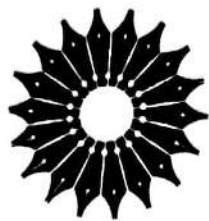




مبانی فیزیک نوین

ریچارد وایدنر
رابرت سلز

ترجمه علی اکبر بابایی
مهدی صفا اصفهانی



مبانی فیزیک نوین

ریچارد وایدنر

رابرت سلز

ترجمه علی اکبر بابایی

مهدی صفاصفهانی

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار مؤلفان
۳	۱ چند مقدمه
۳	۱.۱ برنامه فیزیک
۵	۲.۱ قوانین بقای فیزیک
۹	۳.۱ برهم کنشهای کلاسیکی
۱۱	۴.۱ میدانها و امواج الکترومغناطیسی
۱۴	۵.۱ اصل همخوانی
۱۶	۶.۱ اپتیک پرتوی و اپتیک موجی
۱۸	۷.۱ توصیفهای ذره‌ای و موجی در فیزیک کلاسیک
۲۷	۸.۱ سرعتهای فاز و گروه
۳۳	۲ حرکت شناسی نسبیتی: فضا و زمان
۳۴	۱.۲ اصل نسبیت
۳۴	۲.۲ تبدیلات گالیله
۳۸	۳.۲ هم‌وردایی مکانیک کلاسیک در تبدیلات گالیله

صفحه	عنوان
۴۲	۲.۲ عدم موفقیت تبدیلات گالیه
۵۰	۵.۲ اصل موضوع دوم و تبدیلات لورنتس
۶۳	۶.۲ بازه‌های طولی و زمانی در فیزیک نسبیت
۷۳	۷.۲ رویدادهای فضا - زمانی و مخروط نوری
۸۱	۸.۲ پارادوکس دو قلو
۸۷	خلاصه
۸۸	مسائل
۹۶	کتابشناسی
۹۹	۳ دینامیک نسبیتی: اندازه حرکت و انرژی
۱۰۰	۱.۳ جرم نسبیتی و اندازه حرکت
۱۱۰	۲.۳ انرژی نسبی
۱۱۵	۳.۳ هم‌ارزی جرم و انرژی، و دستگاههای مقید
۱۱۹	۴.۳ چهار- بردار اندازه حرکت - انرژی
۱۲۶	۵.۳ نسبیت خاص و برهم‌کنش الکترومغناطیسی
۱۳۳	۶.۳ محاسبات ویکها در مکانیک نسبیتی
۱۳۶	خلاصه
۱۳۷	مسائل
۱۴۳	کتابشناسی
۱۴۷	۴ ال‌های کوانتومی: جنبه‌های ذره‌ای تابش الکترومغناطیسی
۱۴۵	۱.۲ کوانتش در فیزیک کلاسیک
۱۴۸	۲.۲ اثر فوتوالکتریک
۱۶۱	۳.۲ تولید پرتو x و تابش ترمزی
۱۶۵	۴.۲ اثر کامپتون
۱۷۶	۵.۲ تولید و نابودی زوج
۱۸۲	۶.۲ برهم‌کنشهای فوتون - الکترون
۱۸۵	۷.۲ درآشامی فونونها
۱۹۰	خلاصه

۱۹۲

مسائل

۲۰۳

ه اثرهای کوانتومی: جنبه‌های موجی ذرات مادی

۲۰۳

۱۰۵ امواج دو بروی

۲۰۶

۲۰۵ قانون براگ

۲۱۰

۳۰۵ پراش پرتو x و الکترون

۲۱۷

۴۰۵ اثباتی برای بازتاب براگ

۲۲۰

۵۰۵ اصل مکملی

۲۲۲

۶۰۵ تعبیر امواج دو بروی به کمک نظریه احتمال

۲۳۰

۷۰۵ اصل عدم قطعیت

۲۳۹

۸۰۵ بسته‌های موج و سرعت موج دو بروی

۲۴۲

۹۰۵ توصیف کوانتومی يك ذره محبوس

۲۴۷

۱۰۰۵ معادله شرودینگر

۲۵۸

خلاصه

۲۵۹

مسائل

۲۶۹

کتابشناسی

۲۷۱

و ساختار هیدروژن

۲۷۱

۱۰۶ پراکندگی ذره

۲۸۲

۲۰۶ مدل سیاره‌ای کلاسیک

۲۸۵

۳۰۶ طیف هیدروژنی

۲۹۰

۴۰۶ نظریه ساختار اتمی بوهر

۳۰۰

۵۰۶ اتم هیدروژن و اصل همخوانی

۳۰۳

۶۰۶ موقعیتها و شکستهای نظریه بوهر

۳۰۳

۷۰۶ اتم هیدروژن و توابع موج آن با استفاده از معادله شرودینگر

۳۰۹

۸۰۶ برانگیختگی اتمی در اثر برخورد: آزمایش فرانک - هرتز

۳۱۳

خلاصه

۳۱۴

مسائل

۳۲۳

کتابشناسی

۷ اتمهای چند الکترونی

۳۲۵	
۳۲۶	۱.۷ ثابتهای حرکت در يك دستگاه كلاسيك
۳۲۹	۲.۷ کوانتش اندازه حرکت زاویه‌ای مداری
۳۳۶	۳.۷ اتمهای هیدروژن گونه
۳۴۰	۴.۷ کوانتش فضایی
۳۴۶	۵.۷ اثر بهنجار زیمان
۳۵۰	۶.۷ اسپین الکترون
۳۵۹	۷.۷ آزمایش اشترن - گرلاخ
۳۶۱	۸.۷ اصل طرد پائولی و جدول تناوبی
۳۷۱	۹.۷ طیفهای مشخصه پرتو X
۳۷۷	خلاصه
۳۷۹	مسائل
۳۸۶	کتابشناسی

۸ وسایل و ماشینهای شتابدهنده در فیزيك هسته‌ای

۳۸۷	
۳۸۸	۱.۸ یونش و درآشامی تابش هسته‌ای
۳۹۲	۲.۸ آشکارسازها
۴۰۲	۳.۸ وسایل ردنگاری
۴۰۸	۴.۸ وسایل اندازه‌گیری سرعت، اندازه حرکت و جرم
۴۱۵	۵.۸ شتابدهنده‌های با انرژی بالا
۴۳۲	خلاصه
۴۳۳	مسائل
۴۴۷	کتابشناسی

۹ ساختار هسته‌ای

۴۴۹	
۴۵۰	۱.۹ اجزای اصلی هسته
۴۵۴	۲.۹ نیروی بین نوکلئونها
۴۵۶	۳.۹ دوترون
۴۶۰	۴.۹ هسته‌های پایدار

۴۶۴	۵.۹ شعاعهای هسته‌ای
۴۶۷	۶.۹ انرژی بستگی هسته‌های پایدار
۴۷۰	۷.۹ مدل‌های هسته‌ای
۴۷۷	۸.۹ واپاشی هسته‌های ناپایدار
۴۸۱	۹.۹ واپاشی γ
۴۸۶	۱۰.۹ واپاشی α
۴۹۲	۱۱.۹ واپاشی β
۵۰۵	۱۲.۹ پرتوزایی طبیعی
۵۱۳	خلاصه
۵۱۶	مسائل
۵۲۲	کتابشناسی

۵۲۵	۱۰ واکنشهای هسته‌ای
۵۲۵	۱۰.۱۰ واکنشهای هسته‌ای با انرژی پایین
۵۳۰	۲۰.۱۰ انرژی‌شناسی واکنشهای هسته‌ای
۵۳۲	۳۰.۱۰ بقای اندازه حرکت در واکنشهای هسته‌ای
۵۴۰	۴۰.۱۰ سطح مقطع
۵۴۶	۵۰.۱۰ هسته مرکب و ترازهای انرژی هسته‌ای
۵۵۳	۶۰.۱۰ تولید نوترون، آشکارسازی، اندازه‌گیری، و کند کردن آن
۵۵۷	۷۰.۱۰ شکافت هسته‌ای
۵۶۳	۸۰.۱۰ رآکتورهای هسته‌ای
۵۶۷	۹۰.۱۰ همجوشی هسته‌ای
۵۶۹	خلاصه
۵۷۱	مسائل
۵۷۶	کتابشناسی

۵۷۷	۱۱ ذرات بنیادی
۵۷۸	۱۰.۱۱ برهم‌کنش الکترومغناطیسی
۵۸۹	۲۰.۱۱ برهم‌کنش قوی

صفحه	عنوان
۵۹۵	۳.۱۱ يك جهان ۱۳ ذره‌ای
۵۹۸	۴.۱۱ ذرات بنیادی
۶۱۴	۵.۱۱ يك جهان ۳۴ ذره‌ای
۶۲۴	مسائل
۶۲۸	کتابشناسی
۶۲۹	۱۲ فیزیک مولکولی و فیزیک حالت جامد
۶۲۹	۱.۱۲ بستگی مولکولی
۶۳۶	۲.۱۲ دوران و ارتعاش مولکولی
۶۴۳	۳.۱۲ قوانین توزیع آماری
۶۵۱	۴.۱۲ آمار ماکسول - بولتزمن در مورد گاز ایده‌ال
۶۵۴	۵.۱۲ آمار ماکسول - بولتزمن در مورد گرمای ویژه يك گاز دواتمی
۶۵۹	۶.۱۲ لیزر
۶۶۵	۷.۱۲ تابش جسم سیاه
۶۷۲	۸.۱۲ نظریه کوانتومی گرماهای ویژه جامدات
۶۷۸	۹.۱۲ نظریه الکترون آزاد فلزها
۶۸۶	۱۰.۱۲ نظریه نواری جامدها: رساناها، عایقها، و نیمه رساناها
۶۹۸	خلاصه
۷۰۰	مسائل
۷۰۵	کتابشناسی
۷۰۷	پیوستها
۷۰۷	جرمهای اتمی
۷۱۵	جواب مسائل فرد
۷۲۳	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی
۷۲۷	واژه‌نامه فارسی به انگلیسی
۷۳۱	فهرست راهنما
۷۴۵	نامنامه

چند مقدمه

فیزیک نوین چیست؟ با فیزیک کلاسیک چه تفاوتی دارد و در چه مواردی با آن مشابه است؟ چه مفاهیم اساسی از فیزیک کلاسیک به فیزیک قرن بیستم، که با ذرات خیلی کوچک و خیلی سریع سروکار دارد، انتقال یافته‌اند؟ کدام یک از مفاهیم کلاسیک بدون تغییر می‌ماند و کدام یک باید اصلاح یا تمویض شود؟ این سؤالات و سؤالات مهم دیگری را در این فصل مقدماتی بررسی می‌کنیم.

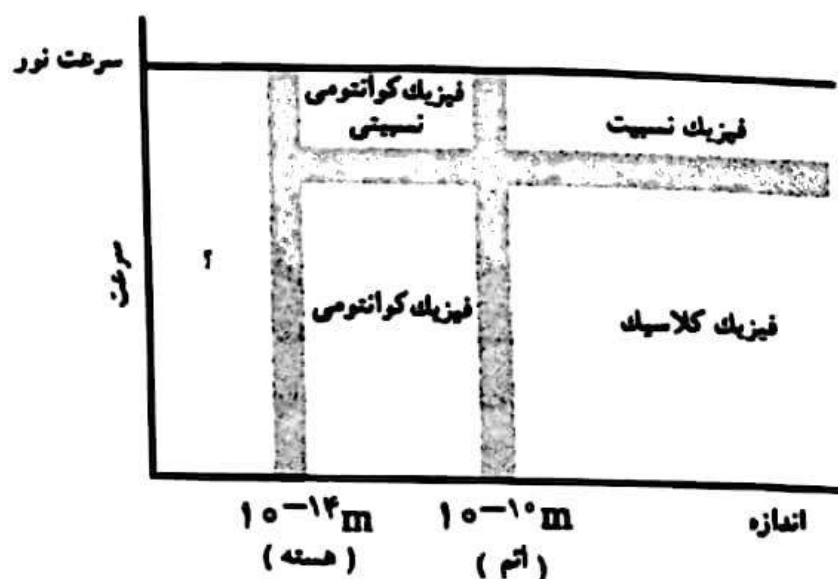
۱.۱ برنامه فیزیک

برنامه فیزیک، طرح مفاهیم و قوانینی است که ما را در درک جهان یاری می‌دهند. قوانین فیزیک ساخته ذهن بشر و تابع تمام محدودیتهای درک بشرند. این قوانین الزاماً ثابت، تغییرناپذیر، یا برای تمام زمانها خوب نیستند، و طبیعت نیز ملزم به پیروی از آنها نیست. یک قانون فیزیکی بیانی است، معمولاً به زبان فشرده و دقیق ریاضی، از رابطه بین کمیتهای فیزیکی، که با تکرار آزمایش به دست می‌آید و از یک نظم دائمی در رفتار دنیای فیزیک حکایت می‌کند. یک قانون فیزیکی «خوب» دارای بیشترین عمومیت، سادگی و دقت ممکن است. ملاک نهایی یک قانون فیزیکی موفق، چگونگی دقت آن در پیشگویی نتایج حاصل از آزمایشهاست. به عنوان مثال، چنان به صحت قانون گرانش عمومی اطمینان

داریم که با قطعیت تقریباً کامل می‌گوییم که هرگاه شتاب گرانش در سطح مریخ اندازه‌گیری شود، نتیجه خیلی نزدیک به 3.76 متر بر مجذور ثانیه خواهد بود. می‌گوییم با قطعیت تقریباً کامل، زیرا هنگامی که از يك قانون به‌گستره اعتبار آزمایش نشده آن برون‌یابی می‌کنیم ممکن است نتایجی را که با آزمایشهای بعدی ناسازگارند پیشگویی کند.

با تکامل فیزیک، بعضی نظریه‌ها و قوانین پیشین نسبت به پدیده‌هایی که این نظریه‌ها و قوانین برای آنها آزمایش نشده بودند، نارسا تشخیص داده شدند. این نظریه‌ها و قوانین، به‌وسیله نظریه‌ها و قوانین عام‌تر و فراگیرنده‌تری، که پدیده‌های نوین را به‌همان خوبی پدیده‌های قدیمی توصیف می‌کردند، از میدان بدر شدند. شکل ۱.۱ نمایشگر نواحی مختلف کاربرد فیزیک کلاسیک، فیزیک نسبیت، فیزیک کوانتومی و فیزیک کوانتومی نسبیتی است.

فیزیک کلاسیک، درباره اجسامی با اندازه‌های معمولی که با سرعت‌های معمولی حرکت می‌کنند گفتگو می‌کند، و مکانیک نیوتونی و الکترومغناطیس (از جمله نظریه نور) را در بر می‌گیرد. برای اجسامی که سرعت آنها نزدیک به سرعت نور است، فیزیک کلاسیک باید جای خود را به فیزیک نسبیت بدهد؛ در مورد اجسامی که اندازه آنها تقریباً 10^{-10} متر است (تقریباً اندازه يك اتم) باید فیزیک کوانتومی جانشین فیزیک کلاسیک بشود. برای ابعاد زیر اتمی و سرعت‌های نزدیک به سرعت نور تنها فیزیک کوانتومی نسبیتی می‌تواند مناسب باشد. حد و مرز این نظریه‌های فیزیکی به روشنی مشخص نیست؛ در حقیقت این



شکل ۱.۱ نواحی کاربرد نظریه‌های مختلف فیزیکی.

نظریه‌ها با هم تلاقی می‌کنند. فیزیک کوانتومی نسبیته فراگیرنده‌ترین و کاملترین ساختار نظری فیزیک معاصر است. در ابعاد حدود 10^{-14} متر (تقریباً به اندازه هسته اتم) پدیده‌های مختلف و گیج‌کننده‌ای ظاهر می‌شوند؛ در حال حاضر این پدیده‌ها تنها تا اندازه‌ای درک شده‌اند.

درک ما از ساختار اتمی و هسته‌ای بر دو مفهوم برجسته فیزیک نوین، یعنی نظریه نسبیت و نظریه کوانتومی، مبتنی است. این نظریه‌ها هر دو در آغاز این قرن، زمانی که برای نخستین بار با پیشرفت فنون آزمایشی امکان مطالعه پدیده‌های با ابعاد کوچک و با سرعت و انرژی زیاد فراهم شد، پایه‌گذاری شدند.

پس از مرور بعضی جنبه‌های مهم فیزیک کلاسیک، نظریه‌های نسبیت و کوانتومی را مطالعه خواهیم کرد و آنها را برای تحلیل ساختار اتمی و هسته‌ای به کار خواهیم برد. وضعیت‌هایی را خواهیم دید که در آنها بعضی مفاهیم آشنای فیزیکی قابل استفاده نیستند؛ وضعیت‌هایی که در آنها فیزیک کلاسیک غلط محض است. آیا این بدان معنی است که تمام اوقات و انرژی‌های صرف شده برای مطالعه فیزیک کلاسیک مقدماتی به هدر رفته است، و بایستی با نسبیت و نظریه کوانتومی آغاز کرد؟ نه، هرگز این طور نیست! نتایج تمام آزمایش‌ها، هر چند دور از تجربه عادی ما، سرانجام باید بر حسب عبارتهای کلاسیکی یعنی بر حسب مفاهیم کلاسیکی اندازه حرکت، انرژی، مکان و زمان بیان شوند. به علاوه، بسیاری از مفاهیم و قوانین فیزیک کلاسیک به فیزیک نوین منتقل شده‌اند.

۲.۱ قوانین بقای (بایستگی) فیزیک

هم در فیزیک کلاسیک و هم در فیزیک نوین هیچ مطلبی اساسی‌تر و ساده‌تر از قوانین بقا (بایستگی) نیست. در هر قانون بقا، مقدار کل یک کمیت فیزیکی معین، در یک دستگاه مفروض، تنها به شرط منزوی بودن آن دستگاه از تمام اثرهای خارجی ثابت یا پایسته است. مثلاً، بردار اندازه حرکت کل یک دستگاه منزوی، ثابت است. تغییرات داخلی در داخل مرزهای یک دستگاه منزوی می‌توانند از طریق برهم‌کنش متقابل ذرات داخل این دستگاه رخ دهند؛ ولی این تغییرات اثری در مقدار کل کمیت پایسته ندارند، و توانایی یک قانون بقا (بایستگی) نیز در همین مطلب نهفته است. نیازی نیست که به جزئیات آنچه در داخل دستگاه اتفاق می‌افتد پردازیم - درحقیقت، می‌توان از برهم‌کنشهای داخلی دستگاه چشم‌پوشی کرد - ولی اگر دستگاه کاملاً منزوی باشد کمیت‌های پایسته تغییر نمی‌کنند. از این رو می‌دانیم که در فیزیک کلاسیک جرم کل، انرژی کل، اندازه حرکت خطی کل، اندازه حرکت زاویه‌ای کل و بار الکتریکی کل در برخورد دو یا چند ذره مستقل از تأثیر خارجی،

دقیقاً همان جرم کل، انرژی کل، اندازه حرکت خطی کل، اندازه حرکت زاویه‌ای کل و بار الکتریکی کل پس از برخورد خواهند بود.

قوانین بقای فیزیک کلاسیک عبارت‌اند از قوانین بقای جرم، انرژی، اندازه حرکت خطی، اندازه حرکت زاویه‌ای و بار الکتریکی.

قانون بقای جرم: جرم کل یک دستگاه منزوی، یا یک دستگاه نشت‌ناپذیر، ثابت است. با وجود تغییراتی که ممکن است در دیگر کمیت‌های دستگاه (مثلاً، انرژی، حجم و دما) رخ دهد، جرم کل تغییر نمی‌کند. این قانون را به صورت زیر نیز می‌توان بیان کرد: جرم نمی‌تواند آفریده شود و یا از بین برود؛ یا، جرم نمی‌تواند تولید و یا نابود شود.

قانون بقای انرژی: اگر هیچ کاری روی دستگاه انجام نشود و یا دستگاه هیچ کاری انجام ندهد، و اگر انرژی گرمایی به صورت گرما نه به دستگاه داده و نه از آن خارج بشود، انرژی کل دستگاه ثابت می‌ماند.

چون تمام انرژی نهایتاً به صورت انرژی جنبشی یا انرژی پتانسیل است، قانون بقای انرژی بیان می‌کند که در یک دستگاه، جمع انرژی‌های جنبشی ذرات و انرژی‌های پتانسیل برهم کنش متقابل آنها ثابت است. انرژی گرمایی صرفاً انرژی مکانیکی نامنظم حرکت کتره‌ای مولکول‌ها و اتم‌ها در چنان مقیاس میکروسکوپیکی است که انرژی‌های جنبشی و پتانسیل تک تک ذرات از هم متمایز نیستند. (قانون اول ترمودینامیک صرفاً همان قانون بقای انرژی است که به کاملترین شکل خود بیان می‌شود، این قانون شامل گرما و انتقال انرژی گرمایی به واسطه اختلاف دماست.)

قانون بقای اندازه حرکت خطی: هرگاه دستگاهی تحت تأثیر هیچ نیروی خارجی خالصی نباشد، اندازه حرکت خطی کل آن هم از لحاظ بزرگی و هم از نظر جهت ثابت می‌ماند.

البته قوانین حرکت نیوتون شالوده مکانیک کلاسیک‌اند و بیان آنها به زبان اندازه حرکت خطی مفید است.

۱. اندازه حرکت $p = mv$ یک ذره که تحت تأثیر نیروی خارجی خالصی نباشد ثابت است.

۲. وقتی جسمی تحت تأثیر یک نیروی خارجی خالص قرار بگیرد، آن نیرو برابر است با آهنگ تغییرات اندازه حرکت خطی نسبت به زمان. هنگامی که جرم تغییر نکند، نیرو بسادگی برابر است با حاصلضرب جرم درشتاب.

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}\mathbf{p} = \frac{d}{dt}m\mathbf{v} = m\mathbf{a} \quad (1.1)$$

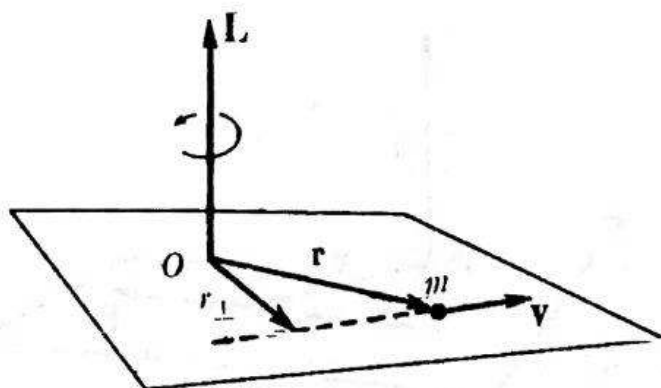
درفیزیک کلاسیک جرم ذره ثابت است و از سرعت آن و یا هروضع دیگری مستقل است. جرم کل دستگاهی از ذرات فقط وقتی تغییر می‌کند که ذراتی بدان داخل و یا از آن خارج بشوند.

این قانون دارای نتیجه مهمی است: اگر نیروهای وارد بر یک جسم، مکان و سرعت اولیه آن معلوم باشند، امکان پیشگویی جزئیات کامل آینده جسم، حداقل دراصل، وجود دارد؛ یعنی می‌توان مکان و سرعت آن را در تمام زمانهای آینده دقیقاً تصویر کرد. در دستگاه بین‌المللی یکاها (SI) (دستگاه گویاشده یکاها، متر، کیلوگرم، ثانیه)، که در سرتاسر این کتاب از آن استفاده خواهد شد، یک نیوتون نیروی وارد بر جسمی به جرم یک کیلوگرم است که به آن شتابی برابر با یک متر بر مجذور ثانیه بدهد.

۳. هنگامی که دو جسم برهم کنش می‌کنند، اندازه حرکت منتقل شده به جسم اول در یک بازه زمانی بینهایت کوچک، برابر و درخلاف جهت اندازه حرکت منتقل شده به جسم دوم، در خلال همان بازه زمانی است؛ بنابراین نیروهای کنش و واکنش، که در اینجا هر دو داخلی‌اند، مساوی و مختلف‌الجهت‌اند.

قانون بقای اندازه حرکت زاویه‌ای: هرگاه دستگاهی تحت تأثیر گشتادر نیروی خارجی خالصی نباشد، اندازه حرکت زاویه‌ای کل آن، هم از لحاظ بزرگی و هم از نظر جهت، ثابت خواهد ماند.

شکل ۲.۱ اندازه حرکت زاویه‌ای $\mathbf{L}$ یک ذره به جرم m و با سرعت $\mathbf{v}$ را نسبت به نقطه O نشان می‌دهد. بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای $\mathbf{L}$ برابر حاصلضرب برداری



شکل ۲.۱ اندازه حرکت زاویه‌ای یا جرم نقطه‌ای m نسبت به نقطه O .

بردار شعاعی r و اندازه حرکت خطی $p = mv$ است:

$$L = r \times p \quad (2.1)$$

جهت بردار اندازه حرکت زاویه‌ای L ، همان‌گونه که در شکل نشان داده شده است، بر صفحه‌ای که r و v می‌سازند عمود است. جهت آن به کمک قانون دست راست تعیین می‌شود: اگر به وسیله انگشتان دست راست بردار r را، از طریق زاویه کوچکتر به سمت بردار v بچرخانیم، شصت دست راست جهت L را مشخص خواهد کرد. بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای يك تك ذره به وسیله رابطه

$$L = r_{\perp} m v$$

بیان می‌شود، که در آن $r_{\perp}$ مؤلفه r در امتداد خط عمود بر v است. گشتاور نیروی τ حول يك نقطه انتخابی به صورت زیر تعریف می‌شود

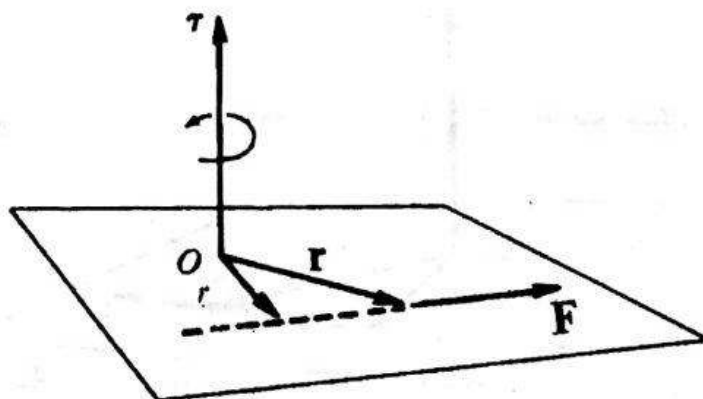
$$\tau = r \times F \quad (3.1)$$

یا، از لحاظ بزرگی، برابر است با

$$\tau = r_{\perp} F$$

که در اینجا $r_{\perp}$ مؤلفه r در امتداد عمود بر F است؛ شکل ۳.۱ را ملاحظه کنید. هنگامی که دستگاهی از ذرات تحت تأثیر يك گشتاور نیروی خارجی خالص نباشد، اندازه حرکت زاویه‌ای کل آن ثابت است. تك ذره‌ای که تحت تأثیر يك نیروی مرکزی است، اندازه حرکت زاویه‌ای آن، نسبت به مرکز نیرو ثابت است.

قانون بقای باد الکتریکی: باد كل يك دستگاه الکتریکی منزوی ثابت است.



شکل ۳.۱ گشتاور نیروی τ مربوط به نیروی F نسبت به نقطه O .

چون هر مشاهده یا اندازه گیری روی يك دستگاه، الزاماً با خود آن دستگاه تداخل می کند، منزوی شدن کامل يك دستگاه ایده‌الی است که فقط با تقریب می تواند تحقق یابد و هرگز به طور کامل تحقق پذیر نیست. بدعنوان مثال، وقتی دمای مایعی که از لحاظ گرمایی عایق شده است با يك دماسنج جیوه‌ای ساده، که در ابتدا در دمای مایع نیست، اندازه گیری شود چه اتفاقی رخ می دهد؟ هنگامی که دماسنج در مایع قرار می گیرد، به وسیله مایع گرم و با سرد می شود، و مایع در همان زمان، سرد یا گرم می شود. آنچه دماسنج در پایان می خواند دمای واقعی مایع، قبل از انجام اندازه گیری نخواهد بود؛ دمای خوانده شده دمایی است که مایع، پس از قرار گرفتن دماسنج، به آن رسیده است. تنها اگر مایع و دماسنج هردو، قبل از تماس گرمایی با یکدیگر، دارای دمای یکسان می بودند، دماسنج نه انرژی گرمایی می گرفت و نه از دست می داد و فقط در آن صورت دماسنج دمای واقعی جسم را نشان می داد. ولی این را از پیش نمی دانیم؛ اگر می دانستیم، اندازه گیری غیر ضروری می بود.* نه فقط در چنین موارد ساده‌ای تداخل با دستگاه از طریق خود عمل اندازه گیری به وقوع می پیوندد، بلکه در تمام اندازه گیریها اتفاق می افتد. به طور خلاصه، يك دستگاه کاملاً منزوی، دستگاهی است که هرگز نتوان آن را مطالعه یا مشاهده کرد؛ به عبارت دیگر، نمی توانیم دستگاهی را مطالعه کنیم بدون آنکه منزوی بودن آن را نقض کرده باشیم. ولی در فیزیک کلاسیک، با انجام ماهرانه آزمایش، همیشه امکان دارد که اغتشاشها را به میزانی کاهش داد که بتوان دستگاه را عملاً منزوی در نظر گرفت.

۳.۱ برهم کنشهای کلاسیکی

در فیزیک کلاسیک فقط دو منشأ اصلی نیرو وجود دارند: جرم گرانشی و بار الکتریکی؛ اینها به ترتیب منشأ نیروی گرانش عمومی و نیروهای الکترومغناطیسی اند. نیروی جاذبه گرانشی F_g بین دو جرم نقطه‌ای m_1 و m_2 که به فاصله r از هم قرار دارند عبارت است از

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad (4.1)$$

* البته، در صورتی که ظرفیتهای گرمایی مایع و دماسنج، به طور کاملاً دقیق معلوم می بودند، امکان داشت که تصحیح را برای گرمای وارد و یا خارج شده از دستگاه انجام داد، ولی ظرفیتهای گرمایی در صورتی معلوم می شوند که گرماهای ویژه مواد در آزمایش دیگری اندازه گیری شده باشند. در هر حال، اگر این آزمایش نیز بخواهد گرمای ویژه را بدون خطا به دست دهد، باید در آن از يك دماسنج کاملاً میزان شده و تصحیح شده استفاده بشود و در نتیجه تکرار این آزمایشها برای بینهایت مرتبه.

که در آن G ثابت گرانش عمومی است، و آزمایش نشان می‌دهد که مقدار آن برابر $6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2/\text{kg}^2$ است.

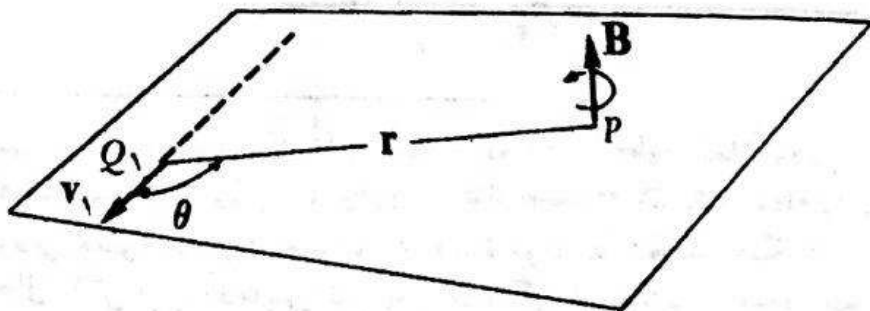
نیروهای بین بارهای الکتریکی را می‌توان به دو نوع اساسی تقسیم کرد: نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی. دوبار نقطه‌ای ساکن یا متحرك Q_1 و Q_2 را که به اندازه r از یکدیگر فاصله دارند در نظر می‌گیریم. نیروی الکتریکی F_e (همچنین نیروی کولنی) بین این دوبار از قانون کولن محاسبه می‌شود:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = \frac{k Q_1 Q_2}{r^2} \quad (5.1)$$

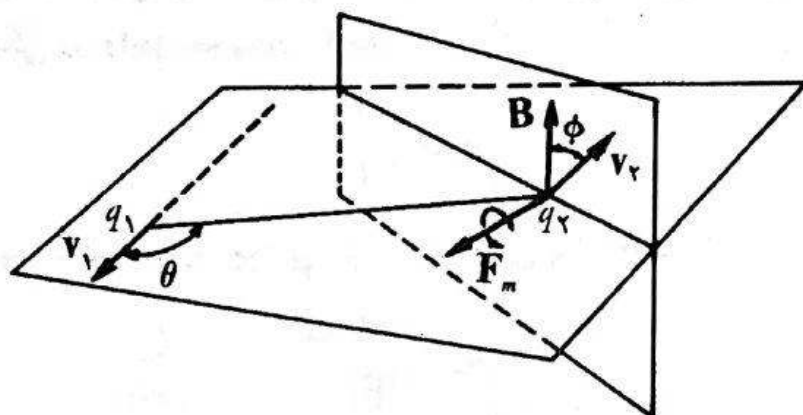
که در آن $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8.99 \times 10^9 \text{ N-m}^2/\text{C}^2$ و ϵ_0 گذردهی الکتریکی خلا است. می‌توان تصور کرد که نیروی الکتریکی F_e ، توسط میدان الکتریکی E ایجاد می‌شود. میدان الکتریکی به صورت نیروی الکتریکی به ازای واحد بار مثبت تعریف می‌شود. از این رو، بار Q_1 در جایگاه Q_2 يك میدان الکتریکی به بزرگی $E_1 = kQ_1/r^2$ می‌آفریند و Q_2 که خود را در این میدان الکتریکی احساس می‌کند، تحت تأثیر يك نیروی الکتریکی به بزرگی $F_e = Q_2 E_1 = kQ_1 Q_2 / r^2$ قرار می‌گیرد.

وقتی دوبار نقطه‌ای الکتریکی نسبت به ناظری در حرکت باشند، نیروی مغناطیسی ایجاد می‌شود. می‌توان تصور کرد که برهم کنش مغناطیسی از طریق میدان مغناطیسی B صورت می‌گیرد. از این رو، بار Q_1 که به فاصله r از Q_2 قرار گرفته است و با سرعت v_1 حرکت می‌کند يك میدان مغناطیسی B_1 در نقطه Q_2 تولید می‌کند؛ شکل ۴.۱ را مشاهده کنید. میدان مغناطیسی B_1 از رابطه

$$B_1 = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) Q_1 \frac{v_1 \times r}{r^2} \quad (6.1)$$



شکل ۴.۱ میدان مغناطیسی B در نقطه P ، ناشی از بار متحرك Q_1 .



شکل ۵.۱ نیروی مغناطیسی F_m وارد بر بار متحرک Q_2 که توسط بار متحرک Q_1 تولید می‌شود.

به دست می‌آید، که در آن $\mu_0/4\pi = 10^{-7} \text{ Wb/A-m}$ تراوایی مغناطیسی، و v_1 سرعت بار Q_1 است؛ شکل ۴.۱ را مشاهده کنید. نیروی مغناطیسی وارد بر بار Q_2 عبارت خواهد بود از

$$F_m = Q_2 v_2 \times B_1 \quad (7.1)$$

که در آن v_2 سرعت بار Q_2 است؛ شکل ۵.۱ را ملاحظه کنید. به طور خلاصه، در نقطه‌ای که میدان الکتریکی، E و میدان مغناطیسی، B است نیروی کل وارد (بجز نیروی گرانش) بر هر ذره با بار Q و با سرعت v به صورت زیر است

$$F = Q(\epsilon + v \times B) \quad (8.1)$$

نیروی تابع سرعت نیروی مغناطیسی F_m است؛ و نیروی باقی‌مانده همان نیروی الکتریکی F_e است.

۴.۱ میدانها و امواج الکترومغناطیسی

در اینجا برخی خواص مهم میدانهای الکتریکی و مغناطیسی و روابط متقابل آنها، به ویژه مشخصات امواج الکترومغناطیسی کلاسیک را، بدون اشاره به جزئیات مربوط به منشأ آنها، برمی‌شماریم.

می‌توان گفت که در میدان الکتریکی موجود در فضا، مثلاً در ناحیه بین صفحات يك خازن باردار، انرژی الکتریکی وجود دارد. چگالی انرژی الکتریکی، یا انرژی میدان الکتریکی در واحد حجم، از رابطه

$$u_e = \frac{\epsilon_0 \mathcal{E}^2}{2} \quad (9.1)$$

به دست می‌آید؛ به طور مشابه، چگالی انرژی مغناطیسی برابر است با

$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (10.1)$$

مثلاً می‌توان گفت که انرژی مغناطیسی در ناحیه بین قطبهای يك آهنربا قرار می‌گیرد. بار الکتریکی نه تنها در حال سکون میدان الکتریکی و در حال حرکت میدان مغناطیسی می‌آفریند، بلکه يك میدان الکتریکی متغیر نیز میدان مغناطیسی می‌آفریند (قانون آمپر) و يك میدان مغناطیسی متغیر نیز به نوبه خود میدان الکتریکی می‌آفریند (قانون فاراده). این مطلب منشأ امواج الکترومغناطیسی است؛ يك بار در حال نوسان و بنابراین شتابدار در فضا، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی تولید می‌کند، که بسامد آنها همانند بسامد بار الکتریکی است. این میدانها، يك میدان الکترومغناطیسی تشکیل می‌دهند که پس از انتشار، با سرعت نور (c) در فضا حرکت می‌کند:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (11.1)$$

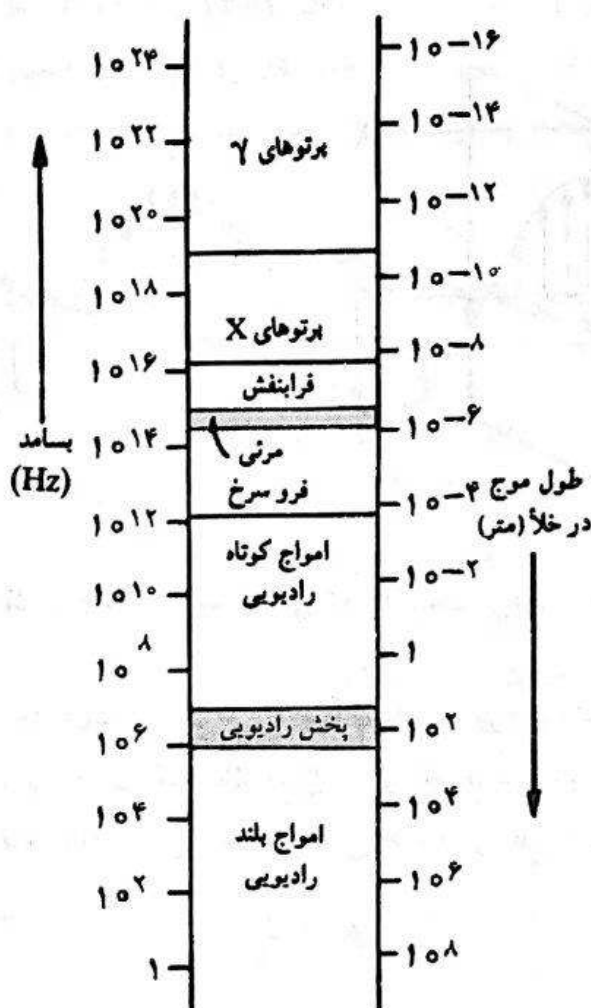
شدت لحظه‌ای I يك موج الکترومغناطیسی، یعنی جریانی انرژی از واحد سطح عمود بر جهت انتشار موج، در واحد زمان، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$I = \epsilon_0 \mathcal{E}^2 c$$

این شدت با مجذور میدان الکتریکی (یا مجذور میدان مغناطیسی ($B = \mathcal{E}/c$) متناسب است. شکل دیگر این معادله، برای توان الکترومغناطیسی به ازای واحد سطح عمود بر جهت انتشار موج، طوری است که جهت جریان انرژی را نسبت به جهت‌های مربوط به میدانهای $\mathbf{E}$ و $\mathbf{B}$ مشخص می‌کند:

$$\mathbf{I} = \epsilon \times \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \quad (12.1)$$

بردار شدت $\mathbf{I}$ ، که به بردار پوینتینگ نیز موسوم است، در جهت انتشار انرژی است؛

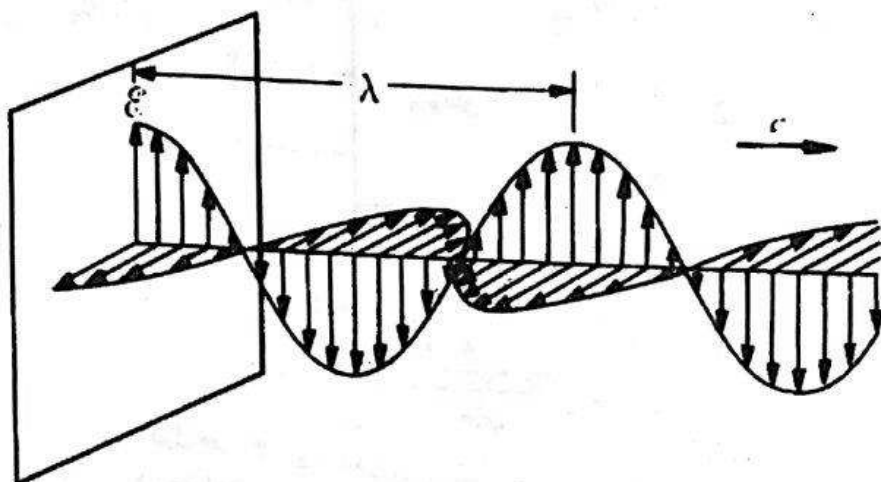


شکل ۶.۱ طیف الکترومغناطیسی

این بردار بر $\mathbf{E}$ و $\mathbf{B}$ ، که متقابلاً برهم عمودند، عمود است. وجود امواج الکترومغناطیسی با آن ویژگیهایی که در بالا ذکر شد، به طور نظری در سال ۱۸۶۴/۱۲۴۳ توسط جیمز کلارک ماکسول^۱ پیشگویی شد. در سال ۱۸۸۷/۱۲۶۶ برای اولین بار امواج الکترومغناطیسی به وسیله هاینریش هرتز^۲ در آزمایشگاه مشاهده شد. طیف امواج الکترومغناطیسی که از امواج رادیویی با طول موجهای بلند آغاز و به طول موجهای خیلی کوتاه پرتوهای γ ختم می شود، در شکل ۶.۱ نشان داده شده است. شکل ۷.۱ نمایش يك موج تکفام، تخت و به طور خطی قطبیده است. وقتی يك موج الکترومغناطیسی توسط ذرات باردار يك ماده درآشامیده می شود، میدان الکتریکی روی ذرات باردار کار انجام می دهد. چون ذرات باردار در حرکت اند،

1. James Clark Maxwell

2. Heinrich Hertz



شکل ۷.۱ يك موج الكترومغناطیسی تكفام تخت و به طور خطی قطبیده.

میدان مغناطیسی موج، در جهت انتشار موج، بر آنها يك نیروی مغناطیسی وارد می کند. نیروی تابش F_r وارد بر ماده ای كه يك موج الكترومغناطیسی تابیده را به طور كامل درمی آشامد از رابطه زیر به دست می آید (این موج عمود بر سطح ماده فرود می آید)

$$F_r = \frac{P}{c} \quad (۱۳.۱)$$

كه در آن P توان موج جذب شده است. چون موج الكترومغناطیسی، نیروی تابشی یا فشار تابشی بر ماده در آشام (یا بازتاب كننده) موج وارد می كند، می توان طبق رابطه زیر يك اندازه حرکت خطی به آن نسبت داد

$$\text{انرژی الكترومغناطیسی} = \frac{\text{اندازه حرکت الكترومغناطیسی}}{c} \quad (۱۴.۱)$$

۵.۱ اصل همخوانی

در فیزيك، هر نظریه یا قانونی، كم و بیش آزمایشی و تقریبی است. این صحیح است، زیرا به كار بردن يك قانون فیزیکی در وضعیتهایی كه به طور تجربی آزمایش نشده است، ممكن است نشان دهد كه آن قانون ناقص و یا حتی نادرست است. از این رو، هنگامی كه از يك نظریه به وضعیتهای آزمایش نشده برون یابی می كنیم، نمی توان مطمئن بود كه این نظریه برقرار خواهد ماند. ولی اگر يك نظریه جدید و عامتر پیشنهاد شود، برای ارتباط آن به نظریه پیشین و محدودتر، يك راهنمای كاملاً قابل اطمینان وجود دارد. این راهنما اهل

همخوانی است که برای نخستین بار در سال ۱۳۵۲/۱۹۲۳ توسط نیلز بوهر فیزیکدان دانمارکی در نظریه ساختار اتمی به کار رفت. کاربرد این اصل به معنی وسیع کلمه و استفاده از آن در فیزیک نسبیت، و همچنین در فیزیک کوانتومی بسیار مفید خواهد بود.

اصل همخوانی: از قبل می دانیم که هرگاه يك نظریه جدید فیزیکی (۱) با هر سرشت (جزئیاتی) در مورد وضعیتی به کار ببریم که در آن يك نظریه با عمومیت کمتر صادق است، نظریه جدید به يك نظریه متناظر کلاسیکی کاملاً جا افتاده تبدیل خواهد شد.

يك وضعیت ساده و آشنا که اصل همخوانی را توضیح می دهد در نظر می گیریم. هرگاه مسئله حرکت پرتابی در يك گستره نسبتاً كوچك مورد نظر باشد، فرضهای زیر در نظر گرفته می شوند (۱) وزن جسم پرتابی از نظر بزرگی ثابت است؛ این وزن برابر جرم ضرب در شتاب گرانشی است، که شتاب گرانشی از نظر بزرگی ثابت است، (۲) زمین به وسیله يك سطح تخت نمایش داده می شود، و (۳) وزن جسم پرتابی از نظر جهت ثابت و به طور عمود به طرف پایین است. با این فرضها، مسیر حرکت جسم پرتابی به صورت يك سهمی پیشگویی می شود، و به شرط اینکه حرکت پرتابی در فواصل نسبتاً کوتاه انجام شود، سازگاری فوق العاده خوبی با نتایج تجربی به دست می آید؛ ولی اگر بخواهیم حرکت يك قمر زمین را با همین فرضها توصیف کنیم، خطاهای خیلی جدی مرتکب خواهیم شد. برای بحث پیرامون حرکت قمر باید فرض کنیم که (۱) وزن جسم از لحاظ بزرگی ثابت نیست بلکه به طور معکوس با مجذور فاصله از مرکز زمین تغییر می کند، (۲) سطح زمین گرد است، و نه تخت، (۳) جهت وزن ثابت نیست، ولی همواره به طرف مرکز زمین است. این فرضها به پیشگویی يك مسیر بیضی شکل و به توصیف مناسب حرکت قمر منجر می شوند. حال اگر نظریه عامتر دیگری را در مورد حرکت جسمی که مسافت کوتاهی را نسبت به شعاع زمین، روی سطح زمین می پیماید به کار ببریم، چه پیش خواهد آمد؟ وزن از نظر بزرگی و جهت ثابت به نظر می رسد، زمین مسطح به نظر می آید و مسیر بیضی شکل به صورت سهمی در می آید. این دقیقاً همان چیزی است که اصل همخوانی ایجاب می کند.

اصل همخوانی با قطعیت اظهار می دارد که، اگر شرایط نظریه های جدید و قدیم با یکدیگر همخوانی داشته باشند، پیشگوییها نیز همخوانی خواهند داشت؛ یعنی، يك نظریه عام و جدید همان نظریه محدود قدیمی را با يك تقریب ویژه به دست می دهد. در این صورت يك راهنمای بدون خطا، برای آزمایش هر نظریه یا قانون جدید در اختیار داریم؛ نظریه جدید باید به نظریه ای که جانشین آن شده است تبدیل شود. هر نظریه ای که از این لحاظ

با شکست روبه‌رو شود، آشکارا ناقص است و به‌هیچ وجه نمی‌تواند پذیرفته شود. بنابراین می‌دانیم هنگامی که نظریه‌های نسیت و کوانتومی را در مورد اجسام بزرگ مقیاس و با سرعت‌های به مراتب کمتر از سرعت نور به کار ببریم باید همان نظریه‌های فیزیک کلاسیک را به‌دست آوریم. در بخش بعد مثال آشنای دیگری را از اصل همخوانی خواهیم دید.

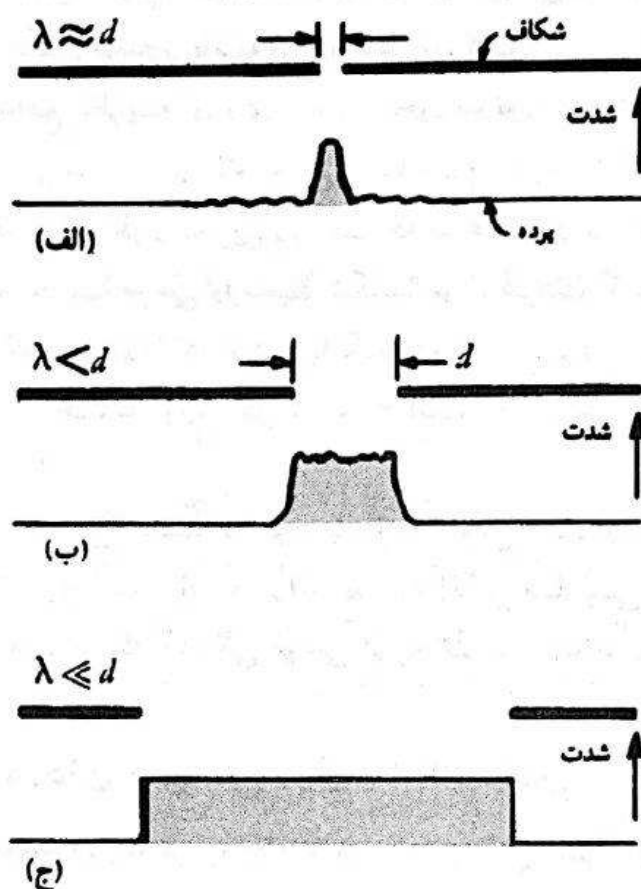
۶.۱ اپتیک پرتوی و اپتیک موجی

دو راه برای توصیف انتشار نور وجود دارد: اپتیک پرتوی یا هندسی، و اپتیک موجی یا فیزیکی. فقط اپتیک موجی قادر است پدیده‌هایی چون تداخل و پراش را توضیح دهد. از طرف دیگر، اپتیک پرتوی می‌تواند پدیده‌هایی چون انتشار مستقیم الخط، بازتاب، شکست نور را به خوبی توصیف کند. البته، اپتیک موجی نیز می‌تواند جوابگوی این پدیده‌ها باشد. بنابراین، اپتیک موجی یک نظریه فراگیرنده نور است، حال آنکه اپتیک پرتوی فقط در بعضی شرایط محدود کاربرد دارد.

اصل همخوانی ایجاب می‌کند که در حد همخوانی، نظریه فراگیرنده به نظریه محدود تبدیل شود. از این‌رو، در شرایطی که پدیده‌های موجی مشخصی چون پراش و تداخل مورد نظر نیستند، عملاً باید اپتیک موجی به اپتیک پرتوی تبدیل شود. می‌دانیم که تنها اگر ابعاد جسم یا دریچه‌ای که نور با آن مواجه می‌شود (d) با طول موج (λ) نور قابل مقایسه باشد، تداخل و پراش به وضوح قابل تشخیص است. هنگامی که $\lambda \ll d$ است، رفتار موجی همان نتایج رفتار پرتوی را به‌دست می‌دهد. به‌طور نمادی می‌توان نوشت

$$\lim_{\lambda/d \rightarrow 0} (\text{اپتیک موجی}) = \text{اپتیک پرتوی}$$

شکل ۸.۱ وضعیت گذار از شرایط اپتیک موجی به شرایط ساده‌تر را نشان می‌دهد. در این شرایط، اپتیک موجی و اپتیک پرتوی نتایج یکسانی به بار می‌آورند. شکل فوق نمایشگر نقش پراش نور تکفامی است که از یک شکاف با لبه‌های موازی می‌گذرد، (الف) برای حالتی که موج λ با پهنای شکاف d قابل مقایسه است، (ب) برای حالتی که طول موج از پهنای شکاف کمتر است، و (ج) برای حالتی که طول موج از پهنای شکاف خیلی کوچکتر است. در نمودار اول آشفتگی موجی در ناحیه وسیعی از سایه هندسی پخش می‌شود و دارای نوارهای مشخصه متناوباً تاریک و روشن پراش است. در نمودار دوم، پراش کمتر مشخص است و نور عمدتاً در ناحیه محدود به سایه هندسی متمرکز شده است. در نمودار سوم، که در آن طول موج از پهنای شکاف خیلی کوچکتر است نقش شدت از آنچه



شکل ۸.۱* توزیع شدت نور تکفام که از یک شکاف، با پهنای زیادشونده عبور می‌کند. پسرده متناوباً در (الف) از شکاف دور، و در (ب) و (ج) به شکاف نزدیک می‌شود.

که بدوسیله اپتیک پرتوی پیشگویی می‌شود غیر قابل تفکیک است.*
 اپتیک پرتوی صرفاً با مسیر نوری سروکار دارد که می‌توان آن را به صورت پرتوهای درجهت انتشار نور تلقی کرد. این تعریف، مدلی را که برای تشریح ویژگی نور پیشنهاد می‌کند همان مدل ذره‌ای است. درچنین مدلی فرض می‌شود که نور شامل ذرات (با تنیزه‌های) کوچک و اساساً بی‌وزن است. این مدل با واقعیت‌های مشاهده شده زیر سازگار است (۱) نور در فضای آزاد، یک مسیر مستقیم را به صورت جریانی از ذرات دنبال می‌کند (۲) در بازتاب، نور مانند ذراتی که با سطح برخورد کشان دارند رفتار

* در حالت بین (الف) و (ب) در شکل ۸.۱ نقشه‌ای پراش پیچیده‌اند، بعضی حالت‌ها حتی نشان دهنده یک نوار تاریک در مرکزند.

می کند (۳) در شکست، در يك ماده شفاف مانند شیشه، نور آنچنان عمل می کند که گویی ناگهان در وجه مشترك شیشه و هوا جهت حرکت ذرات تغییر می کند و (۴) شدت نور يك چشمه نقطه‌ای با عکس مجذور فاصله از آن تغییر می کند.

مشهورترین مدافع نظریه ذره‌ای نور، اسحق نیوتون بود. وی نشان داد که، بنا به مفهوم ذره‌ای، سرعت نور در يك محیط شکنده نور، باید از سرعت نور در خلا^۱ بزرگتر باشد. ولی فوکو^۲ به‌طور تجربی دریافت که سرعت نور در آب کمتر از سرعت نور در هواست؛ البته نظریه موجی در محیط شکنده نور، سرعت کمتری را پیشگویی می کند. آزمایش فوکو، همراه با کار پیشین یانگ^۳ و فرنل^۴ در مورد پراش و تداخل نور، فیزیکدانان را متقاعد ساخت که نور مشتمل بر امواج است (همان‌طور که هویگنس^۴ برای اولین بار پیشنهاد کرد).

اگرچه فیزیکدانان می‌دانستند که نور مشتمل بر امواج است و بنا بر این می‌توانستند تداخل و پراش را تشریح کنند، اما تا ارائه نظریه الکترومغناطیسی ماکسول، در سال ۱۸۶۴/۱۲۴۳، نمی‌دانستند که آشفتگی موجی از چه تشکیل شده است.

۷.۱ توصیفهای ذره‌ای و موجی در فیزیک کلاسیک

در فیزیک کلاسیک، مانند فیزیک نوین، مفاهیم ذره و موج نقش مهمی ایفا می کنند. به‌طور اختصار مشخصات هریک را در زیر خلاصه می کنیم.

يك ذره ایده‌ال می‌تواند کاملاً جایگزیده شود. جرم و بار الکتریکی آن را می‌توان با دقت نامتناهی مشخص کرد، و ذره را می‌توان به‌عنوان يك نقطه جرمی در نظر گرفت. اگرچه در طبیعت تمام ذرات را با اندازه‌های معینی می‌یابیم، تحت شرایط مناسبی می‌توان آنها را به‌عنوان نقاط جرمی در نظر گرفت. به‌عنوان مثال در نظریه جنبشی، مولکولها به‌صورت ذرات نقطه‌ای در نظر گرفته می‌شوند، هرچند که اندازه آنها معین است و دارای ساختار داخلی هستند؛ به‌طور مشابه، هنگامی که رفتار کهکشانها را بررسی می‌کنیم، ستاره‌ها را چون ذرات در نظر می‌گیریم. به‌طور خلاصه، هر گاه ابعاد جسم در مقایسه با ابعاد دستگاهی که جسم قسمتی از آن است خیلی کوچک باشد و ساختار داخلی آن نیز در مسئله تحت بررسی مورد نظر نباشد، عملاً می‌توان آن جسم را به‌عنوان يك ذره در نظر گرفت. مکانیک نیوتونی درباره ذرات ایده‌ال بحث می‌کند؛ با در دست داشتن مکان و سرعت اولیه يك ذره، و با آگاهی از نیروهای وارد بر آن، می‌توان مکان و سرعت ذره را در آینده

به تفصیل پیشگویی کرد.

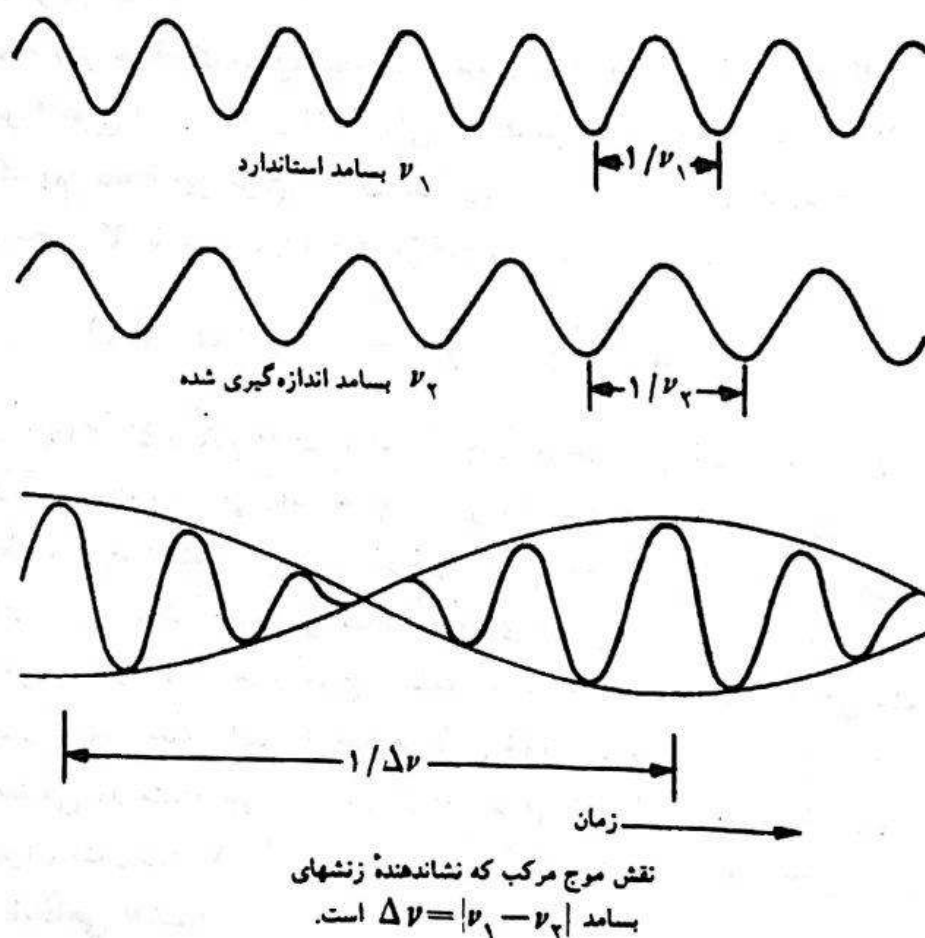
مشخصهٔ سرجستهٔ يك موج، بسامد یا طول موج آن است. مسوج کاملاً سینوسی ساده‌ترین نوع موج است. میدان الکتریکی $\mathcal{E}$ يك موج الکترومغناطیسی کاملاً تک‌قام را در نظر می‌گیریم؛ دامنهٔ این موج، $\mathcal{E}_0$ بسامد آن، ν و طول موج آن λ است. این موج در جهت مثبت محور X با سرعت $v = c$ حرکت می‌کند. در آن صورت

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right) = -\mathcal{E}_0 \sin (\omega t - kx) \quad (15.1)$$

که در آن $\omega = 2\pi\nu$ و $k = 2\pi/\lambda$ است. چنین موجی تغییرات سینوسی $\mathcal{E}$ را در فضا برای يك زمان ثابت نشان می‌دهد؛ همچنین این معادله تغییرات سینوسی $\mathcal{E}$ را در زمان برای يك نقطهٔ x در فضا نشان می‌دهد. معادلهٔ (۱۵.۱) ایجاب می‌کند که آشفتگی الکتریکی، به‌ازای تمام مقادیر ممکن x ، برای تمام لحظه‌های ممکن t ، گسترش یابد.

يك موج ایده‌آل، که طول موج و بسامد آن را بتوان با دقت نامتناهی مشخص کرد، نمی‌تواند در هیچ ناحیهٔ خاصی از فضا محبوس شود، در عوض این موج باید دارای يك گسترش نامتناهی در امتداد جهتی که در آن انتشار می‌یابد باشد. به سادگی با يك آزمایش فرضی می‌توان نشان داد که اگر بخواهیم بسامد يك موج را با دقت کامل اندازه بگیریم، باید موج نامتناهی باشد.

فرض می‌کنیم که برای اندازه‌گیری تعداد قله‌های موجی که از نقطهٔ ثابتی در واحد زمان می‌گذرند، يك ساعت استاندارد در اختیارمان باشد. برای سهولت، فرض می‌کنیم که ساعت استاندارد نوسانگری است که امواجی را که با بسامد موج ورودی قابل مقایسه‌اند تولید می‌کند. چگونه با اطمینان کامل می‌توان اظهار کرد که بسامد موج ورودی دقیقاً همان بسامد موجی است که به وسیلهٔ ساعت استاندارد تولید می‌شود؟ فرض می‌کنیم دو موج طوری باهم تداخل می‌کنند که زنش تولید کنند. تعداد زنشها در واحد زمان برابر اختلاف بین بسامدهای دو موج است. در صورتی که بسامدهای دو موج دقیقاً یکسان باشند، به هیچ وجه زنش آشکار نخواهد شد. حال، اگر دامنهٔ برابری تداخل دو موج را در يك دورهٔ محدود از زمان مشاهده کنیم، ممکن است هیچ گونه تغییر قابل توجهی در این دامنه مشاهده نکنیم. ولی براساس چنین آزمایشی نمی‌توان به طرد قطع اظهار کرد که هیچ تغییری موجود نیست؛ چرا که اگر بیشتر صبر کرده بودیم ممکن بود دریابیم که دامنهٔ ترکیبی دو موج افزایش یا کاهش می‌یابد (رک شکل ۹.۱)، که این خود نشان‌دهندهٔ نخستین زنش و یا اختلاف بین بسامدهاست. برای اینکه مطمئن شویم که هیچ زنشی رخ نمی‌دهد، یعنی بسامدهای دو موج دقیقاً یکسان‌اند،



شکل ۹.۱ نقش زنش حاصل از برهم‌نهی امواجی با بسامدهای ν_1 و ν_2 .

باید برای يك دوره نامتناهی از زمان صبر کنیم. برای اینکه بسامد را بدون هیچگونه عدم قطعیتی اندازه گیری کنیم، باید برای زمان نامحدودی صبر کنیم؛ در آن صورت موجی که اندازه گیری می‌شود، برای يك زمان نامتناهی در حرکت خواهد بود و يك گسترش نامتناهی در فضا خواهد داشت.

حال می‌خواهیم مقدار عدم قطعیت در بسامد مجهول ν_2 را برای هنگامی که با بسامد ν_1 يك ساعت استاندارد، در يك زمان متناهی Δt ، ایجاد زنش می‌کند تعیین کنیم. اگر اختلاف ν_1 و ν_2 برابر $\Delta\nu$ باشد، در آن صورت تعداد $\Delta\nu$ زنش در واحد زمان مشاهده خواهد شد؛ زمان لازم برای مشاهده يك زنش کامل $1/\Delta\nu$ ثانیه است. به‌منظور رعایت احتیاط و اطمینان از مشاهده يك زنش، اندازه گیری را در زمان Δt ، زمان لازم برای وقوع يك زنش، انجام می‌دهیم؛ بنابراین داریم $\Delta t \geq 1/\Delta\nu$ و یا

$$\Delta t \Delta\nu \geq 1 \quad (۱۶.۱)$$

اگر بسامد اندازه‌گیری شده با بسامد ساعت استاندارد به اندازه $\Delta\nu$ اختلاف داشته باشد، در آن صورت $\Delta\nu$ اندازه عدم قطعیت در اندازه‌گیری بسامد ν است. از رابطه (۱۶.۱) چنان برمی‌آید که اگر بسامد يك موج در يك زمان خیلی کوتاه اندازه‌گیری شود، عدم قطعیت در این بسامد بزرگ خواهد بود و برعکس. برای اینکه $\Delta\nu = 0$ باشد، باید Δt نامتناهی باشد.

به کمک رابطه (۱۶.۱) به سادگی می‌توان رابطه‌ای که عدم قطعیت مربوط به طول موج را بیان کند به دست آورد. فرض می‌کنیم که موج فقط در يك بازه زمانی متناهی Δt مشاهده شود؛ در آن صورت در خلال این زمان، موج مسافت $\Delta x = \nu \Delta t$ را طی می‌کند، که در آن ν سرعت موج است. بنابراین، موج فقط در مسافت Δx مشاهده شده است

$$\Delta x = \nu \Delta t$$

و از رابطه (۱۶.۱)

$$\Delta x \geq \frac{\nu}{\Delta \nu} \quad (۱۷.۱)$$

ولی چون

$$\nu = \frac{v}{\lambda}$$

است، داریم

$$\Delta \nu = \frac{v \Delta \lambda}{\lambda^2} \quad (۱۸.۱)$$

چون فقط بزرگی مورد نظر است، علامت منها از رابطه بالا حذف شده است. با جایگزین کردن (۱۸.۱) در (۱۷.۱) چنین نتیجه می‌شود

$$\Delta x \Delta \lambda \geq \lambda^2 \quad (۱۹.۱)$$

اگر موجی آنچنان مشاهده شود که گسترش آن در فضا به اندازه Δx عدم قطعیت داشته باشد، طول موج آن عدم قطعیتی برابر با $\Delta \lambda \geq \lambda^2 / \Delta x$ خواهد داشت. همان‌طور که رابطه (۱۹.۱) نشان می‌دهد، تنها اگر $\Delta x = \infty$ باشد، $\Delta \lambda = 0$ خواهد بود.

تا اینجا فقط به امواج سینوسی تکفام پرداخته‌ایم. تپهای موجی، که آشفتگیهای موجی محبوس در ناحیه محدودی از فضا در يك زمان معین هستند نیز می‌توانند انتشار یابند. از نظر ریاضی می‌توان نشان داد که هر تپی معادل برهم‌نهی تعدادی موج سینوسی با بسامدهای متفاوت است. به همین دلیل بود که يك موج ساده سینوسی تکفام را تحلیل

کردیم. اگر تعدادی موج با بسامدهای مختلف را، که از جمع آنها يك تب كاملاً تيز حاصل می شود محاسبه كنيم، درمی يابيم كه تمام بسامدهای از صفر تا بينهایت را باید در نظر بگيريم (رك تحليل زیر). این مطلب با آنچه قبلاً پيدا کرده ایم توافق دارد: اگر تب موجی در ناحیه بينهایت کوچکی از فضا محبوس شده باشد، نمی توانيم طول موج آن را معين كنيم. در واقع، نمی توانيم از يك «تك بسامد» برای يك تب صحبت كنيم. بسته موجها. يك موج تكفام، كه در امتداد محور X با سرعت $v = v\lambda$ در حرکت است به وسیله رابطه زیر بيان می شود

$$A = A_0 \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - vt \right) \quad (20.1)$$

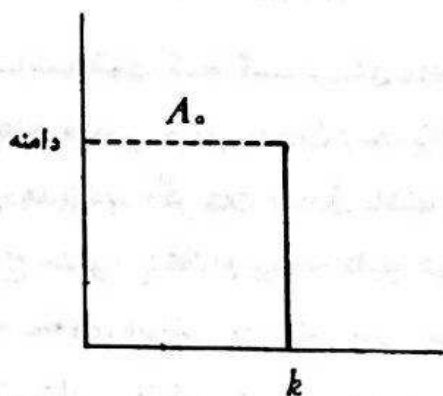
كه در آن λ و v به ترتيب طول موج و بسامدند. آشفتگی موجی A بدصورت تابعی از مكان x و زمان t داده شده است و دارای مقدار بیشینه A_0 است. كمیت A_0 دامنه موج است. در مورد يك موج الكترومغناطیسی، A نمایشگر شدت میدان الكتريکی یا شدت میدان مغناطیسی است؛ و برای يك موج صوتی در هوا، A مبین فشار است؛ و برای يك موج عرضی در طول يك تار، نمایشگر تغییر مكان عرضی است. با تعریف

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (21.1)$$

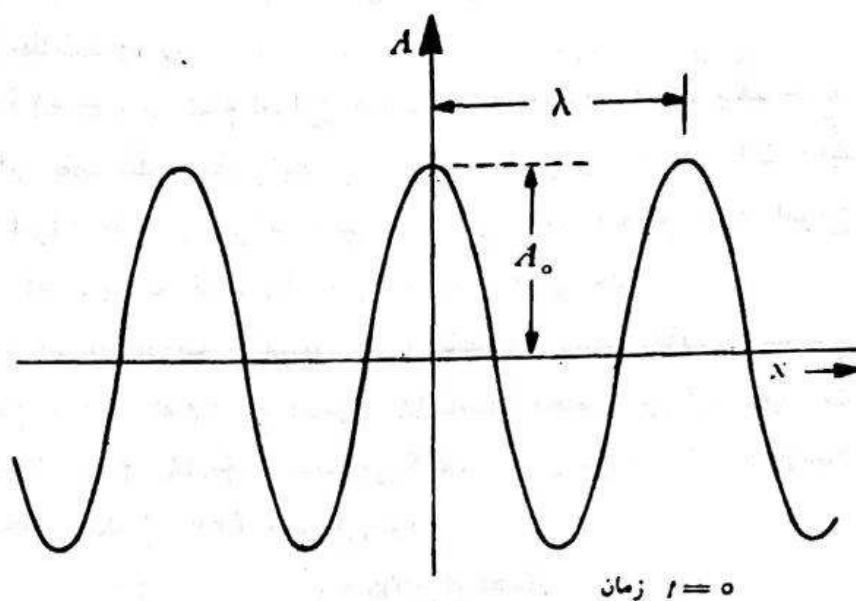
كه در آن k عدد موج است، می توان رابطه (20.1) را بدشكل زیر نوشت

$$A = A_0 \cos k(x - vt) \quad (22.1)$$

شكل ۱۰.۱ دامنه يك تك موج تكفام را با عدد موج k ، و یا با طول موج $2\pi/k$ ، نشان می دهد و شكل ۱۱.۱، A را به صورت تابعی از x در زمان بخصوص $t = 0$ نشان می دهد.

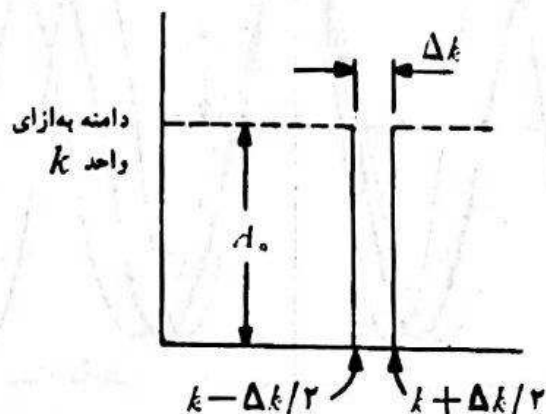


شكل ۱۰.۱ طيف بسامد يك موج تكفام.



شکل ۱۱.۱ تغییرات فضایی یک موج تک‌گام.

حال مجموعه‌ای (یا بسته‌ای) از امواج تک‌گام را، که همگی در جهت $+X$ با سرعت یکسان v (بدون پاشندگی) حرکت می‌کنند در نظر می‌گیریم. برای سهولت فرض می‌کنیم که تمام امواج دارای دامنه یکسان A_0 اند و بسته موج شامل تمام اعداد موجی از $k - \Delta k/2$ تا $k + \Delta k/2$ است. بنابراین، همان‌طور که در شکل ۱۲.۱ نشان داده شده است تمام موجها در یک نوار به پهنای Δk واقع می‌شوند. اگر $\Delta k = 0$ باشد نوار امواج، به صورت یک تک‌موج تک‌گام (شکل ۱۰.۱) درمی‌آید.



شکل ۱۲.۱ طیف بسامد یک بسته از امواج.

شکل ۱۳.۱ که نمایشگر گسترش فضایی يك بسته موج در زمان $t = 0$ است با شکل ۱۱.۱ مطابقت دارد.

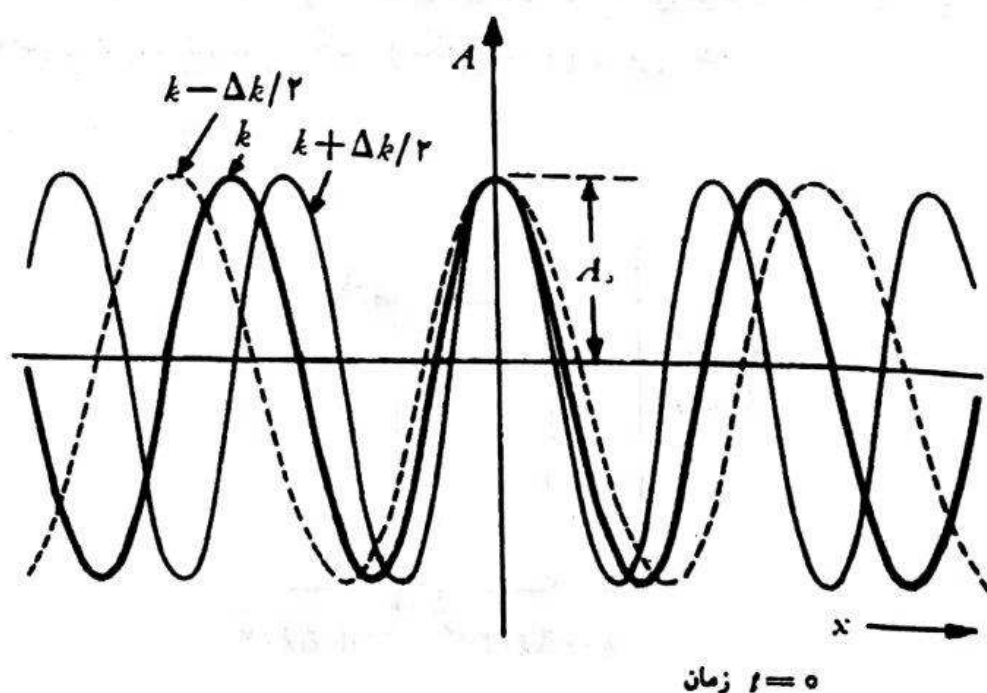
در مبدأ ($x = 0$)، تمام امواج همفازند و بدطور سازنده باهم جمع می‌شوند؛ بنابراین در این نقطه يك دامنه برآیند بزرگ حاصل می‌شود. با دور شدن از مبدأ، در هر يك از دو جهت، امواج به طور فزاینده غیر همفاز می‌شوند. و جمع جبری امواج منفرد دامنه برآیند A را که سریعاً بدصفر نزدیک می‌شود، بدست می‌دهد.

حال با استفاده از اصل برهم نهی، در هر نقطه x و در هر زمان t دامنه برآیند A را که مرکب از تمام امواج تکفام واقع در نوار Δk است، محاسبه می‌کنیم. عبارات $A_k dk$ را از $k - \Delta k/2$ تا $k + \Delta k/2$ جمع می‌کنیم، و برای سهولت $x - vt = x'$ را اختیار می‌کنیم. آنگاه رابطه (۲۲.۱) چنین می‌شود

$$A_k = A_0 \cos kx'$$

که در آن A_0 دامنه بدازای واحد k است. تغییر مکان برآیند از رابطه زیر بدست می‌آید

$$\begin{aligned} A &= \int_{k-\Delta k/2}^{k+\Delta k/2} A_k dk = A_0 \int_{k-\Delta k/2}^{k+\Delta k/2} \cos kx' dk = \left(\frac{A_0}{x'} \right) \sin kx' \Big|_{k-\Delta k/2}^{k+\Delta k/2} \\ &= \frac{A_0}{x'} \left[\sin x' \left(k + \frac{\Delta k}{2} \right) - \sin x' \left(k - \frac{\Delta k}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (23.1)$$



شکل ۱۳.۱ تغییرات فضایی يك بسته از امواج تکفام.

با استفاده از اتحاد مثلثاتی زیر می‌توان این رابطه را ساده کرد

$$\sin(a+b) - \sin(a-b) = 2\sin b \cos a$$

بنابراین داریم

$$A = \left(\frac{2A_0}{x'} \right) \sin \left(\frac{x' \Delta k}{2} \right) \cos x' k \quad (24.1)$$

در شکل ۱۴.۱ سه نمودار اول، منحنیهای نمایش عاملهای جدا از هم رابطه (۲۴.۱) را بر حسب x' نشان می‌دهند و دو نمودار آخر، منحنیهای نمایش موج برابند A و پوش A^2 بر حسب x' اند. چون x' برابر $x - vt$ است، شکل ۱۴.۱ «تصویر لحظه‌ای» شدت موج (متناسب با مجذور دامنه) است.

پیش از نیمی از انرژی کل بسته موج در داخل ناحیه $2\pi/\Delta k$ است (ناحیه سایه در شکل ۱۴.۱ ه، تقریباً معادل سه چهارم مساحت کل زیر منحنی است). عدم قطعیت Δx در پهنای بسته موج (در هر لحظه‌ای از زمان)، حداقل به بزرگی $2\pi/\Delta k$ است

$$\Delta x \geq \frac{2\pi}{\Delta k} \quad (25.1)$$

عدد موج k را صرفاً به خاطر سهولت در محاسبه انتگرالها وارد کرده‌ایم. برای نوشتن رابطه (۲۵.۱) بر حسب $\lambda = 2\pi/k$ ، این طور آغاز می‌کنیم

$$|\Delta k| = \frac{2\pi \Delta \lambda}{\lambda^2}$$

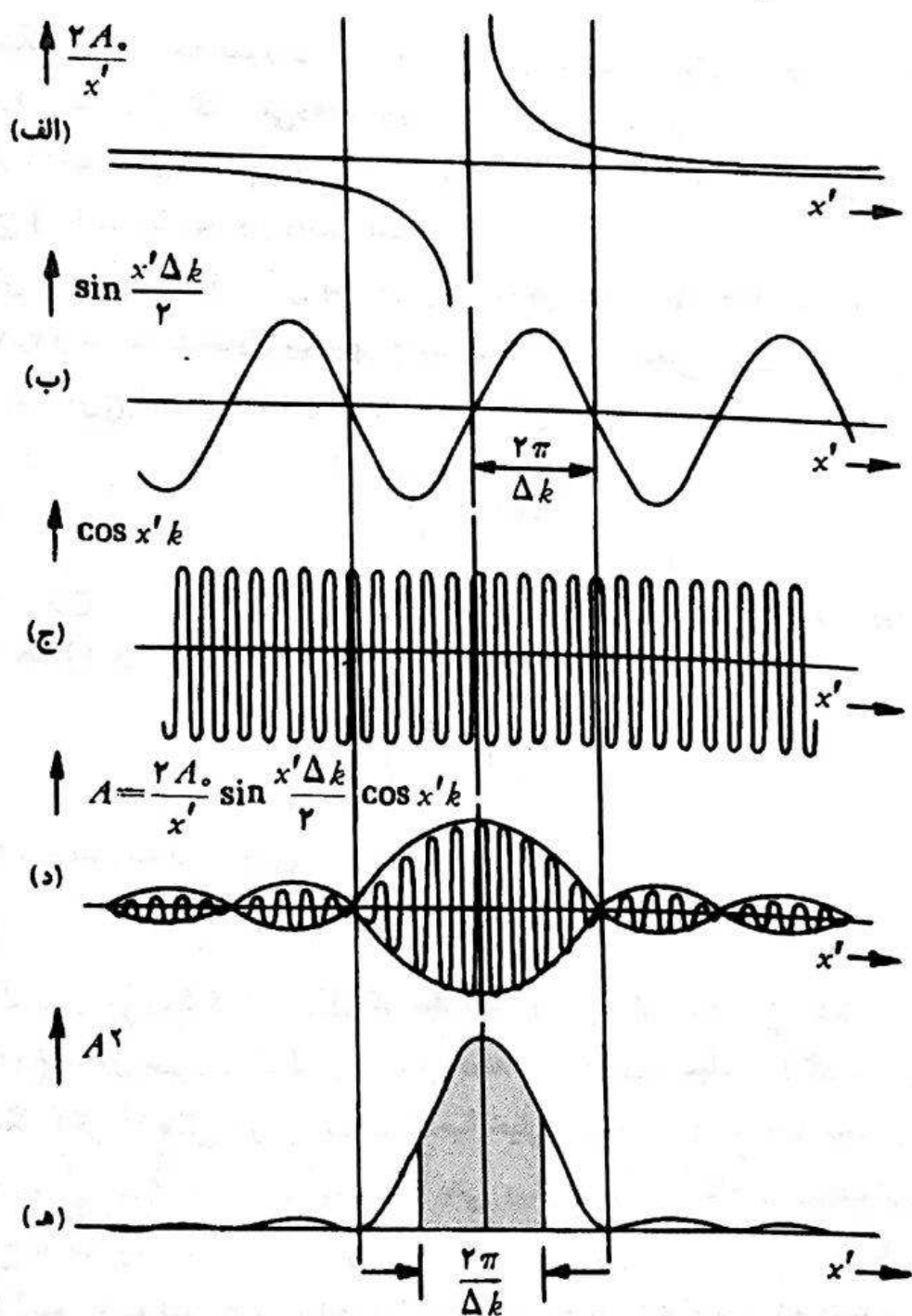
و (۲۵.۱) به صورت زیر درمی‌آید

$$\Delta x \Delta \lambda \geq \lambda^2 \quad (26.1)$$

این معادله نشان می‌دهد که اگر $\Delta \lambda$ کوچک باشد (یعنی اگر بسته موج شامل امواج تقریباً تکفام باشد) در آن صورت گسترش فضایی بسته موج (Δx) بسیار بزرگ خواهد شد. از طرف دیگر اگر آشفتگی موجی در یک ناحیه خیلی کوچک Δx در فضا محبوس شود، در آن صورت باید $\Delta \lambda$ خیلی بزرگ باشد؛ یعنی باید امواج تکفام را در یک گستره وسیع طول موج با هم جمع کرد.

از آنجا که امواج و ذرات نمایشگر تنها دو مد انتقال انرژی‌اند، نقش مهمی در فیزیک ایفا می‌کنند. تنها با فرستادن ذره‌ای از نقطه اول به نقطه دوم و یا با فرستادن موجی از اولین نقطه به دومین نقطه، می‌توان انرژی را از نقطه‌ای در فضا به نقطه‌ای دیگر

انتقال داد. ذرات و امواج تنها وسایل ارتباط بین دو نقطه اند. مثلاً، با استفاده از روشهای زیر می توان به شخصی علامت داد: با پرتاب جسمی به طرف او (ذره)، صدا کردن (امواج صوتی)، اشاره کردن (امواج نوری)، تلفن کردن (امواج الکتریکی در رساناها)، تماس رادیویی (امواج الکترومغناطیسی).



شکل ۱۴.۱ تغییرات فضایی عاملهایی که در معادله (۲۴.۱) ظاهر شده اند. این عاملها برای یک بسته موج و موج بر اینند A و پوش A^2 همگی بر حسب x' اند.

فقط سه برهم‌کنش، یا مد انتقال انرژی، بین ذرات و امواج امکان پذیرند:

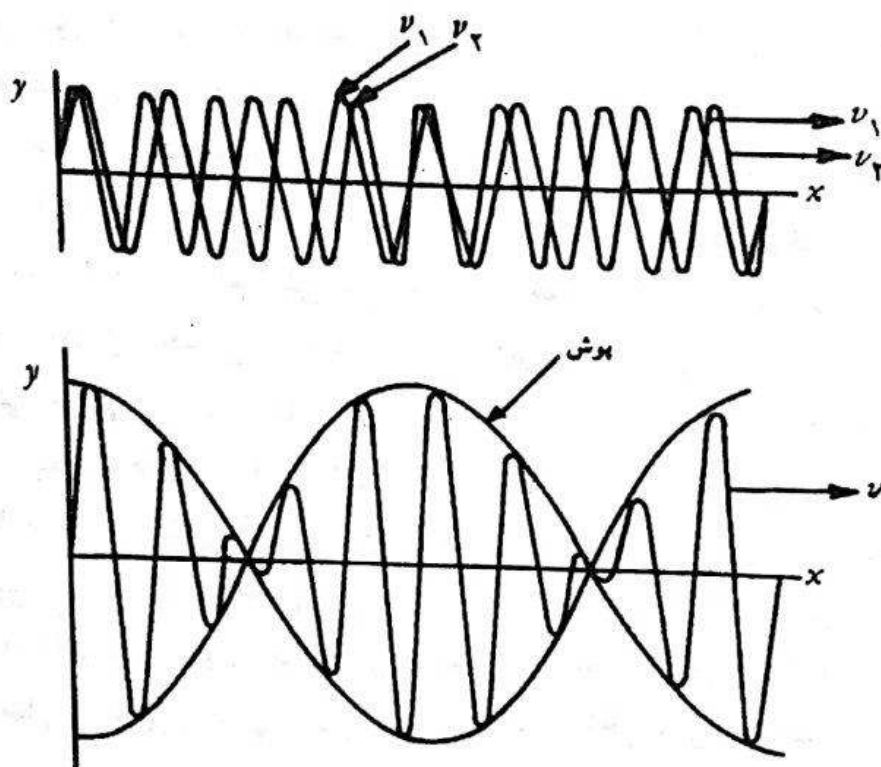
(۱) برهم‌کنش بین دو ذره، (۲) برهم‌کنش بین يك ذره و يك موج، و (۳) برهم‌کنش بین دو موج. هنگامی دو ذره برهم‌کنش می‌کنند که باهم برخورد کرده باشند. يك بار الکتریکی که موج الکترومغناطیسی تولید می‌کند مثالی برای برهم‌کنش بین يك ذره و يك موج است. این موج به نوبه خود می‌تواند با ذره باردار دیگری برهم‌کنش کند و به آن انرژی بدهد.* هیچ برهم‌کنشی بین دو موج وجود ندارد، و اثرهای ترکیبی آنها در هر نقطه از فضا از اصل برهم‌نهی پیروی می‌کنند. این اصل میباید آن است که می‌توان دو یا چند آشفنگی موجی را برهم نهاد و آشفنگی برآیند را به دست آورد. همه دیده‌اند که اگر دو موج آب عمود برهم در حوض آبی حرکت کنند، جایی و زمانی باهم تداخل می‌کنند که با یکدیگر تلاقی کرده باشند، سپس این دو موج به راه خود ادامه می‌دهند آنچنانکه گویی هر يك کاملاً غافل از وجود دیگری به پیش می‌رود. این رفتار با رفتار دو ذره كوچك غیر قابل نفوذ، که نمی‌توانند يك نقطه را همزمان اشغال کنند، مغایرت دارد. البته اصل برهم‌نهی مبنای بررسی تمام مسائل تداخل و پراش است.

۸.۱ سرعت‌های فاز و گروه

هنگامی که دو موج سینوسی با بسامدهای متفاوت در يك جهت و با سرعت یکسان در محیطی حرکت کنند، انرژی انتقال یافته به وسیله موج برآیند نیز با همان سرعت هر يك از دو موج حرکت می‌کند. ولی اگر امواج با بسامدهای مختلف در همان محیط با سرعت متفاوت حرکت کنند، انرژی با سرعتی (سرعت گروه) که با سرعت فاز، v_{ph} ، هر يك از امواج تفاوت دارد انتقال خواهد یافت.

ابتدا دو موج سینوسی با بسامدهای ν_1 و ν_2 را که با سرعت یکسان در محیطی حرکت می‌کنند بررسی می‌کنیم. برای سهولت، دامنه‌های دو موج را یکسان و برابر A اختیار می‌کنیم. همان‌طور که در شکل ۱۵.۱ نشان داده شده است، در هر لحظه از زمان شکل موج برآیند با برهم‌نهی امواج مؤلفه به دست می‌آید. (توجه کنید که شکل ۱۵.۱ تصویر لحظه‌ای امواج مؤلفه و برآیند آنها به صورت تابعی از تغییر مکان در امتداد انتشار موج است؛ این شکل همانند شکل ۹.۱ به نظر می‌رسد، ولی با آن یکسان نیست. شکل ۹.۱، نوسانات مؤلفه و برآیند را در يك نقطه از فضا بر حسب زمان نشان می‌دهد.) تداخل

* در ك



شکل ۱۵.۱ دو موج تکفام با بسامدهای مختلف و برآیند آنها.

