) اگر هر یک از این

برقرار باشد، تقریباً چند بار بنیادی e در درجه ظاهر می‌شود؟

مسئله‌های تکمیلی

۴۵ (الف) نشان دهید که در $E = E_F$ ، شیب dP/dE در معادله‌ی ۴۱-۶ برابر با $1/4kT$ است. (ب) همچنین نشان دهید که خط مماس بر منحنی شکل ۴۱-۷ در $E = E_F$ ، محور افقی را در $E = E_F + 2kT$ قطع می‌کند.

۴۶ با استفاده از داده‌های جدول ۴۱-۱، dp/dT را در دمای اتاق برای (الف) مس و (ب) سیلیسیم محاسبه کنید.

۴۷ (الف) زاویه‌ی θ بین نزدیک‌ترین پیوندهای مجاور در شبکه‌ی سیلیسیم را به دست آورید. به یاد آورید که هر اتم سیلیسیم به نزدیک‌ترین چهار همسایه‌ی خود پیوند خورده است. این چهار همسایه تشکیل یک چهاروجهی منظم را می‌دهند-هرمی که اضلاع و قاعده‌ی آن، مثلث‌های متوازی‌الاضلاع هستند. (ب) با توجه به این که اتم‌ها در گوشه‌های چهاروجهی به فاصله‌ی 388pm از هم قرار گرفته‌اند، طول پیوند را به دست آورید.

۴۸ نشان دهید که احتمال اشغال شدن $P(E)$ در معادله‌ی ۴۱-۶، نسبت به مقدار انرژی فرمی متقارن است؛ یعنی، نشان دهید

$$P(E_F + \Delta E) + P(E_F - \Delta E) = 1$$

۴۹ (الف) نشان دهید که چگالی حالت‌ها در انرژی فرمی با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$N(E_F) = \frac{(4)(3^{1/2})(\pi^{1/2})mn^{1/2}}{h^2} \\ = (4/11 \times 10^{18} \text{m}^{-2} \text{eV}^{-1}) n^{1/2}$$

که در آن n چگالی عددی الکترون‌های رسانش است. (ب) $N(E_F)$ را برای مس، که فلزی تک‌ظرفیتی با جرم مولی 63.54g/mol و چگالی 8.96g/cm^3 است، محاسبه کنید. با یادآوری این که برای مس $E_F = 7\text{eV}$ است، درستی محاسبه‌ی خود را با منحنی شکل ۴۱-۶ تحقیق کنید.

۵۰ نقره در دمای 961°C ذوب می‌شود. در نقطه‌ی ذوب، چه کسری از الکترون‌های رسانش در حالت‌هایی با انرژی‌های بالاتر از انرژی فرمی 5.5eV قرار دارند؟ (مسئله ۲۱ را ببینید.)

۵۱ انرژی فرمی مس برابر 7eV است. ثابت کنید که تندی فرمی مربوط به آن برابر 1600km/s است.

۵۲ ضریب عددی 0.121 در معادله‌ی ۴۱-۹ را ثابت کنید.

۵۳ در چه فشاری، بر حسب اتمسفر، تعداد مولکول‌ها بر واحد حجم یک گاز کامل برابر با چگالی عددی الکترون‌های رسانش در مس است، در صورتی که هر دو در دمای $T = 300\text{K}$ باشند؟

می‌شوند. فرض کنید یک تک‌فوتون پرتوی گامای 662keV ، انرژی خود را در رخدادهای پراکندگی چندگانه‌ای در داخل یک نیم‌رسانا با انرژی گاف 1eV ، به الکترون‌ها منتقل کند تا آنکه تمام انرژی آن انتقال یابد. با فرض آنکه هر الکترون، گاف بین سقف نوار ظرفیت تا کف نوار رسانش را جهش کند، تعداد جفت الکترون-حفره‌های تولید شده توسط این فرایند را به دست آورید.

۴۰۰ برای یک یکسوز پیوندی $p-n$ آرمانی با یک مرز مشخص بین دو طرف نیم‌رسانای آن، جریان I با رابطه‌ی زیر به اختلاف پتانسیل V دو سر یکسوز مربوط می‌شود

$$I = I_0(e^{eV/kT} - 1)$$

که در آن I_0 ، که به ماده بستگی دارد و به I یا V بستگی ندارد، جریان اشباع وارون خوانده می‌شود. اختلاف پتانسیل V مثبت است اگر یکسوز بایاس مستقیم شده باشد، و منفی است اگر یکسوز بایاس معکوس شده باشد. (الف) با رسم I بر حسب V از -0.12V تا $+0.12\text{V}$ ، ثابت کنید این عبارت رفتار یک یکسوز پیوندی را به دست می‌دهد. فرض کنید $T = 300\text{K}$ و $I_0 = 5\text{nA}$ است. (ب) برای همان دما، نسبت جریان برای بایاس مستقیم 0.50V به جریان برای بایاس معکوس 0.50V را محاسبه کنید.

۴۱۰ در یک بلور خاص، بالاترین نوار اشغال شده، کاملاً پر است. این بلور برای نور با طول‌موج‌های بزرگتر از 295nm شفاف، ولی برای طول‌موج‌های کوتاه‌تر کدر است. گاف میان بالاترین نوار اشغال شده و نوار بالاتر بعدی (خالی) برای این ماده را محاسبه کنید.

۴۲۰ یک بلور پتاسیم کلراید دارای گاف نوار انرژی 7.6eV بالای بالاترین نقطه‌ی نوار اشغال شده‌ای است، که کاملاً پر است. آیا این بلور نسبت به نوری با طول‌موج 140nm شفاف است یا کدر؟

۴۳۰ یک تراشه‌ی رایانه‌ی خاص که اندازه‌اش در حدود یک تمبر پستی $(2.54\text{cm} \times 2.22\text{cm})$ است شامل حدود $3/5$ میلیون ترانزیستور است. اگر ترانزیستورها مربعی شکل باشند، بُعد بیشینه‌ی آن‌ها باید چقدر باشد؟ (توجه: ابزارهایی غیر از ترانزیستورها نیز در تراشه وجود دارند، و باید فضایی برای اتصال‌های داخلی بین اجزای مدار وجود داشته باشد. امروزه، ترانزیستورهای کوچکتر از $0.7\mu\text{m}$ بسیار رایج‌اند و با قیمت ناچیزی ساخته می‌شوند.)

۴۴۰ یک MOSFET مبتنی بر سیلیسیم دارای یک درجه‌ی مربعی به ضلع $0.50\mu\text{m}$ است. لایه‌ی اکسید سیلیسیم عایق که درجه را از نوع p جدا می‌کند دارای ضخامت $0.20\mu\text{m}$ و ثابت دی‌الکتریک $4/5$ است. (الف) ظرفیت معادل درجه-پایه چقدر است؟ (ب) درجه به صورت یک صفحه و با پایه به صورت صفحه‌ی دیگر رفتار کنید. (ب) هرگاه اختلاف پتانسیل 10V بین درجه-چشمه

انرژی حاصل از هسته

۴۳-۱ شکافت هسته‌ای

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۴۳-۱ بین سوزاندن اتمی و هسته‌ای تمیز قائل شوید، با این توضیح که در هر دو فرایند انرژی به دلیل کاهش جرم حاصل می‌شود.
- ۴۳-۲ فرایند شکافت را تعریف کنید.
- ۴۳-۳ فرایندی که یک نوترون گرمایی باعث می‌شود یک هسته ^{235}U شکافت پیدا کند را توصیف کنید، و نقش هسته مرکب بینایی را توضیح دهید.
- ۴۳-۴ برای جذب یک نوترون گرمایی، تغییر جرم دستگاه و انرژی‌ای که صرف نوسان حاصل هسته مرکب بینایی می‌شود را محاسبه کنید.
- ۴۳-۵ برای یک فرایند شکافت معین، مقدار Q را برحسب انرژی بستگی

- ۴۳-۶ مدل بور-ویلر برای شکافت هسته‌ای را که شامل سد انرژی است، توضیح دهید.
- ۴۳-۷ توضیح دهید که چرا نوترون‌های گرمایی نمی‌توانند باعث شکافت ^{238}U شوند.
- ۴۳-۸ مقدار تقریبی انرژی (برحسب MeV) در شکافت هر هسته پرجرم به دو هسته با جرم متوسط را بشناسید.
- ۴۳-۹ آهنگ شکافت هسته‌ای و آهنگ آزاد شدن انرژی را به هم مربوط کنید.

نکته‌های کلیدی

- فرایندهای هسته‌ای تقریباً یک میلیون بار بر واحد جرم مؤثرتر از فرایندهای شیمیایی در تبدیل جرم به سایر شکل‌های انرژی هستند.
- اگر یک نوترون گرمایی توسط یک هسته ^{235}U گیراندازی شود، ^{236}U حاصل می‌تواند با تولید دو هسته با جرم متوسط و یک یا چند نوترون، شکافت پیدا کند.
- انرژی آزادشده در چنین رویداد شکافتی $Q \approx 200\text{ MeV}$ است.

- شکافت می‌تواند بر مبنای مدل جمعی فهمیده می‌شود، که در آن هسته به یک قطره‌ی مایع باردار تشبیه می‌شود که حامل انرژی برانگیختگی معینی است.
- برای آنکه شکافت رخ دهد، باید در یک سد پتانسیل تونل زده شود. شکافت‌پذیری به رابطه‌ی بین بلندی E_b سد و انرژی برانگیختگی E_n منتقل شده به هسته در گیراندازی نوترونی بستگی دارد.

فیزیک چیست؟

اکنون می‌خواهیم به یکی از دلبستگی‌های اصلی فیزیک و اقسام معینی از مهندسی بپردازیم: آیا می‌توانیم انرژی مفیدی از منابع هسته‌ای به دست آوریم، همان‌طور که آدمیان برای هزاران سال این کار را با سوزاندن موادی چون چوب یا زغال‌سنگ، از منابع اتمی انجام داده‌اند؟ همان‌طور که اکنون می‌دانید، پاسخ این پرسش، مثبت است، ولی تفاوت‌هایی اساسی بین این دو منبع انرژی وجود دارد. وقتی انرژی را از چوب یا زغال‌سنگ با سوزاندن آن‌ها به دست می‌آوریم، داریم اتم‌های کربن و اکسیژن را با ترتیب دادن مجدد آرایش الکترون‌های خارجی آن‌ها برای رسیدن به ترکیب‌های پایدارتری، تغییر می‌دهیم. وقتی انرژی را در یک راکتور هسته‌ای از اورانیوم به دست می‌آوریم، دوباره سوختی را می‌سوزانیم، اما اکنون داریم هسته‌ی اورانیوم را با ترتیب دادن مجدد آرایش نرکلئون‌های آن برای رسیدن به ترکیب‌هایی پایدارتر، تغییر می‌دهیم.

جدول ۴۳-۱ انرژی آزادشده توسط ۱ kg ماده

شکل ماده	فرایند	زمان ^a
آب	فروریزش یک آبشار ۵۰ m	۵s
زغال سنگ	سوختن	۸h
UO ₂ غنی شده	شکافت در راکتور	۶۹۰y
²³⁵ U	شکافت کامل	3×10^4 y
گاز دوتریم داغ	گداخت کامل	3×10^4 y
ماده و پادماده	نابودی کامل	3×10^7 y

^a این ستون، بازه‌ی زمانی را نشان می‌دهد که در آن انرژی تولیدشده می‌تواند یک لامپ ۱۰۰W را روشن نگه دارد.

الکترون‌ها توسط نیروی الکترومغناطیسی کولنی در اتم نگه داشته می‌شوند، و فقط چند الکترون-ولت لازم است تا یکی از آن‌ها از اتم کنده شود. از سوی دیگر، نوکلئون‌ها توسط نیرویی قوی در هسته نگه داشته می‌شوند، و برای کندن یکی از آن‌ها به چند میلیون الکترون-ولت نیاز است. ضریب چند میلیون، حاکی از این واقعیت است که می‌توانیم چندین میلیون بار انرژی بیشتری از یک کیلوگرم اورانیوم نسبت به یک کیلوگرم زغال سنگ، به دست آوریم.

هم در سوزاندن اتمی و هم در هسته‌ای، آزاد شدن انرژی، طبق معادله‌ی $Q = -\Delta mc^2$ ، با یک کاهش جرم همراه است. اختلاف اصلی میان سوختن زغال سنگ و سوختن اورانیوم در این است که در مورد اولی، بخش بسیار بزرگتری از جرم موجود (دوباره، با ضریب چند میلیون) مصرف می‌شود.

فرایندهای مختلفی که می‌توانند برای سوزاندن اتمی یا هسته‌ای مورد استفاده قرار گیرند، سطح‌های متفاوتی از توان، یا آهنگ‌هایی را که با آن انرژی آزاد می‌شود، به دست می‌دهند. در حالت هسته‌ای، می‌توانیم یک کیلوگرم اورانیوم را در یک بمب به‌طور انفجاری یا در یک راکتور هسته‌ای به‌طور تدریجی بسوزانیم. در حالت اتمی، می‌توانیم انفجار یک قطعه دینامیت یا هضم شدن یک دونات ژله‌ای را در نظر بگیریم.

جدول ۴۳-۱ نشان می‌دهد که چه مقدار انرژی می‌تواند از ۱ kg ماده با انجام فرایندهایی مختلف به دست آید. به جای اینکه این انرژی به‌طور مستقیم گزارش شود، جدول نشان می‌دهد که انرژی به دست آمده تا چه مدت می‌تواند یک لامپ ۱۰۰W را روشن نگه دارد. فقط فرایندهای سه سطر نخست جدول واقعاً انجام پذیرفته‌اند؛ سه سطر دیگر حدهای نظری را نشان می‌دهند که ممکن است قابل انجام نباشند. سطر آخر، نابودی متقابل کل ماده و پادماده است که یک هدف غایی در تولید انرژی است. در این فرایند، همه‌ی انرژی جرمی به شکل‌های دیگر انرژی تبدیل می‌شود.

مقایسه‌های جدول ۴۳-۱ بر مبنای «بر واحد جرم» محاسبه شده‌اند. از یک کیلوگرم اورانیوم، چند میلیون بار انرژی بیشتری نسبت به یک کیلوگرم زغال سنگ یا یک کیلوگرم آب در حال سقوط به دست می‌آید. از سوی دیگر، زغال سنگ فراوانی در پوسته‌ی کره‌ی زمین وجود دارد، و آب به آسانی در پشت یک سد ذخیره می‌شود.

شکافت هسته‌ای: فرایند اصلی

در سال ۱۹۳۲، فیزیکدان انگلیسی جیمز چادویک^۱ نوترون را کشف کرد. چند سال بعد، انریکو فرمی^۲ در ژم دریافت هنگامی که چند عنصر مختلف توسط نوترون‌ها بمباران شوند،

^۱ James Chadwick

^۲ Enrico Fermi

عنصرهای پرتوزای جدیدی تولید می‌شوند. فرمی پیش‌بینی کرده بود که نوترون، با توجه به این‌که بدون بار است، می‌تواند پرتابه‌ی هسته‌ای سودمندی باشد؛ نوترون برخلاف پروتون یا ذره‌ی آلفا، وقتی به نزدیکی یک سطح هسته‌ای برسد، تحت تأثیر هیچ نیروی کولنی دافعه‌ای قرار نمی‌گیرد. حتی نوترون‌های گرمایی، که نوترون‌های متحرک کندی در تعادل حرارتی با ماده‌ی پیرامونی در دمای اتاق، و با انرژی جنبشی فقط در حدود 0.04eV هستند، پرتابه‌های سودمندی در مطالعات هسته‌ای به شمار می‌آیند.

در اواخر دهه‌ی ۱۹۳۰ فیزیکدانی به نام لیز مایتنر^۱ و شیمیدان‌هایی به نام‌های آتو هان^۲ و فریتز استراسمن^۳ در برلین، با پی گرفتن کار فرمی و همکاری‌های محلول‌های نمک‌های اورانیوم را با این نوترون‌های گرمایی بمباران کردند. آن‌ها دریافتند که پس از بمباران، تعدادی نوکلید پرتوزای جدید به‌وجود می‌آیند. در سال ۱۹۳۹، یکی از نوکلیدهای پرتوزایی که به این روش ایجاد شده بود، پس از آزمایش‌های مکرری، به‌طور قطعی باریم شناخته شد. ولی، هان و استراسمن در شگفت بودند که چگونه ممکن است چنین عنصری با جرم متوسط ($Z = 56$) توسط بمباران اورانیوم ($Z = 92$) با نوترون‌ها ایجاد شده باشد؟

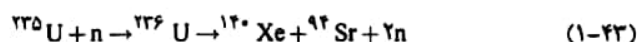
این معما در عرض چند هفته توسط مایتنر و خواهرزاده‌اش آتو فریش^۴ حل شد. آن‌ها سازوکاری را پیشنهاد کردند که از طریق آن یک هسته‌ی اورانیوم که نوترونی گرمایی را جذب کرده می‌توانست با آزاد کردن انرژی به دو بخش تقریباً مساوی شکافته شود، که یکی از آن‌ها احتمالاً می‌توانست باریم باشد. فریش این فرایند را شکافت نامید.

نقش اصلی مایتنر در کشف شکافت به‌طور کامل شناخته نشده بود، تا این‌که بررسی‌های تاریخی اخیر آن را روشن ساخت. او در جایزه‌ی نوبل شیمی که در سال ۱۹۴۴ به اتو هان اهدا شد، سهمی نداشت. ولی (سرانجام) در سال ۱۹۹۷ به احترام مایتنر عنصری به نام او نامگذاری شد: مایتنیریوم^۵ (با نماد Mt ، $Z = 109$).

نگاهی دقیق‌تر به شکافت

شکل ۱-۴۳ توزیع حاصل از عدد جرمی پاره‌های تولیدشده را هنگام بمباران کردن ^{235}U با نوترون‌های گرمایی نشان می‌دهد. محتمل‌ترین عددهای جرمی، که در حدود ۷٪ از رویدادها رخ می‌دهند، در حول و حوش $A \approx 95$ و $A \approx 140$ قرار گرفته‌اند. عجیب این‌که، مشخصه‌ی "دوقله‌ای" شکل ۱-۴۳ هنوز فهمیده نشده است.

در مثال رویداد شکافت ^{235}U ، هسته‌ی ^{235}U با جذب نوترون گرمایی، هسته‌ی مرکب ^{236}U را در حالتی بسیار برانگیخته ایجاد می‌کند. درواقع این هسته است که شکافته و به دو پاره تقسیم می‌شود. این پاره‌ها - بین خود - به‌سرعت دو نوترون گسیل می‌کنند، و (در یک حالت نوعی) ^{140}Xe ($Z = 54$) و ^{94}Sr ($Z = 38$) به عنوان پاره‌های شکافت برجای می‌مانند. بنابراین، معادله‌ی مرحله‌به‌مرحله‌ی شکافت برای این رویداد چنین است



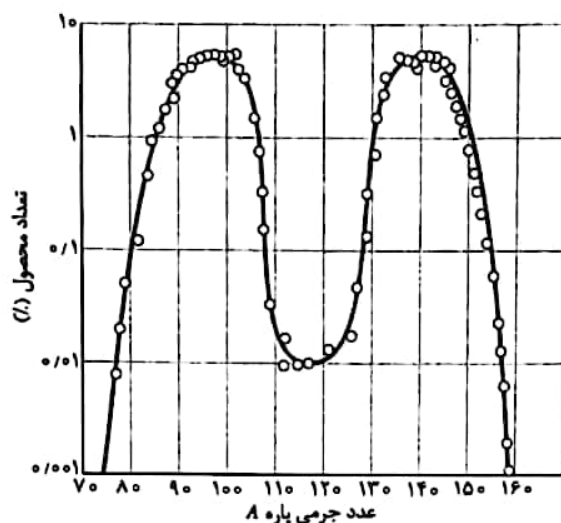
توجه کنید که در حین تشکیل و شکافت هسته‌ی مرکب، تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های درگیر در این فرایند (و در نتیجه تعداد کل و بار خالص آن‌ها) پایسته می‌ماند.