پی‌درپی سازنده و ویرانگر امواج، پوشی با تغییرات آهسته تولید می‌کنند. از آنجا که انرژی یک نوسانگر هماهنگ ساده با مجذور دامنه نوسان متناسب است، انرژی حمل شده توسط موج برآیند در ناحیه‌هایی که دامنه پوش بزرگ است متمرکز می‌شود. از این‌رو، سرعت انتقال انرژی امواج در محیط، همان سرعت پیشروی پوش در فضا است. اما، در صورتی که سرعت‌های دو موج مؤلفه برابر باشند، سرعت پوش (به اصطلاح سرعت گروه) همان سرعت فاز v هریک از موج‌های مؤلفه است. منظور از سرعت فاز همان سرعتی است که با آن یک نقطه واقع بر موج، با فاز ثابت (همانند یک قله موج) در جهت انتشار حرکت می‌کند. بنا به تعریف سرعت فاز، می‌توان نوشت

$$v = v\lambda = \frac{\omega}{k}$$

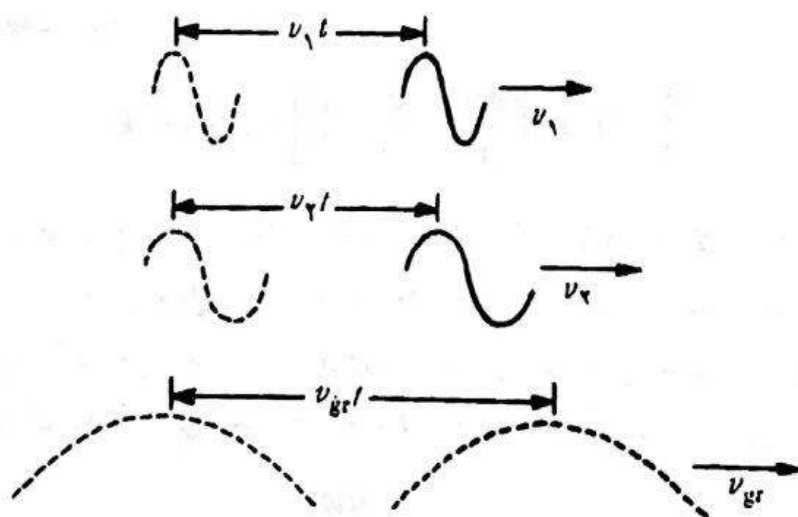
که در آن v بسامد، λ طول موج، $\omega = 2\pi v$ بسامد زاویه‌ای، و $k = 2\pi/\lambda$ عدد موج است. وقتی که امواج مربوط به همه بسامدها دارای سرعت فاز یکسان باشند، رفتار نقطه‌ای واقع بر قله یکی از امواج، همانند رفتار نقطه‌ای واقع بر قله موج دیگر و یا بر قله موج برآیند آنهاست.

اکنون دو موج سینوسی را، که بسامدهای آنها باهم اندکی اختلاف دارند و هر دو در يك محیط و در يك جهت حرکت می‌کنند در نظر می‌گیریم؛ سرعت‌های فاز این دو موج متفاوت است: $\nu_1 = \nu_1 \lambda_1 = \omega_1 / k_1$ و $\nu_2 = \nu_2 \lambda_2 = \omega_2 / k_2$. چنین محیطی نمایشگر يك محیط پاشنده است. محیط شکنده نور چند فام، مثال ساده‌ای از این مطلب است. می‌دانیم که نور بنفش با سرعتی کمتر از سرعت نور قرمز از شیشه عبور می‌کند (ضریب شکست شیشه برای نور بنفش بزرگتر از ضریب شکست شیشه برای نور قرمز است)؛ در نتیجه، نور سفیدی که از يك منشور شیشه‌ای عبور کند به صورت طیفی پاشیده می‌شود. به آسانی مشاهده می‌شود که سرعت گروه، ν_{gr} ، با سرعت فاز در يك محیط پاشنده تفاوت دارد. از آنجا که یکی از دو مجموعه امواجی که دارای بسامدهای مختلف اند سریعتر از دیگری حرکت می‌کند، لذا سواری بر قله يك موج همانند سواری بر قله موج دیگر نیست و همین که یکی از امواج بردیگری پیشی گرفت ناحیه تداخل قوی جابه‌جا می‌شود. پوش موج بر ایند نیز، از این پس، از شکل موج مؤلفه جدا می‌شود. همان‌طور که شکل ۱۶.۱ نشان می‌دهد در زمان t ، قله موج با بسامد ν_1 (یا هر نقطه با فاز ثابت دیگری) به اندازه $\nu_1 t$ پیش می‌رود، در حالی که قله موج دیگر، به اندازه $\nu_2 t$ پیش رفته است. طی همین زمان، پوش به مقدار $\nu_{gr} t$ جابه‌جا می‌شود.

يك تك موج سینوسی را که در جهت مثبت محور X حرکت می‌کند، می‌توان با

$$A \sin 2\pi(\nu t - x/\lambda) = A \sin(\omega t - kx)$$

نشان داد. در این صورت تغییر مکان بر ایند



شکل ۱۶.۱ يك موج با سرعت فاز ν_1 ، و موج تکفام دیگری با بسامد متفاوت و با سرعت فاز ν_2 ، و پوش بر ایند آنها با سرعت گروه ν_{gr} به پیش می‌روند.

y دومی که در بالا توصیف شد، به صورت تابعی از x و t این طور بیان می شود

$$y = A \sin(\omega_1 t - k_1 x) + A \sin(\omega_2 t - k_2 x) \quad (27.1)$$

با استفاده از اتحاد مثلثاتی داریم

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

می توان موج بر ایند را به صورت زیر نیز نوشت

$$y = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t - \frac{k_1 - k_2}{2}x\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t - \frac{k_1 + k_2}{2}x\right) \quad (28.1)$$

در صورتی که بسامد زاویه ای و عدد موج مربوط به امواج مؤلفه، با یکدیگر اندکی اختلاف داشته باشند، می توان نوشت

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \text{ و } k = \frac{k_1 + k_2}{2} \quad (29.1)$$

که در آن ω و k مقادیر متوسط اند. همچنین می توان اختلافها را به صورت

$$d\omega = \omega_1 - \omega_2 \text{ و } dk = k_1 - k_2 \quad (30.1)$$

نوشت.

با استفاده از روابط (29.1) و (30.1)، می توان رابطه (28.1) را به صورت ساده تر زیر بیان کرد

$$y = \left[2A \cos\left(\frac{d\omega}{2}t - \frac{dk}{2}x\right) \right] \sin(\omega t - kx) \quad (31.1)$$

این معادله موج بر ایند شامل دو عامل است: اولین عامل (در کروشه) نمایشگر پوش است، حال آنکه دومین عامل، موج مؤلفه «متوسط» را نشان می دهد که با سرعت فاز $v_{ph} = \omega/k$ حرکت می کند. سرعت گروه، همان سرعت پوش است؛ و مانند حالت سرعت فاز، می توان آن را با تعیین نسبت ضرایب x و t بدست آورد. بنابراین

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} \quad (32.1)$$

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$$

سرعت گروه، مشتق ω نسبت به k است، و حال آنکه سرعت فاز، نسبت ω به k است؛ با نوشتن ω بدصورت $v_{ph}k$ ، داریم

$$v_{gr} = \frac{d(v_{ph}k)}{dk} = v_{ph} + k \frac{dv_{ph}}{dk} \quad (۳۳.۱)$$

اگر سرعت فاز برای تمام بسامدها یکسان و $dv_{ph}/dk = 0$ باشد، سرعت‌های فاز و گروه یکسان خواهند بود. ولی، برای یک محیط پاشنده که در آن سرعت فاز تابع بسامد است، وقتی $dv_{ph}/dk > 0$ باشد، سرعت گروه از سرعت فاز بیشتر و وقتی $dv_{ph}/dk < 0$ باشد، سرعت گروه از سرعت فاز کمتر خواهد بود.

حرکت شناسی نسبیتی : فضا و زمان

نظریه نسبیت خاص، در سال ۱۹۰۵/۱۲۸۴ توسط آلبرت اینشتین ارائه شد. این نظریه برای تمامی فیزیک نوین بنیادی است و یکی از بزرگترین دستاوردهای فکر بشری به شمار می رود. با آنکه اغلب این نظریه را اسرار آمیز و پیچیده تلقی می کنند، خواهیم دید که خصوصیات اصلی آن به طور طبیعی از دو اصل موضوع اساسی نسبیت ناشی می شوند. اصل موضوع اول، اصل نسبیت است که برای مکانیک کلاسیک، یا نیوتونی. نیز اساسی است؛ اصل موضوع دوم، ثابت سرعت نور است که با مفهوم نسبیت در تناقض ظاهری است و اگر مفاهیم کلاسیک فضا و زمان را بپذیریم، با اصل [نیز مغایر است. کار برجسته اینشتین این بود که این دو اصل را در یک نظریه خودسازگار جهان فیزیک تلفیق کرد. این نظریه در بسیاری از جنبه های اساسی، با آنچه که در فیزیک کلاسیک مطرح می شود متفاوت است. با توجه به آزمایشهای گوناگونی که صحت نظریه نسبیت خاص را به طور قطع تأیید کرده اند، این نظریه فرضی یا حدسی نیست.

چون نظریه نسبیت در مطالعه فیزیک اتمی و فیزیک هسته ای نقش اساسی ایفا می کند، به تفصیل درباره آن بحث خواهیم کرد. در این فصل حرکت شناسی نسبیتی، یا نسبیت فضا و زمان، و در فصل بعد دینامیک نسبیتی، یا نسبیت اندازه حرکت و انرژی را بررسی خواهیم کرد.

۱.۲ اصل نسبیت

نخست از دید فیزیک کلاسیک، مفهوم و نتایج اصل موضوع I را کاوش می‌کنیم.

اصل موضوع I، اصل نسبیت: قوانین فیزیک در تمام دستگاههای لخت یکسان، یا هم‌ورد، هستند. یعنی شکل ریاضی یک قانون فیزیکی یکسان باقی می‌ماند.

یک دستگاه لخت، به عنوان یک چارچوب مرجع مختصات، که در آن قانون لختی (قانون اول نیوتون) صادق است، تعریف می‌شود. اگر جسمی در یک دستگاه لخت قرار داشته باشد و هیچ نیروی خارجی خالصی به آن وارد نشود با سرعت ثابتی حرکت خواهد کرد. برای تعیین اینکه ناظری در یک دستگاه لخت قرار دارد یا نه، آزمایش ساده زیر را انجام می‌دهیم. ناظر جسمی را پرتاب می‌کند. اگر آن جسم مسیر بدون انحرافی را با سرعت ثابت طی کند آن دستگاه لخت خواهد بود. این کار فقط در یک دستگاه لخت واقعی انجام پذیر است؛ یا دقیقتر گفته باشیم، یک چنین دستگاهی فقط در فضای خالی و دور از دیگر جرمها می‌تواند وجود داشته باشد. ولی، هنگامی که نیروی گرانش وارد بر یک جسم، توسط نیروی دیگری خنثی شود، یک دستگاه مرجع، یا یک دستگاه مختصات متصل به زمین نیز می‌تواند، تقریباً به عنوان یک دستگاه لخت عمل کند. از این رو جسمی که در یک صفحه تخت بدون اصطکاک روی زمین می‌لغزد تقریباً در امتداد یک خط مستقیم، با سرعتی تقریباً ثابت حرکت خواهد کرد. از آنجا که قوانین فیزیک برای تمام دستگاههای لخت یکسان‌اند، اصل موضوع اول فیزیک نسبیت اشاره بر آن دارد که کلیه دستگاههای لخت معادل‌اند. به طوری که با آزمایش فیزیکی نمی‌توان هیچ دستگاه لختی را از دستگاه لخت دیگر تمیز داد.

برای بررسی مفهوم کامل اصل موضوع I، باید روابط بین مختصات فضایی و زمانی یک دستگاه لخت را با مختصات فضایی و زمانی یک دستگاه لخت دیگر، که نسبت به دستگاه اول در حرکت است، پیدا کنیم.

۲.۲ تبدیلات گالیله

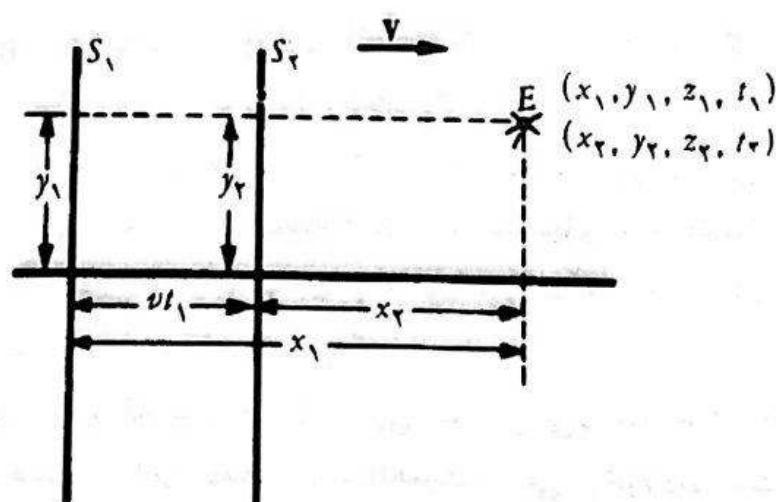
معادلاتی که در فیزیک کلاسیک مختصات فضا و زمان دو دستگاه مختصات را، که با سرعت ثابت نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند، به هم مربوط می‌سازند، تبدیلات گالیله یا نیوتونی نامیده می‌شوند.

دو ناظر ۱ و ۲ را که به ترتیب در دستگاههای S_1 و S_2 قرار دارند در نظر

• در اثر دوران زمین حول محور خود، جسم از مسیر مستقیم الخط منحرف می‌شود.

می گیریم. دستگاه S_2 نسبت به دستگاه S_1 با سرعت ثابت v به طرف راست حرکت می کند؛ و برعکس S_1 نسبت به S_2 با سرعت ثابت $-v$ به طرف چپ حرکت می کند. شکل ۱۰۲ را ملاحظه کنید. برای سهولت، محورهای X را منطبق و موازی با v ، سرعت S_2 نسبت به S_1 ، انتخاب می کنیم؛ جهت های مثبت X_1 و X_2 در همان جهت v اند. تنها می توان از حرکت نسبی S_1 و S_2 سخن گفت. هر ناظر برای اندازه گیری مکان و زمان يك ذره یا يك جسم، نسبت به دستگاه خود، يك خط كش و يك ساعت با خود دارد. فرض می شود كه دستگاه S_1 ، دارای تعداد بی پایانی ناظر است؛ به طوری كه در هر نقطه از فضا يك ناظر ایستاده باشد. تمام این ناظرهای ساكن نسبت به يكدیگر دارای خط كنه های يكسان و ساعت های همزمان اند. چون در فیزيك كلاسيك، فرض می كنیم كه يك علامت می تواند با سرعت نامتناهی از نقطه ای به نقطه دیگر فرستاده شود، همزمان كردن این ساعتها با همدیگر مشكل نیست. یعنی هنگامی كه یکی از ساعتها در مبدأ مختصات دستگاه S_1 ، زمان t_1 را نشان می دهد، تمام ساعت های دیگر در S_1 همان زمان t_1 را نشان خواهند داد. برای سهولت، تمام ناظرهای در حال سكون واقع در S_1 را می توان به عنوان ناظر S_1 در نظر گرفت. و همین طور تمام ناظرهای در حال سكون واقع در S_2 را ناظر S_2 خواهیم نامید.

هر ناظر با مشخص كردن مکان و زمان يك پدیده فیزیکی، همچون انفجار يك بمب كوچك، هر دویدادی را می تواند توصیف كند. مختصات فضایی و زمانی رویداد E (شكل ۱۰۲) از نظر ناظر S_1 ، (x_1, y_1, z_1, t_1) ؛ و از نظر ناظر S_2 ، (x_2, y_2, z_2, t_2)



شكل ۱۰۲ مختصات فضا و زمان يك رویداد E ، كه به وسیله دو ناظر، كه یکی نسبت به دیگری با سرعت ثابت v حرکت می كند، اندازه گیری می شوند.

است. مختصات فضایی x_1 ، y_1 و z_1 فاصله‌های این رویداد را از مبدأ مختصات در جهات X ، Y و Z نشان می‌دهند، که به کمک خط کش ناظر S_1 اندازه‌گیری می‌شوند، و مختصه زمانی t_1 ، زمان این رویداد را که به وسیله ساعت ناظر S_1 اندازه‌گیری می‌شود به دست می‌دهد.

فرض می‌کنیم که دو ناظر S_1 و S_2 ، هنگامی که به‌طور موقت نسبت به یکدیگر در حال سکون بوده‌اند، ساعت‌های خویش را همزمان و خط‌کش‌های خود را مقایسه کرده باشند. آنگاه دستگاه S_2 نسبت به دستگاه S_1 به حرکت درآمده باشد؛ ساعت‌های دو ناظر چنان تنظیم می‌شوند که هنگام عبور مبدأ S_2 از مبدأ S_1 ، صفر را نشان بدهند. وقتی $t_1 = 0$ است آنگاه $t_2 = 0$ است، و در این لحظه $x_1 = x_2$ است. به علاوه فرض می‌شود که محورهای Y و Z دو دستگاه مختصات متناظر موازی‌اند.

به کمک شکل ۱.۲ به سادگی می‌توان تبدیلات گالیله‌ای مختصات را نوشت. این تبدیلات، مختصات فضا و زمان را، که به وسیله ناظر S_2 اندازه‌گیری می‌شوند برحسب مختصات اندازه‌گیری شده همان رویداد توسط ناظر S_1 بیان می‌دارند.

تبدیلات گالیله‌ای مختصات:

$$\begin{aligned}x_2 &= x_1 - vt_1 \\ y_2 &= y_1 \\ z_2 &= z_1 \\ t_2 &= t_1\end{aligned}\tag{۱.۲}$$

که در آن تساویهای $y_2 = y_1$ و $z_2 = z_1$ از این حقیقت ناشی می‌شوند که حرکت نسبی دستگاه‌های S_1 و S_2 ، عمود بر محورهای مختصات Y و Z است. برای به دست آوردن مختصات دستگاه S_1 ، برحسب مختصات S_2 ، فقط شاخصهای پایین را تعویض می‌کنیم و v را به $-v$ تبدیل می‌کنیم؛ این کار صحیح است، زیرا علامتهای ۱ و ۲ کاملاً اختیاری‌اند. اگر بگوییم که S_2 نسبت به S_1 با سرعت v حرکت می‌کند، هم ارزان است که بگوییم S_1 نسبت به S_2 با سرعت $-v$ حرکت می‌کند.

این معادلات تبدیل کلاسیکی، کاملاً بدیهی به نظر می‌رسند، اما ارزیابی فرضهای عمیقی که به‌طور ضمنی در آنها نهفته است از اهمیت خاصی برخوردار است.

این فرضها عبارت از این‌اند که فضا و زمان به مفهوم زیر مطلق‌اند؛ بازه‌های فضایی و زمانی بین هر دو رویداد، برای همه ناظرها یکسان است، از نقطه نظر تبدیلات گالیله، فرض مطلق بودن بازه‌های فضایی بدان معناست که اگر دو ناظر S_1 و S_2 خط‌کش‌های خود

را در يك زمان مقایسه کنند و طول آنها را یکسان بیايند، در آن صورت، صرفنظر از حرکت نسبی دو ناظر، طول آنها را از آن پس همواره یکسان خواهند یافت. طبیعت مطلق بودن بازه زمانی در تبدیلات گالیل حاکی از آن است که اگر در ابتدا ناظرهای S_1 و S_2 دارای ساعت‌های همزمان و میزان شده نسبت به یکدیگر باشند، صرفنظر از حرکت نسبی دو ناظر، از آن پس دو ساعت همواره يك زمان را نشان خواهند داد. مفاهیم متعارف روزمره ما در باره فضا و زمان، از معادلات تبدیل گالیل نتیجه می‌شوند و به‌طور صوری توسط این معادلات بیان می‌شوند.

تبدیلات سرعت و شتاب مستقیماً با مشتق‌گیری نسبت به زمان از معادلات (۱.۲) حاصل می‌شوند. مؤلفه X سرعت اندازه‌گیری شده توسط ناظر S_1 را، به صورت dx_1/dt_1 تعریف می‌کنیم، و برای سهولت آن را به شکل $\dot{x}_1$ نشان می‌دهیم؛ نقطه در بالای مختصه به معنای مشتق اول آن نسبت به زمان است. به‌طور مشابه مؤلفه‌های Y و Z سرعت، به صورت $\dot{y}_1 = dy_1/dt_1$ ، $\dot{z}_1 = dz_1/dt_1$ هستند. مؤلفه‌های سرعت در دستگاه S_2 به صورت $\dot{x}_2 = dx_2/dt_2$ ، $\dot{y}_2 = dy_2/dt_2$ و غیره هستند. برای ناظر S_2 ، شتابها به وسیله $\ddot{x}_2 = d^2x_2/dt_2^2$ و غیره بیان می‌شوند. درك معنای دقیق مفهوم سرعت بسیار مهم است. dx_1/dt_1 را به عنوان حد مسافت طی شده در جهت X (یا حد dx_1) که توسط خط‌کش ناظر S_1 اندازه‌گیری می‌شود، تقسیم بر فاصله زمانی dt_1 ، که به وسیله ساعت همان ناظر S_1 اندازه‌گیری شده است، تعریف می‌کنیم؛ در این تعریف، dx_1 و dt_1 وقتی اندازه گرفته می‌شوند که بازه زمانی به سمت صفر میل کند. چون برای تعیین سرعت، باید اندازه‌گیری طول و زمان نسبت به يك دستگاه مختصات انجام شود، نسبت‌های dx_1/dt_2 و غیره بی‌معناست. در تبدیلات گالیل، ممکن است احتیاج چندانی به این تعریف دقیق از سرعت نباشد زیرا زمان مطلق در نظر گرفته می‌شود؛ یعنی، $dt_1 = dt_2$ و بنابراین $dx_1/dt_2 = dx_1/dt_1$ است؛ ولی بعداً خواهیم دید که تبدیلات مختصاتی که اصول نظریه نسبیت خاص را برآورده می‌کنند از يك چنین سادگی برخوردار نیستند.

با مشتق‌گیری از معادلات (۱.۲) نسبت به t ، به سادگی تبدیلات سرعت به دست می‌آید؛ مشتقات سرعتها، تبدیلات شتاب را به دست می‌دهند.

تبدیلات گالیلای سرعت:

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= \dot{x}_1 - v \\ \dot{y}_2 &= \dot{y}_1 \\ \dot{z}_2 &= \dot{z}_1\end{aligned}\quad (2.2)$$

تبدیلات گالیلای شتاب:

$$\ddot{x}_2 = \ddot{x}_1$$

$$\dot{y}_2 = \dot{y}_1$$

(۳.۲)

$$\ddot{z}_2 = \ddot{z}_1$$

معادلات (۳.۲) نشان می‌دهند که سرعت يك ذره، که در دستگاه S_2 اندازه‌گیری شده است با سرعت همان ذره، که در دستگاه S_1 اندازه‌گیری می‌شود، منهای سرعت S_2 نسبت به S_1 (یعنی، منهای v) برابر است. از این رو سرعتها را می‌توان طبق قوانین معمولی جمع بردارها باهم ترکیب کرد. از معادلات (۳.۲) مشاهده می‌شود که در دو دستگاه لخت، که یکی نسبت به دیگری با سرعت ثابت حرکت می‌کند، مؤلفه‌های متناظر شتاب باهم برابرند.

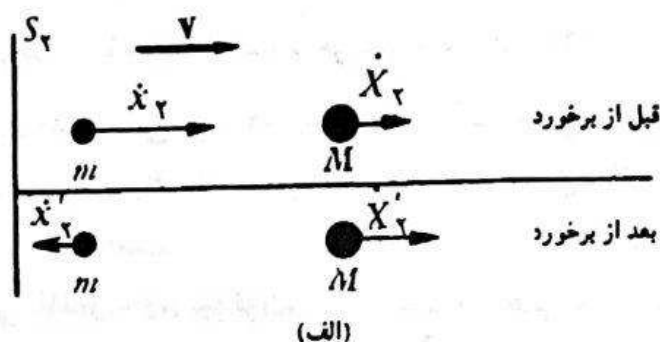
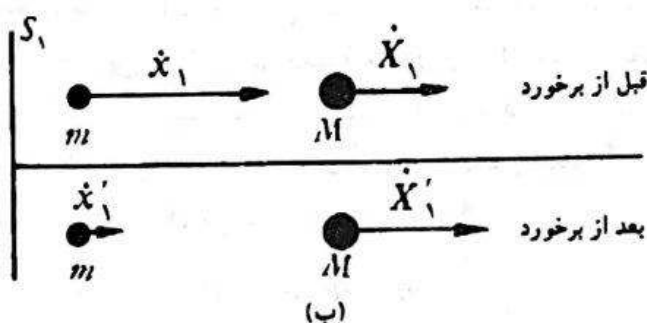
۳.۲ هم‌وردایی مکانیک کلاسیک در تبدیلات گالیله

برای روشن شدن اهمیت اصل موضوع I (اصل نسبیت) دو قانون فیزیکی مشهور مکانیک را تحت يك تبدیل گالیله‌ای بررسی می‌کنیم؛ بقای اندازه حرکت خطی و بقای انرژی. بقای اندازه حرکت خطی. فرض می‌کنیم که ناظری در دستگاه S_2 يك برخورد رو در رو بین دو ذره به جرمهای m و M را مشاهده می‌کند؛ شکل ۲.۲ الف را ملاحظه کنید. شکل ۲.۲ ب همان برخورد را از دید ناظری در دستگاه S_1 نشان می‌دهد. مانند قبل، دستگاه S_2 با سرعت v به طرف راست دستگاه S_1 حرکت می‌کند، و سرعتهای اندازه‌گیری شده به وسیله دو ناظر به کمک تبدیلات گالیله‌ای سرعت (معادلات ۲.۲) بههم مربوط می‌شوند.

نمادگذاری در شکل ۲.۲ به صورت زیر است؛ حروف کوچک و حروف بزرگ، به ترتیب، مربوط به ذرات با جرمهای m و M اند؛ شاخصهای پایین ۱ و ۲، به ترتیب، مربوط به دو ناظرند؛ و سرعتهای بی‌پریم و باپریم، به ترتیب، نمایشگر سرعتهای اندازه‌گیری شده قبل و بعد از برخوردند.

اکنون این سؤال مطرح می‌شود که «آیا قانون بقای اندازه حرکت، يك قانون فیزیکی خوب است، یعنی، آیا در اصل موضوع I نظریه نسبت صدق می‌کند، و بنابراین تحت تبدیل گالیله‌ای هم‌ورداست؟» برای پاسخ به این سؤال، باید دید که آیا هر يك از دو ناظر S_1 و S_2 هنگام مشاهده برخورد رو در روی دو جرم m و M ، و اندازه‌گیری سرعتهای آنها با خط کش و ساعت خویش، می‌توانند برای بیان قانون بقای اندازه حرکت، يك شکل ریاضی یکسان بیابند.

برای ناظری که در دستگاه لخت S_2 قرار دارد، قانون بقای اندازه حرکت به صورت زیر نوشته می‌شود.



شکل ۲.۲ مشاهده برخورد دو ذره از دید دو ناظر که نسبت به یکدیگر با سرعت ثابت v حرکت می‌کنند.

اندازه حرکت بعد از برخورد = اندازه حرکت قبل از برخورد

بنابراین

$$m\dot{x}_v + M\dot{X}_v = m\dot{x}'_v + M\dot{X}'_v \quad (۴.۲)$$

با استفاده از تبدیلات گالیله‌ای سرعت، می‌توان این معادله را بر حسب سرعت‌های اندازه‌گیری شده توسط ناظری که در دستگاه لخت S_1 قرار دارد به شکل زیر نوشت

$$m(\dot{x}_1 - v) + M(\dot{X}_1 - v) = m(\dot{x}'_1 - v) + M(\dot{X}'_1 - v)$$

که به این صورت خلاصه می‌شود

$$m\dot{x}_1 + M\dot{X}_1 = m\dot{x}'_1 + M\dot{X}'_1 \quad (۵.۲)$$

معادلات (۳.۲) و (۵.۲) دارای شکل ریاضی یکسان‌اند؛ یعنی، فقط در شاخص‌های پایین ۱ و ۲ باهم فرق دارند. بنابراین، هم از نظر ناظر S_1 در یک دستگاه لخت و هم از نظر

ناظر S_2 در هر دستگاه دیگری که نسبت به S_1 با سرعت ثابت حرکت می کند، اندازه حرکت پایسته است. به طور خلاصه، قانون بقای اندازه حرکت يك قانون «خوب» مکانیک کلاسیک است. ولی باید خاطر نشان ساخت که اندازه حرکت خطی کل $m\dot{x}_1 + M\dot{X}_1$ قبل (یا بعد) از برخورد، که در S_1 مشاهده می شود، همان اندازه حرکت خطی کل $m\dot{x}_2 + M\dot{X}_2$ قبل (یا بعد) از برخورد، که در S_2 مشاهده می شود، نیست. در این مثال، اندازه حرکت کل مشاهده شده در S_1 بزرگتر است.

هموردایی قانون دوم نیوتون. حال نشان می دهیم که قانون دوم نیوتون تحت تبدیل گالیلای همورداست. دو جسم که جرمهای آنها به ترتیب m و M است را در نظر می گیریم؛ این دو جسم تحت تأثیر نیرویی مانند نیروی گرانش با یکدیگر برهم کنش می کنند. اگر نیروی خارجی خالصی بر دستگاه (دو جسم) اعمال نشود، دستگاه منزوی است، و اندازه حرکت خطی کل دستگاه باید ثابت باقی بماند. برای سهولت، فرض می کنیم که هر دو جسم بر محور X واقع اند و در امتداد آن حرکت می کنند. این ثابت بودن اندازه حرکت را ناظر S_1 این طور بیان می کند

$$m\dot{x}_1 + M\dot{X}_1 = \text{مقدار ثابت}$$

مشتق گیری نسبت به زمان از این رابطه چنین نتیجه می دهد

$$\frac{d}{dt_1} m\dot{x}_1 = - \frac{d}{dt_1} M\dot{X}_1 \quad (6.2)$$

چون نیروی وارد بريك جسم بر حسب آهنگ تغییر اندازه حرکت آن تعریف می شود، طرف چپ این معادله نیرویی است (f_1) که از سوی M بر m وارد و در دستگاه S_1 اندازه گیری می شود، و طرف راست آن نیرویی است (F_1) که از سوی m بر M وارد و در دستگاه S_1 اندازه گیری می شود، بنابراین

$$f_1 = -F_1$$

که قانون سوم نیوتون است.

اکنون نیروی وارد بر جرم m را به تنهایی در نظر می گیریم، داریم

$$f_1 = \frac{d}{dt_1} m\dot{x}_1 = m\ddot{x}_1 \quad (7.2)$$

که در آن فرض می شود جرم m در تمام دستگاههای لخت دارای مقداری یکسان است. به همین طریق از نظر ناظر S_2 نیز می توان نوشت

$$f_2 = \frac{d}{dt_2} m\dot{x}_2 = m\ddot{x}_2 \quad (8.2)$$

معادله (۳.۲) نشان می دهد که $\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2$ ، و بنابراین از معادلات (۷.۲) و (۸.۲) نتیجه

می‌شود که $f_1 = f_2$ است. با استفاده از هموردایی قانون دوم نیوتون و این حقیقت که نیروها و شتاب تغییر نمی‌کنند، به سادگی چنین نتیجه می‌شود که اگر S_1 يك دستگاه لغت باشد، در آن صورت S_2 ، که نمایشگر هر دستگاه مختصاتی است که نسبت به S_1 با سرعت ثابت v حرکت می‌کند، نیز يك دستگاه لغت خواهد بود. از دیدگاه قانون دوم نیوتون، تمام دستگاههای لغت که تعدادشان نامتناهی است، هم ارز و غیر قابل تمایزند. واضح است که هر جارجوب مرجعی که نسبت به يك دستگاه لغت با شتاب حرکت کند، خود نمی‌تواند يك دستگاه لغت باشد، زیرا رابطه $\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2$ دیگر برقرار نخواهد بود.

بررسی خود را به يك حالت خاص، که در آن دستگاههای لغت نسبت به یکدیگر با سرعت ثابت حرکت می‌کنند محدود می‌کنیم، و به حالت عامتری که در آن يك دستگاه نسبت به دستگاه دیگر با شتاب حرکت می‌کند نخواهیم پرداخت. بنابراین بحث ما فقط پیرامون نظریه نسبیت خاص خواهد بود، حالت عامتر مربوط به دستگاههای شتابدار در نظریه نسبیت عام بررسی می‌شود.

بقای انرژی. برای بررسی هموردایی قانون بقای انرژی تحت تبدیل گالیله مجدداً برخورد شکل ۲.۲ را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که این برخورد کاملاً کشان است (گرچه به نظر می‌رسد که این فرض، برخوردهای غیر کشان را مستثنی می‌کند، اما در مقیاس زیراتمی تمامی برخوردها کشان‌اند).

از نظر ناظر S_2 قانون بقای انرژی به صورت زیر نوشته می‌شود

انرژی جنبشی بعد از برخورد = انرژی جنبشی قبل از برخورد

$$\frac{1}{2}m(\dot{x}_2)^2 + \frac{1}{2}M(\dot{X}_2)^2 = \frac{1}{2}m(\dot{x}'_2)^2 + \frac{1}{2}M(\dot{X}'_2)^2 \quad (9.2)$$

این معادله را می‌توان بر حسب سرعتهای اندازه‌گیری شده به وسیله ناظر S_1 ، به کمک تبدیلات گالیله‌ای سرعت، معادله (۲.۲)، به صورت زیر نوشت

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m(\dot{x}_1)^2 - m\dot{x}_1v + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}M(\dot{X}_1)^2 - M\dot{X}_1v + \frac{1}{2}Mv^2 \\ = \frac{1}{2}m(\dot{x}'_1)^2 - m\dot{x}'_1v + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}M(\dot{X}'_1)^2 - M\dot{X}'_1v + \frac{1}{2}Mv^2 \end{aligned}$$

با استفاده از ناوردایی قانون بقای اندازه حرکت، رابطه (۵.۲)، می‌توان عبارتهایی را که شامل v اند حذف کرد، و چون عبارتهایی که شامل v^2 اند خود به خود از طرفین حذف می‌شوند، خواهیم داشت

$$\frac{1}{2}m(\dot{x}_1)^2 + \frac{1}{2}M(\dot{X}_1)^2 = \frac{1}{2}m(\dot{x}'_1)^2 + \frac{1}{2}M(\dot{X}'_1)^2 \quad (10.2)$$

معادلات (۹.۲) و (۱۰.۲) دارای شکل ریاضی یکسان‌اند، و تنها در شاخصهای پایین ۱ و ۲ باهم اختلاف دارند؛ بنابراین قانون بقای انرژی در تمام دستگاههای لخت معتبر است. دیدیم که تمام قوانین مکانیک کلاسیک (بقای اندازه حرکت، قانون حرکت نیوتون و قانون بقای انرژی) در تبدیل گالیله هم‌ودا هستند. از این‌رو، در مکانیک کلاسیک، تمام دستگاههای لخت هم‌ادزند و با هیچ آزمایشی در مکانیک نمی‌توان یک دستگاه لخت را از دیگر دستگاههای لخت متمایز ساخت. هم‌وردایی قوانین مکانیک که در اینجا به‌طور صوری به اثبات رسید، به‌طور ضمنی در تمام فیزیک مقدماتی برقرار فرض می‌شود. مثلاً، اطمینان داریم که از نظر ناظری واقع بر زمین و نیز از نظر ناظری که با قطاری در حرکت است، قوانین فیزیکی، در مورد توپ پینگ‌پونگی که در همان قطار با آن بازی می‌شود، یکسان‌اند.

می‌توان نتیجه دیگری را از هم‌وردایی قوانین مکانیک کلاسیک، تحت تبدیل گالیله به دست آورد و آن این است که معادلات اساسی تبدیل، فرض مطلق بودن بازه‌های فضا و بازه‌های زمانی را تأیید می‌کنند. تحلیل ما همچنین این فرض را که جرم یک جسم ثابت و از حرکت جسم نسبت به ناظر کاملاً مستقل است، شامل می‌شود؛ به طوری که می‌توان گفت که تبدیلات گالیله و مکانیک کلاسیک مستلزم آن‌اند که سه کمیت اساسی در آزمایشهای فیزیکی، یعنی طول، زمان، و جرم همگی از حرکت نسبی هر ناظری مستقل باشند. همان‌طور که خواهیم دید، فیزیک نسبیت اینشتین کاملاً در این عقیده تجدید نظر می‌کند.

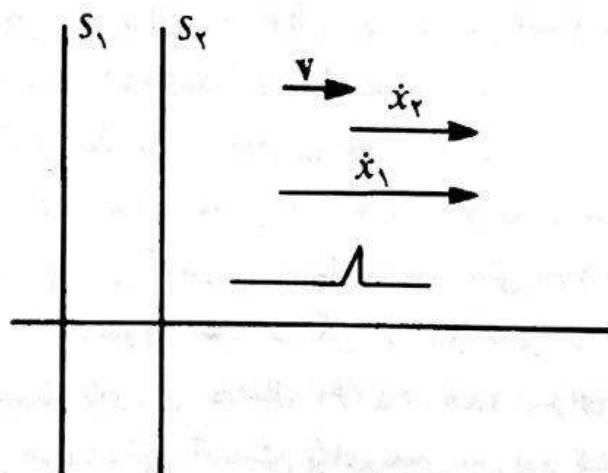
۴.۲ عدم موفقیت تبدیلات گالیله

می‌توان این سؤال را مطرح کرد که آیا قوانین الکترومغناطیس تحت تبدیل گالیله هم‌ودا هستند. چون اصل موضوع I ایجاب می‌کند که تمام قوانین فیزیکی هم‌ودا باشند، در صورتی می‌توان از اعتبار جهانی تبدیلات گالیله‌ای سخن گفت که بتوان هم‌وردایی تمام قوانین فیزیک را تحت این تبدیلات نشان داد.

برای بررسی این سؤال بحث خود را به انتشار امواج الکترومغناطیسی محدود می‌کنیم، زیرا همین بحث به‌تنهایی ما را قادر به تحلیل هم‌وردایی الکترومغناطیسی کلاسیک می‌کند، ولی ابتدا وضعیتی را در مکانیک بررسی می‌کنیم.

فرض می‌کنیم که یک تپ صوتی، نسبت به محیطی که آن را انتقال می‌دهد، به طرف راست حرکت کند. فرض می‌کنیم که این محیط در دستگاه S_1 به حال سکون باشد و سرعت اندازه‌گیری شده تپ صوتی در S_1 برابر با v_1 باشد. منظور از «سرعت»، سرعت تپ صوتی نسبت به محیطی است که در آن انتشار می‌یابد، که در این مثال محیط مورد نظر

هواست. از نظر ناظر S_2 که با سرعت v نسبت به S_1 حرکت می کند، سرعت اندازه گیری شده (ظاهری) به وسیله معادلات (۲.۲) بیان می شود، یعنی $v = \dot{x}_2 - \dot{x}_1$ است؛ شکل ۳.۲. بنابراین، سرعت تب صوتی که به وسیله ناظری در دستگاه S_2 اندازه گیری می شود با سرعت اندازه گیری شده همان تب صوتی که توسط ناظر S_1 انجام می گیرد متفاوت است. این موضوع را با مثالی توضیح می دهیم. در هوای آرام، تب صوتی حاصل از شلیک يك توپ با سرعت 330 m/s ($\dot{x}_1$) نسبت به زمین (S_1) حرکت می کند. ناظری که در هواپیما یی (S_2) با سرعت 120 m/s (v) از چشمه صوتی دور می شود، سرعت تب نسبت به چارچوب لخت (S_2) است. از طرف دیگر، اگر هواپیما به چشمه نزدیک شود، در آن صورت $v = -120 \text{ m/s}$ و $\dot{x}_2 = (330 + 120) \text{ m/s}$ است، و ناظر S_2 سرعت تب را 450 m/s اندازه گیری خواهد کرد. بنابراین نتیجه می شود که عموماً سرعت يك تب صوتی به سرعت نسبی بین ناظر و محیط بستگی دارد که تب در آن حرکت می کند؛ و تنها در حالتی که ناظر نسبت به محیط (در اینجا هوا) ساکن باشد سرعت اندازه گیری شده در تمام جهات یکسان خواهد بود. این نتیجه به وسیله آزمایشهای مربوط به امواج صوتی تأیید می شود. ولی، سرعت اندازه گیری شده تب صوتی در دستگاه S_1 ، که در آن هوا ساکن است، به سرعت چشمه صوتی بستگی ندارد. البته هرگاه يك چشمه صوتی به جای تب تغییرات سینوسی در فشار هوا ایجاد کند، بسامد و طول موج صوت، مطابق اثر دوپلر، به حرکت نسبی چشمه و محیط بستگی خواهد داشت، ولی سرعت انتشار آشفته گی از حرکت



شکل ۳.۲ يك تب از دید دو ناظر که نسبت به یکدیگر با سرعت v حرکت می کنند.

نسبی چشمه مستقل خواهد بود.

اکنون حالت کاملاً مانستهٔ مربوط به نور را در نظر می گیریم. يك تپ نوری نسبت به محیطی که در آن انتشار می یابد، با سرعت $c \equiv x_1$ به طرف راست حرکت می کند (شکل ۳.۲). از نظر تاریخی، به محیط انتشار نور، اثر گفته می شود. زیرا فیزیکدانان قرن نوزدهم قویاً معتقد بودند که تمام پدیده های فیزیکی در نهایت دارای منشأ مکانیکی اند. برای آنها غیر قابل تصور بود که يك آشفنگی الکترومغناطیسی بتواند در فضای خالی انتشار یابد. از این رو مفهوم اثر اختراع شد. تنها خاصیت برجستهٔ منسوب به اثر آن بود که آشفنگیهای الکترومغناطیسی را با خود «حمل» می کرد، و اینکه سرعت نور در دستگاه لختی که اثر در آن به حال سکون بود، فقط در چنین دستگاهی، برابر c بود.

بر حسب تبدیلات گالیه ای، ناظر ساکن در S_1 سرعت تپ نور را در جهت X_1 و نیز در هر جهت دیگری که تپ حرکت کند برابر c اندازه گیری می کند؛ و ناظر ساکن در دستگاه S_2 ، سرعت نور را، وقتی S_2 به طرف راست حرکت کند برابر، $v = c - x_1 = x_2$ و وقتی S_2 به طرف چپ حرکت کند برابر مقدار متفاوت $c + v$ اندازه گیری می کند. این مطلب حاکی از آن است که سرعت نور اندازه گیری شده به وسیلهٔ هر ناظر، بجز ناظر S_1 ، به سرعت دستگاه مختصات نسبت به محیطی (اثر) که تپ از طریق آن انتشار می یابد بستگی دارد. بنابراین، مسلماً سرعت نور تحت تبدیلات گالیه ناوردافخواهد بود. در حقیقت، چنانچه این تبدیلات را در مورد نور به کار ببریم، آنگاه در طبیعت يك دستگاه لخت منحصر به فرد وجود خواهد داشت که در آن اثر به حال سکون است؛ در این دستگاه، و تنها در این دستگاه، سرعت اندازه گیری شدهٔ نور دقیقاً برابر c است.

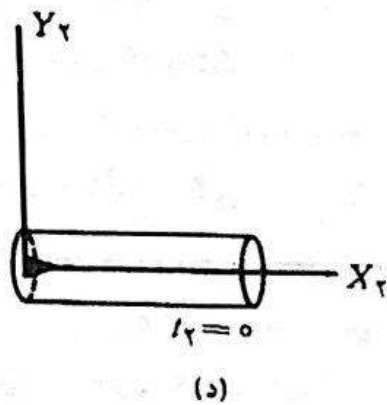
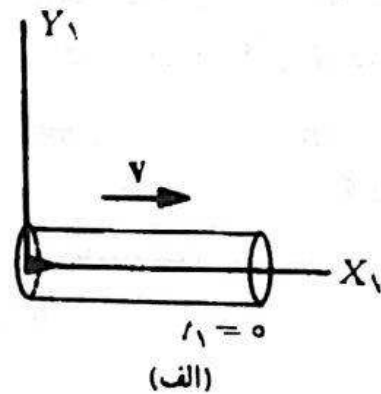
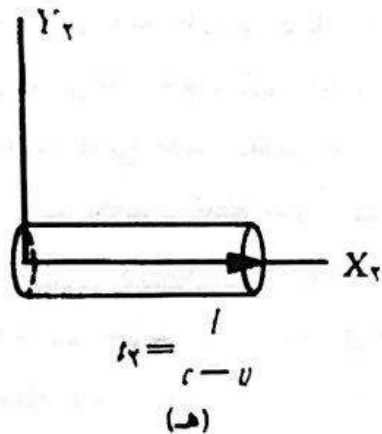
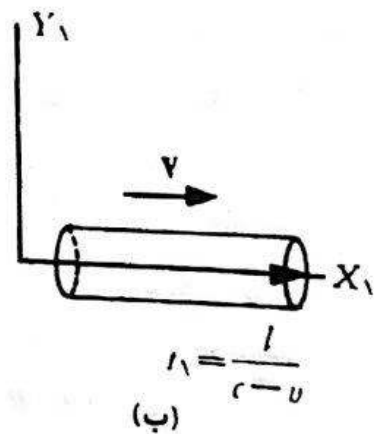
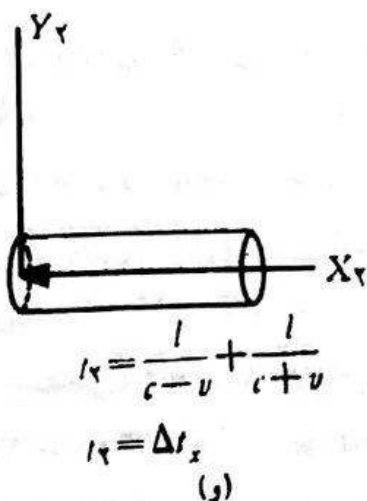
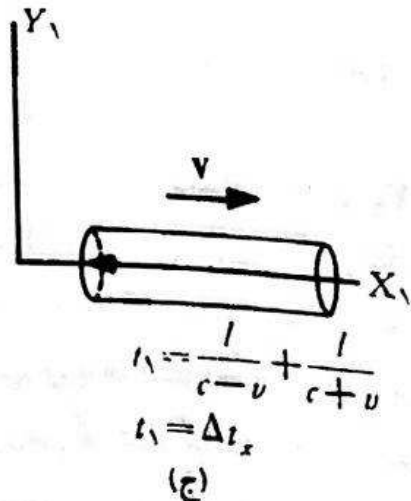
اساس آزمایشی که برای یافتن و تأیید وجود اثر انجام شد ساده است: آزمایش این است که سرعت نور را در دستگاههای لخت گوناگون اندازه گیری کنیم و ببینیم که آیا سرعت اندازه گیری شده در دستگاههای مختلف متفاوت است، و به ویژه ببینیم که آیا دلیلی بر وجود يك دستگاه لخت منحصر به فرد «اثر»، که در آن سرعت نور برابر c باشد وجود دارد. ولی انجام چنین آزمایشی به دلیل سرعت خیلی زیاد نور به مراتب مشکلتر از آزمایش مربوط به امواج صوتی است. در یکی از مشهورترین آزمایشهایی که تاکنون انجام گرفته است، مایکلسون^۱ و مورلی^۲ در سال ۱۸۸۷/۱۲۶۶ برای یافتن این دستگاه لخت منحصر به فرد تلاش کردند. این آزمایش برای تعیین این بود که آیا، ضمن سوق زمین در اثر فرضی حول محور خود و حول خورشید، تغییری در سرعت اندازه گیری شدهٔ نور به وجود می آید یا نه.

حال به تحلیل آزمایش مایکلسون-مورلی، یا شکل معاصر آن با میکروموجها و پرتوهای لیزر، می پردازیم. این آزمایش کوششی در جهت یافتن دستگاه لخت منحصر به فرد بود. فرض می شود که دستگاه لخت منحصر به فرد، S_1 باشد. آزمایش کننده از اینکه آیا در دستگاه S_1 به حال سکون است یا نه هیچ اطلاع قبلی ندارد؛ بنابراین به طور کلی باید فرض کند که در دستگاه دیگری مانند S_2 ، که با سرعت v نسبت به S_1 حرکت می کند قرار دارد. در لحظه ای که آزمایش کننده در دستگاه S_1 به حال سکون است، S_2 همان S_1 است، و سرعت نور برابر c اندازه گیری می شود، ولی شش ماه بعد، هنگامی که زمین در جهت خلاف حرکت خود به دور خورشید می چرخد، یقیناً S_2 نسبت به S_1 در حرکت خواهد بود، و در این حال سرعت اندازه گیری شده نور متفاوت خواهد بود.

به علت بزرگی فوق العاده زیاد c ، در مقایسه با سرعت مداری زمین، و به دلایل عملی، اندازه گیری سرعت نور روی زمین، باید بر اساس اندازه گیری در یک بازه زمانی معین باشد. این بازه زمانی مدت زمانی است که یک پرتو نوری از نقطه معینی به آینه ای بنابد و پس از بازتاب به همان نقطه برگردد. با اندازه گیری زمان یک رفت و برگشت، نمی توان سرعت نور را در یک جهت اندازه گیری کرد؛ بلکه متوسط سرعت نور در امتداد یک خط و در دو جهت مخالف اندازه گیری می شود. زمان لازم برای رفتن از A به B و بازگشت به A همان زمانی است که، برای رفتن از B به A و بازگشت به B لازم است. لذا واضح است که باید بازه های زمانی مربوط به رفت و برگشتها را در امتداد دو خط غیر موازی مقایسه کرد: وقتی که یکی از این دو امتداد موازی با جریان اثر و دیگری عمود بر آن باشد، اختلاف بازه های زمانی در امتداد آنها پیشینه خواهد بود.

استوانه ای به طول l و به حال سکون در دستگاه S_1 را که در امتداد محور X_1 قرار دارد در نظر می گیریم؛ X_2 ، جهت حرکت نسبی دستگاههای S_1 و S_2 است (شکلهای ۴.۲ د تا ۴.۲ و). همانند قبل، S_2 با سرعت v نسبت به دستگاه لخت منحصر به فرد S_1 (اثر) به طرف راست حرکت می کند. مادامی که نب نوری به طرف راست حرکت می کند، ناظر واقع در S_2 سرعت تب را برابر $c-v$ اندازه می گیرد، و زمان برای رسیدن تب به قاعده سمت راست استوانه، برابر $l/(c-v)$ است؛ تب پس از بازتاب، با سرعت $c+v$ نسبت به S_2 به سمت چپ حرکت می کند و در مدت زمان $l/(c+v)$ ، به قاعده سمت چپ استوانه می رسد. بنابراین بازه زمانی Δt_x برای آنکه تب نوری یک رفت و برگشت کامل انجام دهد چنین خواهد بود

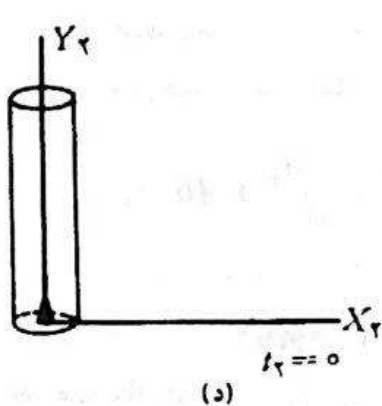
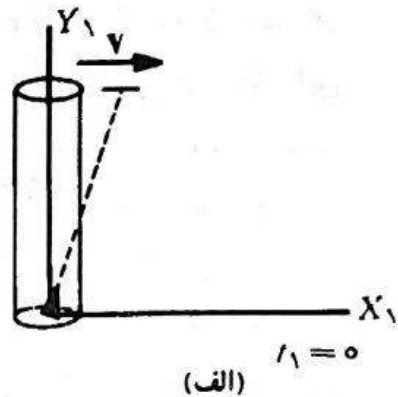
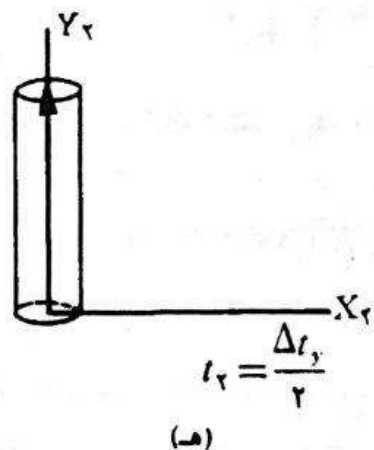
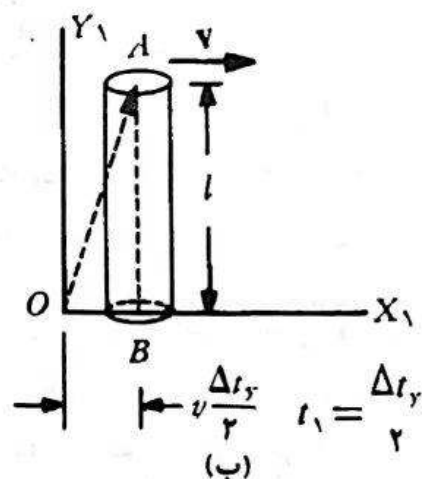
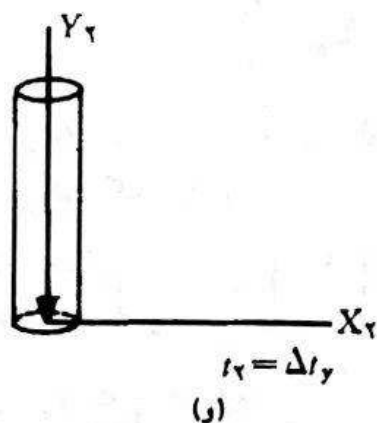
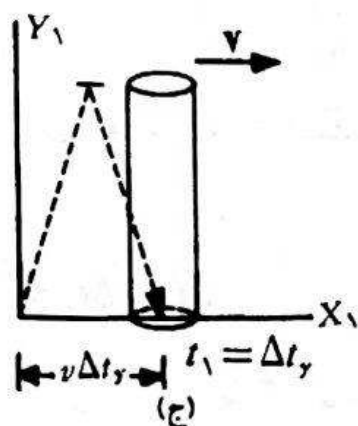
$$\Delta t_x = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2l/c}{1-(v/c)^2} \quad (11.2)$$



شکل ۴.۲ زمان پرواز يك تپ نوری که به وسیله دو ناظر که با سرعت نسبی ثابت v حرکت می کنند اندازه گیری می شود. تپ به موازات v حرکت می کند.

توالی رویدادها از نظر ناظر S_1 در شکل های ۴.۲ الف تا ۴.۲ ج نشان داده شده اند. حال وضعیتی را در نظر می گیریم که در آن ناظر S_2 همان استوانه را در امتداد محور Y_2 قرار می دهد. بازه زمانی لازم برای آنکه تپ يك رفت و برگشت کامل از قاعده

پایینی به قاعده بالایی و بالعکس را انجام بدهد با Δt_y نمایش می‌دهیم.
توالی رویدادها آن‌طور که به وسیله ناظر S_1 مشاهده می‌شود در شکل‌های ۵.۲ الف



شکل ۵.۲ زمان پرواز يك تب نوری که به وسیله دو ناظر که با سرعت نسبی ثابت v حرکت می‌کنند اندازه گرفته می‌شود. تب از نظر ناظر S_2 عمود بر v حرکت می‌کند.

تا ۵.۲ ج، و این توالی از نظر S_2 در شکل‌های ۵.۲ د تا ۵.۲ و نمایش داده شده‌اند. مطابق شکل ۵.۲ ب از نظر ناظر S_1 تنها آن تپ نوری که مبدأ مختصات دستگاه S_1 را در جهت خاص ترك می‌کند، و الزاماً با سرعت c حرکت می‌کند، به مرکز قاعده بالایی استوانه، یعنی به نقطه A خواهد رسید. تپ با سرعت c در زمان $\Delta t_y/2$ فاصله O تا A را می‌پیماید، در حالی که در همان زمان استوانه با سرعت v از O به B می‌رود. بنابراین

$$OA = \frac{c \Delta t_y}{2} \quad OB = \frac{v \Delta t_y}{2} \quad \text{و} \quad AB = l$$

ولی

$$OA^2 = OB^2 + AB^2$$

با جایگزینی خواهیم داشت

$$\left(\frac{c \Delta t_y}{2}\right)^2 = \left(\frac{v \Delta t_y}{2}\right)^2 + l^2$$

و سرانجام، از حل این معادله نتیجه می‌شود که

$$\Delta t_y = \frac{2l/c}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (12.2)$$

مقایسه روابط (۱۱.۲) و (۱۲.۲) نشان می‌دهد که $\Delta t_x \neq \Delta t_y$ است؛ یعنی، زمان لازم برای يك رفت و برگشت تپ نوری در دو جهت عمود بر هم با یکدیگر برابر نیست. البته، اگر استوانه در دستگاه S_1 به حال سکون می‌بود، در آن صورت v برابر با صفر می‌شد و

$$\Delta t_x = \frac{2l}{c} \quad \text{و} \quad \Delta t_y = \frac{2l}{c}$$

بنابراین هنگامی که $v = 0$ است، $\Delta t_x - \Delta t_y = 0$ خواهد بود. وقتی که دستگاه S_2 نسبت به دستگاه S_1 حرکت کند، داریم

$$\Delta t_x - \Delta t_y = \frac{2l}{c} \left\{ \left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 \right]^{-1} - \left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 \right]^{-1/2} \right\}$$

می‌توان فرض کرد که $v/c \ll 1$ است. با استفاده از بسط دوجمله‌ای (با صرف نظر کردن از جملات مرتبه بالاتر) خواهیم داشت

$$\Delta t_x - \Delta t_y = \frac{2l}{c} \left[1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2 - 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \right] = \frac{2l}{c} \frac{v^2}{2c^2} \quad (13.2)$$

چون مطابق روابط (۱۱.۲) و (۱۲.۲) زمان يك رفت و برگشت کامل تقریباً $\Delta t_x = 2l/c$ است، با استفاده از رابطه (۱۳.۲)، تغییر نسبی بیشینه در بازه زمانی يك رفت و برگشت، برای دو امتداد عمود بر هم برابر

$$\frac{\Delta t_x - \Delta t_y}{\Delta t_x} = \frac{v^2}{2c^2} \quad (14.2)$$

است. سرعت بیشینه v که روی زمین به دست می آید، عبارت است از سرعت مداری سیاره زمین به دور خورشید و برابر $3 \times 10^4 \text{ m/s}$ است. جایگذاری این مقدار در رابطه (۱۴.۲) نشان می دهد که تغییر نسبی در بازه زمانی مربوط به يك رفت و برگشت می تواند برابر 5×10^{-9} (پنج دریلیون) باشد و لی مایکلسون و مورلی مطمئن بودند که قادرند تغییری به اندازه صد برابر کوچکتر از این، یعنی پنج قسمت در يك صد یلیون را مشاهده کنند.

مایکلسون و مورلی، با استفاده از يك وسیله نوری دقیق، به نام تداخل سنج، که چند سال قبل از آن توسط مایکلسون ساخته شده بود، توانستند به طور غیرمستقیم اختلاف بین Δt_x و Δt_y را اندازه بگیرند. این آزمایش به صورت زیر انجام گرفت يك باریکه نوری را به دو باریکه جدا از هم، که به طور عمود بر یکدیگر حرکت می کردند تقسیم کردند. این دو باریکه پس از بازتاب، در همان مسیرهای مربوط به خود بر می گشتند و سرانجام با هم ترکیب می شدند تا يك نقش تداخل تشکیل دهند. با انجام این آزمایش در دفعات زیاد و در فصلهای مختلف سال و در مکانهای مختلف، مایکلسون و مورلی همواره $\Delta t_x - \Delta t_y$ را صفر یافتند؛ یعنی، نتیجه آزمایش همیشه صفر بود.* این فقط می تواند يك معنی داشته باشد: هر دستگاه لغت S_7 چنان رفتار می کند که

* پژوهشگران دیگری آزمایشهای مشابهی انجام داده اند. دو آزمایش مخصوصاً جالب در مورد سوق انر، توسط اسن (Essen) و جاسجا (Jaseja) و همکارانش انجام شده است. آزمایشی که به وسیله اسن (L. Essen, *Nature*, vol. 175, p. 793, 1955) انجام شد مانسته آزمایش مایکلسون-مورلی است، منتهی در آن از میکروموجهای رادیویی استفاده شده است. در این آزمایش باریکههای رادیویی با طول موج کوتاه جایگزین باریکههای نوری شده است و به جای مشاهده تداخل دو باریکه نور زنشهای بین دو کاواک تشدیدی، در دو امتداد عمود بر هم مشاهده می شوند. آزمایشی که به وسیله جاسجا و همکارانش

(T.S. Jaseja, A. Javin, and C.H. Townes, *Physical Review*, vol. 133, p. A 1221, 1964)

انجام شد بسامدهای فرسرخدولیزر شدیداً تکفام با محورهای عمود بر هم را مقایسه می کند. دقت هر يك از این آزمایشها خیلی پیش از دقت مربوط به آزمایش اولیه مایکلسون-مورلی است.

گویی همان دستگاه منحصر به فرد K است؛ یا سرعت اندازه‌گیری شده نور در همه دستگاههای لخت در همه جهات و برای همه ناظرها یکسان و برابر c است. بنابراین هیچ دلیل تجربی برای وجود يك دستگاه لخت منحصر به فرد. با اثر، موجود نیست. اذاین دو تمامی دستگاههای لخت برای انتشار نودهم‌ارزند. این اظهارنظر بنیادی در مورد ثبات سرعت نور برای همه ناظرها نه تنها به وسیله آزمایش مایکلسون-مورلی بلکه همان گونه که خواهیم دید به وسیله آزمایشهای متعدد دیگری هم به تأیید رسیده است.

۵.۲ اصل موضوع دوم و تبدیلات لورنتس^۱

اکنون اصل موضوع دوم نسبت را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم.

اصل موضوع دوم: سرعت نور در خلا^۲ مقداری ثابت و مستقل از دستگاه لخت، چشمه و ناظر است.

این اصل موضوع که برپایه آزمایش بنا شده است آشکارا با تبدیلات گالیله ناسازگار است، زیرا تبدیلات گالیله ایجاب می‌کنند که سرعت اندازه‌گیری شده نور به حرکت ناظر بستگی داشته باشد. اینشتین ناسازگاری بین اصل موضوع II و تبدیلات گالیله را مشاهده کرد. از آنجا که اصل موضوع II يك واقعیت تجربی است، نمی‌توان از آن صرف نظر کرد. با وجود موفقیت ظاهری تبدیلات گالیله در مکانیک کلاسیک و جالب بودن آنها در آزمایشهای معمولی، باید آنها را با تبدیلاتی که دارای محدودیت کمتری اند و در شرایط مناسب به تبدیلات گالیله تحویل می‌شوند جایگزین کرد. میزان تأثیر چنین تغییری با این حقیقت آشکار می‌شود که تبدیلات گالیله شامل همین مفاهیم روزمره ما از فضا و زمان و سرشت به ظاهر مطلق آنهاست.

با مشاهده اینکه تبدیلات گالیله به طور اساسی ناقص‌اند، اینشتین به فکر یافتن معادلات تبدیل مختصاتی که با اصول موضوع I و II هماهنگ باشند افتاد. این اصول، هم‌وردایی قوانین فیزیکی تحت تبدیلات مختصات و ناوردایی سرعت نور را بیان می‌کنند. دواصلی که تا به حال جداگانه مورد بحث قرار گرفتند را می‌توان به صورت يك اصل تنها در نظر گرفت، که در آن ناوردایی سرعت نور به صورت يك قانون اساسی فیزیک در نظر گرفته می‌شود.

معادلات تبدیلی را به دست خواهیم آورد که در بایسته‌های نسبیت را برآورده کنند، همان طور که اینشتین در ۱۹۰۵ این کار را انجام داد. این معادلات به تبدیلات لورنتس

مشهورند، زیرا در سال ۱۲۸۲/۱۹۰۳ لورنتس در نظریه الکترومغناطیس خود آنها را پایه گذاری کرد.

برای سهولت فرض می کنیم که حرکت فقط در صفحه XY و حرکت نسبی دو دستگاه لخت در امتداد محور X انجام شود. چون هر دو محور Y و Z بر جهت حرکت نسبی دو دستگاه عمودند، رفتار این حرکت در امتداد هر یک از این دو محور یکسان خواهد بود. از نظر ناظر دستگاه لخت S_1 مختصات فضا و زمان یک رویداد (x_1, y_1, t_1) و از نظر ناظر دستگاه لخت S_2 مختصات همان رویداد، (x_2, y_2, t_2) است؛ عمومی ترین نوع معادلات تبدیل، که مختصات فضا و زمان این رویداد را در دو دستگاه به هم مربوط می کنند، باید به شکل زیر باشند

$$\begin{aligned} x_2 &= A_1 x_1 + A_2 y_1 + A_3 t_1 + A_4 \\ y_2 &= B_1 x_1 + B_2 y_1 + B_3 t_1 + B_4 \\ t_2 &= D_1 x_1 + D_2 y_1 + D_3 t_1 + D_4 \end{aligned} \quad (15.2)$$

که در آن ۱۲ کمیت $A_1, \dots, A_4, \dots, D_4$ مقادیری ثابت و مستقل از مختصات فضا و زمان اند ولی می توانند به سرعت نسبی حرکت دو دستگاه لخت بستگی داشته باشند. فرض کردیم که معادلات (۱۵.۲) معادلات خطی هستند که فقط شامل متغیرهایی از مرتبه اول اند. چون فقط در این صورت یک تک رویداد واقعی (x_1, y_1, t_1) در S_1 متناظر با یک تک رویداد واقعی (x_2, y_2, t_2) در S_2 خواهد بود و برعکس. توجه کنید که اکنون مختصه زمانی t_2 در S_2 شامل جملاتی از مختصات فضایی x_1 و y_1 از S_1 است، که نمی توان آنها را به حساب نیاورد. کار ما یافتن مقادیر ۱۲ ضریب ثابت $(A_1, \dots, D_4)$ است. با گزینش جهت محورها آن طور که در میان تبدیلات گالیله انتخاب شد (شکل ۱.۲)، ساده ترین رابطه بین مختصات فضا-زمانی S_1 و مختصات فضا-زمانی S_2 را به دست خواهیم آورد.

مؤلفه های سرعت یک ذره را که در دو دستگاه لخت اندازه گیری می شوند می توان به سادگی از رابطه (۱۵.۲) به دست آورد. مؤلفه های X و Y سرعت مشاهده شده در دستگاه S_2 را به صورت زیر تعریف می کنیم

$$\dot{x}_2 \equiv \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \quad \text{و} \quad \dot{y}_2 \equiv \frac{\Delta y_2}{\Delta t_2}$$

و مؤلفه های متناظر مشاهده شده در S_1 به شکل

$$\dot{x}_1 \equiv \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \quad \text{و} \quad \dot{y}_1 \equiv \frac{\Delta y_1}{\Delta t_1}$$

تعریف می‌شوند. با استفاده از رابطه (۱۵.۲) خواهیم داشت

$$\dot{x}_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{A_1 \Delta x_1 + A_2 \Delta y_1 + A_3 \Delta t_1}{D_1 \Delta x_1 + D_2 \Delta y_1 + D_3 \Delta t_1}$$

با تقسیم صورت و مخرج طرف راست این معادله بر Δt_1 ، می‌توان $\dot{x}_2$ را بر حسب $\dot{x}_1$ و $\dot{y}_1$ بیان کرد

$$\dot{x}_2 = \frac{A_1 \dot{x}_1 + A_2 \dot{y}_1 + A_3}{D_1 \dot{x}_1 + D_2 \dot{y}_1 + D_3} \quad (۱۶.۲)$$

و به‌طور مشابه می‌توان نوشت

$$\dot{y}_2 = \frac{\Delta y_2}{\Delta t_2} = \frac{B_1 \dot{x}_1 + B_2 \dot{y}_1 + B_3}{D_1 \dot{x}_1 + D_2 \dot{y}_1 + D_3} \quad (۱۷.۲)$$

توجه کنید که مخرج‌های این دو معادله یکسان‌اند.

اگر در تبدیلات (۱۵.۲) و (۱۷.۲) چند شرط عمومی را به‌کار خواهیم بست؛ این عمل تعداد ضرایب غیر صفر را به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش خواهد داد. سپس برای به دست آوردن تبدیلات مناسب مربوط به رویدادهای فضا-زمانی، نتایج تجربی را که دال بر یکسانی سرعت نور در تمام دستگاه‌های لخت‌اند به‌کار خواهیم برد.

تبدیل فضا-زمانی رویدادها. درست مانند تبدیلات گالیله (معادله ۱.۲ و شکل ۱.۲)، محور X را موازی و هم‌جهت با سرعت نسبی v حرکت دستگاه S_2 نسبت به دستگاه S_1 انتخاب می‌کنیم. این بدان معناست که ناظر S_1 می‌بیند که مبدأ مختصات دستگاه S_2 با سرعت v در امتداد X_1 حرکت می‌کند؛ برعکس ناظر S_2 می‌بیند که مبدأ مختصات دستگاه S_1 با سرعت v در امتداد X_2 حرکت می‌کند. ساعت‌های واقع در S_1 و S_2 را چنان تنظیم می‌کنیم که وقتی مبدأ S_2 از مبدأ S_1 می‌گذرد هر دو ساعت صفر را نشان بدهند. از این رو، وقتی $t_1 = 0$ است، در آن صورت $t_2 = 0$ خواهد بود؛ در این لحظه مبدأهای S_1 و S_2 برهم منطبق می‌شوند و مختصات فضا-زمانی مبدأ S_2 از نظر ناظرهای S_1 و S_2 به‌صورت زیرند

ناظر S_1 ، $(0, 0, 0)$ را مشاهده می‌کند

ناظر S_2 ، $(0, 0, 0)$ را مشاهده می‌کند

با قراردادن این مقادیر در رابطه (۱۵.۲) داریم

$$A_3 = B_3 = D_3 = 0$$

با گزینش مبدأها به گونه‌ای که در لحظه $t_1 = t_2 = 0$ بر یکدیگر منطبق شوند، سه ضریب A_2 ، B_2 و D_2 صفر می‌شوند.

پس حرکت مبدأ دستگاه S_1 را بررسی می‌کنیم. البته از نظر ناظر S_1 این مبدأ همواره در حال سکون است، $\dot{x}_1 = 0$ و $\dot{y}_1 = 0$. از نظر ناظر S_2 این مبدأ در امتداد $-X_2$ با سرعت v حرکت می‌کند. بنابراین $\dot{x}_2 = -v$ و $\dot{y}_2 = 0$ است. با قراردادن این مقادیر در روابط (۱۶.۲) و (۱۷.۲)، خواهیم داشت

$$-v = \frac{A_2}{D_2} \quad \text{یا} \quad A_2 = -v D_2$$

$$0 = \frac{B_2}{D_2} \quad \text{یا} \quad B_2 = 0$$

به همین ترتیب، اکنون چنانچه حرکت مبدأ S_2 را بررسی کنیم، داریم $\dot{x}_2 = 0$ و $\dot{y}_2 = +v$. جایگزینی این مقادیر در روابط (۱۶.۲) و (۱۷.۲) چنین نتیجه می‌دهد

$$0 = A_1 v + A_2 \quad \text{یا} \quad A_2 = -A_1 v$$

$$0 = B_1 v + B_2 \quad \text{یا} \quad B_1 = -\frac{B_2}{v} = \frac{0}{v} = 0$$

در این صورت معادله مربوط به y_2 در رابطه (۱۵.۲) به صورت زیر تحویل می‌شود

$$y_2 = B_2 y_1 \quad (18.2)$$

اکنون نشان می‌دهیم که $B_2 = 1$ است. دوميله اندازه‌گیری مشابه را که طول در حال سکون هر کدام در هر يك از دستگاه‌های S_1 و S_2 ، L_0 است در نظر می‌گیریم. یکی از دوميله را در دستگاه S_1 در امتداد محور Y_1 طوری قرار می‌دهیم که يك انتهای آن در نقطه $y_1 = 0$ و انتهای دیگر آن در $y_1 = L_0$ باشد. ميله دوم را بین نقاط $y_2 = 0$ و $y_2 = L_0$ در امتداد محور Y_2 قرار می‌دهیم. ناظر S_2 طول ميله واقع در S_1 را چقدر اندازه می‌گیرد؟ می‌دانیم که چون مختصات Y_2 مربوط به دو انتهای ميله به زمان بستگی ندارد (نشان دادیم که $B_2 = 0$ است)، در هر زمانی می‌توان این مختصات را تعیین کرد و تفاوت این مختصات، طولی را که در S_2 مشاهده می‌شود به دست می‌دهد. با استفاده از رابطه (۱۸.۲)، طول ميله متحرك (L_2) از نظر ناظر S_2 چنین خواهد بود

$$L_2 = B_2 L_0$$

مجدداً، با به کار بردن رابطه (۱۸.۲) از نظر ناظر S_1 طول میله ساکن در دستگاه S_2 برابر

$$L_0 = B_2 L_1$$

است. در این صورت، نسبت طول میله متحرک به طول میله ثابت از نظر ناظر S_2 و از نظر ناظر S_1 باید یکسان باشد؛ در غیر این صورت می توان بین دو دستگاه لغت تمایز قائل شد! بنابراین

$$L_2 = \frac{L_1}{L_0} \quad \text{یا} \quad B_2 = \frac{1}{B_1} \quad \text{با} \quad B_2 = +1$$

در این صورت معادله (۱۸.۲) چنین می شود

$$y_2 = y_1$$

توجه کنید که جواب $B_2 = -1$ را در نظر نگرفته ایم، زیرا این جواب حاکی از آن است که نقطه $L_0 = L_1$ به نقطه $L_2 = -L_0$ انتقال می یابد که حقیقت ندارد. چون مختصه Z مشابیه مختصه Y است، مؤلفه های Z به صورت زیر به هم تبدیل می شوند

$$z_2 = z_1$$

مختصات عمود بر v ، سرعت نسبی دو دستگاه لغت، در هر دو دستگاه یکسان اند. این مطلب جدیدی نیست.

در باره ضرایب A_2 و D_2 در رابطه (۱۵.۲) چه می توان گفت؟ به سادگی می توان نشان داد که این ضرایب صفرند. ابتدا میله ای به طول L_0 در حال سکون در S_1 را به موازات محور Y_1 از صفر تا L_0 در نظر می گیریم. در این صورت از رابطه (۱۶.۲) روابط زیر نتیجه می شوند

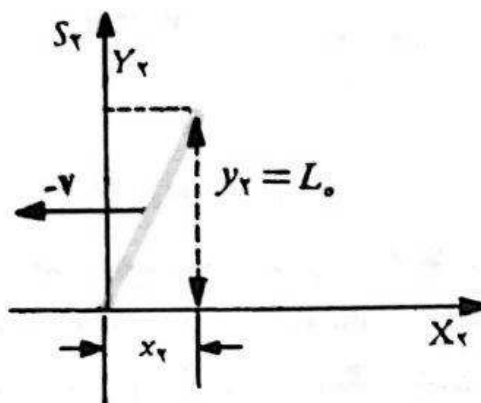
$$\dot{x}_2 = -v = \frac{A_2}{D_2} \quad \text{در مورد انتهای پایینی}$$

$$\dot{x}_2 = -v = \frac{A_2}{D_2} \quad \text{در مورد انتهای بالایی}$$

بنابراین، از نظر ناظر S_2 ، هر دو انتها با سرعت ثابت v به طرف چپ حرکت می کنند. حال، چنانچه $A_2 = 0$ باشد، در آن صورت در زمان $t_1 = t_2 = 0$ ، میله ای که در امتداد محور Y_1 قرار دارد دارای $x_1 = 0$ خواهد بود و طبق روابط (۱۵.۲) و (۱۸.۲)، ناظر S_2 مقادیر زیر را اندازه خواهد گرفت

$$x_2 = A_2 y_1$$

$$y_2 = y_1$$



شکل ۶.۲ مختصات x_2 و y_2 میله که به وسیله ناظر S_2 اندازه گیری شده اند.

شکل ۶.۲ را ملاحظه کنید. ولی از دیدگاه تقارن نمی تواند این طور باشد، زیرا باید حول محور سرعت نسبی v تقارن داشته باشیم. و این فقط در صورتی که ناظر S_2 میله را عمود بر v مشاهده کند، صحت خواهد داشت؛ بنابراین

$$A_2 = 0$$

خواهد بود.

برای اینکه نشان بدهیم که $D_2 = 0$ است، دو رویداد در دستگاه S_1 را که در یک زمان و در یک مختصه X (مثلاً در $x_1 = 0$ و $t_1 = 0$) به وقوع می پیوندند بررسی می کنیم. چون هر دو رویداد در یک زمان اتفاق می افتند، از نظر ناظر S_1 این دو رویداد همزمان اند. اگر یکی از رویدادها در مبدأ مختصات دیگری در $y_1 = L_0$ اتفاق بیفتد، در آن صورت، طبق آخرین معادله روابط (۱۵.۲)، از نظر ناظر S_2 ، رویداد در L_0 به اندازه $\Delta t_2 = D_2 L_0$ دیرتر از رویداد در مبدأ مشاهده می شود. از این رو از نظر ناظر S_2 رویدادها در امتداد محور Y_2 (که در S_1 همزمان اند) بسته به آنکه در بالا یا پایین این محور اتفاق بیفتند، دیرتر یا زودتر از $t_2 = 0$ به وقوع می پیوندند. این موضوع مجدداً تقارن حول محور v را نقض می کند، مگر آنکه

$$D_2 = 0$$

باشد. با جایگزینی تمام ضرایب در روابط (۱۵.۲) و (۱۶.۲)، روابط زیر حاصل می شوند (در این روابط به منظور کامل بودن، مختصات Z را نیز اضافه می کنیم)

تبدیلات مختصات

$$x_2 = A_1(x_1 - vt_1)$$

$$y_2 = y_1$$

$$z_2 = z_1$$

$$t_2 = D_1 x_1 + A_1 t_1$$

(۱۹.۲)

تبدیلات سرعت

$$\dot{x}_2 = \frac{A_1(\dot{x}_1 - v)}{D_1 \dot{x}_1 + A_1}$$

$$\dot{y}_2 = \frac{\dot{y}_1}{D_1 \dot{x}_1 + A_1} \quad (20.2)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{\dot{z}_1}{D_1 \dot{x}_1 + A_1}$$

با استفاده از همگنی فضا و استدلالهای مربوط به تقارن، به روابط (۱۹.۲) و (۲۰.۲) دست یافتیم (منظور از همگنی این است که يك تك رویداد در يك دستگاه لخت، متناظر با يك تك رویداد در هر دستگاه لخت دیگری است). اکنون فقط دو ضریب مجهول A_1 و D_1 وجود دارند.

قبل از اینکه اصل موضوع II را در این معادلات به کار ببریم، می خواهیم نشان دهیم که اگر مختصه زمانی را مستقل از مختصات فضایی در نظر بگیریم، این معادلات به تبدیلات گالیله تحویل می شوند. زیرا در آخرین معادله روابط (۱۹.۲) باید $D_1 = 0$ و $A_1 = 1$ باشد؛ در آن صورت چهار معادله روابط (۱۹.۲) به رابطه (۱.۲) تحویل می شوند. همان طور که قبلاً دیدیم، این مقادیر ویژه ضرایب A_1 و D_1 با اصل موضوع دوم نسبیت خاص ناسازگارند.

حال با به کار بردن اصل موضوع دوم نسبیت، یعنی در بایست یکسانی سرعت نور برای تمام ناظرها، A_1 و D_1 را به دست می آوریم.

فرض می کنیم که ناظر S_1 در امتداد محور $+X$ يك باریکه نور بتاباند. این ناظر سرعت این باریکه را برابر با c اندازه می گیرد؛ یعنی

$$\dot{x}_1 = c$$

با توجه به ثبات سرعت نور، ناظر S_2 که با سرعت v نسبت به S_1 به طرف راست حرکت می کند نیز سرعت این باریکه نوری را برابر c اندازه می گیرد. اگر در رابطه (۲۰.۲) به جای $\dot{x}_2$ مقدار c را قرار دهیم، خواهیم داشت

$$c = \frac{A_1(c - v)}{D_1 c + A_1}$$

و یا

$$D_1 c^2 = -A_1 v$$

$$D_1 = -\frac{v}{c^2} A_1 \quad (21.2)$$

این معادله، دوضرب مجهول در روابط (۱۹.۲) را به يك مجهول A_1 یا D_1 کاهش می‌دهد. فرض می‌کنیم A_1 مجهول باشد. برای به‌دست آوردن این ضریب، مجدداً از ثبات سرعت نور استفاده می‌کنیم، اما این بار فرض می‌کنیم که S_1 باریکه نور را در امتداد محور $+Y_1$ بتاباند؛ شکل ۷.۲ را ملاحظه کنید.

البته ناظر S_1 سرعت این باریکه را برابر c اندازه خواهد گرفت (یعنی $\dot{x}_1 = 0$ و $\dot{y}_1 = c$).

با توجه به تبدیلات سرعت در روابط (۲۰.۲) ناظر S_2 که با سرعت v نسبت به S_1 به طرف راست حرکت می‌کند، مؤلفه‌های سرعت $\dot{x}_2$ و $\dot{y}_2$ را به صورت زیر اندازه می‌گیرد

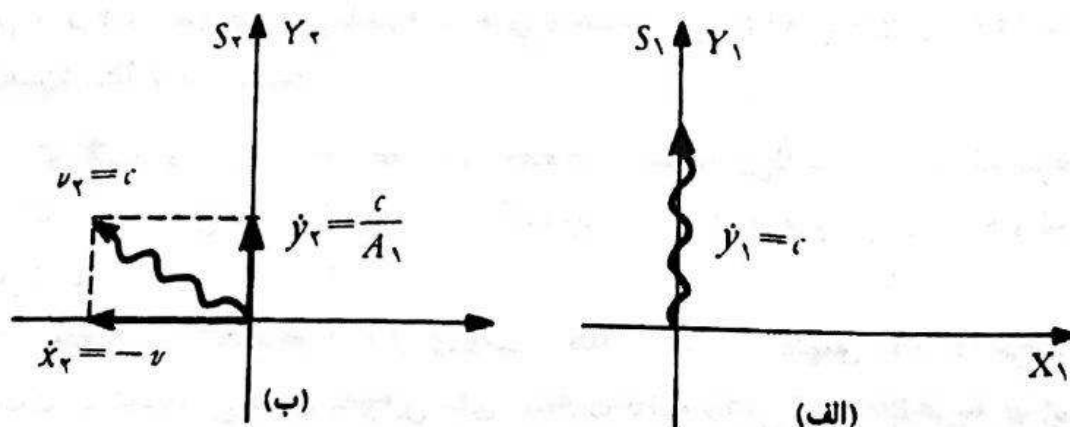
$$\dot{x}_2 = \frac{A_1(0 - v)}{A_1} = -v$$

$$\dot{y}_2 = \frac{c}{A_1} \quad (22.2)$$

با توجه به اصل موضوع دوم نسیت، ناظر S_2 باید مشاهده کند که تب نوری با سرعت c حرکت می‌کند، یعنی با همان سرعتی که S_1 اندازه می‌گیرد. از این رو، سرعتی که S_2 اندازه می‌گیرد باید برابر با

$$v_2 = \sqrt{\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2} = c$$

باشد. با قرار دادن رابطه (۲۲.۲) در این معادله خواهیم داشت



شکل ۷.۲ (الف) تب نوری که به وسیله S_1 مشاهده می‌شود. (ب) تب نوری که به وسیله S_2 مشاهده می‌شود.

$$\sqrt{v^2 + \frac{c^2}{A_1^2}} = c$$

$$A_1^2 = \frac{1}{1 - (v/c)^2}$$

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (23.2)$$

تنها مقدار مثبت A_1 را انتخاب می‌کنیم؛ زیرا، با توجه به رابطه (۲۰.۲)، مقدار منفی A_1 منجر به تغییر علامت مؤلفه‌های Y و Z سرعت اجسام در دستگاه‌های لخت متفاوت می‌شود. با جایگزین کردن مقادیر A_1 و D_1 از روابط (۲۱.۲) و (۲۳.۲) در رابطه (۱۹.۲)، سرانجام تبدیلات لورنتس برای هر رویداد فضا-زمانی به دست می‌آید.

تبدیلات لورنتس مختصات:

$$x_2 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$y_2 = y_1$$

$$z_2 = z_1$$

$$(24.2)$$

$$t_2 = \frac{t_1 - (v/c^2)x_1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

برای به دست آوردن معادلات تبدیل معکوس که x_1, y_1, z_1, t_1 را بر حسب x_2, y_2, z_2, t_2 بیان می‌کنند، مانند تبدیلات گالیلئ در معادلات (۱.۲)، صرفاً شاخصهای ۱ و ۲ را تعویض می‌کنیم و به جای v مقدار $-v$ را در روابط (۲۴.۲) قرار می‌دهیم (مسئله ۷ را ببینید).

تبدیلات لورنتس نتیجه منطقی این حقیقت از نظر تجربی ثابت شده است که سرعت نور یک ثابت واقعی طبیعت است و از حرکت چشمه یا ناظر و همچنین از دستگاه لخت مستقل است.

اینک به تبدیلات منحصر به فردی دست یافته‌ایم که در بایسته‌های دو اصل موضوع نسبیت را بر آورده می‌کنند و بنا بر این جای تبدیلات گالیلئ را می‌گیرند. با توجه به اصل همخوانی (بخش ۵.۱) می‌دانیم که در گستره‌ای از سرعتها که تبدیلات گالیلئ اساساً صحیح‌اند، تبدیلات لورنتس باید به تبدیلات گالیلئ تحویل شوند. با مقایسه روابط (۲۴.۲) و (۱.۲) مشاهده می‌کنیم که اگر $v/c \rightarrow 0$ ، این دو مجموعه تبدیل یکسان می‌شوند.

از این رو، وقتی که $v \ll c$ باشد، تبدیلات گالیله يك تقريب عالی از تبدیلات لورنتس (که در همه موارد اعتبار دارد) هستند. تبدیلات گالیله برای توصیف همه پدیده‌های با سرعت پایین بسنده‌اند. از نظر ریاضی $v/c \ll 1$ هم از $c \rightarrow \infty$ است؛ بنابراین تبدیلات گالیله را می‌توان به عنوان تبدیلات صحیح مختصات، در يك جهان فرضی، که در آن سرعت نور نامتناهی است در نظر گرفت. این موضوع را به صورت زیر نیز می‌توان بیان کرد

$$\lim_{c \rightarrow \infty} (\text{تبدیلات لورنتس}) = \text{تبدیلات گالیله}$$

هنگامی که سرعت جسمی نزدیک به سرعت نور است، فقط تبدیلات لورنتس به کار خواهند رفت. طبق تبدیلات مختصه زمانی لورنتس، معادلات (۲۴.۲)، مختصه زمانی t_2 دیگر مطلق نیست، یعنی این مختصه دیگر از مختصه فضایی x_1 مستقل نیست. زمانهای t_1 و t_2 که به وسیله ناظرهای متفاوت S_1 و S_2 اندازه گیری می‌شوند، یکسان نیستند ($t_1 \neq t_2$). از معادلات تبدیل لورنتس به وضوح نتیجه می‌شود که هیچ سرعتی نمی‌تواند از c بیشتر شود. تنها اگر $v < c$ باشد، کمیت $[1 - (v/c)^2]^{1/2}$ ، که در این معادلات ظاهر می‌شود، حقیقی خواهد بود و نه موهومی. اگر v بزرگتر از c بود، این کمیت موهومی می‌شد؛ در آن صورت يك رویداد حقیقی در يك دستگاه، با يك رویداد موهومی در دستگاه دیگر متناظر می‌شد و بنابراین این رویداد موهومی در دستگاه اخیر غیر قابل مشاهده بود. در به دست آوردن روابط تبدیل لورنتس فرض کردیم که از نظر همه ناظرها يك سرعت مشترك وجود دارد و آن سرعت نور است. حال درمی‌یابیم که این تك سرعت c ، در واقع بیشینه سرعت ممکن از نظر هر ناظری است.

از این گذشته در مثالهای بعدی خواهیم دید که خصوصیت برجسته نسیت چنین است: دو رویداد که از نظر ناظری در يك چارچوب مرجع همزمان‌اند، از نظر ناظر دیگری در چارچوب دیگری همزمان نیستند. به عبارت دیگر همزمانی رویدادها نسبی است.

تبدیلات لورنتس اطمینان می‌دهند که سرعت نور، و فقط این سرعت، برای تمام دستگاههای مختصات لخت یکسان است. در این صورت قوانین الکترومغناطیس تحت تبدیل لورنتس هم‌ورد هستند، و تمام دستگاههای لخت توصیف یکسانی از این قوانین ارائه می‌دهند.

با قراردادن مقادیر A_1 و D_1 از روابط (۲۱.۲) و (۲۳.۲) در تبدیلات عمومی، معادلات (۲۵.۲)، تبدیلات لورنتس سرعت را به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= \frac{\dot{x}_1 - v}{1 - (v/c^2)\dot{x}_1} \\ \dot{y}_2 &= \frac{\dot{y}_1 \sqrt{1 - (v/c^2)^2}}{1 - (v/c^2)\dot{x}_1} \\ \dot{z}_2 &= \frac{\dot{z}_1 \sqrt{1 - (v/c^2)^2}}{1 - (v/c^2)\dot{x}_1}\end{aligned} \quad (25.2)$$

يك نتیجه شگفت آور تبدیلات لورنتس سرعت این است که مؤلفه‌های Z و Y سرعت يك ذره که در S_1 اندازه گیری می‌شوند، به مؤلفه X سرعت اندازه گیری شده در S_1 بستگی دارند مانند قبل، برای به دست آوردن مؤلفه‌های سرعت اندازه گیری شده در S_1 ، بر حسب مؤلفه‌های سرعت اندازه گیری شده در S_2 ، به سادگی شاخصهای پایین را در روابط (25.2) تعویض می‌کنیم و $-v$ را به جای v قرار می‌دهیم. با به کار بردن اصل همخوانی در تبدیلات لورنتس، تبدیلات گالیله‌ای سرعت، معادلات (20.2)، به دست می‌آیند،

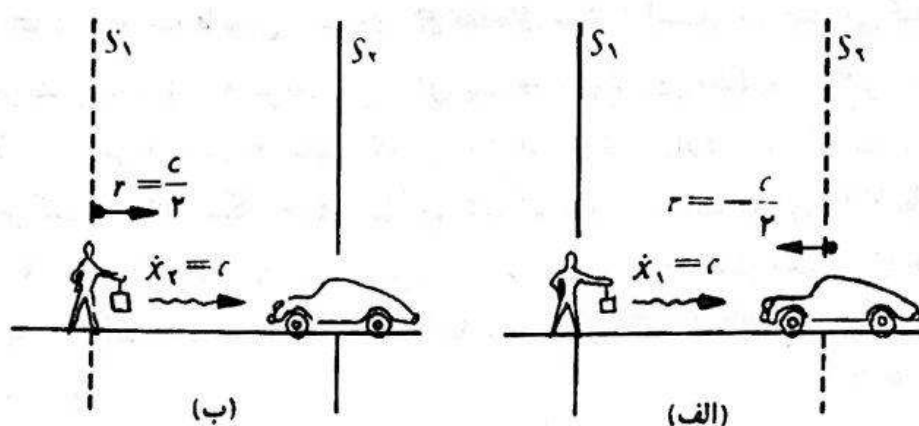
$$\lim_{v \rightarrow \infty} (\text{تبدیلات لورنتس سرعت}) = \text{تبدیلات گالیله‌ای سرعت}$$

مثال ۱۰۲ يك اتومبیل سریع نسبت به شخصی که فانوسی در دست دارد با سرعت $c/2$ حرکت می‌کند. یکی از سرشنیان اتومبیل، سرعت نوری را که از فانوس به او می‌رسد به وسیله خط کش و ساعت خود اندازه گیری می‌کند؛ طبق اصل نسبیت، صرف نظر از اینکه اتومبیل نسبت به فانوس در چه جهتی حرکت می‌کند، مسافر سرعت نور را برابر c اندازه می‌گیرد. آیا این موضوع را می‌توان با استفاده از تبدیلات لورنتس سرعت، معادلات (25.2)، تأیید کرد؟

ناوردایی c را در دو وضعیت ساده امتحان می‌کنیم، (الف) در وضعیتی که اتومبیل به طور مستقیم به فانوس نزدیک می‌شود و (ب) در وضعیتی که اتومبیل عمود بر علامت نوری که دریافت می‌دارد حرکت می‌کند (از نظر فانوس).

(الف) همان طور که در شکل ۸.۲ الف نشان داده شده است، فرض می‌کنیم که اتومبیل، در دستگاه S_1 ، که به طرف فانوس S_2 با سرعت $v = -c/2$ در حرکت است، ساکن باشد. از آنجا که نور نسبت به فانوس با سرعت c حرکت می‌کند، داریم $\dot{x}_1 = c$ و با استفاده از روابط (25.2) و جایگذاری مقادیر مربوط برای $\dot{x}_2$ رابطه

$$\dot{x}_2 = \frac{\dot{x}_1 - v}{1 - (v/c^2)\dot{x}_1} = \frac{c - (-c/2)}{1 - (-c/2c^2)c} = c$$



شکل ۸.۲ سرعت علامت نوری در امتداد $+x_1$. (الف) به وسیله S_1 اندازه گیری شود. (ب) به وسیله S_2 اندازه گیری شود.

به دست می آید. از این رو، سرنشین اتومبیل که در S_2 به حال سکون است نیز سرعت علامت نوری را برابر c اندازه گیری می کند. شکل ۸.۲ ب وضعیت مشاهده شده در S_2 را نشان می دهد.

از این مثال، و همچنین از تبدیلات عمومی سرعت، معادلات (۲.۲۵)، به سادگی نتیجه می شود که سرعت یک ذره، که در S_1 اندازه گیری می شود، دیگر جمع برداری سرعت اندازه گیری شده در S_2 و سرعت نسبی S_2 نسبت به S_1 نیست. در مثال شکل ۸.۲ الف تبدیلات گالیله ای سرعت، معادلات (۲.۲)، نتیجه زیر را می دهند

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 - v = c - \left(\frac{-c}{2}\right) = \frac{3}{2}c$$

که از جمع برداری پیروی می کند

$$c + \frac{c}{2} = \frac{3}{2}c$$

ولی این با نتایج تجربی مغایر است. به طور نمادی، برای انتشار نور در این مثال، تحت تبدیلات لورنتس داریم

$$c + \frac{c}{2} = c$$

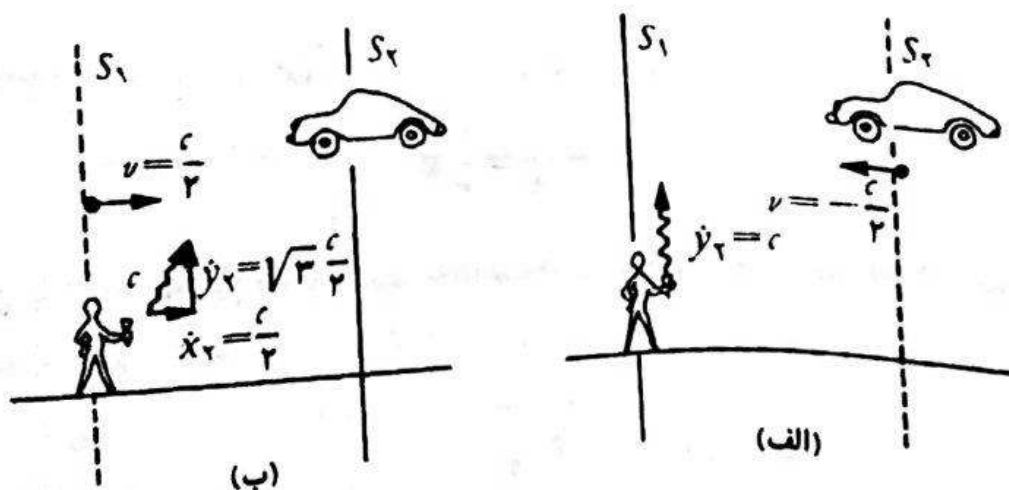
(ب) حال مطابق شکل ۹.۲، مجدداً فرض می کنیم که اتومبیل در S_2 به حال سکون است ولی در نقطه ای واقع بر امتداد محور $+y_2$ قرار دارد. دستگاه S_2 با سرعت

$v = -c/2$ به طرف فانوس (که در S_1 به حال سکون است) حرکت می کند. سر نشین اتومبیل چه سرعتی را برای يك علامت نوری اندازه می گیرد؟ این علامت نوری از نظر ناظر فانوس به دست، که در دستگاه S_1 قرار دارد، با سرعت c در امتداد $+Y_1$ حرکت می کند. شکل ۹.۲ الف حرکت اتومبیل و علامت نوری را از نظر ناظر S_1 نشان می دهد. از نظر ناظر S_1 علامت نوری با سرعت c در امتداد محور $+Y_1$ حرکت می کند؛ یعنی، $\dot{y}_1 = c$ و $\dot{x}_1 = 0$. با استفاده از تبدیلات لورنتس سرعت، معادلات (۲۵.۲)، داریم

$$\dot{x}_2 = \frac{\dot{x}_1 - v}{1 - (v/c^2)\dot{x}_1} = \frac{c}{2}$$

$$\dot{y}_2 = \frac{\dot{y}_1 \sqrt{1 - (v/c)^2}}{1 - (v/c^2)\dot{x}_1} = c \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

از این رو، ناظر S_2 مشاهده می کند که علامت نوری تحت زاویه θ_2 نسبت به محور X_2 به طرف او حرکت می کند. این زاویه از رابطه $\tan \theta_2 = \dot{y}_2 / \dot{x}_2 = \sqrt{3}$ تعیین می شود؛ شکل ۹.۲ ب را ملاحظه کنید. از حل این معادله نتیجه می شود که $\theta_2 = 60^\circ$ است. برای محاسبه سرعت علامت نوری، باید بدیاد آوریم که در هر دستگاه لخت، مانند S_2 ، سرعت برابند (v_2) ذره ای که در هر جهتی حرکت می کند باز هم به وسیله جمع برداری مؤلفه ها در S_2 به دست می آید؛ این سرعت از رابطه زیر به دست می آید



شکل ۹.۲ سرعت علامت نوری در امتداد محور $+Y_1$. (الف) توسط S_1 اندازه گیری شود. (ب) توسط S_2 اندازه گیری شود.

$$v_2 = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

چون $\dot{x}_2 = c/2$ و $\dot{y}_2 = c\sqrt{3}/2$ است، از نظر ناظر S_2 سرعت نور برابر

$$v_2 = \sqrt{\frac{c^2}{4} + \frac{3c^2}{4}} = c$$

است. مجدداً، همان‌طور که باید، هر دو ناظر سرعت یکسان c را برای علامت نوری اندازه‌گیری می‌کنند.

درست مانند آنچه در قسمت (الف) مشاهده کردیم، سرعت علامت نوری، که در S_1 اندازه‌گیری می‌شود، صرفاً جمع برداری سرعت اندازه‌گیری شده علامت نوری در S_2 و سرعت حرکت S_2 نسبت به S_1 نیست.

۶.۲ بازه‌های طولی و زمانی در فیزیک نسبیت

انقباض فضا. در فیزیک کلاسیک طول یک جسم برای تمام ناظرها، سرعت ناظرها نسبت به جسم هر چه باشد، یکسان است. اکنون مفهوم طول را در نظریه نسبیت، طبق تبدیلات لورنتس بررسی می‌کنیم، و به‌خاطر می‌آوریم که تنها این تبدیلات توصیف کاملی از فضا و زمان را به دست می‌دهند.

فرض می‌کنیم در زمان معینی که ناظرهای S_1 و S_2 نسبت به یکدیگر ساکن‌اند طول خط‌کشی خود را یکسان و برابر با L_0 می‌یابند. سپس دستگاه S_2 با سرعت v نسبت به دستگاه S_1 به طرف راست حرکت را آغاز می‌کند. ناظر S_1 خط‌کش خود را در امتداد محور X طوری قرار می‌دهد که انتهای چپ آن در x_1 و انتهای راست آن در x'_1 واقع شود؛ در آن صورت از نظر او $L_0 = x'_1 - x_1$ است. به طور مشابه، ناظر S_2 خط‌کش خود را در امتداد محور X طوری قرار می‌دهد که انتهای چپ و راست آن در نقاط x_2 و x'_2 قرار گیرند؛ از نظر S_2 ، $L_0 = x'_2 - x_2$ خواهد بود. هر یک از ناظرها خط‌کش خویش را به طول L_0 مشاهده می‌کند، البته این مطلب از این حقیقت که تمام دستگاه‌های لخت معادل و غیر قابل تمایزند ناشی می‌شود.

اکنون این سؤال مطرح می‌شود که از نظر ناظر S_1 طول یک خط‌کش در حال حرکت، مثلاً خط‌کش S_2 ، چقدر است؟ نخست، باید بدانیم که حتی در فیزیک غیر نسبیتی نیز علامت گذاشتن هر دو انتهای یک جسم متحرک به‌طور همزمان الزامی است. اگر یک انتهای جسم متحرکی را در زمانی معین و انتهای دیگر آن را در زمانی دیرتر علامت بگذاریم، فاصله بین این دو علامت برابر با طول جسم متحرک نخواهد بود؛ در این صورت این

فاصله می تواند هر مقداری را دارا باشد و مقدار آن به بازه زمانی بین علامت گذاریها بستگی خواهد داشت. چون ناظر S_1 باید هر دو انتهای يك جسم متحرك را به طور همزمان علامت گذاری کند، باید دو رویداد بر گزینیم (t_1, x_1) و (t'_1, x'_1) که نمایشگر انتهای چپ و راست خط کش واقع در S_2 باشند که توسط ناظر S_1 در $t'_1 = t_1$ اندازه گیری می شوند. معادلات (۲۴.۲) مختصات فضا-زمانی (t_2, x_2) و (t'_2, x'_2) مربوط به همان دو رویداد را، که توسط S_2 اندازه گیری می شوند، بر حسب مقادیر اندازه گیری شده توسط S_1 به دست می دهند. چون این خط کش همواره در دستگاه S_2 در حال سکون است، مختصات فضایی x_2 و x'_2 مستقل از زمانهای t_2 و t'_2 ، که در آنها ناظر S_2 این مختصات را اندازه گیری می کند، هستند. از این رو لزومی ندارد در دستگاهی که در آن جسم به حال سکون است اندازه گیریها را به طور همزمان انجام دهیم.

با استفاده از رابطه (۲۴.۲) می توان نوشت

$$x'_2 - x_2 = \frac{(x'_1 - x_1) - v(t'_1 - t_1)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (26.2)$$

که در آن $t'_1 = t_1$ است. طول خط کش واقع در S_2 که توسط S_1 اندازه گیری می شود برابر $x'_2 - x_2 = L_0$ است؛ از نظر ناظر S_1 ، طول همین خط کش که با سرعت v نسبت به S_1 حرکت می کند، برابر $x'_1 - x_1 = L$ است. بنابراین، رابطه (۲۶.۲) به صورت

$$L = L_0 \sqrt{1 - (v/c)^2} \quad (27.2)$$

در می آید. این رابطه پدیده انقباض فضا را نشان می دهد. از نظر ناظر S_1 ، طول خط کش متحرك واقع در S_2 در امتداد حرکت نسبی به اندازه $[1 - (v/c)^2]^{1/2}$ انقباض می یابد. این انقباض دوجانبه است؛ یعنی، ناظر S_2 طول خط کش L_0 را که در دستگاه S_1 به حال سکون قرار دارد برابر $[1 - (v/c)^2]^{1/2} L_0$ اندازه می گیرد. (ولی، باید در نظر داشت که وقتی ناظر S_2 دو انتهای خط کش خویش را به طور همزمان علامت گذاری می کند، این دو رویداد، از نظر ناظر S_1 ، همزمان نیستند.) از آنجا که انقباض نتیجه هیچ آشفتگی فیزیکی (سرد شدن، تراکم و غیره) نیست بلکه، در عوض، بازتاب خواص فضا و زمان است، که در تبدیلات لورنتس فضا و زمان نهفته اند، این پدیده را انقباض فضا می نامند.

چون $y_1 = y_2$ و $z_1 = z_2$ است، هیچ انقباضی در جهت عمود بر امتداد حرکت نسبی وجود ندارد. واضح است که طول يك جسم مطلق نیست بلکه به حرکت نسبی جسم و ناظر بستگی دارد؛ وقتی ناظر در دستگاه لخت در حال سکون باشد، طول جسم بیشینه است. در مورد رویدادهایی که سرعت آنها خیلی کمتر از سرعت نور است، با استفاده از رابطه

(۲۷.۲)، L تقریباً برابر L_0 خواهد بود.

اگرچه طول يك جسم متحرك برای تمام ناظرهای لخت یکسان نیست، ولی يك طولی وجود دارد که ناورد است و آن طول جسمی است که نسبت به ناظر در حال سکون است. از این رو، هنگامی که يك خط‌کش نسبت به يك دستگاه لخت ساکن است، از نظر تمام ناظرهای واقع در این دستگاه طول خط‌کش مفروض درست برابر L_0 است. این طول، که گاهی آن را طول ویژه می‌نامند، خاصیت ناوردایی جسم است.

اتساع زمان. فیزیک نسبیت نشان می‌دهد که زمان نیز مانند طول يك کمیت مطلق نیست، بلکه به حرکت نسبی ناظر بستگی دارد.

دو ناظر S_1 و S_2 در حالی که نسبت به یکدیگر در حال سکون‌اند، ساعت‌های خود را همزمان می‌کنند، به طوری که بازه زمانی بین دو رویداد را هر دو یکسان و برابر T_0 نشان بدهند. حال فرض می‌کنیم که دستگاه S_2 نسبت به دستگاه S_1 با سرعت v به طرف راست حرکت کند. ناظر S_1 ساعت خود را در نقطه مخصوص x_1 در دستگاه مربوط به خود به حال سکون نگه می‌دارد و بازه زمانی T_0 را، که همان بازه بین دو لحظه t_1 و t'_1 است، اندازه می‌گیرد. همین طور، ناظر S_2 ساعت خود را در موقعیت ثابت x_2 نگه می‌دارد و بازه زمانی T_0 را، که همان بازه بین دو لحظه t_2 و t'_2 است، اندازه می‌گیرد. از این رو هر يك از ناظرها به وسیله ساعت خویش بازه زمانی یکسان T_0 را اندازه می‌گیرد. حال می‌خواهیم بدانیم که اگر هر دو بازه زمانی توسط S_2 اندازه‌گیری شوند، بازه‌های زمانی ثبت شده به وسیله دو ساعت، نسبت به یکدیگر چگونه‌اند. در رابطه (۲۴.۲) بازه زمانی بین هر دو رویداد که توسط ناظر S_2 اندازه‌گیری می‌شود، یعنی $t'_2 - t_2$ ، به بازه فضایی $x_1 - x'_1$ و به بازه زمانی همان دو رویداد که توسط S_1 اندازه‌گیری می‌شوند، یعنی $t'_1 - t_1$ مربوط می‌شود و چنین خواهیم داشت

$$t'_2 - t_2 = \frac{(t'_1 - t_1) - (v/c^2)(x'_1 - x_1)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (28.2)$$

حال، ناظر S_2 می‌خواهد بازه زمانی را به وسیله ساعتی که در دستگاه لخت S_1 به حال سکون است اندازه‌گیری کند. از آنجا که تمام ساعت‌های ساکن در S_2 همزمان شده‌اند، اندازه‌گیری زمان يك رویداد به موقعیت ساعت در S_2 بستگی ندارد. بنابراین در دستگاه S_1 در نقطه $x_1 = x'_1$ ساعتی را به حال سکون برمی‌گزینیم و رویدادهای (t_1, x_1) و (t'_1, x'_1) را بررسی می‌کنیم. در آن صورت، در معادله بالا، بازه زمانی بین دو رویداد یعنی $t'_2 - t_2$ ، که به وسیله ناظر S_2 اندازه‌گیری می‌شود چنین است

$$t'_2 - t_2 = \frac{t'_1 - t_1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

حال فرض می‌کنیم که بازه زمانی اندازه‌گیری شده به وسیله ناظر S_1 با ساعت ساکن در دستگاه خویش برابر $T_0 = t'_1 - t_1$ و بازه زمانی بین همان دو رویداد که S_2 با ساعت در حال حرکت اندازه می‌گیرد برابر $T = t'_2 - t_2$ باشد، بنابراین چنین به دست می‌آید

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (29.2)$$

این رابطه پدیدهٔ اتساع زمان را نشان می‌دهد. به عنوان مثالی از نتایج اتساع زمان فرض می‌کنیم که $v = 0.98c$ باشد؛ در آن صورت $1/\sqrt{1 - (v/c)^2} = 5$ و $T = 5T_0$ خواهد بود. بنابراین، چنانچه بازه زمانی بین دو تیک متوالی در هر یک از دو ساعت مشابه، هنگامی که هر دو نسبت به ناظر به حال سکون اند، برابر T_0 باشد (T_0 را زمان ویژه می‌نامند) و سپس، هرگاه یکی از ساعتها نسبت به دیگری با سرعت $0.98c$ حرکت کند، بازه زمانی بین دو تیک متوالی ساعت در حال حرکت، که به وسیله ساعت ساکن اندازه‌گیری می‌شود، برابر $5T_0$ خواهد بود. یعنی به ازای هر تیک ساعت در حال حرکت، ساعت ساکن ۵ بار تیک می‌زند. می‌توان گفت که ساعت‌های در حال حرکت آهسته‌تر کار می‌کنند و یا «عمر طولانی‌تر» دارند. این اثر نیز دوجانبه است، بدین معنی که هر یک از ناظرها ساعت ناظر متحرک دیگر را کندتر می‌یابد.

در $v \ll c$ ، زمان نسبی در فیزیک نسبت به زمان مطلق در فیزیک کلاسیک تحویل می‌شود. با وجود اینکه انقباض فضا و اتساع زمان فوق‌العاده عجیب به نظر می‌رسند، شواهد تجربی مستقیم و انکارناپذیری اتساع زمان را در واپاشی ذرات سریع مزون نشان می‌دهند. در حالی که بازه‌های فضایی، بازه‌های زمانی و همزمانی رویدادها در فیزیک پیش نسبیتی بدون هیچ دلیلی مطلق انتخاب می‌شوند و سرعت نور نسبی در نظر گرفته می‌شود، در فیزیک نسبیت اینشتین بازه‌های فضایی، بازه‌های زمانی و همزمانی رویدادها نسبی اند، زیرا سرعت نور برای تمام دستگاه‌های لخت مطلق است.

در تجربه‌های روزمره، اجسامی را مشاهده می‌کنیم که با سرعت‌های خیلی کوچکتر از سرعت نور در حرکت اند. بنابراین اثرهای نسبیتی برجسته‌ای که به وسیله تبدیلات لورنتس مجسم می‌شوند، به آسانی قابل درک نیستند. مثال‌های زیر که در آنها سرعت‌های خیلی زیاد مطرح می‌شوند، خواص غیرعادی رویدادهای فضا-زمانی را در فیزیک نسبیت نشان می‌دهند.

مثال ۲۰۲ در واپاشی میونهای با انرژی بالا، و بنابراین سریع، پدیدهٔ اتساع زمان (معادلهٔ ۲۹۰۲) به طرز جالبی تأیید می‌شود. این ذرات از واپاشی ذرات ناپایدار دیگری بدنام مزون π تولید می‌شوند. مزونهای π در برخورد های هسته‌های با انرژی بالا آفریده می‌شوند (در مورد این ذرات در بخشهای ۲۰۱۱ و ۴۰۱۱ بحث خواهیم کرد). خواهیم دید که میون مشابه با الکترون است، بجز آنکه جرم آن تقریباً ۲۰۷ مرتبه از جرم الکترون بزرگتر است؛ همچنین خواهیم دید که میون ناپایدار است و به طور نسبتاً سریع به ذرات دیگر واپاشیده می‌شود. نیم عمر اندازه‌گیری شدهٔ میونهایی که نسبت به یک ناظر در حال سکون اند برابر 1.52×10^{-6} s است؛ یعنی اگر ۱۰۰۰ میون نسبت به ناظری در حال سکون باشند، پس از گذشت 1.52×10^{-6} s، ناظر تنها ۵۰۰ میون را خواهد یافت. از طرف دیگر، چنانچه میونها نسبت به ناظر در حرکت باشند، طول عمرشان اتساع می‌یابد و از نظر این ناظر عمرشان طولانیتر خواهد بود. مطابق رابطه (۲۹۰۲) این ناظر نیم عمر T را به وسیلهٔ رابطهٔ زیر اندازه‌گیری می‌کند

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

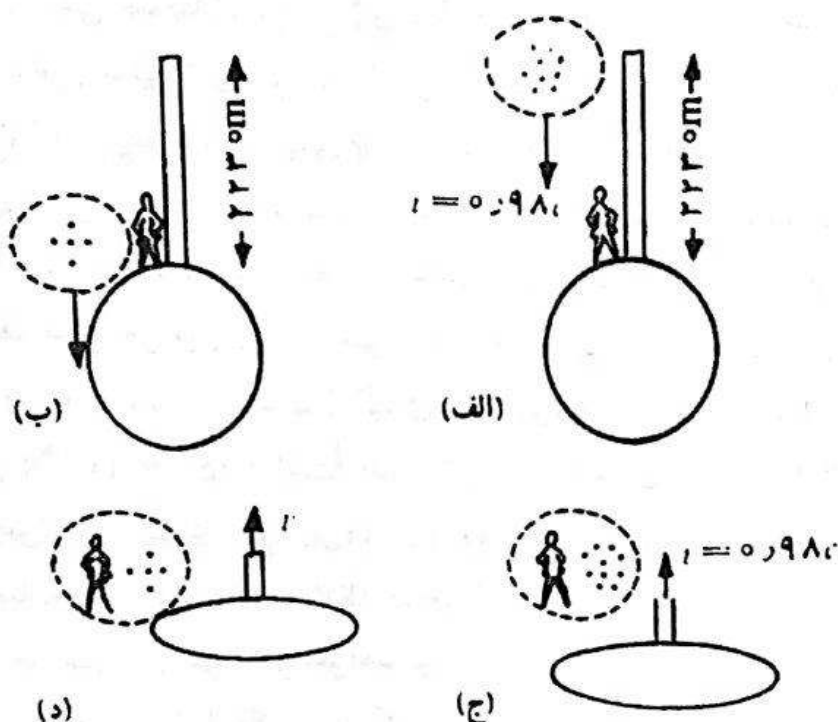
که در آن $T_0 = 1.52 \times 10^{-6}$ s نیم عمر در دستگاه لخت میونها، و v سرعت نسبی بین مزونها و ناظر است.

در برخورد بین ذرات با انرژی بالای پرتوهای کیهانی (اکثراً پروتونها) مربوط به فضای دور، با هسته‌های موجود در جو، میونها تولید می‌شوند و بعضی از آنها با سرعت خیلی نزدیک به c به سطح زمین نزدیک می‌شوند. بنابراین، برای چنین ذراتی اتساع زمان محسوس و به سادگی قابل مشاهده است.

۱۰۰۰ میون را که با سرعت $0.98c$ و از ارتفاع $L_0 = 223 \text{ km}$ به سطح زمین نزدیک می‌شوند در نظر می‌گیریم. این ارتفاع به وسیلهٔ ناظر ثابت روی زمین اندازه‌گیری می‌شود. این فاصله را می‌توان مانند شکل ۱۰۰۲ به وسیلهٔ یک تیر طویل ثابت و عمود بر سطح زمین نشان داد. نیم عمر میونها که به وسیلهٔ ناظر روی زمین اندازه‌گیری می‌شود عبارت است از $T = T_0 / [1 - (v/c)^2]^{1/2} = \Delta T_0 = 760 \times 10^{-6}$ s، و زمان پرواز آنها عبارت است از

$$\begin{aligned} L_0 / (0.98c) &= (223 \times 10^3 \text{ m}) / (0.98 \times 300 \times 10^8 \text{ m/s}) \\ &= 760 \times 10^{-6} \text{ s} \end{aligned}$$

(فقط به دلیل انتخاب مناسب L_0 این دو زمان با هم برابرند). بنابراین، از ۱۰۰۰ میون



شکل ۱۰.۲ از نظر ناظر ثابت بر روی زمین، میون‌ها و زمین با سرعت $0.98c$ به یکدیگر نزدیک می‌شوند؛ (الف) 1000 میون به زمین نزدیک می‌شوند، (ب) 500 میون و انباشیده به زمین می‌رسند. از نظر ناظر همراه بامیون‌ها، (ج) زمین به 1000 میون نزدیک می‌شود، (د) زمین به 500 میون و انباشیده می‌رسد.

اولیه که در ارتفاع 2.23 km قرار دارند، تنها 500 میون بدون واپاشی، به سطح زمین خواهند رسید.

از نظر ناظری که با میون‌های واپاشان در حال حرکت است، رویدادهای واپاشی میون‌ها چگونه به نظر می‌رسد؟ این ناظر درمی‌یابد که نیمی از میون‌ها در زمان $T_0 = 1.52 \times 10^{-6} \text{ s}$ واپاشیده می‌شوند؛ به علاوه می‌بیند که زمین و تیر عمودی با سرعت $0.98c$ به او نزدیک می‌شوند. در اثر پدیده انقباض فضا، فاصله زمین از این ناظر منقبض می‌شود (یعنی تیر ثابت عمود بر زمین منقبض می‌شود). در زمانی که ناظر 1000 میون را می‌شمارد، فاصله زمین از خود را فقط برابر 0.446 km $[1 - (0.98)^2]^{1/2} = 0.446 \text{ km}$ اندازه می‌گیرد. از این رو، از نظر این ناظر، زمان پرواز برابر

$$(446 \text{ m}) / (0.98 \times 300 \times 10^8 \text{ m/s}) = 1.52 \times 10^{-6} \text{ s}$$

است. ولی این درست همان نیم عمر واپاشی در دستگاه سکون میون‌هاست؛ بنابراین، ناظر واقع در این دستگاه نیز می‌بیند که وقتی زمین به میون‌ها می‌رسد، از هر 1000 میون اولیه

فقط ۵۰۰ میون باقی می‌مانند. اگرچه بازه‌های زمانی و طولی اندازه‌گیری شده به وسیله ناظر واقع بر زمین و به وسیله ناظر همراه با میونها متفاوت است، ولی هردو در این موضوع توافق دارند که وقتی زمین و میونها به یکدیگر می‌رسند ۵۰۰ میون باقی می‌ماند.

اگر مفاهیم کلاسیکی ما در مورد فضا و زمان معتبر می‌بودند هیچ اتساع زمانی وجود نمی‌داشت و ناظر روی زمین نیم‌عمر میونهای در حال حرکت را برابر $1.52 \times 10^{-6} \text{ s}$ و زمان پرواز را برابر $(1.52 \times 10^{-6}) / (0.76 \times 10^{-6})$ ، یعنی ۵ برابر نیم‌عمر اندازه می‌گرفت. چون فقط نیمی از میونها در هر نیم‌عمر جان سالم بدر می‌برند، لذا ناظر روی زمین پیشگویی می‌کند که $1/32 = (1/2)^5$ از ۱۰۰۰ میون اولیه بدون واپاشی به سطح زمین می‌رسند. از این رو، بدون در نظر گرفتن اثرهای نسبی، ناظر باید فقط ۳۱ میون واپاشیده را بباید. این موضوع با آزمایش وفق نمی‌دهد. اثرهای مشاهده شده اتساع زمان، در مورد ذرات خیلی سریع مؤکداً فزینسیتی را تأیید می‌کنند.

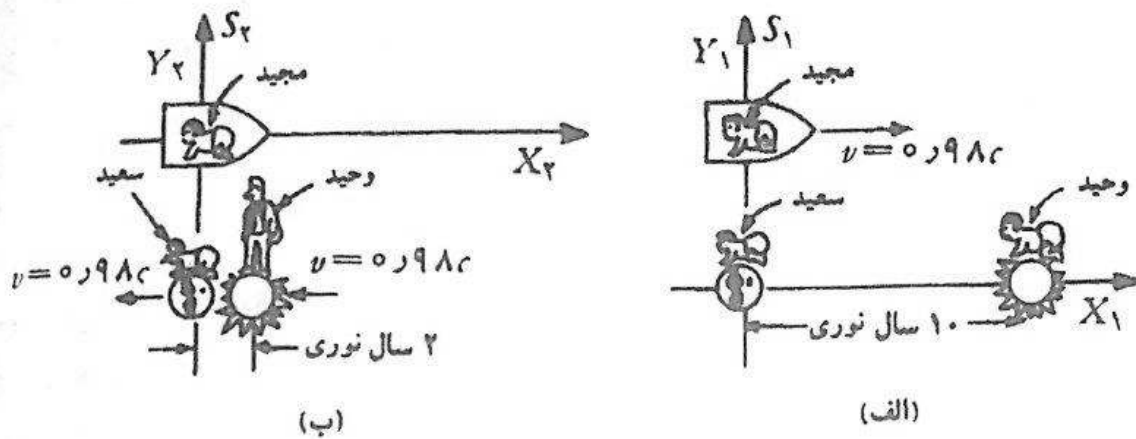
در کتابشناسی این فصل، مرجع يك فیلم در این مورد را مشاهده کنید.

مثال ۳.۲ در این مثال می‌خواهیم چند رویداد بخصوص یعنی تولد و مرگ سه نفر را بررسی کنیم. برای اینکه بتوان از تبدیلات لورنتس، معادلات (۲۴.۲)، استفاده کرد، دو دستگاه لخت S_1 و S_2 را، که محورهای آنها مطابق شکل ۱۱.۲ است، در نظر می‌گیریم؛ S_2 نسبت به S_1 با سرعت $0.98c$ در امتداد $+X_1$ حرکت می‌کند. می‌توان S_1 را به عنوان يك دستگاه لخت که در آن زمین به حال سکون است و S_2 را به منزله يك دستگاه لخت که در آن يك سفینه فضایی به حال سکون است، تصور کرد.

در زمان $t_1 = t_2 = 0$ ناظرهای S_1 تولد همزمان هر سه نفر را ثبت می‌کنند: سعید در مبدأ S_1 ، وحید در $x_1 = +10$ سال نوری (يك سال نوری فاصله‌ای است که يك تاب نوری در مدت يك سال طی می‌کند)، و مجید در مبدأ S_2 متولد می‌شوند.* شکل ۱۱.۲ الف را ببینید. از نظر ناظر واقع در S_1 ، سعید و وحید هردو در طول عمر هفتاد ساله خود به حال سکون باقی می‌مانند؛ از طرف دیگر، مجید در سفینه فضایی، که در دستگاه S_2 ساکن است، متولد و در آن به حال سکون باقی می‌ماند. عمر مجید نسبت به دستگاه S_2 نیز دقیقاً هفتاد سال است.

الف) از نظر ناظرهای S_1 ، مجید چقدر عمر می‌کند؟

* اسامی این سه نفر در متن اصلی به ترتیب John، Jim و Dick است. م.



شکل ۱۱.۲ (الف) رویداد تولد همزمان سعید، وحید، و مجید از نظر دستگاه S_1 و (ب) رویداد تولد همزمان سعید و مجید از نظر دستگاه S_2 . در ب ناظرهای واقع در دستگاه S_2 وحید را ۴۹ ساله و به فاصله ۲ سال نوری از سعید و مجید مشاهده می‌کنند. جدول ۱.۲ را ملاحظه کنید.

(ب) از نظر ناظرهای S_2 ، سعید و وحید چقدر عمر می‌کنند؟

(ج) از نظر ناظرهای S_2 ، سعید و وحید چقدر از یکدیگر فاصله دارند؟

در این مسئله بهتر است اندازه‌گیری زمان را بر حسب سال و فاصله را بر حسب سال نوری انجام بدهیم. در این صورت، سرعت بر حسب سال نوری بر سال سنجیده خواهد شد. از این رو، با توجه به این یکاها، سرعت نور برابر یک سال نوری بر سال است. $c = 1 \text{ yr/yr}^*$ ، و سرعت حرکت S_2 نسبت به S_1 برابر، $v = 0.98c = 0.98 \text{ yr/yr}^*$ است. واضح است که بر حسب این یکاها، سرعت هر جسمی همواره عددی بین صفر و یک خواهد بود.

معادلات (۲۴.۲)، مختصات فضا-زمانی هر رویدادی را که در دستگاه‌های S_1 و S_2 اندازه‌گیری می‌شود، بدیگدیگر مربوط می‌کنند. در مسئله زمین و سفینه فضایی، شش رویداد وجود دارند: تولد و مرگ سعید، تولد و مرگ وحید، و تولد و مرگ مجید. چنانچه مختصات فضا-زمانی رویدادی را که در یکی از دستگاه‌ها اندازه‌گیری می‌شود بدانیم، برای بدست آوردن مختصات همان رویداد در دستگاه دیگر می‌توان از روابط (۲۴.۲) استفاده کرد. مختصات فضا-زمانی شش رویداد، که در دو دستگاه S_1 و S_2 مشاهده شده‌اند، در جدول ۱.۲ آمده‌اند؛ در این جدول کمینهای معلوم و کمینهای که از روابط (۲۴.۲) محاسبه شده‌اند مشخص شده‌اند.

* yr مخفف year (سال) و l-yr مخفف light-year (سال نوری) است.

جدول ۱۰۲

مختصات فضا-زمان		رویداد
$S_2(x_2; t_2), v/c = 0.98$	$S_1(x_1; t_1)$	
تولد سعید (۰ ; ۰) مفروض (۰ ; ۰) محاسبه شده		
مرگ سعید (۳۵۰ yr ; ۰) مفروض (۰ ; ۷۰ yr) محاسبه شده		
تولد وحید (۰ ; ۱۰ l-yr) مفروض (۵۰ l-yr ; -۴۹ yr) محاسبه شده		
مرگ وحید (۷۰ yr ; ۱۰ l-yr) مفروض (۳۰۱ yr ; -۲۹۳ l-yr) محاسبه شده		
تولد مجید (۰ ; ۰) مفروض (۰ ; ۰) محاسبه شده		
مرگ مجید (۳۵۰ yr ; ۳۴۳ l-yr) محاسبه شده (۷۰ yr ; ۰) مفروض (۰ ; ۰) محاسبه شده		

يك نمونه از محاسبه مختصات فضا-زمانی به قرار زیر است:

تولد وحید را در نظر می‌گیریم. ناظرهای ساکن در S_1 محل تولد وحید را در $x_1 = +10 \text{ l-yr}$ و زمان تولد او را در $t_1 = 0$ ثبت می‌کنند. ناظرهای ساکن در S_2 محل و زمان تولد وحید را با استفاده از روابط (۲۴.۲) به صورت زیر محاسبه می‌کنند

$$x_2 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{10 \text{ l-yr} - 0}{\sqrt{1 - (0.98)^2}} = 5(10 \text{ l-yr}) = 50 \text{ l-yr}$$

$$t_2 = \frac{t_1 - (v/c^2)x_1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = 5\left(0 - 0.98 \frac{10 \text{ l-yr}}{1 \text{ l-yr/yr}}\right) = -49 \text{ yr}$$

ناظرهای S_2 ، محل تولد وحید را به فاصله ۵۰ سال نوری از محل تولد مجید و سعید، و از نظر زمانی ۴۹ سال قبل از تولد آن دو ثبت می‌کنند.

حال، رویداد مرگ وحید را بررسی می‌کنیم. از نظر ناظرهای S_1 رویداد مرگ وحید در $x_1 = 10 \text{ l-yr}$ و $t_1 = 70 \text{ yr}$ به وقوع می‌پیوندد. با استفاده از روابط (۲۴.۲)، از نظر ناظرهای S_2 ، این رویداد چنین است

$$x_2 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = 5\left(10 \text{ l-yr} - \frac{0.98 \text{ l-yr}}{\text{yr}} 70 \text{ yr}\right) = -293 \text{ l-yr}$$

$$t_2 = \frac{t_1 - (v/c^2)x_1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = 5 \left[70 \text{ yr} - \left(\frac{0.981 \text{ l-yr}}{\text{yr}} \right) \frac{10 \text{ l-yr}}{(1 \text{ l-yr/yr})^2} \right] \\ = 301 \text{ yr}$$

سایر مختصات فضا - زمانی به همین طریق محاسبه می‌شوند.
حال با استفاده از جدول ۱۰۲ پاسخ به سؤالات مطرح شده در آغاز این مثال آسان است:

(الف) از نظر ناظرهای S_1 ، مجید چقدر عمر می‌کند؟ با استفاده از جدول ۱۰۲ طول عمر مجید از نظر ناظرهای S_1 چنین است

$$t_1(\text{مرگ}) - t_1(\text{تولد}) = 350 \text{ yr} - 0 \text{ yr} = 350 \text{ yr}$$

این موضوع با اتساع زمان ساعت‌های متحرک، معادله (۲۹.۲)، توافق دارد. در این مثال طول عمر شخص در حال حرکت، ۵ برابر افزایش یافته است.

(ب) از نظر ناظرهای S_2 طول عمر سعید و وحید چقدر است؟

طول عمر سعید از نظر ناظرهای S_2 چنین است

$$t_2(\text{مرگ}) - t_2(\text{تولد}) = 350 \text{ yr} - 0 \text{ yr} = 350 \text{ yr}$$

طول عمر وحید از نظر ناظرهای S_2 برابر است با

$$t_2(\text{مرگ}) - t_2(\text{تولد}) = (301 \text{ yr}) - 0 \text{ yr} = 301 \text{ yr}$$

این نیز با رابطه (۲۹.۲) توافق دارد.

(ج) از نظر ناظرهای S_2 ، در هر لحظه فاصله سعید و وحید چقدر است؟ محل‌های

تولد سعید و وحید باید در یک زمان مشترک t_2 در S_2 تعیین شوند. چون می‌دانیم که وحید نسبت به S_2 با سرعت 0.981 l-yr/yr حرکت می‌کند، می‌خواهیم برای سهولت محل تولد او را در لحظه $t_2 = 0$ که در آن سعید در مبدأ قرار دارد، پیدا کنیم. جدول ۱۰۲ نشان می‌دهد که وحید در محل $x_2 = +50 \text{ l-yr}$ و در زمان $t_2 = -49 \text{ yr}$ متولد شده است. آنگاه ۴۹ سال بعد وحید مسافت $(0.981 \text{ l-yr/yr})(49 \text{ yr}) = 48 \text{ l-yr}$ را به طرف چپ پیموده است. بنابراین، در زمان $t_2 = 0$ وحید در محل

$$50 \text{ l-yr} - 48 \text{ l-yr} = +2 \text{ l-yr}$$

از مبدأ S_2 خواهد بود. در این زمان، سعید در مبدأ S_2 است (درست لحظه تولدش). بنابراین، از نظر ناظر S_2 ، در زمان $t_2 = 0$ سعید و وحید به اندازه ۲۰ سال نوری از یکدیگر فاصله دارند. این مقدار با فاصله بین آنها که در چارچوب مرجع S_1 مشاهده می‌شود متفاوت است. سعید و وحید در S_1 به حال سکون‌اند و فاصله آنها از یکدیگر ۱۰ سال نوری است. البته این فواصل با پدیده انقباض فضا، معادله (۲۷.۲)، توافق دارند. توجه

کنید که در زمان $t_1 = t_2 = 0$ ناظرهای S_2 در لحظه تولد سعید و مجید، وحید را ۴۹ ساله می‌یابند، شکل ۱۱.۲ ب را ملاحظه کنید. از طرف دیگر، از نظر ناظرهای S_1 وحید، سعید و مجید همگی همزمان متولد می‌شوند.

۷.۲ رویدادهای فضا-زمانی و مخروط نوری

رویدادهای متوالی فضا - زمانی مثال ۳.۲ را که در دستگاه S_1 و S_2 مشاهده می‌شوند در نظر می‌گیریم.

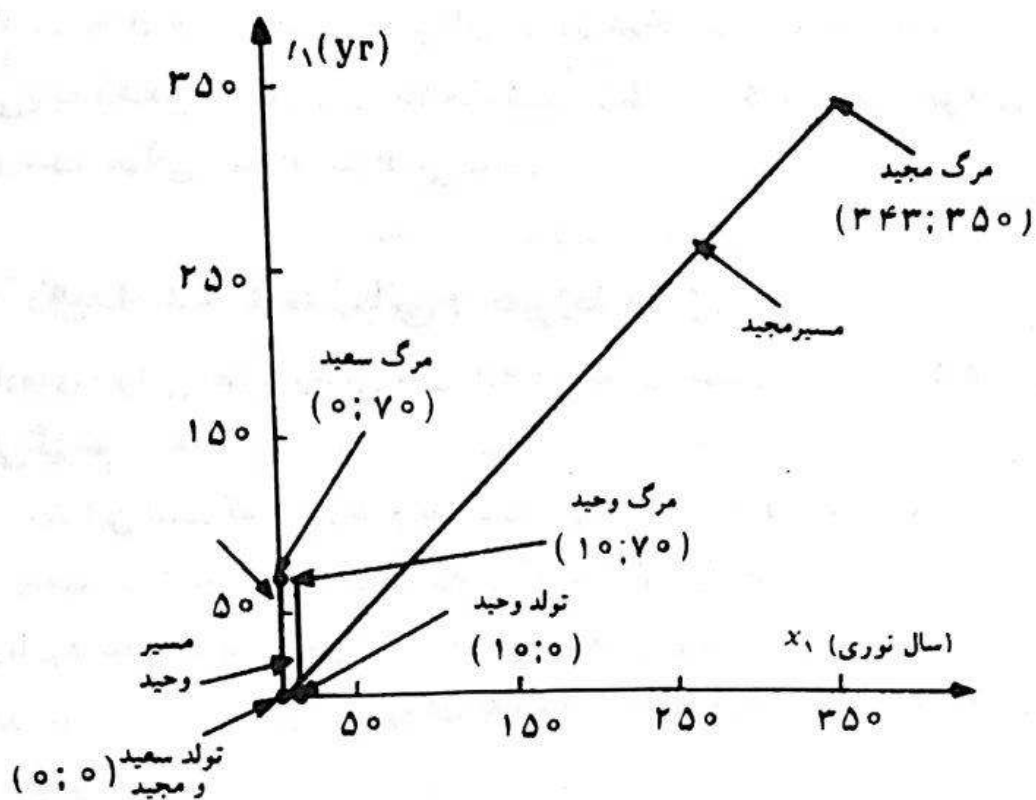
بهترین است که ۶ رویداد فضا - زمانی جدول ۱.۲ را در یک نمودار فضا - زمانی نشان بدهیم. در شکل ۱۲.۲، رویدادهایی که در S_1 و S_2 مشاهده می‌شوند در نمودارهایی که زمان t محور قائم و تغییر مکان x محور افقی آنهاست نشان داده شده‌اند؛ توجه کنید که در نمودارهای معمولی، تغییر مکان به وسیله محور قائم و زمان توسط محور افقی نشان داده می‌شوند.

از شکل ۱۲.۲ الف به وضوح دیده می‌شود که در S_1 تمام رویدادهایی که در امتداد یک خط افقی روی می‌دهند همزمان‌اند. از این‌رو، هر سه رویداد تولد در یک زمان $t_1 = 0$ به وقوع می‌پیوندند و مرگ سعید و وحید در دستگاه S_1 رویدادهای همزمانی‌اند که در زمان $t_1 = 70 \text{ yr}$ واقع می‌شوند. به طور مشابه، رویدادهایی که در امتداد یک خط قائم به وقوع می‌پیوندند دارای یک مکان فضایی‌اند. مثلاً، رویدادهای تولد سعید و مجید و مرگ سعید همگی در نقطه $x_1 = 0 \text{ l-yr}$ اتفاق می‌افتند، و تولد و مرگ وحید در نقطه، $x_1 = 10 \text{ l-yr}$ روی می‌دهند.

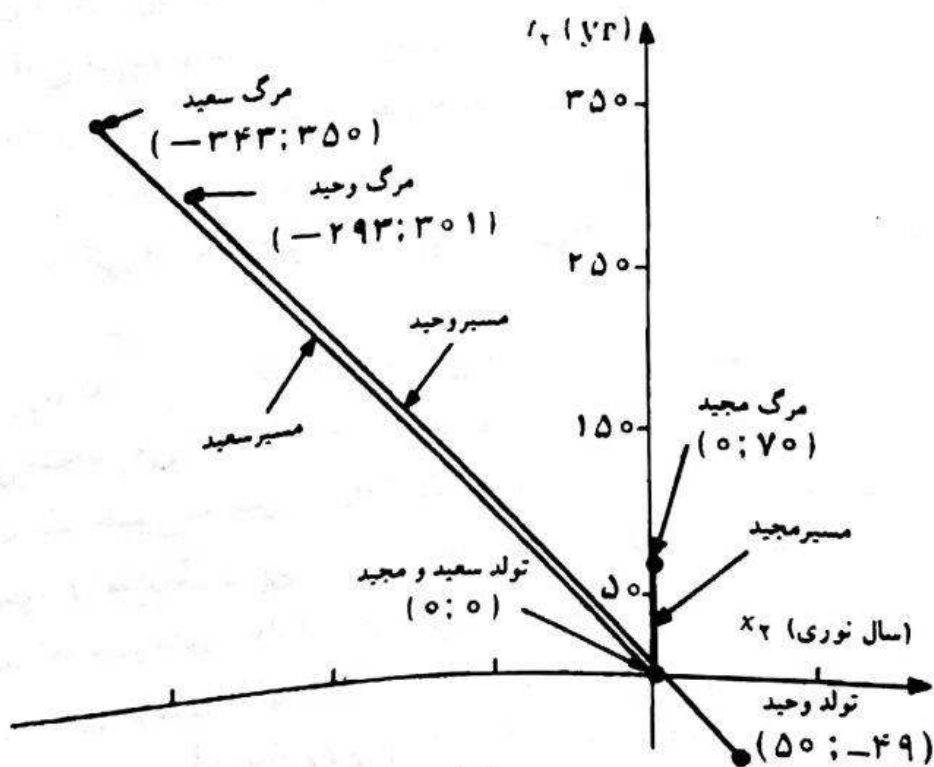
«مسیری» که زمان رویدادهای متوالی مربوط به یک تک جسم را در یک نمودار فضا - زمانی مشخص می‌کند، مکان جسم، یعنی x را به صورت تابعی از t ، به دست می‌دهد. چون سرعت یک جسم به صورت $\Delta x / \Delta t$ تعریف می‌شود، شیب مسیر فضا - زمانی، که نسبت به محور t اندازه‌گیری می‌شود، سرعت جسم را به دست می‌دهد. شکل ۱۲.۲ الف نشان می‌دهد که مسیرهای سعید و وحید هر دو به صورت قائم و دارای شیبهای صفرند؛ بنابراین سرعتهای هردوی آنها صفر است. از طرف دیگر مسیر مجید به صورت خط مستقیمی است که از مبدأ به نقطه $(t_1 = 350 \text{ yr}; x_1 = 343 \text{ l-yr})$ منتهی می‌شود. شیب، یا سرعت عبارت است از

$$v_1(\text{مجید}) = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{343 \text{ l-yr}}{350 \text{ yr}} = 0.98 \text{ l-yr/yr}$$

شکل ۱۲.۲ ب یک نمودار فضا - زمانی از همان شش رویدادی است که در جدول



(الف)

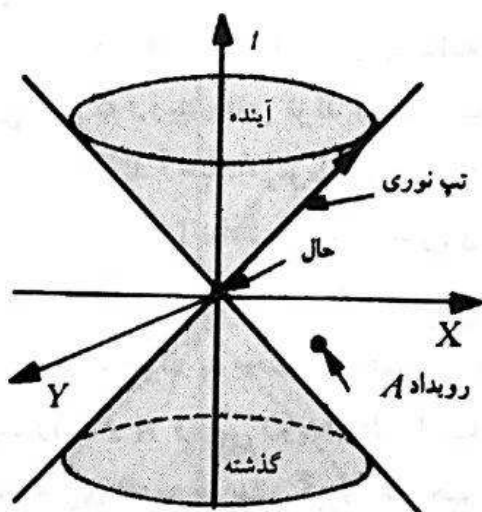


(ب)

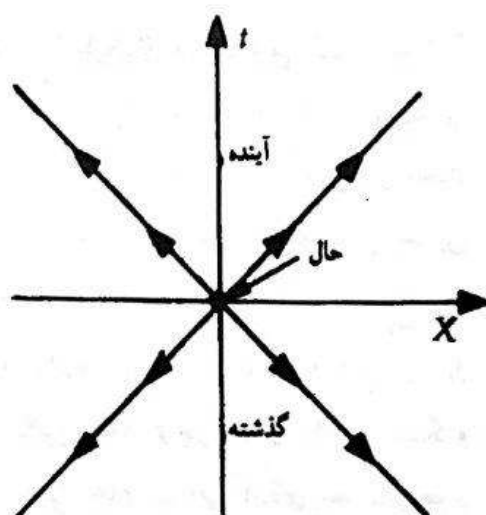
شکل ۱۲.۲ نمودار فضا-زمانی رویدادهای مربوط به جدول ۱۲.۱،
(الف) آن طور که در دستگاه S_1 مشاهده می‌شوند. (ب) آن طور که در
دستگاه S_2 مشاهده می‌شوند.

۱۰۲ آمده‌اند، منتهی در اینجا این رویدادها در دستگاه S_p مشاهده می‌شوند. از دیدگاه ناظرهای S_p فقط دورویداد همزمان‌اند؛ رویدادهای تولد سید و مجید. منیر فضا-زمانی مجید در دستگاه S_p به صورت قائم است و این نشانگر آن است که مجید در دستگاه S_p ساکن باقی می‌ماند. شیب مسیرهای فضا-زمانی سید و وحید هر دو نسبت به محور t_p ، نظیر سرعت، یکسان و برابر $0.981 - y_F/y_F$ هستند.

تمام نتایج پیشین مربوط به رویدادها را می‌توان مستقیماً از این دو شکل استخراج کرد. آیا حدی برای بزرگی شیب مسیر فضا-زمانی وجود دارد؟ بلی وجود دارد. با توجه به اصل موضوع دوم نسبیت، می‌دانیم که سرعت نور در تمام دستگاههای لخت یکسان و علاوه بر آن بیشینه است. بنابراین شیب مسیر فضا-زمانی در هیچ دستگاه لختی نمی‌تواند از c بیشتر باشد. اگر یکاهای طول و زمان را چنان برگزینیم که بزرگی c برابر ۱ شود، در آن صورت شیب بیشینه مساوی ۱ خواهد شد. بنابراین، مسیر فضا-زمانی یک تپ نوری با محور زمان زاویه 45° خواهد ساخت. شکل ۱۳.۲ مسیرهای فضا-زمانی دو تپ نوری را که یکی در امتداد محور $+X$ و دیگری در امتداد محور $-X$ حرکت می‌کند نشان می‌دهد. در زمان $t=0$ هر دو تپ در مبدأ مختصات یعنی، در $x=0$ هستند. البته شیب هر تپ نوری برابر $1 - y_F/y_F$ است. شیب مسیر فضا-زمانی هیچ ذره‌ای هرگز نمی‌تواند از این مقدار بیشتر باشد. هرگاه محور Y را عمود بر صفحه کاغذ برگزینیم، در آن صورت، مسیرهای نوری، یک مخروط نوری را که محور آن محور زمان است تولید می‌کنند؛ شکل ۱۴.۲ را ملاحظه کنید.



شکل ۱۴.۲ مخروط نوری، که زمان t در امتداد محور آن است. محور Y عمود بر صفحه کاغذ، یعنی عمود بر محورهای X و t است.



شکل ۱۳.۲ مسیرهای فضا-زمانی دو تپ نوری که در امتداد محور X و در دو جهت مخالف حرکت می‌کنند.

توانایی هر رویدادی، مانند رویداد (o, o) ، محدود به تأثیرپذیری از چیزی در گذشته $(t < 0)$ یا تأثیرگذاری بر رویدادهایی در آینده $(t > 0)$ است. در شکل ۱۴.۲؛ تنها رویدادهای واقع در مخروط «گذشته» می‌توانند بر حال، در مبدأ فضا-زمانی، تأثیر بگذارند، به طور مشابه، یک رویداد در زمان حال، فقط می‌تواند بر رویدادهایی که درون مخروط «آینده» قرار می‌گیرند تأثیر بگذارد. رویدادهایی که خارج از مخروط نوری شکل ۱۴.۲ واقع می‌شوند، همچون رویداد A ، نمی‌توانند بر رویدادی واقع بر رأس مخروط مؤثر باشند؛ زیرا در غیر این صورت، علامت نوری باید با سرعتی بیش از c از A به یک رویداد در رأس آن مربوط شوند، ولی هیچیک از رویدادهای خارج از مخروط نمی‌توانند به رویداد واقع در رأس مربوط شوند.

برای تصویر رویدادهایی که به طور علی به هم مربوط می‌شوند، مجدداً به شش رویداد جدول ۱۰.۲ برمی‌گردیم. نخست از نظر ناظر S_1 و سپس از نظر ناظر S_2 ، رویدادهای تولد همزمان سعید و مجید را به عنوان رویداد رأس مخروط برمی‌گزینیم. از شکل ۱۲.۲ الف می‌توان دریافت که تمام رویدادها بجز تولد وحید می‌توانند به طور علی به یکدیگر مربوط شوند. هیچ تردیدی در مورد تأثیر تولد سعید بر مرگ او وجود ندارد، و همین مطلب در مورد تولد و مرگ مجید هم صادق است. چون مرگ وحید داخل قسمت آینده رأس مخروط رویداد قرار می‌گیرد می‌تواند از رویدادی واقع در رأس آن نیز تأثیر بپذیرد.

در شکل ۱۲.۲ ب که در آن رویدادها را از دیدگاه ناظر S_2 مشاهده می‌کنیم، مجدداً درمی‌یابیم که رویدادهای تولد مجید و سعید به طور علی می‌توانند به تمام رویدادهای دیگر، بجز تولد وحید، مربوط شوند. با وجودی که وحید ۴۹ سال قبل از سعید و مجید متولد می‌شود، به اندازه ۵۰ سال نوری از آنها دور است، و برای رسیدن سریعترین علامت ممکن، یعنی نور، به محل تولد سعید، ۵۰ سال زمان لازم است.

مسئله مربوط به بحث بالا همان مسئله توالی رویدادهاست. اگر ناظر واقع در S_1 نخست رویداد A و سپس رویداد B را مشاهده کند، آیا این امکان وجود دارد که در دستگاه لخت دیگری B بر A پیشی گیرد؟ خواهیم دید که در بعضی حالات این امکان حقیقتاً وجود دارد، ولی نه در تمام حالات. آیا این بدان معناست که نظریه نسبیت، علیت دو رویداد مربوط به هم را، نسبت به تمام ناظرها، حفظ نمی‌کند. با استفاده از تبدیلات لورنتس می‌توان به این سؤالات پاسخ گفت.

هر دو رویدادی را در دستگاه فضا-زمانی چهار بعدی در نظر می‌گیریم.

رویداد شکل ۱۵.۲ الف را مشاهده می‌کند. همواره می‌توان مختصات فضا-زمانی را طوری برگزید که یکی از رویدادها، مانند A ، در مبدأ مختصات بدو قوع بیوندد. مختصات رویداد B را با (x_1, y_1, z_1, t_1) مشخص می‌کنیم.

مختصات فضا-زمانی دو رویداد A و B که به وسیله ناظر دوم در S_2 اندازه‌گیری می‌شوند به وسیله تبدیلات لورنتس مختصات، معادلات (۲۴.۲) بیان می‌شوند. برای سهولت فرض می‌کنیم که

$$\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \equiv \gamma$$

باشد. آنگاه مختصات مشاهده شده به وسیله ناظر S_2 به شرح زیر است

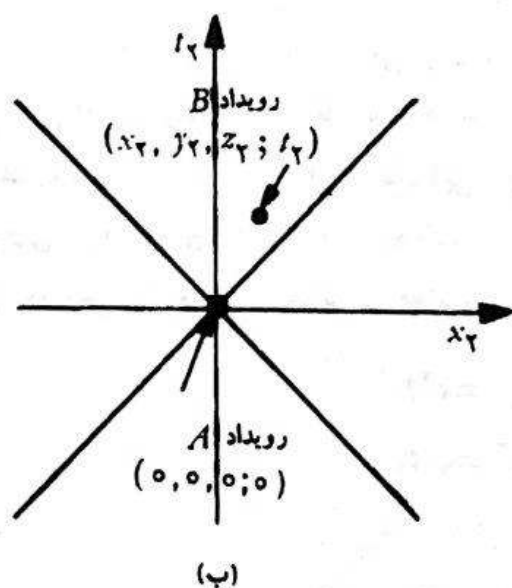
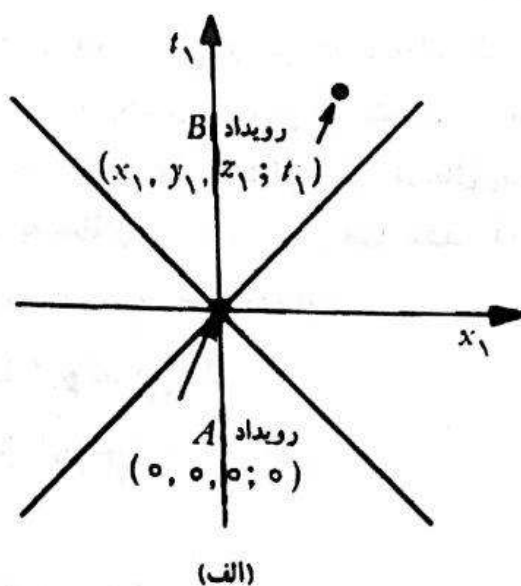
$$x_2 = \gamma(x_1 - vt_1) = 0 \quad \text{رویداد } A:$$

$$y_2 = y_1 = 0$$

$$z_2 = z_1 = 0$$

$$t_2 = \gamma(t_1 - \frac{v}{c^2}x_1) = 0$$

$$x_2 = \gamma(x_1 - vt_1) \quad \text{رویداد } B:$$



شکل ۱۵.۲ دو رویداد فضا-زمانی که در (الف) دستگاه S_1 و (ب) دستگاه S_2 مشاهده می‌شوند.

$$y_2 = y_1$$

$$z_2 = z_1$$

$$t_2 = \gamma(t_1 - \frac{v}{c^2}x_1)$$

شکل ۱۵.۲ ب، رویدادهای A و B را که در دستگاه S_2 مشاهده شده‌اند نشان می‌دهد. این دستگاه در امتداد محور $+X_1$ با سرعت v حرکت می‌کند. رویداد A برای همه دستگاههای لخت یکسان و دارای مختصات $(0, 0, 0; 0)$ است. بنابراین، بازه‌های فضایی و زمانی بین دو رویداد A و B تنها همان مختصات B خواهد بود. بدیهی است که در این دودستگاه، بازه‌های فضایی بین رویدادها یکسان، یا ناوردا، نیست. این بازه‌ها را با L_1 و L_2 نشان می‌دهیم، و داریم

$$L_1^2 = (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)$$

$$L_2^2 = (x_2^2 + y_2^2 + z_2^2) \neq L_1^2$$

بازه‌های زمانی نیز یکسان نیستند

$$t_2 \neq t_1$$

آیا بازه‌ای مانسته بازه‌های جدایی فضایی و بازه‌های زمانی فیزیک گالیله وجود دارد که تحت تبدیل لورنتس ناوردا باشد؟ در حقیقت چنین بازه‌ای وجود دارد و بدآسانی آن را به وسیله تبدیلات لورنتس می‌توان پیدا کرد. به‌خاطر می‌آوریم که تبدیلات لورنتس بر این اصل موضوع که تمام ناظرها سرعت ثابت و یکسان c را برای يك علامت نوری اندازه می‌گیرند تکامل یافت. بنابراین، چنانچه رویداد A نمایشگر آغاز ارسال يك تب نوری و رویداد B نشان‌دهنده ورود همان تب به نقطه (x, y, z) در فضا باشد، آنگاه هر دو ناظر S_1 و S_2 باید برای علامتهای نوری چنین به‌دست آورند

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = c^2 t_1^2$$

$$x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 = c^2 t_2^2$$

و یا

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 t_1^2 = 0$$

$$x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - c^2 t_2^2 = 0$$

همه ناظرهای لخت مقدار کمیت $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$ را برای رویدادهای

علامتهای نوری، یکسان و برابر صفر اندازه می گیرند. چون این کمیت ترکیبی از بازه فضایی و بازه زمانی بین دو رویداد است، این سؤال مطرح می شود که آیا این کمیت بین هر دو رویدادی ناورد است؟ اینک به تحقیق این موضوع می پردازیم. برای دستگاه S_v ، این بازه برابر با $x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - c^2 t_2^2$ است. با استفاده از تبدیلات لورنتس، می توان تمام مختصات را بر حسب مختصات مربوط به دستگاه S_1 بیان کرد:

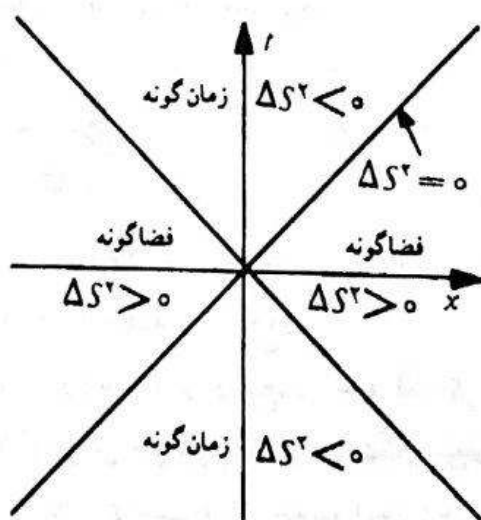
$$x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - c^2 t_2^2 = \gamma^2 (x_1 - vt_1)^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 \gamma^2 (t_1 - \frac{v}{c^2} x_1)^2$$

باصط جملات طرف راست و خلاصه کردن آنها، و با توجه به $\gamma = 1/[1 - (v/c)^2]^{1/2}$ چنین به دست می آوریم

$$\Delta S^2 = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - c^2 t_2^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 t_1^2 \quad (30.2)$$

از این رو کمیت ΔS^2 ، که بازه فضا-زمانی نامیده می شود، یک کمیت ناورد است که در همه دستگاههای لخت دارای مقداری یکسان است. همان طور که در اینجا معلوم شد. این کمیت، بازه فضا-زمانی بین هر رویداد مانند (x_1, y_1, z_1, t_1) و رویداد $(0, 0, 0, 0)$ است. سه گستره مقادیر برای این بازه، به صورت زیر، وجود دارد.

$\Delta S^2 = 0$. در این حالت $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$ است و رویدادها به وسیله علامتهای نوری به یکدیگر مربوط می شوند. تمام نقاط فضا-زمانی که با $\Delta S^2 = 0$ به مبدأ مربوط می شوند، مخروط نوری را تولید می کنند. شکل ۱۶.۲ را ببینید.



شکل ۱۶.۲ نواحی فضا-زمانی برای بازه فضا-زمانی بزرگتر، مساوی و کوچکتر از صفر.

$\Delta S^2 > 0$. در این حالت $x^2 + y^2 + z^2 > c^2 t^2$ است و ناحیه مربوط به آن را فضاگونه می نامند. همان طور که قبلاً توضیح داده شد، رویدادهای واقع در این ناحیه به طور علی به رویداد $(0, 0, 0; 0)$ مربوط نمی شوند، زیرا در این حالت علامتهای نوری باید با سرعتهایی بیشتر از c حرکت کنند.

$\Delta S^2 < 0$. در این حالت $x^2 + y^2 + z^2 < c^2 t^2$ است. این ناحیه را زمان گونه می نامند. و تمام رویدادهای واقع در این ناحیه می توانند به طور علی به رویداد $(0, 0, 0; 0)$ ارتباط داده شوند.

درباره علیت چه می توان گفت؟ یعنی، هرگاه رویداد B رویداد A را در یک دستگاه دنبال کند، آیا آن را در دستگاه دیگری نیز دنبال خواهد کرد؟ در اینجا نیز در دستگاه S_1 رویداد A را با $(0, 0, 0; 0)$ و B را با (x_1, y_1, z_1, t_1) نشان می دهیم. آنگاه بازه زمانی در دستگاه S_2 چنین بیان می شود

$$t_2 = \gamma(t_1 - \frac{v}{c^2} x_1) \quad (31.2) \text{ و } (24.2)$$

x_1, t_1 و v می توانند دارای مقادیر مثبت یا منفی باشند ولی، بدون توجه به علامتها، به علت ناوردایی بازه فضا-زمانی باید رابطه زیر برقرار باشد

$$x_2^2 - c^2 t_2^2 = x_1^2 - c^2 t_1^2$$

چنانچه رویداد B در دستگاه S_1 رویداد A را دنبال کند، در آن صورت $t_1 > 0$ خواهد بود. آنگاه با استفاده از رابطه (31.2)، اگر $(v/c^2)x_1 > t_1$ باشد، یعنی اگر $(v/c)x_1 > c^2 t_1^2$ باشد، $t_2 > 0$ خواهد بود.

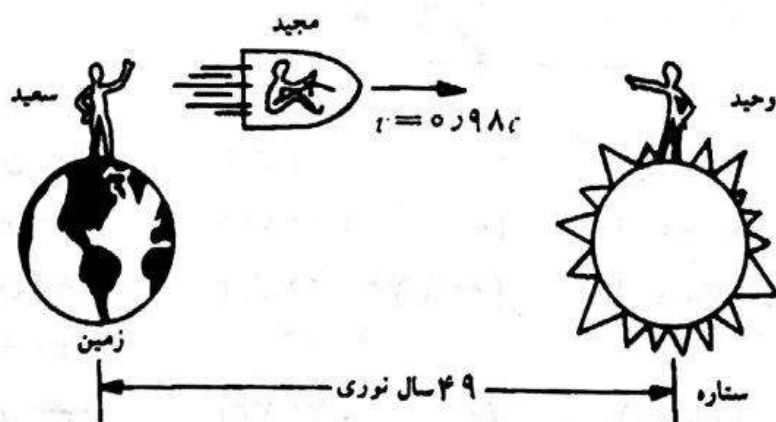
در این صورت، $v/c < 1$ است؛ بنابراین برای هر رویداد زمان گونه $(\Delta S^2 < 0)$ با $t_1 > 0$ خواهیم داشت، $t_2 > 0$ ؛ ناظرهای تمام دستگاههای لخت همواره رویداد B را به دنبال رویداد A مشاهده خواهند کرد. به طور مشابه، در مخروط زمان گونسه با $t_1 < 0$ ، همواره $t_2 < 0$ است؛ در آن صورت در تمام دستگاهها، رویداد B بر رویداد A پیشی خواهد گرفت. در مورد رویدادهای واقع در ناحیه زمان گونه، علیت پایسته می ماند. از طرف دیگر، در مورد رویدادهای واقع در ناحیه فضا گونه هیچگونه ترتیب منحصر به فردی وجود ندارد. مثلاً، فرض می کنیم که در دستگاه S_1 ، رویداد B رویداد A را دنبال می کند، در آن صورت $t_1 > 0$ است و با توجه به رابطه (31.2)، اگر $(v/c^2)x_1 < t_1$ باشد، یعنی اگر $(v/c)x_1 < c^2 t_1^2$ باشد، $t_2 < 0$ خواهد بود. البته، این می تواند در ناحیه فضا گونه اتفاق بیفتد؛ از این رو، وجود یا عدم وجود یک نظم معکوس بستگی به

این دارد که رویداد در کجای این ناحیه قرار دارد.

۸.۲ پارادوکس دوقلو

ناظرهای واقع در دستگاههای لخت مختلف، يك رویداد را در نقاط مختلف فضا و در زمانهای متفاوت مشاهده می کنند. توصیف صحیح هر رشته از رویدادها را می توان در هر يك از دستگاههای لخت ارائه کرد؛ دستگاههای مختلف فقط در مورد زمان و مکان رویدادها با هم توافق ندارند. برای مثال، دستگاه لخت S_1 را در نظر می گیریم که در آن زمین و يك ستاره نسبتاً نزدیک (به فاصله ۴۹ سال نوری از زمین) در حال سکون اند. می خواهیم گذران عمر سه نفر را مشاهده کنیم: دوقلوها، سعید و مجید که روی زمین متولد شده اند، و وحید که همزمان با سعید و مجید، ولی در سیاره ای نزدیک به ستاره (به فاصله ۴۹ سال نوری از زمین) به دنیا آمده است. توجه کنید که تمام اندازه گیریها نسبت به ناظرهای ساکن در S_1 انجام می شوند و تمام اظهارات زیر در مورد آنها صادق است.

چون سرعت علامتهای نوری متنهای است، کمترین زمانی که وحید می تواند از تولد دوقلوها با خبر شود ۴۹ سال است؛ زمانی که طول می کشد تا يك علامت نوری فاصله بین زمین و ستاره را طی کند. همین طور دوقلوها در لحظه آگاهی از تولد وحید ۴۹ ساله خواهند بود. حال فرض می کنیم که، وقتی هر سه نفر ۲۰ ساله اند، مجید عزم سفر به ستاره وحید بکند. فرض می کنیم که مجید خیلی سریع به سرعت $v = 0.98c$ نسبت به S_1 برسد و آنگاه با سرعت ثابت به طرف ستاره به حرکت خود ادامه دهد، شکل ۱۷.۲ را ببینید. مجید هنگام ورود به ستاره سریعاً از سرعت خود می کاهد تا به حال سکون در آید. با استفاده از نظریه نسبیت می دانیم که تمام ناظرهای S_1 توافق دارند که مجید با سرعت 0.98 l-yr/yr به سوی ستاره سفر کرده است و مسافت ۴۹ سال نوری را در بازه زمانی $50 \text{ yr} = (49 \text{ l-yr}) / (0.98 \text{ l-yr/yr})$



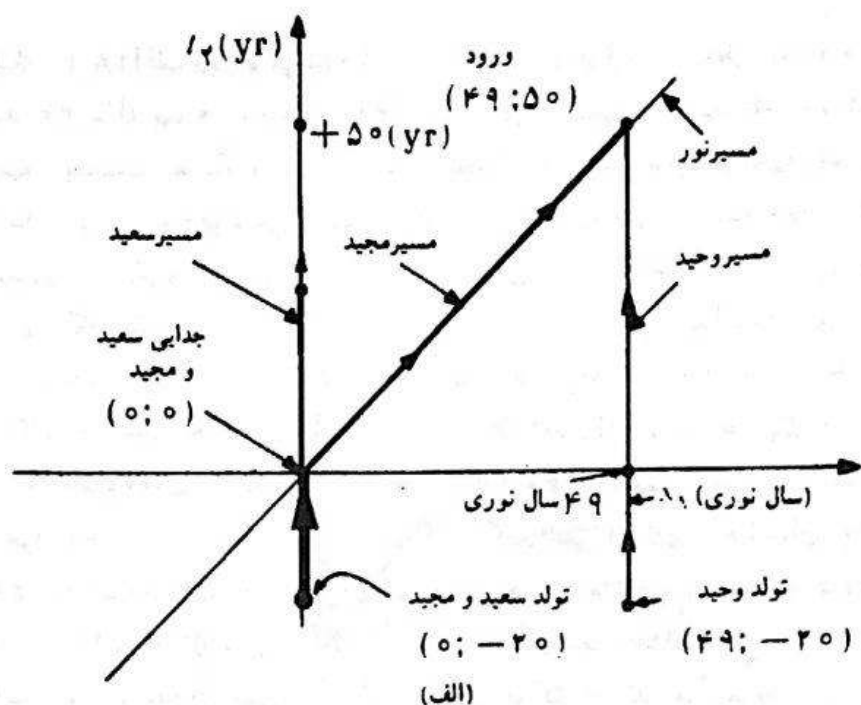
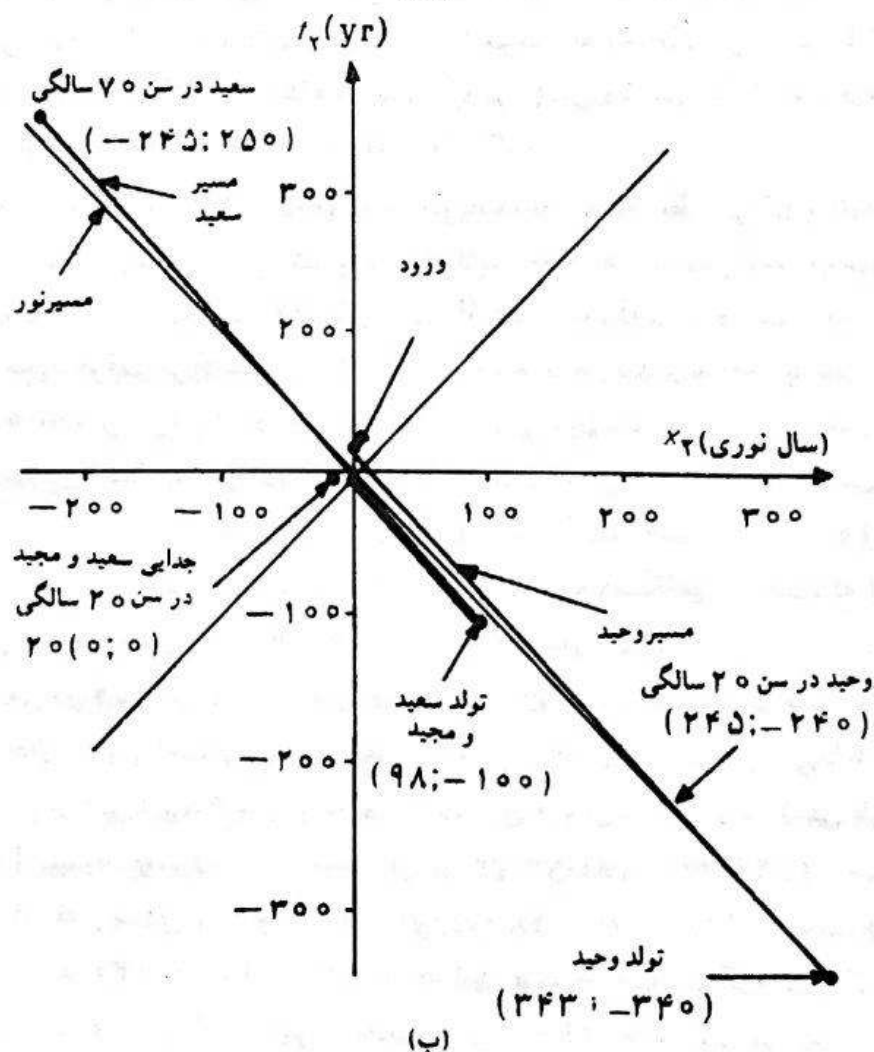
شکل ۱۷.۲ سفر مجید به يك ستاره که به وسیله ناظرهای S_1 مشاهده می شود. جدول ۲.۲ را ببینید.

پیموده است. بنابراین هنگام ورود مجید به ستاره، وحید ۷۰ ساله ($۲۰ + ۵۰$) خواهد بود. البته در این زمان سعید نیز ۷۰ ساله است. از طرف دیگر، وحید و سعید هر دو آهنگ گذر عمر مجید مسافر را فقط یک پنجم آهنگ گذر عمر خود مشاهده خواهند کرد، زیرا مجید با سرعت $c/۰.۹۸$ نسبت به چارچوب مرجع آنها یعنی S_1 در حرکت است. بنابراین از دیدگاه آنها از عمر مجید، در حین مسافرت، فقط به اندازه $۱۰/۵ = ۵۰/۵$ سال خواهد گذشت. در آن صورت وقتی مجید وحید را ملاقات می کند $۳۰ = ۱۰ + ۲۰$ سال خواهد داشت. بنابراین از دیدگاه وحید، مجید مسافر ۳۰ ساله خواهد بود و وحید که با مجید در یک زمان متولد شده است، هنگام ملاقات با او ۷۰ سال خواهد داشت. این صحیح است، ولی عجیب به نظر می رسد.

این وضعیت باید با نظر مجید سازگار باشد. می خواهیم ببینیم که آیا مجید نیز در هنگام ملاقات با وحید، موافق خواهد بود که وحید ۷۰ ساله و خودش فقط ۳۰ ساله است. تا ۲۰ سالگی هر ۳ نفر توافق دارند که ۲۰ ساله اند. آنگاه مجید به دستگاه لخت S_2 که با سرعت $c/۰.۹۸$ نسبت به S_1 در حرکت است می پرد. در دستگاه S_2 رویدادها چگونه به نظر می رسند؟ اگر در زمان $t_1 = 0 = t_2$ مجید و سعید در یک نقطه از فضا، یعنی در $x_1 = x_2 = 0$ باشند، آنگاه از نظر دستگاه لخت S_2 ، برای یافتن مکان فضایی و زمانی این سه نفر باید تبدیلات لورنتس محتصات را در زمان عزیمت و همچنین در زمان دیرتری که وحید و مجید در ستاره همدیگر را ملاقات می کنند به کار ببریم. معادلات (۲۴.۲). رویدادهای مهم فضا-زمانی، آنچنان که به وسیله ناظرهای S_1 و S_2 مشاهده می شوند در جدول ۲.۲ فهرست شده اند، و شکل ۱۸.۲ این رویدادها را نمایش می دهد، توجه کنید که، برای سهولت، مبدأ نمودارهای فضا-زمانی را رویداد جدا شدن مجید از سعید برگزیده ایم (شکل ۱۸.۲).

جدول ۲.۲

مختصات فضایی و سن		رویداد	
از نظر S_1	از نظر S_2 ، $v/c = 0.98$		
		فاصله سعید و مجید:	
(۰ ; ۲۰ yr)	(۰ ; ۱۰۰ yr)	محل وسن سعید	
(۰ ; ۲۰ yr)	(۰ ; ۱۰۰ yr)	محل وسن مجید	
(۲۹ l-yr ; ۲۰ yr)	(۳۴۰ yr ; ۹۷۸ l-yr)	محل وسن وحید	
		ملاقات مجید و وحید:	
(۰ ; ۷۰ yr)	(-۹۷۸ l-yr ; ۱۱۰ yr)	محل وسن سعید	
(۲۹ l-yr ; ۳۰ yr)	(۰ ; ۱۱۰ yr)	محل وسن مجید	
(۲۹ l-yr ; ۷۰ yr)	(۰ ; ۳۵۰ yr)	محل وسن وحید	

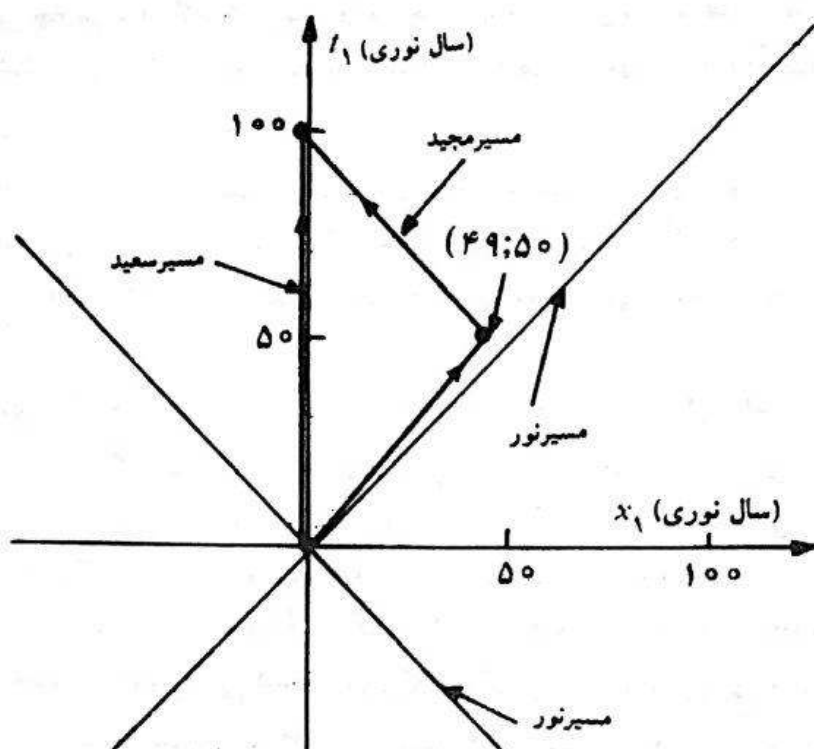


شکل ۱۸.۲ مسیرهای فضا-زمانی سعید، وحید و مجید از نظر: (الف) ناظرهای S_1 و (ب) ناظرهای S_2 . جدول ۲.۲ را ببینید.

در شکل ۱۸.۲ الف دیده می شود که گرچه از دیدگاه ناظر S_1 وحید در لحظه عزیمت مجید ۲۰ ساله بود و به اندازه ۴۹ سال نوری از سعید و مجید فاصله داشت، ولی از دیدگاه مجید، بیستمین سالگرد تولد وحید با لحظه جدا شدن سعید و مجید همزمان نیست، بلکه ۲۴۰ سال زودتر به وقوع می پیوندد، شکل ۱۸.۲ ب را ببینید. به علاوه، از نظر S_1 وحید در بیستمین سالگرد تولدش به اندازه ۲۴۵ سال نوری از مبدأ دستگاه S_1 فاصله دارد. از دیدگاه دستگاه S_1 (شکل ۱۸.۲ ب) وحید ۱۰ سال پس از جدا شدن سعید و زمین از سفینه فضایی مجید، به مبدأ می رسد. از این رو مجید $110 = 100 + 10$ سال خواهد داشت. از نظر دستگاه S_1 ، وحید هنگام ملاقات، چند سال خواهد داشت؛ از نظر S_1 ، وحید از زمان تولد خود تا هنگام ملاقات با مجید، $350 = 100 + 250$ سال عمر کرده است، شکل ۱۸.۲ ب را ببینید. چون وحید نسبت به S_1 در حرکت است، گذر عمر او تنها به اندازه یک پنجم گذر عمر ناظرهای S_1 خواهد بود؛ از این رو سن وحید هنگام ملاقات با مجید $70 = 350/5$ سال خواهد بود، و این همان سنی است که از نظر وحید و سعید مشاهده می شود. ناظرهای واقع در هر دو دستگاه روی گذران نسبی عمر این سه نفر توافق دارند. متأسفانه این مسافرت یک طرفه ساده این امکان را نمی دهد که سعید و مجید را مجدداً به یکدیگر برسانیم، تا اینکه هر یک بتواند مستقیماً سن دیگری را مشاهده کند. بررسی چنین وضعیتی با یک مسافرت رفت و برگشتی، «پارادوکس دوقلوی» معروف را مطرح می کند.

سعید و مجید دوقلو را که روی زمین متولد شده اند در نظر می گیریم. در سن ۲۰ سالگی مجید به یک سفینه فضایی، که با سرعت ثابت $0.98c$ از زمین دور می شود می پرد. هنگام رسیدن به یک ستاره، که ۴۹ سال نوری از زمین فاصله دارد و نسبت به آن در حال سکون است، مجید توقف می کند، یک سلام سریع به وحید می کند و مجدداً با سفینه خود، با سرعت $0.98c$ به زمین برمی گردد. هنگام ورود به زمین، مجید سریعاً به حال سکون درمی آید و همزاد خود سعید را ملاقات می کند. سؤال، هنگام ملاقات، سن هر کدام چقدر است؛ از نظر دستگاه S_1 ، سن مجید، هنگام ملاقات با وحید، ۱۱۰ سال است. چون برای ۱۰۰ سال اول مجید نسبت به دستگاه S_1 در حرکت است، عمرش نسبت به دستگاههای لخت، که او در آنها همواره در حال سکون است، برابر $30 = 100/5 + 10$ سال است.

نخست می خواهیم وضعیت را از نظر چارچوب مرجع سعید نظاره کنیم. سعید در چارچوب لخت S_1 به حال سکون است و در طول سفر مجید، به همین صورت باقی می ماند. مجید از دیدگاه خود، مسافت کل ۹۸ سال نوری را در این مسافرت رفت و برگشتی طی می کند، شکل ۱۹.۲ را ببینید. چون سرعت مجید برابر $0.981 - y_T/y_T = 0.98c$ است، از نظر سعید زمان کل این مسافرت $100y_T = (0.981 - y_T/y_T)/(0.981 - y_T)$ است. وقتی مجید برمی گردد، سعید $120 = 100 + 20$ ساله خواهد بود. از طرف دیگر، در خلال این سفر، عمر مجید با این سرعت نمی گذرد؛ چون مجید با سرعت $0.98c$ حرکت می کند، در تمام طول مسافرت، به علت اتساع زمان، فقط به اندازه $20 = 100/5$ سال عمر خواهد کرد. بنابراین وقتی سعید و مجید یکدیگر را ملاقات می کنند، مجید فقط $40 = 20 + 20$ سال خواهد داشت.



شکل ۱۹.۲ مسیرهای فضا-زمانی سعید و مجید آنچنان که توسط ناظر S_1 مشاهده می‌شوند. جدول ۲.۲ را ببینید.

هنگامی که دوقلوها یکدیگر را ملاقات می‌کنند، از نظر دستگاه لخت S_1 سن آنها یکسان نخواهد بود، آنکه در حرکت است جوانتر خواهد ماند.

اوضاع از دیدگاه مجید چگونه است؟ می‌توان بحث را از دیدگاه مجید به صورت زیر دنبال کرد؛ رفت و برگشت مجید نسبت به سعید و زمین کاملاً هم ارز است با رفت و برگشت سعید و زمین، و نزدیک و دور شدن ستاره نسبت به مجید. آنگاه، چون سعید و زمین با سرعت ۰.۹۸c رفت و برگشت می‌کنند، می‌توان استدلال کرد که ساعت‌های روی زمین کند می‌شوند و آن‌هنگ گذر عمر سعید یک پنجم آن‌هنگ گذر عمر مجید خواهد بود. سرانجام، می‌توان تصور کرد که وقتی آنها دوباره به یکدیگر می‌رسند، مجید خواهد گفت که سعید از او جوانتر است. ولی این درست بر خلاف آن چیزی است که سعید پیشگویی می‌کند (سعید همواره روی زمین در حال سکون است). در این ملاقات سعید انتظار دارد که مجید جوانتر باشد، و مجید انتظار دارد که سعید از او جوانتر باشد. واضح است که هر دو نمی‌توانند صحیح بگویند، در غیر این صورت با یک پارادوکس روبرو خواهیم بود.

پیدا کردن سفسطه‌ای که در این استدلال به این پارادوکس منجر می‌شود چندان دشوار نیست. این البته درست است که می‌توان برای توصیف رفتار در جهان هر دستگاه لختی را به کار برد، همه دستگاه‌های لخت در توصیف قوانین فیزیکی هم ارزشمند و هیچکس نمی‌تواند

یکی را از دیگری متمایز کند. در مورد دستگاه مرجع ثابت بر زمین و دستگاه مرجع ثابت بر سفینه فضایی چه می‌توان گفت؟ آیا واقعاً هر يك از این دستگاه‌های لخت را می‌توان به عنوان يك تك دستگاه لخت تلقی کرد. دستگاهی که در آن بتوان اندازه‌گیری‌هایی مانند بازه‌های زمانی و فضایی را انجام داد؟

دستگاهی را که در آن زمین (و سعید) در حال سکون است، می‌توان با اطمینان، در خلال سفر مجید، به عنوان يك تك دستگاه لخت تلقی کرد. این دستگاه لخت را S_1 می‌نامیم. بنا بر این نسبت به پیشگوی سعید یقین داریم که وقتی مجید برمی‌گردد، از او جوانتر خواهد بود.