در معادله‌ی ۱-۴۳، پاره‌های ^{140}Xe و ^{94}Sr که هر دو به‌میزان زیادی ناپایدارند، بر اثر واپاشی بتا (با تبدیل نوترون به پروتون و گسیل یک الکترون و یک نوترینو) سرانجام به محصول نهایی پایداری می‌رسند. برای گزین زنجیره‌ی واپاشی چنین است

^۱ Lise Meitner
^۴ Otto Frisch

^۲ Otto Hahn
^۵ Meitnerium

^۳ Fritz Strassmann



شکل ۱-۴۳ توزیع حاصل از عدد جرمی پاره‌ها که از بررسی چندین رویداد شکافت به دست آمده است. توجه کنید که مقیاس محور قائم لگاریتمی است.

$$^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{130}\text{Cs} \rightarrow ^{130}\text{Ba} \rightarrow ^{130}\text{La} \rightarrow ^{130}\text{Ca}$$

$T_{1/2}$	۱۴s	۶۴s	۱۳d	۴۰h	پایداری
Z	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸

(۲-۴۳)

و برای استرونیوم

$$^{94}\text{Sr} \rightarrow ^{94}\text{Y} \rightarrow ^{94}\text{Zr}$$

$T_{1/2}$	۷۵s	۱۹min	پایدار
Z	۳۸	۳۹	۴۰

(۳-۴۳)

که همان‌طور که از بخش ۴۲-۵ انتظار داشتیم، عددهای جرمی (۹۴، ۱۴۰) پاره‌ها در حین این فرایندهای واپاشی بتا بدون تغییر می‌مانند و عددهای اتمی (در ابتدا ۵۴ و ۳۸) در هر مرحله به اندازه‌ی یک واحد افزایش می‌یابند.

بررسی نوار پایداری روی نقشه‌ی نوکلیدی شکل ۴۲-۵ نشان می‌دهد که چرا این پاره‌های شکافت، ناپایدارند. نوکلید ^{236}U ، که هسته‌ی شکافته‌شده در واکنش معادله‌ی ۱-۴۳ است، ۹۲ پروتون و ۹۲-۲۳۶، یا ۱۴۴، نوترون دارد که نسبت نوترون به پروتون آن تقریباً برابر ۱٫۶ است. پاره‌های اولیه که بی‌درنگ پس از واکنش شکافت تشکیل می‌شوند تقریباً همین نسبت نوترون به پروتون را دارند. ولی نوکلیدهای پایدار در ناحیه‌ی جرم‌های متوسط، نسبت نوترون به پروتون کوچکتری، در گستره‌ی ۱٫۳ تا ۱٫۴، دارند. بنابراین، پاره‌های اولیه پرنوترون هستند (نوترون‌های بسیار زیادی دارند) و چند نوترون را بیرون می‌اندازند، که در مورد واکنش معادله‌ی ۱-۴۳ دو نوترون است. پاره‌هایی که باقی می‌مانند هنوز برای پایدار شدن، نوترون‌های زیادی دارند. واپاشی بتا، سازوکاری را برای خلاص شدن از دست این نوترون‌های اضافی پیشنهاد می‌کند، که همان تغییر آن‌ها به پروتون در داخل هسته است.

انرژی آزادشده بر اثر شکافت یک نوکلید پُرجرم را می‌توان با بررسی انرژی بستگی کل بر نوکلئون ΔE_{ben} پیش و پس از شکافت، برآورد کرد. ایده این است که چون انرژی جرمی کل کاهش می‌یابد، شکافت می‌تواند رخ دهد؛ یعنی برای آنکه محصول‌های شکافت به‌طور محکم‌تری مقید باشند، ΔE_{ben} افزایش می‌یابد. بنابراین، انرژی Q ی آزادشده توسط شکافت عبارت است از

$$Q = \left(\begin{array}{c} \text{انرژی بستگی} \\ \text{نهایی کل} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{انرژی بستگی} \\ \text{اولیه} \end{array} \right) \quad (۴-۴۳)$$

برای برآورد خود فرض می‌کنیم که شکافت، یک هسته‌ی پُر جرم اولیه را به دو هسته با جرم متوسط و با همان تعداد نوکلئون تبدیل می‌کند. در این صورت، خواهیم داشت

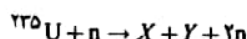
$$Q = \left(\begin{array}{c} \Delta E_{\text{ben}} \\ \text{تعداد نهایی} \\ \text{نوکلئون‌ها} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \Delta E_{\text{ben}} \\ \text{تعداد اولیه} \\ \text{نوکلئون‌ها} \end{array} \right) \quad (۵-۴۳)$$

از شکل ۷-۴۲ درمی‌یابیم که برای یک نوکلید پُر جرم ($A \approx 240$)، انرژی بستگی به نوکلئون تقریباً برابر با نوکلئون 7.6 MeV است. برای نوکلیدهای با جرم متوسط ($A \approx 120$)، این مقدار تقریباً برابر با نوکلئون 8.5 MeV است. بنابراین، انرژی آزاد شده توسط شکافت یک نوکلید پُر جرم به دو نوکلید با جرم متوسط چنین می‌شود.

$$Q = \left(\begin{array}{c} 8.5 \text{ MeV} \\ \text{نوکلئون} \end{array} \right) (2) \left(\begin{array}{c} \text{نوکلئون} \\ \text{هسته} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} 7.6 \text{ MeV} \\ \text{نوکلئون} \end{array} \right) (240) \approx 200 \text{ MeV} \quad (۶-۴۳)$$

نکته‌ی واری ۱

یک رویداد شکافت عمومی چنین است



کدام یک از جفت‌هایی زیر نمی‌توانند نشان‌دهنده‌ی X و Y باشند: (الف) ^{139}Xe و ^{94}Sr ، (ب) ^{139}Cs و ^{94}Rb ، (پ) ^{140}Nd و ^{94}Ge ، (ت) ^{141}In و ^{93}Ru .

مدلی برای شکافت هسته‌ای

اندکی پس از کشف شکافت، نیلز بور و جان ویلر^۱ برای توضیح ویژگی‌های اصلی هسته‌ای آن، مدل جمعی هسته (بخش ۸-۴۲) را به کار بردند که مبتنی بر تشابه میان هسته و یک قطره‌ی مایع باردار است. شکل ۲-۴۳، با استفاده از این دیدگاه، چگونگی روند فرایند شکافت را نشان می‌دهد. هرگاه یک هسته‌ی پُر جرم - مثلاً ^{235}U - یک نوترون کند (گرمایی) را جذب کند، مانند شکل ۲-۴۳ الف، آن نوترون در چاه پتانسیل وابسته به نیروهای قوی که در فضای داخل هسته عمل می‌کنند، فرومی‌افتد. سپس انرژی پتانسیل نوترون، به تریبی که شکل ۲-۴۳ ب نشان می‌دهد، به انرژی برانگیختگی داخلی هسته تبدیل می‌شود. مقدار انرژی برانگیختگی‌ای که نوترون کند به داخل هسته حمل می‌کند برابر با انرژی بستگی E_n نوترون در آن هسته است، که همان تغییر انرژی جرمی دستگاه نوترون-هسته بر اثر گیراندازی نوترونی است.

شکل‌های ۲-۴۳ پ و ت نشان می‌دهند این هسته، که مانند یک قطره‌ی مایع باردار شدیداً در حال نوسان رفتار می‌کند، دیر یا زود "گردن" کوتاهی تشکیل می‌دهد و شروع به جدا شدن به صورت "دوگویی" باردار می‌کند. اگر نیروی دفعه‌ی الکتریکی میان این دو گوی آن‌ها را به قدر کافی از هم دور کند تا گردن پاره شود، دو پاره که هریک هنوز مقداری از انرژی برانگیختگی باقیمانده را در خود دارند، از هم جدا می‌شوند (شکل‌های ۲-۴۳ ث و ج). اکنون شکافت رخ داده است.

^۱ John Wheeler



اما پروتون‌ها و نوترون‌ها با نیروی قوی‌ای که هسته را حفظ می‌کند، یکدیگر را جذب نیز می‌کنند.



(ت)

هر دو گوی پروتون دارند و باردار مثبت‌اند، و در نتیجه یکدیگر را دفع می‌کنند.



(ب)

بر اثر این جذب، انرژی از انرژی جرمی به انرژی نوسانی انتقال می‌یابد.



(ب)

^{235}U با جذب یک نوترون گند (یا انرژی جنبشی کم) به ^{236}U تبدیل می‌شود.



(الف)

دو پاره‌ی شکافت، نوترون‌ها را بیرون می‌اندازند و باعث کاهش بیشتر انرژی جرمی می‌شوند.



(ج)

این شکاف، انرژی جرمی را کاهش می‌دهد و در نتیجه انرژی آزاد می‌شود.



(ج)

در نتیجه اگر گوی‌ها به حد کافی از هم دور شوند، دافعه‌ی الکتریکی هسته را از هم می‌گسلد.



(ج)

ولی این نیروی قوی، خیلی سریع با افزایش فاصله‌ی بین گوی‌ها، کاهش می‌یابد.

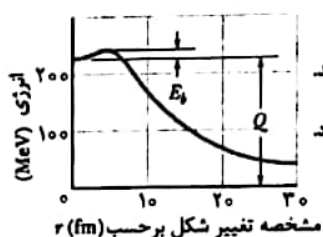


(ث)

شکل ۴۳-۲ مرحله‌های یک فرایند شکافت نوکی، بنا بر مدل جمعی بور و ویلر.

این مدل، تصویر کیفی خوبی را از فرایند شکافت به دست می‌داد. ولی آنچه برای بررسی باقی مانده بود این بود، که آیا این مدل می‌تواند پاسخی برای این پرسش دشوار ارائه کند که چرا برخی از نوکلیدهای برجرم (مثل ^{235}U و ^{239}Pu) به آسانی توسط نوترون‌های گرمایی شکافت‌پذیرند، در حالی که نوکلیدهایی دیگر با همان جرم (مثل ^{238}U و ^{243}Am) این‌گونه نیستند؟

بور و ویلر توانستند به این پرسش پاسخ دهند. شکل ۴۳-۳ نموداری از انرژی پتانسیل هسته‌ی در حال شکافتی را در مرحله‌های مختلف نشان می‌دهد، که از مدل آن‌ها برای فرایند شکافت حاصل شده است. این انرژی برحسب پارامتر وایچس^۱ r رسم شده است، که معیاری تقریبی از اندازه‌ای است که در آن هسته‌ی در حال نوسان از شکل کروی خارج می‌شود. هرگاه پاره‌ها از هم دور باشند، این پارامتر صرفاً فاصله‌ی میان مرکزهای آن‌هاست (شکل ۴۳-۲). اختلاف انرژی میان حالت اولیه ($r=0$) و حالت نهایی ($r=\infty$) هسته‌ی در حال شکافت-یعنی، انرژی فروپاشی Q - در شکل ۴۳-۳ مشخص شده است. ولی ویژگی اصلی این شکل این است که منحنی انرژی پتانسیل از بیشینه‌ای در یک مقدار معین r می‌گذرد.



E_0 انرژی سداست که باید بر آن فایق آمد
 Q انرژی است که در آن صورت آزاد می‌شود

شکل ۴۳-۳ انرژی پتانسیل در مرحله‌های مختلف فرایند شکافت، آن‌طور که مدل جمعی بور و ویلر پیش‌بینی می‌کند. مقدار Q ی واکنش (حدود 200MeV) و بلندی E_0 ی سد شکافت، هر دو نشان داده شده‌اند.

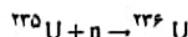
^۱ distortion parameter

بنابراین، یک سد پتانسیل به بلندی E_b وجود دارد که پیش از آنکه شکافت بتواند رخ دهد، باید بر آن غلبه کرد (یا در آن تونل زد). این، ما را به یاد واپاشی آلفا می‌اندازد (شکل ۴۲-۱۰)، که آن نیز فرایندی است که توسط یک سد پتانسیل بازداشته می‌شود.

ملاحظه می‌کنیم که شکافت فقط در صورتی رخ خواهد داد که نوترون جذب‌شده، انرژی برانگیختگی E_n به حد کافی بزرگی را برای غلبه بر سد، فراهم کند. لازم نیست این انرژی E_n ، به دلیل احتمال تونل‌زنی حاصل از فیزیک کوانتومی، واقعاً به بزرگی بلندی E_b ی سد باشد.

جدول ۴۳-۲، این آزمون را که آیا گیراندازی یک نوترون گرمایی می‌تواند باعث شکافت شود، برای چهار نوکلید پرچرم، نشان می‌دهد. جدول برای هر نوکلید، هم بلندی E_b ی سد هسته‌ای که توسط گیراندازی نوترون تشکیل شده است و هم انرژی برانگیختگی E_n ناشی از این گیراندازی را نشان می‌دهد. مقدارهای E_b بر مبنای نظریه‌ی بور و ویلر محاسبه شده‌اند. مقدارهای E_n از تغییر انرژی جرمی ناشی از گیراندازی نوترونی به دست آمده‌اند.

به عنوان یک مثال از محاسبه‌ی E_n ، سراغ نخستین ردیف جدول می‌رویم که فرایند گیراندازی نوترونی را نمایش می‌دهد



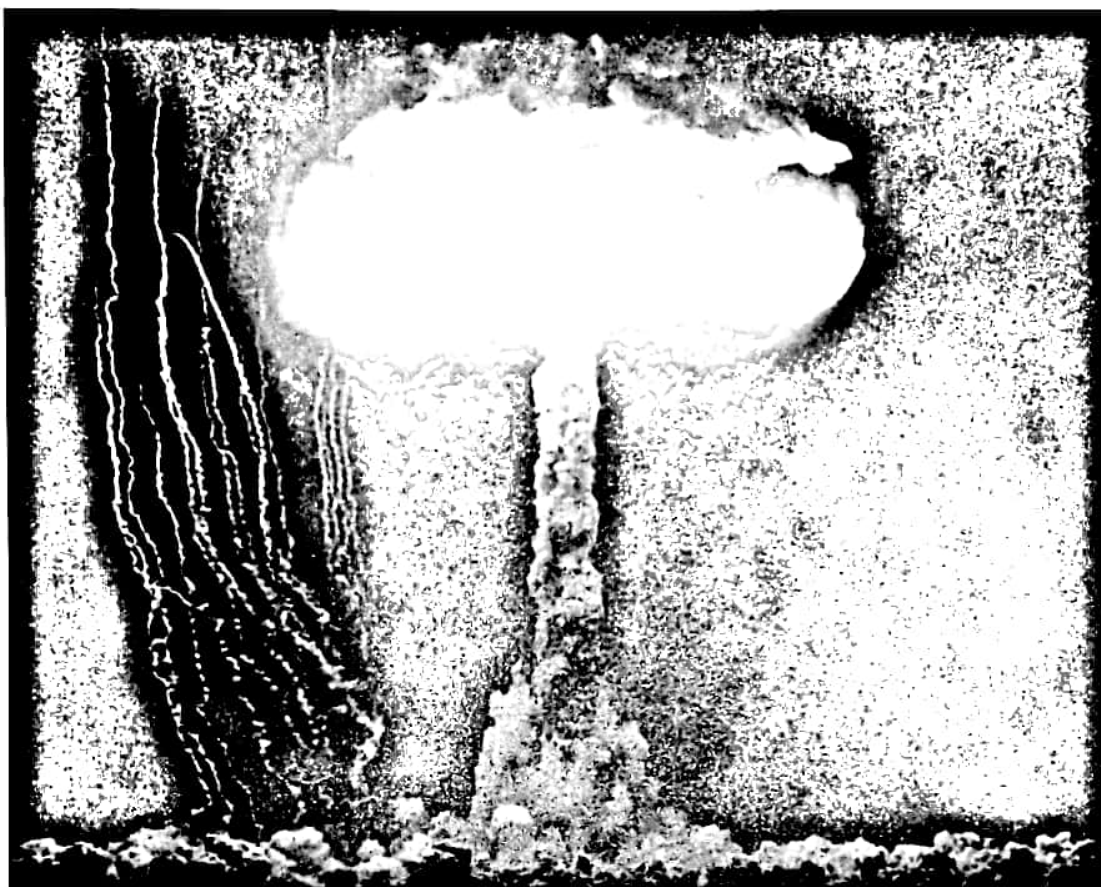
جرم‌های درگیر عبارت‌اند از ^{235}U ۲۳۵/۰۴۳۹۲۲ u برای ^{235}U ، ^{236}U ۲۳۶/۰۴۵۵۶۲ u برای ^{236}U . به سادگی می‌توان نشان داد که به دلیل گیراندازی نوترونی، جرم به اندازه‌ی 1.008665 u کاهش می‌یابد. بنابراین، انرژی از انرژی جرمی به انرژی برانگیختگی E_n تبدیل می‌شود. با ضرب این تغییر جرم در $c^2 (= 931.194 \text{ MeV/u})$ به $E_n = 6.75 \text{ MeV}$ می‌رسیم، که در نخستین سطر جدول آورده شده است.

نتایج نخستین و سومین سطرهای جدول ۴۳-۲ از لحاظ تاریخی اهمیت به سزایی دارند، زیرا آن‌ها اساس دو بمب اتمی به کار رفته در جنگ جهانی دوم هستند که حاوی ^{235}U (نخستین بمب) و ^{239}Pu (دومین بمب) بودند. یعنی، برای ^{235}U و ^{239}Pu ، $E_n > E_b$ است. این بدان معنی است که پیش‌بینی می‌شود برای این نوکلیدها، شکافت از طریق جذب یک نوترون گرمایی رخ می‌دهد. برای دو نوکلید دیگر جدول ۴۳-۲ (^{238}U و ^{244}Am)، داریم $E_n < E_b$ ؛ بنابراین، انرژی حاصل از نوترون گرمایی برای برانگیختن هسته به منظور غلبه بر سد یا تونل‌زنی مؤثر در آن، کافی نیست. به جای شکافت، هسته با گسیل یک فوتون پرتوی گاما از دست انرژی برانگیختگی خود خلاص می‌شود.

با این حال، نوکلیدهای ^{238}U و ^{244}Am را نیز می‌توان به شکافت واداشت، در صورتی که آن‌ها یک نوترون بسیار پرانرژی را (به جای نوترون گرمایی) جذب کنند. مثلاً، هسته‌ی ^{238}U می‌تواند شکافته شود، در صورتی که نوترونی با انرژی دست کم 1.3 MeV را در فرایندی که شکافت سریع نامیده می‌شود ("سریع" از آن‌رو که آن نوترون، سریع است) جذب کند.

جدول ۴۳-۲ آزمون شکافت‌پذیری چهار نوکلید

نوکلید هدف	نوکلیدی که شکافته می‌شود	E_n (MeV)	E_b (MeV)	شکافت توسط نوترون‌های گرمایی؟
^{235}U	^{236}U	۶٫۵	۵٫۲	بلی
^{238}U	^{239}U	۴٫۸	۵٫۷	خیر
^{239}Pu	^{240}Pu	۶٫۴	۴٫۸	بلی
^{244}Am	^{245}Am	۵٫۵	۵٫۸	خیر



شکل ۴۳-۴ این تصویری است که جهان پس از جنگ جهانی دوم را تاکنون مبهوت کرده است. وقتی واپسرت اُپنهایمر^۱، سرپرست گروه علمی سازنده ی بمب اتمی، نخستین انفجار اتمی را مشاهده کرد، به نقل از یک متن مقدس هندو چنین گفت: "اینک من در خود نام مرگ هستم، ویرانگر دنیاها."