از طرف دیگر دستگاهی که در آن سفینه (و مجید) در حال سکون است، در تمام طول مسافت، يك تك دستگاه لخت نیست. در خلال اولین قسمت سفر، وقتی مجید و ستاره به یکدیگر نزدیک می‌شوند، مجید و سفینه در يك دستگاه لخت، که آن را S_2 می‌نامیم، در حال سکون‌اند. این دستگاه با سرعت ثابت $0.98c$ از زمین دور و به ستاره نزدیک می‌شود. مجید به محض ورود به ستاره و در لحظه بازگشت، که بلافاصله پس از ورود صورت می‌گیرد، دستگاه‌های لخت را تعویض می‌کند، و با دستگاه دیگری، S_3 ، برمی‌گردد که با سرعت ثابت $0.98c$ دلی به سوی زمین، در حرکت است. توجه کنید که مجید مسافر، بعضی از اندازه‌گیری‌های فضایی و زمانی را در دستگاه لخت S_2 و بعضی را در دستگاه لخت S_3 ، کاملاً متفاوت با S_1 ، انجام می‌دهد. چون نسبیت خاص محدود به ناظرهای لخت است، یعنی به ناظرهایی که همواره در يك تك دستگاه لخت باقی می‌مانند، بنا بر این در مورد دستگاه مجید صادق نیست. چون دستگاه مجید در طول سفر يك تك دستگاه لخت کامل نیست، بلکه در عوض، يك چهارچوب مرجع شتابدار است، برای تحلیل جزئیات رویدادهایی که از آن مشاهده می‌شوند، باید نظریه نسبیت عام را به کار برد. يك تحلیل مفصل از دستگاه مجید نشان می‌دهد که، مجید دقیقاً همان پیشگوی سعید را می‌کند که سعید در دستگاه لخت S_1 می‌کند، یعنی مجید (که همواره در يك دستگاه لخت نیست) در وقت ملاقات با سعید، جوانتر از سعید (که همواره در يك دستگاه لخت باقی می‌ماند) خواهد بود.

به طریق دیگری هم می‌توان نشان داد که سعید و مجید دو قلو، هم ارز هم نیستند. برای این کار فرض می‌کنیم که هر يك از این دو زندگی خویش را در داخل يك سفینه فضایی بگذرانند. سفینه فضایی سعید همواره بر زمین باقی می‌ماند و سعید هیچ رویدادی را در آن تجربه نمی‌کند. از طرف دیگر، مجید که سفینه فضایی او به يك سیاره دور دست می‌رود و باز می‌گردد، تجربه‌هایی کاملاً متفاوت دارد. هنگام پرواز، با شتاب گرفتن سفینه، مجید همراه با اشیاء غیر متصل داخل سفینه به دیواره سفینه پرتاب می‌شود و دستگاه‌های لخت مختلفی را عوض می‌کند؛ مجید تجربه مشابهی را هنگام ورود سفینه به سیاره خواهد داشت، ابتدا از سرعت خود می‌کاهد و سپس در جهت مخالف و در چهارچوب لخت دیگری بر سرعت خود می‌افزاید، سرانجام در بازگشت به موقعیت اولیه‌اش بر روی زمین، دوباره از شتاب سفینه‌اش می‌کاهد و برای سومین بار پرت شدن را تجربه می‌کند.

از این رو، هنگامی که دو قلوها به هم می‌رسند و تاریخچه زندگی خود را شرح می‌دهند درمی‌یابند که نه فقط سن آنها کاملاً متفاوت است بلکه مجید سه بار پرت شده است، در حالی که سعید در آرامش به سر برده است.

البته امکان توصیف مسافرتها و گذر عمر مجید و سعید از لحظه جدایی تا دیدار مجدد، از دیدگاه هر يك دستگاه لختی، وجود دارد. مثلاً، ناظری که همواره در دستگاه لخت S_2 است خواهد دید که زمین و ستاره همیشه با سرعتهای $0.98c$ در حرکت اند. از لحظه جدایی دو قلوها، تا هنگامی که ستاره از راه می‌رسد، ناظر، مجید و سفینه را ساکن مشاهده خواهد کرد، سپس خواهد دید که مجید و سفینه اش به سرعت شتاب می‌گیرند و با سرعتی بیشتر از $0.98c$ به سوی زمین حرکت می‌کنند. وقتی مجید به سعید و زمین می‌رسد ناظر S_2 درمی‌یابد که سن مجید کمتر از سن سعید است؛ این درست همانند تشخیص ناظر S_1 است. البته ناظر واقع در دستگاه لخت S_2 توصیف مبادلی ارائه خواهد کرد.

خلاصه

مکانیک کلاسیک در تبدیلات گالیله هم‌ورد است و با تجربه‌ای که در آن $v \ll c$ باشد توافق دارد.

توصیف صحیح جهان فیزیکی بر اساس ناوردایی سرعت نور و اصل نسبیت استوار است: تمام قوانین فیزیک، از جمله قانون سرعت نور در خلأ، در تمام دستگاههای لخت، در تبدیلات لورنتس هم‌وردا هستند.

تبدیلات لورنتس مختصات به شرح زیرند

$$\begin{aligned}x_2 &= \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \\y_2 &= y_1 \\z_2 &= z_1 \\t_2 &= \frac{t_1 - (v/c^2)x_1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}\end{aligned}\quad (24.2)$$

هیچ علامت و یا ذره‌ای نمی‌تواند با سرعتی بیشتر از سرعت نور در خلأ حرکت کند.

فیزیک نسبیت با مشاهدات تجربی زیر تأیید می‌شود: آزمایش مایکلسون-مورلی و آزمایش‌های مربوط به ناهم‌وردایی سرعت نور (c)؛ مشاهده مستقیم انبساط زمان در واپاشی میون؛ و مشاهده اینکه سرعت ذراتی که توسط شتابنده‌های با انرژی بالا شتاب یافته‌اند،

از c بیشتر نیست. در فصل بعد، با مطالعه تغییر جرم با سرعت و هم‌ارزی جرم و انرژی خواهیم دید که فیزیک نسبیت هر چه بیشتر تأیید می‌شود. گذر از فیزیک نسبیت به فیزیک کلاسیک را به‌طور نمادی می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\lim_{v/c \rightarrow 0} \text{فیزیک کلاسیک} = \text{فیزیک نسبیت}$$

معادلات تبدیل که بازه‌های طول و زمان را به هم مربوط می‌کنند چنین‌اند

شکل نسبیتی

$$L = L_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

شکل کلاسیک

$$L = L_0 \quad \text{طول:}$$

$$T = T_0 \quad \text{زمان:}$$

مسائل

۱. در اثر پدیده انقباض فضا، یک کره از نظر ناظری که با سرعت زیاد به طرف آن حرکت می‌کند، فشرده به نظر می‌رسد. اگر ناظری که به زمین نزدیک شود «ضخامت» کره زمین را در جهت حرکت خود یک پنجم قطر آن اندازه بگیرد، سرعش چقدر است؟
۲. در دستگاه مختصات مرکز جرم، دو جسم به جرم‌های m و $3m$ به ترتیب با سرعت‌های $+v$ و $-v/3$ به طرف یکدیگر در حرکت‌اند. این دو جسم یک برخورد کاملاً غیر کشان انجام می‌دهند. (الف) انرژی جنبشی کل قبل و بعد از برخورد و افزایش انرژی گرمایی ناشی از این برخورد را محاسبه کنید. (ب) قسمت الف را از دیدگاه ناظری محاسبه کنید که نسبت به مرکز جرم با سرعت $+v$ در حرکت است.
۳. فرض کنید که زمین با سرعت $300 \times 10^4 \text{ m/s}$ در آن حرکت می‌کند. یک تپ نوری به‌طور یک طرفه از چشمه‌ای به یک آشکارساز فرستاده می‌شود، آشکارساز در فاصله معلومی از چشمه قرار دارد. بردار تغییر مکان از چشمه تا آشکارساز (هر دو نسبت به زمین در حال سکون) موازی سرعت زمین نسبت به اتر است. بر حسب تبدیلات گالیلئ، زمان‌های گذر یک تپ نوری، که به وسیله ناظر ساکن نسبت به اتر و به وسیله ناظر ساکن نسبت به زمین اندازه‌گیری شده‌اند، وقتی که فاصله بین چشمه و آشکارساز برابر (الف) $308 \times 10^2 \text{ m}$ و (ب) $308 \times 10^8 \text{ m}$ (فاصله تا ماه) است، چقدرند؟
۴. دستگاه لخت S_1 نسبت به محیطی که در آن تپ‌های صوتی در حرکت‌اند ساکن است.

مشاهده می شود که تنها با سرعت ثابت 330 m/s حرکت می کنند. دستگاه لخت دیگر، S_2 ، با سرعت ثابت 240 m/s در امتداد محور X_1 حرکت می کند. نسبت به این محور (الف) یک تب صوتی باید در چه جهتی حرکت کند تا ناظر S_2 نیز همان سرعت 330 m/s را اندازه بگیرد، و (ب) آن ناظر در چه جهتی تب را در حال حرکت خواهد دید؟

۵. در یک انتهای لوله استوانه ای شکلی به طول 1.0 m ، یک چشمه نوری و در انتهای دیگر آن یک آینه قرار دارد. لوله در دستگاه لخت S_2 ساکن و بر سرعت دستگاه S_2 نسبت به دستگاه لخت S_1 یعنی بر $v = 10^{-4}c$ عمود است؛ شکل ۵.۲ را ببینید. ناظری در دستگاه S_1 مشاهده می کند که چشمه یک تب نوری را در جهت موازی با محور لوله گسیل می کند. با فرض اینکه اثر نسبت به S_1 ساکن باشد، از نظر ناظر S_2 ، تب در بازگشت خود به انتهای پایین لوله، در چه فاصله ای از چشمه نوری خواهد بود؟ (الف) با استفاده از تبدیلات گالیل، (ب) با استفاده از تبدیلات لورنتس.

۶. فرض کنید که در آزمایش مایکلسون-مورلی (رجوع کنید به بخش ۴.۲) طول استوانه ها 1.0 m و طول موج نور $5000 \text{ \AA}$ است. (الف) اگر سرعت زمین در اثر $3.0 \times 10^4 \text{ m/s}$ باشد، چه کسری از انتقال طول موج بین باریکه ها، هنگام ترکیب آنها وجود خواهد داشت؟ (ب) دستگاه آزمایش نسبت به اثر با چه سرعتی باید حرکت کند تا دو باریکه با اختلاف فاز 180° ترکیب شوند؟

۷. به کمک معادلات (۲۴.۲)، x_1 ، y_1 ، z_1 و t_1 را به طور جبری بر حسب x_2 ، y_2 ، z_2 و t_2 حل کنید. این نتایج ثابت می کنند که با تبدیل v به $-v$ و تعویض شاخصهای پایین تبدیلات لورنتس معکوس به دست می آید.

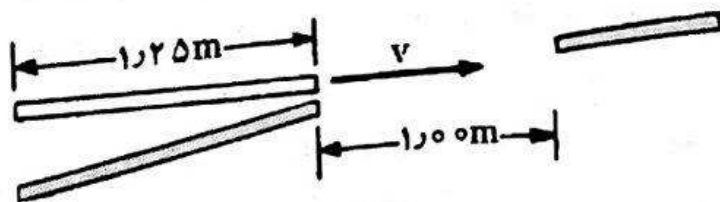
۸. پروتونها از یک شتابدهنده ذره ای با سرعت $0.8c$ خارج می شوند؛ سپس به یک لوله خلا وارد و در آن حرکت می کنند؛ و سرانجام به یک آشکارساز می رسند. طول لوله به وسیله ناظر ساکن در آزمایشگاه برابر 1.0 m اندازه گیری شده است. (الف) از نظر ناظری که همراه با یک پروتون در حرکت است چه مدت طول می کشد تا یک پروتون از یک انتهای لوله به انتهای دیگر آن برسد؟ (ب) ناظری که همراه با یک پروتون در حرکت است طول لوله را چقدر اندازه می گیرد؟

۹. تا چه حد صحیح است که گفته شود زمان برای ناظری که با سرعت نور در حرکت است به حال وقفه درمی آید؟

۱۰. از نظر ناظری واقع بر زمین، دوسفینه فضایی در لحظه‌ای که فاصله بین آنها $10^{10} \times 400$ m است در جهت برخورد دو در دو به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند. در این لحظه از نظر این ناظر یکی از سفینه‌ها منطبق بر زمین است. هر دو سفینه نسبت به دستگاه زمین با سرعت یکسان $0.98c$ حرکت می‌کنند. (الف) از نظر ناظر واقع بر زمین پس از چه زمانی دوسفینه با یکدیگر برخورد می‌کنند؟ (ب) از نظر ناظر واقع بر سفینه‌ای که در ابتدا منطبق بر زمین بود، پس از چه زمانی دوسفینه با یکدیگر برخورد می‌کنند؟

۱۱. يك میله سخت با محور X_1 زاویه θ_1 می‌سازد. از نظر ناظری که با سرعت v در جهت مثبت محور X_1 حرکت می‌کند، زاویه میله با این محور، θ_2 ، چقدر است؟

۱۲. می‌خواهیم میله‌ای به طول 1025 m را از پنجره‌ای به عرض 1000 m بگذرانیم. دقیقتر گفته باشیم، این میله با طول سکون 1025 m در حال حرکت. واز يك دهانه عبور می‌کند (شکل مربوط به مسئله ۱۲)، فاصله بین دو لبه دهانه، هنگامی که توسط ناظری که نسبت به پنجره در حال سکون است اندازه‌گیری شود، 1 m است. سرعت میله طوری است که، از نظر ناظر واقع در چارچوب مرجعی که در آن پنجره ساکن است، دو انتهای میله با دو لبه دهانه به‌طور همزمان منطبق می‌شوند. (الف) سرعت میله چقدر است؟ (ب) اکنون رویدادهای از دیدگاه ناظر همراه با میله در نظر می‌گیریم. عرض دهانه پنجره نسبت به این ناظر چقدر است؟ (ج) آیا از نظر ناظر همراه با میله دو انتهای میله به‌طور همزمان با دو لبه پنجره منطبق می‌شوند؟ اگر نه، کدام يك از دو انتهای میله، جلویی یا عقبی، نخست با یکی از لبه‌های پنجره منطبق می‌شود؟ (د) از نظر ناظر همراه با میله، بازه زمانی بین دو تطابق چقدر است؟



شکل مسئله ۱۲. میله در حال عبور از پنجره

۱۳. قطار A نسبت به ایستگاه با سرعت $0.80c$ به طرف شرق در حرکت است؛ قطار B

نسبت به همان ایستگاه با سرعت c 80% به سوی شمال می‌رود. سرعت قطار A نسبت به قطار B را پیدا کنید.

۱۴. در زیر، اتساع زمان را از طریق دیگری به دست می‌آوریم. فرض کنید، مطابق شکل ۵.۲ یک تپ نوری یک رفت و برگشت کامل را در امتداد محور یک استوانه انجام می‌دهد. (الف) بازه زمانی T_0 اندازه‌گیری شده توسط ناظری که نسبت به استوانه در حال سکون است چقدر است؟ زمان لازم برای یک رفت و برگشت کامل تپ T_0 است، این بازه زمانی را بر حسب طول استوانه (L) و سرعت نور (c) به دست آورید (ب) حال فرض کنید استوانه با سرعت v حرکت می‌کند، به طوری که محور استوانه بر امتداد حرکت ناظری که زمان رفت و برگشت تپ نوری را اندازه می‌گیرد عمود است. ناظر درمی‌یابد که سرعت تپ نوری باید c باشد، رابطه‌ای پیدا کنید که زمان رفت و برگشت T را بر حسب L ، v و c به دست بدهد. (ج) بین دو رابطه حاصل در قسمت الف و ب L را حذف کنید و T را بر حسب T_0 ، v و c به دست آورید.

۱۵. در آزمایشی که اخیراً در مورد پدیده اتساع زمان انجام گرفته است، یک هواپیمای جت، که از ساحلی به ساحل دیگر رفت و برگشت می‌کند، یک ساعت اتمی را با خود حمل می‌کند. بازه زمانی این ساعت با بازه زمانی ثبت شده در ساعت اتمی دیگری که روی زمین ساکن است مقایسه می‌شود. اگر فاصله بین دو ساحل 4000 km و سرعت هواپیما 1000 km/h باشد، ساعت در حال حرکت نسبت به ساعت ساکن، طی یک رفت، تقریباً چند ثانیه عقب می‌افتد؟ (در واقع، با احتساب حرکت دورانی زمین حول خورشید و حرکت مداری آن حول محور خود، این محاسبه خیلی پیچیده می‌شود.)

۱۶. یک سفینه فضایی باید فاصله $10^{12} \text{ m} \times 6$ را برای رسیدن به جایگاه اولیه خود طی کند. دستگاه‌های تأمین حیات درون سفینه می‌توانند ۲۵ ساعت دیگر هم دوام آورند. برای اینکه مسافری سفینه از این سفر جان سالم به در ببرند کمینه سرعت سفینه نسبت به سیاره جایگاه اولیه چقدر است؟

۱۷. یک سفینه فضایی نسبت به کهکشان در مجاورت خود با سرعت c 98% در حرکت است. ناظرهای واقع در سفینه درمی‌یابند که $10^{-8} \text{ s} \times 6$ طول می‌کشد تا سفینه از نشانه فضایی کوچکی که نسبت به کهکشان ساکن است عبور کند. (الف) از نظر مسافری سفینه، طول کل سفینه چقدر است؟ (ب) از نظر ناظرهایی که نسبت به نشانه فضایی در حال سکون‌اند، طول سفینه چقدر است؟

۱۸. با وجودی که سرعت انتشار امواج الکترومغناطیسی در تمام چارچوبهای مرجع، c است، بسامد و طول موج امواج تکفام از یک چارچوب مرجع تا چارچوب دیگر متفاوت است؛ یعنی، اثر دوپلر نسبیتی وجود دارد. موج تکفامی را که در جهت مثبت محور X_1 حرکت می‌کند می‌توان از رابطه $y_1 = y_0 \sin 2\pi(\nu_1 t_1 - x_1/\lambda_1)$ محاسبه کرد، که در آن ν_1 و λ_1 بسامد و طول موج اندازه‌گیری شده به وسیله ناظر S_1 اند. همین موج که در امتداد محور X_2 در چارچوب مرجع S_2 مشاهده می‌شود باید دارای شکل $y_2 = y_0 \sin 2\pi(\nu_2 t_2 - x_2/\lambda_2)$ باشد. (الف) با استفاده از تبدیلات لورنتس مختصات ν_2 و λ_2 را بر حسب ν_1 و λ_1 و سرعت نسبی بین دو چارچوب مرجع (ν) پیدا کنید. (ب) نشان دهید وقتی $v \ll c$ است، اثر دوپلر نسبیتی به اثر دوپلر کلاسیک تحویل می‌شود.

۱۹. کهکشانهای دوردست با سرعتهایی به بزرگی $۵۸۱c$ از زمین دور می‌شوند. (الف) اگر به وسیله ناظری که نسبت به ستاره‌ای در حال سکون است، طول عمر ستاره ۱۵ بیلیون سال اندازه‌گیری شود، واگر ستاره با سرعت $۵۸۱c$ نسبت به زمین در حرکت باشد عمر این ستاره از نظر ناظر واقع بر زمین چقدر خواهد بود؟ (ب) ناظری که نسبت به این ستاره ساکن است، نور فرا بنفش با طول موج $2000 \text{ \AA}$ را مشاهده می‌کند. طول موج این نور نسبت به ناظر واقع بر زمین چقدر خواهد بود و در چه قسمتی از طیف الکترومغناطیسی قرار خواهد گرفت؟

۲۰. (الف) با چه سرعتی باید یک ساعت نسبت به ناظری واقع بر زمین حرکت کند تا به اندازه $۵۰c$ ثانیه در یک سال ($3.16 \times 10^7 \text{ s}$) عقب بیفتد؟ (ب) این سرعت را با سرعت 30000 km/h یک قمر، که در مجاورت سطح زمین به دور آن می‌چرخد، مقایسه کنید.

۲۱. یک قطار سریع با سرعت $۸c$ نسبت به زمین در حرکت است. شخصی در این قطار با سرعت $۸c$ نسبت به قطار می‌دود. فرض کنید که جهت‌های این دو سرعت یکسان‌اند. سرعت دهنده نسبت به زمین چقدر است؟

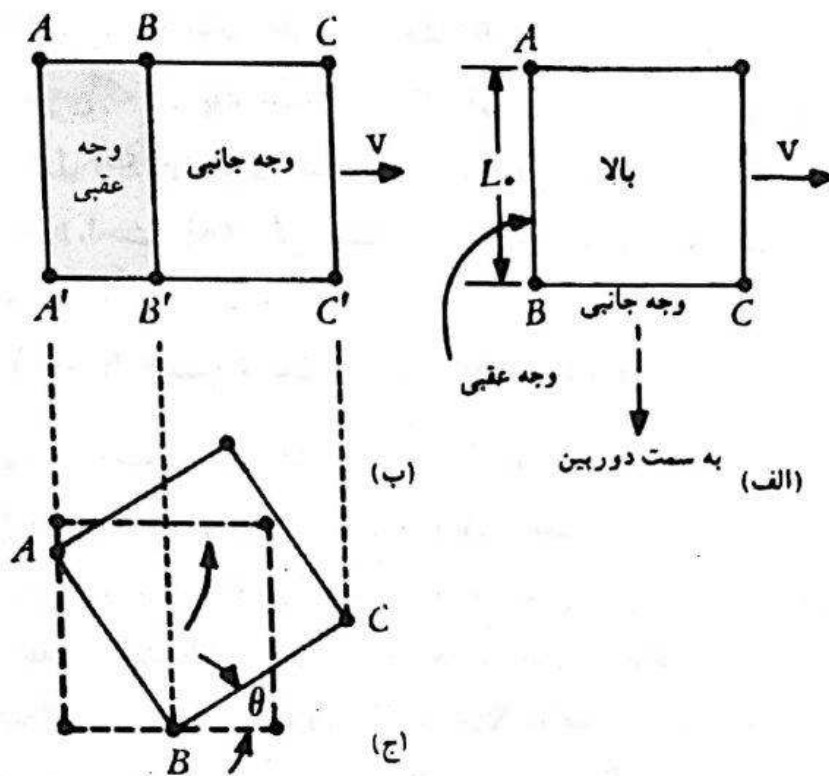
۲۲. قطار سریعی با سرعت $۸c$ از کنار دو تیری که بر روی زمین ثابت شده‌اند عبور می‌کند. این دو تیر در امتداد یکی از خطوط آهن قرار دارند و از نظر ناظری واقع بر زمین، 125 m از یکدیگر فاصله دارند. هنگام عبور قطار، ناظرهای روی زمین دو انتهای جلو و عقب قطار را به طور همزمان منطبق بر این دو تیر مشاهده می‌کنند. (الف) از نظر ناظری که با قطار حرکت می‌کند طول قطار چقدر است؟ (ب) از

نظر ناظر روی زمین، چه مدت طول می کشد تا تمامی قطار از مقابل يك تیر بگذرد؟
(ج) از نظر ناظری که در يك نقطه قطار ایستاده است، بازه زمانی بین عبور قطار از مقابل تیرهای اول و دوم چقدر است؟ (د) از نظر ناظرهای سوار بر قطار فاصله بین دو تیر چقدر است؟ (ه) اگر انطباق دو انتهای قطار با دو تیر از دیدگاه ناظر واقع بر زمین به طور همزمان صورت بگیرد، از نظر ناظر واقع در قطار، کدام انتهای قطار (جلو یا عقب) نخست بر یکی از تیرها منطبق خواهد شد؟

۲۳. (الف) ناظری در دستگاه S_1 مشاهده می کند که در مکان $x_1 = 0$ در زمان $t_1 = 0$ انفجاری رخ می دهد. در نزدیکی آن مکان و کمی بعد از انفجار اول، انفجار دیگری در $x_1 = 120 \text{ km}$ و $t_1 = 120 \times 10^{-6} \text{ s}$ به وقوع می پیوندد. سرعت ناظر دوم S_2 نسبت به S_1 چقدر باید باشد تا وقوع هر دو انفجار را به طور همزمان مشاهده کند؟
(ب) يك رشته انفجار دیگر به وسیله ناظر S_2 به صورت زیر مشاهده می شود: يك انفجار در $x_2 = 0$ و $t_2 = 0$ و انفجار دیگری در $x_2 = 120 \text{ km}$ و $t_2 = 120 \times 10^{-6} \text{ s}$. این رویدادها از نظر ناظر S_1 کجا و کی به وقوع می پیوندند؟

۲۴. میله ساکنی در دستگاه S_1 به موازات محور X_1 قرار گرفته است. طول آن به وسیله ناظر S_1 برابر با L_0 اندازه گیری می شود. (الف) طول میله را در دستگاه S_2 ، که در امتداد محور X_1 با سرعت v در حرکت است، محاسبه کنید. (ب) دو انتهای میله متحرک، که نمایشگر دو رویدادند، باید در S_2 همزمان باشند. اختلاف زمانی بین همین دو رویداد، که در دستگاه S_1 اندازه گیری می شوند، چقدر است؟ (ج) فرض کنید در دستگاه S_1 که در آن میله ساکن است، دو انتهای میله را به عنوان دو رویداد همزمان برگزیده اید. در این صورت اختلاف فضایی و زمانی بین این دو رویداد از نظر ناظر S_2 چقدر بود؟

۲۵. طول هر ضلع يك مکعب نورانی در حال سکون برابر L_0 است. دوربینی از این مکعب عکسبرداری می کند. مکعب با سرعت زیاد v نسبت به دوربین حرکت می کند. دوربین در فاصله دوری از مکعب، که در امتداد عمود بر خط واصل بین آنها حرکت می کند، قرار دارد، شکل مسئله ۲۵ قسمت الف را ببینید. در مدت کوتاهی که در بچه دوربین برای عکسبرداری باز است فقط نوری را که از لبه های A ، B و C مکعب خارج و به دوربین وارد می شود بررسی می کنیم. تپهای نوری که به طور همزمان نقاط A ، B و C را ترك می کنند (در چارچوب مرجع دوربین) به طور همزمان به دوربین نمی رسند؛ نور دارای سرعت معینی است و مسافت طی شده توسط آن از A بیشتر از



شکل مسئله ۲۵. مکعب متحرکی که در امتداد عمود بر جهت حرکت آن عکسبرداری شده است؛ (الف) نما از بالا، (ب) عکس جانبی مکعب، (ج) تعبیری از (ب) که در آن مکعب چرخیده است.

B و C است؛ در نتیجه، طی لحظه کوتاهی که در یچه دورین باز است، نور گسیل شده از لبه دورتر A همزمان با نوری که کمی دیرتر از لبه‌های B و C گسیل شده است وارد دورین می‌شود. در شکل مسئله ۲۵ قسمت ب عکس ظاهر شده نشان داده شده است؛ وجه عقبی AB (عقب نسبت به حرکت مکعب) مرئی است، و حال آنکه وجه جانبی BC به خاطر انقباض فضا کوتاه‌تر می‌شود. نشان دهید شخصی که این عکس را بررسی می‌کند می‌تواند چنین استنباط کند که مکعب با سرعت زیاد و در جهت عمود بر دورین حرکت نمی‌کند بلکه، برعکس، همان‌طور که در شکل مسئله ۲۵ قسمت ج نشان داده شده است، پس از چرخشی به اندازه زاویه θ ، که در آن $\sin \theta = v/c$ است، به حال سکون درمی‌آید. این مطلب را می‌توان چنین تعمیم داد: جسمی که با سرعت زیاد و به‌طور عرضی نسبت به نقطه مشاهده حرکت می‌کند چرخیده به نظر می‌رسد.

۲۶. هنگامی که درسیم جریان الکتریکی وجود ندارد و الکترون‌ها را می‌توان ساکن پنداشت، چگالی خطی الکترون‌ها (تعداد در واحد طول) در یک سیم رسانای معین

برابر با λ_0 است. وقتی جریانی درسیم برقرار می‌شود، الکترون‌ها با سرعت v در طول سیم سوق داده می‌شوند. از نظر ناظر ساکن نسبت به سیم، چگالی خطی λ الکترون‌های سوق یافته درسیم را برحسب λ_0 ، v و c پیدا کنید.

۲۷. نور تکفام از يك تك شكاف عبور می‌کند و همان‌طور که در شکل ۸.۱ الف نشان داده شده است بر روی پرده‌ای دور از شکاف، يك نقش پراش تولید می‌کند. چشمه نور، شكاف و پرده همگی نسبت به ناظر اولی، که مواضع صفرهای شدت را بر روی پرده نشان می‌کند، ساکن‌اند. فرض کنید در امتداد مسیری که نور از چشمه به شکاف می‌رود، ناظر دومی با سرعت خیلی زیاد در حرکت باشد. (الف) آیا این ناظر صفرهای شدت را در همان نشانه‌هایی که ناظر اول مشخص کرده است می‌یابد؟ (ب) آیا فاصله بین شكاف و پرده مشاهده تغییر کرده است؟ حال ناظر سومی در امتداد صفحه‌ای که شامل شكاف است با سرعت خیلی زیاد حرکت می‌کند. (ج) آیا این ناظر صفرهای شدت را در مواضعی که ناظر اول نشان کرده است می‌یابد؟ (د) آیا از نظر ناظر سوم پهنای شكاف تغییر می‌کند؟

۲۸. میون ذره بنیادی ناپایداری با طول عمر متوسط $10^{-6} \times 2.2$ s (از لحظه آفرینش تا هنگام واپاشی) است؛ و این مدت زمانی است که به وسیله ناظری که نسبت به میون ساکن است اندازه‌گیری می‌شود. (الف) چنانچه يك میون معمولی در مدت يك طول عمر، فاصله 600 m را طی کند، از نظر ناظر واقع در آزمایشگاه، سرعت میون چقدر است؟ (ب) از نظر ناظر واقع در آزمایشگاه این میون چقدر عمر کرده است؟ (ج) از نظر ناظری که با میون حرکت می‌کند، میون چه فاصله‌ای را بین تولد و مرگ خود پیموده است؟

۲۹. ناظرهای A و B هردو به حال سکون و به فاصله $10^2 \text{ m} \times 2.4$ از یکدیگر بر روی زمین قرار دارند، این فاصله به وسیله خط کشهای ساکن روی زمین اندازه‌گیری شده است. ساعت‌های A و B قبلاً همزمان شده‌اند و با يك آهنگ کار می‌کنند. موشکی با سرعت زیاد در امتداد خط واصل بین A و B می‌گذرد. وقتی موشک از کنار A می‌گذرد، ساعتش صفر ($10^{-6} \text{ s} \times 0.00$) را نشان می‌دهد، وقتی موشک از کنار ناظر B می‌گذرد، ساعت B ، $10^{-6} \text{ s} \times 1.00$ را نشان می‌دهد (الف) سرعت موشک نسبت به زمین در عبور از A به B چقدر است؟ (ب) بازه زمانی بین لحظه‌هایی که A و B از کنار موشک می‌گذرند و به وسیله ساعت واقع در موشک اندازه‌گیری می‌شوند چقدر است؟ (ج) فاصله بین مکان‌های A و B که به وسیله خط کش ناظری که با موشک در حرکت است اندازه‌گیری می‌شود، چقدر است؟

۳۵. برخی از کمیت‌های فیزیکی در داخل يك ناحیه منزوی از فضا پایسته‌اند؛ یعنی، وقتی این کمیتها در يك دستگاه لخت مشاهده شوند، در این ناحیه همواره مقدار آنها یکسان باقی می‌ماند. مثال‌آشنایی از يك کمیت پایسته، بار الکتریکی است. يك حجم منزوی را، که در آن دو بار ساکن مساوی و مختلف‌العلامت به فاصله d از یکدیگر قرار دارند، در نظر می‌گیریم. حال اگر دوبار به‌طور همزمان ناپدید و یا نابود شوند، بقای بار کل در این دستگاه لخت نقض نمی‌شود. در هر لحظه از زمان، بار کل موجود در این حجم همواره یکسان است: یعنی صفر است. نشان دهید، اگر قرار باشد بار کل در تمام دستگاههای لخت پایسته بماند، باید این دو بار در لحظه نابودی باهم باشند ($d=0$). این مثالی از يك اصل عام مربوط به هر کمیت پایسته است؛ چنانچه قرار باشد يك کمیت در تمام دستگاههای لخت پایسته بماند، در آن صورت باید آن کمیت به‌طور موضعی پایسته باشد (پایسته در هر حجم كوچك دلخواه).

۳۱. در پارادوکس دوقلوها (بخش ۸.۲) مجید از همزاد خود سعید دور می‌شود و وحید را ملاقات می‌کند و سپس پیش سعید برمی‌گردد. (الف) از نظر دستگاه لختی که در آن مجید، در فاصله دور شدن از سعید، ساکن است مسیرهای فضا-زمانی سعید، مجید و وحید را رسم کنید. (ب) از نظر ناظری واقع در این دستگاه لخت مجید کی و کجا وحید را ملاقات خواهد کرد و مجید کی و کجا در بازگشت خود سعید را ملاقات خواهد کرد؟

۳۲. سه قلوهای A ، B ، و C به‌طور «همزمان» روی زمین متولد می‌شوند. A در خانه می‌ماند در حالی که B بلافاصله پس از تولدش با سرعت $0.8c$ به يك ستاره مجاور که در فاصله 100 سال نوری از زمین واقع است حرکت می‌کند، و C با سرعت $0.6c$ به ستاره دیگری که در فاصله 100 سال نوری از زمین واقع است حرکت می‌کند. در لحظه رسیدن به مقصدهای مربوط، B و C جهت‌های حرکت خود را معکوس می‌کنند و با همان سرعتها به زمین برمی‌گردند، (الف) وقتی B برمی‌گردد، سن A چقدر است؟ (ب) B در هنگام ملاقات خود با A چند سال دارد؟ (ج) وقتی C برمی‌گردد A چند ساله است؟ (د) سن C در هنگام ملاقات با A چقدر است؟

کتابشناسی

1. Friedman, F., F. D. Frisch, and, J. Smith: *Time Dilation. An Experiment with Mu-mesons (Film)*. New York: Modern Learning Aids.

با اندازه گیری واپاشی میونهای پرتوکیهانی، در دو ارتفاع متفاوت، معلوم می شود که میونهایی که با سرعت $0.99c$ حرکت می کنند فقط به میزان یک نهم میونهای در حال سکون واپاشیده می شوند. گزارش این آزمایش را می توان در

2. *American Journal of Physics* 31: 342 (1963)

مطالعه کرد.

3. Bohm, D.: *Special Theory of Relativity*. Menlo Park, Calif.: W.A. Benjamin, Inc., 1965.

بازده فصل اول شامل بحث مفصلی درباره مفاهیم پیش نیستی فضا و زمان و چگونگی منجر شدن حقایق تجربی به نظریه های نیستی اینشتین است. فصل ۲۶ شامل تعبیر نموداری (نمودار مینکوفسکی^۱) نظریه نسبیت است.

4. Feynman, R. P., R. B. Leighton, and M. Sands: *The Feynman Lectures on Physics*. Reading, Mass.: Addison-Wesley Publishing Co., Inc., 1963.

در صفحات ۱۵ و ۱۶ این کتاب از یک «ساعت نوری» ساده جهت توضیح اتساع زمان استفاده شده است.

5. NEY, E. P.: *Electromagnetism and Relativity*. New York: Harper and Row, Publishers, 1962.

این کتاب، در فصل اول به مرور مکانیک کلاسیک و نسبیت، به کمک ریاضیاتی در سطح حساب دیفرانسیل و انتگرال می پردازد. فصل دوم به نظریه نسبیت خاص اختصاص دارد. مثالهای حل شده و مسائل این کتاب به توضیح مفاهیم کمک می کنند.

6. Smith, J. H.: *Introduction to Special Relativity*. Menlo Park, Calif.: W. A. Benjamin, Inc., 1965.

در اینجا ریاضیات به کار رفته برای توضیح نظریه نسبیت خاص فقط در سطح جبر است. فصل ۶ به مسئله «پارادوکس دو قلو» و حل آن، با اندکی اختلاف نسبت به این کتاب، می پردازد. متن این کتاب شامل مثالها و مسائل متعددی است.

دینامیک نسبیتی: اندازه حرکت و انرژی

حرکت شناسی نسبیتی، بازه‌های فضایی، زمانی و سرعتها را، آن طور که در تبدیلات لورنتس خلاصه شده اند بررسی می کند. این مبحث بر این حقیقت متکی است که تمامی اندازه گیریهای سرعت نور، یک مقدار ثابت c به دست می دهند. علاوه بر این، نظریه نسبیت خاص، نه تنها به این حقیقت بلکه به هموردایی قوانین فیزیک برای تمام ناظرهای لخت نیز نیازمند است. بنابراین، در این فصل، دینامیک نسبیتی را بررسی می کنیم. دینامیک نسبیتی، مکانیک حرکت ذراتی که با سرعتهای تا سرعت c در حرکت اند، و نیز شکلهای نسبیتی مناسب اندازه حرکت و انرژی را مطالعه می کند. این بررسی مستلزم آن است که قوانین اساسی بقای اندازه حرکت و انرژی تحت تبدیلات لورنتس هم ورده باشند.

نخست به یک رابطه نسبیتی برای اندازه حرکت یک ذره دست خواهیم یافت و خواهیم دید که می توان تصور کرد جرم نسبیتی ذره با سرعت افزایش می یابد. رابطه نسبیتی انرژی جنبشی نشان خواهد داد که تغییر در انرژی جنبشی یک ذره را می توان به تغییر در جرم آن نسبت داد. در واقع، از طریق هم ارزی انرژی و جرم، قانون عمومی بقای انرژی به قانون بقای جرم-انرژی تبدیل خواهد شد. مانستگی بین چهار بردار ناوردای فضا-زمان و چهار بردار ناوردای اندازه حرکت-انرژی را بررسی خواهیم کرد و روابط تبدیلی برای مؤلفه های انرژی و مؤلفه های اندازه حرکت را به دست

خواهیم آورد سرانجام، يك کاربرد مهم نظریه نسبیت خاص را در مورد الکترومغناطیس (غیر از پایایی سرعت انتشار c تابش الکترومغناطیسی) بررسی خواهیم کرد: به کمک يك استدلال کیفی درخواهیم یافت که نیروی مغناطیسی، که معمولاً نوع متمایزی از برهم کنش الکترومغناطیسی بین ذرات باردار متحرك در نظر گرفته می شود، از نیروی مطلقاً الکتریکی یا کولنی، همراه با درباستهای نسبیت به دست می آید.

۱.۳ جرم نسبیتی و اندازه حرکت

مانند رابطه کلاسیکی اندازه حرکت، اندازه حرکت نسبیتی يك ذره را با p نشان می دهیم و به صورت زیر بیان می کنیم

$$p = mv \quad (1.3)$$

که در آن m جرم به اصطلاح نسبیتی است. بنا براین، بنا به تعریف، جرم نسبیتی m يك ذره آن کمیت فیزیکی است که وقتی در سرعت v ضرب شود کمیت برداری p را طوری به دست دهد که اندازه حرکت کل Σp يك دستگاه منزوی، پایسته بماند. می دانیم که قانون کلاسیکی (یا نیوتونی) بقای اندازه حرکت تحت تبدیل گالیله هم ورده است؛ در این تبدیل کلاسیکی يك ذره برابر است با سرعت آن ضرب در يك جرم ناورد. واضح است که رابطه کلاسیک اندازه حرکت نمی تواند تحت تبدیل لورنتس هم ورده باشد. بنا براین، با اعمال درباستهای حرکت شناسی نسبیتی (همان طور که در تبدیلات لورنتس بیان شد) بر قوانین دینامیک ذرات با سرعت زیاد، درمی یابیم که جرم نسبیتی، يك کمیت ناورد نیست بلکه، برعکس، به گونه ای به سرعت ذره بستگی دارد.

در بررسی مجدد قانون بقای اندازه حرکت، برای ذراتی که با سرعت های نسبیتی حرکت می کنند، سعی بر آن است که دو اصل موضوع اساسی نظریه نسبیت خاص برقرار شوند: این دو اصل به قرار زیرند؛ قوانین فیزیکی برای تمام چارچوب های لخت هم ورده هستند و سرعت نور اندازه گیری شده برای تمام ناظرها یکسان است یا، به بیان دیگر، توصیف رویدادها در فضا و زمان طبق تبدیلات لورنتس انجام می شود. البته می دانیم که اختلاف بین شکل های نسبیتی و کلاسیکی اندازه حرکت هر چه باشد، با توجه به اصل همخوانی، باید اندازه حرکت نسبیتی mv در سرعت های پایین به شکل آشنای $m_0 v$ تحویل شود، که در آن m_0 نمایشگر جرم ذره در سرعت صفر یا حداقل، در سرعت v خیلی کوچکتر از سرعت نور (c) است.

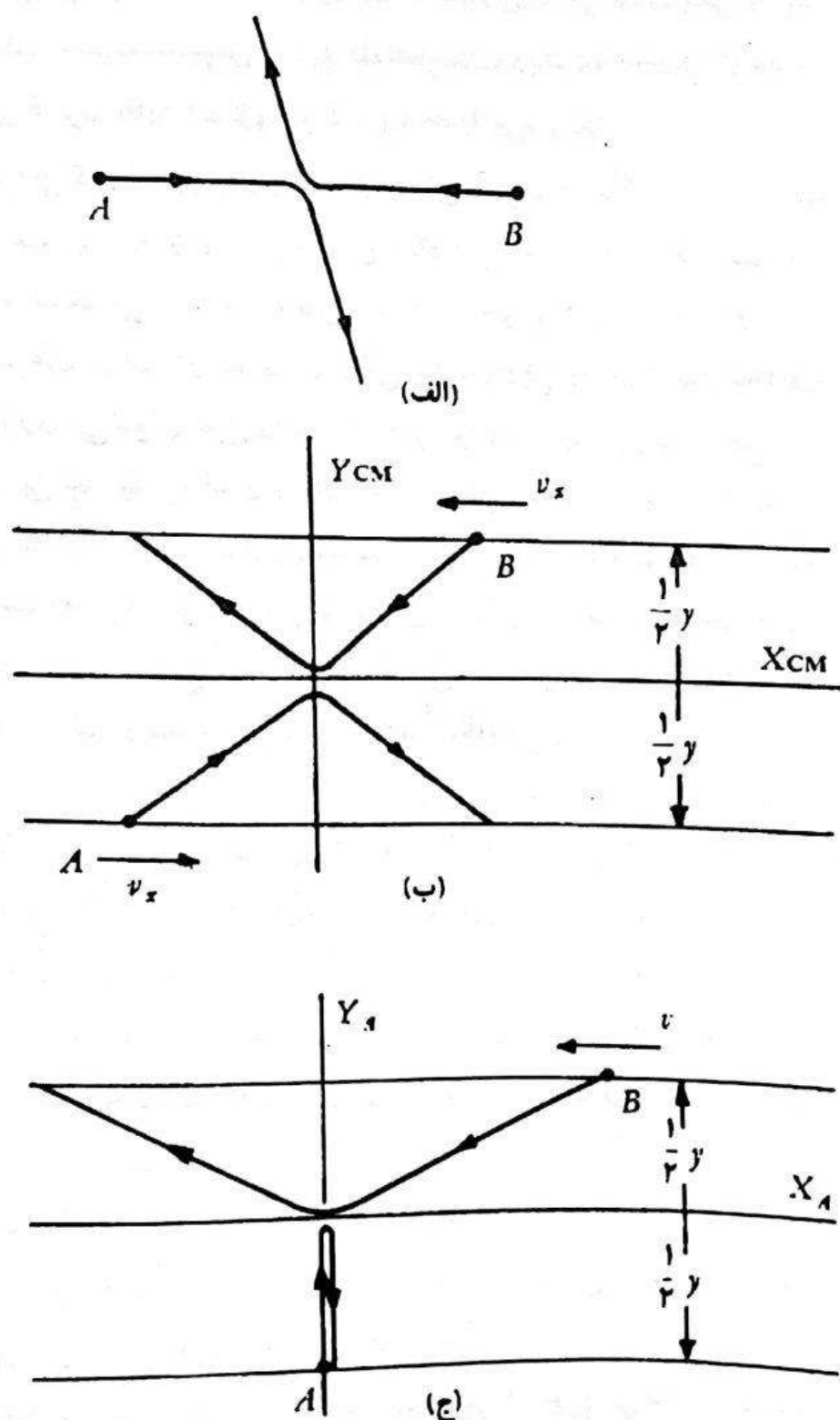
روش ما چنین است؛ ابتدا يك برخورد کشان بین دو جسم یکسان را در نظر

می گیریم. این برخورد کاملاً متقارن است، به طوری که می توان یقین داشت که قانون بقای اندازه حرکت معتبر است. سپس از دیدگاه ناظر لخت دیگری همین برخورد را بررسی می کنیم و هم وردایی قانون بقای اندازه حرکت را جویا می شویم.

فرض می کنیم که دو ذره A ، و B دارای جرمهای سکون یکسان m_0 باشند. مطابق شکل ۱۰۳ الف این دو ذره با سرعتهای زیاد ولی یکسان (در دو جهت مخالف) آنچنان به طرف هم شلیک می شوند که به طور کشسان برخورد کنند. در هر دو حالت قبل و بعد از برخورد، سرعت ذرات از لحاظ بزرگی یکسان ولی در دو جهت مخالف اند. به علت تقارن برخورد، می توان یقین داشت که برخورد در چارچوب مرجع مرکز جرم انجام می شود. در این چارچوب لخت اندازه حرکت کل دستگاه در تمام زمانها صفر است. همان طور که در شکل ۱۰۳ ب نشان داده شده است، چنانچه محاورهای مختصات را طوری دوران بدهیم که سرعتهای هر دو ذره زوایای یکسانی را نسبت به محورههای X_{CM} و Y_{CM} سازند، این برخورد حتی متقارن تر به نظر می رسد. فرض می کنیم که مؤلفه سرعت هر یک از ذرات، در امتداد محور X_{CM} ، v_x باشد. آنگاه می توان پنداشت که ذره A توسط یک ناظر، که آن را نیز A می نامیم، پرتاب و سپس دریافت شده است و این ناظر با سرعت v_x در فاصله $y/2$ در زیر محور X_{CM} به طرف راست حرکت می کند. همینطور می توان پنداشت که ذره B ، توسط ناظری که آن را B می نامیم و با سرعت v_x در فاصله $y/2$ در بالای محور X_{CM} به طرف چپ حرکت می کند، پرتاب و سپس گرفته شده است.

ناظر سوم، یعنی کسی که نسبت به چارچوب لخت $X_{CM}Y_{CM}$ ثابت است و بنا بر این با ناظرهای A و B متفاوت است، می تواند به سادگی به کمک تقارن اظهار نظر کند که هر دو ذره A و B ، به طور همزمان پرتاب می شوند، در مبدأ با هم برخورد می کنند، و سرانجام توسط ناظرهای مربوط به طور همزمان گرفته می شوند. به بیان دیگر، بازه زمانی T_{CM} بین پرتاب و دریافت ذره A که در چارچوب مرجع مرکز جرم مشاهده می شود همان بازه زمانی بین پرتاب و دریافت ذره B است که در همان چارچوب مشاهده می شود.

به علاوه، ناظر واقع در این چارچوب مرکز جرم می تواند اطمینان داشته باشد که اندازه حرکت در این برخورد پایسته می ماند؛ در واقع، بردار کل اندازه حرکت دستگاه در امتداد هر یک از جهتها باید صفر باشد. این امر حاکی از آن است که تغییر در مؤلفه Y_{CM} اندازه حرکت ذره A قبل و بعد از برخورد، یعنی Δp_{yA} ، باید از لحاظ بزرگی با تغییر در مؤلفه Y_{CM} اندازه حرکت ذره B ، یعنی Δp_{yB} ، برابر باشد. بنابراین، قانون بقای اندازه حرکت ایجاب می کند که



شکل ۱۰۳ ذرات یکسان A و B که با سرعت‌های یکسان با همدیگر برخورد کشسان می‌کنند، (الف) از نظر ناظر واقع در چارچوب مرجع مرکز جرم، (ب) همانند الف، ولی در این حالت محورهای X_{CM} و Y_{CM} طوری جهت یافته‌اند که از نظر ناظر واقع در چارچوب مرجع مرکز جرم، برخورد کاملاً کشسان باشد، (ج) از نظر ناظری که همراه با A در امتداد محور $\bar{X}$ در حرکت است.

$$\Delta p_{yA} = \Delta p_{yB} \quad (2.3)$$

ذره A مسافت $y/2$ را در امتداد Y_{CM} قبل از برخورد و مسافت $y/2$ را بعد از برخورد طی می کند؛ این ذره، در کل، در بازه زمانی T_{CM} مسافت y را طی می کند، به طوری که مؤلفه Y سرعت A برابر با y/T_{CM} است. تغییر اندازه حرکت در امتداد Y_{CM} ، دو برابر بزرگی مؤلفه اندازه حرکت قبل یا بعد از برخورد در امتداد Y_{CM} است. بنابراین

$$\Delta p_{yA} = \frac{2m_A y}{T_{CM}}$$

که در آن m_A جرم نسبیتی ذره A است. همچنین داریم

$$\Delta p_{yB} = \frac{2m_B y}{T_{CM}}$$

که در آن m_B جرم نسبیتی ذره B است. در این صورت، برای ناظر واقع در چارچوب لخت مرکز جرم، معادله (2.3) چنین می شود

$$\frac{m_A y}{T_{CM}} = \frac{m_B y}{T_{CM}}$$

می دانیم که هر دو ذره، در اثر تقارن برخورد، دارای جرم نسبیتی یکسان اند: $m_A = m_B$. اگر بقای اندازه حرکت نسبیتی برای تمام چارچوبهای لخت برقرار باشد، در آن صورت باید معادله (2.3) نیز برای هر چارچوب لخت دیگری که با سرعت ثابتی نسبت به دستگاه مرکز جرم حرکت می کند صادق باشد. در این صورت برای سهولت، برخورد را در چارچوب لختی که در آن ناظر A به حال سکون است، بررسی می کنیم؛ شکل ۱۰۳ ج را ملاحظه کنید. اختلافها به قرار زیرند؛ در این حال ناظر A ، قبل و بعد از برخورد، می بیند که ذره اش (A) در امتداد محور Y_A به جلو و عقب می رود و ذره B به طور مایل حرکت می کند. سرعت ناظر B نسبت به ناظر A را با v نشان می دهیم. ناظر A ، که در نقطه ای به فاصله $y/2$ در زیر محور X_A واقع است، می بیند که ناظر B با سرعت v در فاصله $y/2$ در بالای محور X_A به طرف چپ حرکت می کند. چون در جهت عمود بر حرکت نسبی، انقباض فضایی وجود ندارد می بینیم که فاصله عرضی y بین دو ناظر A و B در چارچوب مرجع جدید $X_A Y_A$ ، همان فاصله بین دو ناظر A و B در چارچوب مرجع پیشین $X_{CM} Y_{CM}$ است.

ولی، آنطور که ناظر A اندازه گیری می کند، بازه های زمانی بین پرتاب و گرفتن دو ذره یکسان نیستند؛ ذره A در چارچوب مرجع $X_A Y_A$ از یک محل پرتاب و در همان

محل گرفته می‌شود، ولی ذره B از محلی واقع در طرف راست پرتاب و چندی بعد در محل دیگری واقع در طرف چپ گرفته می‌شود. خصوصیت نسبیتی عام زیر را در مورد بازه‌های زمانی به‌خاطر می‌آوریم: چنانچه دو رویداد در چارچوب مرجع ناظری در یک محل به‌وقوع پیوندند، در آن صورت بازه زمانی بین آنها زمان ویژه T_0 است؛ اگر آن دو رویداد در چارچوب مرجعی که با سرعت v حرکت می‌کند مشاهده شوند، آنگاه بازه زمانی بین آنها طولانیتر (اتساع یافته) خواهد بود و به‌صورت زیر محاسبه می‌شود

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (29.2) \text{ و } (3.3)$$

بنابراین، چنانچه بازه زمانی بین پرتاب و گرفتن ذره A را که توسط ناظر A مشاهده می‌شود با T_0 نشان دهیم، در این صورت، بازه زمانی بین پرتاب و گرفتن ذره B که توسط همان ناظر A مشاهده می‌شود، برابر با T خواهد بود.

از نظر ناظر A ، توالی رویدادها بدین‌قرار است: نخست ناظر B ذره B را پرتاب می‌کند؛ سپس ناظر A ذره A را پرتاب می‌کند؛ آنگاه دو ذره با هم برخورد می‌کنند؛ بعد از آن ناظر A ذره A را می‌گیرد و سرانجام ناظر B ذره B را خواهد گرفت. در اینجا نمونه‌ای از این قاعده کلی را می‌بینیم که رویدادهایی که در یک چارچوب مرجع همزمان اند (پرتاب و گرفتن ذرات A و B در چارچوب مرجع $X_{CM}Y_{CM}$) در چارچوب مرجع دیگری که نسبت به چارچوب اول حرکت می‌کند همزمان نیستند. پس، در چارچوب مرجع $X_A Y_A$ ، که در شکل ۱۰۳ ج نشان داده شده است، تغییرات اندازه حرکت در امتداد Y_A به‌صورت زیر است

$$\Delta p_{yA} = \frac{2m_A y}{T_0}$$

$$\Delta p_{yB} = \frac{2m_B y}{T}$$

برای تضمین هم‌وردایی بقای اندازه حرکت، این روابط را در (۲.۳) جایگزین می‌کنیم، حاصل چنین می‌شود

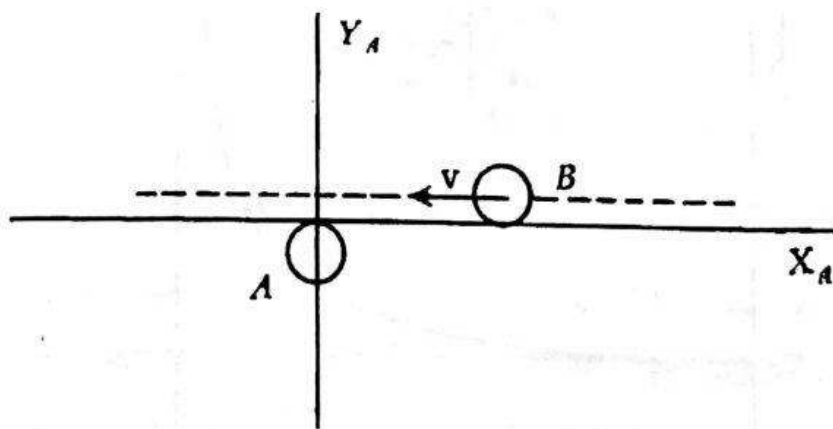
$$\frac{m_A y}{T_0} = \frac{m_B y}{T}$$

و با استفاده از رابطه (۳.۳) خواهیم داشت

$$m_A = m_B \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad (۴.۳)$$

در این رابطه m_A و m_B ، به ترتیب، جرم ذرات A و B اند که در چارچوب مرجع $X_A Y_A$ مشاهده شده‌اند، و v سرعت ناظر B نسبت به ناظر A است. اتساع زمان و نسبیت همزمانی از تبدیلات لورنتس حاصل می‌شوند. بنابراین، اگر بقای اندازه حرکت بخواهد تحت تبدیلات لورنتس هم‌وردا باشد، باید رابطه (۴.۳) برقرار باشد. واضح است که این معادله نمی‌تواند برقرار شود مگر اینکه m_B و m_A متفاوت باشند. اگر به یاد آوریم که این دو جرم، وقتی نسبت به یک ناظر ساکن اندازه‌گیری می‌شدند برابر بودند، معلوم می‌شود که، همان‌طور که پیشگویی کردیم، جرم نسبیتی یک ذره باید به نحوی به سرعت آن بستگی داشته باشد.

در برخوردی که در ۱.۳ ج نشان داده شده است، هردو ذره در حرکت‌اند. در این صورت برای یافتن چگونگی بستگی جرم یک ذره به حرکت آن (نسبت به یک ناظر) برخورد ویژه‌ای را در نظر می‌گیریم که در آن ذره A در چارچوب مرجع $X_A Y_A$ ساکن است. یعنی فرض می‌کنیم که مؤلفه Y سرعت هردو ذره به‌صفر بگرایند. در این صورت ذره A نسبت به چارچوب مرجع $X_A Y_A$ ساکن است، و جرم آن را در این حالت با جرم سکون m_0 نشان می‌دهیم. در این حال، ناظر ساکن در $X_A Y_A$ می‌بیند که ذره B نزدیک می‌شود و پس از یک برخورد خراشان با A در امتداد یک خط مستقیم دور می‌شود (شکل ۲.۳ را ملاحظه کنید). در این صورت، سرعت ذره B درست برابر سرعت v ناظر B است (که در این حالت نسبت به آن ساکن است). وقتی که ذره B ساکن است، جرم آن نیز



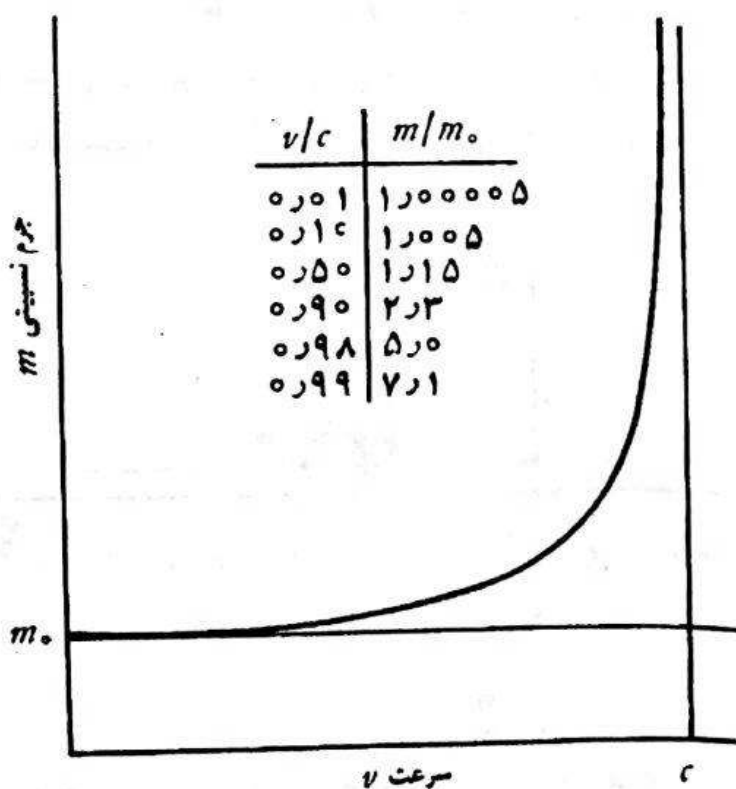
شکل ۲.۳ برخورد ذره متحرك B با ذره ساکن A از نظر ناظر A ؛ این شکل از شکل ۱.۳ چ در حد صفر مؤلفه عرضی سرعت به‌دست آمده است.

m_0 است؛ ولی هنگامی که این ذره نسبت به ناظر واقع در $X_A Y_A$ با سرعت v در حال حرکت است، جرم آن با m_0 متفاوت خواهد بود و در این حالت جرم آن را با m نشان می‌دهیم. در حالت برخورد خراشان با $m_A = m_0$ و $m_B = m$ ، رابطه (۴.۳) به صورت زیر درمی‌آید

$$m_0 = m \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (5.3)$$

همین‌طور، ناظر B ذره خود B را ساکن و بد-جرم m_0 و ذره A را با سرعت v در حرکت و بد-جرم m مشاهده می‌کند. پس هر ناظری درمی‌یابد که، اگر ذره‌ای نسبت به آن ناظر ساکن باشد، دارای جرم سکون m_0 است و اگر ذره با سرعت v حرکت کند جرم آن برابر $m_0 [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$ خواهد بود. شکل ۳.۳ جرم نسبیتی یک ذره را به صورت تابعی از سرعت آن نشان می‌دهد، آن‌طور که توسط رابطه (۵.۳) بیان می‌شود. واضح است وقتی m بد-طور قابل ملاحظه‌ای از m_0 بزرگتر خواهد بود که سرعت ذره با سرعت



شکل ۳.۳ تغییرات جرم نسبیتی با سرعت.

نور قابل مقایسه باشد؛ مثلاً وقتی $v/c = 1/10$ است، m فقط به اندازه ۵ درصد بر m_0 فزونی خواهد داشت.

وقتی گفته می‌شود که جرم يك ذره به سرعت آن بستگی دارد، این مطلب اساساً به این معنی است که اندازه حرکت نسبیتی p يك ذره با سرعت v ، از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (۶.۳)$$

که در آن m_0 يك مقدار ثابت و مستقل از سرعت است. نتیجه آزمایشهای مربوط به ذراتی که با سرعتهای نزدیک به سرعت نور حرکت می‌کنند به‌طور قطع نشان می‌دهد که رابطه (۶.۳) به درستی اندازه حرکت يك ذره را در همه سرعتهای تا c به دست می‌دهد. البته، در مورد ذرات با سرعت پایین، یعنی با $v/c \ll 1$ ، اندازه حرکت نسبیتی به شکل کلاسیک خود، $p = m_0 v$ ، تحویل می‌شود. در حالی که در فیزیک پیش نسبیتی، بازه‌های فضایی، بازه‌های زمانی و جرم را مطلق و سرعت نور را در يك چارچوب لخت منحصر به فرد، نسبی در نظر گرفتیم، فیزیک نسبیتی اینشتین ایجاب می‌کند که بازه‌های فضایی، بازه‌های زمانی و جرم (که به صورت نسبت اندازه حرکت به سرعت تعریف می‌شود) نسبی باشند و به حرکت نسبی بین جسم و ناظر بستگی داشته باشند؛ زیرا سرعت نور برای تمامی دستگاههای لخت مطلق است.

در دینامیک نسبیتی، نیروی F وارد بر يك جسم را به صورت آهنگ تغییر زمانی اندازه حرکت نسبیتی آن ذره تعریف می‌کنیم. بنابراین قانون دوم نیوتون به صورت زیر نوشته می‌شود

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}mv \quad (۷.۳)$$

که ممکن است بدین صورت نیز بیان شود

$$F = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt} \quad (۸.۳)$$

در مکانیک کلاسیک، با ثابت بودن جرم هر جسم، $dm/dt = 0$ است؛ در نتیجه دوشکل قانون دوم نیوتون، یعنی $F = (d/dt)mv$ و $F = m dv/dt = ma$ معادل یکدیگر می‌شوند. ولی در دینامیک نسبیتی، معمولاً این دوشکل معادل نیستند؛ این بدین دلیل است که جرم m با سرعت ذره تغییر می‌کند و بنابراین، اگر سرعت ذره با زمان تغییر کند، جرم نیز با زمان تغییر خواهد کرد. شکل عمومی قانون دوم نیوتون، $F = dp/dt$ همواره

صحیح است.

يك وضعيت خيلى مهم، كه در آن سرعت يك ذره ثابت است در حالى كه بردار سرعت آن تغيير مى كند، حركت يك ذره بر يك قوس دایره‌ای تحت تأثیر يك نیروی جانب مركز است. چون نیرو شعاعی و بر حركت ذره عمود است، سرعت آن ثابت ولی جهت سرعت آن در هر لحظه تغيير مى كند.

ذره‌ای را كه جرم آن m و بار الكتریكى آن Q است و با سرعت v عمود بر میدان مغناطیسی یكنواخت B حركت مى كند در نظر مى گیریم. نیروی مغناطیسی عمود بر سرعت ذره كه باعث مى شود ذره بر يك دایره حركت كند دارای بزرگى

$$F = QvB$$

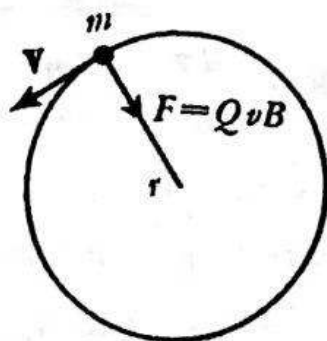
است. چون ذره با سرعت ثابت حركت مى كند، جرم نسبیتی آن ثابت و بنابراین $dm/dt = 0$ است. در این صورت معادله (۸.۳) چنین مى شود $F = m dv/dt = ma$ كه در آن a شتاب جانب مركز با بزرگى v^2/r و شعاع مسیر دایره‌ای است (شكل ۴.۳ را ببینید). با استفاده از رابطه نیروی مغناطیسی خواهیم داشت

$$QvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$p = mv = QBr \quad (9.3)$$

لازم به یادآوری است كه، گرچه این معادله دقیقاً به همان شكل معادله حاصل از روشهای مكانيك كلاسیك است، ولی جرم ظاهر شده در این رابطه، m ، جرم نسبیتی است و نه جرم سكون.

معادله (۹.۳) اساس يك روش ساده برای تعیین اندازه حركت نسبیتی يك ذره



شكل ۴.۳ حركت يك ذره باردار

در يك میدان مغناطیسی عرضی.

باردار است. در این روش Q معلوم است، B و r اندازه گیری می‌شوند و p از این معادله محاسبه می‌شود. چون v را می‌توان با استفاده از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی عمود برهم اندازه گیری کرد (بخش ۴۰۸)، جرم نسبیتی m را می‌توان با استفاده از رابطه (۹.۳) محاسبه کرد. این اساساً روشی بود که توسط بوچرد (۱۹۵۹/۱۲۸۸) و دیگران جهت تحقیق تغییرات جرم نسبیتی با سرعت، که توسط نظریه نسبیت پیشگویی شده بود، به کار رفت.

مثال ۱۰۳ ذره‌ای با جرم سکون m_0 در ابتدا با سرعت $0.40c$ در حرکت است. (الف) اگر سرعت ذره دو برابر شود، اندازه حرکت جدید این ذره با اندازه حرکت اولیه آن چگونه مقایسه می‌شود؟ (ب) چنانچه اندازه حرکت ذره تا ده برابر اندازه حرکت اولیه آن افزایش یابد، سرعت نهایی آن چگونه با سرعت اولیه‌اش مقایسه می‌شود؟
(الف) اندازه حرکت اولیه ذره از معادله (۶.۳) تعیین می‌شود

$$p_i = \frac{m_0 v_i}{\sqrt{1 - (v_i/c)^2}} = \frac{0.40 m_0 c}{\sqrt{1 - (0.40)^2}} = 0.44 m_0 c$$

وقتی سرعت ذره دو برابر می‌شود، ذره با سرعت $v = 2(0.40c) = 0.80c$ در حرکت می‌کند و اندازه حرکت آن چنین می‌شود

$$P = \frac{m_0 (2v)}{\sqrt{1 - (0.80)^2}} = 1.33 m_0 c$$

نسبت اندازه حرکت نهایی به اندازه حرکت اولیه برابر ۳.۰ است و حال آنکه نسبت سرعت نهایی به سرعت اولیه ۲.۰ است.

(ب) اندازه حرکت اولیه ذره $p_i = 0.44 m_0 c$ است. اکنون اندازه حرکت آن ده برابر این مقدار می‌شود، و مجدداً سرعت ذره از رابطه (۶.۳) محاسبه می‌شود

$$p = 10(0.44 m_0 c) = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

با مرتب کردن و مجذور کردن این رابطه، چنین نتیجه می‌شود

$$(4.4)^2 c^2 - (4.4)^2 v^2 = v^2$$

$$v = 0.975c$$

در این حالت نسبت سرعتها $v/v_i = 2.4$ و نسبت اندازه حرکتها $p/p_i = 10$ است.

۲.۳ انرژی نسبیتی

تا اینجا روابطی برای جرم نسبیتی (معادله ۵.۳) و اندازه حرکت نسبیتی (معادله ۶.۳) و شکل صحیح قانون دوم نیوتون (معادله ۷.۳)، به دست آوردیم. حال این سؤال مطرح است که «انرژی جنبشی نسبیتی E_k چیست؟» برای یافتن این انرژی، مانند فیزیک کلاسیک، آن را به صورت کار کل انجام شده در اثر نیروی ثابت F برای آوردن یک ذره ساکن به سرعت نهایی v تعریف می کنیم

$$E_k = \int_0^v F ds = \int_0^v \frac{d}{dt}(mv) ds = \int_0^v \frac{d}{dt}(mv) v dt$$

$$= \int v d(mv) = \int (v^2 dm + mv dv)$$

در انتگرال گیری باید توجه کنیم که m و v هر دو متغیرند و بستگی یکی از این دو به دیگری با رابطه (۵.۳) بیان می شود. اگر v را بر حسب m بیان کنیم و سپس نسبت به متغیر m انتگرال بگیریم، عمل انتگرال گیری ساده تر خواهد شد. روابط مربوط به v و dv را می توان با بازنویسی رابطه (۵.۳) به صورت زیر به دست آورد

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{m_0^2}{m^2}$$

با مشتق گیری از این رابطه، داریم

$$-2v \frac{dv}{c^2} = -2m_0^2 \frac{dm}{m^3}$$

از ترکیب این دو معادله، رابطه زیر نتیجه می شود

$$mv dv = (c^2 - v^2) dm$$

در معادله مربوط به محاسبه انرژی جنبشی E_k ، به جای $mv dv$ مقدار بالا را جایگزین می کنیم، در نتیجه

$$E_k = \int_{m_0}^m [v^2 dm + (c^2 - v^2) dm] = c^2 \int_{m_0}^m dm = mc^2 - m_0 c^2$$

$$E_k = (m - m_0) c^2$$

(۱۰.۳)

از این دو، انرژی جنبشی نسبیتی برابر افزایش جرم ناشی از حرکت ذره ضرب در c^2 است. مشاهده می کنیم که انرژی جنبشی نسبیتی مشخصاً با انرژی جنبشی کلاسیکی متفاوت

است. به علاوه، در فیزیک نسبیت گفتن اینکه يك ذره دارای انرژی جنبشی است معادل آن است که بگوییم جرم ذره از جرم سکون آن بیشتر است. البته باید انرژی جنبشی نسبیتی به كمك اصل همخوانی به انرژی جنبشی کلاسیك، یعنی به $(m_0 v^2)/2$ برای $v/c \ll 1$ تحویل شود. برای آن که نشان دهیم که این تحویل صورت می گیرد، رابطه (۱۰.۳) را به كمك قضیه دو جمله ای بسط می دهیم

$$\begin{aligned} E_k &= m_0 c^2 \left\{ \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]^{-1/2} - 1 \right\} \\ &= m_0 c^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 + \frac{3}{8} \left(\frac{v}{c} \right)^4 + \dots - 1 \right] \\ &= \frac{1}{2} m_0 v^2 + \frac{3}{8} \frac{m_0 v^4}{c^2} + \dots \end{aligned}$$

$$\lim_{c \rightarrow \infty} E_k = \lim_{c \rightarrow \infty} (m - m_0) c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2 \quad \text{یا}$$

مهم این است که بدانیم انرژی جنبشی نسبیتی با $(mv^2)/2$ ، که در آن m جرم نسبیتی است، بیان نمی شود.

دیدیم که افزایش در انرژی جنبشی يك ذره با افزایش در جرم آن مطابقت دارد. این قاعده عموماً در مورد انرژی صحت دارد؛ هر تغییری در انرژی کل يك دستگاه ذرات با تغییری در جرم آن دستگاه متناظر است. می توان معادله (۱۰.۳) را به شکلی عمومیتر نوشت

$$E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0 c^2 \quad (11.3)$$

که در آن E نمایشگر انرژی کل ذره است و به صورت زیر تعیین می شود

$$E = mc^2 \quad (12.3)$$

و E_0 ، یعنی انرژی سکون ذره، به صورت زیر محاسبه می شود

$$E_0 = m_0 c^2 \quad (13.3)$$

وقتی که مرکز جرم دستگاهی از ذرات ساکن باشد، انرژی سکون E_0 و جرم سکون m_0 آن برابر انرژی کل و جرم کل دستگاه اند. معادله (۱۲.۳) رابطه مشهور اینشتین است که هم ارزی انرژی و جرم را نشان

می‌دهد. انرژی و جرم هر کدام مظهر متفاوتی از يك جوهر فیزیکی‌اند. يك ذره برای ناظرى که نسبت به آن ساکن است دارای جرم m_0 و انرژی سکون $m_0 c^2$ است. چون جرم و انرژی هم ارز و قابل تعویض‌اند، از این‌پس قوانین مجزایی برای بقای انرژی و جرم نخواهیم داشت؛ در عوض، فیزیک نسبیت این دو را در يك قانون ساده، به نام قانون بقای جرم-انرژی ترکیب می‌کند. این قانون در هر دستگاه لختی صادق است، هم چنانکه درباره بقای اندازه حرکت نسبیتی صادق بود.

عموماً در فیزیک، مفهوم اندازه حرکت از مفهوم سرعت مفیدتر است (مثلاً، قانون بقای اندازه حرکت داریم ولی قانون بقای سرعت نداریم). بنابراین، اغلب بیان انرژی E بر حسب p مناسبتر از بیان آن بر حسب v است. می‌توان v را در روابط مذکور به صورت زیر حذف کرد؛ رابطه (۵.۳) را مجذور می‌کنیم و هر دو طرف آن را در $[1 - (v/c)^2] c^4$ ضرب می‌کنیم، خواهیم داشت

$$m^2 c^4 - m^2 v^2 c^2 = m_0^2 c^4$$

از روابط (۶.۳)، (۱۲.۳) و (۱۳.۳) مقادیر mv ، mc^2 و $m_0 c^2$ را در این معادله جایگزین می‌کنیم و به راحتی به رابطه مطلوب بین E و p می‌رسیم

$$E^2 = (pc)^2 + E_0^2 \quad (14.3)$$

حال معادلات نسبیتی را برای دو شرط حدی، سرعت‌های خیلی کم و سرعت‌های خیلی زیاد، آزمایش می‌کنیم.

$v \ll c$ ، این ناحیه کلاسیکی است که در آن مکانیک نیوتونی کفایت می‌کند و کمیت‌های نسبیتی به شکل‌های کلاسیکی خود تحویل می‌شوند، یعنی

$$m \approx m_0$$

$$P \approx m_0 v$$

$$E_k \approx \frac{1}{2} m_0 v^2$$

در این ناحیه انرژی جنبشی خیلی کمتر از انرژی سکون است؛ یعنی

$$E_k \ll E_0$$

$$\frac{E_k}{E_0} = \frac{\frac{1}{2} m_0 v^2}{m_0 c^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 \ll 1$$

زیرا

$v \approx c$. این نمایشگر ناحیه فرین نسبیتی است. بنابراین روابط (۵.۳)، (۱۱.۳) و

(۱۴.۳) چنین خواهد شد

$$m \gg m_0$$

$$E \gg E_0$$

$$p \approx \frac{E}{c}$$

$$E_k \approx E$$

برای حالتی که يك ذره دارای انرژی و اندازه حرکت است ولی جرم سکون آن صفر است (این حالتی است که از دیدگاه کلاسیک بی معنی ولی در نظریه نسبیت پذیرفتنی است) معادلات بالا دقیقاً صحیح خواهند بود، و ذره با جرم سکون صفر باید لزوماً با سرعت نور حرکت کند. یعنی، برای ذره‌ای با جرم سکون صفر خواهیم داشت

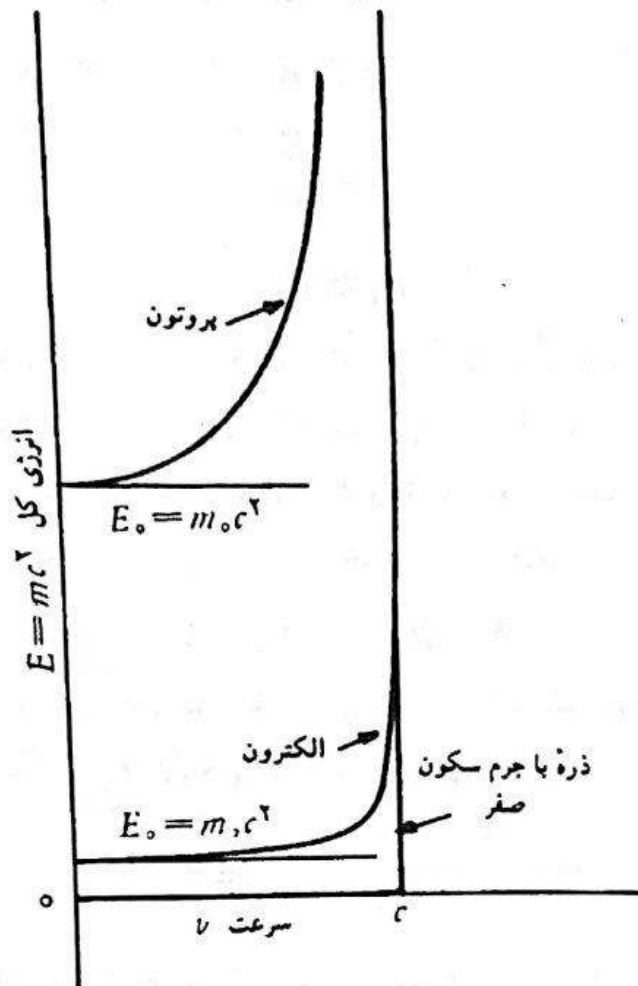
$$m_0 = 0 \quad E = pc \quad E_k = E \quad v = c \quad (15.3)$$

برعکس، اگر ذره‌ای با انرژی غیر صفر با سرعت نور حرکت کند، باید دارای جرم سکون صفر باشد، زیرا از معادلات (۵.۳) و (۱۳.۳) چنین برمی آید

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (16.3)$$

هر گاه $v = c$ باشد، مخرج این کسر صفر است؛ و برای جرم سکون غیر صفر، انرژی ذره بینهایت خواهد شد و این غیر ممکن است. ولی، اگر جرم سکون صفر باشد، طرف راست رابطه (۱۶.۳) به صورت صفر/صفر درخواهد آمد، که مقداری نامعین است. جرم نسبیتی m را می توان از معادله اینشتین $m = E/c^2$ به دست آورد؛ این جرم حتی با وجود اینکه m_0 صفر است دارای يك مقدار متناهی است. تغییرات انرژی (و بنا بر این تغییرات جرم، زیرا $E = mc^2$) بر حسب سرعت برای يك پروتون، يك الکترون و ذره‌ای با جرم سکون صفر در شکل ۵.۳ نشان داده شده است. برای ذره‌ای با جرم سکون صفر تنها در صورتی که با سرعت c حرکت کند، انرژی نسبیتی آن مقداری غیر از صفر خواهد بود؛ ولی در این سرعت، انرژی (وجرم) می تواند هر مقداری از صفر تا بینهایت را دارا باشد. انرژی سکون ذره‌ای با جرم سکون صفر برابر صفر است؛ بنابراین، همان طور که رابطه (۱۵.۳) نشان می دهد، انرژی کل این ذره تماماً انرژی جنبشی خواهد بود.

بررسی بستگی انرژی به اندازه حرکت جالب است. انرژی کل نسبیتی E به صورت تابعی از اندازه حرکت نسبیتی p در شکل ۶.۳ نشان داده شده است؛ این بستگی از معادله زیر پیروی می کند



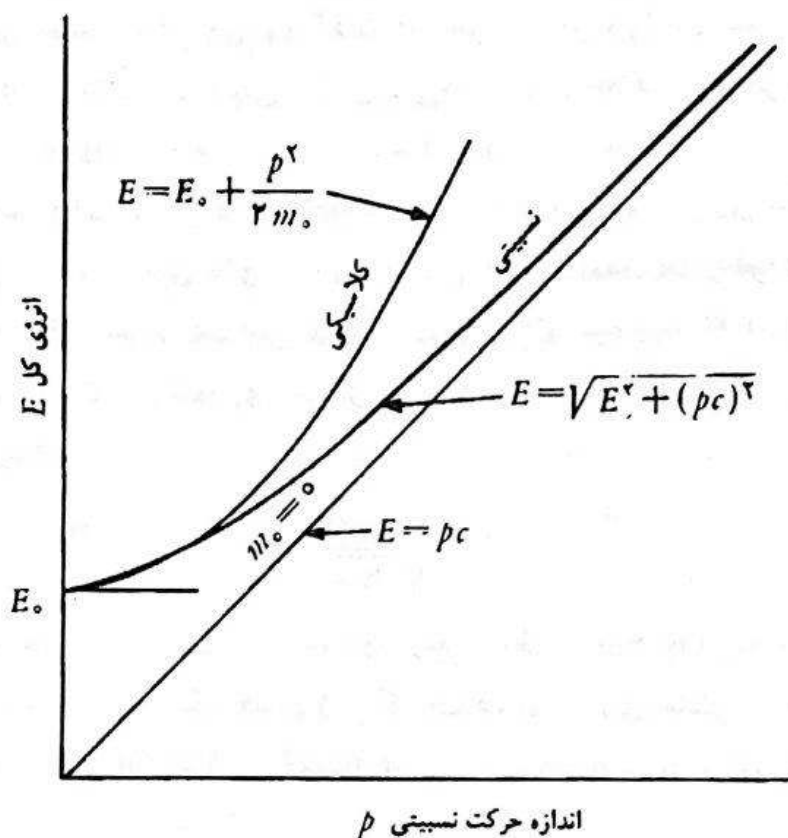
شکل ۵.۳ انرژی نسبیتی کل، بر حسب سرعت، برای سه ذره‌ای که جرم‌های سکون متفاوت دارند. (انرژیهای سکون این ذرات نسبت به هم در یک مقیاس نیستند.)

$$E^2 = (pc)^2 + E_0^2 \quad (۱۴.۳)$$

در سرعت‌های پایین، یا $v \ll c$ ، روابط $m \approx m_0$ و $p \approx p_0 \approx m_0 v$ برقرارند. بنابراین در این ناحیه کلاسیک، انرژی کل به صورت زیر بیان می‌شود

$$E \approx \frac{p_0^2}{2m} + E_0 = \frac{1}{2} m_0 v^2 + E_0$$

از طرف دیگر، در سرعت‌های خیلی بالا، همان‌طور که رابطه (۱۵.۳) نشان می‌دهد، رابطه $E \approx pc$ برقرار است. در ناحیه کلاسیک، انرژی جنبشی $E - E_0$ با مجذور اندازه حرکت تغییر می‌کند، حال آنکه در ناحیه فرین نسبیتی، انرژی جنبشی تقریباً برابر E ، با اندازه حرکت به‌طور خطی تغییر می‌کند. از رابطه (۱۴.۳) چنین نتیجه می‌شود که شیب



شکل ۶.۳ انرژی نسبیتی کل بر حسب اندازه حرکت نسبیتی يك ذره.

dE/dp در شکل ۶.۳ برابر سرعت ذره v است.

۳.۳ هم‌ارزی جرم و انرژی، و دستگاههای مقید

برای روشن شدن اهمیت هم‌ارزی جرم و انرژی و بقای جرم - انرژی، دو وضعیت را در نظر می‌گیریم: دستگاههای غیر مقید و دستگاههای مقید. دستگاههای غیر مقید. برخورد بین دوزره را که جرم سکون هر يك m_0 است در نظر می‌گیریم. این دوزره به طرف یکدیگر پرتاب می‌شوند، به طوری که سرعت هر يك از آنها نسبت به ناظر ساکن واقع در چارچوب مرجع مرکز جرم، v است. فرض می‌کنیم که برخورد کاملاً غیر کشان باشد؛ از این رو دوزره به همدیگر می‌چسبند و يك تکه ذره تشکیل می‌دهند، که جرم سکون آن را با M_0 نشان می‌دهیم. حال می‌پرسیم، «رابطه جرم سکون نهایی، M_0 ، با جرم سکون هر يك از ذرات فرودی، m_0 ، چگونه است؟» از نظر فیزیک کلاسیک باید انتظار داشت که M_0 برابر با $2m_0$ باشد. ولی در خواهیم یافت که در فیزیک نسبیت چنین نیست.

باتوجه به بقای اندازه حرکت خطی می‌دانیم که اندازه حرکت کل باید صفر باشد. این مطلب از این حقیقت ناشی می‌شود که اندازه حرکت کل در آغاز صفر است، ذرات قبل از برخورد دارای اندازه حرکتی مساوی ولی درجهتهای خلاف یکدیگرند. بنابراین، پس از برخورد باید ذرات به هم بچسبند و در حال سکون بمانند.

قبل از برخورد انرژی کل دوزره $2mc^2$ است، که در آن mc^2 انرژی سکون به علاوه انرژی جنبشی هر دوزره است. طبق بقای انرژی، انرژی کل دوزره قبل از برخورد باید برابر با انرژی کل M_0c^2 جسم مرکب پس از برخورد باشد. توجه کنید که انرژی کل جسم مرکب صرفاً انرژی سکون است، زیرا مرکز جرم ساکن است. از این رو، بقای جرم-انرژی چنین به دست می‌دهد

$$M_0 = \frac{2m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

جرم سکون M_0 جسم مرکب پس از برخورد، از جرم سکون $2m_0$ ذرات فرودی بزرگتر است. این مطلب به این دلیل است که انرژی که به عنوان انرژی جنبشی ورودی دوزره مشاهده می‌کنیم، قسمتی از انرژی سکون ذرات ترکیب شده پس از برخورد را تشکیل می‌دهد.

در این مثال برخورد را در چارچوب مرجعی که در آن مرکز جرم ساکن بود مشاهده کردیم. عموماً، صحیح است که از نظر هر ناظر واقع در هر دستگاه لختی نیز اندازه حرکت نسبیتی کل و جرم - انرژی کل پایسته بمانند (بخش ۴.۳ را ببینید).

مثال ۲.۳ دو قمر هریک به جرم سکون ۴۰۰۰ کیلوگرم با سرعت 30000 km/h نسبت به ناظری واقع بر زمین به سوی همدیگر حرکت می‌کنند. این دو قمر با هم برخورد می‌کنند و به همدیگر می‌چسبند. افزایش جرم سکون کل دستگاه را پیدا کنید.

چون اندازه حرکتی این قمرها برابر و در خلاف جهت یکدیگرند، اندازه حرکت کل صفر است؛ بنابراین پس از برخورد، جسم مرکب ساکن خواهد بود. از آنجا که انرژی کل پایسته است، تمامی انرژی جنبشی قمرهای فرودی به جرم سکون تبدیل می‌شود، و

$$\Delta m = \frac{2E_k}{c^2} = \text{افزایش جرم سکون}$$

که در آن E_k انرژی جنبشی اولیه هریک از قمرهاست. سرعت هریک از این دو قمر، یعنی 30000 km/h ، به مراتب کمتر از سرعت نور است، و می‌توان از بیان کلاسیک انرژی جنبشی، $E_k = \frac{1}{2} m_0 v^2$ ، استفاده کرد. بنابراین

$$\Delta m = \frac{2E_k}{c^2} = \frac{2\left(\frac{1}{2}m_0v^2\right)}{c^2} = m_0\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

$$= (2000\text{kg})\left(\frac{30000}{3 \times 10^8 \times 3600}\right)^2 \approx 0.003\text{g}$$

دستگاههای مقید. یکی از مهمترین نتایج حاصل از نظریه نسبیت اینشتین پیوند دو ذره A و B توسط يك نیروی جاذبه و تشکیل يك تكدستگاه است. تجزیه دستگاه به مؤلفه‌های مجزای آن مستلزم انجام کار است؛ یعنی، باید به دستگاه انرژی بدهیم. فرض می‌کنیم که جرم سکون دستگاه مرکب M_0 و جرم سکون هر يك از ذرات m_{0A} و m_{0B} باشد. دستگاه مقید و تجزیه آن به A و B را در چارچوب مرجع مرکز جرم بررسی می‌کنیم.

تجزیه دستگاه مقید به‌طور نمادی در شکل ۷.۳ نشان داده شده است. در این شکل E_b مقدار انرژی است که باید به دستگاه داده شود تا ذرات آن کاملاً از هم جدا شوند. چون انرژی لازم برای تجزیه دستگاه دقیقاً برابر انرژی بستگی دستگاه است، E_b را انرژی-بستگی می‌نامند (این انرژیها از لحاظ قدرمطلق برابر ولی مختلف‌العلامت‌اند).

اکنون، بقای جرم - انرژی را در این وضعیت به کار می‌گیریم، داریم

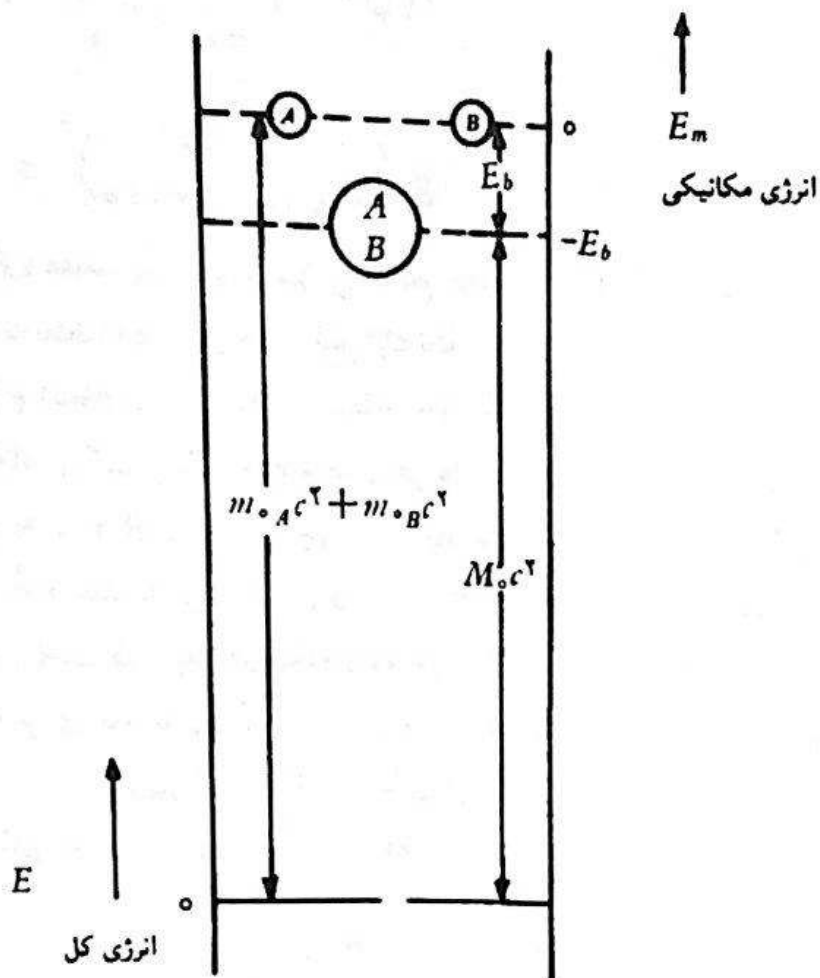
$$M_0 + \frac{E_b}{c^2} = m_{0A} + m_{0B} \quad (17.3)$$

در صورتی که $E_b > 0$ باشد، از این رابطه نتیجه می‌شود که $M_0 < m_{0A} + m_{0B}$ خواهد بود. یعنی، جرم سکون دستگاه مقید باید از جمع جرمهای سکون ذرات جدا از هم کمتر باشد. این با وضعیت دستگاههای غیر مقید که در آنها جرم سکون جسم مرکب بر جرمهای سکون ذرات جدا شده فزونی داشت مغایر است. پس هرگاه جرم سکون کل دستگاه و نیز جرمهای سکون اجزای تشکیل‌دهنده آن در دست باشند، اصولاً امکان محاسبه انرژی-بستگی E_b وجود دارد. تنها در مورد نیروهای هسته‌ای است که انرژی بستگی بین ذرات آنقدر بزرگ است که می‌توان يك اختلاف جرم قابل اندازه‌گیری تولید کرد.