دو بمب اتمی ای که در جنگ جهانی دوم به کار رفتند، به این قابلیت نوترون‌های گرمایی که باعث می‌شوند چندین نوکلید پرچرم واقع در دل بمب‌ها تقریباً در یک لحظه شکافته شوند، وابسته بودند. این فرایند با یک گسیلنده ی نوترون مانند برلیوم شروع می‌شود. پس از آنکه نوترون‌های گرمایی گسیل شده از آن باعث شکافت نخستین دسته از ^{235}U شود، هر شکافت نوترون‌های گرمایی بیشتری را آزاد می‌کند، که این سبب می‌شود ^{235}U بیشتری شکافت پیدا کند و نوترون‌های گرمایی آزاد شوند. این واکنش زنجیری به سرعت در ^{235}U موجود در بمب گسترده می‌شود و به خروج انرژی انفجاری و ویران‌کننده ای می‌انجامد. پژوهشگران که می‌دانستند ^{235}U کار خواهد کرد، فقط مقداری کافی برای ساختن یک بمب را از سنگ معدن اورانیوم پالایش کردند، که عمدتاً شامل ^{238}U است که توسط نوترون‌های گرمایی شکافته نمی‌شود. در همان زمانی که نخستین بمب به کار گرفته شد، یک بمب ^{239}Pu به طور موفقیت آمیزی در نیمه‌مکزیکر آزمایش شد (شکل ۴۳-۴)، و بنابراین بمب بعدی که به کار گرفته شد به جای ^{235}U حاوی ^{239}Pu بود.

^۱ Robert Oppenheimer



مسئله‌ی نمونه ۴۳-۱. مقدار Q در شکافت اورانیوم ۲۳۵

چپ معادله‌ی ۱-۴۳، یکی از دو نوترون در سمت راست آن معادله را حذف می‌کند. اختلاف جرم برای واکنش معادله‌ی ۷-۴۳ برابر است با

$$\Delta m = (139.9054u + 93.9063u + 1.00866u) - (235.0439u)$$

$$= -0.22354u$$

و انرژی فروپاشی مربوط به آن چنین می‌شود

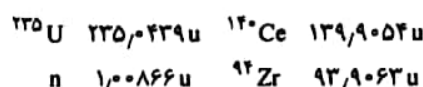
$$Q = -\Delta mc^2 = -(-0.22354u)(931.494 \cdot 10^3 \text{ MeV/u})$$

$$= 208 \text{ MeV} \quad (\text{پاسخ})$$

که در توافق خوبی با برآورد ما از معادله‌ی ۶-۴۳ است.

اگر رویداد شکافت در توده‌ای با حجم زیاد روی دهد، بیشتر این انرژی فروپاشی، که در ابتدا به انرژی جنبشی محصولات واپاشی تبدیل می‌شود، سرانجام به صورت افزایش انرژی درونی آن جسم ظاهر می‌شود، که خود را با افزایش در دما آشکار می‌سازد. ولی، تقریباً پنج یا شش درصد انرژی فروپاشی به نوترینوهای وابسته‌اند که در حین واپاشی بتای پاره‌های شکافت اولیه گسیل می‌شوند. این انرژی به بیرون دستگاه منتقل می‌شود و از دست می‌رود.

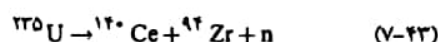
برای رویداد شکافت معادله‌ی ۱-۴۳، و با توجه به واپاشی پاره‌های شکافت به ترتیبی که در معادله‌های ۲-۴۳ و ۳-۴۳ نشان داده شده است، انرژی فروپاشی Q را به دست آورید. جرم‌های اتمی و ذره‌ای موردنیاز عبارت‌اند از



ایده‌های کلیدی

(۱) انرژی فروپاشی Q، انرژی منتقل شده از انرژی جرمی به انرژی جنبشی محصولات واپاشی است. (۲) $Q = -\Delta mc^2$ است، که در آن Δm تغییر جرم است.

محاسبه‌ها: چون می‌خواهیم واپاشی پاره‌های شکافت را به حساب آوریم، معادله‌های ۱-۴۳، ۲-۴۳ و ۳-۴۳ را ترکیب می‌کنیم و تبدیل کلی را به صورت زیر می‌نویسیم



در این جا فقط یک نوترون تنها ظاهر می‌شود، زیرا نوترون اولیه در سمت



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



۴۳-۲ راکتور هسته‌ای

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۴۳-۱ واکنش زنجیری را تعریف کنید.

۴۳-۱۱ مسئله‌ی نشت نوترون، مسئله‌ی انرژی نوترون، و مسئله‌ی گیراندازی نوترون را توضیح دهید.

۴۳-۱۲ ضریب تکثیر را بشناسید و آن را برای ربط دادن تعداد نوترون‌ها و توان خروجی پس از تعداد معینی چرخه، به تعداد اولیه‌ی نوترون‌ها

و توان خروجی اولیه به کار بندید.

۴۳-۱۴ بین وضعیت‌های زیر بحرانی، بحرانی، و فوق بحرانی تمیز قائل شوید.

۴۳-۱۴ کنترل بر زمان پاسخ را شرح دهید.

۴۳-۱۵ توصیفی کلی از یک نسل کامل را ارائه دهید.

نکته‌ی کلیدی

• یک راکتور هسته‌ای از یک زنجیره واکنش رویدادهای شکافت کنترل شده برای تولید توان الکتریکی استفاده می‌کند.

راکتور هسته‌ای

برای آنکه انرژی بسیار زیادی از شکافت حاصل شود، باید یک رویداد شکافت بقیه را راه اندازد، تا این فرایند در سرتاسر سوخت هسته‌ای همانند زبانه‌ی آتشی بر یک گنده، گسترش یابد. این واقعیت که در شکافت، نوترون‌های تولید شده بیشتر از نوترون‌های مصرف شده است، احتمال دقیق چنین واکنش زنجیری‌ای را که در آن هر نوترون تولیدشده قابلیت راه‌اندازی شکافت دیگری را دارد، افزایش می‌دهد. این واکنش می‌تواند سریع (مانند یک بمب هسته‌ای) یا کنترل شده (مانند یک راکتور هسته‌ای) باشد.

فرض کنید می‌خواهیم راکتوری را مبتنی بر شکافت ^{235}U توسط نوترون‌های گرمایی، طراحی کنیم. اورانیوم طبیعی حاوی ۰.۷٪ از این ایزوتوپ است، و ۹۹.۳٪ باقی آن از ^{238}U

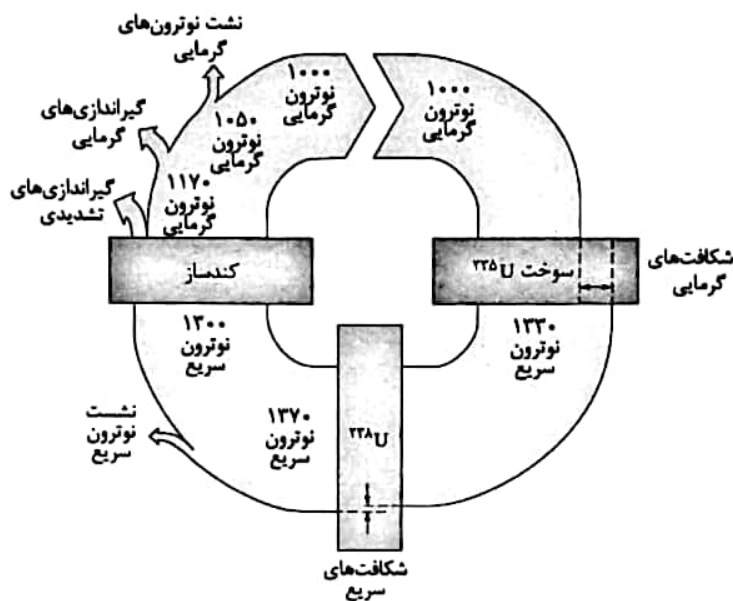
است که توسط نوترون‌های گرمایی، شکافت‌پذیر نیست. خود را به مرزی از غنی‌سازی مصنوعی سوخت اورانیوم محدود می‌کنیم که حاوی ۳٪ از ^{235}U باشد. ولی همچنان سه مشکل بر سر راه یک راکتور فعال وجود دارد.

۱. مسئله‌ی نشت نوترون. برخی از نوترون‌های تولیدشده توسط شکافت، از راکتور به بیرون نشت می‌کنند و بنابراین، بخشی از واکنش زنجیری نخواهند بود. نشتی، یک اثر سطحی است؛ بزرگی آن متناسب با مربع بُعد یک راکتور نوعی است (مساحت سطح مکعبی به ضلع a برابر با $6a^2$ است). ولی تولید نوترون در سرتاسر حجم سوخت رخ می‌دهد و بنابراین، متناسب با مکعب یک بُعد نوعی است (حجم همان مکعب برابر با a^3 است). کسر نوترون‌های گم‌شده بر اثر نشتی را می‌توانیم با به حد کافی بزرگ ساختن قلب راکتور، تا آن‌جا که می‌خواهیم کوچک کنیم، که این به کاهش نسبت سطح به حجم (برای مکعب $6/a^2 =$) می‌انجامد.

۲. مسئله‌ی انرژی نوترون. نوترون‌های تولیدشده توسط شکافت، سریع‌اند و انرژی جنبشی آن‌ها حدود ۲ MeV است. با این حال، شکافت به مؤثرترین وجهی توسط نوترون‌های گرمایی راه می‌افتد. نوترون‌های سریع را می‌توان با آمیختن سوخت اورانیوم با ماده‌ای-موسوم به کندساز-کند کرد که دارای دو ویژگی است: در کند کردن نوترون‌ها از طریق برخورد‌های کشسان مؤثر است، و نوترون‌ها را با جذب آن‌ها از قلب راکتور نمی‌کند تا نقشی در شکافت نداشته باشند. بیشتر راکتورهای قدرت هسته‌ای در آمریکای شمالی از آب به عنوان کندساز استفاده می‌کنند؛ هسته‌های هیدروژن (پروتون‌ها) در آب، جزء مؤثری هستند. در فصل ۹ [جلد اول] دیدیم که اگر یک ذره‌ی در حال حرکت، با ذره‌ی ساکنی برخورد کشسان رودررو داشته باشد، ذره‌ی متحرک همه‌ی انرژی جنبشی خود را، در صورتی که دو ذره دارای جرم یکسانی باشند، از دست می‌دهد. بنابراین، پروتون‌ها کندساز مؤثری هستند، زیرا آن‌ها تقریباً همان جرم نوترون‌های سریعی را دارند که می‌خواهیم سرعت آن‌ها را کاهش دهیم.

۳. مسئله‌ی گیراندازی نوترون. وقتی نوترون‌های سریع (۲ MeV) تولیدشده توسط فرایند شکافت در کندساز تا انرژی‌های گرمایی (حدود 0.04eV) کند شوند، باید از یک بازه‌ی حدهی انرژی (از ۱ تا 10^6MeV) بگذرند که در این بازه، به‌خصوص برای گیرافتادن غیرشکافتی توسط هسته‌ی ^{238}U مستعدند. چنین گیراندازی تشدیدیهی، که به گسیل پرتوی گاما می‌انجامد، نوترون را از زنجیره‌ی شکافت خارج می‌کند. برای کمینه کردن این گیراندازی غیرشکافتی، سوخت اورانیوم و کندساز به‌طور کامل آمیخته نمی‌شوند، بلکه آن‌ها را در ناحیه‌های مختلفی در حجم راکتور قرار می‌دهند.

در یک راکتور نوعی، سوخت اورانیوم به شکل ساچمه‌هایی از اورانیوم اکسید است که پشت سرهم در لوله‌های فلزی توخالی بلندی قرار گرفته‌اند. مایع کندساز بسته‌های این میله‌های سوخت را که قلب راکتور را تشکیل می‌دهند، احاطه کرده است. این آرایش هندسی، این احتمال را که نوترون سریع تولیدشده در میله‌ی سوخت به هنگام عبور از بازه‌ی حدهی انرژی، در کندساز یافت شود، افزایش می‌دهد. وقتی نوترون به انرژی‌های گرمایی رسیده باشد، همچنان ممکن است به روش‌هایی که به شکافت نمی‌انجامند، گیر انداخته شود (که به آن گیراندازی گرمایی می‌گویند). ولی، بسیار محتمل‌تر آن است که نوترون گرمایی رو به عقب به سمت میله‌ی سوخت برگردد و یک رویداد شکافت را ایجاد کند.



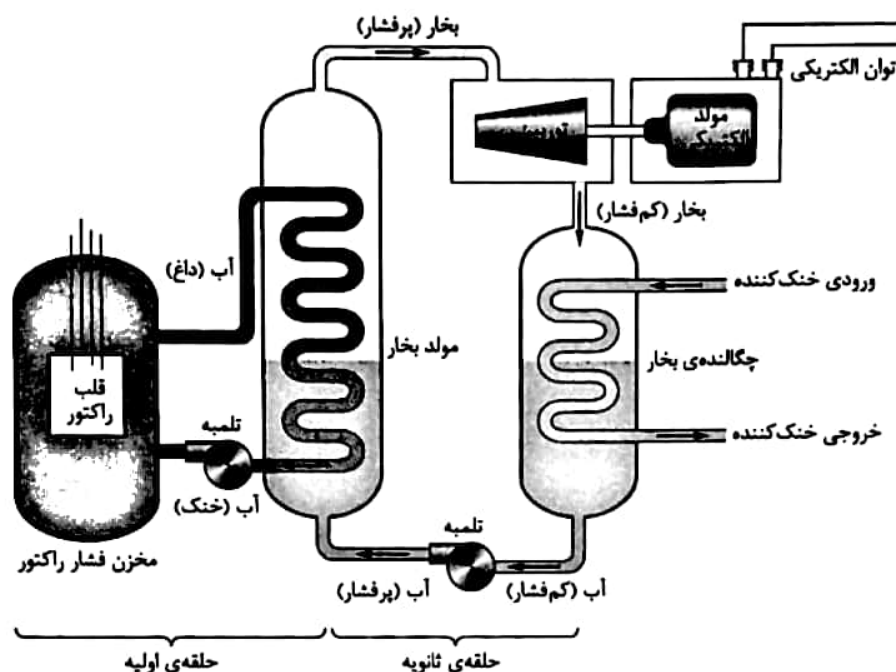
شکل ۴۳-۵ دادوستد نوترونی در یک راکتور. نسل از ۱۰۰۰ نوترون گرمایی با سوخت ^{235}U ، قالب ^{238}U ، و کندساز برهم کش می‌کند. آنها بر اثر شکافت، ۱۳۷۰ نوترون تولید می‌کنند، ولی ۳۷۰ تای آنها بر اثر گیراندازی غیرشکافتی یا بر اثر نشت، از دست می‌روند، که این بدان معنی است که ۱۰۰۰ نوترون گرمایی برای تشکیل نسل بعدی برجای می‌ماند. شکل برای راکتوری رسم شده است که با توان پایایی کار می‌کند.

شکل ۴۳-۵ توازن نوترونی در یک راکتور قدرت نوعی را که با توان ثابتی کار می‌کند، نشان می‌دهد. رد نمونه‌ای از ۱۰۰۰ نوترون گرمایی را در حین یک چرخه، یا نسل، کامل در قلب راکتور پی می‌گیریم. آنها بر اثر شکافت در سوخت ^{235}U ، ۱۳۳۰ نوترون، و بر اثر شکافت سریع ^{238}U ، ۴۰ نوترون تولید می‌کنند که مجموعاً ۳۷۰ نوترون بیشتر از ۱۰۰۰ نوترون اولیه است، که همه‌ی آنها سریع‌اند. وقتی راکتور با توان پایایی کار می‌کند، دقیقاً همین تعداد نوترون (۳۷۰) بر اثر نشت از قلب راکتور توسط گیراندازی غیرشکافتی از دست می‌رود، و بدین ترتیب ۱۰۰۰ نوترون گرمایی برای شروع نسل بعدی بر جای می‌ماند. البته، در این چرخه، هریک از ۳۷۰ نوترون تولیدشده توسط رویدادهای شکافت، نشان‌دهنده‌ی یک ذخیره‌ی انرژی در قلب راکتور است که به گرم شدن قلب راکتور می‌انجامد.

ضریب تکثیر k - یک عامل مهم در راکتور - نسبت تعداد نوترون‌های موجود در آغاز یک نسل خاص به تعداد نوترون‌های موجود در آغاز نسل بعدی است. در شکل ۴۳-۵، ضریب تکثیر $1000/1000$ ، یا دقیقاً برابر واحد است. برای $k=1$ ، گفته می‌شود که عمل راکتور دقیقاً بحرانی^۱ است، که همان حالتی است که می‌خواهیم در عمل با توان پایا داشته باشیم. راکورها درواقع به گونه‌ای طراحی می‌شوند که ذاتاً فوق بحرانی‌اند ($k>1$)؛ بنابراین، با کار گذاشتن میله‌های کنترل در قلب راکتور، ضریب تکثیر در مقدار بحرانی ($k=1$) تنظیم می‌شود. این میله‌ها شامل موادی از قبیل کادمیوم است که به آسانی نوترون‌ها را جذب می‌کنند، می‌توانند برای کاهش توان عملیاتی، بیشتر فرو برده شوند و برای افزایش توان یا برای جبران تمایل راکورها برای رفتن به وضعیت زیر بحرانی به هنگامی که محصول‌های شکافت (که جذب‌کننده‌ی نوترون‌اند) در حین کار معتد راکتور در قلب آن ساخته می‌شوند، بیرون کشیده شوند.

اگر یکی از میله‌های کنترل به سرعت بیرون کشیده شود، سطح توان راکتور با چه سرعتی افزایش خواهد یافت؟ این زمان پاسخ توسط پیشامد جالبی کنترل می‌شود که در آن بخش کوچکی از نوترون‌های تولیدشده بر اثر شکافت، بی‌درنگ از پاره‌های شکافتی که به تازگی تشکیل شده‌اند نمی‌گریزند، بلکه در زمانی دیرتر، هنگامی که پاره‌ها بر اثر تابش بتا واپاشی می‌کنند، از این پاره‌ها گسیل می‌شوند. مثلاً از ۳۷۰ نوترون "جدید" تولیدشده در شکل ۴۳-۵

^۱ critical

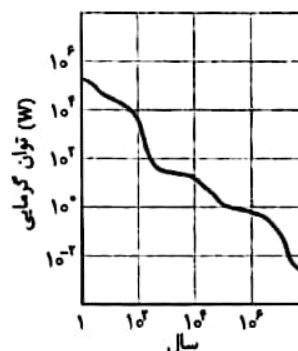


شکل ۴۳-۶ طرح ساده‌شده‌ی یک نیروگاه هسته‌ای، مبتنی بر راکتور آب-تحت فشار. بسیاری از جزئیات حذف شده‌اند- که از آن جمله ترتیباتی است که قلب راکتور را در وضعیت‌های اضطراری، خنک می‌کند.

ممکن است ۱۶ تای آن‌ها درنگ کنند، و از پاره‌هایی که با نیمه‌عمرهایی در گستره‌ی $0.7s$ تا $55s$ واپاشی بتا می‌کنند گسیل شوند. گرچه تعداد این نوترون‌های درنگیده کم است، ولی آن‌ها وظیفه‌ی ضروری کند کردن زمان پاسخ راکتور جهت انطباق با زمان‌های واکنش مکانیکی عملی را بر عهده دارند.

شکل ۴۳-۶ طرحی کلی از یک نیروگاه برق را نشان می‌دهد که مبتنی بر یک راکتور آب-تحت فشار (PWR)^۱، نوعی متداول در آمریکای شمالی است. در چنین راکتوری، آب هم به عنوان کندساز و هم به عنوان عامل انتقال گرما استفاده می‌شود. در حلقه‌ی اولیه، آب در مخزن راکتور گردش می‌کند و انرژی را در دما و فشار بالا (تقریباً $600K$ و $150atm$) از قلب داغ راکتور به مولد بخار، که بخشی از حلقه‌ی ثانویه است منتقل می‌کند. در مولد بخار، بخار پر فشار حاصل از تبخیر روی توربینی که مولد الکتریکی را راه می‌اندازد، اثر می‌کند. برای آنکه حلقه‌ی ثانویه کامل شود، بخار کم فشار حاصل از توربین سرد شده و به آب تبدیل می‌شود، و سپس توسط تلمبه‌ای دوباره به مولد بخار برگردانده می‌شود. برای آنکه تصویری از مقیاس‌ها به دست آورید، یک مخزن راکتور نوعی برای یک نیروگاه (برق) $1000MW$ ممکن است $12m$ ارتفاع و $4MN$ وزن داشته باشد. آب از طریق حلقه‌ی اولیه با آهنگی در حدود $1ML/min$ جریان می‌یابد.