می‌توان صفر انرژی جنبشی کل و انرژی پتانسیل يك دستگاه متشکل از ذرات را در هر جای مناسبی انتخاب کرد. این انرژی را انرژی مکانیکی کل E_m می‌نامند. برای



شکل ۷.۳ نمایش نمادی شکافتگی دودره مقید.



شکل ۸.۳ نمودار تراز انرژی برای دو ذره، درحالتی که به یکدیگر مقیدند و درحالتی که کاملاً از هم جدا و ساکن اند. انرژی نسبیتی کل درطرف چپ و انرژی مکانیکی درطرف راست نشان داده شده‌اند.

ذراتی که یکدیگر را در فاصلهٔ بینهایت و درحال سکون جذب می‌کنند، مناسبترین مقدار انرژی مکانیکی کل، صفر است. وقتی ذرات به یکدیگر مقیدند، انرژی E_m دستگاه مقید منفی است، زیرا باید به دستگاه مقید انرژی اضافه کرد تا ذرات کاملاً ازهمدیگر جدا شوند و انرژی دستگاه به صفر برسد. شکل ۸.۳ روابط بین جرمهای سکون، انرژی نسبیتی کل، انرژی بستگی، و انرژی مکانیکی را نشان می‌دهد.

مثال ۳.۳ انرژی یک الکترون و یک پروتون که باعث تشکیل یک اتم هیدروژن پایدار می‌شوند، به‌طور تجربی برابر ۱۳.۶ الکترون ولت است. این انرژی، را انرژی یونشی می‌نامند، زیرا باید این مقدار انرژی به اتم هیدروژن داده شود تا به دو ذره با بارهای

مختلف العلامت تجزیه شود. انرژی مکانیکی کل یک اتم هیدروژن برابر با ۱۳.۶ eV — الکترون- ولت است. با استفاده از رابطه (۱۷.۳)، امکان محاسبه اختلاف بین جرم اتم هیدروژن، $M_{\text{H}} = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ، و جمع جرمهای سکون مجزای الکترون، m_e ، و پروتون، m_p وجود دارد

$$m_e + m_p - M_{\text{H}} = \frac{E_b}{c^2} = \frac{13.6 \text{ eV}}{c^2}$$

تغییر نسبی در جرم چنین است

$$\frac{E_b/c^2}{M_{\text{H}}} = \frac{(13.6 \text{ eV})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2}$$

$$\frac{E_b}{M_{\text{H}} c^2} = 1.53 \times 10^{-8}$$

این اختلاف نسبی در جرم (کمی بیش از یک درصد میلیون) به مراتب از خطای نسبی تجربی در اندازه گیری جرمهای اتم هیدروژن، پروتون، و الکترون کوچکتر است. بنابراین، در یک واکنش که در آن انرژی بستگی، چندین الکترون ولت است (و این انرژی در تمام واکنشهای شیمیایی در همین حدود است) غیرممکن است که بتوان مستقیماً تغییر در جرم کل دستگاه را آشکار کرد. ولی تغییر در جرم را می توان در واکنشهای هسته ای که در آنها انرژی بستگی نوعاً چندین میلیون الکترون ولت است آشکار کرد.

۴.۳ چهار- بردار اندازه حرکت- انرژی

نظریه نسبیت خاص و تبدیلات لورنتس مختصات براساس مشاهده بنیادی زیر بنا شدند: سرعت نور ناورداست. تمام ناظرهای لخت، سرعت یک باریکه نوری را یکسان و برابر مقدار ثابت c اندازه می گیرند. در این بخش دو کمیت نرده ای دیگر را که ناوردا هستند بررسی می کنیم: بزرگی چهار- بردار فضا-زمان و بزرگی چهار- بردار اندازه حرکت- انرژی.

چهار- بردار فضا-زمان. نخست بردار تغییر مکانی را در نظر می گیریم که در لحظه $t_1 = 0$ انتهای آن در مبدأ مختصات دستگاه لخت S_1 قرار دارد. چنانچه در همان زمان مختصات ابتدای این بردار x_1 ، y_1 و z_1 باشد، می توان نوشت

$$l^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2$$

که در آن l طول بردار است. کمیت‌های x_1 ، y_1 و z_1 نمایشگر مؤلفه‌های بردار مزبور در سه جهت فضا هستند.

بازه‌های فضایی و زمانی از نظر ناظر دیگری که با سرعت ثابت $c \gg v$ حرکت می‌کند چقدرند؟ مختصات این ناظر X_2 ، Y_2 و Z_2 ، الزاماً بر مختصات ناظر S_1 منطبق نیستند. با استفاده از تبدیلات گالیله، مشابه با معادله (۱۰۲)، طول بردار مذکور چنین است

$$l^2 = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2$$

بازه زمانی بین دو رویدادی که در دو انتهای بردار l در دو دستگاه S_1 و S_2 رخ داده‌اند یکسان و برابر با صفر است. کمیت‌های x_2 ، y_2 و z_2 نمایشگر مؤلفه‌های این بردار در امتداد محورهای مختصات دوم‌اند. با وجودی که، عموماً، مسافت x_2 همان x_1 نیست (همچنین y_1 و y_2 و نیز z_1 و z_2 یکسان نیستند)، طول l در هر دو دستگاه لخت یکسان، یا ناورداست. از این رو، برای هر تغییر مکان در فضای سه بعدی اقلیدسی می‌توان نوشت

$$(18.3) \quad l^2 = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = \text{فاصله ناوردایی}$$

همان‌طور که در بالا بیان شد، بازه زمانی بین دو رویداد واقع در دو انتهای بردار l ، در S_1 و S_2 یکسان است؛ همین‌طور، بازه زمانی بین هر دو رویداد در تبدیلات گالیله ناورداست

$$\Delta t = \Delta t_1 = \Delta t_2 = \text{ناوردایی زمان}$$

در فیزیک گالیله‌ای هر یک از بازه‌های فضایی و بازه‌های زمانی به‌طور جداگانه ناوردا هستند، ولی سرعت نور ناوردا نیست. در فصل ۲ دریافتیم که برای تضمین ناوردایی c باید تبدیلات لورنتس را به‌جای تبدیلات گالیله به‌کار ببریم، و در حرکت شناسی نسبیتی باید بازه‌های فضایی و بازه‌های زمانی جدا از هم را با یک تک بازه فضا-زمان ΔS^2 که هر دو رویدادی را به‌همدیگر مربوط می‌کند جایگزین کنیم. در این صورت این بازه فضا-زمانی کمیتی ناورداست

$$\begin{aligned} \Delta S^2 &= x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - c^2 t_2^2 \\ &= x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 t_1^2 \end{aligned} \quad (19.3) \text{ و } (30.2)$$

مختصات فضا و زمان یک رویداد (x_1 ، y_1 ، z_1 و t_1) در یک چارچوب لخت لزوماً با مختصات فضا و زمان (x_2 ، y_2 ، z_2 و t_2) همان رویداد در یک چارچوب لخت دیگر یکسان نیستند - در واقع، این دو دسته مختصات به‌وسیله تبدیلات لورنتس مختصات

به هم دیگر مربوط می شوند - ولی در تمام دستگاههای لخت* بازه فضا-زمانی بین این رویداد يك رویداد دیگر (مثلاً رویدادی که در مبدأ در لحظه $t_1 = t_2 = 0$ رخ می دهد) یکسان یا ناورداست.

معادلات (۱۸.۳) و (۱۹.۳) خیلی به هم مانسته اند؛ در واقع، درنسیست می توان چهار مختصات يك رویداد (سه مختصه فضایی و يك مختصه زمانی) را به صورت چهار مؤلفه يك بردار ناوردا در فضا-زمان در نظر گرفت. می توان چهار مؤلفه چهار-بردار فضا-زمان را به صورت x, y, z و ict اختیار کرد که در آن $i = (-1)^{1/2}$ است؛ آنگاه چنانچه هر يك از مؤلفه ها را مجذور و نتایج را با هم جمع کنیم، رابطه (۱۹.۳) حاصل می شود. (البته، نمی توان يك بردار چهار بعدی با سه مؤلفه فضایی حقیقی و يك مؤلفه زمانی موهومی را تجسم کرد؛ ما صرفاً خصوصیات صوری بردارهای سه بعدی معمولی را به فضا-زمان چهار بعدی تعمیم می دهیم.)

چهار-بردار اندازه حرکت-انرژی. حال رابطه اساسی دینامیک نسبیتی را بررسی می کنیم. این رابطه انرژی کل يك ذره E و اندازه حرکت p آن را بر حسب انرژی سکون آن، E_0 ، بیان می کند

$$E^2 = E_0^2 + (pc)^2 \quad (۱۴.۳)$$

گرچه این معادله تنها برای حرکت يك بعدی به دست آمد، ولی برای هر حرکتی صادق است. در اینجا p نمایشگر بزرگی اندازه حرکت کل ذره است، و عموماً دارای مؤلفه های قائم p_x, p_y, p_z است که در آن $p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$ است. رابطه اندازه حرکت-انرژی را به صورت زیر نیز می توان نوشت

$$-\left(\frac{E_0}{c}\right)^2 = p^2 - \left(\frac{E}{c}\right)^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \left(\frac{E}{c}\right)^2 \quad (۲۰.۳)$$

چون $(m_0 c)^2 = -(E_0/c)^2$ است، طرف چپ این معادله تنها به جرم سکون ذره بستگی دارد. جرم سکون m_0 و نیز انرژی سکون E_0 هر ذره ای همواره یکسان است. به بیان دیگر، بدون توجه به چارچوب لختی که در آن اندازه حرکت و انرژی ذره اندازه گیری می شوند، انرژی سکون ذره، E_0 ناورداست. از این رو رابطه (۲۰.۳) که کمیت ناوردای $-(E_0/c)^2$ را در طرف چپ خود دارد، به همان صورت رابطه (۱۹.۳) است. دقیقاً به همان

* البته انتخاب بازه فضا-زمانی به صورت $ct^2 - x^2 - y^2 - z^2$ یا به صورت $x^2 + y^2 + z^2 - ct^2$ اختیاری است. هر دو صورت به کار می روند، ما همواره بازه فضا-زمانی را به گونه ای که در معادله (۱۹.۳) تعریف شد به کار خواهیم برد.

صورتی که مختصات فضایی و زمانی یک رویداد به یک بازه فضا-زمانی ناورداء مربوط می‌شوند، مؤلفه‌های اندازه حرکت و انرژی نسبیتی یک ذره نیز به یک کمیت ناورداء ارتباط داده می‌شوند.

درست همان‌طور که در حرکت شناسی نسبیتی سه مختصه فضایی و یک مختصه زمانی یک رویداد را به عنوان مؤلفه‌های یک بازه فضا-زمانی چهار بعدی در نظر می‌گیریم، در دینامیک نسبیتی نیز سه مؤلفه اندازه حرکت و یک مقدار انرژی را در هر چارچوب لختی ترکیب می‌کنیم تا یک چهار-بردار اندازه حرکت-انرژی حاصل شود. مؤلفه‌های این چهار-بردار در چارچوب لخت S_1 عبارت‌اند از $p_{x_1}, p_{y_1}, p_{z_1}$ و iE_1/c ، که در آن سه مؤلفه اول، به ترتیب، مؤلفه‌های اندازه حرکت در امتداد محورهای X_1, Y_1 و Z_1 اند، و E_1 انرژی کل ذره در این چارچوب لخت است. با مجذور کردن چهار مؤلفه چهار-بردار اندازه حرکت-انرژی و جمع کردن آنها، رابطه (۲۰.۳) به دست می‌آید. در واقع، فرض بنیادی دینامیک نسبیتی این است که در هر چارچوب لخت، چهار-بردار اندازه حرکت-انرژی کمیت ناوردای یکسانی را به دست می‌دهد

$$\begin{aligned} \text{ناوردایی اندازه حرکت-انرژی} &= -\left(\frac{E_0}{c}\right)^2 = p_{x_0}^2 + p_{y_0}^2 + p_{z_0}^2 - \left(\frac{E_0}{c}\right)^2 \\ &= p_{x_1}^2 + p_{y_1}^2 + p_{z_1}^2 - \left(\frac{E_1}{c}\right)^2 \end{aligned} \quad (21.3)$$

از مقایسه چهار-بردار اندازه حرکت-انرژی $(p_{x_1}, p_{y_1}, p_{z_1}, iE_1/c)$ با چهار-بردار فضا-زمانی (x_1, y_1, z_1, ict_1) مشاهده می‌کنیم که به کمک جایگزینی‌های زیر می‌توان از یکی از این دو بردار، به دیگری دست یافت

$$\begin{aligned} p_{x_1} &\text{ برای } x_1 \\ p_{y_1} &\text{ برای } y_1 \\ p_{z_1} &\text{ برای } z_1 \end{aligned} \quad (22.3)$$

$$\frac{E_1}{c^2} \text{ برای } t_1 \text{ یا } \frac{iE_1}{c} \text{ برای } ict_1$$

تبدیلات لورنتس مختصات، محاسبه مختصات فضا و زمان یک رویداد را در دستگاه S_2 بر حسب مختصات فضا و زمان همان رویداد در S_1 ، یا برعکس امکان پذیر می‌کند. می‌توان روابط تبدیلی متناظری ساخت که مؤلفه‌های اندازه حرکت و انرژی کل یک ذره در چارچوب S_2 را بر حسب مؤلفه‌های اندازه حرکت و انرژی کل همان ذره در چارچوب

لخت دیگری مانند S_1 بیان کند. با به کار بردن روابط (۲۲.۳) در تبدیلات لورنتس مختصات، معادلات (۲۴.۲)، چنین به دست می آوریم

$$p_{x_2} = \frac{p_{x_1} - v(E_1/c^2)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$p_{y_2} = p_{y_1} \quad (24.3)$$

$$p_{z_2} = p_{z_1}$$

$$E_2 = \frac{E_1 - vp_{x_1}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

از اولین معادله دیده می شود که مؤلفه X اندازه حرکت یک ذره که در S_2 اندازه گیری شده است، نه تنها به اندازه حرکت نظیر آن در S_1 و سرعت S_2 نسبت به S_1 ، یعنی v ، بستگی دارد، بلکه به انرژی کل ذره E_1 نیز بستگی دارد. به طور مشابه، آخرین معادله نشان می دهد که انرژی کل ذره در S_2 به انرژی کل ذره در S_1 ، سرعت نسبی v دستگاه های لخت، و به مؤلفه X اندازه حرکت در S_1 بستگی دارد.

تبدیلات معکوس نیز با تعویض شاخصهای پایین ۱ و ۲ و قرار دادن v به جای v حاصل می شوند. توجه کنید که سرعت ظاهر شده در رابطه (۲۳.۳)، یعنی v ، همان سرعت حرکت چارچوب لخت S_2 نسبت به چارچوب لخت S_1 است. سرعت یک ذره که در S_1 و S_2 مشاهده می شود، همان v که در رابطه (۲۳.۳) ظاهر می شود نیست. سرعت ذره از تقسیم اندازه حرکت نسبی ذره بر جرم نسبی آن به دست می آید؛ برای مثال، سرعت ذره در S_1 برابر است با

$$v_1 = \frac{p_1}{m_1} = \frac{p_1}{E_1/c^2} = \frac{p_1 c^2}{E_1} \quad (24.4)$$

برای مشاهده چگونگی عملکرد روابط تبدیل اندازه حرکت-انرژی، مثالهای زیر را در نظر می گیریم.

مثال ۴.۳ ذره ای که جرم سکون آن m_0 و انرژی سکون آن E_0 است، با سرعت $c/6$ در جهت مثبت محور Y_1 دستگاه S_1 حرکت می کند. (الف) چهار مؤلفه اندازه حرکت-انرژی ذره که در S_1 مشاهده می شوند چقدرند؟ (ب) در صورتی که دستگاه لخت S_2 با سرعت $c/98$ در جهت مثبت محور X_1 حرکت کند، چهار مؤلفه مذکور در S_2 چقدر

خواهند بود؟ (ج) انرژیهای جنبشی ذره در S_1 و در S_2 چقدرند؟
 الف) چون ذره در جهت محور Y در S_1 حرکت می کند، پس $p_{x1} = p_{x2} = 0$.
 با توجه به تعریف می توان نوشت

$$p_{y1} = m_1 v_{y1} = \frac{m_0 v_{y1}}{\sqrt{1 - (v_1/c)^2}} = \frac{m_0 (0.96c)}{\sqrt{1 - (0.96)^2}} = \frac{0.96 m_0 c}{0.8} = \frac{3}{4} m_0 c$$

انرژی کل ذره را می توان از رابطه (۲۴.۳) محاسبه کرد

$$E_1 = \frac{p_1 c^2}{v_1} = \frac{\left(\frac{3}{4} m_0 c\right) c^2}{0.96c} = \frac{5}{4} m_0 c^2 = \frac{5}{4} E_0$$

ب) معادلات (۲۳.۳) نشان می دهند که

$$p_{y2} = p_{y1} = \frac{3}{4} m_0 c$$

$$p_{x2} = p_{x1} = 0$$

مقدار p_{x2} برابر است با

$$p_{x2} = \frac{p_{x1} - v E_1 / c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{0 - (0.98c) \left(\frac{5}{4} E_0 / c^2\right)}{\sqrt{1 - (0.98)^2}} = -0.61 m_0 c$$

سرانجام، انرژی ذره در S_2 چنین خواهد بود

$$E_2 = \frac{E_1 - v p_{x1}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{\frac{5}{4} E_0 - (0.98c)(0)}{\sqrt{1 - (0.98)^2}} = \frac{25}{4} E_0$$

ج) انرژیهای جنبشی ذره در S_1 و S_2 به صورت زیرند

$$E_{k1} = E_1 - E_0 = \frac{5}{4} E_0 - E_0 = \frac{1}{4} E_0$$

$$E_{k2} = E_2 - E_0 = \frac{25}{4} E_0 - E_0 = \frac{21}{4} E_0$$

مثال ۵.۳ دو ذره A و B که جرم سکون هر یک m_0 است و با سرعت یکسان به طرف همدیگر در حرکت اند، باهم برخورد می کنند. این دو ذره به همدیگر می چسبند و ذره

سوم C را که جرم سکون آن M_0 است تشکیل می‌دهند. رابطه بین m_0 و M_0 چگونه است؟ در بخش ۲.۳ این وضعیت را با فرض بقای جرم انرژی بررسی کردیم. در اینجا مسئله را از دیدگاه ناوردایی چهار-بردار اندازه حرکت-انرژی بررسی خواهیم کرد. فرض می‌کنیم که ذرات در جهت مخالف یکدیگر و در امتداد محور X_1 در دستگاه S_1 حرکت می‌کنند. در این صورت، از نظر ناظر S_1 ، بقای اندازه حرکت در این برخورد چنین است

$$p_{x1A} + p_{x1B} = p_{x1C} \quad (25.3)$$

ناظر S_1 را در چارچوب مرجعی در نظر می‌گیریم که در آن مرکز جرم دستگاه ساکن است. در این صورت اندازه حرکت کل دستگاه نه تنها ثابت بلکه هم قبل و هم بعد از برخورد صفر است

$$p_{x1C} = p_{x1A} + p_{x1B} = 0 \quad (26.3)$$

حال، اگر هم‌وردایی بقای اندازه حرکت را بپذیریم، باید ناظر واقع در چارچوب لخت S_2 نیز اندازه حرکت را در این برخورد پایسته یابد. از نظر S_2

$$p_{x2A} + p_{x2B} = p_{x2C} \quad (27.3)$$

است اما اندازه حرکت‌های اندازه‌گیری شده در S_1 و S_2 ، از طریق معادلات تبدیل اندازه حرکت-انرژی به همدیگر مربوط می‌شوند. با قراردادن روابط (۲۳.۳) در (۲۷.۳)، داریم

$$\frac{p_{x1A} - (v/c^2)E_{1A}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} + \frac{p_{x1B} - (v/c^2)E_{1B}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{p_{x1C} - (v/c^2)E_{1C}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

این معادله را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت

$$(p_{x1A} + p_{x1B}) - p_{x1C} = \left(\frac{v}{c^2}\right)(E_{1A} + E_{1B} - E_{1C})$$

در صورتی که رابطه (۲۶.۳) را در این معادله قرار بدهیم، طرف چپ آن صفر می‌شود و به صورت

$$E_{1A} + E_{1B} = E_{1C} \quad (28.3)$$

درمی‌آید. بنا به این معادله، از نظر ناظر S_1 ، انرژی کل دو ذره A و B قبل از برخورد همان انرژی کل ذره C بعد از برخورد است؛ به عبارت دیگر، انرژی کل پایسته است.

مخصوصاً توجه کنید که بقای انرژی نسبیتی از بقای اندازه حرکت نسبیتی نتیجه شد. برای بیان اینکه انرژی کل دو ذره قبل از برخورد، همان انرژی کل تک ذره بعد از برخورد است، به نظر می‌رسد که معادله (۲۸.۳) به قدر کافی ساده و گویا باشد؛ ولی باید توجه داشت که جرم هر یک از دو ذره A و B برابر با m_0 و جرم ذره C برابر M_0 است. در صورتی که سرعت ذرات A و B را با v_1 نشان دهیم، آنگاه

$$E_{1A} = E_{1B} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v_1/c)^2}} \quad (29.3)$$

ذره C در دستگاه S_1 ساکن باقی می‌ماند، بنابراین انرژی کل این ذره چنین است

$$E_{1C} = M_0 c^2 \quad (30.3)$$

با قرار دادن روابط (۲۹.۳) و (۳۰.۳) در (۲۸.۳)، داریم

$$\frac{2m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v_1/c)^2}} = M_0 c^2 \quad (31.3)$$

جرم سکون M_0 ذره مرکب C که در این برخورد غیر کشان تشکیل می‌شود از مجموع دو جرم سکون و مجزای ذرات A و B ، یعنی از $2m_0$ ، بزرگتر است. این مطلب با نتایج حاصل از بخش ۲.۳ توافق دارد.

۵.۳ نسبیت خاص و برهم کنش الکترومغناطیسی

سرعت انتشار امواج الکترومغناطیسی، c ، یک کمیت ناوردای نسبیتی است. بارالکتریکی نیز یک کمیت ناوردای نسبیتی است؛ بدین معنی که بزرگی بارالکتریکی یک ذره به سرعت ذره بستگی ندارد. ساده‌ترین و قانع‌کننده‌ترین شاهد تجربی در مورد ناوردایی بارالکتریکی این است که یک دستگاه از لحاظ الکتریکی خنثی، که از ذراتی با بارهای برابر و مختلف‌العلامت تشکیل شده باشد، از لحاظ الکتریکی خنثی باقی می‌ماند و این امر از سرعت‌های ذرات آن دستگاه کاملاً مستقل است. از این رو، یک مولکول هیدروژن با دو پروتون و دو الکترون و یک اتم هلیوم نیز با دو پروتون و دو الکترون، هر دو با تقریب یک در 10^{20} ، از لحاظ الکتریکی خنثی هستند، هر چند که سرعت ذرات مؤلفه‌ای در این دو دستگاه کاملاً باهم متفاوت باشند.

معمولاً برهم کنش الکترومغناطیسی یک زوج ذره باردار را به دو قسمت تقسیم می‌کنند: نیروی الکتریکی، که همواره بین دو ذره باردار عمل می‌کند، اعم از اینکه هر یک از این دو نسبت به ناظر ساکن یا متحرک باشند، و نیروی مغناطیسی، که تنها در صورتی

بین دو ذره باردار عمل می کند که هر دوی آنها نسبت به ناظر در حرکت باشند. به سادگی مشاهده می شود که نیروی مغناطیسی بین هر دو ذره باردار Q_1 و Q_2 را می توان حذف کرد و این کار صرفاً با انتخاب يك چارچوب مرجع مناسب انجام می پذیرد. به عنوان مثال، چنانچه ناظری در چارچوب مرجعی که نسبت به بار Q_1 ساکن است قرار داشته باشد، هیچ نیروی مغناطیسی بین دو بار اندازه نخواهد گرفت. نخست به این دلیل که نیروی مغناطیسی وارد بر Q_2 از طرف Q_1 صفر خواهد بود، زیرا Q_1 ساکن است و در محل Q_2 (یا در هیچ نقطه دیگری از فضا) میدان مغناطیسی نمی آفریند. دیگر اینکه، حتی اگر Q_2 نسبت به ناظر در حرکت می بود نیز هیچ نیروی مغناطیسی بر Q_1 وارد نمی کرد، زیرا Q_1 در حرکت نیست. این مثال ساده نشان می دهد که ممکن است بین دو ذره باردار از نظر ناظرهای واقع در برخی دستگاههای لخت، نیروی مغناطیسی وجود داشته باشد ولی نه در همه دستگاهها. اولین اصل موضوع نسبیت، هموردایی شکل يك قانون فیزیکی در تمام چارچوبهای لخت، ایجاب می کند که قوانین الکترومغناطیس نیز شکل یکسانی در تمام چارچوبهای لخت دارا باشند. در این بخش يك بحث کیفی درباره چگونگی ارتباط نیروهای الکتریکی و مغناطیسی را، از نظر دستگاههای لخت مختلف، ارائه خواهیم داد.

برهم کنش مغناطیسی آشکارا به انتخاب چارچوب مرجع بستگی دارد. چون نظریه نسبیت خاص روابط تبدیلی بین چارچوبهای مرجع را بررسی می کند، انتظار داریم که پیدایش یا عدم پیدایش نیروی مغناطیسی بین ذرات باردار، اساساً يك اثر نسبیتی باشد. لاقلاً از لحاظ کیفی، به سادگی مشاهده می شود که

$$\text{مغناطیس} = \text{الکتریسته} + \text{نسبیت}$$

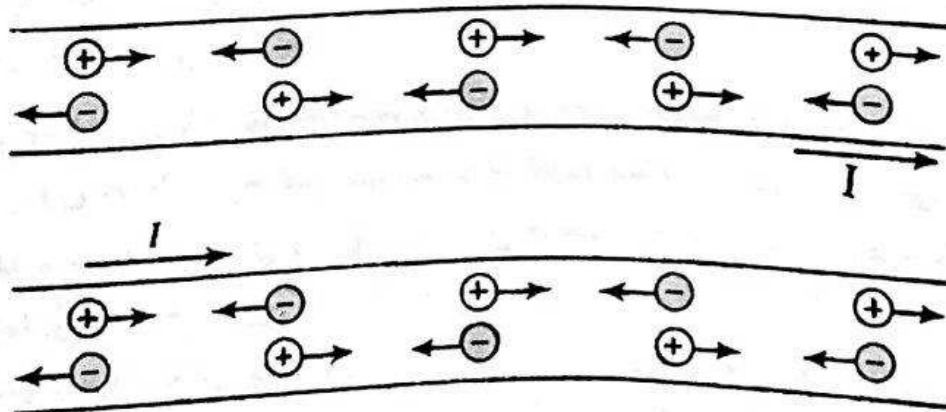
از این لحاظ برهم کنش مغناطیسی، يك نوع نیروی بنیادی متمایز و مجزا نیست؛ بلکه این به اصطلاح نیروی مغناطیسی، از برهم کنش مطلقاً الکتریکی (یا کولنی) و در بایستهای نسبیت خاص به دست می آید.

برای مشاهده ارتباط بین مغناطیس، الکتریسته، و نسبیت مثالی را که معمولاً به عنوان يك نیروی مغناطیسی خالص توصیف می شود، بررسی می کنیم. وقتی جریانهای موجود در دو رسانای موازی و بینهایت طویل همجهت باشند، این دو رسانا از لحاظ مغناطیسی همدیگر را جذب می کنند؛ و وقتی جریانهها در جهت خلاف یکدیگر باشند، رساناها همدیگر را دفع می کنند. در این وضعیت تصور می شود که هیچ نیروی الکتریکی بین این دو رسانا موجود نباشد، زیرا این دو رسانا از لحاظ الکتریکی خنثی هستند. در تحلیل متعارفی که از این وضعیت به عمل می آید چنین بیان می شود که، بارهای متحرک یکی از رساناها در محل رسانای دیگر يك میدان مغناطیسی به وجود می آورد و از این طریق

يك نیروی مغناطیسی بر بارهای متحرك رسانای دوم وارد می کند. این نیرو سرانجام به شبکه بلورین سیم جامدی که بارها از آن عبور می کنند انتقال داده می شود.

مجدداً این وضعیت را از دیدگاه نسیت خاص بررسی می کنیم. برای سهولت فرض می کنیم که جریان هر رسانا از مقادیر برابر بارهای مثبت آزاد، که در جهت جریان و بارهای منفی آزاد، که در خلاف جهت حرکت می کنند نتیجه می شود. البته، می دانیم که در فلزات، جریان فقط از حرکت بارهای منفی آزاد (الکترونها) ناشی می شود، ولی استدلالهای فیزیکی برای وضعیت متقارنتری که در اینجا برگزیده ایم ساده ترند، و نتایج شبیه نتایج حاصل از حالتی است که ذرات متحرك دارای فقط يك علامت بار باشند.

شکل ۹.۳ حرکت بارهای مثبت و منفی از شبکه ای را که از لحاظ الکتریکی خنثی است نشان می دهد. این بارها جریانی را در هر يك از سیمها تولید می کنند و جهت این جریانهها به سوی راست است. از لحاظ کلاسیکی، این جریانهها به يك نیروی جاذبه مغناطیسی بین دو سیم منجر می شوند. آیا می توان با استمداد از نسیت خاص این اثر را تنها برحسب يك نیروی الکتریکی بیان کرد؟ همان گونه که خواهیم دید، پاسخ مثبت است، اما فقط در صورتی که خیلی دقیق باشیم. ابتدا باید متوجه باشیم که چگونه تبدیل يك نیرو را بین دو چارچوب مرجع لخت بررسی نکرده ایم. بزرگی نیروی وارد بر يك ذره، برای تمام ناظرها، یکسان نیست؛ زیرا، برحسب تعریف، نیرو برابر است با تغییر اندازه حرکت ذره در واحد بازه زمانی؛ و هر دوی این کمیتها نیز به ناظر بستگی دارند. در اینجا روابط تبدیل نیرو را به تفصیل به دست نخواهیم آورد بلکه فقط از این واقعیت منطقی استفاده خواهیم کرد که هر چند بزرگی يك نیرو در تبدیل از يك چارچوب لخت

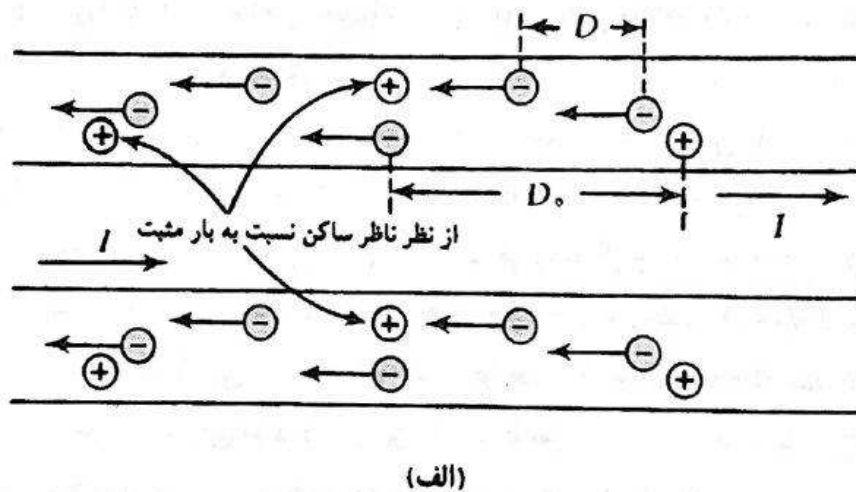
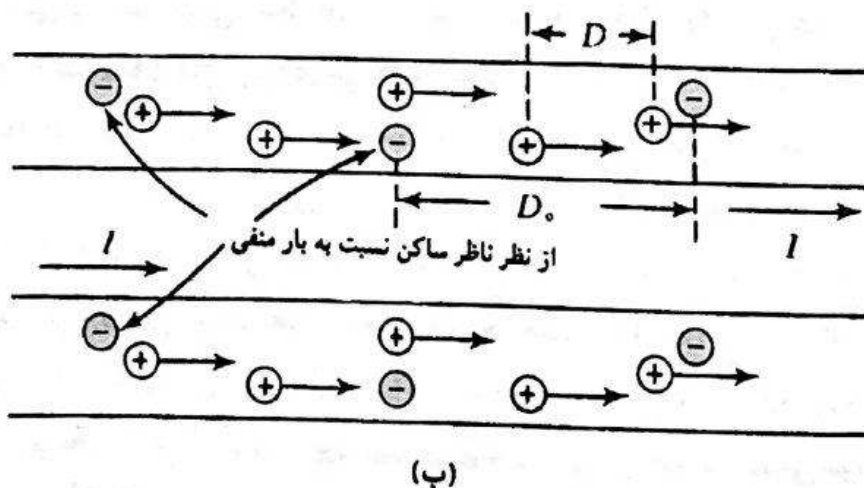


شکل ۹.۳ حرکت بارهای مثبت و منفی با سرعتهای یکسان در دو رسانای موازی که حامل جریانهای الکتریکی همجهت اند (به سوی راست).

به دیگری تغییر می‌کند، ولی جهت آن تغییر نمی‌کند.

حال توجه خود را به نیروی الکتریکی خالص وارد بر بارهای مثبت و منفی موجود در یکی از سیمها متمرکز می‌کنیم. برای انجام این کار، هر گونه برهم کنش مغناطیسی را عمداً مستثنی می‌کنیم و با استمداد از دریاستهای نسبت تنها به نیروهای الکتریکی می‌پردازیم.

برای یافتن نیروی وارد بر يك بار مثبت، نخست باید دستگاه را به دستگاه لخت دیگری که در آن بار مثبت ساکن است تبدیل کنیم؛ این عمل در شکل ۱۰.۳ الف نشان داده شده است. توجه داریم که ناظر واقع در این چارچوب، بارهای مثبت را ساکن



شکل ۱۰.۳ رساناها و بارهای مربوط به شکل ۹.۳. اما در اینجا (الف) از نظر ناظری که نسبت به بارهای مثبت در حال سکون است و (ب) از نظر ناظری که نسبت به بارهای منفی در حال سکون است.

می‌یابد؛ فاصله بین بارهای مثبت مجاور را با D_0 نشان می‌دهیم. ولی، در این حالت بارهای منفی سرِیتر از بارهای منفی شکل ۹.۳ به طرف چپ حرکت می‌کنند؛ زیرا در اثر انقباض فضایی فاصله بین بارهای منفی مجاور، D ، کمتر از D_0 خواهد بود. برایند نیروی الکتریکی وارد بر یک بار مثبت معین، ناشی از دیگر بارهای مثبت و منفی موجود در همان سیم، و نیز ناشی از بارهای مثبت و منفی موجود در سیم دیگر است. بدیهی است که مؤلفه نیروی ناشی از دیگر بارهای مثبت موجود در همان سیم صفر است، زیرا تعداد بارهای مثبتی که به‌طور یکنواخت در طرف چپ و راست توزیع شده‌اند یکسان است. این مطلب در مورد مؤلفه نیروی ناشی از بارهای منفی موجود در همان سیم نیز صادق است.

در این صورت، راجع به برایند نیروی ناشی از ذرات باردار موجود در سیم دیگر چه می‌توان گفت؟ به دلایل انقباض فاصله بین بارهای منفی مجاور، تعداد بارهای منفی در واحد طول بیش از تعداد بارهای مثبت خواهد بود. از این رو، مثلاً از دیدگاه یک بار مثبت موجود در سیم پایینی، بار خالص سیم بالایی منفی است، و این بار مثبت جذب سیم بالایی می‌شود. تبدیل معکوس به دستگاه لختی که در آن سیمها ساکن‌اند (شکل ۹.۳) نیز نیروی جاذبه‌ای بین بار مثبت و سیم بالایی به دست می‌دهد، گرچه از لحاظ بزرگی، این نیرو با نیروی شکل ۱۰.۳ الف متفاوت است. (همین‌طور یک بار مثبت موجود در سیم بالایی، شکل ۱۰.۳ الف، سیم پایینی را با بار منفی خواهد یافت، زیرا فاصله بین بارهای منفی متحرک در آن سیم منقبض می‌شود و بنابراین بار مثبت مذکور جذب سیم پایینی می‌شود.)

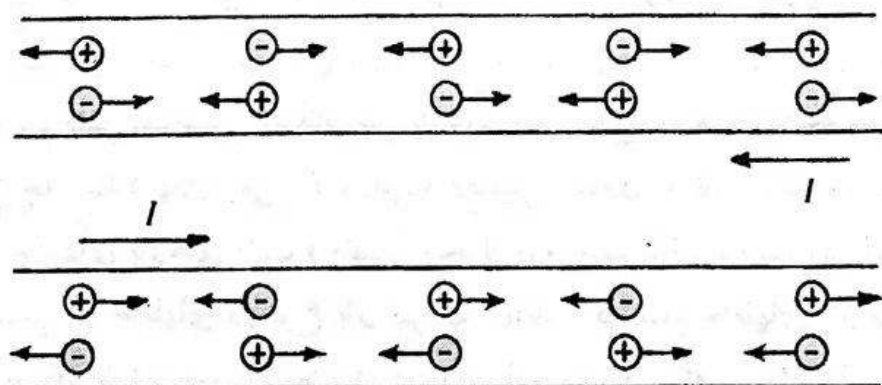
حال نیروهای وارد بر بارهای منفی را بررسی می‌کنیم. چه نیرویی (جاذبه یا دافعه) بر یک بار منفی در سیم پایینی، شکل ۹.۳، از طرف بارهای دیگر وارد می‌شود؟ برای یافتن این نیرو، از شیوه کار قبلی پیروی می‌کنیم. نخست بارها را از دیدگاه یک چارچوب لخت که در آن بار منفی مورد نظر ساکن است می‌نگریم؛ سپس با تبدیل معکوس به دستگاهی برمی‌گردیم که در آن سیمها ساکن‌اند. شکل ۱۰.۳ ب حرکت بارها را از دید چارچوب مرجعی که در آن بارهای منفی ساکن‌اند نشان می‌دهد. باز هم، به دلیل یکسان بودن تعداد بارها در طرفین بار منفی مورد نظر، هیچ نیروی خالصی از طرف بارهای مثبت و منفی، در سیم پایینی به آن وارد نمی‌شود؛ ولی در اثر انقباض فضا در مورد بارهای مثبت متحرک، بار منفی مورد نظر، سیم دیگر را با بار مثبت می‌بیند و بنابراین جذب آن می‌شود. (یک چنین بحثی در مورد بارهای منفی سیم بالایی نیز صادق است.) سرانجام با تبدیل معکوس به چارچوب مرجعی که در آن سیمها ساکن‌اند (شکل ۹.۳) باز هم نیروی جاذبه‌ای بین هر بار منفی و سیم دیگر به دست می‌آید.

بارهای مثبت و منفی موجود در یکی از سیمهای شکل ۹.۳ هر دو جذب سیم دیگر می‌شوند.

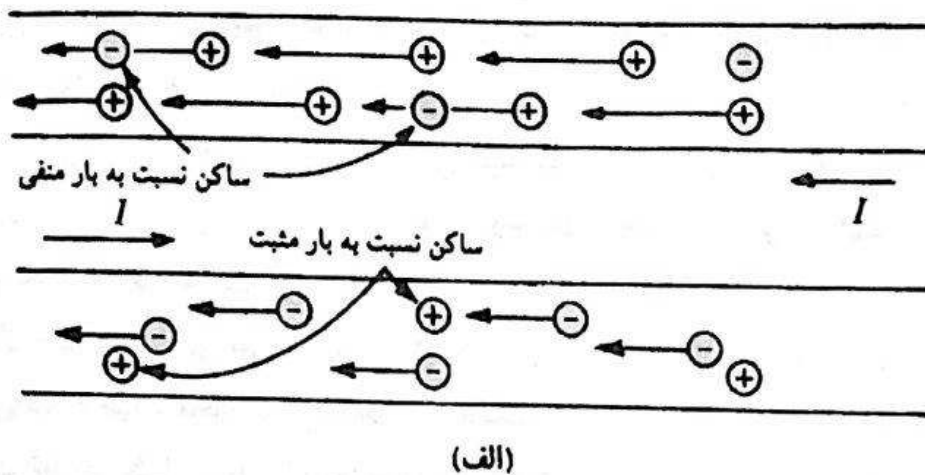
بنابراین این بارها عرض سیم مربوط به خود را طسی خواهند کرد تا به سطحی برسند که نسبت به سیم دیگر نزدیکترین است؛ ولی چون به سیم رسانا مقیدند، نمی‌توانند این سطح را ترك کنند؛ از این رو، نیروی جاذبه به تمامی سیم انتقال داده می‌شود. به طریقی کیفی نشان دادیم که دوسیم حامل جریانهای هم سو بدون دخالت (حداقل به طور آشکار) يك نیروی مغناطیسی، یکدیگر را جذب می‌کنند.

حال وضعی را بررسی می‌کنیم که در آن از دو رسانای بینهایت طویل و موازی، جریانهایی در دو جهت مخالف می‌گذرند. مجدداً فرض می‌کنیم که جریان هر سیم ناشی از حرکت تعداد یکسانی بارهای مثبت و منفی است که با سرعت یکسان اما در جهت‌های مخالف در سیم حرکت می‌کنند. شکل ۱۱.۳ حرکت بارها را در چارچوبی نشان می‌دهد که در آن سیم‌ها ساکن‌اند. می‌خواهیم نیروهای وارد بر بارهای مثبت و منفی موجود در یکی از سیم‌ها، مثلاً در سیم پایینی را پیدا کنیم. برای یافتن نیروی وارد بر يك بار مثبت، نخست باید، مطابق شکل ۱۲.۳ الف، آن را در چارچوب مرجعی که در آن این بار ساکن است مشاهده کنیم. همان‌طور که قبلاً دیدیم، می‌دانیم که نیروی وارد بر بار مزبور، که از تمامی بارهای مثبت و منفی دیگر در همان سیم ناشی می‌شود، صفر است. حال نیرویی را که از طرف بارهای موجود در سیم دیگر بر این بار وارد می‌شود بررسی می‌کنیم. بارهای منفی سیم بالایی ساکن‌اند، و بارهای مثبت این سیم به طرف چپ در حرکت‌اند. در اثر انقباض فضا، تعداد بارهای مثبت در واحد طول سیم بالایی از بارهای منفی همین سیم بیشتر است، و بار مثبت مورد نظر در سیم پایینی، سیم بالایی را با بار مثبت می‌یابد؛ بنابراین، دوسیم همدیگر را دفع می‌کنند.

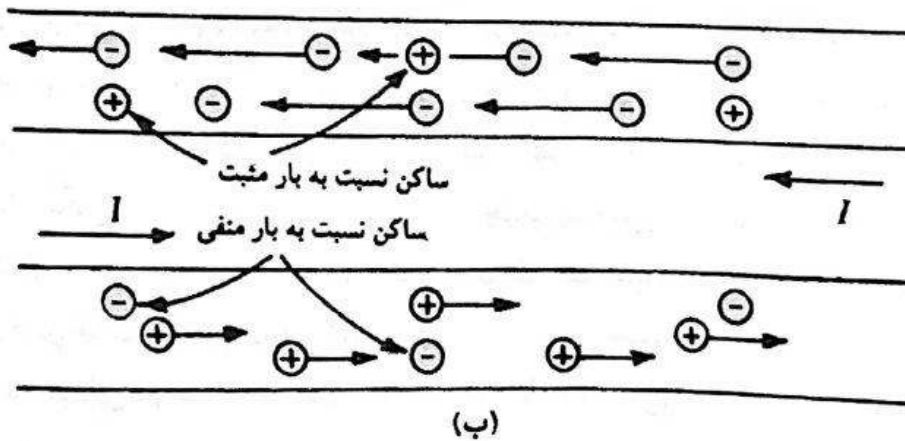
برای یافتن نیروی وارد بر يك بار منفی در سیم پایینی، دستگاه را به چارچوبی که در آن این بار ساکن است تبدیل می‌کنیم؛ شکل ۱۲.۳ ب را ببینید. از نظر این چارچوب، سیم



شکل ۱۱.۳ بارهای مثبت و منفی با سرعت‌های یکسان در دو رسانای موازی حامل جریانهای غیر هم‌سو، حرکت می‌کنند.



(الف)



(ب)

شکل ۱۲.۳ رساناها و حاملهای بار مربوط به شکل ۱۱.۳ ولی این بار به وسیله (الف) ناظری که نسبت به بارهای مثبت رسانای پایینی ساکن است و (ب) ناظری که نسبت به بارهای منفی رسانای پایینی ساکن است، مشاهده می شوند.

بالایی دارای بار منفی خالص است، و بار منفی مورد بحث توسط این سیم دفع می شود. به طور خلاصه، نیروی برآیند وارد از طرف يك رسانا بر رسانای دیگری که در آن جهت جریان خلاف جهت جریان رسانای اول است، يك نیروی دافعه است. يك بار دیگر، بدون توسل به برهم کنش مغناطیسی آشکار بین بارهای الکتریکی، به همان نتیجه دست یافتیم. اگرچه استدلالهای کیفی بالا در مورد وضعیتی متقارن به کار گرفته شدند، که در آن تعداد حاملهای بارهای مثبت و منفی متحرك در هر سیم برابر بودند، این استدلالها در مورد هر نسبیتی از حاملهای دو نوع بار نیز صادق اند. اگر تمام حاملهای بار منفی بودند، همچنانکه در اکثر فلزات معمولی چنین است، مجدداً درمی یافتیم که سیمهای حامل جریانهای همسو یکدیگر را جذب و سیمهای حامل جریانهای غیر همسو یکدیگر را دفع می کردند. وقتی جریانهای دو سیم همسو باشند، بارهای منفی در هر يك از سیمها جذب سیم دیگری شوند،

و در نتیجه در هر سیم فزونی بار منفی در نزدیکترین سطح به سیم دیگر وجود خواهد داشت. این با وضعی که در شکل ۹.۳ نشان داده شد مغایر است. در این شکل هر دو نوع حامل بارهای مثبت و منفی به تعداد یکسان به وجوه نزدیک سیمها می آیند و بار خالصی در سطح وجود ندارد. با استفاده از این اثر، امکان تعیین علامت حاملهای غالب بار وجود دارد.*

۹.۳ محاسبات و یگاها در مکانیک نسبیتی

در صورتی می توان معادلات کلاسیک را در مورد اندازه حرکت و انرژی جنبشی يك ذره به کاربرد که سرعت آن ذره به مراتب از سرعت نور کمتر باشد؛ در مورد سرعتهای بالا باید از روابط نسبیتی استفاده کرد. داشتن يك قاعده عملی برای تعیین اینکه آیا محاسبات مربوط به يك مسئله را باید به طور نسبیتی یا به طور کلاسیک انجام داد، مفید است. در صورتی که شرایط جدول ۱۰.۳ رعایت شوند، خطا در محاسبه اندازه حرکت و انرژی، بیش از ۱ درصد نخواهد بود. چنانچه انرژی جنبشی يك ذره کسر خیلی کوچکی از انرژی سکون آن باشد، مکانیک کلاسیک مورد استفاده قرار می گیرد؛ از طرف دیگر، اگر انرژی کل یا انرژی

جدول ۱۰.۳

خطا در رابطه زیر		برای وضعیت	
بیش از يك درصد نیست			
$E_k \approx \frac{1}{2} m_0 v^2$	$E_k/E_0 < 0.01$	یا	ناحیه کلاسیکی
و			
$p \approx m_0 v$	$v/c < 0.1$	$E/E_0 > 1$	
		یا	
$E \approx pc$	$E_k/E_0 > 6$	یا	ناحیه فرین نسبیتی
		$v/c > 0.99$	

* ریک اثر هال در بخش ۹.۲۹ کتاب زیر

Weidner and Sells, *Elementary Classical Physics*, 2nd ed.

جنبشی يك ذره بر انرژی سکون آن بدمیزان زیادی فزونی داشته باشد، در آن صورت رابطه فرین نسبیتی $E = pc$ را (که دقیقاً فقط در حالت $m_0 = 0$ برقرار است) می توان به کار برد.

یکای مناسب انرژی برای ذرات اتمی و زیر اتمی، الکترون ولت یا مضارب آن است

$$1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV} = \text{کیلو الکترون ولت}$$

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = \text{مگا الکترون ولت}$$

$$1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV} = \text{جیگا الکترون ولت}^*$$

از معادله (۱۴.۳) نتیجه می شود که یکای نظیر اندازه حرکت، الکترون ولت تقسیم بر سرعت نور، eV/c ، است. وقتی اندازه حرکت بر حسب این یکاها بیان شود، یکای pc همان الکترون ولت، eV ، خواهد بود. سرعت يك ذره اتمی به راحتی بر حسب سرعت نور، یعنی به صورت v/c داده می شود. در این یکاها سرعت هر ذره باید جایی بین صفر و ۱ قرار گیرد. این یکاهای ویژه (eV برای انرژی، eV/c برای اندازه حرکت، و v/c برای سرعت) محاسبات را در مسائل نسبیتی و همچنین در مسائل کلاسیک ساده می کنند.

می توان روابط انرژی جنبشی و اندازه حرکت کلاسیک را بر حسب انرژی سکون يك ذره $E_0 = m_0 c^2$ ، سرعت آن v/c و ثابت c به صورت زیر نوشت

$$E_k (\text{کلاسیک}) = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} (m_0 c^2) \left(\frac{v}{c} \right)^2 = \frac{1}{2} E_0 \left(\frac{v}{c} \right)^2 \quad (32.3)$$

$$p (\text{کلاسیک}) = m_0 v = \frac{(m_0 c^2)(v/c)}{c} = \frac{E_0 (v/c)}{c} \quad (33.3)$$

برای مثال، به سادگی می توان دریافت که انرژی جنبشی و اندازه حرکت الکترونی (انرژی سکون الکترون $E_0 = 0.51 \text{ MeV}$ است) که با سرعت c ۰.۵۱ حرکت می کند (در این مورد روابط کلاسیک به کار برده می شوند) به صورت زیر است

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} E_0 \left(\frac{v}{c} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} (0.51 \text{ MeV}) (10^{-2})^2 = 0.26 \times 10^{-4} \text{ MeV} = 26 \text{ eV} \end{aligned} \quad (32.3)$$

* یکای انرژی BeV (بیلیون الکترون ولت) نیز به جای 10^9 eV به کار می رود. ولی GeV برتری دارد، زیرا درازت یک بیلیون نمایشگر يك میلیون میلیون (10^{12}) و نه يك هزار میلیون (10^9) است.

$$p = \frac{E_0(v/c)}{c}$$

$$= \frac{(0.51 \text{ MeV})(10^{-2})}{c} = \frac{0.51 \times 10^{-2} \text{ MeV}}{c} = 51 \text{ keV}/c \quad (33.3)$$

در فیزیک اتمی، اغلب جرم ذرات بر حسب یکای واحد شده جرم اتمی، یا «u» بیان می‌شود. یک یکای جرم اتمی به صورت یک دوازدهم جرم یک اتم کربن خنثی (ایزوتوپ ۱۲) تعریف می‌شود. عدد آووگادرو، 6.02252×10^{23} ، برابر تعداد اتمهای موجود در ۱۲ گرم کربن اتمی است. بنابراین

$$1u = \frac{1}{12} \left(\frac{12g}{6.02252 \times 10^{23}} \right) = 1.660 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

رابطه بین یکای جرم اتمی، u، و یکای انرژی MeV مخصوصاً مفید است. این رابطه را با استفاده از رابطه عمومی جرم-انرژی، $E = mc^2$ ، به دست می‌آوریم

$$E = mc^2 = (1u)c^2$$

$$= \frac{(1.660 \times 10^{-27} \text{ kg})(2.998 \times 10^8 \text{ m/s})^2}{(1.602 \times 10^{-19} \text{ J/eV})(10^6 \text{ eV/MeV})}$$

$$= 931.5 \text{ MeV}$$

بنابراین

$$1 = 1u = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

این رابطه را می‌توان به عنوان عامل تبدیل اساسی بین یکاهای جرم و انرژی تلقی کرد. انرژیهای سکون الکترون و پروتون عبارتند از

$$\text{انرژی سکون الکترون} = 0.51101 \text{ MeV} = 0.51101 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{انرژی سکون پروتون} = 938.27 \text{ MeV} = 938.27 \text{ MeV}/c^2$$

به خاطر سپردن مقدار انرژی سکون الکترون، تقریباً یک دوم مگا الکترون ولت، $1/2 \text{ MeV}$ ، و انرژی سکون پروتون، تقریباً یک جیگا الکترون ولت، 1 GeV ، ارزشمند است. به طور قراردادی، وقتی ذره‌ای به صورت، مثلاً یک ذره 300 MeV ، توصیف می‌شود، منظور آن است که انرژی جنبشی ذره، و نه انرژی کل آن E ، سه مگا الکترون ولت است.

مثال ۶.۳ سرعت یک الکترون 300 MeV چقدر است؟ انرژی جنبشی آن E_k برابر 300 MeV و انرژی سکون آن E_0 برابر 0.51 MeV است. چون $E_k > E_0/100$ است، محاسبه نسبیتی را باید به کار برد. معادله (۵.۳) نشان می‌دهد که

$$mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (۳۴.۳)$$

معادله اخیر اغلب در محاسبات نسبیتی مفید است. از حل این معادله برای v/c داریم

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{E_0^2}{E^2}} = \sqrt{1 - \frac{E_0^2}{(E_k + E_0)^2}} = \sqrt{1 - \left(\frac{0.51}{2.51}\right)^2} = 0.98$$

مثال ۷.۳ اندازه حرکت یک الکترون 2000 GeV چقدر است؟ به دلیل آنکه $E_k/E_0 = 20000/0.51 \approx 40000$ است، جدول ۱.۳ نشان می‌دهد که می‌توان از رابطه $E = pc$ با خطایی کمتر از یک درصد استفاده کرد؛ بنابراین

$$p = \frac{E}{c} = \frac{E_k + E_0}{c} = \frac{(2000 + 0.51) \text{ GeV}}{c} \approx 20 \text{ GeV}/c$$

خلاصه

اندازه حرکت نسبیتی یک ذره چنین است

$$p = mv \quad \text{که در آن} \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (۶.۳)$$

در دینامیک نسبیتی انرژی کل و جرم نسبیتی یک ذره با معادله اینشتین به هم دیگر مربوط

می‌شوند

$$E = mc^2 \quad (۱۲.۳)$$

انرژی جنبشی یک ذره از رابطه زیر به دست می‌آید

$$E_k = E - E_0 \quad (۱۰.۳)$$

که در آن $E_0 = m_0 c^2$ انرژی سکون ذره است.

کمیت دینامیکی

$$(pc)^2 - E^2 = -E_0^2 \quad (۱۴.۳)$$

تحت تبدیلات لورنتس ناورد است، یعنی این کمیت در تمام دستگاه‌های لخت دارای مقدار یکسانی است.

جرم سکون يك دستگاه از ذرات مقید، به مقدار E_0/c^2 از جرم کل قسمتهای جدا از هم کمتر است، که در آن E_0 انرژی بستگی کل است. انرژی کل ذره و مؤلفه‌های اندازه حرکت آن، از يك دستگاه لخت به دستگاه لخت دیگر، مانسته تبدیلات لورنتس فضا - زمانی تبدیل می‌شوند

$$p_{x2} = \frac{p_{x1} - v(E_1/c^2)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$p_{y2} = p_{y1}$$

(۲۳.۳)

$$p_{z2} = p_{z1}$$

$$E_2 = \frac{E_1 - vp_{x1}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

قوانین الکترودینامیک ماکسول هم‌وردای لورنتسی‌اند. بنابه نسبت خاص، در صورتی برهم کنش مغناطیسی بین بارهای متحرک انجام می‌شود که برهم کنش مطلقاً الکتریکی از يك دستگاه لخت به دستگاه لخت دیگر تبدیل شود.

مسائل

۱. از نظر ناظر آزمایشگاه، شدت يك باریکه تك انرژی از پیوندهای باردار، پس از اینکه فاصله ۹ متر را طی می‌کند، به اندازه سازه ۲ کاهش می‌یابد. (الف) سرعت، (ب) اندازه حرکت، و (ج) انرژی جنبشی پیونها را به دست آورید. (فرض کنید که نیم عمر يك پیون باردار 1.5×10^{-8} s و انرژی سکون آن ۱۴۰ MeV است.)
۲. يك جسم جامد یکنواخت با سرعت خیلی زیاد در حرکت است. (الف) آیا چگالی جسم، که به صورت جرم نسبیتی برواحد حجم تعریف می‌شود، به سرعت جسم نسبت به ناظر، بستگی دارد؟ (ب) اگر چنین است، آیا چگالی جسم با سرعت افزایش می‌یابد یا کاهش؟ (ج) در صورتی که جسم جامد يك استوانه باشد، آیا چگالی آن در هر سرعت مفروضی به جهت محور استوانه نسبت به جهت حرکت جسم، بستگی دارد؟
۳. پیون يك ذره بنیادی ناپایدار با انرژی سکون ۱۴۰ MeV و عمر متوسط 2.55×10^{-8} s است. عمر میانگین عبارت است از متوسط بازه زمانی بین آفرینش يك پیون و واپاشی آن به ذرات دیگر، که در چارچوب مرجعی که در آن ذره ساکن است، اندازه گیری می‌شود. در عکس يك اتاقک حبابی، رد يك پیون که نمایشگر

سرگذشت واپاشی آن در طول عمر میانگین آن است، برابر 1200 cm است. در تولید این مسیر، پیون اساساً با سرعت ثابت حرکت می‌کند. (الف) انرژی جنبشی پیون چقدر است؟ (ب) سرعت پیون چقدر است؟

۴. الکترونی در استوا به دور زمین (شعاع متوسط زمین $m \times 10^6 \times 6370$ متر است) می‌چرخد. میدان مغناطیسی زمین در استوا تقریباً برابر $34 \times 10^{-5} \text{ G}$ است. با چه درصدی جرم نسبیتی الکترون بر جرم سکون آن فزونی می‌یابد؟

۵. برای يك ذره نسبیتی نشان دهید که

$$\beta \equiv \frac{v}{c} = \left[1 + \left(\frac{E_0}{pc} \right)^2 \right]^{-1/2} = \left[1 + \left(\frac{M_0 c}{p} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

۶. (الف) نشان دهید که می‌توان انرژی جنبشی E_k يك ذره را به صورت

$$E_k = \left[\sqrt{1 + \left(\frac{pc}{E_0} \right)^2} - 1 \right] E_0$$

نوشت، که در آن p و E_0 ، به ترتیب، اندازه حرکت و انرژی سکون ذره‌اند. (ب) نشان دهید وقتی $v/c \ll 1$ باشد، این معادله بدشکل کلاسیک خود تحویل می‌شود.

۷. يك باریکه از پروتونهای با انرژیهای گوناگون به طور عمود وارد يك میدان مغناطیسی یکنواخت 150 Wb/m^2 می‌شود. این باریکه به صورت طیفی که گستره شعاعهای آن از 1000 تا 10000 متر است تجزیه می‌شود. (الف) گستره مقادیر اندازه حرکتهای پروتون (بر حسب یکای GeV/c) چقدر است؟ (ب) گستره مقادیر انرژی جنبشی (بر حسب یکای GeV) چقدر است؟

۸. (الف) شعاع انحناى باریکهای از الکترونهای 20 GeV ، که به طور عمود به يك میدان مغناطیسی یکنواخت 200 Wb/m^2 وارد می‌شود چقدر است؟ (ب) فیزیک غیر نسبیتی در مورد این شعاع انحنا چه پیشگویی می‌کند؟ (ج) شعاع انحناى باریکهای از پروتونهای 20 GeV که به همین میدان وارد می‌شود چقدر است؟

۹. در شتابدهنده انرژی بالای باتاویا^۱ در ایلینویز^۲ می‌توان پروتونها را تا انرژی 500 GeV شتاب داد. (الف) سرعت این پروتونها را پیدا کنید. (ب) در صورتی که شدت نهایی باریکه پروتون برابر 10^{14} پروتون در ثانیه باشد، توان کمینه لازم

(بر حسب وات) برای شتاب دادن به پروتونها چقدر است؟

۱۰. به ذره باردار ساکنی، به وسیله يك اختلاف پتانسیل الکتریکی، شتاب داده می شود. آنگاه ذره به طور عمود وارد يك میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگی ثابت می شود. دیده می شود که وقتی پتانسیل شتاب دهنده چندین برابر شود، شعاع انحنای مسیر ذره در میدان مغناطیسی یکنواخت نیز تقریباً به همان نسبت افزایش می یابد. نشان دهید که سرعت ذره پس از آنکه به وسیله میدان الکتریکی شتاب داده شود تقریباً برابر c است.

۱۱. اختلاف نسبی جرم يك قطعه مس به جرم 100 gr در دمای 0°C و همان قطعه در دمای 100°C چقدر است؟ گرمای ویژه مس برابر با $0.093 \text{ cal/g}^\circ \text{C}$ است.

۱۲. در حال حاضر امکان شتاب دادن الکترون تا انرژی 20 GeV وجود دارد. (الف) جرم نسبی چنین الکترونی چقدر افزایش می یابد؟ (ب) درصد اختلاف بین سرعت نور و سرعت الکترونی با این انرژی چقدر است؟

۱۳. چون بار الکتریکی الکترون و پروتون از لحاظ بزرگی یکسان اند، انرژیهای جنبشی يك الکترون و يك پروتون که هر دو تحت يك اختلاف پتانسیل الکتریکی از حال سکون شتاب داده می شوند، هر چند سرعتهای آنها متفاوت باشد، همواره دقیقاً یکسان اند. تحت چه اختلاف پتانسیل کمینه ای باید الکترون و پروتون از حال سکون شتاب داده شوند تا نسبت اندازه حرکتهای آنها ۱ بر ۱۰ باشد؟

۱۴. (الف) انرژی جنبشی (بر حسب eV) و (ب) اندازه حرکت (بر حسب eV/c) يك ذره که انرژی سکون آن 100 MeV است و با سرعت $v/c = 1/100$ حرکت می کند چقدر است؟

۱۵. رابطه بین انرژی کل E يك ذره، انرژی سکون آن E_0 ، و اندازه حرکت آن p را می توان با مثلث قائم الزاویه ای با اضلاع p ، E_0 ، و E نمایش داد. يك چنین مثلثی را رسم کنید و انرژی جنبشی ذره را برای حالات: (الف) $v/c \ll 1$ و (ب) $v/c \approx 1$ مشخص کنید.

۱۶. اندازه حرکت يك الکترون $10 \text{ MeV}/c$ است: (الف) انرژی جنبشی و (ب) سرعت آن چقدر است؟ اندازه حرکت يك پروتون $10 \text{ MeV}/c$ است، (ج) انرژی جنبشی این پروتون و (د) سرعت آن چقدر است؟

۱۷. گاهی بهتر است که اندازه حرکت p يك ذره مادی را بر حسب E_0/c مشخص کنیم،

که در آن E_0 انرژی سکون ذره است. با فرض آنکه $p = NE_0/c$ باشد، نشان دهید که (الف) $v = (N/\sqrt{1+N^2})c$ ، (ب) $m = \sqrt{1+N^2} m_0$ و (ج) $E_k = (\sqrt{1+N^2} - 1)E_0$.

۱۸. اندازه حرکت‌های (الف) یک الکترون با 10 GeV (انرژی جنبشی) و (ب) یک اتم کربن با 10 GeV (انرژی سکون اتم کربن تقریباً 12 GeV است) چقدر است؟

۱۹. انرژی جنبشی ذره‌ای ده برابر انرژی سکون آن E_0 است. (الف) اندازه حرکت این ذره و (ب) سرعت آن را برحسب E_0 و c تعیین کنید.

۲۰. یک شتابدهنده با انرژی بالا، یک باریکه الکترونی را با اختلاف پتانسیل کل $2 \times 10^{10} \text{ V}$ شتاب می‌دهد. تعداد متوسط الکترونهايي که در یک ثانیه به هدف می‌رسند برابر 15×10^{12} است. (الف) متوسط جریان الکترون چقدر است؟ (ب) در صورتی که الکترونها در برخورد با هدف به حال سکون در آیند، باریکه الکترونی چه نیروی متوسطی بر هدف وارد می‌کند؟

۲۱. سرعت ذره‌ای 0.15 درصد از سرعت نور کمتر است. (الف) انرژی جنبشی ذره و (ب) اندازه حرکت آن را برحسب E_0 و c تعیین کنید.

۲۲. (الف) بیشینه سرعت ممکن یک ذره که انرژی جنبشی آن را بتوان با $1/2 m_0 v^2$ بیان کرد و خطا در انرژی جنبشی آن بیش از 1 درصد نباشد چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی الکترونی که با این سرعت حرکت می‌کند چقدر است؟ (ج) انرژی جنبشی پروتونی که با این سرعت حرکت می‌کند چقدر است؟

۲۳. (الف) سرعت کمینه ذره‌ای را تعیین کنید که انرژی جنبشی آن را بتوان به صورت انرژی کل آن E و، بنابراین، به صورت pc با خطایی که از 1 درصد بیشتر نیست نوشت. با این شرایط (ب) انرژی جنبشی یک الکترون و (ج) انرژی جنبشی یک پروتون چقدر است؟

۲۴. سرعت اولیه ذره‌ای به جرم سکون m برابر $0.3c$ است. (الف) در صورتی که سرعت ذره دو برابر شود، انرژی جنبشی آن چند برابر می‌شود؟ (ب) در صورتی که انرژی جنبشی ذره 100 برابر شود، سرعت آن چند برابر می‌شود؟

۲۵. شدت کل تابش خورشیدی در سطح زمین $1000 \text{ J/cm}^2 \cdot \text{min}$ است. کاهش جرم خورشید در یک ثانیه و کاهش نسبی جرم خورشید در 10^9 سال (تقریباً یک دهم عمر

جهان) را در نتیجه تابش محاسبه کنید. فاصله خورشید و زمین $1.49 \times 10^{11} \text{ m}$ ، و جرم کنونی خورشید $2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$ است.

۲۶. يك سفینه فضایی که جرم سکون نهایی آن بدون سوخت $6 \times 10^4 \text{ kg}$ است، تا سرعت $0.95c$ شتاب داده می شود. (الف) مقدار انرژی کمینه ای را که برای شتاب دادن به این سفینه با این سرعت لازم است تعیین کنید. (ب) این انرژی هم ارز چه مقدار جرم است؟ (ج) برای انجام این کار به چه مقدار سوخت هسته ای (تبدیل جرم به انرژی را يك درصد بگیرد) نیاز است؟

۲۷. از نظر ناظری که با سرعت $0.85c$ ، در امتداد سیم مستقیمی که به طور یکنواخت باردار است، حرکت می کند، چگالی خطی بار در امتداد سیم برابر $2 \times 10^{-12} \text{ C/m}$ است. با فرض آنکه بزرگی بار الکتریکی مستقل از سرعت بار است، چگالی خطی بار در امتداد سیم، از نظر ناظری که نسبت به سیم ساکن است چقدر است؟

۲۸. چگالی خطی بار سیم مستقیمی λ است. ناظر ساکنی در فاصله عمودی R از سیم قرار دارد. (الف) ذره ای با بار Q در فاصله R از سیم، ساکن است. از نظر ناظری که نسبت به ذره ساکن است، نیروی برآیند وارد بر ذره باردار چقدر است؟ (ب) حال فرض کنید که ناظر با سرعت v در امتداد سیم حرکت می کند. از نظر این ناظر نیروی الکتریکی برآیند وارد بر ذره چقدر است؟ تغییر چگالی بار خطی ناشی از پدیده انقباض را در نظر بگیرید. (ج) نشان دهید که نیروی الکتریکی برآیند، به انضمام اثرهای انقباض فضا، همان نتیجه ای را می دهند که از محاسبه نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار Q ، از نظر ناظر متحرک، به دست می آید. این تصویری از نیروی مغناطیسی است که در حقیقت، صرفاً مظهر ترکیب نیروی الکتریکی و اثرهای نسبیتی است.

۲۹. (الف) نشان دهید که سرعت يك ذره در فیزیک غیر نسبیتی با dE_k/dp بیان می شود. (ب) نشان دهید که سرعت يك ذره نسبیتی با dE/dp مشخص می شود. (ج) $E_k^{1/2}$ را به صورت تابعی از v برای هر دو حالت الف و ب رسم کنید.

۳۰. (الف) نشان دهید که می توان اندازه حرکت يك ذره را به صورت $p = (1/c)(E_k^2 + 2E_0E_k)^{1/2}$ نوشت. (ب) نشان دهید که در حد کلاسیک این رابطه به m_0v ، و در ناحیه فرین نسبیتی به E/c تحویل می شود.

۳۱. (الف) نمودار اندازه حرکت و (ب) نمودار انرژی جنبشی يك ذره نسبیتی و يك

ذره کلاسیک را به صورت توابعی از سرعت ذره و برای تمام مقادیر ممکن سرعت رسم کنید.

۳۲. يك الكترون 1.02 MeV برخورد رو در رو و کشسانی را با پروتونی که در آغاز ساکن است، انجام می‌دهد. نشان دهید که پروتون با سرعتی تقریباً برابر با $(2E_e/E_p)c$ پس زده می‌شود و انرژی نسبی منتقل شده از الکترون به پروتون برابر با $2E_e/E_p$ است، که در آن E_e انرژی کل الکترون و E_p انرژی سکون پروتون است. (دانه‌مایی: (الف) چون انرژی الکترون به مراتب بیش از انرژی سکون آن است، می‌توان الکترون را يك ذره فرین نسبیتی در نظر گرفت، و (ب) از آنجا که انرژی سکون پروتون به مراتب از انرژی کل الکترون بیشتر است، پروتون را می‌توان به طور کلاسیک بررسی کرد.)

۳۳. برای جدا کردن مولکول منواکسید کربن، CO ، به اتمهای کربن و اکسیژن مقدار 11.0 eV انرژی لازم است. (الف) تغییر نسبی در جرم يك مولکول CO وقتی به اتمهای C و O شکسته شود چقدر است؟ (ب) انرژی بستگی (بر حسب eV) يك مولکول CO چقدر است؟

۳۴. جرمهای جدا از هم 1.0 و 6.0 کیلوگرم را به دو انتهای يك فنر بدون جرم که ثابت نیروی آن 10^5 N/m است، متصل می‌کنیم. سپس فنر را به اندازه 12.0 cm متراکم می‌کنیم و آن را در این وضعیت نگه می‌داریم. (الف) در این صورت اگر جرم دستگاه مشکل از دو جسم اندازه‌گیری شود، اختلاف جرم بین این دستگاه و جرمهای دو جسم جدا از هم چقدر خواهد بود؟ پس از آن دستگاه را رها می‌کنیم؛ فنر منبسط می‌شود و دو جرم را شتاب می‌دهد تا از فنر آزاد شوند و در جهت خلاف یکدیگر آن را ترك کنند. (ب) جرم هريك از دو جسم جدا شده چقدر بر جرم سکون آنها فزونی می‌یابد؟

۳۵. ذره Σ^+ ذره بنیادی ناپایداری با انرژی سکون 1190 MeV است. عمر میانگین این ذره در چارچوب مرجعی که در آن ذره ساکن است برابر 10^{-10} s است. 81.0 است. ذره Σ^+ را، که در چارچوب سکون خود به مدت يك عمر میانگین وجود دارد، در نظر بگیرید. کمینه انرژی جنبشی این ذره در يك چارچوب مرجع آزمایشگاهی چقدر باشد تا در این چارچوب قبل از واپاشی مسافت 1.0 mm را پیماید؟

۳۶. ذره‌ای به جرم سکون m_0 با سرعت ثابت $v_1 = 0.8c$ در جهت مثبت محور Y دستگاه مختصات S_1 حرکت می‌کند. (الف) با استفاده از معادلات (۲۳.۳) اندازه حرکت و

انرژی کل ذره را در دستگاه لخت دیگری، مانند S_p که با سرعت $0.5c$ در جهت مثبت محور X حرکت می کند به دست آورید. (ب) در چه دستگاه لختی انرژی کل ذره کمینه است؟

۳۷. در چارچوب مرجع آزمایشگاه یک پروتون فرودی با انرژی 20 GeV در امتداد محور X حرکت می کند. این پروتون با پروتون دیگری که ساکن است برخورد کشان می کند. پس از برخورد این دو پروتون با زاویه یکسانی نسبت به محور X حرکت می کنند. این زاویه چقدر است؟ (توجه کنید که وقتی دو ذره با جرمهای یکسان در سرعتهای پایین برخورد کشان می کنند، زاویه بین جهتهای حرکت دو ذره پس از برخورد همواره 90° است.)

۳۸. اندازه حرکت یک دستگاه متشکل از ذرات منزوی، در یک چارچوب لخت معین، Σp و انرژی نسبی کل آن ΣE است، نشان دهید که سرعت مرکز جرم دستگاه توسط رابطه $c^2 \Sigma p / \Sigma E$ بیان می شود.

کتابشناسی

1. Feynman, R. P., R. B. Leighton, and M. Sands: *The Feynman Lectures on Physics*. Reading, Mass: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1963.

برای به دست آوردن معادلات تبدیل لورنتسی، در مورد انرژی و اندازه حرکت، بخش ۱۷.۴ کتاب فوق را ملاحظه کنید.

2. Leighton, R. B.; *Principles of Modern Physics*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1959.

توصیف مختصری از الکترو دینامیک نسبیتی و پتانسیل چهار-بردار الکترومغناطیسی در بخش ۸.۱ کتاب بالا آمده است.

3. Purcell, E. M. *Electricity and Magnetism*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1965,

در فصل ۵ این کتاب، یک بررسی ساده ولی کامل از میدانهای الکتریکی، از نظر دستگاههای لخت مختلف، ارائه شده است. روابط مربوط به نیروی الکتریکی وارد بر یک بار متحرک نیز استخراج شده اند.

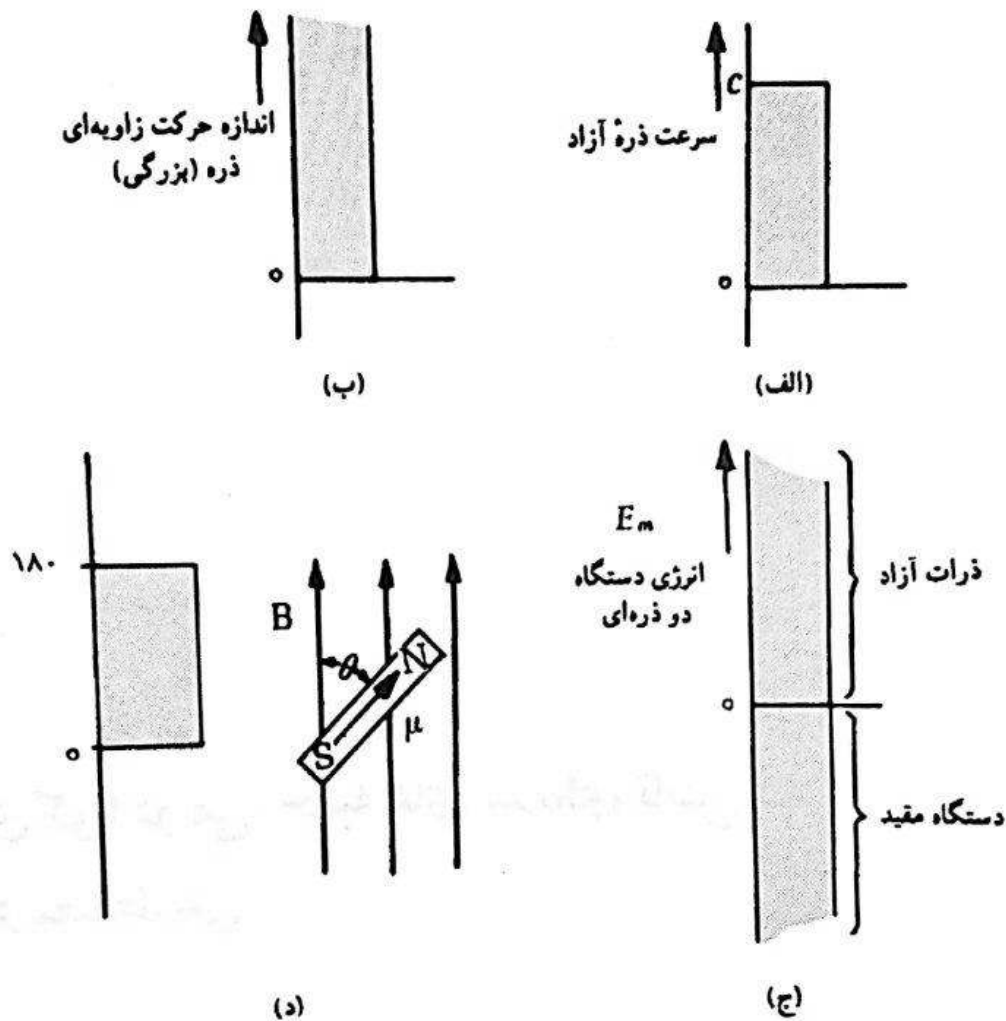
اثرهای کوانتومی: جنبه‌های ذره‌ای تابش الکترومغناطیسی

۱.۴ کوانتش در فیزیک کلاسیک

نظریه نسبیت و نظریه کوانتومی دو شاخه نظری مهم فیزیک قرن بیستم را تشکیل می‌دهند. درست همان گونه که نظریه نسبیت به بینشهای جدیدی از طبیعت فضا و زمان و نتایج عمیقی در مکانیک و الکترومغناطیس منجر می‌شود، نظریه کوانتومی نیز به روشهای فکری کاملاً جدیدی، که پایه فهم ساختار اتمی و هسته‌ای اند، منجر می‌شود. با وجود این، بعضی از جنبه‌های توصیف کوانتومی طبیعت کاملاً جدید نیستند و در حقیقت در فیزیک کلاسیک نیز یافت می‌شوند.

در مطالعه دنیای فیزیکی با دو نوع عام از کمیتهای فیزیکی سروکار داریم: کمیتهایی که دارای پیوستاری از مقادیرند و کمیتهایی که کوانتیده‌اند. کمیتهای کوانتیده محدود به مقادیر گسسته معینی هستند، گاهی آنها را بدعنوان کمیتهایی که دارای «اتمیسینه» یا «دانه» هستند نیز بیان می‌کنند.

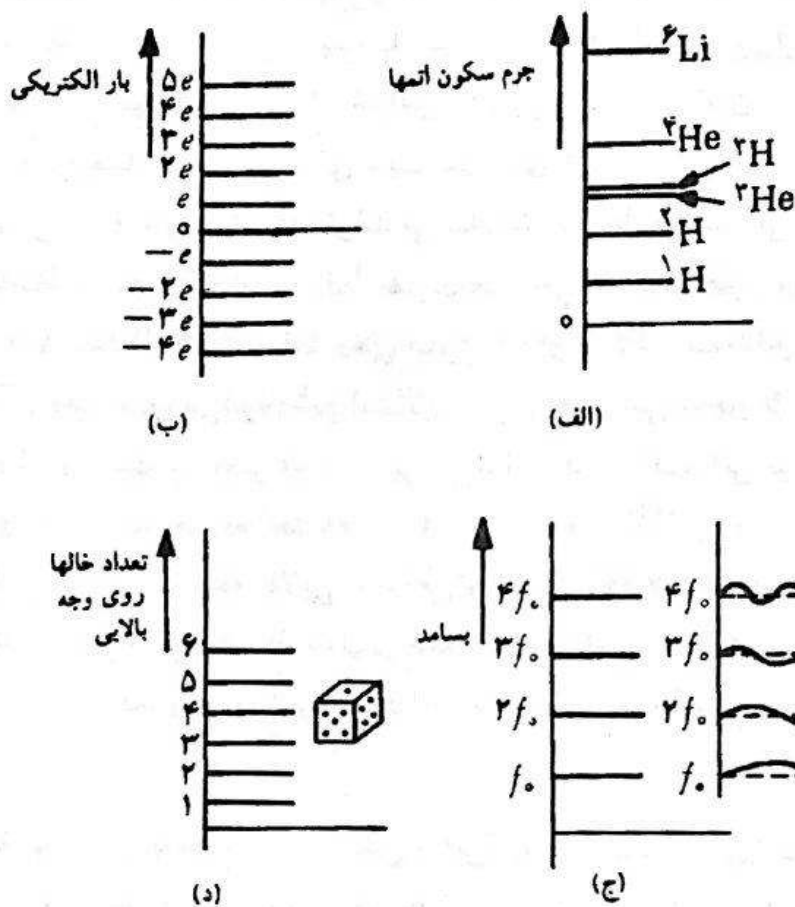
شکل ۱.۴ چندین نمونه از کمیتهای فیزیکی پیوسته کلاسیکی، یا غیر کوانتیده، را نشان می‌دهد.



شکل ۱.۴ چند مثال از کمیت‌های فیزیکی کلاسیکی که دارای پیوستاری از مقادیر مجازند.

- (الف) سرعت یک ذره آزاد، که می‌تواند از صفر تا سرعت نور تغییر کند.
- (ب) بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای یک ذره، که از صفر تا بینهایت می‌تواند هر مقداری را اختیار کند.
- (ج) انرژی مکانیکی یک دستگاه دو ذره‌ای، که هرگاه این دو ذره به یکدیگر مقید باشند هر مقدار منفی ($E_m < 0$) و هرگاه آزاد باشند هر مقدار مثبتی ($E_m > 0$) را می‌تواند بپذیرد.
- (د) زاویه بین جهت گشتاور دو قطبی یک آهنربا و یک میدان مغناطیسی خارجی، که می‌تواند از ۰ تا ۱۸۰ درجه تغییر کند.

شکل ۲.۴ مثالهای متعددی از مقادیر فیزیکی کوانتیده را نشان می‌دهد.



شکل ۲۰۴ چند مثال از کمیت‌های فیزیکی کلاسیکی که دارای مقادیر کوانتیده‌اند.

(الف) جرم‌های سکون مشاهده‌شدهٔ اتم‌ها که در یک گسترهٔ پیوسته قرار نمی‌گیرند. این مطلب ابتدا در مطالعات بنیادی ترکیبات شیمیایی، که به نظریهٔ اتمی دالتن منجر شدند، مشاهده شد. امروزه جرم اتم‌هایی که در طبیعت یافت می‌شوند با دقت زیادی معلوم شده است، اما جالب است بدانیم که این جرم‌ها تقریباً به نسبت اعداد صحیح‌اند، نه دقیقاً. همان‌گونه که خواهیم دید یکی از وظایف اصلی فیزیک هسته‌ای توضیح این انحراف‌ها نسبت به اعداد صحیح به کمک چند اصل اساسی است.

(ب) بار الکتریکی کوانتیده است زیرا بار کل هر جسمی دقیقاً مضرب صحیحی (مثبت یا منفی) از بار بنیادی الکترون e است. کوانتومی شدن بار که به وضوح در مفهوم شیمیایی ظرفیت و در قوانین الکترولیز آشکار شده بود به وسیلهٔ آزمایش قطرهٔ روغن میلیکان به طور مستقیم نشان داده شد. در این آزمایش بار الکترون مستقیماً اندازه‌گیری شد.

(ج) امواج ایستاده و تشدید، که تجلیات کاملاً برجسته کوانتش در فیزیک کلاسیک‌اند. بسامد نوسان يك تار مرتعش تشدید کننده، که دوانتهای آن ثابت است، فقط می‌تواند مضرب صحیحی از پایینترین بسامد یا بسامد اصلی نوسان (f_0) باشد. بسامد اصلی به نوبه خود با استفاده از خواص فیزیکی و طول تار تعیین می‌شود. این موج مکرراً از مرزها یا از دوانتهای ثابت تار روی آن باز می‌تابد، با خود تداخل سازنده می‌کند و امواج ایستاده تولید می‌کند. تشدید فقط در صورتی حاصل می‌شود که فاصله بین دو نقطه انتهایی دقیقاً مضرب صحیحی از نصف طول موج باشد. در بخش ۷.۱ استدلال شد که فقط وقتی موج دارای گسترش نامتناهی در فضا باشد بسامد آن دقیقاً تعیین می‌شود؛ این استدلال حتی برای موجی که بین مرزهای بازتابان به دام افتاده است نیز معتبر است، زیرا می‌توان پنداشت که این موج بینهایت بار بر روی خود تاب خورده است.

(د) يك طاس تخته‌نرد، بروجه بالایی خود می‌تواند فقط ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، یا ۶ خال را نشان بدهد. این طاس یکی از مثالهای متعدد روزمره است که کمیتهای کوانتیده را نشان می‌دهند؛ کمیتهای دیگر عبارت‌اند از: روی يك سکه، افراد مردم و تعداد سکه‌ها.

نظریه کوانتومی به مقدار زیادی مبتنی بر این کشف است که بعضی کمیتهای که در فیزیک کلاسیک پیوسته در نظر گرفته می‌شدند، در حقیقت، کوانتیده‌اند. از لحاظ تاریخی، آغاز این نظریه به تعبیر نظری تابش الکترومغناطیسی از يك جسم سیاه (يك در آشام و تابشگر کامل) برمی‌گردد. در اواخر قرن نوزدهم پی برده شد که از نظر تجربی، تغییر شدت تابش الکترومغناطیسی از يك جسم سیاه، بر حسب طول موج با انتظارات نظری الکترومغناطیس کلاسیک توافق ندارد. ماکس پلانک (تدوین‌کننده نظریه کوانتومی) در سال ۱۹۰۰/۱۲۷۹ نشان داد که تجدید نظر در مفاهیم کلاسیکی، به کمک مفهوم کوانتش انرژی، منجر به برقراری توافق بین آزمایش و نظریه می‌شود. چون در تحلیل مفصل تابش جسم سیاه (بخش ۷.۱۲) از استدلالهای نسبتاً پیچیده‌ای استفاده می‌شود، در اینجا مفاهیم کوانتومی را به طریقی ساده‌تر، و از بعضی لحاظ قانع‌کننده‌تر، مطرح خواهیم کرد. این ملاحظات ساده‌تر از مطالعه پدیده اثر فوتوالکتریک به دست می‌آیند.

۲.۳ اثر فوتوالکتریک

اثر فوتوالکتریک توسط هاینریش هرتز در سال ۱۸۸۷/۱۲۶۶ در جریان آزمایشهایی کشف شد که هدف عمده آنها تأیید پیشگوییهای نظری ماکسول (۱۸۶۴/۱۲۴۳) در

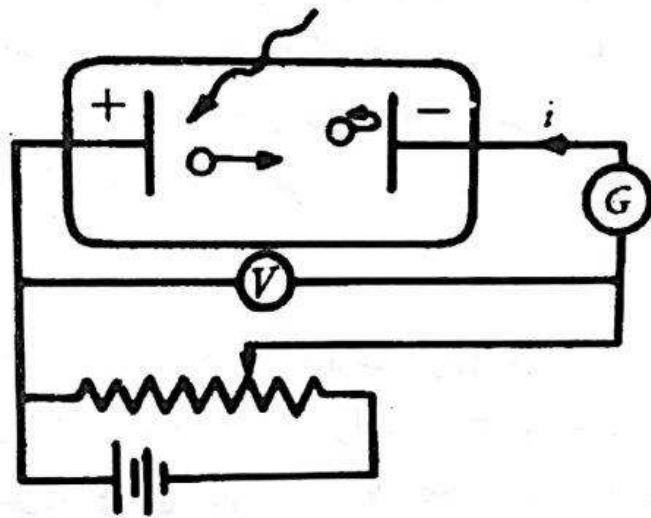
مورد وجود امواج الکترومغناطیسی حاصل از جریانهای الکتریکی نوسانی بود. اثر فوتوالکتریک فقط یکی از چندین فرایندی است که توسط آن الکترونها می توانند از سطح ماده کنده شوند (در اینجا بخصوص سطوح فلزات مورد نظر است، زیرا این اثرها نخست در فلزات مشاهده شدند و هنوز هم در فلزات خیلی آسانتر مشاهده می شوند)؛ این آثار به شرح زیرند.

گسیل گرما یونی. گرم کردن فلزات، که باعث دادن انرژی گرمایی به الکترونها می شود و به طور مؤثر آنها را تحریک و از سطح فلزات خارج می کند. گسیل ثانوی. انتقال انرژی جنبشی از ذراتی که با سطح فلز برخورد می کنند به الکترونها. آن فلز.

گسیل میدانی. استخراج الکترونها از فلز به وسیله یک میدان الکتریکی قوی خارجی. گسیل فوتوالکتریک. که در اینجا مورد بحث است.