یک ویژگی اجتناب‌ناپذیر عمل راکتور، جمع شدن پسماندهای پرتوزاست که هم شامل محصولات شکافت و هم نوکلیدهای سنگین فرا اورانیومی^۲ از قبیل پلوتونیوم و آمریسیوم، است. یک معیار پرتوزایی آن‌ها، آهنگی است که با آن انرژی را به شکل گرمایی، آزاد می‌کنند. شکل ۴۳-۷، توان گرمایی ایجادشده توسط چنین پسماندهایی را پس از یک سال کار یک نیروگاه هسته‌ای بزرگ نوعی، نشان می‌دهد. توجه کنید که هر دو مقیاس لگاریتمی هستند. بیشتر میله‌های سوخت "مصرف‌شده" در راکتورهای قدرت را، با فرو بردن در آب، در محلی انبار می‌کنند؛ تجهیزات انبارسازی امن دائمی برای پسماندهای حاصل از راکتور همچنان باید کامل شود. بیشتر پسماندهای پرتوزای حاصل از جنگ افزارها در حین جنگ جهانی دوم و سال‌های پس از آن هنوز در انبارهایی انباشته شده‌اند.



شکل ۴۳-۷ توان گرمایی آزاد شده توسط پسماندهای پرتوزای ناشی از یک سال کار یک نیروگاه هسته‌ای بزرگ نوعی، به صورت تابعی از زمان نشان داده شده است. منحنی، حاصل از برهم‌نهی اثرهای چندین نوکلید پرتوزا، با گستره‌ی گوناگونی از نیمه عمرهاست. توجه کنید که هر دو مقیاس، لگاریتمی هستند.

^۱ Pressurized - water reactor

^۲ transuranic



مسئله‌ی نمونه ۴۳-۵. راکتور هسته‌ای؛ بازده، آهنگ شکافت، آهنگ مصرف

$$\text{شکافت/s} = 1.23 \times 10^{20} (\text{اتم/s}) = (1.06 \times 10^{20} \times 0.25) (1 + 0.25)$$

کاهش متناظر در جرم سوخت ^{235}U را می‌خواهیم. با جرم هر اتم ^{235}U شروع کنیم. از جرم مولی اورانیوم که در پیوست ج داده است نمی‌توانیم استفاده کنیم، زیرا آن جرم مولی ^{238}U ، متداول‌ترین ایزوتوپ اورانیوم، است. به جای این، فرض می‌کنیم که جرم هر اتم ^{235}U برحسب یکاهای جرم اتمی برابر با عدد جرمی A است. بنابراین، جرم هر اتم ^{235}U برابر با $(3.90 \times 10^{-25} \text{ kg}) (= 235 \text{ u})$ است. آنگاه، آهنگی که با آن سوخت ^{235}U مصرف می‌شود، چنین می‌شود

$$\frac{dM}{dt} = (1.23 \times 10^{20} \text{ اتم/s}) (3.90 \times 10^{-25} \text{ kg/atom})$$

$$= 5.19 \times 10^{-5} \text{ kg/s} \approx 4.5 \text{ kg/d} \quad (\text{پاسخ})$$

(ت) با این آهنگ مصرف سوخت، موجودی سوخت ^{235}U چقدر دوام می‌آورد؟

محاسبه: در لحظه‌ی شروع، می‌دانیم که جرم کل ^{235}U برابر با 3.7% جرم $8.60 \times 10^4 \text{ kg}$ اورانیوم اکسید است. پس، زمان T موردنیاز برای مصرف این جرم کلی ^{235}U با آهنگ پایای 4.5 kg/d ، برابر است با

$$T = \frac{(0.03)(8.60 \times 10^4 \text{ kg})}{4.5 \text{ kg/d}} \approx 570 \text{ d} \quad (\text{پاسخ})$$

در عمل، میله‌های سوخت (معمولاً به صورت بسته‌های چندتایی) باید پیش از آنکه محتویات ^{235}U آنها کاملاً مصرف شود، جایگزین شوند.

(ث) بر اثر شکافت ^{235}U در قلب راکتور، جرم با چه آهنگی به شکل‌های دیگر انرژی تبدیل می‌شود؟

ایده‌ی کلیدی

تبدیل انرژی جرمی به شکل‌های دیگر انرژی، فقط به شکافتی که توان ورودی (3400 MW) را ایجاد می‌کند وابسته است و نه به گیراندازی غیرشکافتی نوترون‌ها (گرچه هردوی این فرایندها بر آهنگ مصرف ^{235}U تأثیر می‌گذارند).

محاسبه‌ها: از رابطه‌ی اینشتین، $E = mc^2$ ، می‌توان چنین نوشت

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dE/dt}{c^2} = \frac{3.4 \times 10^9 \text{ W}}{(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})^2}$$

$$= 3.8 \times 10^{-8} \text{ kg/s} = 3.3 \text{ g/d} \quad (\text{پاسخ})$$

از این‌جا درمی‌یابیم که آهنگ تبدیل جرم، حدود جرم یک سکه‌ی معمولی در روز است، که به‌طور قابل ملاحظه‌ای کوچکتر از آهنگ مصرف سوخت محاسبه‌شده در قسمت (پ) است.

یک نیروگاه مولد برق بزرگ توسط یک راکتور هسته‌ای آب-تحت فشار کار می‌کند. توان گرمایی ایجاد شده در قلب راکتور برابر با 3400 MW است، و 1100 MW الکتریسته توسط نیروگاه تولید می‌شود. بار سوخت برابر $8.60 \times 10^4 \text{ kg}$ اورانیوم است که به شکل اورانیوم اکسید در 5.70×10^4 میله‌ی سوخت توزیع شده است. اورانیوم تا 3.7% برای ^{235}U غنی شده است.

(الف) بازده‌ی نیروگاه چقدر است؟

ایده‌ی کلیدی

بازده برای این نیروگاه یا هر وسیله‌ی انرژی دیگری چنین ارائه می‌شود: بازده، نسبت توان خروجی (آهنگی که با آن انرژی مفید تولید می‌شود) به توان ورودی (آهنگی که با آن انرژی باید داده شود) است. در این‌جا بازده برابر است با

$$\text{بازده} = \frac{\text{توان خروجی مفید}}{\text{توان ورودی انرژی}} = \frac{1100 \text{ MW (الکتریکی)}}{3400 \text{ MW (گرمایی)}} = 32\% \text{ یا } 0.32 \quad (\text{پاسخ})$$

این بازده-مانند بازده‌ی همه‌ی نیروگاه‌ها-از قانون دوم ترمودینامیک پیروی می‌کند. برای کار کردن این نیروگاه، انرژی با آهنگ $1100 \text{ MW} - 3400 \text{ MW}$ یا 2300 MW باید به صورت انرژی گرمایی در محیط تخلیه شود.

(ب) رویدادهای شکافت با چه آهنگ R ی در قلب راکتور رخ می‌دهند؟

ایده‌های کلیدی

۱. رویدادهای شکافت، توان ورودی $P = 3400 \text{ MW} (= 3.4 \times 10^9 \text{ J/s})$ را مهیا می‌کنند.

۲. از معادله‌ی ۶-۲۳، انرژی Q آزادشده توسط هر رویداد، تقریباً برابر با 200 MeV است. بنابراین، برای کار در وضعیت پایا (P ثابت)، داریم

$$R = \frac{P}{Q} = \left(\frac{3.4 \times 10^9 \text{ J/s}}{200 \text{ MeV}} \right) \left(\frac{1 \text{ MeV}}{1.60 \times 10^{-13} \text{ J}} \right)$$

$$= 1.06 \times 10^{20} \text{ شکافت/s}$$

$$\approx 1.1 \times 10^{20} \text{ شکافت/s} \quad (\text{پاسخ})$$

(پ) سوخت ^{235}U با چه آهنگی (برحسب کیلوگرم بر روز) مصرف می‌شود؟ شرایط را در لحظه‌ی شروع در نظر بگیرید.

ایده‌ی کلیدی

^{235}U بر اثر دو فرایند مصرف می‌شود: (۱) فرایند شکافت با آهنگ محاسبه‌شده در قسمت (ب) و (۲) گیراندازی غیرشکافتی نوترون‌ها با آهنگی حدود $\frac{1}{3}$ آهنگ قسمت (ب).

محاسبه‌ها: آهنگ کلی که با آن ^{235}U مصرف می‌شود برابر است با



۴۳=۳ یک راکتور هسته‌ای طبیعی

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

دهید.

۴۳-۱۶ شواهدی را مبنی بر این که یک راکتور هسته‌ای طبیعی در گابن واقع در آفریقای غربی، حدود دو میلیارد سال پیش کار می‌کرد، شرح دهید. توضیح دهید که چرا یک معدن اورانیوم می‌توانست در گذشته به وضعیت بحرانی برسد ولی اکنون نمی‌تواند.

تکته‌ی کلیدی

• یک راکتور هسته‌ای طبیعی در آفریقای غربی حدود دو میلیارد سال پیش وجود داشت.

یک راکتور هسته‌ای طبیعی

انریکو فرمی و همکارانش حق داشتند، هنگامی که نخستین راکتور آن‌ها در ۲ دسامبر ۱۹۴۲ عملیاتی شد (شکل ۴۳-۸)، بیان داشتند که آن‌ها نخستین راکتور شکافتی را که تا آن موقع روی این کره‌ی خاکی ساخته شده بود، به راه انداخته‌اند. حدود ۳۰ سال بعد، معلوم شد که اگر آن‌ها واقعاً چنین می‌اندیشیدند، در اشتباه بوده‌اند.

حدود دو میلیارد سال پیش، در یک معدن اورانیوم که اخیراً در گابن واقع در آفریقای غربی حفر شده، ظاهراً یک راکتور شکافت طبیعی عملیاتی شد و احتمالاً تا چندین هزار سال، تا پیش از خاموش شدن، فعال بوده است. این که آیا این امر می‌توانست واقعاً رخ داده باشد موردی است که می‌توانیم آن را با در نظر گرفتن دو پرسش بیازماییم:



شکل ۴۳-۸ یک نقاشی از نخستین راکتور هسته‌ای، که در خلال جنگ جهانی دوم در زمین اسکواش دانشگاه شیکاگو توسط گروهی به سرپرستی انریکو فرمی بنا نهاده شد. این راکتور از تکه‌های اورانیوم جاسازی شده در قالب‌های گرافیتی ساخته شده بود.

۱. آیا سوخت کافی وجود داشته است؟ سوخت یک راکتور شکافت مبتنی بر اورانیوم باید ایزوتوپ به آسانی شکافت‌پذیر ^{235}U باشد، که همان‌طور که پیشتر اشاره کردیم، فقط ۰٫۷۲٪ اورانیوم طبیعی را تشکیل می‌دهد. این نسبت ایزوتوبی برای نمونه‌های زمینی، در صخره‌های ماه، و در شهاب‌سنگ‌ها اندازه‌گیری شده است؛ در همه‌ی حالت‌ها، مقدارهای فراوانی، یکسان‌اند. سر نخ این کشف در آفریقای غربی، این بود که آن معدن اورانیوم کمبود ^{235}U داشت، به گونه‌ای که برخی از نمونه‌ها دارای فراوانی کوچک ۰٫۴۴٪ بودند. بررسی‌ها به این گمانه‌زنی انجامید که این کمبود ^{235}U را می‌توان بدین‌گونه توضیح داد که در زمانی در گذشته، ^{235}U بر اثر عمل یک راکتور شکافت طبیعی، به‌طور ناقص مصرف شده است.

مشکل جدی باقی‌مانده این است که (همان‌طور که فرمی و گروهش دریافته‌اند) با یک فراوانی ایزوتوبی به میزان ۰٫۷۲٪، یک راکتور را می‌توان فقط پس از طراحی اندیشمندانه و با ملاحظات وسواس‌گونه در جزئیات، بنا کرد. این‌طور به نظر می‌رسد که یک راکتور هسته‌ای شانس ندارد که بتواند به "طور طبیعی" به وضعیت بحرانی برسد.

ولی، اوضاع در گذشته‌های دور متفاوت بود. ^{235}U و ^{238}U هر دو پرتوزا هستند، به ترتیب با نیمه‌عمرهای $4.47 \times 10^9 \text{ y}$ و $4.47 \times 10^9 \text{ y}$. بنابراین، نیمه‌عمر ^{235}U به آسانی شکافت‌پذیر، تقریباً ۶٫۴ برابر کوتاه‌تر از نیمه‌عمر ^{238}U است. چون ^{235}U سریع‌تر وای می‌پاشد، در گذشته مقدار آن نسبت به ^{238}U بیشتر بوده است. در واقع، دو میلیارد سال پیش، این فراوانی، مانند امروزه، ۰٫۷۲٪ نبوده، بلکه ۳٫۸٪ بوده است. این فراوانی تقریباً

به همان اندازه‌ای است که اورانیوم طبیعی را برای استفاده به عنوان سوخت در راکتورهای قدرت امروزی، به‌طور مصنوعی غنی می‌کند.

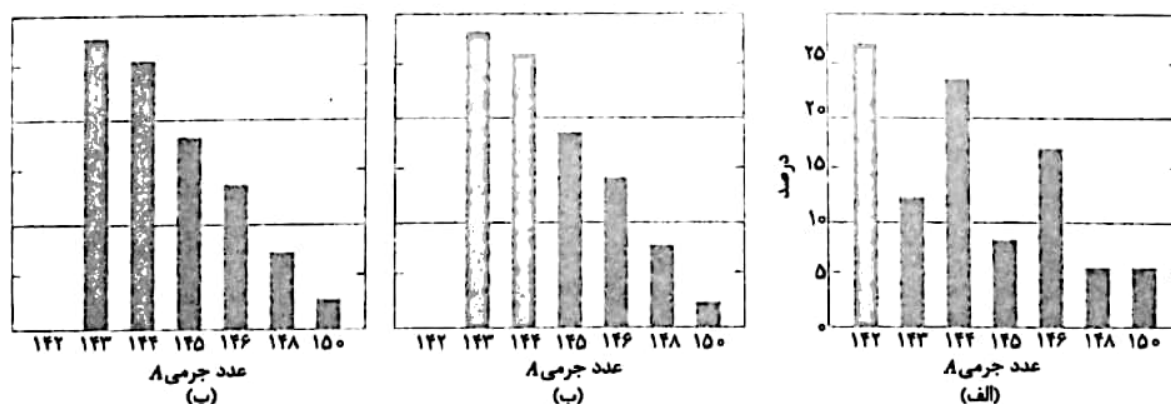
با این سوخت به‌آسانی شکافت‌پذیر و در دسترس، وجود راکتور طبیعی (با شرط این‌که سایر شرایط معین نیز فراهم باشند) کمتر تعجب‌برانگیز است. سوخت، موجود بوده است. اتفاقاً، دو میلیارد سال پیش، عالی‌ترین شکل حیات که تکامل یافته است، جلبک آبی-سبز بود.

۲. شواهد کدام است؟ صرف کاستی ^{235}U در یک معدن، وجود یک راکتور شکافت طبیعی را ثابت نمی‌کند. باید در پی شواهد متقاعدکننده‌ی بیشتری باشیم.

اگر راکتوری وجود می‌داشت، امروزه باید محصول‌های شکافت آن موجود می‌بود. از ۳۰ یا تعداد بیشتر عنصرهایی که ایزوتوپ‌های پایدار آن‌ها در راکتور تولید شده‌اند، باید هنوز برخی از آن‌ها باقی باشند. مطالعه‌ی فراوانی ایزوتوپی آن‌ها می‌تواند شواهد موردنیاز ما را فراهم سازد.

از چندین عنصر بررسی‌شده، مورد نئودیمیوم به‌طور بارزی متقاعدکننده است. شکل ۹-۴۳ الف فراوانی ایزوتوپی هفت ایزوتوپ نئودیمیوم پایدار را نشان می‌دهد که به‌طور عادی در طبیعت یافت می‌شوند. شکل ۹-۴۳ ب، این فراوانی‌ها را به صورتی نشان می‌دهد که آن‌ها در میان محصول‌های در نهایت پایدار شکافت ^{235}U ظاهر می‌شوند. تفاوت‌های آشکار این دو شکل، با در نظر گرفتن ریشه‌های متفاوت این دو مجموعه‌ی ایزوتوپ‌ها، شگفت‌آور نیست. به‌خصوص توجه کنید که ^{142}Nd ، ایزوتوپ غالب در عنصر طبیعی، در محصول‌های شکافت وجود ندارد.

پرسش مهم این است: ایزوتوپ‌های نئودیمیوم یافت‌شده در سنگ معدن اورانیوم در آفریقای غربی شبیه چیست؟ اگر یک راکتور طبیعی در آنجا کار کرده باشد، باید انتظار داشته باشیم ایزوتوپ‌هایی از هر دو چشمه (یعنی، ایزوتوپ‌های طبیعی به همراه ایزوتوپ‌های حاصل از شکافت) پیدا شوند. شکل ۹-۴۳ پ فراوانی‌ها را پس از در نظر گرفتن هر دو چشمه و سایر تصحیح‌هایی که روی داده‌ها انجام شده است، نشان می‌دهد. مقایسه‌ی شکل‌های ۹-۴۳ ب و پ نشان می‌دهد که واقعاً یک راکتور شکافت طبیعی فعال در آنجا وجود داشت.



شکل ۹-۴۳ توزیع برحسب عدد جرمی ایزوتوپ‌های نئودیمیوم به ترتیبی که در (الف) معدن‌های زمینی سنگ معدن این عنصر و (ب) سوخت مصرف‌شده در یک راکتور قدرت، یافت می‌شوند. (پ) توزیع به‌دست آمده (پس از چند تصحیح) برای نئودیمیوم حاصل از معدن اورانیوم واقع در گابن، در آفریقای غربی. توجه کنید که (ب) و (پ) عملاً یکسان هستند و کاملاً با (الف) تفاوت دارند.

۴-۴۳ گداخت گرماسته‌ای: فرایند اصلی

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

- ۴۳-۱۸ گداخت گرماسته‌ای را تعریف کنید، با توضیح این‌که چرا هسته‌ها باید در دمای بالا گداخت پیدا کنند.
- ۴۳-۱۹ برای هسته‌ها، رابطه‌ی بین انرژی جنبشی و دمای آن‌ها را به کار بندید.
- ۴۳-۲۰ دو دلیل این‌که چرا گداخت دو هسته می‌تواند رخ دهد حتی اگر انرژی جنبشی مربوط به محتمل‌ترین تندی آن‌ها برای غلبه بر سد انرژی‌شان ناکافی باشد، بیان کنید.

نکته‌های کلیدی

- آزاد شدن انرژی از طریق گداخت دو هسته‌ی سبک، توسط سد کولنی مقابل آن‌ها (ناشی از دافعه‌ی الکتریکی بین دو تجمع پروتونی) بازداشته می‌شود.
- گداخت تنها در صورتی می‌تواند در توده‌ی ماده رخ دهد که دما برای آنکه تونل‌زنی محسوسی در سد رخ دهد به حد کافی بالا شد (یعنی، در صورتی که انرژی ذره به حد کافی زیاد باشد).

گداخت گرماسته‌ای: فرایند اصلی

منحنی انرژی بستگی شکل ۴۲-۷ نشان می‌دهد که اگر دو هسته‌ی سبک برای تشکیل یک تک‌هسته‌ی بزرگتر ترکیب شوند، فرایندی که گداخت [همجوشی] هسته‌ای نامیده می‌شود، انرژی می‌تواند آزاد شود. دافعه‌ی کولنی جلوی این فرایند را می‌گیرد، به این ترتیب که مانع نزدیک شدن کافی دو ذره‌ی باردار مثبت و قرار گرفتن در محدوده‌ی نیروهای هسته‌ای جاذبه‌ای و در نتیجه "گداخت" می‌شود. نیروی هسته‌ای کوتاه برد است و به‌سختی می‌تواند از "سطح" هسته‌ای فراتر برود، اما نیروی دافعه‌ی کولنی بلندبرد است و بنابراین این نیرو یک سد انرژی را تشکیل می‌دهد. بلندی این سد کولنی به بارها و شعاع‌های دو هسته‌ی برهم‌کنش‌کننده بستگی دارد. نشان خواهیم داد که برای دو پروتون ($Z=1$)، بلندی این سد برابر با 400 keV است. البته، برای ذره‌هایی با بار بیشتر، سد متناظر نیز بلندتر است.

برای تولید مقدارهای مفید انرژی، گداخت هسته‌ای باید در حجم زیادی از ماده رخ دهد. بهترین امیدواری برای رسیدن به چنین وضعیتی، افزایش دمای ماده تا حدی است که ذره‌ها برای نفوذ در سد کولنی دارای انرژی کافی - ناشی از صرفاً حرکات‌های گرمایی‌شان - باشند. این فرایند را گداخت گرماسته‌ای می‌نامند.

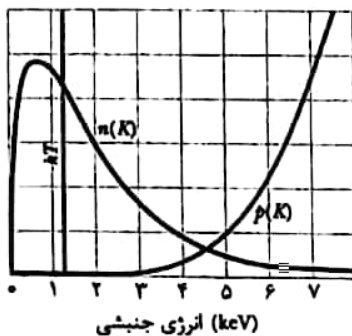
در مطالعات گرماسته‌ای، دماها برحسب انرژی جنبشی K ی ذره‌های برهم‌کنش‌کننده، با رابطه‌ی زیر ارائه می‌شوند

$$K = kT \quad (43-9)$$

که در آن K انرژی جنبشی مربوط به محتمل‌ترین تندی ذره‌های برهم‌کنش‌کننده، k ثابت بولتزمن، و T دما برحسب کلون است. بنابراین، به جای این‌که گفته شود "دما در مرکز خورشید $1.5 \times 10^7\text{ K}$ است" متداول‌تر آن است که گفته شود: "دما در مرکز خورشید 1.3 keV است".

دمای اتاق متناظر با $K \approx 0.03\text{ eV}$ است؛ ذره‌ای صرفاً با این مقدار انرژی نمی‌تواند امیدوار باشد که بر سد بلندی، مثلاً 400 keV ، غلبه کند. حتی در مرکز خورشید، که در آنجا $kT = 1.3\text{ keV}$ است، چشم‌انداز گداخت گرما- هسته‌ای در نگاه نخست امیدوارکننده به نظر نمی‌رسد. با این حال می‌دانیم که گداخت گرما- هسته‌ای نه تنها در مرکز خورشید رخ می‌دهد، بلکه ویژگی غالب خورشید و همه‌ی ستارگان دیگر است.

این معما هنگامی حل می‌شود که دو واقعیت را به‌خوبی درک کنیم: (۱) انرژی محاسبه‌شده با معادله‌ی ۴۳-۹، همان‌گونه که در بخش ۱۹-۶ معرفی شد، برای ذره‌هایی با محتمل‌ترین



شکل ۴۳-۱۰ منحنی مشخص شده با $n(K)$ ، چگالی عددی بر واحد انرژی پروتون‌ها را در مرکز خورشید به دست می‌دهد. منحنی‌ای که با $p(K)$ مشخص شده است، احتمال نفوذ به سد (و بنابراین رخ دادن گداخت) را برای برخورد های پروتون-پروتون در دمای مرکز خورشید، به دست می‌دهد. خط قائم، مقدار kT را در این دما نشان می‌دهد. توجه کنید که دو منحنی در مقیاس‌های قائم دلخواه (جدا از هم) رسم شده‌اند.

تندی است؛ دنباله‌ی بلندی از ذره‌هایی با تندی‌هایی به مراتب بزرگتر، و در نتیجه با انرژی‌هایی به مراتب بزرگتر وجود دارد. (۲) بلندی سدهایی را که محاسبه کردیم، قله‌ی سدها را نمایش می‌دهند. تونل‌زنی در سد در انرژی‌هایی به مراتب پایین‌تر از این قله‌ها رخ می‌دهد، همان‌طور که در واپاشی آلفا در بخش ۴۲-۴ مشاهده کردیم.

شکل ۴۳-۱۰، جمع‌بندی‌ای از موارد بالا است. این منحنی که با $n(k)$ در شکل مشخص شده است، منحنی توزیع ماکسول برای پروتون‌ها در مرکز خورشید است، که برای دمای مرکز خورشید رسم شده است. تفاوت این منحنی با منحنی توزیع ماکسول در شکل ۱۹-۸ در این است که در این جا، منحنی برحسب انرژی و نه برحسب تندی، رسم شده است. مخصوصاً، برای هر انرژی جنبشی K ، رابطه‌ی $n(K) dK$ احتمالی را به دست می‌دهد که یک پروتون دارای انرژی جنبشی میان مقدارهای K و $K + dK$ باشد. مقدار kT در مرکز خورشید با خط قائم در شکل مشخص شده است؛ توجه کنید که بسیاری از پروتون‌های مرکز خورشید دارای انرژی‌هایی بزرگتر از این مقدار هستند.

آن منحنی‌ای که با $p(K)$ در شکل ۴۳-۱۰ مشخص شده است، احتمال نفوذ به سد، توسط دو پروتون برخوردکننده است. دو منحنی شکل ۴۳-۱۰ حاکی از آن‌اند که یک انرژی پروتون خاص وجود دارد که در آن انرژی، رویدادهای گداخت پروتون-پروتون با آهنگ بیشینه‌ای رخ می‌دهند. در انرژی‌هایی بسیار بالاتر از این مقدار، سد به حد کافی نفوذپذیر است، ولی پروتون‌های بسیار اندکی دارای چنین انرژی‌هایی هستند، و بنابراین واکنش گداخت نمی‌تواند تداوم یابد. در انرژی‌های بسیار پایین‌تر از این مقدار، پروتون‌های زیادی دارای چنین انرژی‌هایی هستند، ولی سد کولنی بسیار نفوذناپذیر است.

نکته‌ی واری ۲

کدام یک از این واکنش‌های گداخت به آزادسازی خالص انرژی نمی‌انجامد،

(الف) ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$ ، (ب) ${}^4\text{He} + {}^4\text{He}$ ، (پ) ${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}$ ، (ت) ${}^{20}\text{Ne} + {}^{20}\text{Ne}$ ، (ث)
 ${}^{35}\text{Cl} + {}^{35}\text{Cl}$ ، و (ج) ${}^{14}\text{N} + {}^{35}\text{Cl}$ (راهنمایی: از منحنی شکل ۴۲-۷ کمک بگیرید).

مسئله‌ی نمونه ۴۳-۵۳. گداخت در یک گاز پروتونی، و دمای مورد نیاز

می‌شوند برابر با فاصله‌ی مرکز به مرکز $2R$ آن‌هاست، و بارهای q_1 و q_2 آن‌ها هر دو برابر با e است. از این‌رو می‌توانیم پایستگی انرژی $E_i = E_f$ را چنین بنویسیم

$$2K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2R}$$

که به ازای مقادیر معلوم، چنین به دست می‌دهد

$$K = \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 R} = \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(1.6\pi)(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(1 \times 10^{-10} \text{ m})} = 5.07 \times 10^{-12} \text{ J} = 36.0 \text{ keV} \approx 40.0 \text{ keV} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) در چه دمایی یک پروتون در یک گاز پروتونی دارای انرژی جنبشی متوسط محاسبه‌شده در قسمت (الف)، و در نتیجه دارای انرژی یکسانی با بلندی سد کولنی است؟

فرض کنید پروتون، کره‌ای به شعاع $R \approx 1 \text{ fm}$ است. دو پروتون با انرژی جنبشی یکسان K به سوی یکدیگر شلیک می‌شوند.

(الف) K باید چقدر باشد تا ذره‌ها به هنگامی که دقیقاً در "تماس" با یکدیگرند بر اثر دافعه‌ی کولنی متقابل خود ساکن شوند؟ این مقدار K را به عنوان یک اندازه‌ی نوعی از بلندی سد کولنی در نظر بگیرید.

ایده‌های کلیدی

انرژی مکانیکی E ی دستگاه دوپروتونی، هنگامی که پروتون‌ها به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و به‌طور لحظه‌ای متوقف می‌شوند، پایسته می‌ماند. خصوصاً، انرژی مکانیکی اولیه‌ی E_i برابر با انرژی مکانیکی E_f به هنگامی است که آن‌ها متوقف می‌شوند. انرژی اولیه‌ی E_i شامل فقط انرژی جنبشی کل $2K$ دو پروتون است. هرگاه پروتون‌ها متوقف شوند، انرژی E_f فقط شامل انرژی پتانسیل الکتریکی U ی دستگاه است، که با معادله‌ی ۲۴-۴۶ $U = q_1 q_2 / (4\pi\epsilon_0 r)$ داده می‌شود.

محاسبه‌ها: در این جا فاصله‌ی r میان پروتون‌ها هنگامی که متوقف

ایده‌ی کلیدی

اگر با گاز پروتونی مانند یک گاز کامل (آرمانی) رفتار کنیم، آنگاه از معادله‌ی ۱۹-۲۴، انرژی متوسط پروتون‌ها برابر با $K_{avg} = \frac{3}{2}kT$ می‌شود، که در آن k ثابت بولتزمن است.

محاسبه‌ها: با حل این معادله برای T و استفاده از نتیجه‌ی قسمت (الف) خواهیم داشت

$$T = \frac{2K_{avg}}{3k} = \frac{(2)(5.75 \times 10^{-14} \text{ J})}{(3)(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})}$$

$$\approx 3 \times 10^9 \text{ K} \quad (\text{پاسخ})$$

دمای مرکز خورشید فقط حدود $1.5 \times 10^7 \text{ K}$ است؛ بنابراین، گداخت در مرکز خورشید باید شامل پروتون‌هایی باشد که انرژی آن‌ها بسیار بالاتر از انرژی متوسط است.



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



۴۳-۵ گداخت گرماسته‌ای در خورشید و ستارگان دیگر

هدف‌های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۴۳-۴۴ چگالی احتمالی عناصری را که از هیدروژن و هلیوم سنگین‌ترند توضیح دهید.

۴۳-۴۴ چرخه‌ی پروتون-پروتون را برای خورشید توضیح دهید. مرحله‌های پس از آنکه خورشید هیدروژن خود را به مصرف

نکته‌های کلیدی

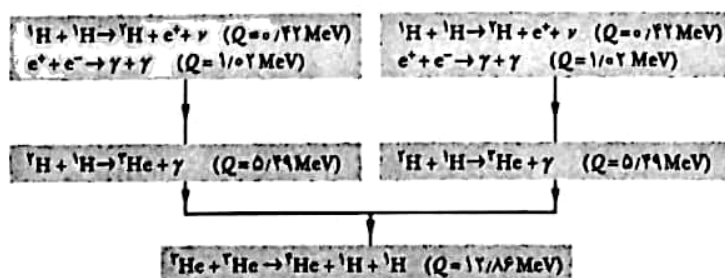
۵۶ $A \approx$ (قله‌ی منحنی انرژی بستگی) می‌توانند توسط فرایندهای گداخت دیگری ایجاد شوند.

- انرژی خورشید عمدتاً از سوختن گرماسته‌ای هیدروژن برای تشکیل هلیوم از طریق چرخه‌ی پروتون-پروتون حاصل می‌شود.
- وقتی منبع سوخت هیدروژن یک ستاره به مصرف برسد، عناصر تا

گداخت گرماسته‌ای در خورشید و ستارگان دیگر

برای میلیاردها سال است که خورشید با آهنگ $3.9 \times 10^{26} \text{ W}$ تابش می‌کند. همه‌ی این انرژی از کجا می‌آید؟ این انرژی نمی‌تواند حاصل از سوختن شیمیایی باشد. (حتی اگر خورشید از زغال‌سنگ و اکسیژن با نسبت‌های مناسبی برای سوختن ساخته شده بود، فقط حدود 1000 y دوام می‌آورد.) آن همچنین نمی‌تواند ناشی از کوچک شدن خورشید، بر اثر تبدیل انرژی پتانسیل گرانشی به انرژی گرمایی باشد. (در این صورت عمر خورشید دست‌کم ۵۰۰ برابر کوتاه می‌شد.) پس فقط گداخت گرماسته‌ای باقی می‌ماند. خورشید، همان‌طور که خواهید دید، نه زغال‌سنگ بلکه هیدروژن را، در یک کوره‌ی هسته‌ای و نه در نوع اتمی یا شیمیایی آن، می‌سوزاند.

واکنش گداخت در خورشید یک فرایند چند مرحله‌ای است که در آن هیدروژن برای تشکیل هلیوم می‌سوزد، به‌طوری که هیدروژن "سوخت" و هلیوم "خاکستر" است. شکل ۱۱-۴۳، چرخه‌ی پروتون-پروتون $(p-p)$ را نشان می‌دهد که از طریق آن، این فرایند رخ می‌دهد.



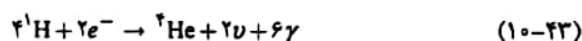
شکل ۱۱-۴۳ سازوکار برخورد پروتون-پروتون که مسئول تولید انرژی در خورشید است. در این فرایند، پروتون‌ها برای تشکیل یک ذره‌ی آلفا (${}^4\text{He}$) با آزادسازی انرژی خالص 26.7 MeV برای هر رویداد، گداخت پیدا می‌کنند.

چرخه‌ی $p-p$ با برخورد دو پروتون ($^1\text{H} + ^1\text{H}$) برای تشکیل دوترون (^2H)، به همراه آفرینش همزمان یک پوزیترون (e^+) و یک نوترینو (ν)، آغاز می‌شود. پوزیترون بلافاصله با یک الکترون (e^-) مجاور خود نابود می‌شود و انرژی جرمی آن‌ها به صورت دو فوتون گاما (γ)، مانند آنچه که در بخش ۲۱-۳ [جلد دوم] دیدیم، ظاهر می‌گردد.

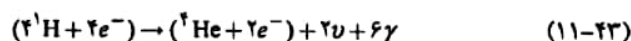
یک جفت از چنین رویدادهایی در بالاترین ردیف شکل ۴۳-۱۱ نشان داده شده است. این رویدادها در حقیقت بسیار نادرند. درواقع، از حدود 10^{26} برخورد پروتون-پروتون، فقط یک دوترون تشکیل می‌شود؛ در اغلب موارد، دو پروتون صرفاً به‌طور کشسان از یکدیگر وامی‌جهدند. آهستگی این فرایند، "گلوگاهی" است که آهنگ تولید انرژی را تنظیم می‌کند و خورشید را از انفجار بازمی‌دارد. به رغم این آهستگی، آنقدر پروتون‌های بی‌شماری در حجم بزرگ و چگالیده‌ی مرکز خورشید وجود دارد که دوتریوم درست به همین روش با آهنگ 10^{12} kg/s تولید می‌شود.

وقتی یک دوترون تولید شود، به‌سرعت با پروتون دیگری برخورد می‌کند و همان‌طور که ردیف میانی شکل ۴۳-۱۱ نشان می‌دهد، یک هسته‌ی ^3He تشکیل می‌شود. دو تا از چنین هسته‌های ^3He ممکن است سرانجام (در طی 10^5 y ، که زمان بسیار زیادی است) همدیگر را بیابند و یک ذره‌ی آلفا (^4He) و دو پروتون، همان‌طور که پایین‌ترین ردیف شکل نشان می‌دهد، تشکیل دهند.

به طور کلی، از شکل ۴۳-۱۱ درمی‌یابیم که چرخه‌ی $p-p$ معادل با ترکیبی از چهار پروتون و دو الکترون برای تشکیل یک ذره‌ی آلفا، دو نوترینو، و شش فوتون پرتو گاما است. یعنی،



حال فرض کنید دو الکترون به هر طرف معادله‌ی ۴۳-۱۰ اضافه کنیم، خواهیم داشت



در نتیجه کمیت‌های داخل دو پرانتز، اتم‌ها (نه هسته‌های) هیدروژن و هلیوم هستند. این به ما امکان می‌دهد تا آزادسازی انرژی در واکنش کلی معادله‌ی ۴۳-۱۰ (و معادله‌ی ۴۳-۱۱) را چنین محاسبه کنیم

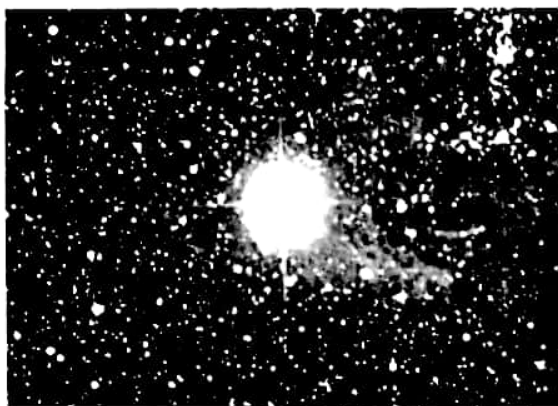
$$\begin{aligned} Q &= -\Delta mc^2 \\ &= -[4(1.007825 \text{ u}) - (4)(1.007825 \text{ u})][931.5 \text{ MeV/u}] \\ &= 26.7 \text{ MeV} \end{aligned}$$

که در آن $4(1.007825 \text{ u})$ جرم اتم هلیوم و $4(1.007825 \text{ u})$ جرم اتم هیدروژن است. نوترینوها جرم کوچک قابل اغماضی دارند، و فوتون‌های پرتوی گاما بدون جرم‌اند؛ بنابراین، آن‌ها در محاسبه‌ی انرژی فروپاشی وارد نمی‌شوند.

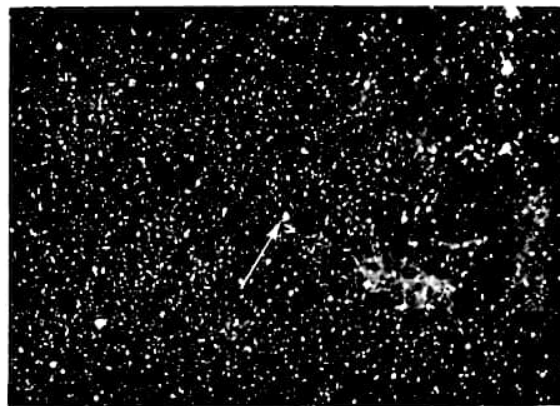
همین مقدار Q (همان‌طور که می‌بایست) از جمع کردن مقدارهای Q در مرحله‌های جداگانه‌ی چرخه‌ی پروتون-پروتون شکل ۴۳-۱۱ به دست می‌آید. بنابراین،

$$\begin{aligned} Q &= (2)(0.42 \text{ MeV}) + (2)(1.02 \text{ MeV}) + (2)(0.49 \text{ MeV}) + 12.86 \text{ MeV} \\ &= 26.7 \text{ MeV} \end{aligned}$$

حدود 0.5 MeV از این انرژی توسط دو نوترینویی که در معادله‌های ۴۳-۱۰ و ۴۳-۱۱ مشخص شده‌اند، به بیرون از خورشید منتقل می‌شوند؛ بقیه‌ی انرژی ($= 26.7 \text{ MeV}$) در مرکز خورشید به‌صورت انرژی گرمایی بر جای می‌ماند. این انرژی گرمایی به تدریج به سطح خورشید منتقل می‌شود، و از آنجا به صورت موج‌های الکترومغناطیسی، از جمله نور مرئی، از خورشید تابیده می‌شود.