وقتی تابش الکترومغناطیسی بر روی سطح تمیز فلزی بتابد و الکترونها از این سطح رها شوند، اثر فوتوالکتریک رخ می دهد. الکترونها از ظرفیت در داخل فلز آزادی حرکت دارند ولی در مجموع به فلز مقیدند. در این قسمت، همین الکترونها نسبتاً آزاد را بررسی می کنیم. اثر فوتوالکتریک را می توان خیلی ساده به صورت زیر بیان کرد: یک باریکه نوری به یک الکترون مقداری انرژی مساوی یا بیشتر از انرژی که آن را به سطح مقید می کند می دهد و باعث فرار آن می شود. توصیف مفصلتر اثر فوتوالکتریک مستلزم آگاهی تجربی از چگونگی ارتباط بین متغیرهای درگیر در این پدیده است. این متغیرها عبارتند از: بسامد نور، ν ؛ شدت باریکه نور، I ؛ جریان فوتوالکتریک، i ؛ انرژی جنبشی $m_0 v^2/2$ (به زودی خواهیم دید که کاربرد فرمول انرژی جنبشی کلاسیک در این مورد درست است) و جنس سطحی که الکترونها از آن خارج می شوند. این الکترونها خارج شونده را فوتوالکترونها می نامند.

شکل ۳.۴ نمودار طرح وار آزمایش مربوط به مطالعه جنبه های مهم اثر فوتوالکتریک را نشان می دهد. نور تکفام بر یک سطح فلزی، آنود، که در یک لوله خلا قرار دارد می تابد (لوله خلا از آن رو مورد استفاده قرار می گیرد که اساساً برخورد بین فوتوالکترونها و مولکولهای گاز حذف شوند). وقتی فوتوالکترونها گسیل می شوند بعضی از آنها به سوی کاتود حرکت می کنند و با رسیدن به کاتود جریانی را در مدار برقرار می کنند (جریان قراردادی در شکل نشان داده شده است). فوتوالکترونها با انرژیهای گوناگون آنود را ترک می کنند. کاتود که دارای بار منفی است این الکترونها را دفع می کند. وقتی که کار انجام



شکل ۳.۴ آرایش تجربی طرح‌وار برای مطالعه اثر فوتوالکتریک. V ، ولت‌متر؛ G ، گالوانومتر.

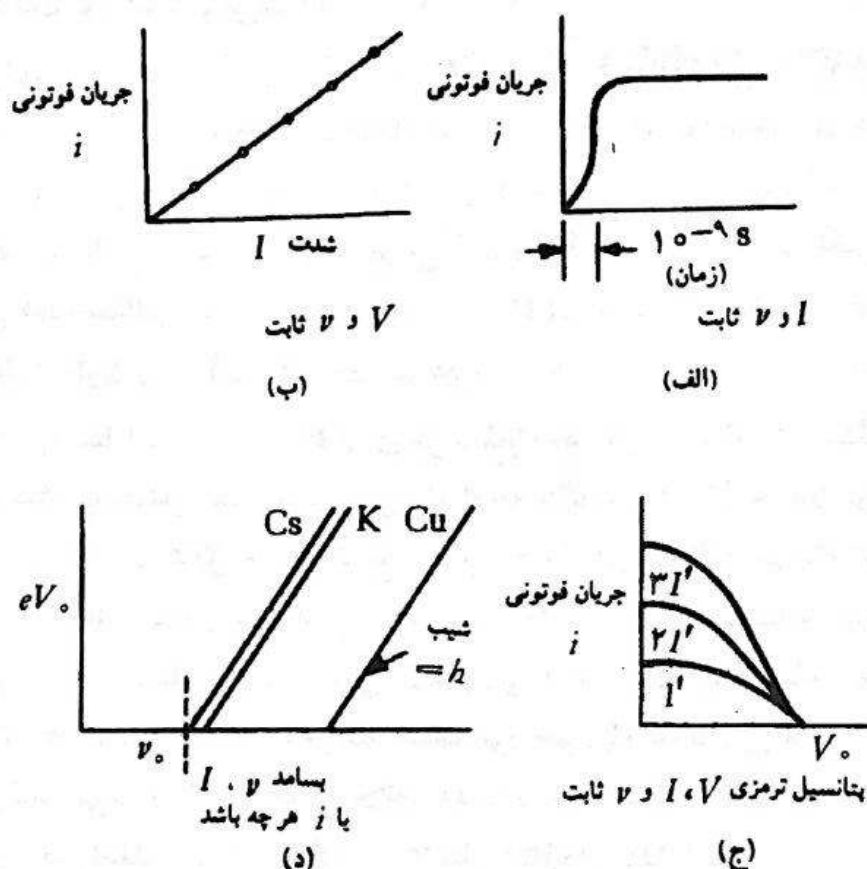
شده توسط يك میدان الکتروستاتیکی ترمزی با اختلاف پتانسیل V بر روی يك فوتوالکترون با انرژی جنبشی اولیه فوتوالکترون برابر شود فوتوالکترون درست در جلوی کاتود به حالت سکون درمی‌آید؛ از این رو $eV = \frac{1}{2} m_0 v^2$ است، که در آن v سرعت فوتوالکترون هنگام ترك سطح آنود و V اختلاف پتانسیلی است که باعث توقف فوتوالکترونی به جرم سکون m_0 و بار e می‌شود. البته وقتی پراثر ذرات فوتوالکترونها (با سرعت $v_{\max}$) توسط يك اختلاف پتانسیل به اندازه کافی بزرگ V_0 در جلوی کاتود به حال سکون در آیند تمام فوتوالکترنهاي دیگر نیز متوقف می‌شوند و دیگر هیچ جریان فوتوالکترونی برقرار نخواهد شد؛ یعنی، $i = 0$. در این صورت

$$eV_0 = \frac{1}{2} m_0 v_{\max}^2 \quad (۱.۴)$$

در اختلاف پتانسیلهای ترمزی بالاتر نیز تمام فوتوالکترونها قبل از رسیدن به کاتود برگردانده می‌شوند.

نخست نتایج آزمایش را در زیر فهرست خواهیم کرد. سپس نتایجی را که می‌توان بر اساس نظریه کلاسیکی الکترومغناطیس انتظار داشت ارائه خواهیم کرد؛ آنگاه مشاهده خواهد شد که نتایج تجربی به شدت با انتظارات کلاسیک مغایرت دارند. سرانجام، خواهیم دید که چگونه می‌توان اثر فوتوالکتریک را بر اساس تعبیر کوانتومی درک کرد.

نتایج تجربی اثر فوتوالکتریک. نتایج تجربی اثر فوتوالکتریک در شکل ۳.۴



شکل ۴.۴ نتایج تجربی گسیل فوتوالکتریک.

خلاصه شده‌اند. در مورد هر یک از این نتایج به‌ترتیبی که در شکل ارائه شده است بحث خواهیم کرد.

(الف) وقتی نور بر یک سطح فلزی می‌تابد و فوتوالکترونها گسیل می‌شوند، جریان فوتوالکترونی تقریباً به طود آنی آغاز می‌شود؛ این جریان حتی وقتی که باریکه نوری دارای شدتی به کوچکی 10^{-10} W/m^2 ، یعنی شدت یک چشمة نوری ۱۰۰ وات در فاصله ۳۲۰ km باشد نیز برقرار می‌شود. درنگ زمانی، از لحظه‌ای که باریکه نوری بر سطح فلز می‌تابد تا لحظه‌ای که فوتوالکترونها گسیل می‌شوند، بیش از 10^{-9} ثانیه نیست.

(ب) برای هر بسامد ثابت و پتانسیل ترمزی، جریان فوتوالکترونی i مستقیماً با شدت I باریکه نوری متناسب است. چون جریان فوتوالکترونی اندازه‌ای از تعداد فوتوالکترونهای رها شده در واحد زمان از آنود و جمع شده در کاتود است، این رابطه حاکی از آن است که تعداد فوتوالکترونهایی که در واحد زمان خارج می‌شوند با شدت نور متناسب است (در وسایل عملی فوتوالکتریک از تغییر جریان فوتوالکترونی

با شدت نور استفاده می‌شود).

(ج) برای بسامد ثابت ν و شدت نور I ، جریان فوتوالکترونی با افزایش پتانسیل ترمزی V کاهش می‌یابد و سرانجام وقتی V برابر V_0 شود به صفر می‌رسد [معادله (۱۰۴) را ببینید]. با یک پتانسیل ترمزی کوچک، فوتوالکترонهای کم انرژی و با سرعت‌های پایین، به حال سکون در می‌آیند و دیگر در جریان فوتوالکترونی شرکت نمی‌کنند. هنگامی که پتانسیل ترمزی برابر V_0 شود، حتی پراثرترین فوتوالکترونها به حال سکون در می‌آیند، و $i = 0$ می‌شود.

(د) مقدار پتانسیل بازدارنده V_0 برای هر سطح بخصوصی به بسامد نور بستگی دارد ولی از شدت نور مستقل است و بنابراین با توجه به بند (ب)، از جریان فوتوالکترونی نیز مستقل است. شکل ۴.۴ نتایج تجربی را برای سه فلز سزیوم، پتاسیم و مس نشان می‌دهد. برای هر فلزی یک بسامد مشخص ν_0 ، به نام بسامد آستانه، وجود دارد. گسیل فوتوالکترونی در صورتی روی می‌دهد که بسامد نور از بسامد آستانه بیشتر باشد؛ یعنی، هر چند شدت نور هم زیاد باشد ولی هیچ فوتوالکترونی تولید نمی‌شود مگر اینکه $\nu > \nu_0$ باشد. بسامد آستانه برای اکثر فلزها در ناحیه نور فرابنفش قرار می‌گیرد. پتانسیل بازدارنده نوعی چندین ولت است. فوتوالکترونهای گسیل شده دارای انرژیهای چندین الکترون ولتی اند؛ بنابراین، می‌توان فرمول انرژی جنبشی کلاسیک را برای فوتوالکترونها به کار برد. نتایج تجربی شکل ۴.۴ را در مورد هر فلز می‌توان با معادله خط مستقیم زیر نشان داد

$$eV_0 = h\nu - h\nu_0$$

که در آن h نمایشگر شیب خط مستقیم و برای تمام فلزها یکسان است، و ν_0 بسامد آستانه فلز مورد نظر است. با مرتب کردن مجدد جملات و استفاده از رابطه (۱۰۴) نتیجه می‌شود

$$h\nu = \frac{1}{2}m_0v_{\max}^2 + h\nu_0 \quad (2.4)$$

چون $m_0v_{\max}^2 (1/2)$ دارای ابعاد انرژی است، جملات $h\nu$ و $h\nu_0$ نیز باید دارای ابعاد انرژی باشند.

تعبیرهای کلاسیکی اثر فوتوالکتریک. اکنون برپایه خواص کلاسیک امواج الکترومغناطیسی می‌خواهیم ببینیم که برای هر یک از چهار نتیجه تجربی اثر فوتوالکتریک،

که در قسمتهای قبل ارائه شد، چه اثرهایی را می توان انتظار داشت. همچون گذشته، این اثرها را با مراجعه به شکل ۴.۴ و با همان ترتیب مورد بحث قرار می دهیم.

(الف) به دلیل طبیعت ظاهراً پیوسته امواج نوری انتظار داریم که انرژی در آشامیده شده توسط سطح فوتوالکتریک با شدت باریکه نور (توان در واحد سطح)، مساحت روشن شده، و زمان روشنائی متناسب باشد. تمام الکترونیایی که با انرژی یکسان به سطح فلز مقیدند، باید هم ارز در نظر گرفته شوند، و هر الکترون تنها پس از آنکه باریکه نوری آنقدر روی فلز بتابد که انرژی بستگی الکترون فراهم شود، می تواند سطح فلز را ترک کند. علاوه بر این، چون تمام الکترونیایی که با انرژی یکسان به سطح فلز مقیدند هم ارز در نظر گرفته می شوند انتظار می رود که وقتی يك الکترون انرژی کافی برای آزاد شدن به دست آورد تعداد دیگری از الکترونها نیز آزاد شوند. آزمایشهای مختلف نشان می دهند که در يك فلز نوعی حداقل انرژی که با آن يك الکترون به سطح مقید است برابر چند الکترون ولت است. يك محاسبه محتاطانه (مسئله ۵ را ببینید) نشان می دهد که در حالتی که شدت به کوچکی 10^{-10} W/m^2 است و برای آن زمانهای درنگی بیش از 10^{-8} s مشاهده نشده است حداقل تا چندین صد ساعت هیچ گسیل فوتوالکترونی را نمی توان انتظار داشت! واضح است که نظریه کلاسیک قادر به توجیه گسیل آنی فوتوالکتریک نیست.

(ب) نظریه کلاسیک پیشگویی می کند که با افزایش شدت نور انرژی در آشامیده شده توسط الکترونها در سطح نیز زیاد می شود. بنابراین انتظار می رود که تعداد فوتوالکترونیایی گسیل شده، یا جریان فوتوالکترونی، متناسب با شدت نور افزایش یابد. در اینجا نظریه کلاسیک با نتیجه تجربی توافق دارد.

(ج) نتایج این مشاهدات نشان می دهند که يك توزیع برای سرعتها، یا انرژیهای فوتوالکترونیایی گسیل شده وجود دارد؛ این توزیع به خودی خود با نظریه کلاسیک مغایر نیست، زیرا می توان آن را به درجات متنوع بستگی الکترونیایی واقع در سطح، یا به مقادیر گوناگون انرژی گرفته شده به وسیله الکترونها از باریکه نور فرودی نسبت داد. ولی اینکه برای هر بسامد معینی يك پتانسیل بازدارنده مشخص V و مستقل از شدت وجود دارد حاکی از آن است که انرژی بیشینه الکترونیایی رها شده بهیچوجه به مقدار کل انرژی که در واحد زمان به سطح می رسد، بستگی ندارد. نظریه کلاسیک چنین اثری را پیشگویی نمی کند.

(د) وجود يك بسامد آستانه برای يك فلز معین که در بسامدهای پایینتر از آن، هر چند

شدت نور هم زیاد باشد، هیچ گسیل فوتوالکترونی رخ نمی‌دهد از نظر کلاسیک کاملاً غیر قابل توضیح است. از دیدگاه کلاسیک شرط اصلی که تعیین می‌کند آیا گسیل فوتوالکترونی روی خواهد داد یا نه مقدار انرژی (یا شدتی) است که در واحد زمان به سطح می‌رسد، نه بسامد. به علاوه، پیدایش ثابت h ، که انرژی بیشینه فوتوالکترون‌ها را برای هر ماده‌ای توسط رابطه (۲.۴) به بسامد آن ماده مربوط می‌کند، نمی‌تواند بر حسب ثابتهای الکترومغناطیس کلاسیک بیان شود.

به طور خلاصه، الکترومغناطیس کلاسیک نمی‌تواند برای فهم نتایج تجربی شکل ۴.۴ الف تا د یک اساس مناسب ارائه بدهد.

تعبیر کوانتومی اثر فوتوالکترونیک. اثر فوتوالکترونیک را فقط می‌توان به کمک نظریه کوانتومی درک کرد. آلبرت اینشتین برای اولین بار در سال ۱۹۰۵/۱۲۸۴ نظریه کوانتومی را در مورد طبیعت تابش الکترومغناطیسی به کار برد و این کار به توضیح رضایتبخشی از اثر فوتوالکترونیک منجر شد.

بنا به نظریه کوانتومی امواج به ظاهر پیوسته الکترومغناطیسی کوانتیده‌اند و از کوانتومهای گسسته‌ای به نام فوتون تشکیل شده‌اند. هر فوتون دارای انرژی E است که فقط به بسامد (یا به طول موج) بستگی دارد و از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} \quad (۳.۴)$$

در حقیقت، ثابت h همان h در رابطه (۲.۴) است که نتایج آزمایشهای مربوط به اثر فوتوالکترونیک را خلاصه می‌کند. این ثابت بنیادی نظریه کوانتومی را ثابت پلانک می‌نامند، زیرا پلانک در سال ۱۹۰۰/۱۲۷۹ در تعبیر تابش جسم سیاه، برای نخستین بار، مقدار این ثابت را تعیین و اهمیت آن را درک کرد. مقدار ثابت پلانک از طریق آزمایش تعیین شده و برابر است با

$$h = ۶.۶۲۶ \times ۱۰^{-۳۴} \text{ J}\cdot\text{s}$$

بنا به نظریه کوانتومی یک باریکه نوری با بسامد ν ، شامل فوتونهای ذره گونه‌ای است که انرژی هر یک از آنها $h\nu$ است. یک تک فوتون فقط می‌تواند با یک تک الکترون در سطح فلز گسیل کننده فوتوالکترون‌ها برهم کنش کند؛ این فوتون نمی‌تواند انرژی خود را بین چندین الکترون تقسیم کند. چون فوتونها با سرعت نور حرکت می‌کنند، بر اساس نظریه نسبیت، باید دارای جرم سکون صفر و انرژی تماماً جنبشی باشند. هنگامی که ذره‌ای با جرم سکون صفر از حرکت با سرعت c باز ایستد، موجودیت آن از بین می‌رود؛ مادام که

ذره وجود دارد با سرعت نور حرکت می کند. از این رو وقتی فوتونی بایک الکترون مقید در فلزی برخورد می کند و پس از آن دیگر با سرعت منحصر به فرد c حرکت نمی کند تمام انرژی $h\nu$ خود را به الکترونی که با آن برخورد کرده است می دهد. اگر انرژی که الکترون مقید از فوتون به دست می آورد از انرژی بستگی آن به سطح فلز بیشتر باشد زیادی انرژی به صورت انرژی جنبشی فوتوالکتریک در می آید.

اکنون می توانیم نتایج تجربی اثر فوتوالکتریک را بر اساس نظریه کوانتومی تعبیر کنیم، و برای سهولت، با توجه به شکل ۴.۴ به ترتیب معکوس بحث می کنیم.

(د) در این صورت جملات معادله (۲.۴) به انرژیهای فوتون و فوتوالکتریکها مفهوم ساده ای می دهند

$$h\nu = \frac{1}{2}m_0 v_{\max}^2 + h\nu_0 \quad (2.4)$$

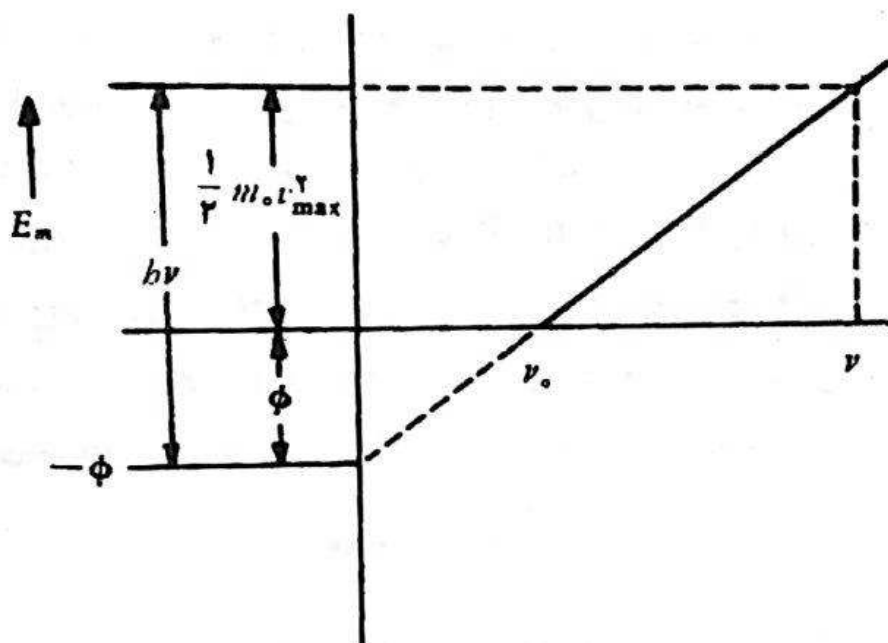
طرف چپ این معادله انرژی حمل شده توسط یک فوتون و انرژی داده شده به یک الکترون مقید را به دست می دهد. الکترونهای با قید ضعیف با انرژی جنبشی بیشینه از سطح فلز رها می شوند. طرف راست معادله (۲.۴) انرژی که الکترون از فوتون کسب می کند، یعنی انرژی جنبشی و انرژی بستگی را به دست می دهد. انرژی بستگی الکترونهای با قید ضعیف را اغلب با ϕ نشان می دهند و آن را تابع کادمی نامند؛ این انرژی نمایشگر کاری است که باید برای ازجا کردن الکترون با قید ضعیف انجام داد. بنابراین

$$\phi = h\nu_0 \quad (4.4)$$

و رابطه (۲.۴) را می توان چنین نوشت

$$h\nu = \frac{1}{2}m_0 v_{\max}^2 + \phi \quad (5.4)$$

مقدار ϕ برای یک ماده بخصوص، که از اثر فوتوالکتریک تعیین می شود، با مقدار تابع کاری که از طریق آزمایشهای مستقل و مبتنی بر اصول فیزیکی متفاوت حاصل می شود، سازگار است (بخش ۹.۱۲). یک الکترون که با انرژی ϕ مقید است، تنها در صورتی رها می شود که یک تک فوتون، لااقل، این انرژی را به آن بدهد؛ یعنی، در صورتی الکترون رها می شود که $h\nu > \phi = h\nu_0$ ، یا $\nu > \nu_0$ باشد. آنگاه شکل ۴.۴ مفهوم جدیدی کسب می کند: در این صورت همان طور که در شکل ۵.۴ نشان داده شده است محور قائم را می توان با انرژی فوتون یکی گرفت.



شکل ۵.۴ انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکترونها، به صورت تابعی از بسامد فوتونهاى فرودى برای يك ماده بخصوص.

(شکل ۵.۴ را می توان با طرف راست شکل ۸.۳ که در آن برای اثر فوتوالکتریک $E_b = \phi$ است مقایسه کرد.)

(ج) چون بسامد تابش الکترومغناطیسی دقیقاً انرژی فوتون را تعیین می کند ($E = h\nu$)، به ازای هر بسامد معلومی برای فوتوالکترونها يك انرژی جنبشی بیشینه مشخص وجود دارد.

(ب) شدت موج الکترومغناطیسی تکفام، مفهوم جدیدی به خود می گیرد. از دیدگاه نظریه کوانتومی، این شدت برابر حاصلضرب انرژی هر فوتون در تعداد فوتونهای است که در واحد زمان از واحد سطح عبور می کنند. بنابراین، افزایش در شدت باریکه نور، به معنی افزایش متناسبی در تعداد فوتونهای است که به سطح فلز برخورد می کنند. در این صورت انتظار می رود که تعداد فوتوالکترونها یا جریان فوتوالکترونی i با I متناسب باشد.

(الف) گسیل فوتوالکترونی بدون درنگ محسوسى اتفاق می افتد، زیرا حتی در کمترین شدت، رهایی يك الكترون به انباردن انرژی آن بستگی ندارد، بلکه به سادگی به واقعیت برخورد آن با يك فوتون که هنگام توقف تمام انرژی خود را به آن

می‌دهد، بستگی دارد.

جدول ۱۰۴ نتایج آزمایش، تعبیر کلاسیکی، و تعبیر کوانتومی برای هریک از چهار اثر نشان داده شده در شکل ۴.۴ را خلاصه می‌کند.

جدول ۱۰۴

اثر (شکل ۴.۴)	آزمایش	الکترومغناطیس کلاسیک	نظریه کوانتومی
الف	گیل اساساً آنی فوتوالکترونها (10^{-9} s)	گیل فقط پس از چند صد ساعت (10^6 s) برای شدنهای پایین	یک تک فوتون انرژی خود را اساساً به طور آنی به یک تک الکترون می‌دهد
ب	$I \propto i$	انرژی در واحد زمان به ازای واحد سطح متناسب است با i	$i \propto$ تعداد فوتونها $I \propto$
ج	$\frac{1}{2} m_0 v_{\max}^2$ مشخص فقط وابسته به ν	غیر قابل توضیح	یک فوتون تمام انرژی خود را به یک تک الکترون می‌دهد.
د	آستانه‌ای برای گیل فوتوالکترونی، مستقل از I و i ; $h\nu = \frac{1}{2} m_0 v_{\max}^2 + h\nu_0$	غیر قابل توضیح	$h\nu =$ انرژی فوتون؛ $h\nu_0 = \phi =$ تابع کار

بحث ما پیرامون اثر فوتوالکتریک تاکنون به اثرهای ناشی از تابیدن نور مرئی یا فرابنفش به سطح یک فلز محدود بود. نخستین آزمایشهایی که از نظر تاریخی به تعبیر کوانتومی

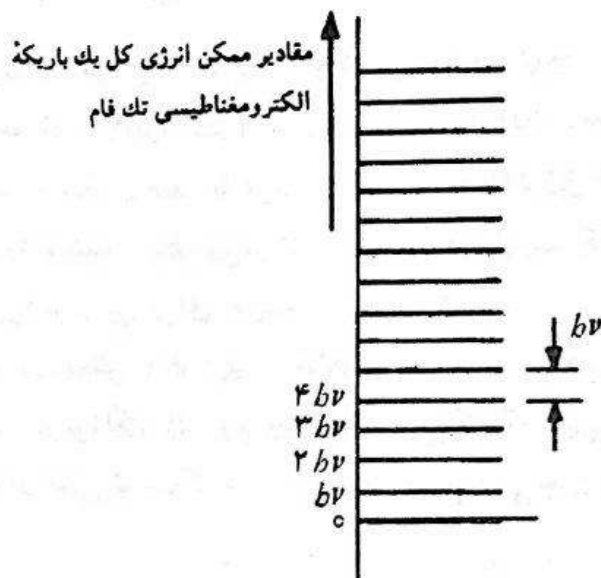
اینستین منجر شدند بر روی سطوح فلزات انجام شدند، اما این اثر برای موادی غیر از فلزات و با فوتونهایی با بسامدها و انرژیهای مختلف نیز رخ می‌دهد. هر گاه فوتونی به يك الكترون مقید برخورد کند و انرژی آن بیش از انرژی بستگی الكترون باشد، اثر فوتوالكتريك می‌تواند رخ دهد؛ مانند فوتونی که باعث آزادی يك الكترون مقید از يك اتم می‌شود. این پدیده یکی از برهم کنشهای مهم بین تابش الكترومغناطیسی با طول موج کوتاه و اتمهاست. وقتی يك فوتون با بسامد بالا (انرژی بالا)، مانند يك پرتو x یا يك پرتو γ ، به اتمی برخورد می‌کند، به شرط این که $h\nu > E_0$ باشد، می‌تواند يك الكترون را که با انرژی E_0 مقید است رها سازد؛ در آن صورت گسیل فوتوالكترونی، به یونش اتمی منجر می‌شود. عموماً، انرژی جنبشی فوتوالكترون رها شده را باید به شکل نسبی $E - E_0$ نوشت، و بنابراین شکل عمومی رابطه (۲.۴)، معادله انرژی اثر فوتوالكتريك، به صورت زیر است

$$h\nu = (E - E_0) + E_0 \quad (۶.۴)$$

از این رو اثر فوتوالكتريك يك روش غیرمستقیم را برای اندازه گیری انرژی فوتون فراهم می‌کند. فرض می‌کنیم که انرژی جنبشی فوتوالكترون برابر $E - E_0$ اندازه گیری شود و انرژی بستگی E_0 از طریق دیگری معلوم شود؛ آنگاه می‌توان $h\nu$ را از رابطه (۶.۴) محاسبه کرد. برعکس، اگر $h\nu$ و $E - E_0$ اندازه گیری شوند، در آن صورت E_0 را می‌توان تعیین کرد.

در اینجا بایستی خاطر نشان شود که اثر فوتوالكتريك فقط یکی از چندین طریقی است که در آنها می‌توان فوتونها را از يك باریکه تابش الكترومغناطیسی جدا کرد. اثر فوتو-الكتريك می‌تواند به طور همزمان، و در رقابت با، فرایندهای اثر کامپتون و تولید زوج به وقوع پیوندد. این فرایندها به تفصیل در بخشهای ۴.۲ و ۵.۴ مورد بحث قرار خواهند گرفت.

پیش جدید و بنیادی که اثر فوتوالكتريك از طبیعت تابش الكترومغناطیسی فراهم می‌کند همان کوانتومی شدن امواج الكترومغناطیسی، یا وجود فوتونهاست. چون تابش الكترومغناطیسی را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از فوتونهای ذره گونه، که انرژی هر کدام $h\nu$ است، در نظر گرفت بدرستی می‌توان از کوانتومی شدن امواج الكترومغناطیسی سخن گفت. هر گاه بسامد این تابش را با ν نشان دهیم فوتون می‌تواند فقط دارای يك انرژی $h\nu$ باشد. انرژی کل يك باریکه تابش الكترومغناطیسی تکفام، همواره دقیقاً مضرب صحیحی از انرژی $h\nu$ يك تك فوتون است؛ این موضوع در شکل ۶.۴ نمایش داده شده است. چون انرژی هر فوتون خیلی کوچک است و چون در يك باریکه نوری با شدت متوسط



شکل ۶.۴ انرژیهای مجاز یک باریکه تابش الکترومغناطیسی تکفام.

تعداد فوتونها خیلی زیاد است دانه‌ای بودن تابش الکترومغناطیسی در مشاهدات معمولی آشکار نیست. این وضع تا اندازه‌ای شبیه به وضع موجود در نظریهٔ مولکولی است: مولکولها آنقدر کوچک‌اند و تعدادشان آنقدر زیاد است که ساختار مولکولی ماده فقط در مشاهدات خاصی آشکار می‌شود.

طیف الکترومغناطیسی را، که اغلب برحسب یکای بسامد بیان می‌شود، می‌توان از دیدگاه نظریهٔ کوانتومی با یکای انرژی به‌ازای هر فوتون سنجید؛ شکل ۷.۴ را ببینید. معمولاً امواج الکترومغناطیسی به‌وسیلهٔ طول‌موجشان مشخص می‌شوند. از این‌رو داشتن رابطه‌ای که انرژی فوتون برحسب الکترون ولت را برحسب طول موج آن به‌آنگستروم بیان دارد مفید است. مثلاً، تابش x با طول موج ۱۲۵ آنگستروم (با علامت اختصاری $\text{\AA}$) شامل فوتونهایی است که انرژی آنها برابر است با

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(2.998 \times 10^8 \text{ m/s})}{(125 \text{ \AA})(10^{-10} \text{ m/\AA})(1.602 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}$$

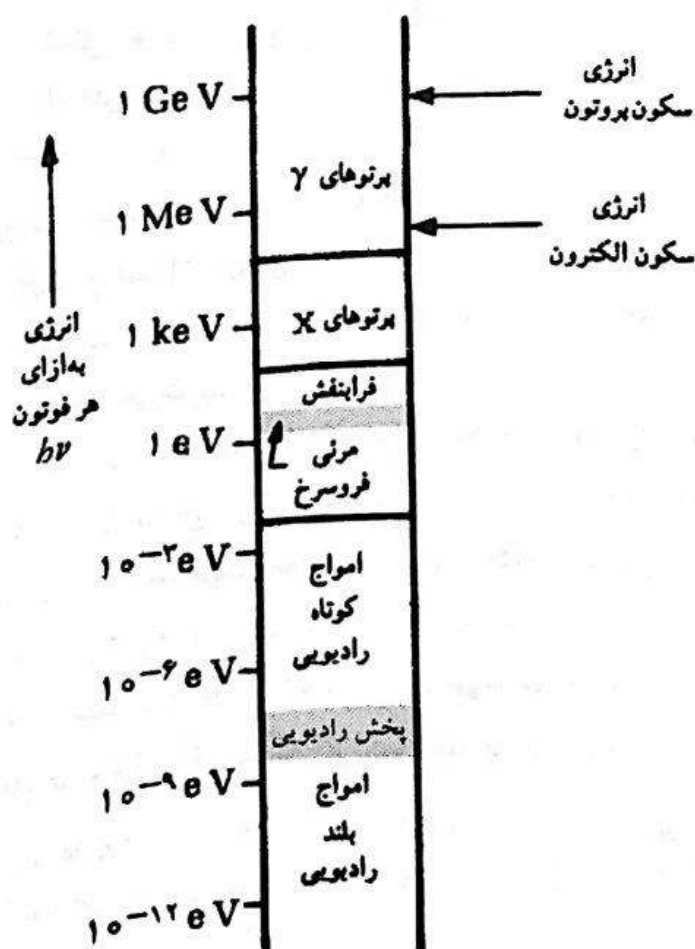
$$= 1.240 \times 10^4 \text{ eV} = 12.40 \text{ keV}$$

به‌طور کلی، انرژی E فوتون (با یکای الکترون ولت) برحسب طول موج λ (با یکای آنگستروم) به‌صورت زیر نوشته می‌شود

$$E = \frac{1.24 \times 10^4 \text{ eV} \cdot \text{\AA}}{\lambda} = \frac{0.0124 \text{ MeV} \cdot \text{\AA}}{\lambda} \quad (7.4)$$

انرژی فوتونهای امواج رادیویی کوچکترین مقدار ($\approx 10^{-12} \text{ eV}$) و فوتونهای پرتو γ بزرگترین مقدار ($\approx 1 \text{ GeV}$) است. طیف بسامد الکترومغناطیسی، دقیقاً بر طیف انرژی یک ذره با جرم سکون صفر یا فوتون منطبق است. انرژی فوتون، همان‌طور که در شکل ۷.۴ نشان داده شده است، می‌تواند از صفر تا بینهایت گسترش یابد. انرژیهای سکون الکترون و پروتون نیز برای مقایسه نشان داده شده‌اند.

همان‌طور که در بخش ۷.۱ دیدیم، مفاهیم موج و ذره ظاهراً باهم مغایر، و حتی متضادند. اینکه در انرژیهای نور چنان رفتار می‌کند که گویی از ذرات یا فوتونها تشکیل شده است بدان معنی نیست که شواهد تجربی مسلم و بی‌چون و چرای خواص موجی



شکل ۷.۴ طیف تابش الکترومغناطیسی با مقیاس انرژی فوتون.

نور را بتوان نادیده گرفت؛ هر دو توصیف موجی-ذره‌ای را باید پذیرفت. چگونگی حل این معما را به بعد از بخش ۵.۵، که در آن خواص کوانتومی نور به طور کاملتر مطالعه می‌شود، موکول می‌کنیم.

۳.۴ تولید پرتو x و تابش ترمزی

در اثر فوتوالکتریک، يك فوتون تمام انرژی الکترومغناطیسی خود را به يك الکترون مقید منتقل می‌کند؛ انرژی فوتون به صورت انرژی بستگی و انرژی جنبشی فوتوالکتریک ظاهر می‌شود. عکس اثر فوتوالکتریک بدین صورت است که الکترونی انرژی جنبشی خود را از دست بدهد و در این جریان يك یا چند فوتون بیاورند. این فرایند در تولید پرتو x به وضوحترین نحو مشاهده می‌شود.

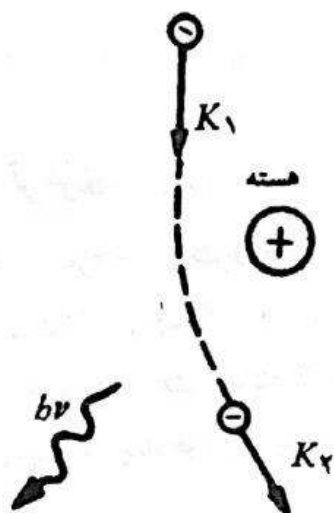
نخست آن فرایند بنیادی را که هنگام نزدیک شدن يك الکترون سریع به يك اتم و انحراف آن توسط هسته با بار مثبت رخ می‌دهد بررسی می‌کنیم. الکترون تحت تأثیر نیروی ناشی از برخورد نزدیک با اتم سنگین از مسیر مستقیم خود منحرف می‌شود، یعنی شتاب می‌گیرد. نظریه کلاسیک الکترومغناطیسی پیشگویی می‌کند که هر بار الکتریکی شتابداری انرژی الکترومغناطیسی تابش می‌کند. نظریه کوانتومی ایجاب می‌کند که هر انرژی الکترومغناطیسی تابش شده‌ای شامل کوانتومهای گسسته یا فوتونها باشد. در این صورت انتظار می‌رود که الکترون منحرف شده و بنابراین شتابدار يك یا چند فوتون تابش کند و محل برخورد را با انرژی جنبشی کمتر از آنچه داشت ترك کند.

تابشی را که در چنین برخوردی تولید می‌شود اغلب تابش ترمزی می‌نامند. برخورد تابش ترمزی به طور طرح‌وار در شکل ۸.۴ نشان داده شده است، که در آن الکترونی با انرژی جنبشی E_{k1} به اتم منحرف کننده نزدیک و پس از تولید تك فوتونی با انرژی $h\nu$ ، با انرژی E_{k2} از آن دور می‌شود. قانون بقای انرژی ایجاب می‌کند که

$$E_{k1} - E_{k2} = h\nu \quad (۸.۴)$$

چون جرم اتم حداقل ۲۰۰۰ مرتبه از جرم الکترون بزرگتر است از انرژی خیلی کوچک اتم پس زن صرف نظر کرده ایم. در حالی که نظریه الکترومغناطیسی کلاسیک برای مدتی که الکترون شتاب می‌گیرد تابش پیوسته‌ای را پیشگویی می‌کند، نظریه کوانتومی مستلزم تابش تك فوتونهای گسسته است. آنچه در فرایند تابش ترمزی رخ می‌دهد آشکارا در تولید فوتونهای پرتو x نیز دیده می‌شود.

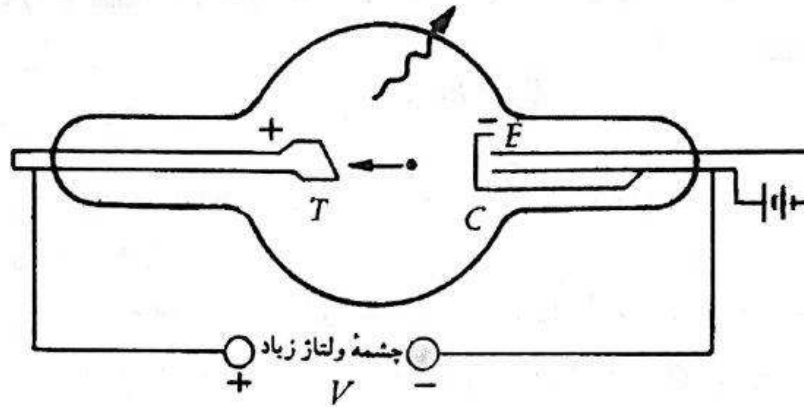
پرتوهای x برای نخستین بار در سال ۱۸۹۵/۱۲۷۴ توسط ویلهم رونتگن کشف و



شکل ۸.۴ برخورد تابش ترمزی بین یک الکترون و یک هستهٔ بار مثبت، همراه با گسیل یک تک فوتون.

بررسی شدند؛ چون در آغاز طبیعت واقعی این تابش ناشناخته بود و نتنگن نام x را برای این پرتوها انتخاب کرد. اکنون معلوم شده است که پرتوهای x شامل امواج الکترومغناطیسی یا فوتونها، با طول موج حدود $10^{-10} \text{ m} = 1 \text{ \AA}$ هستند. به‌طور تجربی تأیید شده است که پرتوهای x پدیده‌های موجی تسداخل، پراش و قطبی شدن را نمایش می‌دهند. از آنجا که این پرتوها به آسانی از موادی که برای نور مرئی گذرند عبور می‌کنند و چون طول موج نوعی پرتو x از طول موجهای نور مرئی خیلی کوتاهتر است این آزمایشها مستلزم ابتکار قابل ملاحظه‌ای هستند. بحث دربارهٔ درآشامی و شدت پرتو x را به بخش ۷.۴ و بحث در مورد طول موجهای پرتو x را به بخش ۲.۵ موکول می‌کنیم؛ در اینجا توجه عمدهٔ ما به مشخصه‌های انرژی تولید پرتو x معطوف خواهد شد.

قسمتهای اساسی یک لامپ سادهٔ پرتو x در شکل ۹.۴ نشان داده شده‌اند. جریان الکتریکی با عبور از رشتهٔ F باعث گرم شدن کاتود C می‌شود و به الکترونها موجود در آن انرژی جنبشی کافی می‌دهد تا بتوانند بر بستگی خود به سطح کاتود غلبه کنند و در گسیل گرمایونی رها شوند. سپس الکترونها در خلا به وسیلهٔ اختلاف پتانسیل الکتروستاتیکی بزرگ V (نوعاً چندین هزار ولت) شتاب می‌گیرند و به هدف T که آنود است برخورد می‌کنند. هر الکترون هنگام رفتن از کاتود به آنود و قبل از برخورد به هدف انرژی جنبشی E_k به دست می‌آورد:



شکل ۹.۴ قسمتهای اساسی يك لامپ پرتو x.

$$E_k = eV$$

که در آن e بار الکترون است. از انرژی جنبشی الکترون هنگام ترك كاتود چشمپوشی می‌کنیم، زیرا این انرژی نوعاً خیلی از eV کمتر است. وقتی الکترون با هدف برخورد می‌کند انرژی اضافی به دست می‌آورد؛ این انرژی الکترون را به سطح هدف پیوند می‌دهد. از آنجا که همواره انرژی بستگی فقط چند الکترون ولت است، و E_k لااقل چندین هزار الکترون ولت است بدستی می‌توان از انرژی بستگی نیز صرف نظر کرد.

الکترونها هنگام برخورد به هدف سرعت خود را از دست می‌دهند و در برخوردها تقریباً به حال سکون درمی‌آیند. هر الکترون انرژی جنبشی خود $E_k = eV$ را به دلیل اصابت با هدف از دست می‌دهد. قسمت عمده این انرژی به صورت انرژی گرمایی در هدف ظاهر می‌شود، ولی علاوه بر این، تولید تابش الکترومغناطیسی از طریق فرایند تابش ترمزی نیز وجود دارد. هر الکترونی که با هدف برخورد کند امکان دارد که با اتمهای هدف تعدادی برخورد تابش ترمزی انجام دهد و بدین وسیله تعدادی فوتون تولید کند. اما پرتوهای پرتوهای فوتونها توسط الکترونی تولید می‌شوند که وقتی در برخورد به حال سکون درمی‌آید تمامی انرژی خود را به انرژی الکترومغناطیسی يك تك فوتون تبدیل کند. بنا بر این $E_{k1} = eV$ و $E_{k2} = 0$ ، و رابطه (۸.۴) به صورت زیر درمی‌آید

$$eV = E_k = h\nu_{\max}$$

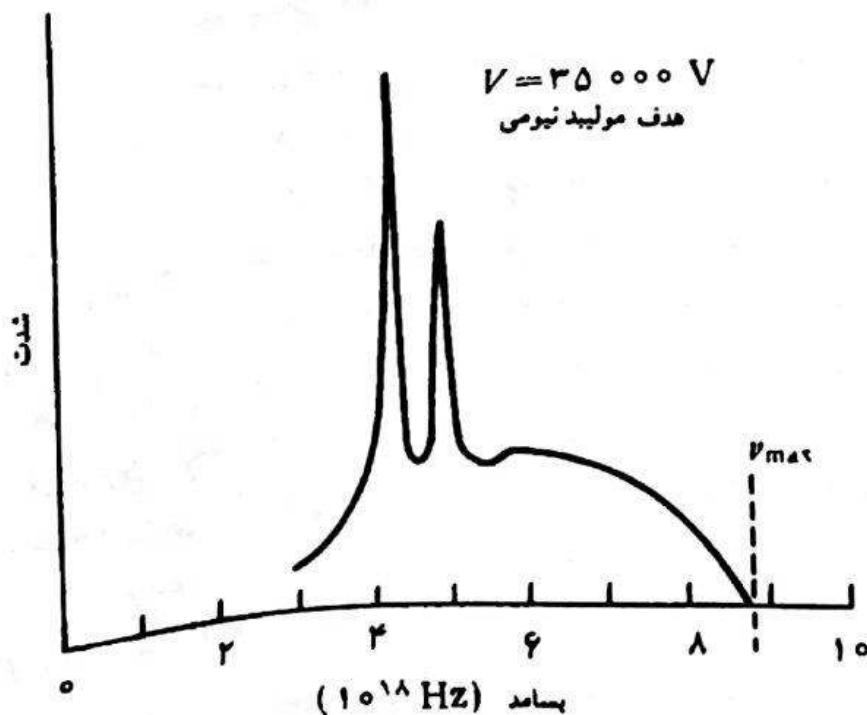
که در آن $\nu_{\max}$ بسامد بیشینه فوتونهای پرتو x تولید شده است. بیشتر الکترونها در برخورد با هدف، با گرم کردن آن یا با تولید دو و یا چند فوتون انرژی خود را از دست می‌دهند؛

در آن صورت مجموع بسامدهای این فوتونها از $\nu_{\max}$ کمتر خواهد بود. آنگاه انتظار می‌رود که توزیع انرژیهای فوتون با يك بسامد بیشینه مشخص $\nu_{\max}$ ، یا با يك طول موج کمینه $\lambda_{\min} = c/\nu_{\max}$ بدین صورت بیان شود

$$E_k = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} = eV \quad (9.4)$$

توجه کنید که این معادله با معادله مربوط به اثر فوتوالکتریک (۵.۴)، وقتی که از انرژی بستگی چشمپوشی شود، هم‌ارز است.

شکل ۱۰.۴ تغییر شدت پرتوهای X گسیل شده را بر حسب بسامد تحت شرایط کلی نشان می‌دهد. در طیف پیوسته پرتو X در حدود $\nu_{\max}$ يك قطع ناگهانی پدیدار می‌شود، این حد فقط توسط پتانسیل شنا بدهنده V لامپ پرتو X تعیین می‌شود. با استفاده از رابطه (۹.۴) و اندازه‌گیریهای همزمان $\lambda_{\min}$ و V ، می‌توان hc/e را با دقت قابل ملاحظه‌ای تعیین کرد. مقداری که برای ثابت h پلانک حاصل می‌شود با مقادیری که از آزمایشهای اثر فوتوالکتریک و دیگر آزمایشها نتیجه می‌شود توافق کامل دارد.



شکل ۱۰.۴ شدت پرتوهای X به صورت تابعی از بسامد.

افزایشهای تیز یا قله‌هایی که طول موج آنها مشخصه ماده هدف است بر روی طیف پیوسته شدت نهاده شده‌اند. توضیح این خطوط مشخصه پرتو X را باید در توصیف کوانتومی ساختار اتمی اتمهای ماده یافت. وقتی ولتاژ شتاب‌دهنده V تغییر کند، ولی ماده هدف تغییر نکند، حد طیف پیوسته پرتو X تغییر می‌کند ولی بسامدهای مشخصه آن تغییر نمی‌کنند؛ برعکس، وقتی ماده هدف تغییر کند ولی ولتاژ شتاب‌دهنده تغییر نکند طیف مشخصه پرتو X تغییر می‌کند ولی حد طیف پیوسته آن تغییر نمی‌کند.

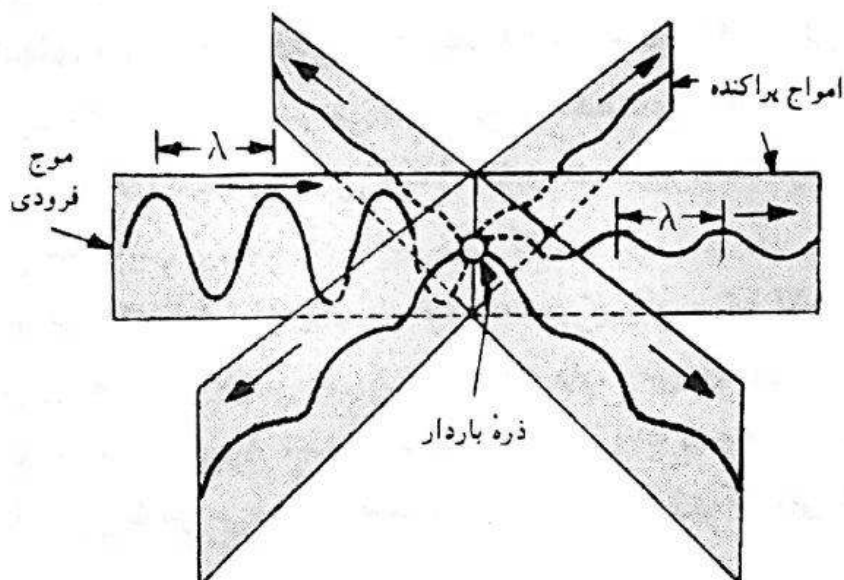
معلوم شده است که فقط اگر پتانسیل شتاب‌دهنده، V ، از مرتبه $100000V$ یا بیشتر باشد تولید پرتو X به‌طور قابل توجهی رخ خواهد داد. حتی در 10 kV ، [با استفاده از رابطه (۹.۴)، $\lambda_{\min} = 1.24\text{ \AA}$ است] مقداری کمتر از یک درصد از انرژی کل به‌شکل تابش الکترومغناطیسی ظاهر می‌شود، باقیمانده به‌صورت انرژی گرمایی در هدف پدیدار می‌شود.

۴.۴ اثر کامپتون

در اثر فوتوالکتریک فوتون (تقریباً) تمام انرژی خود را به الکترون مقید می‌دهد؛ همچنین ممکن است که فوتون فقط قسمتی از انرژی خود را به‌ذره باردار بدهد. این نوع برهم‌کنش بین امواج الکترومغناطیسی و جسم مادی همان پراکندگی امواج توسط ذرات باردار جسم است. نظریه کوانتومی پراکندگی امواج الکترومغناطیسی، به اثر کامپتون مشهور است. نخست نظریه کلاسیک پراکندگی امواج الکترومغناطیسی توسط ذرات باردار را به‌اختصار مرور می‌کنیم.

وقتی موج الکترومغناطیسی تک‌فام به‌ذره بارداری که اندازه آن از طول موج تابش خیلی کمتر است برخورد کند اصولاً میدان الکتریکی متغیر سینوسی موج بر روی این ذره باردار اثر می‌گذارد. این ذره تحت تأثیر این نیروی الکتریکی متغیر، با همان بسامد تابش فرودی، حرکت نوسانی هماهنگ ساده انجام می‌دهد (شکل ۱۱.۴ را ببینید) و چون به‌طور پیوسته شتاب می‌گیرد در تمام جهات با همان بسامد تابش الکترومغناطیسی تابش می‌کند*، و شدت در صفحه عمود بر جهت حرکت بار نوسان‌کننده بیشترین و در امتداد خط نوسان صفر است. در این صورت، نظریه کلاسیک پیشگویی می‌کند که تابش پراکنده دارای همان بسامد تابش فرودی خواهد بود. ذره باردار نقش یک عامل انتقال را ایفا می‌کند، زیرا انرژی را از

* در بخش ۷.۳۵ کتاب زیر



شکل ۱۱.۴ پراکندگی کلاسیک تابش الکترومغناطیسی توسط ذره باردار.

پرتو فرودی می‌گیرد و مجدداً آن را با همان بسامد (یا طول موج) منتهی در تمام جهات پراکنده می‌کند. ذره پراکننده نه انرژی کسب می‌کند و نه انرژی از دست می‌دهد، زیرا با همان آهنگی که درمی‌آشامد مجدداً تابش می‌کند. نظریه کلاسیک پراکندگی برای تابش با طول موجهای مرئی و همه طول موجهای بلندتر با تجربه توافق دارد. یک مثال ساده از بسامد تغییر نیافته تابش پراکنده همدوس عبارت از این است که بسامد نور باز تابیده از یک آینه (مجموعه‌ای از پراکنده‌ها) دستخوش هیچ تغییر ظاهری نمی‌شود.

میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی فرودی نیز بر یک ذره باردار اثر می‌کند. بر باری که در میدان مغناطیسی عرضی یک موج الکترومغناطیسی حرکت می‌کند یک نیروی مغناطیسی، در امتداد جهت انتشار موج، وارد می‌شود.* وقتی در آشامی کامل باشد نیروی وارد بر بار، نیروی تابش F_r خواهد بود که با رابطه $F_r = P/c$ بیان می‌شود، و در آن P توان موج فرودی است. علاوه بر این، چون یک موج الکترومغناطیسی می‌تواند نیرویی بر مرکز پراکندگی اعمال کند، اندازه حرکت p را به این موج نسبت می‌دهیم

$$p = \frac{E}{c}$$

* رک بخش ۵.۳۵ کتاب ذین

که در آن E نمایشگر انرژی الکترومغناطیسی موج فرودی است.

اکنون پراکندگی را از دیدگاه نظریه کوانتومی بررسی می‌کنیم. آرتور کامپتون در سال ۱۹۲۲/۱۳۰۱ با استفاده از تغییر موقع اینشتین از اثر فوتوالکتریک، مفهوم ذره گونه فوتون (طبیعت کوانتومی تابش الکترومغناطیسی) را برای توضیح پراکندگی پرتوهای x به کار برد. در نظریه کوانتومی، تابش الکترومغناطیسی شامل فوتونهایی است که انرژی هر یک با $E = h\nu$ بیان می‌شود. چون یک فوتون را می‌توان به عنوان یک ذره با جرم سکون صفر، که با سرعت c در حرکت است، در نظر گرفت معادله (۱۵.۳) نشان می‌دهد که بزرگی اندازه حرکت خطی متناظر با p برابر E/c است، که با نتیجه نظریه کلاسیک توافقی دارد. از این رو

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (15.4)$$

هر فوتون در باریکه‌ای از تابش الکترومغناطیسی تکفام به طول موج λ ، دارای اندازه حرکتی برابر h/λ است. معادله (۱۵.۴) نشان می‌دهد که وقتی طول موج، بسامد یا انرژی فوتون معلوم باشند، اندازه حرکت فوتون به دقت مشخص می‌شود. جهت p در امتداد جهت انتشار موج است.

خصوصیت مشخصی که به وسیله نظریه کوانتومی مطرح می‌شود آن است که اندازه حرکت الکترومغناطیسی نمی‌تواند، برای امواج تکفام، هر مقدار دلخواهی داشته باشد؛ بلکه به صورت مضارب صحیحی از اندازه حرکت h/λ است که به وسیله یک تک فوتون حمل می‌شود.

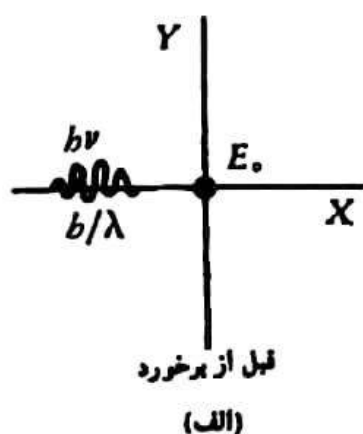
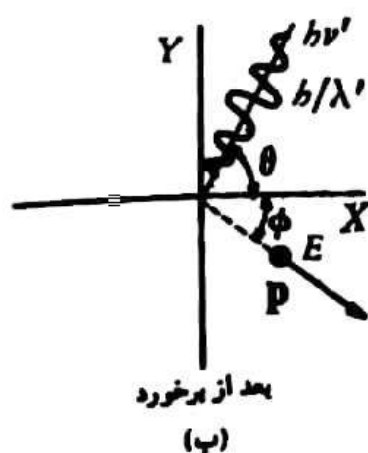
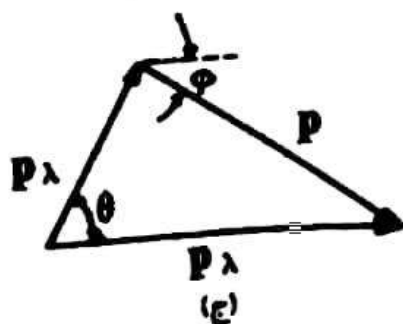
می‌توان رابطه (۱۵.۴) را، با توجه به اینکه اندازه حرکت یک فوتون باید برابر حاصلضرب جرم نسیتی در سرعت فوتون باشد، از راه دیگری نیز به دست آورد

$$p = mc = \frac{E}{c^2} c = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

که در آن E/c^2 به جای m نشسته است. درست همان گونه که انرژی یک فوتون با بسامد آن افزایش می‌یابد، اندازه حرکت آن نیز با بسامد افزایش می‌یابد. بنابراین، اندازه حرکت فوتون با بسامد و انرژی بالا، مانند پرتو γ ، از اندازه حرکت فوتون با بسامد و انرژی پایین، همانند فوتون رادیویی، خیلی بیشتر است.

وقتی یک باریکه الکترومغناطیسی تکفام را به عنوان مجموعه‌ای متشکل از فوتونهای

ذره گونه، که هر يك دارای انرژی و اندازه حرکت دقیقاً معلوم اند، در نظر بگیریم عملاً پراکندگی تابش الکترومغناطیسی به صورت مسئله‌ای که شامل برخورد فوتون با يك ذره باردار است درمی‌آید. آنگاه این مسئله صرفاً با به کار بردن قوانین بقای انرژی و اندازه حرکت حل می‌شود. شکل ۱۲.۴ الف و ب فوتون و ذره را قبل و بعد از برخورد نشان می‌دهد. البته در کاربرد قوانین بقا، به جزئیات برهم‌کنش بین فوتون و ذره در خلال برخورد توجه نمی‌شود؛ بلکه فقط به انرژی کل و اندازه حرکت قبل و بعد از برخورد پرداخته می‌شود.



شکل ۱۲.۴ برخورد يك فوتون و ذره‌ای که در آغاز ساکن است.

برخلاف پراکندگی کلاسیک امواج الکترومغناطیسی، که در آن فرض می‌شود ذره پس از برخورد اساساً هیچ انرژی کسب نمی‌کند، نظریه کوانتومی ایجاب می‌کند که ذره مقداری انرژی کسب کند؛ و چون در این صورت امکان دارد که انرژی جنبشی آن زیاد باشد باید با آن به‌طور نسبی رفتار کرد.

ذره‌ای را که آزاد و در ابتدا ساکن است با جرم سکون m_0 و انرژی سکون $E_0 = m_0 c^2$ ، در نظر می‌گیریم. آنگاه بقای انرژی را در مورد برخورد شکل ۱۲.۴ به‌کار می‌بریم و نتیجه می‌گیریم

$$h\nu + E_0 = h\nu' + E \quad (۱۱.۲)$$

در اینجا E انرژی ذره پس‌زن بعد از برخورد، و $h\nu$ و $h\nu'$ به‌ترتیب انرژی‌های فوتونهای فرودی و پراکنده‌اند. از آنجا که انرژی نهایی (انرژی سکون به‌اضافه انرژی جنبشی) ذره پس‌زن، $E = mc^2$ ، باید بر انرژی اولیه، E_0 ، فزونی یابد در این صورت از رابطه (۱۱.۲) نتیجه می‌شود که $h\nu' < h\nu$ است. در نتیجه، فوتون پراکنده دارای انرژی کمتر، بسامد پایین‌تر، و طول موج بلندتر از فوتون فرودی خواهد بود. این با روش کلاسیک که هیچ تغییر بسامدی را برای پراکندگی امواج الکترومغناطیسی پیشگویی نمی‌کند مغایر است. چون فوتونهای فرودی و پراکنده دارای بسامدهای متفاوت‌اند، فوتون پراکنده را نباید صرفاً همان فوتون فرودی که در جهت دیگری حرکت می‌کند پنداشت؛ بلکه فوتون فرودی نابود و فوتون پراکنده آفریده می‌شود.

بقای اندازه حرکت خطی به‌وسیله مثلث برداری شکل ۱۲.۴ ج به‌طور ضمنی بیان می‌شود که در آن $p = mv$ اندازه حرکت نسبی ذره پس‌زن و بزرگی اندازه حرکتهای فوتونهای فرودی و پراکنده شده، به‌ترتیب عبارت‌اند از، $p_{\lambda'} = h\nu'/c \equiv h/\lambda'$ و $p_{\lambda} = h\nu/c \equiv h/\lambda$. زاویه پراکندگی θ ، زاویه بین جهتهای p_{λ} و $p_{\lambda'}$ ، یعنی زاویه بین جهتهای فوتونهای فرودی و پراکنده شده است.

می‌خواهیم تغییر طول موج $\lambda' - \lambda = \Delta\lambda$ را بر حسب θ پیدا کنیم. با به‌کار بردن قانون کینوسها در مثلث شکل ۱۲.۴ ج داریم

$$p_{\lambda}^2 + p_{\lambda'}^2 - 2p_{\lambda}p_{\lambda'} \cos\theta = p^2 \quad (۱۲.۲)$$

دو طرف این معادله را در c^2 ضرب می‌کنیم و با یادآوری اینکه در مورد فوتون $pc = h\nu$ است، داریم

$$h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' \cos\theta = p^2 c^2 \quad (۱۳.۲)$$

با استفاده از معادله (۱۱.۲) می‌توان به‌رابطه مشابهی دست یافت. $h\nu$ و $h\nu'$ را در

يك طرف معادله (۱۱.۴) و E و E_0 را در طرف دیگر آن قرار می‌دهیم؛ سپس طرفین معادله را مجذور می‌کنیم، خواهیم داشت

$$h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' = E^2 + E_0^2 - 2EE_0 = 2E_0^2 + p^2c^2 - 2EE_0 \quad (۱۴.۴)$$

که در آن با استفاده از معادله (۱۴.۳)، $E_0^2 + p^2c^2$ را به جای E^2 قرار داده‌ایم. با کم کردن رابطه (۱۳.۴) از رابطه (۱۴.۴) داریم

$$-2h^2\nu\nu'(1 - \cos\theta) = 2E_0^2 - 2EE_0$$

$$h^2\nu\nu'(1 - \cos\theta) = E_0(E - E_0) = m_0c^2(h\nu - h\nu')$$

$$\frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) = c\frac{\nu - \nu'}{\nu\nu'} = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \lambda' - \lambda$$

در این صورت افزایش در طول موج، $\Delta\lambda$ ، برابر است با

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) \quad (۱۵.۴)$$

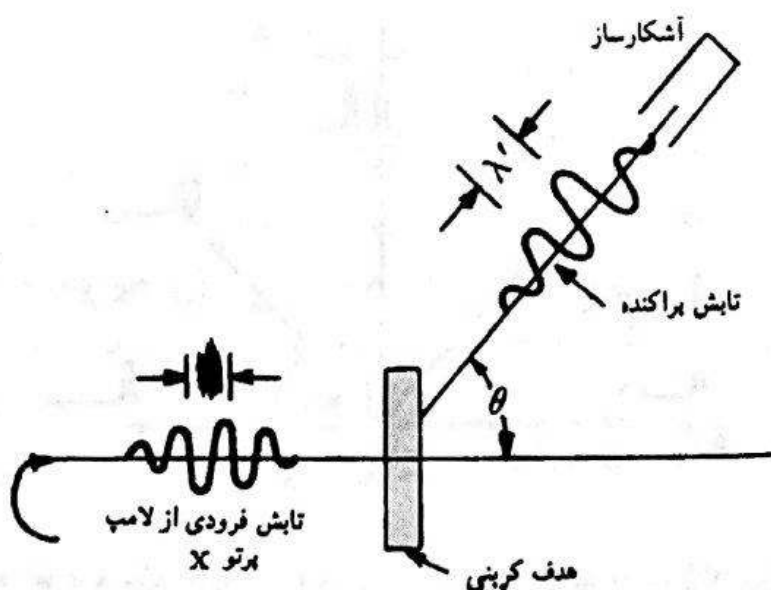
این معادله اساسی اثر کامپتون است. این معادله افزایش $\Delta\lambda$ در طول موج فوتون پراکنده را نسبت به طول موج فوتون فرودی به دست می‌دهد. مشاهده می‌کنیم که $\Delta\lambda$ فقط به جرم سکون m_0 ذره پس‌زن، ثابت پلانک h ، سرعت c نور، و زاویه پراکندگی θ بستگی دارد. شاید تعجب‌آور است که $\Delta\lambda$ را از طول موج فوتون فرودی مستقل می‌یابیم. مقدار h/m_0c ، که در طرف راست رابطه (۱۵.۴) ظاهر می‌شود و دارای بعد طول است به طول موج کامپتون مشهور است. با وجود اینکه زاویه پراکندگی θ بدون هیچ ابهامی افزایش طول موج $\Delta\lambda$ را تعیین می‌کند، از قبل نمی‌توان زاویه‌ای را که تحت آن هر فوتونی خارج خواهد شد پیشگویی کرد.

اگر ذره پس‌زن يك الكترون آزاد در ماده پراکنده باشد، در این صورت $m_0 = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ و $h/m_0c = 0.02426 \text{ \AA}$ است. وقتی يك فوتون مثلاً با زاویه $\theta = 90^\circ$ نسبت به جهت فوتون فرودی خارج شود، با استفاده از رابطه (۱۵.۴) تغییر طول موج برابر $0.024 \text{ \AA}$ است. وقتی فوتون تحت زاویه $\theta = 180^\circ$ خارج شود یا به عبارت دیگر به سوی عقب حرکت کند و الکترون پس‌زن به سوی جلو حرکت کند برخورد دقیقاً رو در رو خواهد بود؛ آنگاه تغییر طول موج بیشینه و برابر $0.049 \text{ \AA}$ است. در چنین برخوردی انرژی جنبشی الکترون نیز بیشینه است. برای پراکندگی 90° (توسط الکترون آزاد) تابش فرودی در ناحیه مرئی، مثلاً در

$4000 \text{ \AA}$ ، افزایش نسبی در طول موج، $\Delta\lambda/\lambda$ ، فقط برابر 0.006 درصد است. این جابه‌جایی طول موج در ناحیه نور مرئی کاملاً پوشیده می‌ماند و این به‌خاطر این است که الکترون‌ها در یک ماده پراکنده معمولی در حال سکون نیستند بلکه در حرکت گرمایی‌اند. یک جابه‌جایی قابل مشاهده (مثلاً $\Delta\lambda/\lambda = 2/100$) را می‌توان با استفاده از یک تابش فرودی به طول موج $\lambda = 1 \text{ \AA}$ به دست آورد؛ از این رو $\Delta\lambda = 0.024 \text{ \AA}$ است. بنابراین، برای فوتون‌های پرتو x و فوتون‌های با طول موج کوتاه‌تر یک جابه‌جایی وجود دارد که به آسانی مشاهده می‌شود. برای فوتون‌های با طول موج بلندتر، تغییر نسبی طول موج خیلی کوچک است و تابش پراکنده تقریباً دارای همان طول موج و بسامد تابش فرودی است. از نظر کلاسیک، طول موج تابش‌های فرودی و پراکنده اساساً مساوی‌اند؛ بنابراین، در ناحیه $\Delta\lambda/\lambda \ll 1$ پراکندگی کامپتون با پراکندگی کلاسیک توافق دارد. در اینجا با استفاده از رابطه (۱۵.۴) مثالی از اصل همخوانی را که در اثرهای کوانتومی به کار می‌رود مشاهده می‌کنیم

$$\lim_{\substack{m_0 \rightarrow \infty \\ h \rightarrow 0}} \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \lim_{\substack{m_0 \rightarrow \infty \\ h \rightarrow 0}} \frac{h}{m_0 c \lambda} = 0$$

اینکه پراکندگی پرتوهای x با مدل فوتونی توافق دارد نه با مدل کلاسیکی (که هیچ تغییری را برای طول موج پیشگویی نمی‌کند) برای نخستین بار در سال ۱۹۲۲/۱۳۰۱ توسط کامپتون نشان داده شد. شکل ۱۳.۴ آرایش تجربی پرتوهای x فرودی بر روی هدف کربن را به‌طور طرح‌وار نشان می‌دهد؛ کربن ماده‌ای است که دارای تعداد زیادی الکترون آزاد (یعنی، عملاً آزاد) است. آشکارساز برای هر زاویه ثابت θ ، می‌تواند

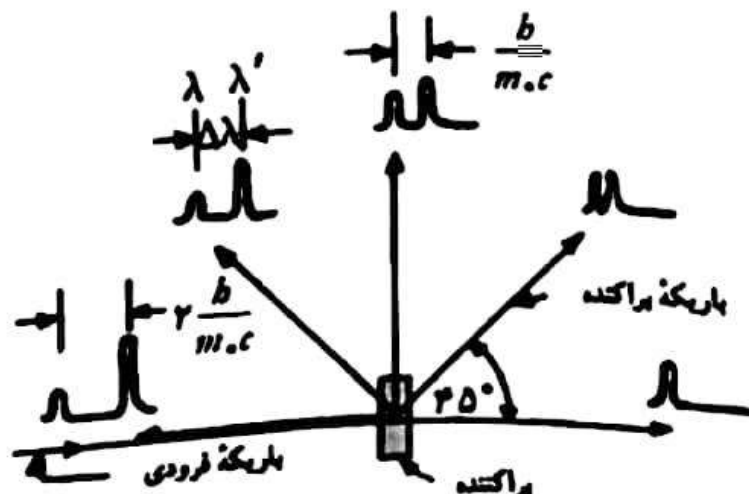


شکل ۱۳.۴ طرح‌واره آرایش تجربی اثر کامپتون.

(بخشهای ۲۰۵ و ۳۰۸ را ببینید) شدت تابش پراکنده را بر حسب طول موج اندازه‌گیری کند (وقتی $\lambda = \lambda'$ و $\Delta\lambda = 0$ است، شکل ۱۳.۴ را با شکل ۱۱.۴ مقایسه کنید). شکل ۱۴.۴، شدت تابش پراکنده را بر حسب طول موج پراکنده شده برای سه زاویه ثابت θ نشان می‌دهد.

برای هر زاویه پراکندگی بخصوص θ ، دو طول موج غالب در تابش پراکنده وجود دارند: یکی با همان طول موج λ پرتو فرودی، یعنی موج تغییر نیافته، و دیگری با طول موج بلندتر λ' ، یعنی موج تغییر یافته، که با معادله کامپتون (۱۵.۴) بیان می‌شود. طول موج تغییر نیافته ناشی از پراکندگی هم‌دوس تابش فرودی توسط الکترونهای داخلی آنهاست؛ این الکترونها آنچنان قویاً به آنها مقیدند که فوتون نمی‌تواند با یکی از آنها برخورد کند بدون آنکه در همان زمان تمام اتم را به حرکت درآورد. در این صورت جرم m_0 هر يك از این الکترونها، که قویاً مقیدند به طوری مؤثر همان جرم M_0 است. بنابراین در برخورد کامپتون بین يك فوتون و الکترونی که قویاً مقید است تغییر طول موج $\Delta\lambda$ عبارت است از $0 \approx (1 - \cos \theta)(h/M_0 c)$ ، زیرا M_0 همواره هزاران مرتبه از m_0 بزرگتر است. اثر کامپتون روش ساده‌ای را برای تعیین انرژی يك فوتون فراهم می‌کند. از رابطه (۱۱.۴) داریم

$$E_s = E - E_0 = h\nu - h\nu'$$



شکل ۱۴.۴ شدت تابش پراکنده بر حسب طول موج تابش پراکنده برای سه زاویه متفاوت θ .

چون $\nu = c/\lambda$ و $\nu' = c/\lambda' = c/(\lambda + \Delta\lambda)$ است، این رابطه را به صورت زیر می نویسیم

$$E_k = h\nu \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} \quad (۱۶.۴)$$

که در آن $\Delta\lambda$ به زاویه پراکندگی θ بستگی دارد و به وسیله رابطه (۱۵.۴) بیان می شود. انرژی جنبشی الکترون پس زن در صورتی بیشینه است که یک برخورد رو در رو رخ دهد و الکترون پس زن به سوی جلو و فوتون پراکنده به سوی عقب حرکت کند. در چنین برخوردی $\theta = ۱۸۰^\circ$ و $\Delta\lambda = 2h/m_0c$ ؛ و رابطه (۱۶.۴) به صورت زیر درمی آید

$$E_{k,max} = h\nu \frac{2h\nu/m_0c^2}{1 + 2h\nu/m_0c^2} \quad (۱۷.۴)$$

بنابراین، اگر انرژی پر انرژی ترین الکترونهای پس زن را اندازه بگیریم با استفاده از رابطه (۱۷.۴) می توانیم انرژی فوتون فرودی را نیز محاسبه کنیم، و برعکس.

بررسی برخورد کامپتون بین یک فوتون و یک الکترون مبتنی بر این فرض بود که الکترون پراکنده آزاد و ساکن است. البته، هر الکترون موجود در ماده در حرکت است و تا حدی به اتم مادر خویش مقید است؛ ولی الکترونهای بیرونی اتمها را می توان مانند الکترونهایی که عملاً آزادند در نظر گرفت؛ زیرا انرژی بستگی آنها (نوعاً چند الکترون ولت) خیلی کمتر از انرژی یک فوتون پرتو x نوعی است، که برای $\lambda = 1\text{\AA}$ برابر 12400eV است. وقتی تابش الکترومغناطیسی با بسامد پایین و طول موج بلند، مانند امواج رادیویی با $\nu = 10\text{MHz}$ ، به یک الکترون بیرونی برخورد کند انرژی فوتون فرودی، $4.1 \times 10^{-9}\text{eV}$ ، از انرژی بستگی الکترون بیرونی خیلی کمتر است. بنابراین، m_0 در معادله کامپتون عملاً جرم اتم است، و تغییر در طول موج خیلی کم است ($\Delta\lambda \ll \lambda$)، به طوری که هر دو تابش اساساً دارای بسامدهای یکسان اند.

اثر کامپتون جنبه های ذره گونه تابش الکترومغناطیسی را به وضوح نشان می دهد: نه فقط یک انرژی دقیق $h\nu$ را می توان به یک فوتون نسبت داد، بلکه یک اندازه حرکت دقیق h/λ را نیز می توان به آن منسوب کرد. در این صورت در امتداد هر جهتی، اندازه حرکت کل یک باریکه الکترومغناطیسی تکفام، نمی تواند هر مقداری را بپذیرد؛ بلکه تنهایی تواند مضرب کاملاً صحیحی از اندازه حرکت خطی یک فوتون در همان جهت را دارا باشد. بدین معنی که اندازه حرکت تابش الکترومغناطیسی، همانند انرژی کوانتیده است.

مثال ۱۰۴ اثر فوتوالکتریک فرایندی است که در آن یک فوتون نابود و ذره ای با تمام انرژی که در ابتدا توسط فوتون حمل می شد شروع به حرکت می کند. این اثر فقط در

صورتی می‌تواند رخ دهد که ذره در ابتدا مقید باشد. به آسانی می‌توان نشان داد که فرایند زیر، اثر فوتوالکتریک فرضی با يك ذره آزاد، ممنوع است. فوتونی به ذره آزادی که در ابتدا ساکن است برخورد می‌کند، این فوتون نابود می‌شود (و فوتون دیگری آفریده نمی‌شود) و تمام انرژی و اندازه حرکت خود را به ذره آزاد منتقل می‌کند. چنین برخوردی نمی‌تواند رخ دهد، زیرا بقای همزمان انرژی و اندازه حرکت را نقض می‌کند.

اگر انرژی فوتون $h\nu$ و انرژیهای اولیه و نهایی ذره آزاد به ترتیب E و E_0 فرض شوند، با استفاده از بقای انرژی، داریم

$$h\nu = E - E_0$$

ولی بقای اندازه حرکت ایجاب می‌کند که

$$\frac{h\nu}{c} = \sqrt{\frac{E^2 - E_0^2}{c^2}}$$

که در طرف راست این معادله اندازه حرکت نسیتی ذره ظاهر می‌شود. با حذف $h\nu$ از دو معادله بالا می‌بینیم که تنها مقدار ممکن E_0 صفر است. چون هر ذره مادی دارای جرم سکون غیرصفر است، اثر فوتوالکتریک با يك ذره آزاد نمی‌تواند رخ بدهد. در یک اثر فوتوالکتریک واقعی، یعنی با الکترونهاي مقید، جرم الکترون خیلی کمتر از جرم جسمی است که به آن مقید است. در آن صورت تقریباً تمام انرژی فوتون به الکترون منتقل می‌شود و فقط کسر کوچکی از آن به جسمی که الکترون به آن مقید است منتقل می‌شود.

مثال ۲.۴ با استفاده از نظریه الکترومغناطیس کلاسیک می‌توان نشان داد که فشار تابش P_r يك باریکه الکترومغناطیسی کاملاً در آشامیده شده با شدت I را که عمود بر سطح در آشام فرود می‌آید توسط رابطه $P_r = I/c$ داده می‌شود.* با فرض اینکه تابش شامل فوتونهاست و هر يك از فوتونها دارای اندازه حرکت $h\nu/c$ است این رابطه را به دست آورید.

فرض می‌کنیم که شار باریکه فوتونی برابر N فوتون در واحد سطح عمود بر جهت باریکه در واحد زمان باشد. در این صورت، اگر انرژی حمل شده به وسیله هر فوتون در باریکه برابر $h\nu$ باشد انرژی کل به ازای واحد سطح عرضی در واحد زمان (یا شدت I) به وسیله رابطه زیر بیان می‌شود

* در معادله (۳۱.۳۵) کتاب زیر

$$I = N(h\nu)$$

اگر این باریکه به سطحی که آن را کاملاً درمی آشامد برخورد کند هر فوتون اندازه حرکتی برابر $h\nu/c$ به آن سطح انتقال می دهد. آنگاه اندازه حرکت کل انتقال یافته در واحد سطح در واحد زمان برابر $N(h\nu/c)$ است؛ ولی اندازه حرکت کل انتقال داده شده در واحد زمان درست برابر نیروی تابش وارد بر سطح در آشام است، و این نیرو در واحد سطح برابر فشار تابش P_r است:

$$P_r = N \frac{h\nu}{c}$$

با حذف $Nh\nu$ از دو معادله بالا، داریم

$$P_r = \frac{I}{c} \quad \text{برای درآشامی کامل}$$

توجه کنید که فشار تابش مستقل از بسامد است. اگر باریکه به سطحی کاملاً بازتابان در امتداد عمود بر آن برخورد کند، اندازه حرکت دو بار به سطح منتقل می شود؛ یک بار وقتی فوتون فرودی در برخورد با سطح نابود می شود و بار دیگر وقتی فوتون دیگری با همان بسامد آفریده می شود و به سوی خارج از سطح حرکت می کند. در نتیجه، فشار تابش برای بازتاب کامل چنین است

$$P_r = \frac{2I}{c} \quad \text{برای بازتاب کامل}$$

با توجه به بقای اندازه حرکت، چشمه ای که فوتون گسیل می کند در جهت مخالف پس زده می شود. از این رو، یک شکل خیلی ابتدایی از «موشک فوتونی» یک چشمه تک جهتی از تابش الکترومغناطیسی است، مثل یک چراغ قوه روشن. این موشک در جهت جلو اندازه حرکت کسب می کند، زیرا فوتونها به عقب گسیل می شوند. توجه کنید که فوتون به ازای یک مقدار انرژی کل، اندازه حرکتی بیش از ذره ای با انرژی سکون غیر صفر حمل می کند؛ یعنی، از رابطه $p = (E^2 - E_0^2)^{1/2} / c$ دیده می شود که برای یک انرژی معلوم E اندازه حرکت p برای $E_0 = 0$ بیشینه است.

مشاهده می شود که یک فوتون به عنوان ذره ای با جرم سکون صفر همواره با یک تک سرعت c در حرکت است؛ هیچ چارچوب مرجعی که در آن فوتون دارای سرعتی غیر از c باشد وجود ندارد. از طرف دیگر، انرژی $h\nu$ و اندازه حرکت $h\nu/c$ آن به چارچوب مرجع ناظر بستگی دارد؛ هر دوی این کمیتها با بسامد فوتون متناسب اند و بسامد به نوبه

خود با در نظر گرفتن اثر دوپلر (نسیتی) به چارچوب مرجع بستگی دارد. از این رو، اگر ناظری در همان جهتی که يك فوتون حرکت می کند حرکت کند همه مقادیر بسامد، انرژی، و اندازه حرکت فوتون را نسبت به مقادیر اندازه گیری شده آنها در چارچوب مرجع ساکن نسبت به چشمه فوتونها کاهش یافته می یابد.

۵.۴ تولید و نابودی زوج

اثر فوتوالکتریک، فرایند تابش ترمزی، و اثر کامپتون همگی مثالهایی از تبدیل انرژی الکترومغناطیسی فوتونها، به انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل ذرات مادی، و بالعکس اند. این پرسش طبیعی است که آیا امکان تبدیل انرژی يك فوتون به جرم سکون وجود دارد - یعنی آیا می توان از انرژی خالص ماده خالص آفرید یا از طرف دیگر، انرژی سکون را به انرژی الکترومغناطیسی تبدیل کرد. پاسخ مثبت است، به شرط اینکه چنین تبدیلهایی قوانین بقای انرژی، اندازه حرکت و بار الکتریکی را نقض نکنند.

تولید زوج. نخست انرژی کمینه مورد نیاز برای آفرینش يك تك ذره مادی را در نظر می گیریم. چون بین تمام ذرات شناخته شده، الکترون دارای کوچکترین جرم سکون غیر صفر است، برای آفرینش آن به کمترین انرژی نیاز است. فوتون دارای بار الکتریکی صفر است. از این رو، قانون بقای بار، مانع آفرینش يك تك الکترون از يك فوتون می شود. ولی آفرینش يك زوج الکترون، شامل دو ذره با بارهای الکتریکی مخالف، امکانپذیر است و مشاهده هم شده است. ذره با بار مثبت را پوزیترون می نامند و به آن پاد ذره الکترون گفته می شود. الکترون و پوزیترون بجز از نظر علامت بارها، e^- و e^+ (و اثرهای مربوط به این تفاوت) از هر نظر دیگری به هم شبیه اند. انرژی کمینه $h\nu_{\min}$ لازم برای آفرینش يك زوج الکترون پوزیترون، با در نظر گرفتن بقای انرژی، به صورت زیر است

$$h\nu_{\min} = 2m_0c^2$$

از آنجا که انرژی سکون m_0c^2 يك الکترون یا پوزیترون، 511 MeV ده است، انرژی آستانه $2m_0c^2$ برای تولید زوج برابر 1022 MeV است. طول موج فوتون مربوط به این انرژی آستانه 1240 Å ده است؛ بنابراین زوجهای الکترون را فقط به وسیله فوتونهای پرتو γ و یا فوتونهای پرتو x ، که طول موج خیلی کوتاه دارند می توان تولید کرد. فرایندی را که در آن ماده از تابش الکترومغناطیسی آفریده می شود تولید زوج می نامند، زیرا اگر باید قوانین بقا برقرار باشند يك ذره و پاد ذره آن باید همیشه با هم آفریده شوند. پدیده تولید زوج مؤکدترین نمایش قابلیت تبدیل متقابل جرم و انرژی است.

اگر انرژی یک فوتون بیش از انرژی آستانه $2m_0c^2$ باشد فزونی انرژی به صورت انرژی جنبشی زوج آفریده شده ظاهر می شود. با به کار بردن بقای انرژی در تولید زوج داریم

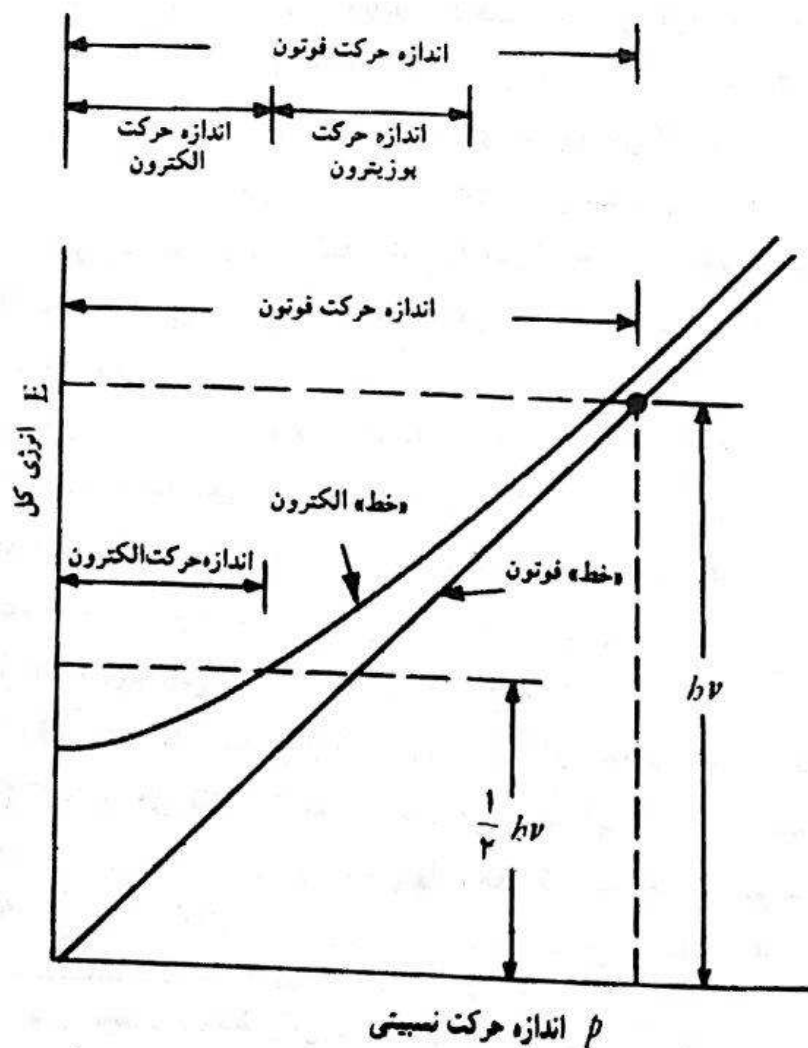
$$h\nu = m^+c^2 + m^-c^2 = (m_0c^2 + E_k^+) + (m_0c^2 + E_k^-)$$

$$h\nu = 2m_0c^2 + (E_k^+ + E_k^-) \quad (18.4)$$

که در آن ν بسامد فوتون فرودی، و E_k^+ و E_k^- انرژیهای جنبشی ذرات آفریده شده اند. انرژی کمینه $h\nu_{\min}$ که درست برای تولید زوج کافی است، از مساوی صفر قرار دادن انرژیهای جنبشی ذرات آفریده شده حاصل می شود

$$E_k^+ + E_k^- = 0$$

تولید زوج نمی تواند در فضای تهی رخ دهد. به آسانی می توان ثابت کرد که در تولید ذره و پاد ذره انرژی و اندازه حرکت به طور همزمان نمی توانند پایسته بمانند، مگر اینکه فوتون در نزدیکی ذره سنگینی، همچون یک هسته اتمی، باشد. با در نظر گرفتن شکل ۱۵.۴،



شکل ۱۵.۴ نمایش نموداری از عدم امکان تولید زوج در فضای تهی.

که نموداری از انرژی نسبی E بر حسب اندازه حرکت نسبی p است (شکل ۶.۳) می‌توان دریافت که حضور يك ذره سنگین ضروری است. ابتدا فرض می‌کنیم که در تولید يك زوج هیچ ذره سنگینی درگیر نیست و، برای سهولت، فرض می‌کنیم که انرژی هر ذره آفریده شده دقیقاً برابر نصف انرژی فوتون باشد. شکل ۱۵.۴ نشان می‌دهد که مجموع اندازه حرکتی دو ذره باید از اندازه حرکت فوتون کمتر باشد. از این رو، اندازه حرکت کل بعد از برخورد کمتر از اندازه حرکت فوتون خواهد بود، مگر اینکه ذره‌ای حضور داشته باشد که مقداری از اندازه حرکت فوتون را با خود حمل کند. ولی می‌توان اطمینان داشت که مقدار انرژی که توسط ذره سنگین پس‌زن حمل شود آنقدر کوچک خواهد بود که می‌توان آن را از رابطه (۱۸.۴) حذف کرد، زیرا جرم يك ذره سنگین در مقایسه با جرم الکترون یا پوزیترون خیلی بزرگ است.

با استدلال دیگری می‌توان دریافت که فوتون هنگام حرکت در فضای تهی، خود به خود نمی‌تواند به يك زوج الکترون-پوزیترون فروپاشیده شود. برای مثال، فرض می‌کنیم که يك زوج آفریده می‌شود و ما (ناظرها) نسبت به مرکز جرم دستگاه زوج ساکن هستیم. در این صورت اندازه حرکت کل الکترون و پوزیترون صفر است، ولی فوتونی که زوج را تولید می‌کند در این چارچوب مرجع دارای اندازه حرکت غیر صفر خواهد بود، زیرا فوتون در هر چارچوب مرجعی همواره با سرعت c حرکت می‌کند. بنابراین باید قبل از برخورد اندازه حرکت فوتون را داشته باشیم نه اندازه حرکت خالص پس از برخورد را. به طور خلاصه، يك فوتون نمی‌تواند خود به خود در فضای تهی به يك زوج الکترون-پوزیترون واپاشیده شود.

شکل ۱۶.۴ يك ترسیم طرح‌وار از تولید زوج است و شکل ۱۷.۴ عکسی از اتاق ابری را نشان می‌دهد که نمایشگر آفرینش زوجهای الکترون-پوزیترون است. شکل ۱۷.۴ نشان می‌دهد که فوتونهای با انرژی بالای پرتو γ ، که وارد سطح (قسمت بالای، عکس) می‌شوند، به هسته‌های سرب نزدیک و نابود می‌شوند و زوجهای الکترون-پوزیترون آفریده می‌شوند. به دلیل اثرهای یونشی که ذرات باردار هنگام حرکت خود در گاز تولید می‌کنند، مسیر آنها قابل رؤیت است؛ مسیر مربوط به ذرات با بار مخالف (تقریباً با انرژیهای جنبشی یکسان*) انحناهای مخالف هم را نشان می‌دهند، این ذرات توسط يك میدان مغناطیسی یکنواخت در قوسهای دایره‌ای با جهتهای مخالف منحرف می‌شوند.

اگر انرژیهای جنبشی الکترون و پوزیترون اندازه‌گیری شوند، با استفاده از رابطه

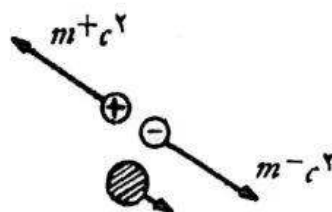
* دقیقتر گفته باشیم، به طور متوسط، انرژی جنبشی پوزیترون از الکترون بیشتر است، زیرا پوزیترون به وسیله هسته‌های با بار مثبت دفع و الکترون توسط این هسته‌ها جذب می‌شود.