(ب)



(الف)

شکل ۱۲-۴۳ (الف) ستاره‌ای به نام سندولیک^۱ که تا سال ۱۹۸۷ دیده می‌شد. (ب) از آن پس، شروع به دریافت نور از ابرنواختر آن ستاره کردیم، که به آن نماد SN 1987a اختصاص داده شده است؛ این انفجار، ۱۰۰ میلیون بار درخشان‌تر از خورشید ما بود و آن را می‌شد با چشم غیرمسلح دید، با وجود این که در بیرون کهکشان ما واقع بود.

سوختن هیدروژن در خورشید در طی حدود 5×10^9 ادامه دارد و محاسبه نشان می‌دهد که هیدروژنی کافی برای ادامه‌ی حیات خورشید در مدت زمانی تقریباً به همین مقدار در آینده، وجود خواهد داشت. ولی، در ۵ میلیارد سال، مرکز خورشید که در آن زمان بیشتر هلیوم خواهد بود، شروع به خنک شدن خواهد کرد و خورشید بر اثر گرانی خود رو به فروپاشی می‌گذارد. این عمل، دمای مرکز خورشید را بالا می‌برد و باعث می‌شود که رویه‌ی خارجی آن انبساط یابد و خورشید به آنچه که غول قرمز خوانده می‌شود تبدیل گردد.

اگر دمای مرکز خورشید دوباره تا حدود 10^8 K افزایش یابد، انرژی می‌تواند دوباره از طریق گداخت - این بار با سوختن هلیوم برای تشکیل کربن - تولید شود. وقتی ستاره‌ای بیشتر تحول یابد و مدام داغ‌تر شود، عنصرهای دیگری می‌توانند توسط واکنش‌های گداخت دیگر تشکیل شوند. با این حال، عنصرهای سنگین‌تر از آن‌هایی که نزدیک به قله‌ی منحنی انرژی بستگی شکل ۷-۴۲ هستند، نمی‌توانند از طریق فرایندهای گداخت بیشتر تولید شوند.

تصور می‌شود عنصرها با دماهای جرمی پس از قله‌ی منحنی، از طریق گیراندازی نوترونی در حین انفجارهای ستاره‌ای عظیم، که *آبرنواختر* نامیده می‌شود (شکل ۱۲-۴۳)، تشکیل شده باشند. در چنین رویدادی، پوسته‌ی خارجی ستاره رو به بیرون در فضا منفجر می‌شود، در آنجا با محیط رقیق می‌آمیزد، و فضای میان ستاره‌ها را پر می‌کند. از این محیط که مدام با خرده‌های انفجارهای ستاره‌ای پر می‌شود، ستاره‌های جدید بر اثر تراکم، تحت تأثیر نیروی گرانشی، شکل می‌گیرند. فراوانی عنصرهای سنگین‌تر از هیدروژن و هلیوم روی زمین نشان‌دهنده‌ی آن است که منظومه‌ی شمسی ما از مواد بین‌ستاره‌ای که بقایای چنین انفجارهایی هستند، متراکم شده است. بنابراین، همه‌ی عنصرهای اطراف ما - که شامل عنصرهای بدن خود ما نیز می‌شود - در درون ستاره‌هایی ساخته شده‌اند که اینک وجود ندارند. به قول دانشمندی: "در حقیقت، ما فرزندان ستارگان هستیم."

مسئله‌ی نمونه ۴۳-۰۴. آهنگ مصرف هیدروژن در خورشید

با چه آهنگ dm/dt ی هیدروژن در مرکز خورشید از طریق چرخه‌ی p-p ی شکل ۲۳-۱۱ مصرف می‌شود؟

ایده‌ی کلیدی

آهنگ dE/dt ی که با آن انرژی توسط مصرف هیدروژن (پروتون) در درون خورشید تولید می‌شود با آهنگ P ی که با آن انرژی توسط خورشید تابش می‌شود، برابر است

^۱ Sonduleak

و استفاده از توان P ی خورشید داده شده در پیوست ب، چنین به دست می آوریم

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\Delta m}{\Delta E} P = \frac{(4.167 \times 10^{-27} \text{ kg}) (3.90 \times 10^{26} \text{ W})}{4.20 \times 10^{-12} \text{ J}} = 6.2 \times 10^{11} \text{ kg/s}$$

(پاسخ)

بنابراین، مقدار عظیمی از هیدروژن در هر ثانیه توسط خورشید مصرف می شود. با این حال، لازم نیست خیلی راجع به از دست رفتن هیدروژن از خورشید نگران باشید، زیرا جرم $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ آن، سوختن آن را حالاًحالاها ادامه خواهد داد.



مثال های تکمیلی، فیلم و تمرین های مفید در WileyPLUS



$$P = \frac{dE}{dt}$$

محاسبه ها: برای آنکه مصرف جرم dm/dt را در این معادله وارد کنیم، آن را می توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dm} \frac{dm}{dt} \approx \frac{\Delta E}{\Delta m} \frac{dm}{dt} \quad (12-43)$$

که در آن ΔE انرژی تولید شده به هنگامی است که پروتون ها به جرم Δm مصرف شده اند. از بحث خود در این فصل می دانیم که هرگاه چهار پروتون مصرف شوند، $26.7 \text{ MeV} (= 4.20 \times 10^{-12} \text{ J})$ انرژی گرمایی تولید می شود. یعنی، $\Delta E = 4.20 \times 10^{-12} \text{ J}$ برای یک مصرف جرمی $\Delta m = 4.167 \times 10^{-27} \text{ kg}$. با قراردادن این مقادیر در معادله ی ۱۲-۴۳

۴۳-۶ گداخت گرما هسته ای کنترل شده

هدف های یادگیری

پس از خواندن این بخش، باید بتوانید ...

۴۳-۲۴ سه شرط لازم برای یک راکتور گرما هسته ای را بیان کنید.

۴۳-۲۵ معیار لاوسون را تعریف کنید.

۴۳-۲۶ توصیف کلی از روش محبوس کردن مغناطیسی و روش محبوس کردن لختی ارائه کنید.

نکته های کلیدی

- گداخت گرما هسته ای کنترل شده برای تولید انرژی تاکنون به دست نیامده است. واکنش های $d-d$ و $d-t$ امیدوار کننده ترین سازو کارها هستند.
- یک راکتور گداخت موفق باید معیار لاوسون

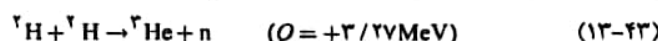
$$n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3$$

گداخت گرما هسته ای کنترل شده

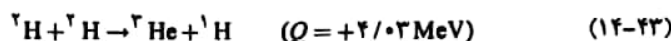
نخستین واکنش گرما هسته ای روی زمین در *انبریک آتول*^۱ در اول نوامبر سال ۱۹۵۲ رخ داد، هنگامی که کشور آمریکا یک وسیله ی گداخت را به انفجار واداشت، که این به آزاد سازی انرژی ای معادل با ۱۰ میلیون تن TNT انجامید. دماها و چگالی های بالای لازم برای آغاز چنین واکنشی با استفاده از یک بمب شکافتی به عنوان ماشه فراهم شده بود.

دستیابی به یک منبع انرژی حاصل از گداخت که مداوم و قابل کنترل باشد- یعنی یک راکتور گداخت به عنوان بخشی از، مثلاً، یک نیروگاه مولد برق- به طور قابل ملاحظه ای دشوارتر است. با این وجود، این هدف شدیداً در بسیاری از کشورهای سرتاسر جهان پی گیری می شود، زیرا افراد بسیاری به راکتور گداخت به عنوان منبع انرژی در آینده، دست کم برای تولید برق، چشم دوخته اند.

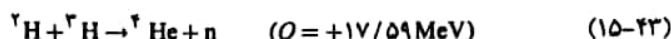
طرح واره ی $p-p$ نشان داده شده در شکل ۴۳-۱۱ برای راکتور گداخت مناسب نیست، زیرا به طرز ناامیدکننده ای کند است. این فرایند فقط به دلیل چگالی فوق العاده زیاد پروتون ها در مرکز خورشید، به طور موفقیت آمیزی در خورشید رخ می دهد. جالب توجه ترین واکنش ها برای استفاده ی زمینی می تواند به صورت دو واکنش دوترون- دوترون ($d-d$)



^۱ Eniwetok Atoll



و واکنش دوترون-تریتون (d-t)



باشد. هسته‌ی ایزوتوپ هیدروژن ${}^3\text{H}$ (تریتوم)، تریتون نامیده می‌شود. این هسته، نوکلیدی پرتوزا با نیمه‌عمر $12/3\text{y}$ است. دوتریوم، چشمه‌ی دوترون‌ها برای این واکنش‌ها، گرچه دارای فراوانی ایزوتوپی فقط ۱ بخش در ۶۷۰۰ است، ولی در مقدارهای نامحدود به صورت بخشی از آب دریا قابل دسترسی است. آن‌هایی که طرفدار به‌دست آوردن انرژی از هسته هستند توضیح می‌دهند که انتخاب نهایی ما برای انرژی-پس از آنکه همه‌ی سوخت‌های فسیلی خود را سوزانیم- یا "تخته‌سنگ‌های سوزان" (شکافت اورانیوم استخراج‌شده از سنگ‌های معدن) است و یا "آب سوزان" (گداخت دوتریوم استخراج‌شده از آب). برای یک راکتور گرمایسته‌ای موفق سه شرط باید برقرار باشد:

۱. چگالی ذره‌ای زیاد n . چگالی ذره‌ای ذره‌های برهم‌کنش کننده (مثلاً تعداد دوترون‌ها بر واحد حجم) باید به حد کافی بزرگ باشد تا تضمین شود که آهنگ برخورد $d-d$ به حد کافی بالاست. در دماهای بالای موردنیاز، دوتریوم کاملاً یونیده می‌شود و بدین ترتیب یک پلاسما (گاز یونیده‌ی) از لحاظ الکتریکی خنثایی از دوترون‌ها و الکترون‌ها تشکیل می‌گردد.

۲. دمای پلاسمای زیاد T . پلاسما باید داغ باشد. در غیر این صورت دوترون‌های برخوردکننده انرژی کافی برای رخنه در سد کولنی، که می‌خواهد آن‌ها را دور از هم نگه دارد، نخواهند داشت. دمای یون پلاسمایی 35keV که معادل با $4 \times 10^8\text{K}$ است، در آزمایشگاه به‌دست آمده است. این دما ۳۰ برابر بزرگتر از دمای مرکز خورشید است.

۳. زمان محبوس کردن طولانی τ . یک مسئله‌ی اصلی، نگهداری پلاسمای داغ به مدت طولانی در چگالی و دمای به حد کافی بالاست تا گداخت سوخت تضمین شود. روشن است که هیچ ظرف جامدی نمی‌تواند در برابر دماهای بالای مورد نیاز برای گداخت تاب بیاورد، ولی روش‌های نگهداری هوشمندانه‌ای پیشنهاد شده است؛ دو تا از این روش‌ها را به اختصار توضیح می‌دهیم.

می‌توان نشان داد که برای عمل موفقیت‌آمیز یک راکتور گرمایسته‌ای که از واکنش $d-t$ استفاده می‌کند، لازم است داشته باشیم

$$n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3 \quad (16-43)$$

این شرط، که به نام معیار لائوسون^۱ نامیده می‌شود، بیان می‌دارد که ما این انتخاب را داریم که یا تعداد زیادی ذره را در زمانی کوتاه یا تعداد کمی ذره را در زمانی طولانی محبوس کنیم. علاوه بر تحقق این معیار، هنوز لازم است که دمای پلاسما به حد کافی بالا باشد. هم‌اکنون دو روش برای تولید انرژی هسته‌ای کنترل‌شده تحت مطالعه است. گرچه هنوز هیچ یک از این روش‌ها موفق نبوده‌اند، با این حال هر دو روش به دلیل وعده‌هایشان و به دلیل اهمیت بالقوه‌ی گداخت کنترل‌شده برای حل مسائل انرژی جهان، پی‌گیری می‌شوند.

محبوس کردن مغناطیسی

یک راه برای گداخت کنترل‌شده، نگهداری ماده‌ی گداختی در یک میدان مغناطیسی بسیار قوی است، که به همین دلیل به آن محبوس کردن مغناطیسی گفته می‌شود. در یکی از این روش‌ها

^۱ Lawson's criterion

برای محبوس کردن پلاسمای داغ در اتاقک دونات شکل تخلیه شده‌ای به نام توکامک^۱ از میدان مغناطیسی استفاده می‌شود (نام توکامک مخففی است شامل بخش‌هایی از سه واژه‌ی روسی). نیروهای مغناطیسی وارد بر ذره‌های باردار که پلاسمای داغ را تشکیل می‌دهند، پلاسمای را از تماس با دیواره‌های اتاقک بازمی‌دارند.

با اعمال جریانی به داخل پلاسمای و بمباران کردن آن با باریکه‌ای از ذره‌های شتابدار خارجی، پلاسمای گرم می‌شود. نخستین هدف این روش، رسیدن به وضعیت رودرو شدن^۲ است و آن هنگامی رخ می‌دهد که معیار لاوسون محقق گردد و یا از آن حد، فراتر رود. هدف نهایی، اشتعال است که وابسته به واکنش گرما هسته‌ای خودنگهدار و تولید خالص انرژی است.

محبوس کردن لختی

دومین روش، موسوم به محبوس کردن لختی، مستلزم "یورش" همه‌جانبه به یک گلوله‌ی سوخت جامد با باریکه‌های لیزری پر شدت است که به بخار شدن بخشی از ماده‌ی سطح گلوله می‌انجامد. این ماده‌ی جوشان موجب یک موج شوکی متحرک رو به داخل می‌شود که مرکز گلوله را متراکم می‌کند و بدین ترتیب هم چگالی ذره‌ای و هم دمای آن را افزایش می‌دهد. این فرایند از آنرو محبوس کردن لختی نامیده می‌شود که (الف) سوختی در گلوله محبوس شده است و (ب) ذره‌ها به دلیل لختی (جرم) خود در حین بازه‌ی بسیار کوتاه یورش، از گلوله‌ی گرم شده نمی‌گریزند.

گذاخت لیزری، با استفاده از روش محبوس کردن لختی، در بسیاری از آزمایشگاه‌های آمریکا و سایر نقاط جهان مطالعه شده است. برای مثال، در آزمایشگاه‌های لاورنس لیورمور^۳ گلوله‌های سوخت دوتریوم-تری‌تیوم، هریک کوچکتر از یک دانه‌ی شن (شکل ۴۳-۱۳) با ۱۰ تپ لیزری پر قدرت همگام شده، که به‌طور متقارنی به دور گلوله قرار گرفته‌اند، مورد یورش قرار می‌گیرند. تپ‌های لیزری طوری طراحی شده‌اند که در کل، حدود ۲۰۰ kJ انرژی را در زمانی کمتر از یک نانوثانیه به هر گلوله‌ی سوخت وارد می‌کنند. این توان داده شده در حین تپ، حدود 2×10^{14} W است که تقریباً ۱۰۰ برابر ظرفیت نیروگاه‌های الکتریکی نصب شده (و در حال کار) جهان است!



شکل ۴۳-۱۳ کره‌های کوچک روی سکه، گلوله‌های سوخت دوتریوم-تری‌تیوم هستند که برای استفاده در اتاقک گذاخت لیزری طراحی شده‌اند.

^۱ tokamak

^۲ breakeven

^۳ Lawrence Livermore laboratories



مسئله‌ی نمونه ۴۳-۵۵. آهنگ مصرف هیدروژن در خورشید

جرم‌ها را می‌توانیم با رابطه‌های زیر با جرم‌های مولی داده شده جایگزین کنیم

$$m_d = \frac{M_d}{N_A} \quad \text{و} \quad m_t = \frac{M_t}{N_A}$$

که در آن N_A عدد آووگادرو است. پس از این جایگزینی‌ها و قراردادن $d = 1000$ به جای چگالی d^* گلوله‌ی فشرده، معادله‌ی ۴۳-۱۸ را برای n حل می‌کنیم و چنین به دست می‌آوریم

$$n = \frac{2000 d N_A}{M_d + M_t}$$

و از آنجا داریم

$$n = \frac{(2000)(2000 \text{ kg/m}^3)(6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{2.0 \times 10^{-2} \text{ kg/mol} + 3.0 \times 10^{-2} \text{ kg/mol}} \\ = 4.8 \times 10^{31} \text{ m}^{-3} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) بنا بر معیار لاوسون، اگر عمل رودررو شدن در یک دمای بالای مناسب رخ دهد، این گلوله چه مدت باید این چگالی ذره‌ای را نگه دارد؟

ایده‌ی کلیدی

اگر عمل رودررو شدن رخ دهد، چگالی فشرده‌گی باید برای دوره‌ی زمانی τ که با معادله‌ی ۴۳-۱۶ داده می‌شود ($n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3$) حفظ شود. بنابراین داریم

$$\tau > \frac{10^{20} \text{ s/m}^3}{4.8 \times 10^{31} \text{ m}^{-3}} \approx 10^{-12} \text{ s} \quad (\text{پاسخ})$$



مثال‌های تکمیلی، فیلم و تمرین‌های مفید در WileyPLUS



فرض کنید یک گلوله‌ی سوخت در وسیله‌ی گداخت لیزری شامل تعداد یکسانی از اتم‌های دوتریوم و تریتیوم (و نه ماده‌ای دیگر) باشد. چگالی $d = 200 \text{ kg/m}^3$ گلوله بر اثر عمل تب‌های لیزر با عامل 10^3 افزایش می‌یابد.

(الف) گلوله در حالت فشرده‌ی خود شامل چه تعداد ذره بر واحد حجم (هم دوترون و هم تریتون) است؟ جرم مولی M_d اتم‌های دوتریوم برابر با $2.0 \times 10^{-2} \text{ kg/mol}$ و جرم مولی M_t اتم‌های تریتیوم برابر با $3.0 \times 10^{-2} \text{ kg/mol}$ است.

ایده‌ی کلیدی

برای دستگاهی که شامل فقط یک نوع ذره است، چگالی (جرمی) آن دستگاه را می‌توانیم برحسب جرم‌های ذره‌ای و چگالی عددی چنین بنویسیم:

$$\left(\text{جرم ذره} \right) \left(\text{چگالی عددی} \right) = \left(\text{چگالی} \right) \quad (17-43)$$

$$\left(\text{kg} \right) \left(\text{m}^{-3} \right) = \left(\text{kg/m}^3 \right)$$

فرض کنید n تعداد کل ذره‌ها بر واحد حجم در گلوله‌ی فشرده باشد. آنگاه، تعداد اتم‌های دوتریوم بر واحد حجم برابر با $n/2$ ، و تعداد اتم‌های تریتیوم بر واحد حجم نیز برابر با $n/2$ است.

محاسبات: می‌توانیم معادله‌ی ۴۳-۱۷ را با نوشتن چگالی d^* گلوله‌ی فشرده به صورت مجموع چگالی‌های مجزا، به دستگاه شامل دو ذره تعمیم دهیم:

$$d^* = \frac{n}{2} m_d + \frac{n}{2} m_t \quad (18-43)$$

که در آن m_d و m_t به ترتیب جرم اتم‌های دوتریوم و تریتیوم است. این

رودر و خلاصه‌ی درس

انرژی حاصل از هسته فرایندهای هسته‌ای تقریباً یک میلیون بار، بر واحد جرم، مؤثرتر از فرایندهای شیمیایی در تبدیل جرم به سایر شکل‌های انرژی هستند.

شکافت هسته‌ای معادله‌ی ۴۳-۱ یک شکافت ^{235}U را نشان می‌دهد که بر اثر بمباران ^{235}U با نوترون‌های گرمایی ایجاد شده است. معادله‌های ۴۳-۲ و ۴۳-۳ زنجیره‌های واپاشی بتای پاره‌های شکافت اولیه را نشان می‌دهند. انرژی آزاد شده در چنین رویداد شکافتی برابر با $Q \approx 200 \text{ MeV}$ است.

شکافت می‌تواند بر مبنای مدل جمعی فهمیده شود، که در آن هسته به یک قطره‌ی مایع باردار تشبیه می‌شود که حامل انرژی برانگیختگی معینی است. اگر قرار باشد شکافت رخ دهد، باید در یک سد پتانسیل تونل زده شود. شکافت‌پذیری به رابطه‌ی میان

بلندی E_b سد و انرژی برانگیختگی E_n بستگی دارد.

نوترون‌های آزادشده در حین شکافت، واکنش زنجیری را ممکن می‌سازند. شکل ۴۳-۵ توازن نوترونی را برای چرخه‌ی یک راکتور نوعی نشان می‌دهد. شکل ۴۳-۶، طرح یک نیروگاه هسته‌ای کامل را نمایش می‌دهد.

گداخت هسته‌ای آزادسازی انرژی از طریق گداخت [همجوشی] دو هسته‌ی سبک، توسط سد کولنی متقابل آن دو ذره بازداشته می‌شود. گداخت تنها در صورتی می‌تواند در توده‌ی ماده رخ دهد که دما برای آنکه تونل‌زنی محسوسی در سد رخ دهد به حد کافی بالا باشد (یعنی، در صورتی که انرژی ذره به حد کافی زیاد باشد).

انرژی خورشید عمدتاً از سوختن گرماهسته‌ای هیدروژن برای تشکیل هلیوم از طریق چرخه‌ی پروتون-پروتون حاصل می‌شود،

معیار لاسون

$$\pi\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3 \quad (16-43)$$

را برآورده کند و باید دارای یک دمای پلاسمای به حد کافی بالای T باشد.

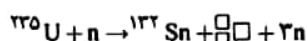
در توکاماک، پلازما توسط یک میدان مغناطیسی محبوس شده است. در گداخت لیزری، از محبوس کردن لختی استفاده می‌شود.

که طرح آن در شکل ۴۳-۱۱ کشیده شده است. هرگاه منبع سوخت هیدروژنی یک ستاره‌ی به مصرف رسیده باشد، عنصرهای تا $A \approx 56$ (قله‌ی منحنی انرژی بستگی) می‌توانند توسط فرایندهای گداخت دیگری ایجاد شوند.

گداخت کنترل شده گداخت گرماسته‌ای کنترل شده برای تولید انرژی تاکنون به دست نیامده است. واکنش‌های $d-d$ و $d-t$ امیدوارکننده‌ترین سازوکارها هستند. یک راکتور گداخت موفق باید



۱ در فرایند شکافت



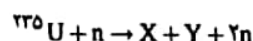
عددهای مربوط به (الف) جعبه‌ی بالا (شاخص بالا) و (ب) جعبه‌ی پایین (مقدار Z) چیست؟

۲ اگر یک فرایند شکافت به جذب انرژی نیاز داشته باشد، آیا انرژی بستگی متوسط بر نوکلئون افزایش می‌یابد یا کاهش؟

۳ فرض کنید که هسته‌ی ^{238}U نوترونی را "می‌بلعد" و سپس نه از طریق شکافت بلکه از طریق واپاشی بتا، یک الکترون و یک نوترینو گسیل می‌دارد. پس از این واپاشی، کدام نوکلید باقی می‌ماند: ^{239}Pu ، ^{238}Np ، یا ^{239}Pa ؟

۴ آیا پاره‌های شکافت اولیه‌ی تشکیل شده بر اثر شکافت، دارای پروتون‌های بیشتری نسبت به نوترون‌ها هستند، دارای نوترون‌های بیشتری نسبت به پروتون‌ها هستند، و یا تقریباً مقدار یکسانی از هر یک دارند؟

۵ برای واکنش شکافت



گزینه‌های زیر X (یا Y) را به گونه‌ای مرتب کنید که محتمل‌ترین در ابتدا باشد: ^{152}Nd ، ^{140}I ، ^{138}In ، ^{115}Pd ، ^{105}Mo . (راهنمایی: شکل ۴۳-۱ را ببینید.)

۶ برای ساختن عناصر بسیار بزرگ جدول تناوبی که اخیراً کشف شده‌اند، پژوهشگران یک هسته‌ی با اندازه‌ی متوسط را به سمت هسته‌ای بزرگ پرتاب می‌کنند. برخی اوقات یک هسته‌ی پرتابه و یک هسته‌ی هدف برای تشکیل یکی از عناصر بسیار بزرگ، گداخت پیدا می‌کنند. آیا در چنین گداختی، جرم محصول بزرگتر از مجموع جرم هسته‌های پرتابه و هدف می‌شود یا کوچکتر؟

۷ اگر یک هسته با آزادسازی انرژی به دو هسته‌ی کوچکتر شکافته شود، آیا انرژی بستگی متوسط بر نوکلئون افزایش می‌یابد یا کاهش؟

۸ کدام یک از این عنصرها توسط فرایندهای گداخت گرماسته‌ای در ناحیه‌های داخلی ستاره "پخته" نمی‌شوند: کربن، سیلیسیم، کروم، برم؟

۹ معیار لاسون برای واکنش $d-t$ (معادله‌ی ۴۳-۱۶) به صورت $\pi\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3$ است. برای واکنش $d-d$ ، آیا توقع دارید که عدد سمت راست دارای همان مقدار، کوچکتر یا بزرگتر باشد؟

۱۰ حدود ۲٪ انرژی تولیدشده در هسته‌ی مرکزی خورشید بر اثر واکنش $p-p$ توسط نوترینوها از خورشید به بیرون برده می‌شوند. آیا انرژی وابسته به این شار نوترینویی برابر با، انرژی تابیده‌شده از سطح خورشید به صورت تابش الکترومغناطیسی است، یا بزرگتر از آن، و یا کمتر از آن است؟

۱۱ یک راکتور هسته‌ای با توان معینی، با ضریب تکثیر k که روی واحد تنظیم شده است، کار می‌کند. اگر میله‌های کنترل برای کاهش توان خروجی راکتور تا ۲۵٪ مقدار پیشین آن مورد استفاده قرار گیرند، آیا اکنون ضریب تکثیر کمی کوچکتر از واحد، به میزان قابل توجهی کوچکتر از واحد، یا هنوز برابر واحد است؟

۱۲ محتمل‌ترین عضو هر جفت را طوری برگزینید که یکی از پاره‌های شکافت اولیه‌ای باشد که توسط رویداد شکافت تشکیل می‌شود: (الف) ^{92}Sr یا ^{92}Ru ، (ب) ^{140}Gd یا ^{140}I ، (پ) ^{155}Nd یا ^{155}Lu . (راهنمایی: شکل ۴۲-۵ و جدول تناوبی را ببینید.)



حل با ولفتمای مرحله به مرحله (پسته به صلاحید مدرس) در WileyPLUS و WebAssign موجود است.

ILW حل در

تعداد نقطه‌ها سطح دشواری مسئله را مشخص می‌کند.

<http://www.wiley.com/college/young> داده شده است.

WWW حل به روش تعاملی در

اطلاعات بیشتر در کتاب نمایش هجانه‌نگیز فیزیک و در www.flyingcircusofphysics.com

بخش ۴۳-۱ شکافت هسته‌ای

۱۰ ایزوتوپ ^{235}U از طریق گسیل آلفا با نیمه‌عمر $7.1 \times 10^8 \text{ y}$ واپاشی می‌کند. این ایزوتوپ همچنین (به ندرت) بر اثر شکافت خودبه‌خودی واپاشی می‌کند، و اگر واپاشی آلفا رخ نداده باشد، نیمه عمر ناشی از صرفاً شکافت خودبه‌خودی برابر با $3.7 \times 10^{17} \text{ y}$ است. (الف) شکافت خودبه‌خودی با چه آهنگی در 1 g از ^{235}U رخ می‌دهد؟ (ب) چه تعداد رویداد واپاشی آلفای ^{235}U به‌ازای هر رویداد شکافت خودبه‌خودی وجود دارد؟

۲۰ نوکلید ^{238}Np به 4.2 MeV انرژی برای شکافت نیاز دارد. برای کندن یک نوترون از این نوکلید به انرژی بیشتر 5 MeV نیاز است. آیا ^{237}Np با نوترون‌های گرمایی قابل شکافت است؟

۳۰ یک نوترون گرمایی (با انرژی جنبشی تقریباً صفر) توسط یک هسته ^{238}U جذب می‌شود. چقدر انرژی از انرژی جرمی به نوسان حاصل در هسته منتقل می‌شود؟ جرم‌های اتمی و جرم نوترون عبارت‌اند از

^{237}U	237.048723 u	^{238}U	238.050788 u
^{239}U	239.054287 u	^{240}U	240.056585 u
n	1.008664 u		

۴۰ ویژگی‌های شکافتی ایزوتوپ ^{239}Pu پلوتونیوم بسیار شبیه به این ویژگی‌ها در ^{235}U است. انرژی متوسط آزاد شده در هر شکافت برابر با 180 MeV است. اگر تمام اتم‌های موجود در 1 kg از ^{239}Pu خالص شکافته شوند، چقدر انرژی، برحسب MeV آزاد می‌شود؟

۵۰ در دوران جنگ سرد، صدراعظم اتحاد جماهیر شوروی، ایالات متحده را با کلاهک‌های 20 مگاتنی ^{239}Pu تهدید کرد. (هر کلاهک انرژی‌ای معادل انفجار 20 مگاتن TNT داشت، که هر مگاتن TNT، $2.6 \times 10^{28} \text{ MeV}$ انرژی آزاد می‌کند.) اگر درواقع 100% از جرم کل پلوتونیوم در چنین کلاهکی شکافت پیدا می‌کرد، جرم کل پلوتونیوم چقدر بود؟

۶۰ (الف)-(ت) جدول زیر را که مربوط به واکنش شکافت کلی $^{235}\text{U} + n \rightarrow X + Y + \beta n$ است، کامل کنید.

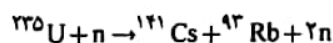
B	Y	X
۱	(الف)	^{136}Xe
۲	(ب)	^{139}I
۲	^{100}Zr	(پ)
(ت)	^{92}Rb	^{141}Cs

۷۰ هسته‌های ^{235}U باید با چه آهنگی توسط بمباران نوترونی شکافته شوند، تا انرژی با آهنگ 1 W تولید شود؟ فرض کنید $Q = 200 \text{ MeV}$ است.

۸۰ (الف) انرژی فروپاشی Q را برای شکافت ایزوتوپ مولیبدنوم ^{98}Mo به دو بخش مساوی محاسبه کنید. جرم‌هایی که به آنها نیاز دارید عبارت‌اند از 97.90541 u برای ^{98}Mo و 48.95002 u برای ^{24}Sc . (ب) اگر Q مثبت به دست آید، توضیح دهید چرا این فرایند به طور خودبه‌خودی رخ نمی‌دهد.

۹۰ (الف) در 1 kg از ^{235}U چند اتم وجود دارد؟ (ب) بر اثر شکافت کامل 1 kg از ^{235}U چقدر انرژی، برحسب ژول، آزاد می‌شود؟ فرض کنید $Q = 200 \text{ MeV}$ است. (پ) این انرژی برای چه مدت می‌تواند یک لامپ 100 W را روشن نگه دارد؟

۱۰۰ واکنش آزاد شده در واکنش شکافت زیر را محاسبه کنید



جرم‌های اتمی و ذره‌ای عبارت‌اند از

^{235}U	235.04392 u	^{92}Rb	92.92157 u
^{141}Cs	140.91963 u	n	1.00866 u

۱۱۰ انرژی فروپاشی Q را برای شکافت ^{52}Cr به دو پاره‌ی شکافت مساوی محاسبه کنید. جرم‌هایی که به آنها نیاز دارید عبارت‌اند از

^{52}Cr	51.94051 u	^{26}Mg	25.98259 u
------------------	----------------------	------------------	----------------------

۱۲۰۰ شکافت ^{238}U توسط نوترون‌های سریع را در نظر بگیرید. در یک رویداد شکافت، هیچ نوترونی گسیل نشده است و محصول‌های نهایی پایدار، پس از واپاشی بتای پاره‌های شکافت اولیه، ^{140}Ce و ^{94}Ru هستند. (الف) تعداد کل رویدادهای واپاشی

۱۶۰۰ در یک بمب اتمی، انرژی بر اثر شکافت کنترل نشدهی ^{239}Pu (یا ^{235}U) آزاد می شود. مرتبه ی بمب برابر با بزرگی انرژی آزاد شده است که بر حسب جرم TNT مورد نیاز برای تولید همین مقدار انرژی، مشخص می شود. یک مگاتن TNT، انرژی ای برابر با $2.6 \times 10^{28} \text{ MeV}$ را آزاد می کند. (الف) مرتبه ی یک بمب اتمی را که حاوی 95 kg از ^{239}Pu است، و در واقع 2.5 kg آن شکافته می شود، بر حسب تن TNT محاسبه کنید (مسئله ی ۴ را ببینید) (ب) چرا 92.5 kg دیگر ^{239}Pu ، با اینکه شکافته نمی شوند، لازم است؟

۱۷۰۰ در یک رویداد شکافت خاص که در آن ^{235}U توسط نوترون های کند شکافته می شود، هیچ نوترونی گسیل نشده است و یکی از پاره های شکافت اولیه ^{83}Ge است. (الف) پاره ی شکافت دیگر چیست؟ انرژی فروپاشی برابر با $Q = 170 \text{ MeV}$ است. چه مقدار از این انرژی به (پ) پاره ی ^{83}Ge و (ت) پاره ی دیگر می رود؟ درست پس از شکافت، تندی (ت) پاره ی ^{83}Ge و (ث) پاره ی دیگر چقدر است؟

بخش ۴۳-۲ راکتور هسته ای

۱۸۰ یک راکتور شکافت 200 MW که نیمی از سوخت خود را در 300 y مصرف می کند، در ابتدا حاوی چقدر ^{235}U بوده است؟ فرض کنید که همه ی انرژی تولید شده ناشی از شکافت ^{235}U است و این نوکلید فقط توسط فرایند شکافت مصرف شده است.

۱۹۰۰ زمان زایش نوترونی t_{gen}^1 در یک راکتور، زمان متوسط مورد نیاز برای آن است که یک نوترون سریع گسیل شده در رویداد شکافت، توسط کندساز تا انرژی گرمایی کند شود و سپس رویداد شکافت دیگری آغاز گردد. فرض کنید که توان خروجی راکتور در زمان $t=0$ برابر با P_0 باشد. نشان دهید توان خروجی در زمان بعدی t برابر $P(t) = P_0 k^{t/t_{\text{gen}}}$ است که k ضریب تکثیر است. برای توان خروجی ثابت، $k=1$ است.

۲۰۰۰ راکتوری با توان 400 MW با زمان زایش نوترونی (مسئله ی ۱۹ را ببینید) 30 ms کار می کند. اگر توان در مدت 500 ms با ضریب تکثیر 1.0003 افزایش یابد، توان خروجی در پایان 50 min چقدر است؟

۲۱۰۰ وقتی تابش حاصل از یک نوکلید پرتوزا در ماده جذب می شود، انرژی گرمایی تولید شده می تواند به عنوان مبنایی برای یک منبع انرژی کوچک جهت استفاده در ماهواره ها، ایستگاه های هواشناسی دوردست، و سایر مکان های منزوی به کار گرفته شود. چنین نوکلیدهای پرتوزایی به وفور در راکتورهای هسته ای تشکیل می شوند و آنها را می توان به طریق شیمیایی از سوخت مصرف شده

بنا در این دو زنجیره ی واپاشی بنا چقدر است؟ (ب) برای این فرایند شکافت، Q را محاسبه کنید. جرم های اتمی و ذره ای مربوط عبارت اند از

$$\begin{array}{l} ^{238}\text{U} \quad 238.05079 \text{ u} \quad ^{140}\text{Ce} \quad 139.90543 \text{ u} \\ n \quad 1.00866 \text{ u} \quad ^{90}\text{Ru} \quad 89.90594 \text{ u} \end{array}$$

۱۳۰۰ فرض کنید بلافاصله پس از شکافت ^{236}U بنا بر معادله ی ۴۳-۱، هسته های ^{140}Xe و ^{94}Sr حاصل، دقیقاً سطح به سطح در تماس اند. (الف) با فرض اینکه هسته ها کروی اند، انرژی پتانسیل الکتریکی وابسته به دافعه ی میان دو پاره ی شکافت را محاسبه کنید. (رهنمایی: از معادله ی ۴۲-۳ برای محاسبه ی شعاع پاره ها استفاده کنید.) (ب) این انرژی را با انرژی آزاد شده در یک رویداد شکافت نوعی مقایسه کنید.

۱۴۰۰ هسته ی ^{236}U شکافته می شود و به دو پاره ی با جرم متوسط ^{96}Sr ، ^{140}Xe تقسیم می گردد. (الف) مساحت سطح محصول های شکافت با چه درصدی از مساحت سطح هسته ی ^{236}U اولیه متفاوت است؟ (ب) حجم با چه درصدی تغییر می کند؟ (پ) انرژی پتانسیل الکتریکی با چه درصدی تغییر می کند؟ انرژی پتانسیل الکتریکی یک کره ی باردار یکنواخت به شعاع r و بار Q با رابطه ی زیر داده می شود

$$U = \frac{3}{5} \left(\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right)$$

۱۵۰۰ یک بمب اتمی 66 کیلو تنی با ^{235}U خالص سوخت دهی می شود (شکل ۴۳-۱۴)، که عملاً 40% از آن شکافت پیدا می کند. (الف) جرم اورانیوم موجود در بمب چقدر است؟ (66 کیلو تن نیست- این، مقدار انرژی آزاد شده است که بر حسب جرم TNT مورد نیاز برای تولید همان مقدار انرژی، مشخص می شود.) (ب) چه تعداد پاره های شکافت اولیه تولید شده اند؟ (پ) چه تعداد نوترون شکافتی تولید شده در محیط آزاد می شود؟ (به طور متوسط، هر شکافت، 2.5 نوترون تولید می کند.)



شکل ۴۳-۱۴ مسئله ۱۵. یک "قرص" ^{235}U که آماده ی قالب گیری مجدد و ساخته شدن برای یک کلاهک هسته ای است.

¹ The neutron generation time

جدا کرد. یک نوکلید پرتوزای مناسب ^{238}Pu ($T_{1/2} = 87.7\text{y}$) است، که گسیلنده‌ی آلفا با $Q = 5.5\text{MeV}$ است. انرژی گرمایی تولیدشده در 1kg از این ماده با چه آهنگی تولید می‌شود؟

۲۲۰۰ زمان زایش نوترونی t_{gen} (مسئله‌ی ۱۹ را ببینید) در یک راکتور خاص برابر با 1ms است. اگر این راکتور با توان 500MW کار کند، حدوداً در هر لحظه چه تعداد نوترون آزاد در راکتور وجود دارد؟

۲۳۰۰ www زمان یک زایش نوترونی (مسئله‌ی ۱۹ را ببینید) یک راکتور خاص برابر با $1/3\text{ms}$ است این راکتور، انرژی را با آهنگ 1200MW تولید می‌کند. برای انجام بررسی‌های فنی معین، توان به‌طور موقت تا 2500MW کاسته می‌شود. اگر بخواهیم که این گذار به توان کاهش‌یافته، $2/6000\text{s}$ طول بکشد، ضریب تکثیر باید در چه مقدار (ثابت) تنظیم شود تا گذار در زمان مورد نظر انجام گیرد؟

۲۴۰۰ (مسئله‌ی ۲۱ را ببینید) یکی از چندین محصول‌های شکافت است که می‌توان آن را به‌طور شیمیایی از سوخت مصرف‌شده‌ی یک راکتور طبیعی به‌دست آورد ^{90}Sr ($T_{1/2} = 29\text{y}$) است. این ایزوتوپ در راکتورهای بزرگ نوعی با آهنگی حدود 18kg/y تولید می‌شود. این ایزوتوپ با واپاشی پرتوزای خود، انرژی گرمایی را با آهنگ 0.93W/g تولید می‌کند. (الف) انرژی فروپاشی مؤثر Q_{eff} وابسته به واپاشی هسته‌ی ^{90}Sr را محاسبه کنید (این انرژی شامل سهم‌هایی از واپاشی محصول‌های دختر ^{90}Sr در زنجیره‌ی واپاشی آن است، ولی نوترینوها که به‌طور کامل از نمونه خارج می‌شوند، سهمی در آن ندارند). (ب) می‌خواهیم یک منبع انرژی مولد 150W (توان الکتریکی) را برای استفاده در راه‌اندازی ابزاری الکترونیکی در بخش دیدبانی آکوستیکی یک زیردریایی، بنا کنیم. اگر منبع انرژی مبتنی بر انرژی گرمایی تولیدشده توسط ^{90}Sr باشد و اگر بازدهی فرایند تبدیل انرژی گرمایی-انرژی الکتریکی 50% باشد، به چقدر ^{90}Sr نیاز است؟

۲۵۰۰ (الف) نوترونی به جرم m_n و انرژی جنبشی K با یک اتم ساکن به جرم m برخورد کُشان رودرو می‌کند. نشان دهید انرژی جنبشی از دست‌رفته‌ی نوترون با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{4m_n m}{(m + m_n)^2}$$

$\Delta K / K$ را برای هر یک از موارد زیر به عنوان اتم ساکن پیدا کنید: (ب) هیدروژن، (پ) دوتریوم، (ت) کربن و (ث) سرب. (ج) اگر در ابتدا $K = 1\text{MeV}$ و دوتریوم، یک کندساز متداول، اتم‌های ساکن مورد برخورد باشد، آنگاه چه تعداد از چنین برخوردهایی باید

صورت پذیرد تا انرژی جنبشی نوترون به یک مقدار گرمایی (0.25eV) کاهش یابد؟ (در کندسازهای واقعی، بیشتر برخوردها رودرو نیست).