@Uc_book



قبل از تولید زوج

(الف)



بعد از تولید زوج

(ب)

شکل ۱۶.۴ نمودار طرح وار تولید زوج.

(۱۸.۴) می‌توان انرژی فوتونی را که يك زوج الکترون-پوزیترون تولید می‌کند محاسبه کرد. در صورتی که میدان مغناطیسی B و شعاع انحنای r مسیرها اندازه گرفته شوند، این انرژی‌ها را می‌توان به کمک عکسی مانند شکل ۱۷.۴ تعیین کرد. اندازه حرکت نسبی p هر ذره از رابطه زیر محاسبه می‌شود

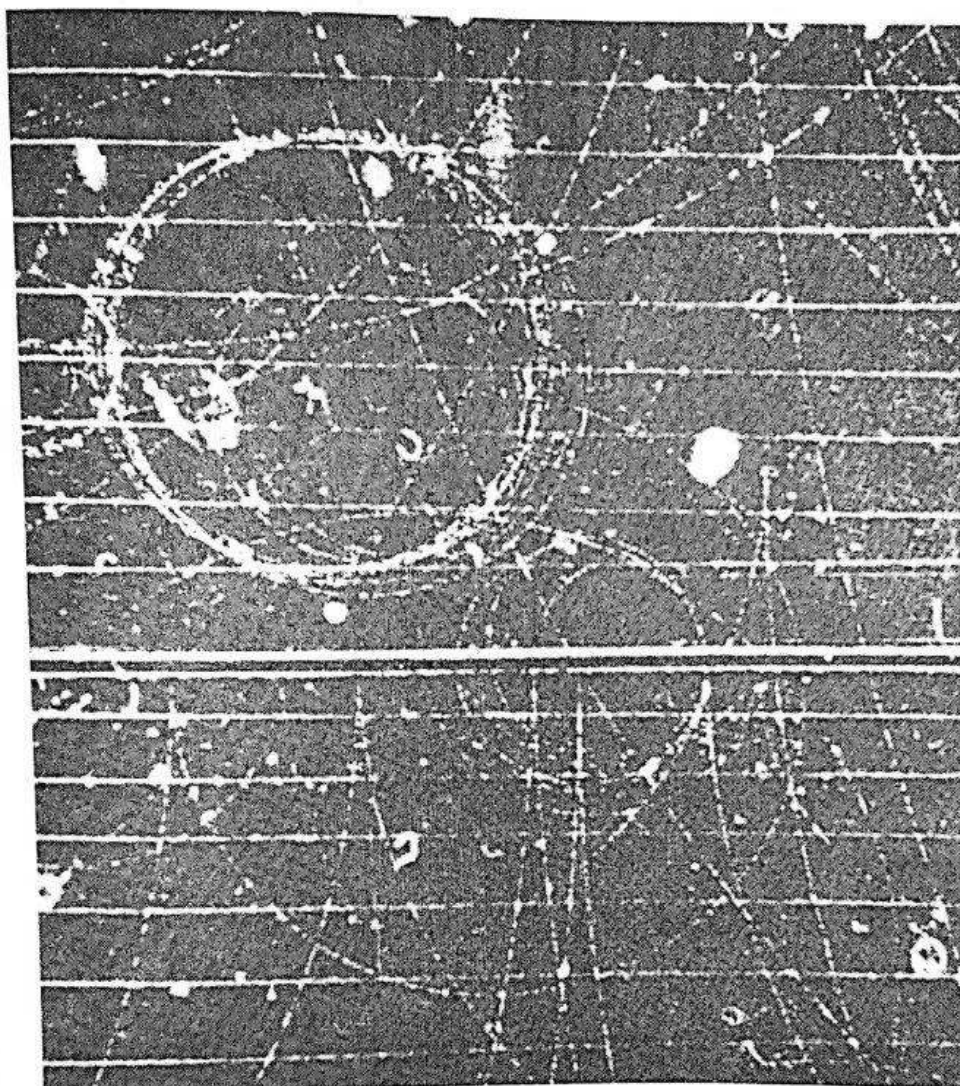
$$p = mv = QBr \quad (۹.۳)$$

و آنگاه انرژی کل E یا انرژی جنبشی $E - E_0$ ذره را با استفاده از معادله (۱۴.۳)، یعنی $E^2 = E_0^2 + (pc)^2$ می‌توان محاسبه کرد.

وجود پوزیترون‌ها در سال ۱۹۲۸/۱۳۰۷ توسط دیراک^۱ به‌طور نظری پیشگویی شد. چهار سال بعد، اندرسون^۲ در جریان مطالعاتش روی تابش کیهانی پوزیترون را مشاهده و مشخص کرد. کمی بعد از آن به‌وسیله شتاب‌دهنده‌های ذره که با چند MeV انرژی کاری کردند زوجهای الکترون-پوزیترون در آزمایشگاه تولید شدند؛ امروزه مشاهده زوجهای الکترون-پوزیترون در پرهم‌کنش فوتونهای با انرژی بالا و ماده يك پدیده عادی به‌شمار می‌روند در سال

1. P. A. M. Dirac

2. C.D. Anderson



شکل ۱۷.۴ عکس اتاقک ابری که آفرینش زوجهای الکترون-پوزیترون را نشان می‌دهد. فوتونهایی که انرژی آنها تقریباً 200 MeV است و هیچ ردی از خود باقی نمی‌گذارند، از بالای شکل پدیدار می‌شوند. بعضی فوتونها نابود می‌شوند و در برگ نازک سربی افقی زوجهای الکترون-پوزیترون آفریده می‌شوند؛ در بالای این برگ سربی و به طرف راست، یک زوج، که به وسیله برخورد یک فوتون و یک مولکول گاز تولید شده است وجود دارد. میدان مغناطیسی خارجی، با چگالی شار 1 Wb/m^2 ، مسیر الکترونها و پوزیترونها را به انحناهای مخالف یکدیگر خم می‌کند.

۱۹۵۵/۱۳۳۴ برای نخستین بار زوجهای پروتون-پادپروتون و نوترون-پادنوترون در آزمایشگاه آفریده شدند. انرژیهای آستانه آنها چندین GeV است (جرمهای پروتون و نوترون تقریباً برابر با 1 GeV هستند و بنا بر این به ماشینهای شتابدهنده با انرژی خیلی بالا نیاز است). **نابودی زوج.** نابودی زوجهای ذره-پاد ذره و همراه با آن آفرینش فوتونها عمل عکس تولید زوج است. نابودی ماده و آفرینش انرژی الکترومغناطیسی را برای حالتی

در نظر می‌گیریم که الکترون و پوزیترون نزدیک به هم و اساساً ساکن باشند. در آغاز اندازه حرکت خطی کل این دو ذره صفر است؛ بنابراین، وقتی این دو ذره به هم می‌پیوندند و نابود می‌شوند یک تک فوتون نمی‌تواند آفریده شود، زیرا این عمل باعث نقض بقای اندازه حرکت می‌شود. ولی، اگر دو فوتون آفریده شوند که با اندازه حرکت‌های مساوی و درجه‌های مخالف حرکت کنند، اندازه حرکت می‌تواند پایسته بماند. چنین زوج فوتون‌هایی دارای بسامدها و انرژی‌های یکسان‌اند؛ شکل ۱۸.۴ را ببینید. (در واقع، ۳ یا چند فوتون می‌توانند آفریده شوند ولی با احتمالی به مراتب کمتر از آفرینش دو فوتون. همین‌طور، وقتی چندین زوج الکترون-پوزیترون در نزدیکی یک هسته سنگین نابود می‌شوند تعداد کمی از این نابودیها یک تک فوتون تولید خواهند کرد.)

بقای انرژی ایجاب می‌کند که

$$m_0^+ c^2 + m_0^- c^2 = h\nu_1 + h\nu_2$$

که در آن الکترون و پوزیترون در آغاز ساکن فرض شده‌اند. ولی $m_0^+ = m_0^-$ ، و با استفاده از بقای اندازه حرکت، $\nu_1 = \nu_2 = \nu_{\min}$ است؛ بنابراین

$$2h\nu_{\min} = 2m_0 c^2$$

$$h\nu_{\min} = m_0 c^2 \quad (19.4)$$

$$m_0^+ c^2$$

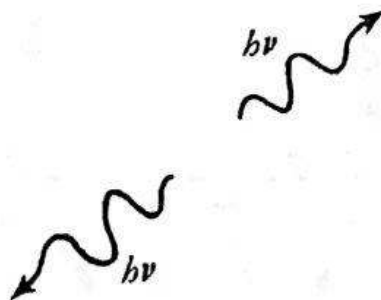
⊕

$$m_0^- c^2$$

⊖

قبل از نابودی

(الف)



بعد از نابودی

(ب)

شکل ۱۸.۴ نابودی زوج و آفرینش دو فوتون.

چون انرژی کمینه مورد نیاز برای آفرینش يك الكترون ($h\nu = m_0c^2$) برابر 1.02 MeV است، این مقدار همچنین انرژی فوتونی است که آفریده می‌شود.

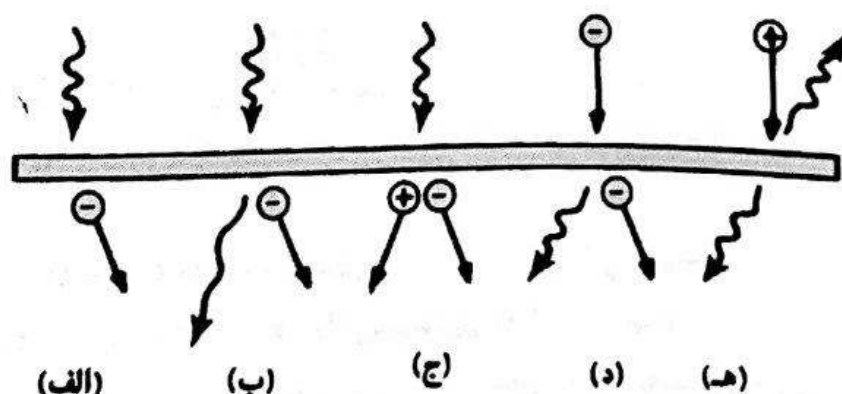
سرنوشت نهایی پوزیترون‌ها، نابودی است. وقتی يك پوزیترون با انرژی بالا ظاهر می‌شود (مثلاً در تولید زوج) هنگام عبور از ماده، در اثر برخوردها، انرژی جنبشی خود را از دست می‌دهد و سرانجام با سرعت پایین حرکت می‌کند. آنگاه این پوزیترون با يك الكترون ترکیب می‌شود و تشکیل يك دستگاه مقید به نام اتم پوزیترونیم می‌دهد که خیلی سریع (10^{-10} s) به دو فوتون با انرژی مساوی وا می‌پاشد. از این رو، مرگ يك پوزیترون با ظهور دو کوانتوم نابودی یا دو فوتون، که انرژی هریک $(1/2) \text{ MeV}$ است، خبر داده می‌شود. فناپذیری پوزیترون‌ها به خاطر ناپایداری ذاتی نیست بلکه به خاطر احتمال زیاد برخورد آنها و نابودیهای بعدی آنها با الکترون‌هاست.

در آن قسمت از جهان که ما زندگی می‌کنیم فزونی الکترون‌ها، پروتون‌ها و نوترون‌ها برقرار است؛ وقتی پاد ذره‌های این ذرات آفریده می‌شوند به سرعت با آنها در فرایندهای نابودی ترکیب می‌شوند. می‌توان فرض کرد که بخشی از جهان وجود دارد که در آن پوزیترون‌ها، پاد پروتون‌ها و پاد نوترون‌ها غلبه دارند، هرچند این امر در حال حاضر فقط يك حدس است.

تولید و نابودی زوج مثالهای کاملاً برجسته‌ای از هم‌ارزی جرم-انرژی‌اند. این مثالها نظریه نسبیت را به طور غیر قابل انکاری تأیید می‌کنند.

۶.۴ برهم‌کنشهای فوتون-الکترون

شکل ۱۹.۴ برهم‌کنشها یا برخوردهای مهم الکترون-فوتون را که در این فصل بررسی



شکل ۱۹.۴ برهم‌کنشهای فوتون-الکترون (الف) اثر فوتوالکتریک، (ب) اثر کامپتون، (ج) تولید زوج، (د) تابش ترمزی، و (هـ) نابودی زوج.

کردیم به طور خلاصه نشان می‌دهد. در هر مثال يك فوتون، الکترون، یا پوزیترون به قطعه‌ای (بره‌ای) از ماده نزدیک می‌شود، برخوردی رخ می‌دهد، و يك یا چند ذره گسیل می‌شوند. به اختصار خصوصیات برجسته هریک از این برهم کنشها را به ترتیبی که در شکل نمایش داده شده است خلاصه می‌کنیم.

اثر فوتوالکتریک. يك فوتون با يك الکترون مقید برخورد می‌کند و ناپدید می‌شود؛ الکترون از جای خود بیرون رانده می‌شود.

اثر کامپتون. يك فوتون با يك الکترون آزاد برخورد می‌کند، و باعث آفرینش يك فوتون دیگر با انرژی پایینتر و پس‌زدن الکترون می‌شود.

تولید زوج. يك فوتون در مجاورت يك ذره سنگین نابود می‌شود، و يك زوج الکترون-پوزیترون آفریده می‌شود.

تابش قومی. يك الکترون در مجاورت يك ذره سنگین منحرف می‌شود، و يك فوتون آفریده می‌شود.

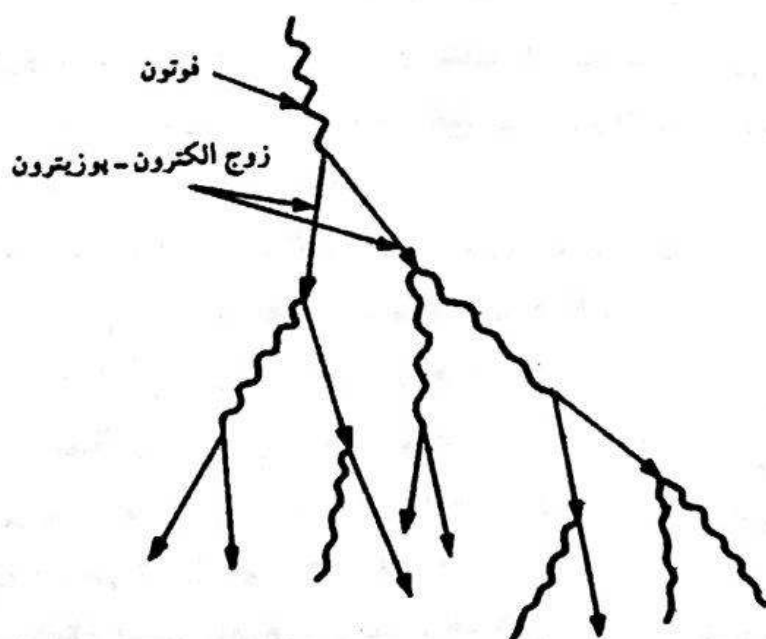
نابودی زوج. يك پوزیترون با يك الکترون ترکیب می‌شود، و يك زوج فوتون تولید می‌شود.

همان‌طور که در بخش ۱۰۱۱ خواهیم دید، می‌توان نشان داد که تمام این برهم-کنشهای فوتون-الکترون مثالهایی از فقط يك برهم کنش اساسی بین ذره میدان الکترومغناطیسی (فوتون) و ذره‌ای که بتواند میدان الکترومغناطیسی (يك الکترون یا هر ذره با بار الکتریکی دیگری) بیافریند هستند. می‌توان نشان داد که حتی نیروی الکتریکی معمولی (یا کولنی) بین ذرات با بار الکتریکی و، در حقیقت، تمام اثرهای الکترومغناطیسی دیگر، اساساً مبادله فوتونهای (مجازی) بین ذرات باردارند.

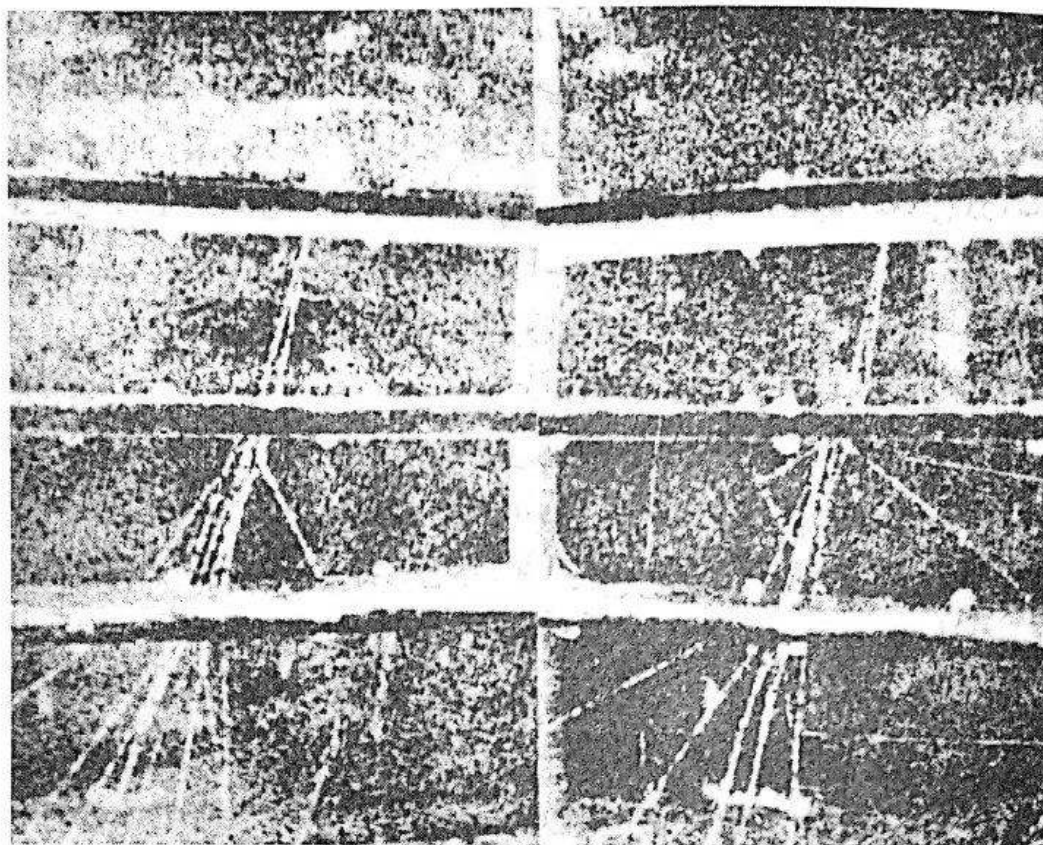
توجه کنید که با کاربرد قوانین بقای انرژی، اندازه حرکت، و بار الکتریکی و با فرض وجود فوتونهای با انرژی $h\nu$ و اندازه حرکت h/λ ، خصوصیات اصلی برخوردهای فوتون-الکترون، به سادگی به دست آمدند. در هیچ حالتی به جزئیات برهم کنش نپرداختیم. از این گذشته، احتمال وقوع هیچ يك از این فرایندها را محاسبه نکردیم. برای مثال، در اثر کامپتون، می‌توان طول موج فوتونی را که در جهت بخصوصی منحرف شده است پیشگویی کرد، اما نمی‌توان جهت هر فوتون بخصوصی را پیشگویی کرد. با وجود این می‌توان با دقت زیاد احتمالات وقوع يك برهم کنش فوتون-الکترون را توسط روشهای الکترودینامیک کوانتومی محاسبه کرد.

ذرات بارداری با انرژی خیلی بالا (با حداقل 1.02 MeV) از تابش کیهانی به جرمین

وارد می‌شوند. این ذرات می‌توانند توالی کاملی از برهم‌کنشهای الکترون-فوتون را به شرح زیر تولید کنند. برخورد بین يك ذره پرتوکیهانی و يك هسته می‌تواند از طریق قلابش قهرزی، يك پرتو γ با انرژی بالا تولید کند. این پرتو γ ممکن است با عبور از مجاورت يك هسته نابود شود و بنابراین يك زوج الکترون-پوزیترون تولید کند. این ذرات باردار آفریده شده، که دارای انرژیهای جنبشی زیادی اند، در سر راهشان به سطح زمین ممکن است در روپارویی با هسته‌ها با آنها برخورد کنند و منحرف شوند؛ این ذرات پس از برخورد با واسطه شتاب خود فوتونهایی با انرژی بالا توسط فرایند قلابش قهرزی تابش می‌کنند. ممکن است پوزیترون با الکترون ترکیب شود، هردو نابود و دو فوتون آفریده شوند. فوتونهای ثانوی می‌توانند دارای انرژیهای بیش از 1.02 MeV باشند و بنابراین ممکن است زوج الکترونهای بیشتری تولید کنند. از این رو، با وقوع مکرر تولید زوج، نابودی زوج، قلابش قهرزی، و تا اندازه‌کمتري برخوردهای کامپتون و فوتوالکتریک، يك بادش آبخادی از الکترونها، پوزیترونها، و فوتونها تولید می‌شود، انرژی فوتون اولیه کاهش می‌یابد و بین ذرات بسیاری پاشیده می‌شود. این بارش عملاً هنگامی باز می‌ایستد که تولید زوج از نظر انرژی غیرممکن باشد. نموداری از برهم‌کنشهای فوتون-الکترون در شکل ۲۰.۴ نمایش داده شده است؛ عکسهای اتاقک ابری، مثل عکسهای شکل ۲۱.۴، خصوصیات اصلی بارشهای آبخادی را تأیید کرده‌اند.



شکل ۲۰.۴ نمایش طرح‌وار يك بارش آبخادی.



شکل ۲۱.۴ عکسهای اتاقک ابری فوتونی که يك بارش آبشاری را راه انداخته است. به منظور تحلیل سه بعدی ردها این عکسها به طور همزمان با دو دوربین گرفته شده اند. يك فوتون با انرژی 700 MeV (که هیچ ردی تولید نمی کند) از بالا وارد می شود و يك زوج پوزیترون-الکترون در بالاترین صفحه نازك سربی افقی آفریده می شود. در صفحه های پایینتر، فوتونها به وسیله برخورد های تابش ترمزی آفریده می شوند و این فوتونها زوجهای بیشتری می آفرینند، که منجر به بارشی از الکترونها، پوزیترونها، و فوتونها می شود.

۲.۴ درآشامی فوتونها

سه فرایند مهمی که قادرند فوتونها را از يك باریکه تابش الکترومغناطیسی جدا کنند عبارتند از اثر فوتوالکتریک، اثر کامپتون، و تولید زوج. این فرایندها به صورت برهم کنشهای فوتون-الکترون در شکل ۱۹.۴ الف تا ج نمایش داده شده اند. در هر يك از این فرایندها از باریکه ای که به سوی جلو در حرکت است يك فوتون جدا می شود و يك الکترون پدیدار می شود. به علاوه، هر فرایند فقط هنگامی رخ می دهد که اتمهایی موجود باشند تا فوتونهای نزدیک شوند و بتوانند با آنها برخورد و برهم کنش کنند. این اتمها الکترونها را برای اثر فوتوالکتریک و الکترونها را تقریباً آزاد را برای اثر کامپتون

وهسته‌های اتمی را برای تولید زوج فراهم می‌کنند. در این صورت، شدت باریکه فوتونی فقط تا حدی که فوتونها با اتمها رو به رو می‌شوند و با آنها برهم‌کنش می‌کنند کاهش می‌یابد (فرایند دیگری وجود دارد که فعلاً از بیان آن صرف‌نظر می‌کنیم؛ در این فرایند يك فوتون توسط يك ماده، بسته به اینکه انرژی آن چقدر باشد، به‌طور انتخابی در آشامیده می‌شود و در نتیجه انرژی داخلی کل اتم در آشام افزایش می‌یابد).

در هر يك از این سه برهم‌کنش، الکترونی که دارای انرژی جنبشی است به‌عنوان یکی از ذرات خارج‌شونده پدیدار می‌شود. از این حقیقت می‌توان در دستگاههای آشکارساز فوتون استفاده کرد. الکترونهاى سریع یونشی تولید می‌کنند که می‌تواند از لحاظ الکتریکی قابل اندازه‌گیری باشد؛ از این رو شدت فوتونهاى با بسامد بالا، مانند پرتوهای x و پرتوهای γ را که چشم به آنها حساس نیست می‌توان با اثرهای یونشی اندازه‌گیری کرد. در فصل ۸ اندازه‌گیریهای یونش را مورد بحث قرار خواهیم داد؛ در اینجا به در آشامی تابش الکترومغناطیسی در ماده می‌پردازیم.

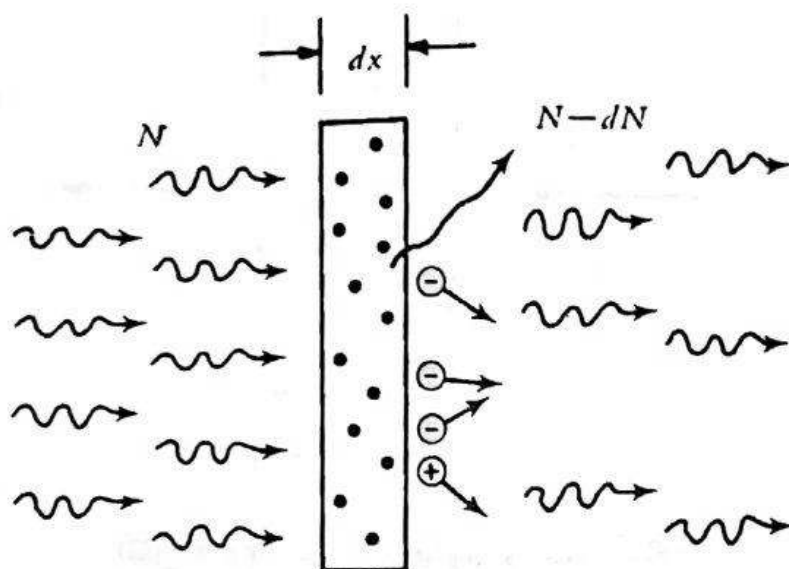
شدت I تابش الکترومغناطیسی به‌صورت انرژی که در واحد زمان از واحد سطح، عمود بر جهت انتشار عبور می‌کند، تعریف می‌شود. این شدت، برحسب فوتونهاى يك باریکه تکفام، عبارت است از انرژی $h\nu$ يك تك فوتون ضرب در تعداد فوتونهای که در واحد زمان از واحد سطحی عمود بر جهت باریکه می‌گذرند

$$\text{شدت يك باریکه فوتونی} = \frac{\text{انرژی}}{\text{فوتون}} \times \frac{\text{تعداد فوتونها}}{\text{زمان} \times \text{سطح}}$$

شار فوتونی باریکه‌ای از تابش الکترومغناطیسی تکفام به‌صورت تعداد فوتونهاى عبوری از واحد سطح در واحد زمان تعریف می‌شود. شار فوتونی را با N نمایش می‌دهیم؛ در این صورت

$$I = (h\nu)N \quad (20.4)$$

وقتی يك باریکه فوتونی به ماده‌ای برخورد می‌کند شار فوتونی N کاهش می‌یابد؛ زیرا فوتونها یا از باریکه جدا می‌شوند یا از راستای جلویی منحرف می‌شوند. در شکل ۲۲.۴ در آشامی فوتونها توسط يك ماده به‌طور طرح‌وار نشان داده شده‌است. واضح است که هرچه تعداد اتمهایی که باریکه با آنها رو به رو می‌شود زیادتر باشد و بنا بر این هرچه در آشام ضخیمتر باشد احتمال اینکه يك فوتون از باریکه بیرون کشیده شود زیادتر خواهد بود. در این شکل، فوتونهاى با شار N ، بروی در آشام نازکی به ضخامت dx فرود می‌آیند؛ و فوتونهای با شار $N - dN$ از در آشام در راستای جلو خارج می‌شوند. در این صورت،



شکل ۲۲.۴ نمایش طرح وار درآشامی فوتونها توسط يك جسم مادی.

تعداد فوتونهایی که در واحد زمان به وسیله واحد سطح درآشام بیرون کشیده می شوند برابر dN است. وقتی تعداد فوتونهای فرودی افزایش می یابد، تعداد فوتونهایی که در روبارویی با اتمهای موجود در درآشام بیرون کشیده می شوند، به همان نسبت افزایش می یابد؛ یعنی، dN با N متناسب است. به علاوه، چون تعداد اتمهایی که با باریکه رو به رو می شوند مستقیماً با ضخامت درآشام متناسب است، dN با dx نیز متناسب خواهد بود. بنا براین

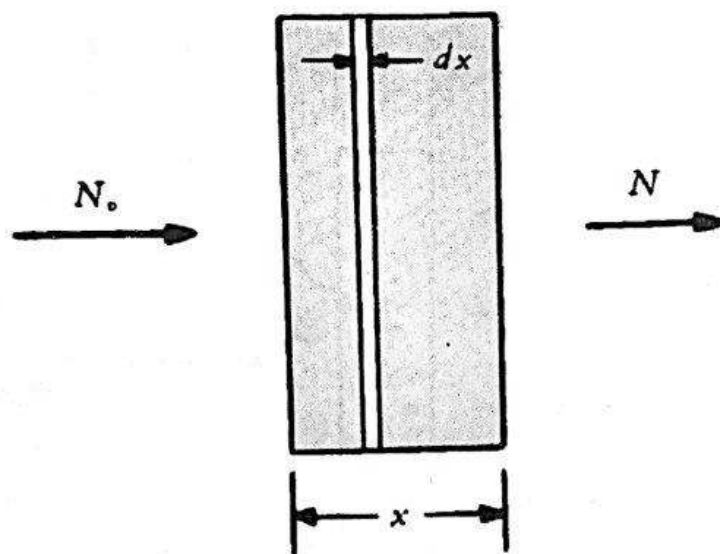
$$dN = -\mu N dx$$

که در آن ثابت تناسب μ ، ضریب درآشامی نامیده می شود. علامت منها به این خاطر است که با افزایش x ، N کاهش پیدا می کند. با مرتب کردن مجدد جملات و انتگرال گیری بر حسب x از ضخامت صفر تا ضخامت معین x (شکل ۲۳.۴) و انتگرال گیری بر حسب N از N_0 (شار فرودی روی درآشام) تا N (شار خارج شونده از درآشامی به ضخامت x) خواهیم داشت

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\mu \int_0^x dx$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\mu x$$

$$N = N_0 e^{-\mu x} \quad (۲۱.۲)$$



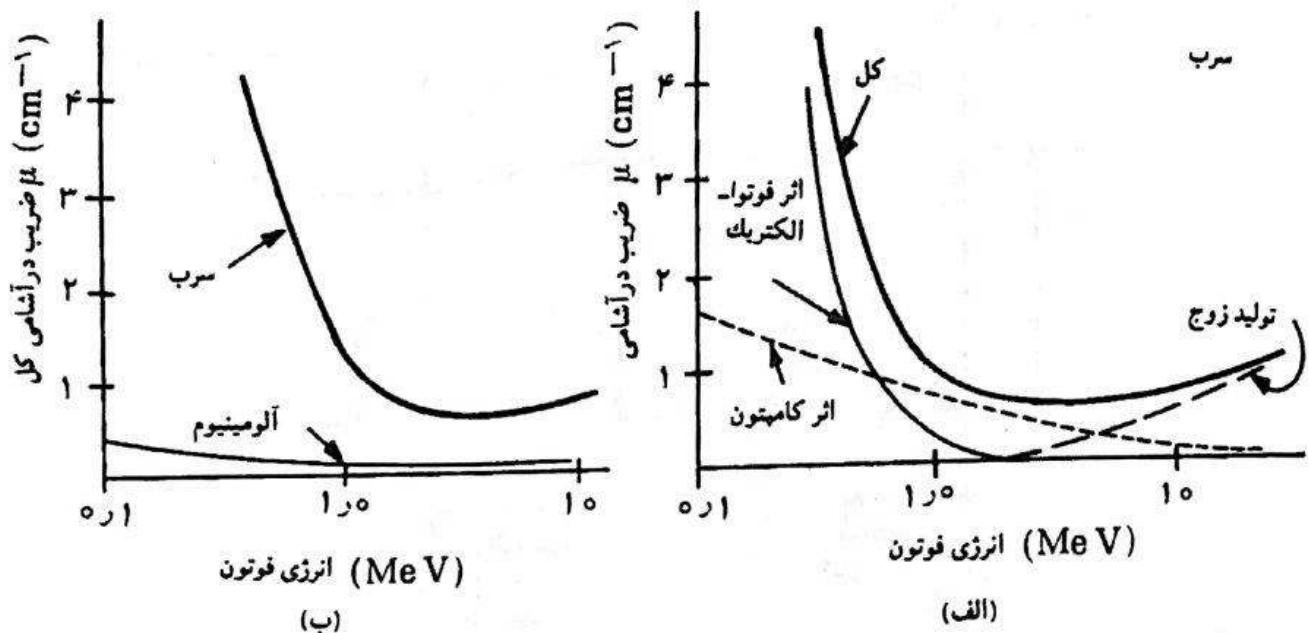
شکل ۲۳.۴ تغییر شار فوتونی در یک درآشام.

با استفاده از رابطه (۲۵.۴)، می‌توان روابط (۲۱.۴) را چنین نوشت

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (22.4)$$

که در آن $I_0 = (h\nu)N_0$ شدت فرودی روی درآشام و $I = (h\nu)N$ شدت درفاصله x از سطح جلویی است. این معادله نشان می‌دهد که شدت تابش الکترومغناطیسی با عبور از یک درآشام به‌طور نمایی افت می‌کند. درآشامی، با افزایش ضخامت x درآشام یا با زیاد شدن ضریب درآشامی μ افزایش می‌یابد؛ همچنین از رابطه (۲۲.۴) درمی‌یابیم که وقتی $\mu x = 1$ ، یا $x = 1/\mu$ باشد، $I = I_0/e$ خواهد بود. بنابراین، کمیت $1/\mu$ نمایشگر ضخامتی از درآشام است که به‌ازای آن شدت I برابر $1/e$ ، یا ۳۷ درصد شدت فرودی I_0 ، می‌شود.

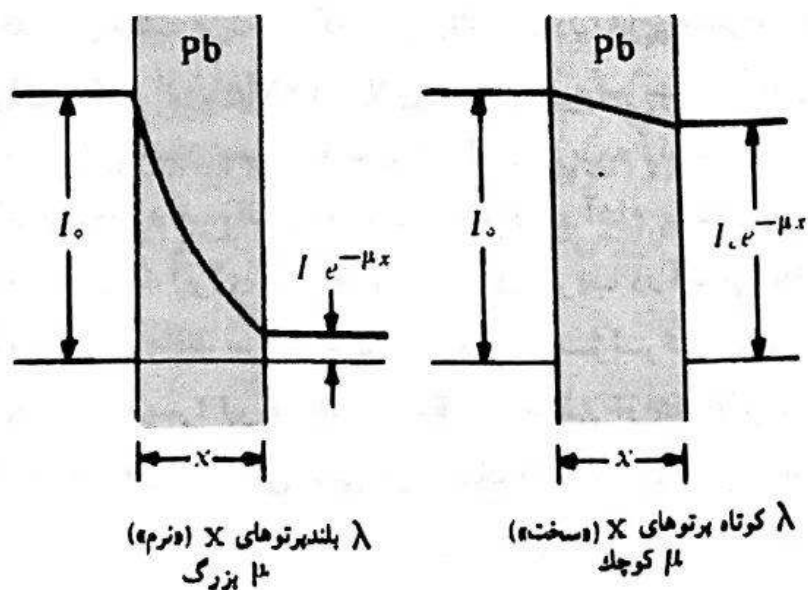
برای یک انرژی بخصوص فوتون و برای یک ماده درآشام بخصوص، ضریب درآشامی μ ثابتی است که بعد از آن عکس طول است. ولی مقدار آن از ماده‌ای به‌ماده دیگر تغییر می‌کند، و همچنین برای یک ماده درآشام مفروض، ضریب درآشامی به انرژی (یا بسامد) تابشی بستگی دارد. شکل ۲۴.۴ ضریبهای درآشامی آلومینیوم و سرب را به‌صورت تابعی از انرژی فوتون (در مقیاس لگاریتمی) نشان می‌دهد. برای فوتونهای با انرژی پایین، که جدا شدن آنها اصولاً از طریق فرایند اثر فوتوالکتریک رخ می‌دهد، ضریب درآشامی μ بزرگ است. در انرژیهای متوسط، که برخورد های کامپتون در درآشامی فوتونها مؤثرترین هستند، ضریب درآشامی کوچکتر است. ضریب درآشامی در نزدیکی چند MeV به کمینه می‌رسد و سپس مجدداً با افزایش انرژی فوتون زیاد می‌شود. کمی



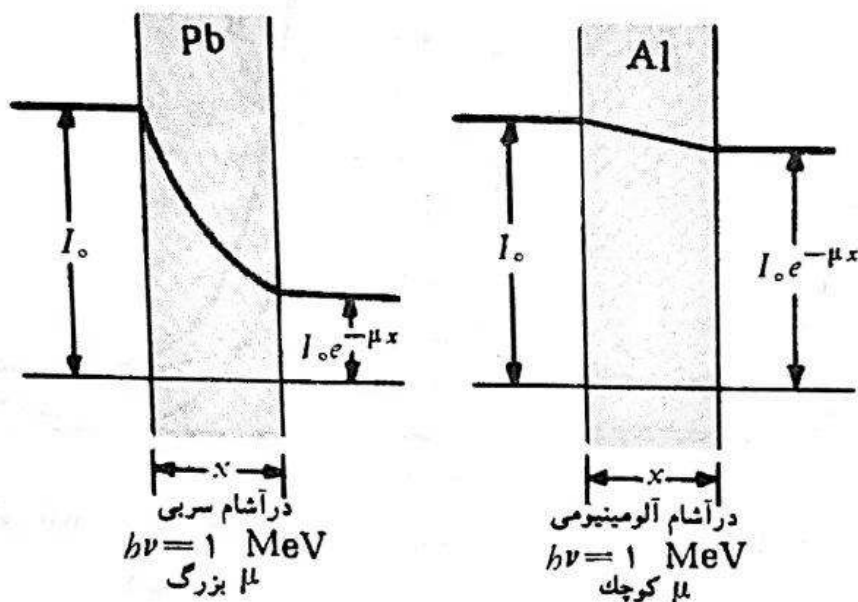
شکل ۲۴.۴ ضریبهای درآشامی به صورت تابعی از انرژی فوتون (الف) برای سرب با چندین سهم در ضریب درآشامی کل و (ب) برای سرب و آلومینیوم.

قبل از مقدار کمینه، در 1.02 MeV (که طول موج فوتون برابر 1240 eV است)، آستانه تولید زوج رخ می‌دهد و در انرژیهای بسیار بالا، که μ تا حدودی افزایش یافته است، تولید زوج غالب می‌شود.

شکلهای ۲۵.۴ و ۲۶.۴ چگونگی تغییر درآشامی تابش الکترومغناطیسی با انرژی



شکل ۲۵.۴ درآشامی نمایی پرتوهای X نرم و سخت توسط یک درآشام سربی.



شکل ۲۶.۴ درآشامی نمایی فوتونهای ۱ MeV به وسیلهٔ سرب و به وسیلهٔ آلومینیوم.

فوتونها و با نوع ماده درآشام را نشان می‌دهند. این شکلها شدت باریکهٔ فرودی، شدت باریکه در عمقهای گوناگون نفوذ در درآشام، و شدت باریکهٔ خارج شونده را نشان می‌دهند. شکل ۲۵.۴ درآشامی پرتوهای x با طول موج بلند (که به طور محسوس در ضخامتهای متوسط سرب درآشامیده می‌شوند، و بنابراین نرم نامیده می‌شوند) و درآشامی پرتوهای x با طول موج کوتاه یا سخت (که فقط به مقدار جزئی در همان ضخامت ضعیف می‌شوند) را نشان می‌دهد. این مطلب می‌رساند که برای يك ماده درآشام بخصوص و برای فوتونهای نسبتاً کم انرژی (کمتر از ۴ MeV) با افزایش انرژی، ضریب درآشامی کاهش می‌یابد. شکل ۲۶.۴ درآشامی همان پرتوهای x را در سرب و آلومینیوم که دارای ضخامت یکسان اند نشان می‌دهد، واضح است که سرب به عنوان درآشام پرتو x خیلی مؤثرتر است؛ و بنابراین سرب برای يك انرژی معین فوتون، دارای ضریب درآشامی به مراتب بزرگتری است. درآشامی موادی مانند سرب نسبت به مواد سبک مؤثرتر است، حقیقتی که مبنای عکاسی پرتو x است، زیرا تیرگی شیرابهٔ عکاسی مقیاسی از شدت پرتو x است، و دلیل وجود تصویرها، خواص درآشامی نسبی مواد سبک و سنگین گوناگون است.

خلاصه

دو نوع کمیت فیزیکی را می‌توان از هم تمیز داد: کمیتهایی با گسترهٔ پیوسته‌ای از

مقادیر و کمیت‌هایی با مجموعه‌ای از مقادیر گسسته یا کوانتیده. نظریه کوانتومی، که در سال ۱۹۰۵/۱۲۷۹ به وسیله ماکس پلانک فرموله شد، نشان داده است که کمیت‌های زیادی که ظاهراً دارای مقادیر پیوسته‌اند در واقع فقط دارای مقادیر گسسته‌اند.

تابش الکترومغناطیسی تکفام را وقتی که با ماده برهم‌کنش می‌کند، باید متشکل از فوتونها در نظر گرفت، که هر فوتون دارای انرژی و اندازه حرکت گسسته است

$$E = h\nu \quad \text{و} \quad p = \frac{h}{\lambda} \quad (۳.۴) \text{ و } (۱۰.۴)$$

رابطه مناسب بین انرژی و طول موج فوتون عبارت است از

$$E = \frac{۰.۰۱۲۴ \text{ MeV} \cdot \text{\AA}}{\lambda} \quad (۷.۴)$$

برهم‌کنش‌های اساسی فوتون-ذره به شرح زیرند.

اثر فوتوالکتریک: انتقال کامل انرژی الکترومغناطیسی به الکترون مقید

$$h\nu = E_b + (E - E_0) \quad (۶.۴)$$

که در آن E_b انرژی بستگی یا تابع کار الکترون است.

تابش ترمزی: انتقال جزئی یا کامل انرژی جنبشی يك ذره به انرژی الکترومغناطیسی. وقتی الکترون در يك تك برخورد به حال سکون درآید فوتون‌هایی با بسامد بیشینه (طول موج کمینه) تولید می‌شوند

$$eV = E_k = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \quad (۹.۴)$$

اثر کامپتون: انتقال جزئی انرژی الکترومغناطیسی به انرژی جنبشی يك ذره. وقتی فوتونی به طول موج λ با ذره (تقریباً) آزادی که اساساً ساکن است برهم‌کنش می‌کند، يك فوتون تحت زاویه θ خارج می‌شود (پراکندگی) و ذره با انرژی جنبشی E_k پس‌زده می‌شود

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) \quad (۱۵.۴)$$

$$E_k = h\nu \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} \quad (۱۶.۴)$$

که در آن m_0 جرم سکون ذره پس‌زده است.

تولید و نابودی زوج: تبدیل کامل انرژی الکترومغناطیسی به انرژی سکون و انرژی جنبشی ذرات آفریده شده، و برعکس

$$h\nu = 2m_0c^2 + (E_k^+ + E_k^-) \quad \text{تولید زوج}$$

$$(m^+ + m^-)c^2 = 2h\nu \quad \text{نابودی زوج}$$

شدت يك باریكه فوتونی تكفام برابر حاصلضرب انرژی فوتون در شار فوتونی N است

$$I = (h\nu)N \quad (20.4)$$

در موادی به ضخامت x ، در آشامی تابش الکترومغناطیسی تکفام (به وسیله فرایندهای اثر فوتوالکتریک، اثر کامپتون، و تولید زوج) از رابطه

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (22.4)$$

پیروی می کند، که در آن μ ضریب در آشامی است و مقدار آن به طبیعت در آشام و به انرژی فوتون بستگی دارد.

مسائل

۱. طول موج آستانه برای گسیل فوتونی الکترونها از سطح کلسیم، برابر $3840 \text{ \AA}$ است. (الف) انرژی بستگی، یا تابع کار ϕ (بر حسب الکترون ولت) يك الکترون در سطح کلسیم را محاسبه کنید. (ب) وقتی نوری به طول موج $2000 \text{ \AA}$ بر این سطح برخورد کند، انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکترونی که از این سطح گسیل می شود (بر حسب الکترون ولت) چقدر است؟

۲. (الف) وقتی از نور فرابنفش، به طول موج $1550 \text{ \AA}$ ، برای گسیل فوتوالکترونها از سطح فلز روی ($\phi = 4.72 \text{ eV}$) استفاده شود سرعت بیشینه فوتوالکترونها چقدر خواهد بود؟ (ب) آیا این جواب، فرض $E_{k,\max} = (1/2)mv_{\max}^2$ را تأیید می کند؟

۳. وقتی نور تکفام به طول موج $4046 \text{ \AA}$ ، بر سطح فلز معینی می تابد، پر انرژیترین فوتوالکترونها توسط پتانسیل ترمز کننده 1.60 V متوقف می شوند؛ وقتی طول موج $5769 \text{ \AA}$ باشد، پتانسیل متوقف کننده 4.5 V خواهد بود. با فرض اینکه h و e مجهول اند، (الف) تابع کار (بر حسب eV) این گسیل دهنده فوتوالکترونها چقدر است؟ (ب) مقدار h/e حاصل از این داده ها چقدر است؟

۴. يك فوتون به طول موج $775 \text{ \AA}$ به طور عمودی بر يك هدف نیکلی برخورد می کند و از سطح آن يك فوتوالکترن آزاد می کند، این فوتوالکترن در خلاف جهت

فوتون فرودی حرکت می‌کند. تابع کار نیکل 5.0eV است. فرض کنید که اساساً تمام انرژی فوتون به الکترون داده می‌شود. (الف) سرعت بیشینه الکترون آزاد شده را حساب کنید. (ب) با استفاده از قانون بقای اندازه حرکت، اندازه حرکت منتقل شده به هدف را پیدا کنید. (ج) جرم این هدف 100g است؛ مطلوب است محاسبه کسری از انرژی فوتون که به هدف داده می‌شود. این محاسبه آن فرض اولیه را که می‌گوید در اثر فوتوالکتریک عملاً تمام انرژی فوتون منتقل می‌شود، تأیید می‌کند.

۵. نوری به شدت 10^{-10}W/m^2 به طور عمود بر سطح نقره، که به ازای هر اتم يك الکترون آزاد دارد، فرود می‌آید. اتمها تقريباً به اندازه $2.6\text{\AA}$ از یکدیگر فاصله دارند. تابش فرودی را به طور کلاسیکی (به صورت امواج) بررسی کنید و فرض کنید که انرژی به طور یکنواخت بر روی این سطح توزیع شده است و تمام نور به وسیله الکترونهاي سطح درآشامیده می‌شود. (الف) در يك ثانيه هر الکترون آزاد چقدر انرژی به دست می‌آورد؟ (ب) انرژی بستگی يك الکترون در سطح، 4.8eV است؛ پس از تاباندن باریکه نور چه مدت باید صبر کرد تا هر الکترون برای غلبه بر انرژی بستگی خود به اندازه کافی انرژی کسب کند و به صورت يك فوتوالکترون آزاد شود؟ این محاسبات را با نتایج تجربی مقایسه کنید.

۶. فوتونی به يك به اصطلاح «تابشگر» سربی (که فوتوالکترون تابش می‌کند) وارد می‌شود و با يك الکترون داخلی که با انرژی بستگی 89.1keV به اتم سرب مقید است برهم کنش می‌کند. آنگاه فوتوالکترون آزاد شده به میدان مغناطیسی یکنواختی وارد می‌شود، و B برابر 10^{-2}Wb/m است (که در آن $\mathcal{H}$ شعاع انحنای الکترون در میدان مغناطیسی B است). (الف) اندازه حرکت این فوتوالکترون (بر حسب MeV/c) چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی این فوتوالکترون چقدر است؟ (ج) انرژی فوتون فرودی چقدر است؟

۷. اثر فوتوالکتریک با يك الکترون آزاد نمی‌تواند رخ دهد. با دانستن این مطلب، نشان دهید که فرایند زیر نمی‌تواند روی دهد: ذره بارداری که در ابتدا در حرکت است خود به خود حرکتش را آهسته می‌کند و متناظر با کاهش انرژی جنبشی خود، يك فوتون گسیل می‌کند. به عبارت دیگر، نشان دهید که يك فوتون نمی‌تواند از يك ذره ای که هیچ ساختار داخلی ندارد و از تأثیر هر جسم مجاور دیگری آزاد است، گسیل شود. (دانهایی: اثر فوتوالکتریک فرضی با يك الکترون آزاد را که نسبت به زمان به عقب می‌رود تصور کنید.)

۸. يك فوتون 3.1×10^{-18} J با اتم هیدروژن ساکنی برخورد می‌کند، و در نتیجه الکترون مقید را آزاد می‌کند (انرژی بستگی برابر 13.6 eV است). فرض کنید که الکترون در همان جهت فوتون فرودی حرکت کند. (الف) انرژی جنبشی الکترون چقدر است. (ب) اندازه حرکت الکترون چقدر است؟ (ج) اندازه حرکت یونهای پس‌زن چقدر است؟ (د) انرژی جنبشی یونهای پس‌زده شده چقدر است؟

۹. (الف) ثابت پلانک h دارای یکای انرژی ضرب‌در زمان است؛ نشان دهید که h دارای یکای اندازه حرکت زاویه‌ای است. (ب) یک موج الکترومغناطیسی با قطبش دایره‌ای و انرژی E دارای اندازه حرکت $L = E/\omega$ است، که در آن ω بسامد زاویه‌ای موج است. * نشان دهید که از دیدگاه نظریه کوانتومی چنین باریکه‌ای شامل فوتونهایی است که اندازه حرکت زاویه‌ای هر يك $h/2\pi$ است. فرمولبندی دیگر $E = h\nu$ با شرط کوانتومی اساسی عبارت است از: هر فوتونی، صرف‌نظر از اینکه بسامد آن چقدر است، دارای همان اندازه حرکت زاویه‌ای با بزرگی $h/2\pi$ است.

۱۰. چشم انسان در تطابق کامل قادر به تشخیص يك فوتونهای نور مرئی است. چشمه نقطه‌ای همسانگردی، که به‌طور یکسان در تمام جهات نور $5000 \text{ \AA}$ را با آهنگ 1 W تابش می‌کند، در چه فاصله‌ای از چشمی که قطر مردمک آن 4 mm است قرار دهیم تا به‌طور متوسط يك فوتون در هر ثانیه به‌شکیه چشم برسد؟

۱۱. باریکه‌ای یکنواختی از نور نارنجی-قرمز (به‌طول موج $6060 \text{ \AA}$) دارای شدت $50 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$ است. (الف) انرژی يك فوتون با این طول موج را پیدا کنید. (ب) در يك ثانیه چند فوتون از 1 cm^2 از سطح عمود بر این باریکه می‌گذرد؟ (ج) در يك ثانیه چند قله موج از این سطح عبور می‌کند؟

۱۲. يك باریکه تکفام يك جهتی از فوتونها دارای شدت I و بسامد ν است. نشان دهید که چگالی متوسط فوتونها در این باریکه مساوی $I/h\nu c$ است.

۱۳. يك چشمه نقطه‌ای به‌طور پیوسته نور تکفام تابش می‌کند. چگالی فوتونها با فاصله r از چشمه در هر جهت، چگونه تغییر می‌کند؟

۱۴. يك الکترون 200 keV توسط يك اتم مس (به‌جرم 64) که در آغاز ساکن است منحرف می‌شود. در این برخورد يك تك‌فوتون پرتو x آفریده می‌شود، و مشاهده

می‌شود که این فوتون و الکترون منحرف شده، درجهتهای مخالف، که هردو برجهت الکترون فرودی اولیه عمودند حرکت می‌کنند. (الف) انرژی جنبشی اتم مس پس‌زده چقدر است؟ (ب) انرژی فوتون پرتو X چقدر است؟ (ج) انرژی جنبشی الکترون منحرف شده چقدر است؟

۱۵. الکترون ۱ در اثر اختلاف پتانسیل V از حال سکون شتاب می‌گیرد. الکترون ۲ نیز که تحت تأثیر همین اختلاف پتانسیل از حالت سکون شتاب می‌گیرد، با هدفی برخورد می‌کند و به حال سکون درمی‌آید، و در نتیجه یک تک فوتون آفریده می‌شود. الکترون ۱ دارای اندازه حرکت بیشتری است یا فوتونی که به وسیله الکترون ۲ تولید می‌شود؟

۱۶. (الف) طول موج فوتونی که انرژی آن برابر انرژی یک الکترون 2eV است چقدر است؟ (ب) طول موج فوتونی که اندازه حرکت آن برابر اندازه حرکت یک الکترون 2eV است چقدر است؟

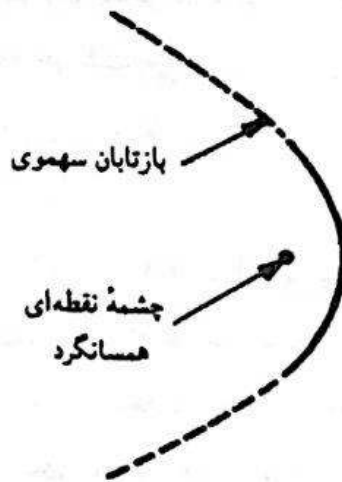
۱۷. (الف) تحت چه اختلاف پتانسیل کمینه‌ای باید الکترون‌ها از حال سکون شتاب بگیرند تا در برخورد به یک هدف، فوتونهایی با اندازه حرکت $10\text{keV}/c$ تولید کنند؟ (ب) تحت چه اختلاف پتانسیلی الکترون‌ها باید از حال سکون شتاب بگیرند تا اندازه حرکت آنها $10\text{keV}/c$ شود؟

۱۸. (الف) انرژی فوتونی را محاسبه کنید که اندازه حرکت آن برابر اندازه حرکت یک الکترون 40eV است. (ب) این تابش در کجای طیف الکترومغناطیسی قرار می‌گیرد؟

۱۹. یک لیزر می‌تواند تب کاملاً تکفامی از تابش الکترومغناطیسی مرئی را که توان آن 20MW است تولید کند. تب در حدود 10ms دوام دارد. فرض کنید طول موج تابش گسیل یافته $6000\text{\AA}$ باشد. (الف) اندازه حرکت کل تب نوری گسیل شده چقدر است؟ (ب) چند فوتون تولید می‌شود؟

۲۰. یک فرستنده رادار تپهای تابش میکروموجی را تولید می‌کند، که توان هر تب 10MW و دوام آن $10\mu\text{s}$ است. طول موج تابش گسیل شده را برابر 10cm اختیار کنید. (الف) اندازه حرکت کل تب رادار گسیل شده چقدر است؟ (ب) در هر تب چند فوتون گسیل می‌شود؟

۲۱. یک موشک فوتونی را به صورت یک چشمه تابش نقطه‌ای به توان 1000MW (احتمالاً چندفام) در نظر بگیرید که در کانون یک بازتابان سهموی قرار دارد (شکل زیر).



شکل مسئله ۲۱

۲۱. نشان دهید نیروی تابشی که توسط تابش گسیل شده به‌موشک وارد می‌شود بین 10^6 N و $3 \times 10^4 \text{ N}$ است.

۲۲. باریکه الکترومغناطیسی تک‌راستایی با شدت 600 W/m^2 بر روی آئینه کاملاً بازتابانی می‌تابد؛ زاویه بین جهت انتشار باریکه و عمود بر آئینه 30° است. بزرگی فشار تابشی وارد بر آئینه چقدر است؟

۲۳. یک چشمه نقطه‌ای همسانگرد 100 kW تابش الکترومغناطیسی، در مرکز یک پوسته کروی کاملاً درآشام قرار دارد. فشار تابشی بر جدار داخلی کره برای چه شعاعی برابر فشار استاندارد جو (10^5 N/m^2) خواهد شد؟

۲۴. شدت تابش خورشیدی در سطح زمین 1400 W/m^2 است. (الف) فشار این تابش در سطح زمین چقدر است؟ (ب) با فرض درآشامی کامل، نیروی کل وارد بر زمین را که ناشی از این تابش خورشیدی است محاسبه کنید (شعاع زمین $6371 \times 10^3 \text{ km}$ است).

۲۵. (الف) باریکه‌ای از فوتونهای تکفام به طول موج $6200 \text{ \AA}$ به یک هدف فلزی برخورد می‌کند. اگر تابش پراکنده نسبت به باریکه فرودی تحت زاویه 90° مشاهده شود، کدام دو طول موج غالب آشکار خواهند شد؟ (ب) چه طول موجهایی تحت زاویه پراکندگی 60° مشاهده می‌شوند؟

۲۶. فوتونهایی به طول موج $6200 \text{ \AA}$ توسط الکترونهای آزاد پراکنده می‌شوند. طول موجهای فوتونهای پراکنده‌ای که زاویه پراکندگی آنها (الف) 90° و (ب) 180°

است چقدر است؟ (ج) انرژی انتقال یافته به الکترونهاى آزاد در قسمت الف چقدر است؟ (د) انرژی انتقال یافته به الکترونهاى آزاد در قسمت ب چقدر است؟

۲۷. نشان دهید که در پراکندگی کامپتون، انرژی $h\nu'$ فوتون پراکنده با رابطه زیر به انرژی $h\nu$ فوتون فرودى و به زاویه پراکندگی θ فوتون مربوط مى شود

$$\frac{1}{h\nu'} = \frac{1}{h\nu} + \frac{1 - \cos \theta}{m_0 c^2}$$

که در آن m_0 جرم سکون ذره مادى است که با فوتون فرودى برخورد مى کند.

۲۸. يك فوتون فرودى به وسیله الکترون آزادى که در ابتدا ساکن است پراکنده مى شود. پس از آن فوتون پراکنده مى تواند يك زوج الکترون-پوزیترون تولید کند. نشان دهید که اگر زاویه بین فوتون پراکنده و فوتون فرودى بزرگتر از 60° باشد، انرژی فوتون فرودى هر چقدر بزرگ باشد، فوتون پراکنده نمى تواند يك زوج الکترون-پوزیترون تولید کند.

۲۹. يك الکترون با انرژی 62 keV پس از برخورد به يك هدف مسى به حال سکون در مى آید و يك تك فوتون پرتو x تولید مى کند. آنگاه اين فوتون به يك هدف کربنى وارد و توسط يك الکترون آزاد پراکنده مى شود. انرژی جنبشى بیشینه الکترون پس زده کامپتون چقدر است؟

۳۰. يك باریکه فوتونى تکفام به يك ورقه مسى اصابت مى کند و باعث برخورد هاى کامپتونى مى شود. معلوم شده است که انرژی جنبشى بیشینه الکترونهاى پس زده برابر 511 MeV است. انرژی فوتونها چقدر است؟

۳۱. نشان دهید که در يك برخورد کامپتونى زاویه θ که تحت آن فوتون پراکنده مى شود با رابطه زیر بیان مى شود

$$\cos \theta = 1 - \left(\frac{m_0 c^2}{h\nu} \right) \frac{E_k / h\nu}{1 - E_k / h\nu}$$

که در آن m_0 جرم سکون و انرژی جنبشى ذره پراکنده و $h\nu$ انرژی فوتون فرودى است.

۳۲. نشان دهید که در پراکندگی کامپتون انرژی جنبشى E_k ذره پراکنده اى به جرم سکون m_0 به صورت زیر به انرژی فوتون فرودى $h\nu$ مربوط مى شود

$$\frac{E_k}{h\nu} = \frac{(h\nu / m_0 c^2) (1 - \cos \theta)}{1 + (h\nu / m_0 c^2) (1 - \cos \theta)}$$

۳۳. برای يك فوتون فرودی با انرژی 51MeV ، چگونگی تغییر انرژی جنبشی E_k الکترون پس‌زده در اثر کامپتون را نسبت به زاویه بین فوتونهای پراکنده و فرودی، θ ، با رسم يك نمودار نشان دهید.

۳۴. تغییر بیشینه در انرژی فوتونهای پراکنده يك باریکه پرتوهای γ با انرژی 10MeV ، در اثر برخورد کامپتونی با پروتونهای آزاد چقدر است؟

۳۵. در يك برخورد کامپتونی پروتون آزادی که در ابتدا ساکن است توسط يك فوتون مورد اصابت قرار می‌گیرد و در نتیجه این پروتون انرژی جنبشی 50MeV را به دست می‌آورد. انرژی کمینه فوتون چقدر است؟

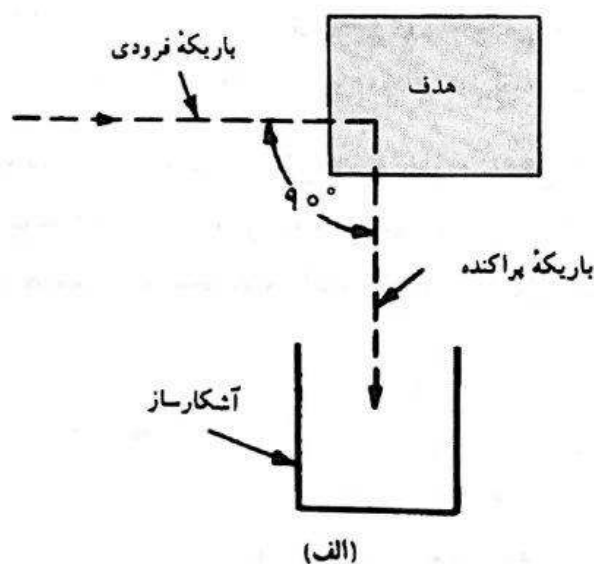
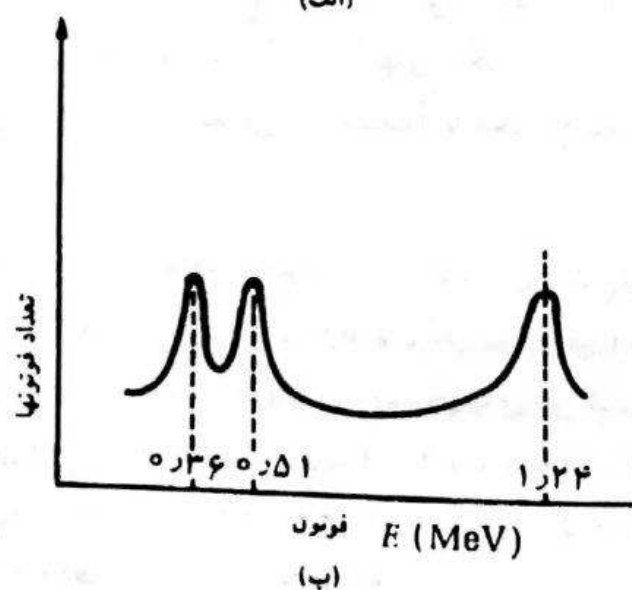
۳۶. با فرض اینکه انرژی جنبشی و اندازه حرکت الکترون توسط روابط کلاسیک بیان شوند (که فرض کاملاً ناصحیحی است)، رابطه جابه‌جایی طول موج کامپتون را به دست آورید؛ دقیقاً به همان رابطه‌ای خواهید رسید که از رابطه‌های نسبیتی اندازه حرکت و انرژی جنبشی الکترون مشتق شد. چرا باید این نتیجه را انتظار داشت؟ (دانهمایی: جابه‌جایی در طول موج مستقل از طول موج فوتون فرودی است.)

۳۷. از نظر ناظری که نسبت به چشمه نوری ساکن است يك چشمه نوری فوتونهایی با بسامد ν گسیل می‌کند. حال این ناظر با سرعت $v = c/5$ از چشمه نوری دور می‌شود. خواص فوتونی زیر، در مقایسه با مقادیر نظیر آنها وقتی که به وسیله يك ناظر ساکن نسبت به چشمه اندازه‌گیری شوند، چقدر تغییر خواهند کرد: (الف) بسامد، (ب) طول موج، (ج) سرعت، (د) انرژی، و (ه) اندازه حرکت؟ (دانهمایی: مسئله ۱۸ فصل ۲ که رابطه دوپلر نسبیتی را بیان می‌کند، ببینید.)

۳۸. دو چراغ قوه مشابه در دو جهت مخالف قرار دارند و به یکدیگر بسته شده‌اند. هر دو چراغ قوه را روشن می‌کنیم، و نخست به عنوان ناظری ساکن نسبت به آنها، چراغ قوه‌ها و باریکه‌های گسیل شده از آنها را نظاره می‌کنیم؛ باریکه‌های با شدت و اندازه حرکت یکسان در جهت‌های مخالف گسیل می‌شوند و نیروی تابشی خالص وارد بر هر دو چراغ قوه صفر است. حال فرض کنید که همان وضع را به عنوان ناظری که در جهت یکی از باریکه‌های گسیل شده حرکت می‌کند نظاره کنیم. به علت اثر دوپلر بسامدهای باریکه‌ها در دو جهت مخالف متفاوت‌اند. در نتیجه، اندازه حرکت فوتونی که در يك جهت در حرکت است با اندازه حرکت فوتونی که در جهت مخالف حرکت می‌کند فرق دارد. (الف) آیا در این حالت يك نیروی تابشی خالص بر هر دو چراغ قوه وارد

می‌شود؟ (ب) آیا چگالی فوتونهای دوساریکه یکسان است؟ (ج) این پارادوکس (ظاهری) را رفع کنید.

۳۹. باریکه تکفامی از فوتونها به قطعه فلزی برخورد می‌کند و فوتونهایی که از این قطعه تحت زاویه 90° نسبت به باریکه فرودی خارج می‌شوند توسط يك آشکارساز ثبت می‌شوند؛ شکل ۳۹ الف را ببینید. شکل ۳۹ ب نمایشگر طیف انرژی فوتونهایی است که تحت زاویه 90° مشاهده می‌شوند. ۳ قله مجزا و مشخص وجود دارند: در ۰٫۳۶، ۰٫۵۱ و ۱٫۲۴ مگا الکترون ولت. (الف) انرژی هر فوتون در باریکه فرودی چقدر است؟ (ب) اصول فیزیکی هریک از سه قله را بیان کنید.



شکل مسئله ۳۹

۴۰. يك فوتون با طول موج $121\text{\AA}$ در هنگام عبور از مجاورت يك هسته طلا (وزن اتمی، ۱۹۷) نابود می‌شود و يك زوج الكترون-پوزیترون آفریده می‌شود. (الف) انرژی فوتون را محاسبه کنید (بر حسب MeV) و آن را با انرژی سکون كل زوج آفریده شده مقایسه کنید. (ب) اگر الكترون و پوزیترون پس از آفرینش ساکن باشند (فوتون درست دارای بسامد آستانه باشد) قسمت کوچکی از انرژی فوتون باید به هسته طلا منتقل شود، زیرا این هسته باید اندازه حرکت اولیه فوتون را به خارج حمل کند؛ اندازه حرکتی را که به هسته طلا منتقل می‌شود محاسبه کنید. (ج) انرژی رسیده به هسته طلا را محاسبه و آن را با انرژی فوتون اولیه مقایسه کنید.

۴۱. يك فوتون با انرژی 1MeV ، يك زوج الكترون-پوزیترون تولید می‌کند و هر دو ذره آفریده شده با انرژیهای مساوی به سوی جلو حرکت می‌کنند. جهت و بزرگی اندازه حرکت منتقل شده به يك هسته سنگین مجاور را تعیین کنید.

۴۲. در صورتی که شعاع انحناهای الكترون و پوزیترونی که در اثر برهم کنش يك فوتون با يك هسته سنگین آفریده می‌شوند و در میدان مغناطیسی یکنواخت 50Wb/m^2 در مسیرشان خمیده می‌شود، 100cm باشند طول موج فوتون فرودی چقدر است؟

۴۳. باریکه تکفامی از فوتونهای با انرژی بسیار بالا با برگی برخورد می‌کند و زوج الكترون-پوزیترونهای تولید شده نسبت به میدان مغناطیسی یکنواخت تحت زاویه‌های 90° حرکت می‌کنند. الكترون و پوزیترون مربوط به هر زوج الزاماً دارای انرژی یکسان نیستند. نشان دهید که، حتی اگر انرژیهای الكترون و پوزیترون متفاوت باشند، انرژی فوتونی که يك زوج تولید می‌کند مستقیماً با مجموع شعاع انحناهای الكترون و پوزیترون متناسب است.

۴۴. يك الكترون و پوزیترون با هم به عنوان يك دستگاه (پوزیترونیم) با سرعت $c/2$ در حرکت‌اند. اگر این دوزره نابود و دو فوتون آفریده شوند، (الف) انرژی و اندازه حرکت هر فوتون چقدر است؟ (ب) زاویه بین جهت‌های حرکت این دو فوتون چقدر است؟ (آزمایشی که در آن اتمهای پوزیترونیم با سرعت $c/2$ در حرکت‌اند، توسط سده^۱ در سال ۱۹۶۳/۱۳۴۲ انجام شد؛ همان‌طور که انتظار می‌رفت زاویه بین کوانتومهای نابودی کمتر از 180° بود.)

۴۵. يك بارش آبخاری توسط فوتونی با انرژی ۲۰۰ MeV راه انداخته می شود. بیشترین تعداد پوزیترونهايي که این بارش می تواند تولید کند چقدر است؟

۴۶. ذره ای به جرم m با سرعت غیر نسبیتی به ذره دیگری به جرم m ، که در ابتدا ساکن است، به طور کامل "ناکشان" برخورد می کند و در نتیجه انرژی E تلف می شود. نشان دهید که انرژی جنبشی کمینه ذره ای که در ابتدا در حرکت است برابر $2E$ (و نه E) است. (دانهایی: در هر برخورد باید هم انرژی و هم اندازه حرکت، پایسته باشند.)

۴۷. پادپروتونها برای نخستین بار در سال ۱۹۵۵/۱۳۳۴ (توسط چمبرلن^۱، سرج^۲، ویجاند^۳ و سیلان تیس^۴، با استفاده از شتابدهنده بواترون^۵ در آزمایشگاه تابش دانشگاه کالیفرنیا) تولید و شناخته شدند. واکنش مربوط عبارت بود از $p^+ + p^+ \rightarrow p^+ + p^+ + (p^+ + p^-)$ ؛ يك پروتون فرودی به يك پروتون در حال سکون برخورد می کند و در این برخورد يك پروتون و يك پادپروتون اضافی آفریده می شوند. نشان دهید که انرژی جنبشی کمینه پروتون فرودی مورد نیاز برای این واکنش ۵۶ GeV یا شش برابر انرژی سکون پروتون است. (دانهایی: نخست مسئله ۴۶ را ببینید. ظاهراً می توان تصور کرد که فقط دو برابر انرژی سکون پروتون برای آفرینش يك پروتون و پادپروتون اضافی مورد نیاز است. ولی، چون انرژی و اندازه حرکت هر دو باید در طول برخورد پایسته بمانند، چهار ذره ای که از این برخورد خارج می شوند باید دارای اندازه حرکت کل برابر اندازه حرکت پروتون فرودی باشند. در نتیجه، این ذرات باید با مقداری انرژی جنبشی از این برخورد خارج شوند، و برای آفریدن دو ذره اضافی فقط کسری از انرژی جنبشی پروتون فرودی دسترس پذیر خواهد بود. به علاوه این محاسبه مستلزم دینامیک نسبیتی است.)

برای پیدا کردن انرژی آستانه، می توان از استدلال زیر استفاده کرد. با نظاره از يك چارچوب مرجع ساکن نسبت به مرکز جرم دستگاه، می بینیم که پروتون فرودی و پروتون هدف در جهتهای مخالف با انرژی مساوی و بزرگی اندازه حرکت مساوی به یکدیگر نزدیک می شوند؛ این دو پس از برخورد، در انرژی آستانه، چهار ذره ساکن می آفرینند. از این رو در چارچوب مرجع آزمایشگاه دیده می شود که این چهار ذره پس از برخورد دارای اندازه حرکت یکسان اند و با در نظر گرفتن بقای اندازه

حرکت، این اندازه حرکت درست يك چهارم اندازه حرکت پروتون فرودی است. برای این اساس، می‌توان نشان داد که ذره فرودی باید دارای اندازه حرکتی مساوی با $4(3^{1/2})Mc$ باشد، که در آن M جرم سکون پروتون است. انرژی جنبشی مربوط به پروتون فرودی $6Mc^2$ است.

۴۸. پرتوهای γ با انرژیهای ۱۰ره و ۱۵ره مگا الکترون ولت ولی با شدتهای مساوی بسرروی يك درآشام سربی فرود می‌آیند. ضریب درآشامی در سرب برای این سه انرژی به ترتیب برابر ۵۹۰۹، ۷۷ره و ۶۱ره برسانتیمتر است. (الف) ضخامت لازم سرب را برای اینکه شدت هر باریکه تکفام به يك دهم شدت اولیه کاهش یابد حساب کنید. (ب) در هر عمق x ، نسبت شدت کل (تمام انرژیهای سه فوتون) به شدت فرودی کل چقدر است؟

۴۹. نشان دهید که برای کاهش شدت يك باریکه تابش به نصف مقدار اولیه آن، ماده درآشامی به ضخامت $(\ln 2)/\mu$ لازم است، که در آن $\ln_e 2$ عبارت از لگاریتم ۲ در مبنای e است.

۵۰. می‌خواهیم برای تابش الکترومغناطیسی چندفام، حفاظی از يك ماده درآشام سربی طرح کنیم. با فرض اینکه در این تابش هیچ فوتونی دارای انرژی (الف) بیش از ۴۰۰MeV، (ب) کمتر از ۴۰۰MeV نباشد، توضیح دهید که چه بسامدهایی (پایین یا بالا) در گزینش ضخامت درآشام تعیین کننده‌اند.

اثرهای کوانتومی: جنبه‌های موجی ذرات مادی

۱۰۵ امواج دو بروی

دیدیم که تابش الکترومغناطیسی دارای دو جنبه است: یک جنبه موجی و یک جنبه ذره‌ای. آزمایشهای مربوط به تداخل و پراش تابش الکترومغناطیسی را در صورتی می‌توان توضیح داد که تابش فقط متشکل از امواج باشد. همچنین اثرهای دقیقاً کوانتومی تابش الکترومغناطیسی، همچون اثرهای فوتوالکتریک و کامپتون را در صورتی می‌توان توصیف کرد که نور فقط متشکل از فوتونهای ذره‌گونه باشد. انرژی هر فوتون ذره‌گونه E و اندازه حرکت آن p است که دقیقاً به وسیلهٔ بسامد ν و طول موج λ تابش، به ترتیب زیر، مشخص می‌شوند

$$\nu = \frac{E}{h} \quad (۱۰۵)$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (۲۰۵)$$

توجه کنید که در این معادله‌ها دو کمیتی که در طرف چپ ظاهر می‌شوند تنها وقتی مفهوم روشنی دارند که یک موج را توصیف کنند، و دو کمیتی که در طرف راست ظاهر می‌شوند معمولاً به یک ذره وابسته‌اند. از این رو، این روابط اساسی، دوگانگی موجی ذره‌ای تابش الکترومغناطیسی را نیز به طور ضمنی بیان می‌کنند؛ و ثابت بنیادی نظریهٔ کوانتومی، یعنی

ثابت پلانک h مشخصه‌های موجی و مشخصه‌های ذره‌ای را به هم ربط می‌دهد. می‌توان گفت که امواج الکترومغناطیسی تحت شرایطی مانند ذره و فوتونها (ذرات با جرم سکون صفر) تحت شرایطی مانند موج رفتار می‌کنند.

این دو معادله، که طبیعت موجی و طبیعت ذره‌ای را به تابش الکترومغناطیسی نسبت می‌دهند، دارای عمومیت بیشتری هستند و در مورد کلیه ذرات، یعنی در مورد ذرات با جرم سکون متناهی نیز همچون ذرات با جرم سکون صفر، به کار می‌روند؛ و این طبیعتاً مایه تعجب است. این سؤال برای اولین بار در سال ۱۹۲۴/۱۳۰۳ توسط لویی دو بروی مطرح شد. دو بروی حدس زد که يك ذره مادی، به خاطر تقارن طبیعت، باید خواص موجی را به خوبی نشان بدهد. علاوه بر این، او فرض کرد که این معادلات که مشخصه‌های ذره‌ای امواج الکترومغناطیسی را به دست می‌دهند، باید مشخصه‌های موجی ذرات مادی (مانند الکترون) را نیز به دست بدهند. آزمایشها موکداً صحت فرضیه دو بروی را تأیید کرده‌اند و در حال حاضر مشخصه موجی ذرات مادی به خوبی اثبات شده است. چون می‌توان طول موج را با استفاده از اثرهای تداخل یا پراش اندازه‌گیری کرد، توجه خود را به دومین رابطه، یعنی رابطه (۲.۵) معطوف خواهیم کرد (اهمیت سرعت موج دو بروی، $v\lambda$ ، و رابطه آن با سرعت ذره، v ، در بخش ۸.۵ مورد بحث قرار خواهد گرفت).

طول موج λ يك ذره مادی که اندازه حرکت آن $p = mv$ است (m جرم نسبی ذره و v سرعت آن است) به وسیله رابطه دو بروی داده می‌شود

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (۳.۵)$$

که در آن h ثابت پلانک است.

می‌توان پرسید «چنانچه الکترون، لااقل تحت شرایطی، به عنوان موج تلقی شود، در آن صورت آنچه موج می‌زند چیست؟» یادآور می‌شویم که همین سؤال در مورد طبیعت بنیادی نور نیز مطرح بود. قبل از نظریه الکترومغناطیسی ماکسول و آزمایشهای هرتز، فیزیکدانان نمی‌توانستند اظهار نظر قطعی کنند که خواص موجی نور بانوسانات میدانهای الکتریکی و مغناطیسی متناظر است؛ ولی عدم شناخت طبیعت الکترومغناطیسی نور مانع از آن نبود که آنها مدتها قبل از ماکسول و هرتز خواص موج گونه نور را کشف و بر مبنای آن تداخل و پراش را تعبیر کنند. بنابراین، برای اینکه ثابت کنیم که يك ذره مادی دارای طبیعت موجی است، لازم نیست که نخست طبیعت پدیده موجی را بشناسیم. برای آزمایش فرضیه دو بروی کافی است که بر اساس آزمایش تعیین کنیم که آیا ذرات مادی پدیده‌های تداخل و پراش را نشان می‌دهند یا نه. البته، مسئله طبیعت فیزیکی جنبه موجی

يك ذره مادی مسئله بسیار مشکلی است؛ با وجود این، آن را به زمانی موكول می کنیم که آزمایشهای مربوط به تأیید اینکه يك ذره مادی دارای طول موج $\lambda = h/mv$ است را مورد بحث قرار داده باشیم.

الکترون در سال ۱۸۹۷/۱۲۷۶ توسط تامسون^۱ کشف شد. او نشان داد که الکترونها مسیرهای مشخصی را دنبال می کنند، دارای نسبت بار به جرم مشخصی (برای $c \gg v$) هستند، و دارای جرم، اندازه حرکت و انرژی هستند که می توانند در فضا جایگزیده شوند؛ یعنی، الکترونها خواص ذره ای از خود نشان می دهند. تا سال ۱۹۲۷/۱۳۰۶، یعنی تا هنگام انجام آزمایشهای مربوط به پراش الکترون توسط دیویسون^۲ و گرمر^۳ که رابطه دوبروی را تأیید کردند، طبیعت موجی الکترون کشف نشده بود. چرا مشخصه موجی الکترونها سالها پس از شناخت طبیعت ذره ای آنها کشف شد؟ گمان می رود که منشأ مشکلات مربوط به مشاهده خواص موجی الکترونها با مشکلات مربوط به مشاهده طبیعت موجی نور، یعنی خیلی کوچک بودن طول موج، یکی باشد. همان طور که رابطه (۳.۵) نشان می دهد، طول موج ذره ای به جرم $۱۰^{-۲۴}$ کیلوگرم و با سرعت $۱۰^{-۲۴}$ متر بر ثانیه فقط برابر $۶۶ \times 10^{-24} \text{ m} = ۶۶ \times 10^{-24} \text{ \AA}$ است. واضح است که در پرتاب توپهای بیسبال از يك پنجره باز به طرف دیواری در فاصله دور نباید انتظار داشت که در اصابت توپها به دیوار نقش پراش قابل تشخیص مشاهده شود؛ همچنان که انتظار مشاهده نقش پراش را برای عبور نور مرئی از يك چنین «شکاف» پهنی نداریم. طول موج يك ذره مادی معمولی، در مقایسه با ابعاد اجسام عادی خیلی کوچک است و بنابراین اثرهای تداخل و پراش آن ظریف و باریک اند. بنابراین، اگر طول موج جسمی آنقدر بزرگ باشد که بتواند اثرهای موجی قابل مشاهده تولید کند، باید، همان طور که از رابطه (۳.۵) برمی آید، جرم و سرعت آن کوچک باشند (واضح است که برای طول موج بزرگ و سرعت کم می توان از روابط غیر نسبیتی استفاده کرد).

توری پراشی که دارای «خطوط» با کمترین فاصله از هم است يك بلور است؛ یعنی جامدی است که در آن اتمها در يك آرایه هندسی سه بعدی قرار گرفته اند. فاصله نوعی بین دواتم مجاور از مرتبه $۱۰^{-۱۰}$ متر یا يك آنگستروم است. مناسبترین شرایط برای مشاهده پراش ذرات آنهایی هستند که در آنها ذره دارای طول موجی قابل مقایسه با اندازه اتم است. چون طول موج با عکس جرم و سرعت ذره تغییر می کند، برای داشتن بلندترین طول موج باید ذره ای را انتخاب کنیم که دارای کوچکترین جرم ممکن باشد، یعنی باید الکترون را برگزینیم.

می خواهیم انرژی جنبشی الکترونی را محاسبه کنیم که طول موج آن $۱۰۰۰ \text{ \AA}$ است.

1. J. J. Thomson

2. C. Davisson

3. L. H. Germer

اختلاف پتانسیل الکتروستاتیکی V لازم برای اینکه الکترونی با بار e از حال سکون تا انرژی جنبشی نهایی $(1/2)mv^2$ شتاب داده شود عبارت است از

$$eV = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m}p^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$$

$$V = \frac{h^2}{2me\lambda^2}$$

$$= \frac{(6.62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{2(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(1.00 \times 10^{-10} \text{ m})^2}$$

$$= 150 \text{ V}$$

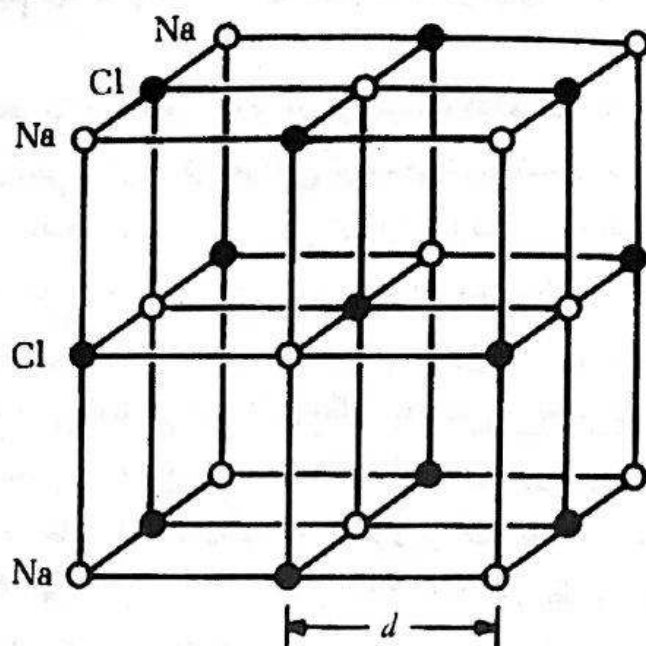
طول موج يك الکترون ۱۵۰ الکترون ولتی برابر با $1 \text{ \AA}$ است. چون این طول موج قابل مقایسه با طول موج فوتون پرتو x نوعی است می‌توان انتظار داشت که الکترون‌ها و پرتوهای x ، هنگام عبور از بلور، هر دو اثرهای پراش مشابهی را نشان بدهند.

۲.۵ قانون براگ^۱

ماکس فون لاهه^۲ اولین کسی بود که در سال ۱۹۱۲/۱۲۹۱ پیشنهاد کرد که جامدات بلورین، که در آنها آرایش اتم‌ها دارای يك نقش منظم است و فاصله بین اتم‌ها $1 \text{ \AA}$ است، می‌توانند به‌عنوان توریه‌های پراش برای اندازه‌گیری طول موج پرتو x به‌کار روند.

بلور کلرور سدیم را که دارای ساختار ساده و ویژه‌ای است و به‌عنوان ماده استاندارد جهت پراش پرتو x به‌کار می‌رود در نظر می‌گیریم. بررسی خصوصیات هندسی خارجی يك بلور سنگ نمک نشان می‌دهد که اتم‌های سدیم و کلر (یا به عبارت دقیقتر، یون‌های سدیم و کلر)، همان طور که در شکل ۱.۵ دیده می‌شود، در يك شبکه مکعبی ساده مرتب شده‌اند. اتم‌های سدیم و کلر متناوباً در گوشه‌های مکعب‌های اولیه یکسانی قرار می‌گیرند که طول ضلع هر کدام d است.

به کمک چگالی بلور کلرور سدیم و وزن اتمی سدیم و کلر می‌توان به‌سهولت فاصله شبکه‌ای d را محاسبه کرد. چنانچه d فاصله اتم سدیم تا نزدیکترین اتم کلر (بر حسب سانتیمتر) باشد، در آن صورت، در امتداد هر ضلع مکعبی به ضلع يك سانتیمتر، تعداد $1/d$ اتم وجود خواهد داشت (نیمی از این اتم‌ها سدیم و نیم دیگر کلرند). علاوه بر این،



شکل ۱۰۵ ساختار بلور سنگ نمک (کلرور سدیم).

درمکمی به ضلع يك سانتیمتر از بلور کلرور سدیم، روی هم رفته $1/d^3$ اتم وجود دارد. بنابراین، تعداد کل اتمها در واحد حجم برابر با $1/d^3$ است. وزن اتمی سدیم برابر ۲۳٫۰۵، و وزن اتمی کلر ۳۵٫۴۵ است؛ بنابراین وزن مولکولی کلرور سدیم برابر ۵۸٫۵۰ است. چون عدد آووگادرو (6.022×10^{23}) تعداد اتمهای موجود در يك مول گرم را به دست می دهد، نتیجه می شود که تعداد 6.022×10^{23} اتم سدیم در ۲۳٫۰۵ گرم سدیم، و تعداد 6.022×10^{23} اتم کلر در ۳۵٫۴۵ گرم کلر وجود دارند. و بنابراین $2 \times 6.022 \times 10^{23}$ اتم (نیمی مربوط به سدیم و نیمی مربوط به کلر) در ۵۸٫۵۰ گرم کلرور سدیم موجود است. چگالی اندازه گیری شده کلرور سدیم در شکل بلورین سنگ نمک برابر ۲٫۱۶۳ گرم بر سانتیمتر مکعب است. بنابراین، می توان نوشت

$$\frac{\text{اتمها}}{\text{حجم}} = \frac{2 \times 6.022 \times 10^{23} \text{ atoms/g mol} \times 2.163 \text{ g/cm}^3}{58.50 \text{ g/g mol}} = \frac{1}{d^3}$$

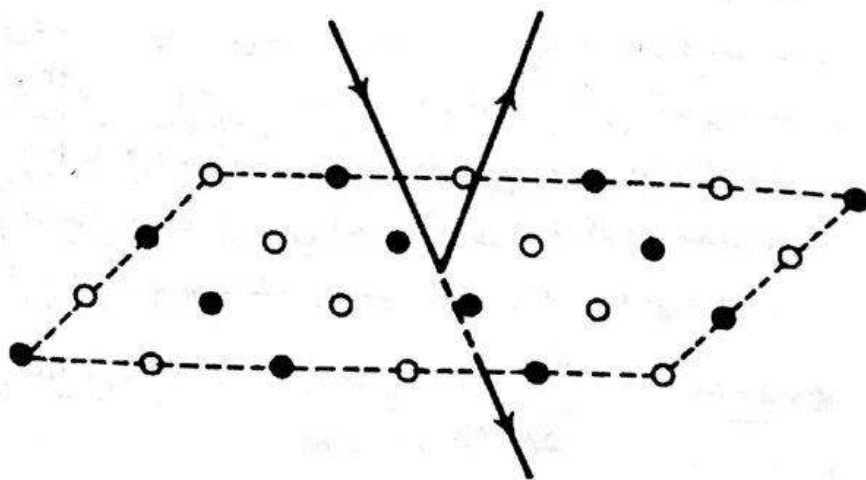
$$d = 2.820 \text{ \AA}$$

که برابر فاصله شبکه ای اتمهای سدیم و کلر در يك بلور سنگ نمک است. البته، این فاصله که فاصله نوعی بین اتمی اتمهای هر جامد است، با طول موج پرتوهای X با طول موج الکترونیهای با انرژی ۱۵۰ eV، قابل مقایسه است. به کمک فاصله شبکه ای و مشخصه هندسی

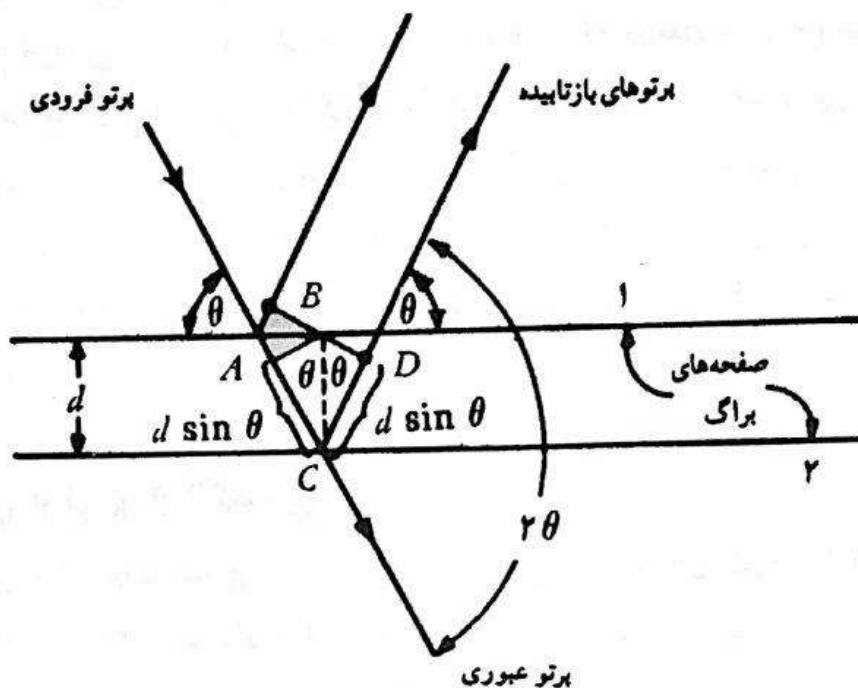
آرایش اتمی خواهیم دید که چگونه امکان تعیین طول موجهای پرتو x و الکترون وجود دارد.