بخش ۴۳-۳ یک راکتور هسته‌ای طبیعی

۲۶۰ چه مدت پیش، نسبت $^{235}\text{U} / ^{238}\text{U}$ در معادن اورانیوم طبیعی برابر $1/15$ بوده است؟

۲۷۰ تخمین زده می‌شود که راکتور شکافت طبیعی که در بخش ۳-۲۳ معرفی شد، ۱۵ گیگاوات-سال انرژی را در طی نیمه‌عمر خود تولید کرده است. (الف) اگر این راکتور برای 200000y دوام آورده باشد، با چه توان متوسطی عمل کرده است؟ (ب) در حین نیمه‌عمر خود چند کیلوگرم ^{235}U مصرف کرده است؟

۲۸۰۰ معلوم شده است که برخی از نمونه‌های اورانیوم حاصل از محل راکتور طبیعی معرفی شده در بخش ۳-۲۳ به جای آنکه از ^{235}U نهی شده باشند، قدری از این ایزوتوپ غنی شده‌اند. این غنی‌شدن را براساس نوترون جذب‌شده توسط ایزوتوپ فراوان ^{238}U و واپاشی‌های بعدی بنا و آلفای محصول‌های آن توجیه کنید.

۲۹۰۰ امروزه سنگ معدن اورانیوم استخراج‌شده حاوی فقط 0.72% از ایزوتوپ شکافت‌پذیر ^{235}U است، که برای تولید سوخت راکتوری مناسب شکافت با نوترون‌های گرمایی بسیار ناچیز است. به همین دلیل، سنگ معدن استخراج‌شده باید با ^{235}U غنی شود. هم ^{235}U ($T_{1/2} = 7.0 \times 10^8\text{y}$) و هم ^{238}U ($T_{1/2} = 4.5 \times 10^9\text{y}$) پرتوزا هستند. چه مدت پیش، سنگ معدن اورانیوم طبیعی، یک سوخت راکتور عملی با نسبت $^{235}\text{U} / ^{238}\text{U}$ برابر $3/100$ بوده است؟

بخش ۴۳-۴ گداخت گرما هسته‌ای: فرایند اصلی

۳۰۰ ثابت کنید که گداخت 1kg دوتریوم با واکنش



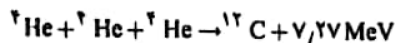
می‌تواند یک لامپ 100W را برای $2/5 \times 10^4\text{y}$ روشن نگه دارد.

۳۱۰ بلندی سد کولنی را برای برخورد رودروی دو دوترون محاسبه کنید. شعاع مؤثر دوترون را 2fm در نظر بگیرید.

۳۲۰۰ برای غلبه بر سد کولنی جهت گداخت، روش‌هایی غیر از گرم کردن ماده‌ی گداخت‌پذیر پیشنهاد شده است. برای مثال، اگر از دو شتاب‌دهنده‌ی ذره برای شتاب دادن دو باریکه‌ی دوترون به‌طور مستقیم به سوی یکدیگر استفاده کنیم به گونه‌ای که به‌طور رودرو به هم برخورد کنند، (الف) هر شتاب‌دهنده برای آنکه دوترون‌های برخوردکننده بر سد کولنی غلبه کند به چه ولتاژی نیاز دارد؟ (ب) به‌نظر شما چرا این روش در حال حاضر مورد استفاده قرار نمی‌گیرد؟

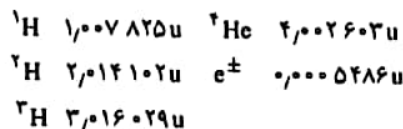
راکتور شکافت، محاسبه و با هم مقایسه کنید.

۴۱۰۰ ● ستاره‌ای همه‌ی هیدروژن خود را به هلیوم تبدیل می‌کند و بدین ترتیب به ترکیب ۱۰۰٪ هلیوم می‌رسد. پس این هلیوم را از طریق فرایند سه‌گانه-آلفای زیر به کربن تبدیل می‌کند



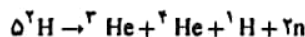
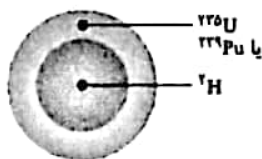
جرم این ستاره $4.6 \times 10^{32} \text{ kg}$ است و انرژی را با آهنگ $5.3 \times 10^{30} \text{ W}$ تولید می‌کند. چقدر طول می‌کشد که همه‌ی هلیوم با این آهنگ به کربن تبدیل شود؟

۴۲۰۰ سه مقدار Q ی گزارش شده برای واکنش‌های داده شده در شکل ۱-۲۳ را ثابت کنید. جرم‌های اتمی و ذره‌ای مورد نیاز عبارت‌اند از



(راهنمایی: بین جرم‌های هسته‌ای و اتمی به دقت تمیز قابل شوید، و پوزیترون‌ها را به‌طور کامل به حساب آورید.)

۴۳۰۰ شکل ۱۵-۴۳ طرح پیشنهادی اولیه برای یک بمب هیدروژنی را نشان می‌دهد. سوخت گداخت، دوتریوم ${}^2\text{H}$ است. دما و چگالی ذره‌ای بالای مورد نیاز برای گداخت توسط یک ماشه‌ی بمب اتمی حاوی سوخت شکافتی ${}^{235}\text{U}$ یا ${}^{239}\text{Pu}$ فراهم می‌شود که برای ایجاد انفجاری که منجر به موجی شوکی روی دوتریوم می‌شود، تعبیه شده است. واکنش گداخت چنین است



شکل ۱۵-۴۳ مسئله ۴۳

(الف) مقدار Q را برای این واکنش شکافت محاسبه کنید. برای جرم‌های اتمی مورد نیاز، مسئله ۴۲ را ببینید. (ب) مرتبه‌ی (مسئله ۱۶ را ببینید) بخش گداخت بمب را در صورتی محاسبه کنید که بمب شامل 500 kg دوتریوم باشد که از آن مقدار، ۳۰٪ گداخت پیدا می‌کند.

۴۴۰۰ فرض کنید جرم هسته‌ی مرکزی خورشید یک-هشتم جرم خورشید است و درون کره‌ای که شعاع آن یک-چهارم شعاع خورشیدی است فشرده شده باشد. همچنین فرض کنید که ۳۵٪ از

۳۳۰۰ بلندی سازه‌ی کولنی را برای دو هسته‌ی ${}^7\text{Li}$ که به سوی یکدیگر با انرژی جنبشی یکسان شلیک شده‌اند، محاسبه کنید. (راهنمایی: از معادله‌ی ۳-۴۲ برای محاسبه‌ی شعاع هسته‌ها استفاده کنید.)

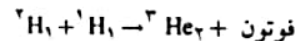
۳۴۰۰ در شکل ۱۰-۴۳، معادله‌ی $n(K)$ ، چگالی عددی بر واحد انرژی ذره‌ها، چنین است

$$n(K) = \frac{1}{12\pi} \frac{K^{3/2}}{(kT)^{3/2}} e^{-K/kT}$$

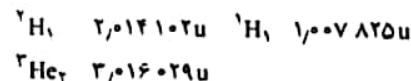
که در آن n چگالی عددی ذره‌ای کل است. در مرکز خورشید، دما برابر با $1.5 \times 10^7 \text{ K}$ و انرژی پروتونی متوسط K_{avg} برابر با 1.94 keV است. نسبت چگالی عددی پروتونی در 5.0 keV به این چگالی عددی در انرژی پروتونی متوسط چقدر است؟

بخش ۵-۴۳ گداخت گرماهسته‌ای در خورشید و ستارگان دیگر ۲۵۰ فرض کنید پروتون‌ها در یک گوی داغ پروتونی هریک انرژی جنبشی‌ای برابر kT دارند، که k ثابت بولتزمن و T دمای مطلق است. اگر $T = 1 \times 10^7 \text{ K}$ باشد، کمترین فاصله‌ی جدایی (نقریسی) هردو پروتون چقدر می‌تواند باشد؟

۳۶۰ ● مقدار Q ی واکنش گداخت زیر چقدر است؟



جرم‌های اتمی عبارت‌اند از



۳۷۰ خورشید دارای جرم $2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$ است و انرژی را با آهنگ $3.9 \times 10^{26} \text{ W}$ تابش می‌کند. (الف) خورشید با چه آهنگی جرم خود را به سایر شکل‌های انرژی تبدیل می‌کند؟ (ب) چه کسری از جرم اولیه‌ی خورشید، از زمانی که شروع به سوزاندن هیدروژن در حدود $4.5 \times 10^9 \text{ y}$ پیش کرده، از این طریق تلف شده است؟

۳۸۰ دیدیم که Q برای چرخه‌ی کامل گداخت پروتون-پروتون برابر با 26.7 MeV است. چگونه می‌توانید این عدد را به مقدارهای Q ی واکنش‌هایی ربط دهید که این چرخه را به ترتیبی که در شکل ۱۱-۴۳ نشان داده شده است، ایجاد می‌کنند؟

۳۹۰ ● نشان دهید انرژی آزاد شده هنگامی که سه ذره‌ی آلفا برای تشکیل ${}^{12}\text{C}$ گداخت کنند، برابر با 7.27 MeV است. جرم اتمی ${}^4\text{He}$ برابر با 4.0026 u و جرم اتمی ${}^{12}\text{C}$ برابر با 12.0000 u است.

۴۰۰۰ انرژی آزاد شده توسط (الف) گداخت 1 kg هیدروژن را در اعماق خورشید و (ب) شکافت 1 kg از ${}^{235}\text{U}$ را در یک

دوتریوم، ${}^2\text{H}$ ، جایگزین شده است. اگر همهی ${}^2\text{H}$ در ${}^1\text{H}$ لیتر آب را در ${}^1\text{H}$ روز به طریقی "بسوزانیم" که در آن دوتریوم با واکنش ${}^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + n$ گداخت پیدا کند، چه مقدار توان گداخت متوسط می‌تواند به دست آید؟

مسئله‌های تکمیلی

۵۰ مقدار Q ی موثر برای چرخه‌ی پروتون- پروتون شکل ۴۳-۱۱ برابر با 26.7MeV است. (الف) این انرژی را به صورت انرژی بر کیلوگرم هیدروژن مصرف‌شده بیان کنید (ب) توان خورشید برابر با $3.9 \times 10^{26}\text{W}$ است. اگر انرژی خورشید از چرخه‌ی پروتون- پروتون به دست آید، با چه آهنگی هیدروژن را از دست می‌دهد؟ (پ) با چه آهنگی جرم خود را از دست می‌دهد؟ (ت) دلیل اختلاف نتایج (ب) و (پ) را بیان کنید. (ث) جرم خورشید برابر با $2 \times 10^{30}\text{kg}$ است. اگر خورشید جرم خود را با آهنگ ثابت محاسبه شده در قسمت (پ) از دست بدهد، چقدر طول می‌کشد که ۱۰٪ از جرم خود را از دست دهد؟

۵۱ ترس زیادی وجود دارد که فناوری راکتور قدرت هسته‌ای احتمال جنگ هسته‌ای را افزایش دهد، زیرا راکتورها می‌توانند نه فقط برای تولید انرژی الکتریکی به کار روند، بلکه همچنین می‌توانند از طریق گیراندازی نوترونی با ${}^{238}\text{U}$ کم‌ارزش، محصول فرعی ${}^{239}\text{Pu}$ را بسازند، که "سوختی" برای بمب‌های هسته‌ای است. چه دنباله‌ی ساده‌ای از واکنش‌ها، شامل گیراندازی نوترونی و واپاشی بتا، این ایزوتوپ پلوتونیوم را به دست می‌دهد؟

۵۲ در واکنش گداخت دوترون- تریتون معادله‌ی ۴۳-۱۵، انرژی جنبشی (الف) ذره‌ی آلفا و (ب) نوترون چقدر است؟ از انرژی‌های جنبشی نسبتاً کوچک دو ذره‌ی ترکیب‌شونده چشم‌پوشی کنید.

۵۳ ثابت کنید، همان‌طور که در بخش ۴۳-۱ بیان شد، نوترون‌های در حال تعادل با ماده در دمای اتاق، 300K ، دارای انرژی جنبشی متوسطی در حدود 0.04eV هستند.

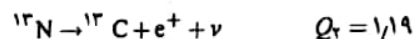
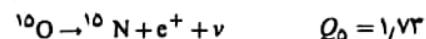
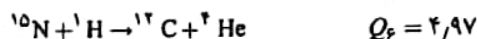
۵۴ ثابت کنید، همان‌طور که در جدول ۴۳-۱ آمده است، شکافت ${}^{235}\text{U}$ در 1kg از UO_2 (که طوری غنی شده است که ۳٪ از کل اورانیوم آن ${}^{235}\text{U}$ است) می‌تواند یک لامپ 100W را به مدت 690y روشن نگاه دارد.

۵۵ در مرکز خورشید، چگالی برابر با $1.5 \times 10^5\text{kg/m}^3$ است و ترکیب آن از لحاظ جرمی، ۳۵٪ هیدروژن و ۶۵٪ هلیوم است. (الف) چگالی پروتون‌ها در آنجا چقدر است؟ (ب) نسبت این چگالی به چگالی ذره‌ها در یک گاز کامل (آرمانی) در شرایط متعارفی دما ($^\circ\text{C}$) و فشار (10^5Pa) چقدر است؟

ترکیب جرم آن، هیدروژن است و اساساً همهی انرژی خورشیدی در آنجا تولید می‌شود. اگر خورشید به سوزاندن هیدروژن با آهنگ $6.2 \times 10^{11}\text{kg/s}$ ادامه دهد، چقدر طول می‌کشد تا هیدروژن به طور کامل مصرف شود؟ جرم خورشید برابر با $2 \times 10^{30}\text{kg}$ است.

۴۵۰۰ (الف) آهنگی که با آن خورشید، نوترینوها را تولید می‌کند محاسبه کنید. فرض کنید این تولید انرژی کاملاً از طریقی چرخه‌ی گداخت پروتون- پروتون صورت می‌پذیرد. (ب) نوترینوهای خورشیدی با چه آهنگی به سطح کره‌ی زمین می‌رسند؟

۴۶۰۰ در ستاره‌های معینی چرخه‌ی کربنی موثرتر از چرخه‌ی پروتون- پروتون در تولید انرژی است. این چرخه‌ی کربنی عبارت است از



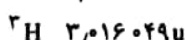
(الف) نشان دهید این چرخه از لحاظ اثرهای کلی دقیقاً معادل با چرخه‌ی پروتون- پروتون شکل ۴۳-۱۱ ب است. (ب) ثابت کنید که این دو چرخه، همان‌طور که انتظار می‌رود، دارای مقدار Q ی یکسانی هستند.

۴۷۰۰ www زغال‌سنگ مطابق واکنش $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$ می‌سوزد.

گرمای احتراقی برابر با $3.3 \times 10^7\text{J/kg}$ از کربن اتمی مصرف شده است. (الف) آن را برحسب انرژی بر اتم کربن بیان کنید. (ب) آن را برحسب انرژی بر کیلوگرم واکنش‌دهنده‌های اولیه، کربن و اکسیژن، بیان کنید. (پ) فرض کنید که خورشید (به جرم $2 \times 10^{30}\text{kg}$) از کربن و اکسیژن با نسبت‌های قابل احتراق ساخته شده است و به تابش انرژی با آهنگ حال حاضر خود، یعنی $3.9 \times 10^{26}\text{W}$ ، ادامه می‌دهد. خورشید چقدر دوام می‌آورد؟

بخش ۴۳-۶ گداخت گرما هسته‌ای کنترل‌شده

۴۸۰ مقدارهای Q ی گزارش‌شده در معادله‌های ۴۳-۱۳، ۴۳-۱۴ و ۴۳-۱۵ را تحقیق کنید. جرم‌های مورد نیاز عبارت‌اند از



۴۹۰۰ تقریباً ۱۵۰٪ جرم آب معمولی را "آب سنگین" تشکیل می‌دهد که در آن یکی از دو هیدروژن در یک مولکول H_2O با

۵۷ شعاع فشرده‌نشده‌ی گلوله‌ی سوخت مسئله‌ی نمونه‌ی ۴۳-۵۵ برابر با $20\mu\text{m}$ است. فرض کنید گلوله‌ی سوخت فشرده‌شده با بازده‌ی ۱۰٪ "گداخته شود" - یعنی، فقط ۱۰٪ از دوترون‌ها و ۱۰٪ از تریتون‌ها در واکنش گداخت معادله‌ی ۴۳-۱۵ شرکت کنند. (الف) در هر چنین ریزانفجار یک گلوله‌ی سوخت، چقدر انرژی آزاد می‌شود؟ (ب) هر چنین گلوله‌ی سوختی معادل چقدر TNT است؟ گرمای احتراق TNT برابر با 4.6MJ/kg است. (پ) اگر یک راکتور گداخت مبتنی بر ۱۰۰ ریزانفجار بر ثانیه بنا شده باشد، چه توانی تولید خواهد شد؟ (بخشی از این توان برای راه‌انداختن لیزرها به کار می‌رود.)

۵۸ فرض کنید در یک وسیله‌ی گداخت لیزری، دمای پلازما به $1 \times 10^8\text{K}$ برسد. (الف) محتمل‌ترین تندی یک دوترون در این دما چقدر است؟ (ب) چنین دوترونی در زمان محبوس‌شدن $1 \times 10^{-12}\text{s}$ چه مسافتی را می‌پیماید؟

۵۶ عبارت‌های توزیع تندی ماکسول برای مولکول‌های گاز در فصل ۱۹ داده شده است (الف) نشان دهید که محتمل‌ترین انرژی با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$K_p = \frac{1}{2} kT$$

این نتیجه را با منحنی توزیع انرژی شکل ۴۳-۱۰، که برای آن $T = 1.5 \times 10^7\text{K}$ است، تحقیق کنید. (ب) نشان دهید که محتمل‌ترین تندی با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

مقدار آن را برای پروتون‌ها در دمای $T = 1.5 \times 10^7\text{K}$ به دست آورید. (پ) نشان دهید که انرژی مربوط به محتمل‌ترین تندی (که همان محتمل‌ترین انرژی نیست) برابر است با

$$K_{v,p} = kT$$

این کمیت را روی شکل ۴۳-۱۰ مشخص کنید.