هنگامی که يك موج با مجموعه‌ای از مراکز پراکننده، همانند اتمهای يك جامد بلورین، برخورد می‌کند از هر مرکز امواجی تولید می‌شود که در تمام جهات و به‌سوی خارج تابش می‌کنند. البته، موج بر ایند ناشی از کلیه مراکز پراکننده، در هر جهت که اندازه‌گیری شود، به تداخل بین تمام مراکز پراکننده بستگی دارد. جالب اینجاست که در داخل بلور اتمهای واقع بر هر صفحه نسبت به موج فرودی همانند آئینه نیم نقره اندودی نسبت به نور مرئی عمل می‌کنند (این مطلب به تفصیل در بخش ۴.۵ به اثبات خواهد رسید)؛ یعنی، اتمها بخشی از موج را بازمی‌تابانند و بقیه را عبور می‌دهند؛ شکل ۲.۵ را ملاحظه کنید. این صفحات و بازتابها را به‌یاد بود براگ^۱ صفحات براگ^۲ و بازتابهای براگ نامیدند. براگ همراه با پسرش^۲ در سال ۱۹۱۳/۱۲۹۴ نظریه بنیادی پراش پرتو x توسط بلورها را مطرح کردند. با قبول این مطلب می‌توان، به‌جای بررسی يكايك تداخل بین امواج تولید شده به‌وسیله تمام مراکز پراکننده، خیلی ساده‌تر، تداخل بین امواجی را که از صفحات موازی براگ بازتابیده‌اند، بررسی کرد.

مطابق شکل ۳.۵، بازتاب امواج از دو صفحه موازی و مجاور براگ را در نظر می‌گیریم. جهت‌های امواج فرودی و بازتابیده، که هر دو با θ نشان داده شده‌اند، بازایه بین جهت انتشار امواج و صفحه براگ (نه عمود بر صفحات بازتابنده) مشخص می‌شوند. در



شکل ۲.۵ اتمها در صفحه براگ.



شکل ۳.۵ بازتاب امواج از دو صفحه موازی و مجاور براگ.

هر صفحه قسمتی از موج فرودی را به صورت موج انتقال یافته و منحرف نشده و قسمت دیگر را به صورت بازتابیده در نظر می گیریم.

قسمتی از پرتو فرودی در اولین صفحه براگ بازتابیده می شود، پرتو بازتابیده AB با صفحه ۱ زاویه θ می سازد. آن قسمت از پرتو فرودی (AC) که از اولین صفحه براگ عبور می کند نیز به طور جزئی در همان جهت θ از دومین صفحه بازتابیده می شود. جبهه موج BD را، که بر دو پرتو بازتابیده عمود است در نظر می گیریم. دو پرتو بازتابیده، تنها در صورتی که در نقاط B و D هم فاز باشند، در یک نقطه دور باهم تداخل سازنده خواهند داشت. وقتی اختلاف مسیر $ACD - AB = 2d \sin \theta$ ، مضرب درستی (مانند n) از طول موج λ باشد نقاط B و D هم فازند. به این ترتیب، شرط آنکه امواج بازتابیده از صفحات موازی و مجاور براگ تداخل سازنده داشته باشند چنین است

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (۲.۵)$$

که در آن n (مرتبه بازتاب) می تواند مقادیر ۱، ۲، ۳، ... را دارا باشد. این معادله*، که

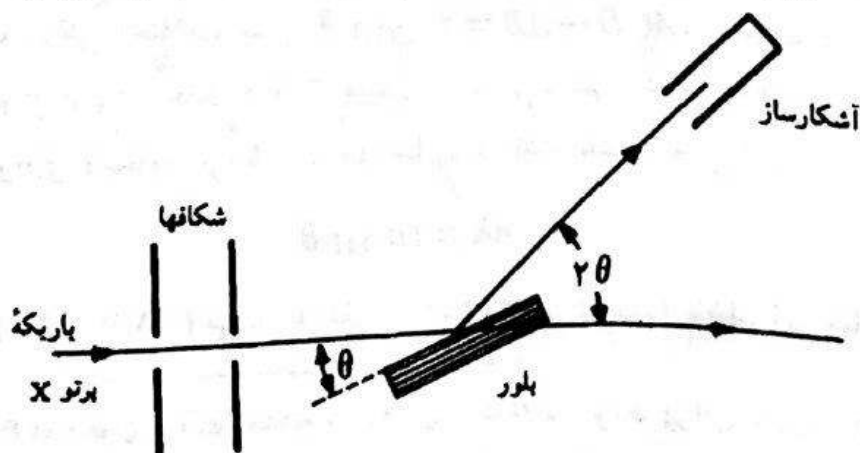
* معادله (۲.۵)، قانون براگ، مشابه معادله ای است که در تئوری پراش عادی به کار می رود، ولی، این دو معادله یکسان نیستند.

به قانون براگ موسوم است، پایه تمامی اثرهای پرتو همدوس x و پراش الکترون در بلورهاست. پرتوهای که تحت هر زاویه‌ای، بجز زاویه‌هایی که در معادله (۴.۵) صدق می‌کنند، باز می‌تابند تداخل ویرانگر می‌کنند و باریکه فرودی به‌طور کامل عبور می‌کند. قانون براگ وسیله‌ای برای اندازه‌گیری طول موجهای قابل مقایسه با فواصل بین اتمی است، زیرا واضح است که اگر d, n و θ معلوم باشند می‌توان λ را محاسبه کرد. در شکل ۳.۵ دیده می‌شود که زاویه بین پرتوهای عبور یافته و بازتابیده برابر با 2θ و صفحات براگ نیمساز این زاویه‌اند.

۳.۵ پراش پرتو x و الکترون

عناصر اساسی یک طیف‌سنج پرتو x ، یعنی دستگاهی برای اندازه‌گیری طول موجهای پرتو x ، در شکل ۴.۵ نشان داده شده‌اند. چشمه‌ای از پرتوهای تکفام x بر بلوری که ساختار و ابعاد بین‌اتمی آن معلوم است می‌تابد. یک آشکارساز، مانند اتاقکی که به اثرهای یونش پرتو x حساس است، شدت پرتوهای x وارد به‌خود را اندازه می‌گیرد. بلور و آشکارساز هردو قابل دوران‌اند، ولی آشکارساز همواره طوری تنظیم می‌شود که با باریکه جلویی زاویه 2θ بسازد. θ زاویه بین پرتوهای فرودی و صفحات براگی است که بازتاب از آنها مشاهده می‌شود. هنگامی که شرایط معادله (۴.۵) درمورد بازتاب براگ برآورده شوند شدت پرتو x در آشکارساز بیشینه شدیدی را نشان خواهد داد.

از این رو، چون از ساختار بلورین، d معلوم است و θ نیز اندازه‌گیری می‌شود، می‌توان طول موج λ را محاسبه کرد. برای مجموعه معلومی از صفحات براگ، فاصله d توری، طول موج λ و مرتبه n ، یک جهت 2θ نسبت به جهت باریکه فرودی وجود دارد که در آن باریکه پراشیده شدید است. برگ فلزی نازکی را در نظر می‌گیریم که از آن یک باریکه پرتو تکفام x عبور

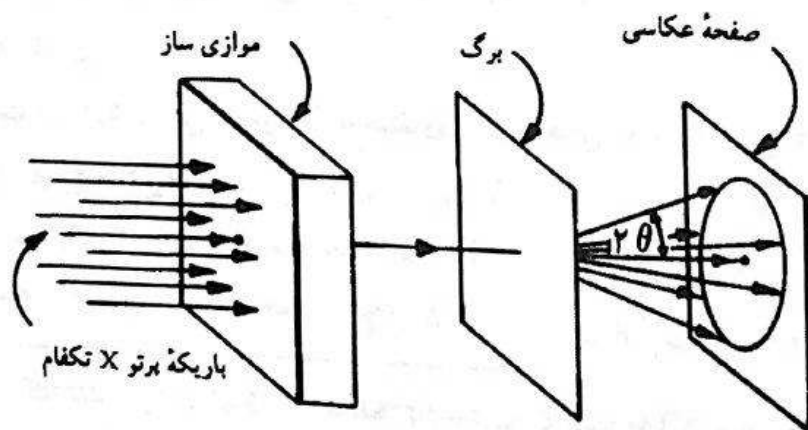


شکل ۴.۵ نمودار طرح‌وار یک طیف‌سنج بلوری پرتو x .

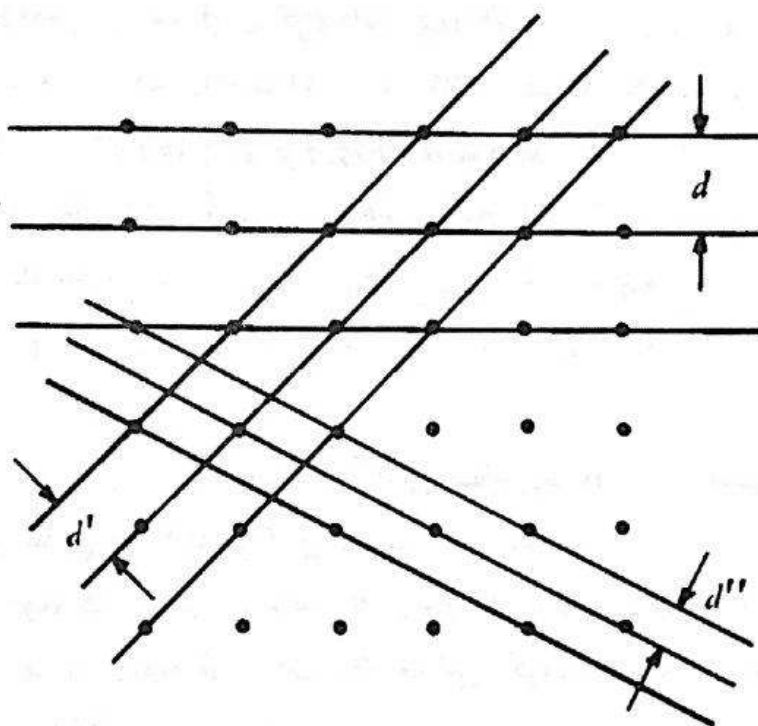
می‌کند. برگ شامل تعداد خیلی زیادی از بلورهای ساده و کامل است که به‌طور کتره‌ای نسبت به یکدیگر در داخل برگ قرار گرفته‌اند. تنها آن ریز بلورهای ویژه‌ای که طوری جهت یافته‌اند که شرط براگ را برآورده می‌کنند یک باریکه شدیداً پراشیده تولید خواهند کرد؛ دیگر ریز بلورها پرتو فرودی را به‌طور همدوس پراشیده نخواهند کرد. بنابراین، باریکه خروجی شامل دوبخش خواهد بود: یک باریکه شدید مرکزی منحرف شده و یک باریکه که به‌شکل مخروط پراکنده می‌شود و زاویه 2θ نسبت به باریکه فرودی می‌سازد (شکل ۵.۵). با معلوم بودن مرتبه n ، زاویه θ منحصرأ به وسیله رابطه براگ تعیین می‌شود.

هنگامی که باریکه پراکنده با صفحه عکاسی مسطحی برخورد کند نقشی از شدت‌پدیدار می‌شود. این نقش شامل یک لکه مرکزی شدید است که به وسیله دایره‌ای احاطه شده است. شعاع این دایره به سادگی اندازه گرفته می‌شود و فاصله بین برگ پراکنده و صفحه عکاسی نیز معلوم است، بنابراین زاویه 2θ را می‌توان محاسبه کرد؛ و سرانجام، طول موج پرتوهای x به کمک رابطه براگ محاسبه می‌شود.

تا به حال فرض کردیم که هر بلور مفروض تنها دارای یک مجموعه از صفحات موازی براگ است، ولی در واقع در هر تک بلور چندین مجموعه از این صفحات موجود است. برای اینکه بدانیم که این تعداد صفحات چگونه بر پراش پرتو x و الکترون تأثیر می‌گذارد، مجدداً ترتیب اتمها را در بلور کلرور سدیم در نظر می‌گیریم. صفحه براگ به صفحه‌ای گفته می‌شود که اتمها را در بر می‌گیرد و همان‌طور که در شکل ۶.۵ نشان داده شده است، در یک بلور مکعبی تعداد زیادی از این صفحات وجود دارد. روشن است که صفحات گوناگون (که فقط چندتا از آنها در شکل نشان داده شده است) در مقدار فاصله d توری باهم اختلاف خواهند داشت؛ در نتیجه، چندین زاویه براگ θ وجود دارد که هر کدام



شکل ۵.۵ پراکندگی پرتوهای تکفام x، به وسیله یک برگ فلزی نازک از مجموعه‌ای از صفحات براگ.

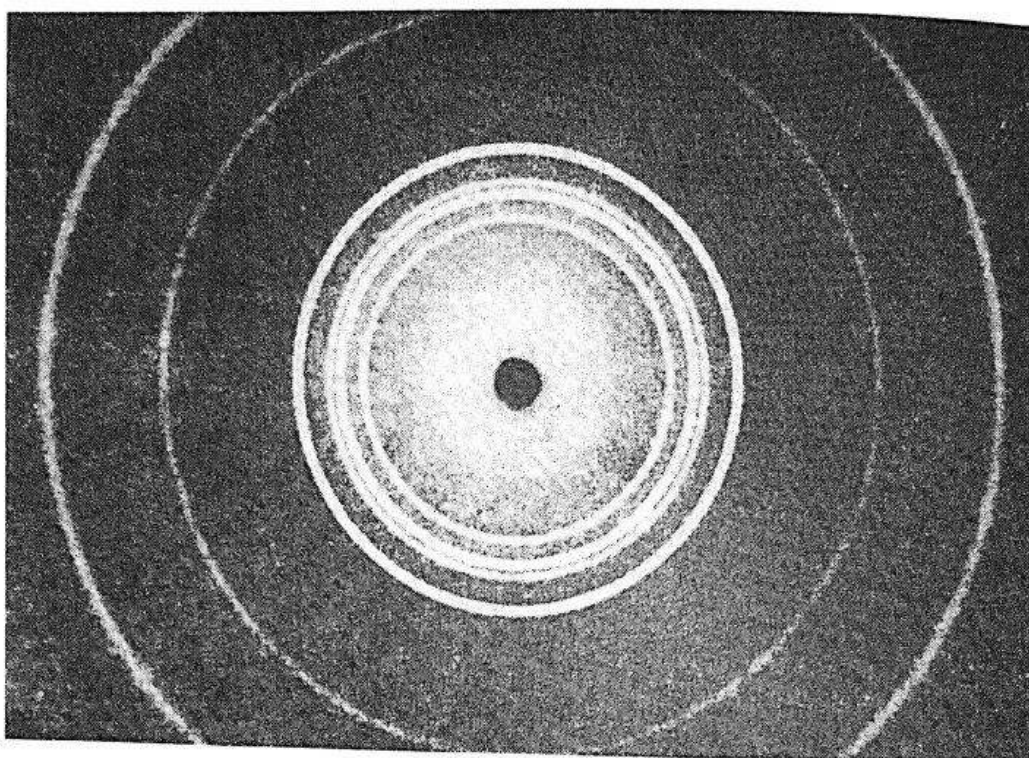


شکل ۶.۵ سه مجموعه از صفحات موازی براگ با فواصل توری متفاوت.

رابطه براگ را برای مجموعه بخصوصی از صفحات آن برآورده می‌کنند. بنابراین نقش پراش پرتو X تاحدی پیچیده‌تر از آن نقشی است که در شکل ۵.۵ ارائه شده است؛ معمولاً این نقش، به جای یک دایره، تعدادی دایره متحدالمرکز را نشان خواهد داد که هر کدام با پراشی از مجموعه بخصوصی از صفحات براگ متناظرند. ولی، شدت باریکه‌هایی که از صفحات مختلف بازتابیده می‌شوند یکسان نخواهد بود، زیرا ممکن است تعداد آنها در واحد سطح یک صفحه، که شدت باریکه بازتابیده را مشخص می‌کند، با تعداد آنها در واحد سطح صفحه دیگر متفاوت باشد. شکل ۷.۵ نقش پراش پرتو X از یک نمونه آلومینیوم چند بلوری است.

بحث درباره پراش از بلورها به استفاده از پرتوهای X مربوط می‌شود. همان‌طور که دیدیم طول موج الکترونها با انرژی جنبشی 150 eV ، برابر طول موج پرتوهای X ($1 \text{ \AA}$) است و یک باریکه الکترون تک انرژی* الزاماً باید همان اثرهای پراش پرتوهای X را نشان بدهد، و همین‌طور نیز هست. شکل ۸.۵ یک نقش پراش الکترون از یک برگ فلزی

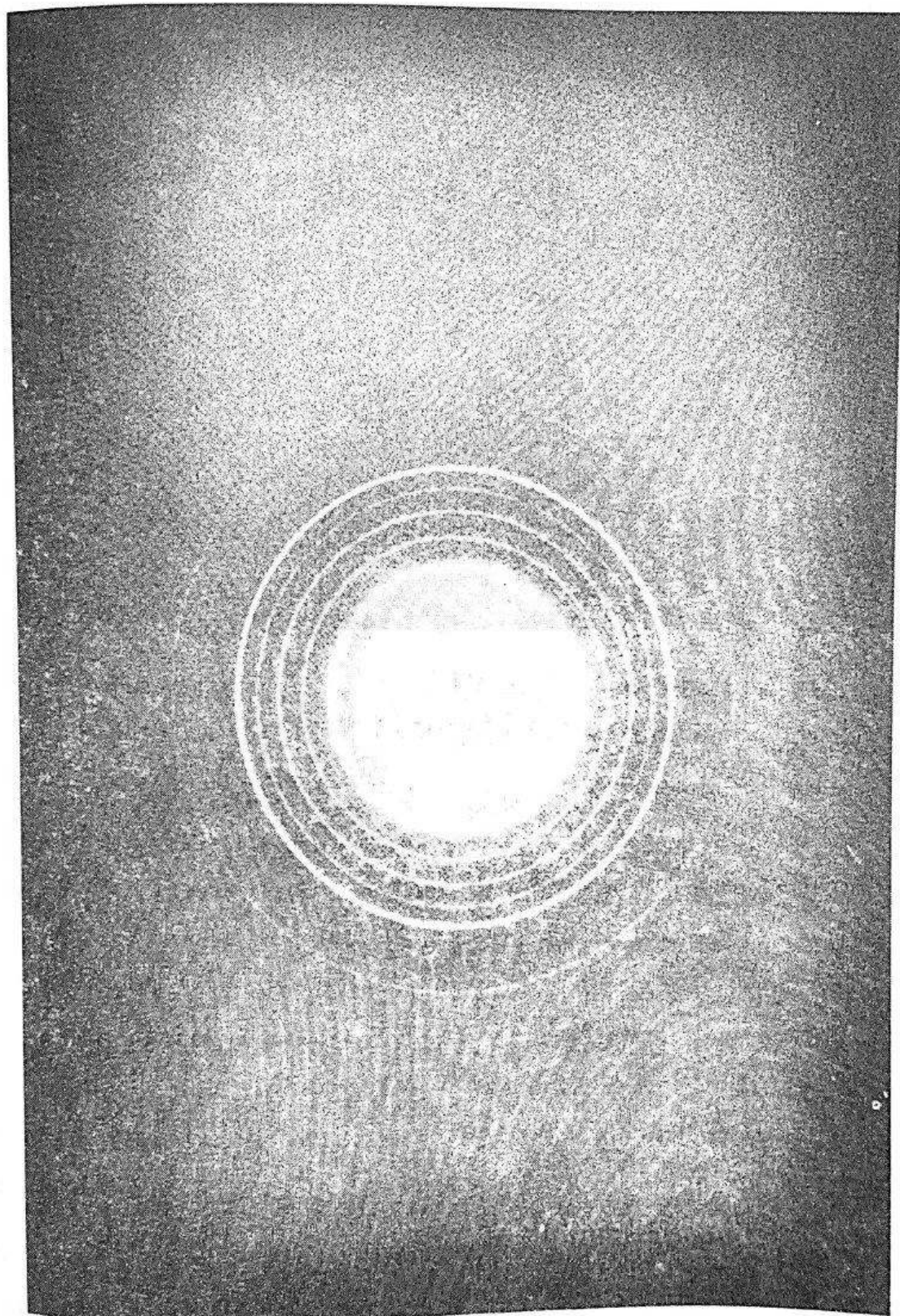
* یک باریکه تک انرژی از ذرات نه فقط تک انرژی است بلکه همچنین دارای یک تک طول موج نیز هست و بنابراین معمولاً، نسبت به جنبه موجی آن، از آن به عنوان باریکه «تکفام» یاد می‌شود.



شکل ۷۰۵ نقش پراش پرتو X از آلومینیوم چند بلوری. مرکز تاریک است، زیرا سوراخی در صفحه عکاسی تعبیه شده است تا باریکه مرکزی شدید بتواند از آن عبور کند.

است؛ این نقش با روابط براگ و دوبروی تطابق کامل دارد. به طور خلاصه، آزمایشهای پراش الکترون رابطه $\lambda = h/mv$ را تأیید می کنند. وقتی ساختار بلورین معلوم باشد برای اندازه گیری طول موج الکترونها و پرتوهای X می توان از نقشهای پراش الکترون و پرتو X استفاده کرد؛ برعکس، هنگامی که طول موج پرتوهای X و الکترونها معلوم باشند، برای دستیابی به شکل ساختار بلورین و فواصل بین اتمی جامدات، می توان از نقشهای پراش استفاده کرد. دو کاربرد اصول مربوط به پراش پرتو X را به طور خلاصه متذکر می شویم.

۱. اثر کامپتون را، که در آن فوتونهای پراکنده با یک طول موج تغییر نیافته و یک طول موج تغییر یافته پدیدار می شوند، می توان با استفاده از یک طیف سنج پرتو X، برای اندازه گیری طول موجهای تابش پراکنده توسط یک هدف، تحقیق کرد.
۲. وقتی باریکه ای از پرتوهای X که دارای گستره پیوسته ای از طول موجهاست باریک بلور فرود آید تنها اگر قانون براگ برقرار شود تداخل سازنده ای که باعث انحراف باریکه به اندازه زاویه 2θ می شود وجود دارد. برای زاویه مفروض θ ، مرتبه n ، و



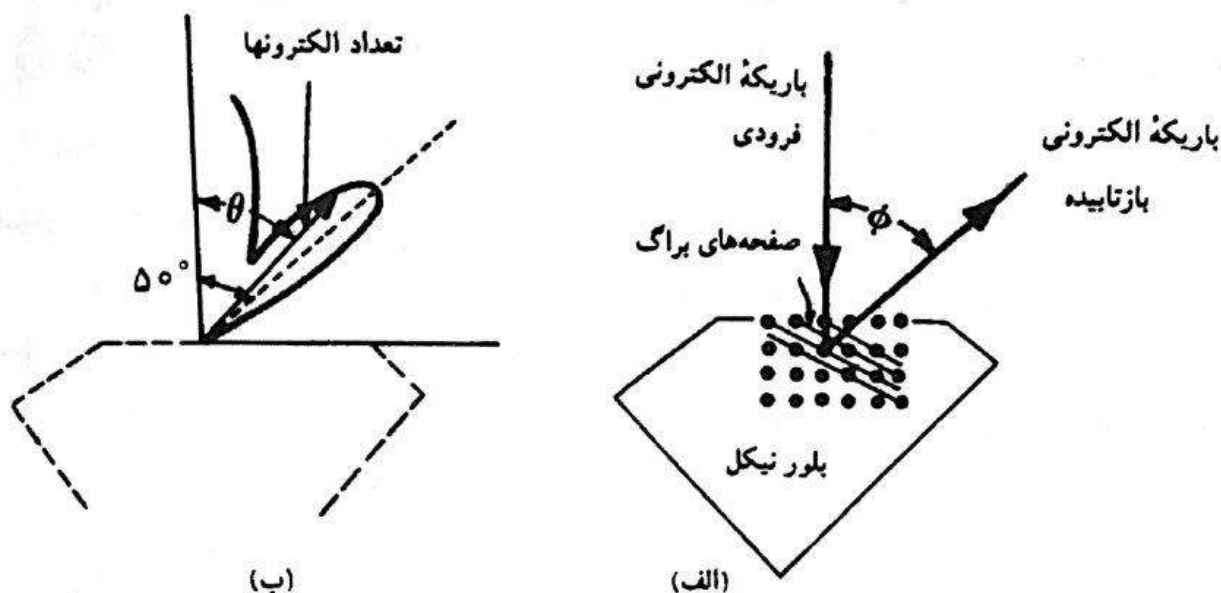
شکل ۸.۵ نقش پراش الکترون از کلرور تلوریوم چند بلوری.

فاصله بین اتمی d مقدار طول موج منحصرأ توسط قانون براگ، معادله (۴.۵)، مشخص می‌شود و تنها يك طول موج، تحت زاویه 2θ ، به شدت بازتاب خواهد یافت. در این

آرایش يك بلور همچون يك تكفام ساز عمل می کند، زیرا از گستره پیوسته طول موجهای فرودی بر بلور، يك باریکه تكفام را انتخاب می کند که تحت زاویه 2θ خارج می شود.

اکنون آزمایش دیویسون و گرمسر را که در آن خواص موجی الکترونها برای نخستین بار به تأیید رسیدند به اختصار بررسی کنیم. باریکه ای از الکترونها با انرژی 54 eV بر يك تك بلور نیکل فرود می آید. الکترونها به دودلیل سطح نیکل را ترك می کنند؛ گسیل ثانوی، که در آن الکترونها فرودی انرژی جنبشی خود را به الکترونها موجود در فلز (که بعداً آزاد می شوند) انتقال می دهند؛ و پراش الکترون، که در آن الکترونها فرودی به وسیله بازتاب از صفحات براگ درون بلور نیکل پراشیده می شوند. دیویسون و گرمسر دریافتند که علاوه بر تغییرات هموار در شدت الکترون، که ناشی از گسیل ثانوی است، قله مشخصی در $\phi = 50^\circ$ وجود دارد که می توان آن را به پراش الکترون نسبت داد؛ جهت محاسبه شده بازتاب شدید الکترونها با انرژی 54 eV در نیکل 50° درجه است. از این رو رابطه دوبروی مورد تأیید قرار گرفت. ولی، با توجه به اینکه طول موج الکترونها درون يك بلور با طول موج الکترونها در فضای تهی یکسان نیست، تحلیل این آزمایش پیچیده است. این اختلاف طول موج ناشی از تغییر در سرعت الکترونها هنگام ورود به سطح نیکل یا خروج از آن است؛ زیرا در سطح فلز، میدان الکتریکی روی الکترونها کار انجام می دهد (تابع کار برای هر ماده بخصوصی) و در نتیجه هنگام عبور از درون ماده سریعتر حرکت می کنند. مسیر الکترونها در سطح ماده، به علت تغییر سرعت، شکسته می شود (شکل ۹.۵). کمی پس از تأیید رابطه دوبروی برای الکترونها توسط دیویسون و گرمسر، تامسون^۱ حلقه های پراش ناشی از عبور الکترونها از يك برگ نازك فلزی را (مانند شکل ۸.۵) مشاهده کرد. جالب اینجاست تامسونی که آزمایشهای خواص موجی الکترونها را در سال ۱۹۲۷/۱۳۰۶ نشان داد پسر همان تامسونی بود که با آزمایشهای پرتو کاتودی خواص ذره ای الکترونها را در سال ۱۸۹۷/۱۲۷۶ نشان داده بود.

اینکه جسمی به جرم m و با سرعت v دارای طول موجی برابر h/mv است، نه تنها به وسیله الکترونها، بلکه همچنین توسط آزمایشهای مربوط به اتمها، مولکولها، و ذرات هسته ای بی بار، مانند نوترون نیز به اثبات رسیده است. هنگامی که يك نوترون از ماده ای عبور می کند برخوردی با اتمهای ماده انجام می دهد. ابتدا نوترون، در هر برخورد، مقداری از انرژی جنبشی خود را از دست می دهد، و اتمهای مورد اصابت این انرژی را کسب می کنند. این فرایند ادامه پیدا می کند تا اینکه انرژی جنبشی نوترون با انرژی



شکل ۹.۵ (الف) بازتاب امواج الکترونی به وسیله مجموعه‌ای از صفحات براگ موجود در بلور نیکل؛ **(ب)** تعداد الکترونهاى بازتابیده از يك بلور نیکل به صورت تابعی از زاویه ϕ ، با ترسیم قطبی نشان داده شده است.

گرمایی اتمهای موجود در ماده قابل مقایسه شود. آنگاه، وقتی ترازمندی گرمایی با ماده برقرار شد، احتمال اینکه نوترون، در هر برخورد، انرژی جنبشی کسب کند با احتمال از دست دادن انرژی جنبشی توسط آن برابر است. رفتار نوترون شبیه به رفتار يك مولکول در يك گاز است و می‌توان دمای را به آن نسبت داد. رابطه بین انرژی جنبشی انتقالی متوسط هر ذره و دمای مطلق چنین است

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$$

به نوترونی با این انرژی جنبشی متوسط در دمای اتاق، یعنی در 300 K ، نوترون گرمایی گفته می‌شود. در این صورت، طول موج يك نوترون گرمایی، به جرم 1.67×10^{-27} کیلوگرم، برابر است با

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{h}{\lambda} \right)^2 = \frac{3}{2}kT$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3mkT}} = 1.74 \text{ \AA}$$

این طول موج با فاصله بین اتمها در يك جامد بلورین قابل مقایسه است؛ در این شرایط

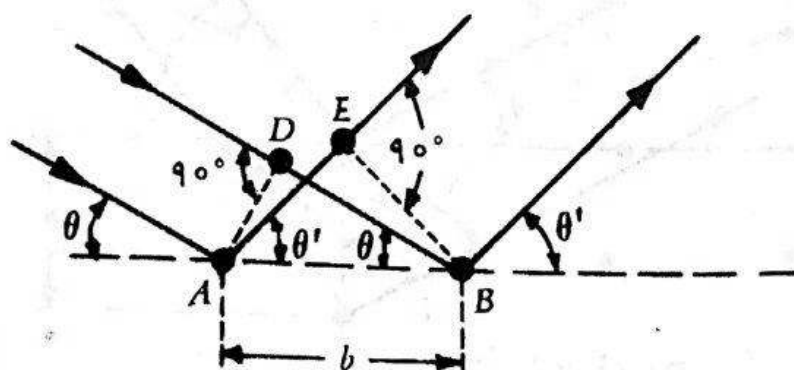
پراش فوتونی نوترونهاى گرمایی قابل مشاهده است. رابطه دوبروی به هر ذره‌ای که دارای اندازه حرکت باشد يك طول موج نسبت می‌دهد. چون نوترونها ذراتی بی بارند و می‌توانند پراشیده شوند، خواص موجی آنها به داشتن بار الکتریکی وابسته نیست. وانگهی، اتمها و مولکولها، که دارای ساختار درونی اند، اثرهای پراش را نشان می‌دهند؛ بنابراین رابطه دوبروی را می‌توان حتی برای دستگاهی از ذرات هم به کار برد.

۴.۵ اثباتی برای بازتاب براگ

در استخراج رابطه براگ، معادله (۴.۵)، يك فرض مهم در نظر گرفته شد: پرتو x یا امواج الکترونی فرودی بر يك صفحه براگ (صفحه‌ای که اتمها را به عنوان مراکز پراکننده شامل است) چنان بازتابیده می‌شوند که گویی این صفحه يك آئینه نسبتاً بازتابان است. این فرض در اینجا به طور مفصل اثبات می‌شود.

می‌دانیم وقتی يك موج الکترومغناطیسی بر اتمهای يك بلور فرود می‌آید هر کدام از ذرات باردار را به نوسان وامی‌دارد و هراتم، تابشی با همان بسامد موج فرودی، منتهی در تمام جهات، دوباره گسیل می‌کند. موج دوبروی (یعنی، موج يك ذره مادی) نیز به همین طریق پراکنده می‌شود. سازنده یا ویرانگر بودن تداخل امواجی که از دو یا چند اتم پراکنده می‌شوند تنها به اختلاف مسیر آنها بستگی دارد.

تابشی را در نظر می‌گیریم که در جهت مشخص θ بر اتمهای A و B فرود می‌آید و تحت زاویه θ' پراکنده می‌شود، شکل ۱۰.۵. فاصله بین A و B برابر با b است. با توجه به شکل ۱۰.۵ درمی‌یابیم که



شکل ۱۰.۵ تابش فرودی بر اتمهای A و B که به فاصله b از هم قرار دارند.

$$BD = b \cos \theta$$

$$AE = b \cos \theta'$$

اختلاف مسیر بین دو پرتو، $BD - AE$ است، و اگر این اختلاف مسیر مضرب درستی از طول موج λ باشد، امواج پراکنده از اتمهای A و B باهم تداخل سازنده خواهند کرد

$$BD - AE = b \cos \theta - b \cos \theta' = \text{اختلاف مسیر}$$

$$b(\cos \theta - \cos \theta') = k\lambda \quad (5.5)$$

که در آن k عدد درستی (از جمله صفر) است. حال طبق شکل ۱۱.۵، تداخل سازنده از زوج دیگری از اتمهای B و C را در نظر می‌گیریم. خط BC شکل ۱۱.۵ بر خط AB شکل ۱۰.۵ عمود است. مراکز پراکننده B و C به فاصله a از هم قرار دارند؛ مجدداً زوایای پرتوهای فرودی و پرتوهای پراکنده را با θ و θ' نمایش می‌دهیم. با توجه به شکل ۱۱.۵ داریم

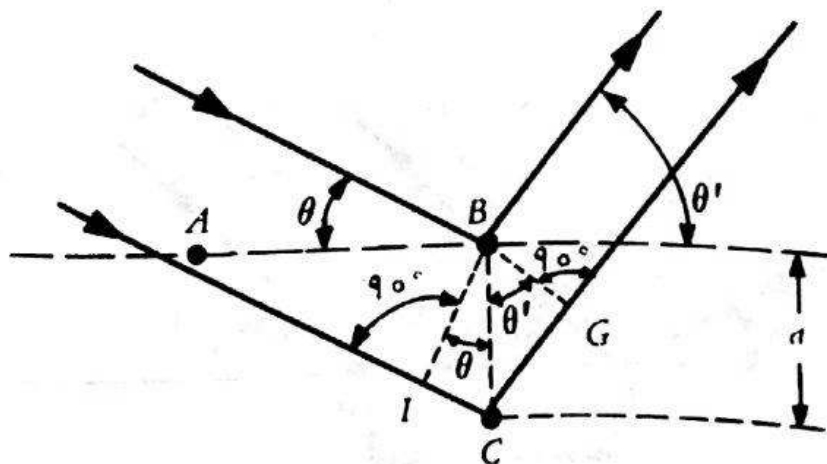
$$CF = a \sin \theta$$

$$CG = a \sin \theta'$$

مانند قبل، وقتی اختلاف مسیر مضرب درستی از طول موج باشد تداخل سازنده رخ می‌دهد

$$CF + CG = a \sin \theta + a \sin \theta' = \text{اختلاف مسیر}$$

$$a(\sin \theta + \sin \theta') = l\lambda \quad (6.5)$$



شکل ۱۱.۵ تابش فرودی بر اتمهای B و C که به فاصله a از هم قرار دارند.

همین‌طور، به کمک رابطه (۷.۵)، رابطه (۶.۵) را نیز می‌توان به صورت زیر نوشت

$$a[\sin(\phi - \alpha) + \sin(\phi + \alpha)] = l\lambda$$

$$2a \sin \phi \cos \alpha = l\lambda \quad (9.5)$$

از تقسیم روابط (۸.۵) و (۹.۵) بر هم، داریم

$$\tan \alpha = \frac{ka}{lb} \quad (10.5)$$

از این رو، زاویه α ، یعنی زاویه بین صفحه MN و سطح بلور (خط حاوی اتمهای A و B)، به وسیله رابطه (۱۰.۵) و بر حسب اعداد درست k و l و فواصل شبکه‌ای a و b داده می‌شود، نه بر حسب زوایای θ و θ' یا طول موج λ . به علاوه صفحه MN با توجه به شکل شامل یک اتم در نقطه C است. در واقع، این صفحه حاوی یک ردیف از اتمهایی است که به طور منظم قرار گرفته‌اند. یادآور می‌شویم که صفحه MN (با یک ردیف از اتمها در آن) طوری رسم می‌شد که با پرتوهای فرودی و پراکنده زوایای یکسان تشکیل می‌داد. ثابت کردیم که وقتی شرط تداخل سازنده برآورده شود، صفحه براگ را می‌توان به منزله بازتابگر امواجی که بر آن فرود می‌آیند در نظر گرفت.

۵.۵ اصل مکملی

دیدیم که باید به تابش الکترومغناطیسی و به ذرات مادی هم مشخصه‌های موجی و هم مشخصه‌های ذره‌ای نسبت داده شود. البته، در برخورد اول، این دوگانگی موجی ذره‌ای نگران کننده است. در اینجا منشأ این نگرانی و پیامد این بیان را که تابش الکترومغناطیسی و ذره مادی، هم مثل امواج و هم مثل ذرات رفتار می‌کنند بررسی خواهیم کرد و خواهیم دید که چگونه می‌توان این معما را به کمک اصل مکملی حل کرد.

در فیزیک، مفاهیم موج و ذره دو مفهوم اساسی‌اند، زیرا این دو نمایشگر تنها دو مدل ممکن انتقال انرژی‌اند؛ وقتی انرژی منتقل می‌شود همواره می‌توان انتشار آن را به کمک امواج یا ذرات توصیف کرد. در توصیف انتقال انرژی معمولی (بزرگ مقیاس) در فیزیک کلاسیک، همواره می‌توان یکی از این دو توصیف را به کار برد. به عنوان مثال، یک آشفنگی که در سطح آب استخر حرکت می‌کند یک پدیده موجی است و پرتاب توپ

* تحلیلی که در اینجا ارائه شد مبتنی بر تحلیلی است که توسط L. R. B. Elton و D. F. Jackson در مجله زیر ارائه شده است

یسیبال انتقال انرژی توسط يك «ذره» را بیان می‌کند. در این گونه موارد، که در آنها می‌توان آشفته‌گی در حال حرکت را مستقیماً مشاهده کرد، راجع به اینکه کدام توصیف را باید به کار برد، هرگز هیچ گونه تردیدی وجود ندارد.

اکنون به مثالهایی در مورد رفتار موج و ذره، که از صراحت کمتری برخوردارند می‌پردازیم. انتشار صوت از يك محیط کشسان را می‌توان به صورت يك آشفته‌گی موجی درك کرد. اما آن‌طور که امواج آب را دیدیم امواج صوتی را نمی‌بینیم؛ با وجود این، توصیف موجی را با اطمینان خاطر درباره انتشار صوت به کار می‌بریم، زیرا تا آنجا که به تعبیر پراش و تداخل مربوط می‌شود، روی هم رفته، این پدیده با پدیده مربوط به امواج آب مشابه است. بنابراین، وقتی گفته می‌شود که انتشار صوت جنبه‌های موجی را نشان می‌دهد مقصود آن است که می‌توان انتشار صوت را با يك مدل موجی تشریح کرد؛ زیرا مدل موجی با تمام مشاهدات تجربی درباره صوت توافق دارد. اکنون می‌خواهیم رفتار ذره‌ای را، آن‌طور که در نظریه جنبشی گازها ظاهر می‌شود، بررسی کنیم. هرگز مستقیماً مولکولهای يك گاز را مشاهده نمی‌کنیم، ولی کاملاً مطمئنیم که رفتار مولکولها نسبتاً همانند رفتار اجسام کروی سخت و خیلی کوچک است؛ زیرا آزمایشهای گوناگونی صحت این مطلب را نشان می‌دهند. اینجا نیز مقصود از بیان این مطلب آن است که يك مدل ذره‌ای تنها وسیله مناسب برای بیان رفتار مولکولهاست. از این رو، وقتی پدیده‌هایی را توضیح می‌دهیم که تا حدی از تجربه عادی ما به دورند (پدیده‌هایی که نمی‌توان جزئیات آنها را مستقیماً «مشاهده» کرد)، باز هم یکی از دو مدل توصیف را به کار می‌بریم، زیرا همواره یکی از آنها در توضیح حقایق تجربی موفق است.

توصیفهای موجی و ذره‌ای متقابلاً ناسازگار و متناقض‌اند. یادآور می‌شویم (بخش ۷.۱) که هرگاه بخواهیم بسامد یا طول موج يك موج را با دقت بینهایت معلوم کنیم در آن صورت آن موج باید دارای گسترش بینهایت در فضا باشد. برعکس، چنانچه موج در ناحیه محدودی از فضا محبوس باشد، به طوری که انرژی آن در هر زمان به ناحیه محدودی نسبت داده شود، در آن صورت به واسطه این موضعی بودن، به ذره شباهت دارد، ولی نمی‌توان آن را با يك تك بسامد یا طول موج مشخص کرد؛ در عوض، باید تعداد زیادی از امواج سینوسی ایده‌ال را، که هر کدام دارای بسامد و طول موج مشخصی هستند برهم نهاد تا آشفته‌گی موجی محبوس به دست آید (بخش ۷.۱). بنابراین، يك موج ایده‌ال (یعنی موجی که بسامد و طول آن کاملاً معلوم است) روی هم رفته با يك ذره ایده‌ال (یعنی با ذره‌ای که هیچ گسترشی در فضا ندارد و بنابراین عباراتی چون بسامد و طول موج در مورد آن به کار نمی‌رود) ناسازگار است.

هر پدیده انتقال انرژی، خواه از مشاهده مستقیم یا تجربه ما به دور باشد خواه نباشد، باید بر حسب امواج یا بر حسب ذرات بیان شود. هر گاه بخواهیم که این پدیده را مجسم کنیم، هر گاه بخواهیم که نوعی تصویر از آنچه در برهم کنشهایی که مشاهده مستقیم وبدون واسطه آنها غیر قابل حصول است داشته باشیم، آن تصویر باید بر حسب رفتار موجی ویا بر حسب رفتار ذره‌ای باشد. هیچ شق دیگری موجود نیست؛ به دلیل وجود تناقض متقابل بین مشخصه‌های ذره‌ای و مشخصه‌های موجی، نمی‌توان توصیف ذره‌ای و توصیف موجی را به‌طور همزمان به‌کار برد. می‌توانیم و باید از یکی از این دو توصیف استفاده کنیم ولی هرگز نمی‌توانیم در یک زمان از هر دو استفاده کنیم.

در این صورت، آنچه توصیف تابش الکترومغناطیسی و ذرات مادی را مختل می‌کند، به‌کار بردن هر دو مدل موجی و ذره‌ای است؛ با وجود این هر گاه تعبیر خود را درباره آزمایشهایی که تاکنون بررسی شدند مرور کنیم، درمی‌یابیم که هرگز این دو توصیف را به‌طور همزمان به‌کار نگرفته‌ایم، زیرا همچنان که دیدیم این کار به‌طور منطقی غیر ممکن است.

نخست تابش الکترومغناطیسی را بررسی می‌کنیم. مدل موجی در تشریح آزمایشهای مربوط به تداخل و پراش به‌کار می‌رود. چون در تداخل و پراش با نوارهای متناوباً روشن و تاریک مواجهیم (یعنی، ناحیه‌هایی که در آنها شدت نور متناوباً کم و زیاد است) می‌گوییم که نور شامل امواج است و این امواج توسط نظریه موجی پیشگویی و توضیح داده می‌شوند. هرگز توصیف ذره‌ای را در مورد پراش و تداخل به‌کار نمی‌بریم. البته، اطمینان ما به مدل موجی انتشار نور، با این حقیقت که نظریه کلاسیک ماکسول در مورد امواج الکترومغناطیسی، تمامی پدیده‌های موجی مشاهده شده نور را پیشگویی می‌کند تقویت می‌شود؛ ولی، چون تمامی نظریه‌های فیزیکی بی‌پایان، آزمایشی، و دارای طبیعت غیر کامل اند نادرست است که معادله‌های ماکسول را معادله‌های نهایی یا کلام آخر درباره نظریه الکترومغناطیسی بدانیم. در واقع، به‌ناکامل بودن نظریه الکترومغناطیس کلاسیک آگاهیم، زیرا قادر به توجیه بعضی اثرهای کوانتومی نیست. به‌طور خلاصه، از مدل موجی برای توصیف انتشار نور استفاده می‌کنیم؛ مدل ذره‌ای را در مورد اثرهای تداخل و پراش نه به‌کار می‌بریم نه می‌توانیم به‌کار ببریم و نه نیازی به آن داریم.

اکنون به پدیده‌هایی که مدل ذره‌ای را برای تابش الکترومغناطیسی ایجاب می‌کنند باز می‌گردیم. این پدیده‌ها عبارت‌اند از اثر فوتوالکتریک، اثر کامپتون، تولید و نابودی زوج. تمامی این اثرها در برهم‌کنش با ذرات مادی، تابش الکترومغناطیسی نشان می‌دهند. فرض می‌کنیم که تابش حاوی فوتونهاست و به هر فوتون انرژی و اندازه حرکت ویژه‌ای

نسبت می‌دهیم. انتساب انرژی و اندازه حرکت به يك موج الکترومغناطیسی کاملاً امکانپذیر و درواقع ضروری است (بخش ۴.۱)؛ ولی انتساب آنها به يك ذره الکترومغناطیسی (فوتون) حاکی از آن است که انرژی و اندازه حرکت در نقطه خاصی از فضا، یعنی در مکان ذره جایگزیده هستند. برهم کنشهای بین تابش و ماده مستلزم توصیف ذره‌ای هستند زیرا این برهم کنشها را می‌توان به صورت برخورد، به بهترین نحو، توصیف کرد. تنها وقتی که فرض شود تابش الکترومغناطیسی حاوی ذراتی است که باهم برخورد می‌کنند می‌توان آزمایشها را درك کرد. به طور خلاصه، اگر بخواهیم که برهم کنشهای فوتون-الکترون را به كمك يك مدل متصور کنیم، آن مدل باید مدل ذره‌ای باشد؛ نه می‌توانیم و نه لازم است که مدل موجی را به کار ببریم.

تابش الکترومغناطیسی هم جنبه‌های موجی و هم جنبه‌های ذره‌ای را نشان می‌دهد، ولی نه در يك آزمایش آزمایشی که تداخل یا پراش را نشان می‌دهد مستلزم تعبیر موجی است و همزمان نمی‌توان از تعبیر ذره‌ای استفاده کرد؛ آزمایشی که برهم کنشهای فوتون - الکترون را به طور مشخص نشان می‌دهد مستلزم تعبیر ذره‌ای است و همزمان نمی‌توان از تعبیر موجی استفاده کرد. جنبه‌های موجی و ذره‌ای، خصوصیات ذاتی تابش الکترومغناطیسی هستند، و باید هر دو جنبه را بپذیریم. طبق اصل مکملی، که در سال ۱۳۵۷/۱۹۲۸ توسط نیلز بوهر پیشنهاد شد، جنبه‌های موجی و ذره‌ای تابش الکترومغناطیسی مکمل‌اند. در هر آزمایش، برای تعبیر رفتار تابش الکترومغناطیسی، بر حسب يك تصویر مرئی و بامعنی، باید یا توصیف ذره‌ای یا توصیف موجی را برگزینیم. جنبه‌های موجی و ذره‌ای مکمل‌اند، زیرا تازمانی که این دو جنبه هر دو معلوم نباشند دانش ما درباره خصوصیات تابش الکترومغناطیسی ناقص است. اما گزینش يك توصیف، که طبیعت آزمایش آن را ایجاب می‌کند، از گزینش همزمان توصیف دیگر جلوگیری می‌کند. بایك معمای واقعی رو به رو هستیم که در آن باید یکی از دوشق ممکن را اختیار کنیم. تابش الکترومغناطیسی پیچیده تر از آن است که بتوان آن را تنها با مفهوم ساده موجی و یا تنها با مفهوم ساده ذره‌ای درك کرد (مفاهیمی که از تجربه مستقیم معمولی ما درباره پدیده‌های بزرگ مقیاس حاصل شده‌اند). درست به همان طریق که نظریه نسبیت معلوم می‌کند که تصورات عادی ما از فضا، زمان، و جرم در پدیده‌های با سرعت زیاد کاربرد ندارند نظریه کوانتومی نیز، از طریق دوگانگی موجی - ذره‌ای، نشان می‌دهد که برای توصیف پدیده‌های زیر میکروسکوپیك مفاهیم ساده معمولی کفایت نمی‌کنند.

دیدیم که چگونه اصل مکملی بوهر جنبه‌های دوگانه موجی - ذره‌ای تابش الکترو-مغناطیسی را توضیح می‌دهد. اکنون می‌خواهیم، برای مشاهده چگونگی کاربرد اصل مکملی، دوگانگی موجی - ذره‌ای ذراتی چون الکترونها را بررسی کنیم. آزمایشهای

فراوانی طبیعت ذره گونه الکترونها را توضیح می‌دهند؛ آزمایشهای پرتوکاتودی نامسون را، که برای نخستین بار خاصیت ذره‌ای الکترونها را نشان دادند، در نظر می‌گیریم. الکترونها، در لامپ پرتوکاتودی، مسیرهای مشخصی را دنبال می‌کنند و توسط درخشهای خیلی کوچک و روشنی، برخورد خود با پرده فلوئورسان را نمایان می‌کنند. الکترونها همچنین به وسیله میدانهای الکتریکی و مغناطیسی نیز منحرف می‌شوند. استنباط می‌شود که الکترونها ذره هستند (یا به عبارت بهتر، استنباط می‌شود که برای توصیف رفتار آنها، در آزمایشهای پرتوکاتودی، مدل ذره‌ای می‌تواند به کار برود)؛ زیرا هرگاه انرژی، اندازه حرکت، و بار الکتریکی الکترون در هر زمان به ناحیه کوچکی از فضا اختصاص داده شوند همه آثار مشاهده شده در آزمایشهای پرتوکاتودی دارای معنی می‌شوند. الکترونها، در برهم کنش با اجسام دیگر، چنان رفتار می‌کنند که گویی ذره هستند. می‌بینیم که طبیعت ذره‌ای الکترونها در آزمایشهای پرتوکاتودی آشکار می‌شود، و بنا بر این در این آزمایشها، با توجه به اصل مکملی، باید طبیعت موجی آنها را کنار گذاشت.

طبیعت موجی الکترونها در آزمایشهایی که پراش الکترون را نشان می‌دهند ظاهر می‌شود. در این آزمایشها فرض بر آن است که الکترونها مانند امواجی که دارای طول موج کاملاً معین اند انتشار می‌یابند؛ این امواج در فضا دارای گسترش نامعین اند و البته تعیین مکان الکترون و تعقیب حرکت آن غیر ممکن است. به طور خلاصه، آزمایشهای پراش الکترون طبیعت موجی آنها را نمایان می‌کنند و طبق اصل مکملی طبیعت ذره‌ای آنها در این آزمایشها کنار گذاشته می‌شود. جنبه‌های موجی و ذره‌ای الکترونها مکمل یکدیگرند، برای درک کامل خواص الکترون باید این هر دو جنبه را بپذیریم. الکترون یا هر ذره مادی دیگری نیز پیچیده تر از آن است که بتوان آن را تنها با مفهوم ساده موجی یا تنها با مفهوم ساده ذره‌ای درک کرد؛ برای متصور ساختن نتایج هر آزمایش بخصوصی می‌توان یکی از دو جنبه را مورد استفاده قرار داد، ولی نمی‌توان هر دو را همزمان به کار برد.

۶.۵ تعبیر امواج دو بروی به کمک نظریه احتمال

طبیعت موجی تابش الکترو مغناطیسی توسط میدانهای الکتریکی و مغناطیسی نوسان کننده در فضا توضیح داده می‌شود؛ بنابراین، میدان موج وابسته به یک فوتون میدان الکترو مغناطیسی است. می‌خواهیم طبیعت امواج وابسته به یک ذره مادی را دقیقتر تحقیق کنیم و بدین سؤال نیز پاسخ دهیم که «وقتی گفته می‌شود یک الکترون یا هر ذره مادی دیگری دارای خواص موجی است، در آن صورت آنچه موج می‌زند چیست؟»

نخست پرده‌ای را در نظر می‌گیریم که توسط باریکه تکفامی از تابش الکترومغناطیسی (عمود بر سطح پرده) روشن می‌شود. هنگامی که شدت نور نسبتاً زیاد است به نظر می‌رسد که سراسر سطح به‌طور یکنواخت روشن شده است؛ از طرف دیگر يك صفحه عکاسی که در محل پرده در معرض نور قرار گرفته است، پس از ظاهر شدن، تاریکی یکنواختی را در سرتاسر صفحه نشان خواهد داد. وقتی شدت باریکه نور زیاد است، تعداد فوتونهای که به پرده می‌رسند آنقدر زیاد است که طبیعت ذاتاً دانه‌ای و گسسته تابش الکترومغناطیسی، به علت زیادی تعداد فوتونها، مبهم می‌شود و درخشهای روشنی که به‌طور مجزا و کتره‌ای مرتب شده‌اند يك روشنائی ظاهراً پیوسته و ثابت را نشان می‌دهند. شدت روشنائی (I) که همان انرژی در واحد سطح و در واحد زمان است از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$I = \epsilon_0 \epsilon^2 c$$

که در آن ϵ گذردهی الکتریکی فضای تهی و ϵ بسزرگی میدان الکتریکی لحظه‌ای در هر نقطه بروی پرده است (بخش ۴.۱).

فرض می‌کنیم که شدت باریکه فوق‌العاده ضعیف شود، در آن صورت، به جای سطحی که به‌طور یکنواخت روشن شده است مجموعه‌ای از درخشهای مجزا و روشن که به‌طور کتره‌ای در سراسر سطح صفحه مرتب شده‌اند دیده خواهد شد. هر درخش روشنی با ورود يك فوتون متناظر است. ** مکان و زمان برخورد يك فوتون را با پرده نمی‌توان پیشگویی کرد، زیرا توزیع فوتونها کاملاً کتره‌ای است؛ ولی تعداد متوسط فوتونهای را که در واحد زمان به واحد سطح می‌رسند می‌توان پیشگویی کرد؛ این تعداد همان شار فوتونی، N ، است. شدت يك باریکه تکفام بر حسب شار فوتونی به صورت زیر داده می‌شود

$$I = (h\nu)N \quad (20.4)$$

که در آن $h\nu$ انرژی يك فوتون است. فرض کنید به جای افزایش شدت، که موجب می‌شود تا پرده به‌طور یکنواخت روشن شود، از يك باریکه خیلی ضعیف استفاده کنیم و مکان هر درخشی را که به پرده می‌رسد

* البته می‌توانستیم به جای اینکه شدت را بر حسب میدان الکتریکی بنویسیم آن را بر حسب میدان مغناطیسی نیز بیان کنیم

$$I = B^2 c / \mu_0$$

** در واقع، به جای چشم یا يك صفحه عکاسی، دستگاههای پیچیده می‌توانند ورود يك به يك فوتونها را ثبت کنند.

ثبت کنیم؛ آنگاه پس از گذشت يك زمان طولانی، خواهیم دید که پرده مجدداً به طور یکنواخت پوشانده می‌شود.

وضعی را که مورد بحث قرار دادیم تقریباً همانند وضعی است که در نظریه جنبشی گازها با آن مواجه بودیم. در آنجا فشار ظاهراً پیوسته يك گاز بر دیواره‌های ظرف را به براینده برخورد های فردی مولکولها با دیواره ظرف نسبت می‌دادیم. ورود مولکولها اساساً کتره‌ای و گسسته است، اما به دلیل زیاد بودن تعداد آنها، براینده برخوردها يك فشار پیوسته را نشان می‌دهد.

يك باریکه نور تکفام با شدت خیلی پایین را $1000 \times 10^{-13} \text{ W/m}^2$ (تقریباً يك صد میلیونیم شدت نور ستاره در سطح زمین) در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که این باریکه حاوی فوتونهای فرابنفشی است که انرژی هر کدام $8000 \times 10^{-19} \text{ J}$ $= 5000 \text{ eV}$ است. در این صورت شار فوتونی به صورت زیر خواهد بود

$$N = \frac{I}{h\nu} = \frac{1000 \times 10^{-13} \text{ W/m}^2}{8000 \times 10^{-19} \text{ J/photon}}$$

$$= 125 \times 10^5 \text{ photon/m}^2\text{-s}$$

$$= 125 \text{ photon/cm}^2\text{-s}$$

این بدان معناست که در هر ثانیه تعداد ۱۲۵ درخش روشن در يك سانتی متر مربع از سطح پرده مشاهده خواهد شد. البته، مشاهده کسری از يك فوتون غیر ممکن است، در نتیجه هرگز ۱۲۵ فوتون نخواهیم دید؛ اما مشاهده ۱۱ درخش در يك بازه زمانی و ۱۳ درخش در بازه زمانی دیگر، و به همین ترتیب تا آخر امکانپذیر است؛ و بدین ترتیب متوسط تعداد درخشا در هر ثانیه ۱۲۵ خواهد بود. به علاوه، توزیع فضایی فوتونها روی 1 cm^2 برای تمام بازه‌های يك ثانیه‌ای یکسان نخواهد بود؛ درخشا به طور کتره‌ای توزیع خواهند شد و تنها در يك مدت زمان طولانی به يك توزیع یکنواخت نزدیک خواهند شد. شار فوتونی زمان و مکان هر فوتون را دقیقاً به دست نمی‌دهد، بلکه تنها احتمال مشاهده آن را به دست می‌دهد

احتمال مشاهده يك فوتون $N \propto$

شدت تابش الکترومغناطیسی تکفام را یا توسط توصیف موجی $I = \epsilon_0 E^2 c$ و یا به وسیله توصیف ذره‌ای $I = h\nu N$ می‌توان تعریف کرد. چون در شدت کمیتی وجود دارد که در هر دو توصیف دارای مفهوم دقیقی است، مطلب بسالا از اهمیت زیادی برخوردار است. شدت، ارتباط بین دو مدل نامتجانس را برقرار می‌کند.

می‌خواهیم ببینیم که در توصیف فوتونی نور چه مفهوم جدیدی را می‌توان به مجذور شدت میدان الکتریکی، $\mathcal{E}^2$ ، نسبت داد. چنانچه دو عبارت مربوط به شدت را با هم برابر قرار دهیم، داریم

$$I = h\nu N = \epsilon_0 \mathcal{E}^2 c$$

بنابراین

$$N \propto \mathcal{E}^2$$

و

احتمال مشاهده يك فوتون $\propto \mathcal{E}^2$

احتمال مشاهده يك فوتون در نقطه ازضا با مجذور شدت میدان الکتریکی در آن نقطه متناسب است.

از این رو، از دیدگاه نظریه کوانتومی، میدان الکتریکی نه تنها کمیتی است که نیروی الکتریکی به ازای واحد بار الکتریکی را به دست می‌دهد، بلکه همچنین کمیت یا تابعی است که مجذور آن احتمال مشاهده يك فوتون را در هر مکان مفروضی به دست می‌دهد. گرچه نظریه الکترومغناطیسی کلاسیک قادر نیست خصوصیات دقیقاً کوانتومی تابش الکترومغناطیسی را به دست بدهد، ولی قادر است با محاسبه مقادیر $\mathcal{E}^2$ احتمال مشاهده فوتونها را به دست بدهد.

مفهوم طبیعت موجی يك ذره مادی مانند الکترون را می‌توان به طریق زیر روشن کرد. فرض می‌کنیم که رابطه بین احتمال مشاهده يك ذره و مجذور دامنه موج آن دقیقاً همانند رابطه بین احتمال مشاهده يك فوتون با جرم سکون صفر و مجذور دامنه موج آن (میدان الکتریکی) باشد. دامنه موج وابسته به يك ذره را با ψ نمایش می‌دهیم و آن را تابع موج می‌نامیم.

تابع موج ψ کمیتی است که مجذور آن، ψ^2 ، با احتمال مشاهده يك ذره مادی متناسب است.

از این رو، اگر ψ نمایشگر تابع موج در مکان x باشد، احتمال اینکه ذره بین x و $x+dx$ مشاهده شود برابر است با $\psi(x)^2 dx$.

احتمال مشاهده يك ذره در بازه dx با $\psi^2 dx$ متناسب است.

بنابراین تابع موج يك ذره همانند میدان الکتریکی يك فوتون است؛ و همچنانکه میدان الکتریکی، عموماً، تابعی از مکان و زمان است، تابع موج نیز تابعی از مکان و زمان است.

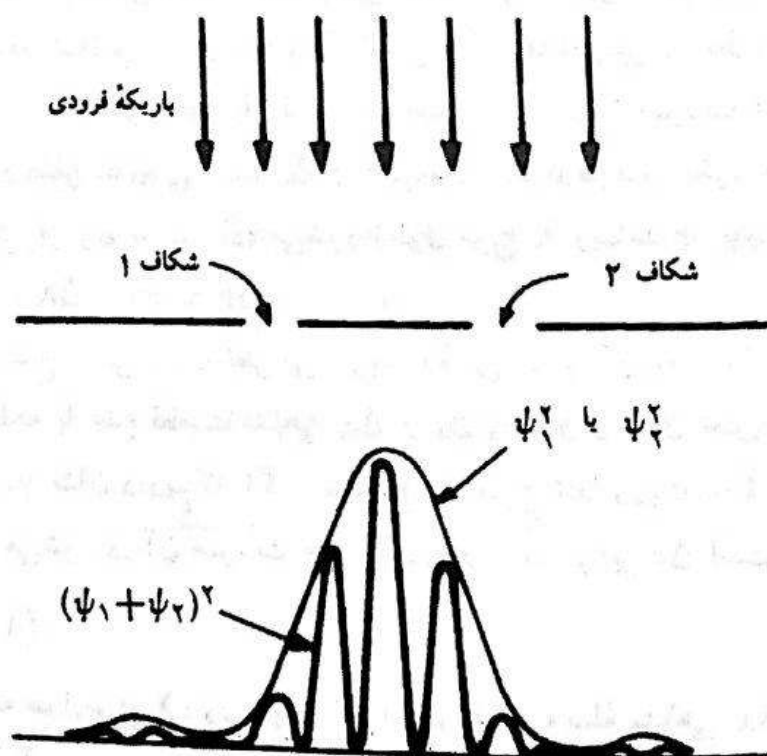
تعیین مکان مخصوص يك فوتون در يك زمان ویژه، با قطعیت کامل، غیرممکن است؛ اما تعیین احتمال مشاهده آن به كمك $\mathcal{E}$ امكانپذیر است. به طور مشابه، تعیین مکان مخصوص يك ذره در يك زمان ویژه با قطعیت کامل غیرممکن است، ولی به كمك $\mathcal{E}$ ، احتمال مشاهده آن را می توان تعیین کرد. از این رو، تابع موج يك ذره، علی الاصول به تعبیر احتمال مکان آن ذره منجر می شود.

تعبیر طبیعت موجی ذرات مادی بر حسب احتمالات، نخستین بار در سال ۱۹۲۶/۱۳۰۵ توسط ماکس بورن ارائه شد. آن شاخه از فیزيك کوانتومی که مسئله یافتن مقادیر $\mathcal{P}$ را بررسی می کند مکانيك موجی، یا مکانيك کوانتومی نام دارد. دو مبتکر اصلی مکانيك موجی ذرات اروین شرودینگر ۱۹۲۶/۱۳۰۵ و ورنر هایزنبرگ ۱۹۲۵/۱۳۰۴ بودند که مستقلاً مکانيك کوانتومی را با صورتهای ریاضی مختلف، ولی هم ارز، فرمولبندی کردند. درست همان گونه که نظریه الکترومغناطیسی ماکسول در معادلات ماکسول که مبنای محاسبه مقادیر $\mathcal{E}$ هستند خلاصه می شود، مکانيك موجی ماده نیز با معادله شرودینگر که مبنای محاسبه مقادیر $\mathcal{P}$ در هر مسئله فیزيك کوانتومی است مشخص می شود. ولی این همانندی در همینجا متوقف می شود. در حالی که میدان الکتریکی، که منشأ آن در بارهای الکتریکی است، نه تنها احتمال مشاهده يك فوتون بلکه همچنین نیروی الکتریکی وارد بر واحد بار الکتریکی مثبت را به دست می دهد، تابع موج معادله شرودینگر تنها بر حسب تغییر احتمال دارای مفهوم فیزیکی است: این تابع هیچ نوع نیرویی را نشان نمی دهد. تابع موج، مستقیماً قابل اندازه گیری یا قابل مشاهده نیست؛ ولی بیشترین اطلاعاتی را که می توان در رابطه با دستگاه اجسام به دست آورد و همچنین کلیه کمیتهای قابل اندازه گیری، همچون انرژی و اندازه حرکت و نیز احتمال مکان را می توان از آن به دست آورد. در بخش ۱۰.۵ معادله شرودینگر را به دست می آوریم و آن را در چند وضع ساده به کار می بریم.

آزمایشهای تداخل به كمك تداخل سنج مایکلسون و چشمه های خیلی ضعیف نور انجام شده اند. چشمه ها در واقع آنچنان ضعیف اند که به طور متوسط تنها يك فوتون بین چشمه نور و پرده مشاهده، در هر زمانی، یافت می شود. در دستگاه مایکلسون نقش تداخل از تداخل بین دو باریکه نوری ناشی می شود. نور دو مسیری را که از يك آئینه نیم نقره اندود در دو جهت عمود بر هم دور می شوند دنبال می کند.* می توان تصور کرد که وقتی يك تك فوتون از دستگاه می گذرد تنها یکی از دو مسیر ممکن را طی می کند؛ با وجود این، نتایج تجربی، به كمك داده های گردآوری شده در يك زمان طولانی، نقش تداخل معمولی با نوارهای

متناوباً روشن و تاریک را نشان می‌دهد، و این می‌رساند که تگ فوتون هر دومسیر را به‌طور همزمان طی می‌کند و با خود تداخل می‌کند. اصل مکملی این پارادوکس ظاهری را برطرف می‌کند. اگر بگوییم که فوتون یکی از دومسیر ممکن را طی می‌کند آن را جایگزیده می‌کنیم؛ یعنی آن را به‌عنوان یک ذره تلقی می‌کنیم و جنبه‌های موجی آن را به‌حساب نمی‌آوریم. از طرف دیگر، چنانچه از نقش تداخل فوتون سخن به میان آوریم آن را به‌عنوان یک موج می‌پذیریم. در نظر گرفتن هر دو طریق به یکباره هم بی‌معنی است.

در عبور امواج از دوشکاف موازی نیز وضع مشابهی دیده می‌شود. وقتی یکی از دوشکاف بسته باشد نقش حاصل پر اش یک شکاف نوعی است: طبق شکل ۸.۱ الف، این نقش دارای یک بیشینه مرکزی پهن است که در کنار یک بیشینه ضعیفتر (بیشینه ثانوی) قرار دارد. وقتی هر دو شکاف باز باشند، نقش حاصل آن‌طور است که در شکل ۱۳.۵ نشان داده شده است: ساختار ریز تداخلی در داخل یک پوش پر اش. این نقش صرفاً حاصل برهم‌نهی نقشهای پر اش دو تگ شکاف نیست؛ تداخل بین امواجی که از هر دو شکاف



شکل ۱۳.۵ پر اش دوشکافی ذرات. توابع موج ψ_1 و ψ_2 نقش پر اش را وقتی هر یک از دوشکاف باز باشد به‌دست می‌دهند؛ وقتی هر دو شکاف باز باشند تابع موج برهم نهاده شده $\psi_1 + \psi_2$ این نقش را به‌دست می‌دهد (فاصله بین شکافها در این شکل بسیار بزرگ شده است).

می‌گذرند علت تغییرات سریع در شدت است. به‌طور خلاصه، در حالتی که امواج می‌توانند از چشمه تا نقطه مشاهده دویا چند مسیر را برگزینند، مسئله را ابتدا با برهم نهادن تابع موج (یا میدانهای الکتریکی) دوسیر مجزا حل می‌کنیم تا تابع موج منتهجه (یا میدان الکتریکی) به دست آید؛ آنگاه تابع موج منتهجه را مجذور می‌کنیم تا احتمال (یا شدت) به دست آید. این بدان معنی است که، اگر ψ_1 و ψ_2 نمایشگر توابع موج برای عبور جداگانه از دوشکاف ۱ و ۲ باشند، در آن صورت $(\psi_1 + \psi_2)^2$ ، و نه $\psi_1^2 + \psi_2^2$ ، احتمال مشاهده ذره را بر پرده به دست می‌دهد. آنگاه، چنانچه يك تك الكترون يا يك فوتون به طرف يك زوج شكاف متوجه شود، نمی‌توانیم بگوییم که الكترون یا فوتون از کدام شكاف عبور خواهد کرد؛ باید به زبان امواج صحبت کنیم و بگوییم که عملاً از هر دو شكاف عبور می‌کنند.

۲.۵ اصل عدم قطعیت

اصل مکملی نشان می‌دهد که کاربرد همزمان توصیفهای موجی و ذره‌ای در مورد يك ذره مادی یا يك فوتون غیر ممکن است. در صورتی که یکی از این دو توصیف را برگزینیم دیگری را کنار گذاشته‌ایم. برای مثال، اگر تابش الکترومغناطیسی را به زبان ذرات بیان کنیم و مکان فوتون را در هر لحظه با دقت کامل تعیین کنیم در آن صورت عدم قطعیت در مکان و زمان هر دو صفرند، یعنی $\Delta x = 0$ و $\Delta t = 0$ ؛ اما از طرف دیگر، عدم قطعیت در آنچه که به موج فوتون نسبت داده می‌شود (طول موج λ و بسامد ν) بینهایت بزرگ خواهد بود، $\Delta \lambda = \infty$ و $\Delta \nu = \infty$.

حال يك وضع میانی را در نظر می‌گیریم، وضعی که در آن مکان يك فوتون را، نه با قطعیت کامل، بلکه با عدم قطعیت متناهی Δx و Δt در مکان و زمان تعیین می‌کنیم. در بخش ۷.۱ نشان دادیم که اگر بسامد ν يك موج تنها در يك بازه زمانی متناهی Δt اندازه‌گیری می‌شود در آن صورت عدم قطعیت در بسامد برابر $\Delta \nu$ است

$$\Delta \nu \Delta t \geq 1 \quad (۱۶.۱) \text{ و } (۱۱.۵)$$

همین‌طور، چنانچه طول موج λ ، در جهت انتشار موج، در فاصله متناهی Δx اندازه‌گیری شود، عدم قطعیت آن برابر $\Delta \lambda$ خواهد بود با

$$\Delta x \Delta \lambda \geq \lambda^2 \quad (۱۹.۱) \text{ و } (۱۲.۵)$$

باید توجه داشت که این روابط بر مبنای ملاحظات کاملاً کلاسیک و بدون توجه به ملاحظات کوانتومی (حداقل به‌طور صریح) استخراج شده‌اند. اما در فیزیک کوانتومی نتایج مهمی

ایجاد می کنند؛ زیرا به هر جسمی با انرژی E و اندازه حرکت p باید بسامد $\nu = E/h$ و طول موج $\lambda = h/p$ را نسبت داد.

در این صورت عدم قطعیت در بسامد $\Delta\nu$ دلالت بر عدم قطعیت ΔE در انرژی دارد که به صورت زیر بیان می شود

$$\Delta E = h \Delta \nu \quad (۱۳.۵)$$

با حذف $\Delta\nu$ از روابط (۱۱.۵) و (۱۳.۵) خواهیم داشت

$$\Delta E \Delta t \geq h \quad (۱۴.۵)$$

از این رو، حاصل ضرب عدم قطعیت انرژی در عدم قطعیت زمان، لااقل با ثابت پلانک، h ، برابر است.* تفصیل رابطه (۱۴.۵) به شرح زیر است. چنانچه جسمی (یک فوتون یا یک الکترون و یا حتی دستگاهی از ذرات) برای مدت زمان Δt در حالت انرژی E وجود داشته باشد در آن صورت انرژی جسم حداقل به مقدار $h/\Delta t$ دارای عدم قطعیت خواهد بود؛ بنابراین، تنها اگر جسمی برای زمان نامتناهی موجود باشد ($\Delta t = \infty$)، انرژی آن با دقت بینهایت معلوم خواهد شد ($\Delta E = 0$). معادله (۱۴.۵) شکلی از اصل عدم قطعیت یا اصل عدم موجییت است که در سال ۱۹۲۷/۱۳۰۶ توسط ورنر هایزنبرگ برای نخستین بار مطرح شد. پس از آنکه این اصل را در فرمولبندی دیگری بیان کنیم، به مفهوم دقیقتر آن دست خواهیم یافت.

عدم قطعیت در طول موج $\Delta\lambda$ جسمی با طول موج $\lambda = h/p_x$ (در جهت X) توسط رابطه زیر به عدم قطعیت در بزرگی اندازه حرکت Δp_x آن مربوط می شود

$$\Delta\lambda = \frac{h}{p_x^2} \Delta p_x$$

با جایگزینی این معادله در رابطه (۱۲.۵) خواهیم داشت

$$\Delta\lambda \Delta x = \frac{h \Delta p_x}{p_x^2} \Delta x \geq \lambda^2$$

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{(\lambda p_x)^2}{h}$$

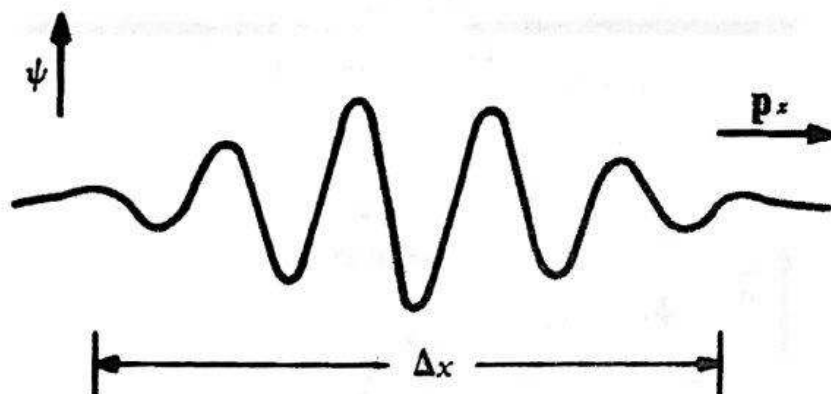
$$\Delta p_x \Delta x \geq h \quad (۱۵.۵)$$

* مقدار ثابت موجود در طرف راست معادله (۱۴.۵) به تعریف دقیق عدم قطعیت های ΔE و Δt بستگی دارد. با در نظر گرفتن قرار داد محتاطانه ای که در بخش ۷.۱ مورد استفاده قرار گرفت، این ثابت همان h است؛ ولی اگر ΔE و Δt نمایشگر مقادیر ریشه میانگین مربعی تعدادی از اندازه گیریهای مجزا باشند، در آن صورت این ثابت برابر $h/4\pi$ خواهد بود.

که این فرمولبندی دیگری از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ است. فرض شد که طول موج درفاصله متناهی Δx درجهت انتشار موج اندازه‌گیری شود؛ با توجه به دوگانگی موجی ذره‌ای، می‌توان کمیت Δx را به‌عنوان عدم قطعیت در مکان ذره تعبیر کرد. از این رو، رابطه عدم قطعیت در معادله (۱۵.۵) بیان می‌دارد که حاصلضرب عدم قطعیت مکان در عدم قطعیت اندازه حرکت مساوی یا بزرگتر از ثابت پلانک است. توجه کنید که اندازه حرکت مکان که در این معادله به آنها اشاره شد، هردو دیک جهت اندازه‌گیری می‌شوند: بنابراین رابطه عدم قطعیت، تعیین همزمان و بینهایت دقیق اندازه حرکت خطی یک ذره یا فوتون و مکان متناظر این اندازه حرکت غیرممکن است. گرچه $\Delta p_x \Delta x$ برابر با یا بزرگتر از $\hbar$ است اما حاصلضرب $\Delta p_y \Delta x$ می‌تواند صفر باشد؛ هیچ محدودیتی در اندازه‌گیری همزمان اندازه حرکت و تغییر مکان، که برهم عمودند، وجود ندارد.

محدودیت اساسی در مورد قطعیت اندازه‌گیریهای انرژی و زمان (یا مکان و اندازه حرکت) با اصل مکملی هماهنگ است. چنانچه طبیعت ذره‌ای یک ذره، مانند الکترون، کاملاً نمایان شود در آن صورت Δx و Δt هردو باید صفر شوند. بنابراین، وقتی جنبه ذره‌ای را برمی‌گزینیم جنبه موجی الزاماً کنار گذاشته می‌شود. در نتیجه کلیه کمیت‌های ν ، E ، λ ، و p کاملاً دارای عدم قطعیت‌اند؛ این مطلب یا از اصل عدم قطعیت یا از اصل مکملی ناشی می‌شود. از طرف دیگر، در صورتی که بخواهیم مشخصه‌های موجی یک ذره مادی یا تابش الکترومغناطیسی به‌طور کامل معین شوند، یعنی اگر $\Delta \nu = 0$ و $\Delta \lambda = 0$ (همچنین $\Delta E = 0$ و $\Delta p = 0$) باشد، در آن صورت، با توجه به اصل مکملی یا اصل عدم قطعیت، نمی‌توان همزمان با آن مشخصه‌های ذره‌ای را در فضا و در زمان تعیین کرد و x و t کاملاً دارای عدم قطعیت خواهند بود.

فرض کنید که می‌خواهیم الکترونی را به کمک خواص موجی آن نمایش دهیم و با وجود این آن را تا حدی در فضا جایگزیده می‌کنیم. نمی‌توان یک تک موج سینوسی را به این الکترون نسبت داد؛ زیرا چنین موجی تا بینهایت گسترش می‌یابد و قطعاً جایگزیده نیست. ولی، می‌توان تعدادی موج سینوسی را که بسامدهای $\Delta \nu$ باهم اختلاف دارند برهم نهاد و لذا، همان گونه که در بخش ۷.۱ شرح داده شد، یک بسته موج به دست آورد. امواج مؤلفه در ناحیه محدودی از فضا، Δx ، که به‌عنوان موضع تاحدی نامعین «ذره» شناخته می‌شود، به‌طور سازنده تداخل می‌کنند و حاصل تداخل تابع موج ψ ، که در شکل ۱۴.۵ نشان داده شده است، خواهد بود. چون گستره‌ای در بسامد، $\Delta \nu$ ، و گستره‌ای در طول موج، $\Delta \lambda$ ، وجود دارد اندازه حرکت و انرژی وابسته به آنها الزاماً نامعین‌اند؛ و پیشگویی دقیق اینکه کی و کجا بسته موج به نقطه دیگر خواهد رسید و در آن نقطه اندازه



شکل ۱۴.۵ تابع موج يك بسته موج.

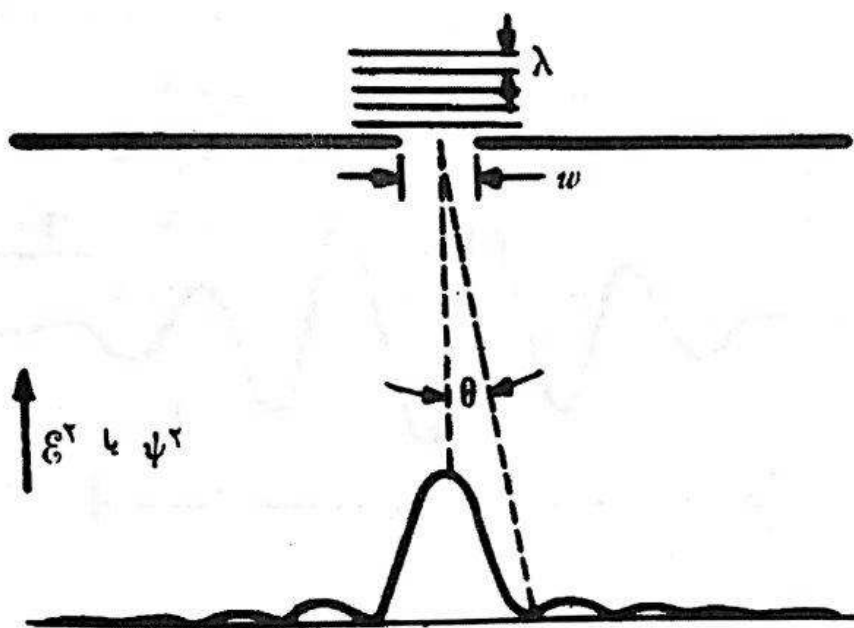
حرکت وانرژی آن چقدر خواهد بود غیرممکن است. رابطه عدم قطعیت که حاکی از عدم قطعیتی در انرژی، به بزرگی $h/\Delta t$ در بازه زمانی Δt است، همچنین حاکی از آن است که قانون بقای انرژی می تواند به مقدار $\Delta E = h/\Delta t$ ، ولی تنها برای بازه زمانی Δt ، نقض شود. هر چه مقدار انرژی قرض شده یا پس داده شده بیشتر باشد بازه زمانی که در آن عدم بقای انرژی ممکن است رخ دهد کوتاهتر خواهد بود. به همین ترتیب، عدم قطعیت در اندازه حرکت يك ذره $(h/\Delta x)$ دلالت بر آن دارد که ممکن است قانون بقای اندازه حرکت نقض شود، ولی تنها به مقدار $\Delta p = h/\Delta x$ و در ناحیه Δx از فضا.

برای به دست آوردن اصل عدم قطعیت به طریقی دیگر، پراشیدگی امواج به وسیله يك شکاف بالبه های موازی را در نظر می گیریم. يك مسوج تخت تکفام بر شکافی به پهنای w فرود می آید و همان گونه که در شکل ۱۵.۵ نشان داده شده است، نقش پراش بر پرده ای که با شکاف فاصله دارد تشکیل می شود. موضع نقاط با شدت صفر به وسیله معادله زیر داده می شود*

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{w} \quad (16.5)$$

که در آن λ طول موج $n = 1, 2, 3, \dots$ است. چون سطح زیر بیشینه مرکزی به مراتب

* رك بخش ۳۹. ۳ کتاب زیر



شکل ۱۵.۵ نقش پراش يك موج تحت تكفام كه بر شكافی به پهنای w فرود آمده است.

از سطح زیره‌ریشینه دیگری بیشتر است، لذا شدت کل دریشینه مرکزی خیلی بیش از شدت کل دره‌ریشینه ثانوی است. درواقع، سطح زیره‌ریشینه مرکزی تقریباً سه برابر سطح زیر تمام ریشینه‌های دیگر است؛ بنابراین، به‌طور تقریب، سه‌چهارم انرژی عبوری از شکاف در این ناحیه مرکزی قرار می‌گیرد. حدود این ناحیه مرکزی به‌وسیله معادله زیر و با $n=1$ مشخص می‌شود

$$\sin\theta = \pm \frac{\lambda}{w} \quad (17.5)$$

تاکنون مشخص نکرده‌ایم که چه نوع موجی به‌وسیله شکاف پراشیده می‌شود. چنانچه موج شامل تابش الکترومغناطیسی باشد در آن صورت شدت نقش پراش بامجذور میدان الکتریکی در پرده، یعنی با E^2 ، متناسب خواهد بود. از طرف دیگر، اگر موج شامل باریکه‌ای از الکترون‌ها باشد شدت نقش پراش با ψ^2 متناسب است. ψ^2 مجذور تابع موج در پرده است و احتمال یافتن يك الکترون را در هر نقطه واقع بر پرده به‌دست می‌دهد. تنها هنگامی که طول موج امواج، خواه از تابش الکترومغناطیسی و خواه از يك ذره مادی، با پهنای شکاف قابل مقایسه باشد اثرهای پراش مشخص می‌شوند (شکل ۸.۱)؛ در صورتی که طول موج امواج از پهنای شکاف خیلی کمتر باشد نقش شدت بر روی پرده، متناظر با سایه هندسی

لبه‌های شکاف است.

اکنون فرض کنید که مقدار تابش یا تعداد الکترون‌ها را (بسته به مورد) به شدت کاهش می‌دهیم. آنگاه، وقتی پرده را مشاهده می‌کنیم، دیگر تغییرات همواری را در طول آن نمی‌بینیم بلکه، در عوض، فوتون‌ها یا الکترون‌ها یکی یکی به پرده می‌رسند. شدت نقش پراش برای فوتون‌ها، λ^2 و برای الکترون‌ها، λ^2 است؛ از این رو، در شکل ۱۵.۵ شدت نمایشگر احتمال برخورد يك ذره به نقطه معینی از پرده است. با احتمال ۷۵ درصد ذره در ناحیه مرکزی نقش پراش فرود می‌آید؛ و با احتمال کمتر به نواحی دیگر، و با احتمال صفر ذره به صفرهای نقش خواهد رسید. در روشی خیلی پایین درختهای روشن در سطح وسیعی از پرده ظاهر می‌شوند. با گذشت زمان، ذرات بیشتر و بیشتری بر پرده انبارده می‌شوند و درختهای روشن و مجزا گردهم می‌آیند تا نقش شدتی را که دارای تغییرات هموار است (و با نظریه موجی پیشگویی می‌شود) تشکیل دهند.

پیشاپیش هیچ راهی برای پیشگویی اینکه هریک از الکترون‌ها یا فوتون‌ها در کجا بر پرده فرود می‌آیند وجود ندارد. تمام آنچه که مکانیک موجی به ما می‌گوید احتمال برخورد يك ذره به نقطه‌ای واقع بر پرده است. قبل از اینکه ذرات از شکاف عبور کنند، اندازه حرکت آنها، هم از لحاظ بزرگی (امواج تکفام) و هم از لحاظ جهت (در این حالت عمودی و به طرف پایین) با دقت کامل معلوم اند. مکان ذرات در امتداد خطی در جهت X ، که قبل از رسیدن آنها به شکاف کاملاً نامعین است، پس از عبور از شکاف با عدم قطعیتی برابر $\Delta x = w$ ، یعنی برابر با پهنای شکاف، معلوم می‌شود. ولی آنچه نامعلوم می‌ماند این است که هریک از ذرات دقیقاً به کجای پرده خواهند رسید. هر ذره تقریباً شانس سه بر یک دارد تا به جایی واقع در ناحیه مرکزی، که مرزهای آن توسط رابطه (۱۷.۵) مشخص می‌شوند، فرود آید. همان طور که به آسانی در شکل ۱۶.۵ نیز دیده می‌شود، عدم قطعیتی لااقل به بزرگی $p \sin \theta$ در مؤلفه X اندازه حرکت p وجود خواهد داشت. بنابراین می‌توان نوشت

$$\Delta p_x \geq p \sin \theta$$

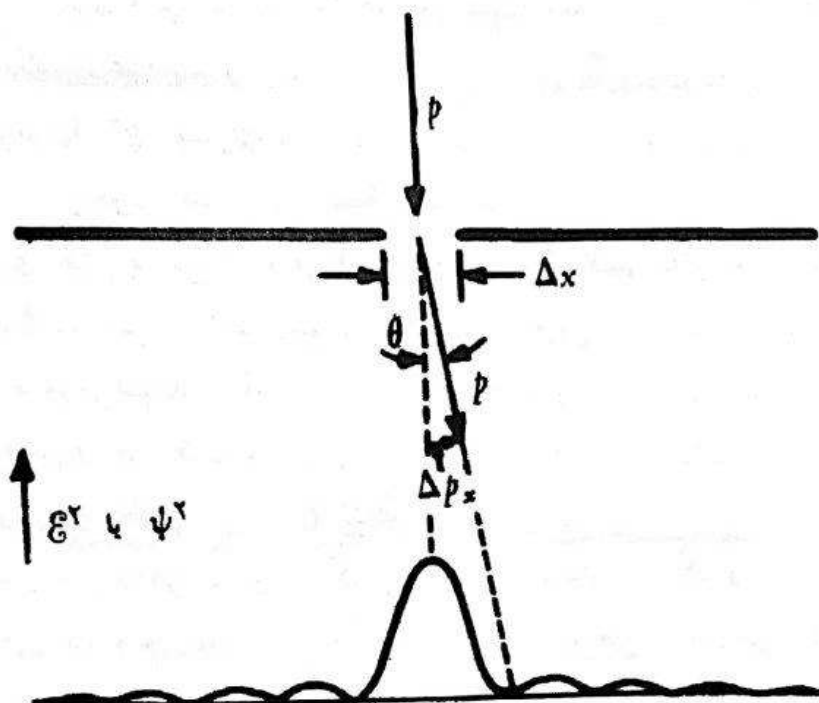
با استفاده از رابطه (۱۷.۵) داریم

$$\Delta p_x \geq \frac{p\lambda}{\Delta x}$$

و چون $p = h/\lambda$ است، لذا به رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ دست خواهیم یافت

$$\Delta p_x \Delta x \geq h$$

اکنون فرض می‌کنیم که Δx در مثال ما خیلی بزرگ باشد؛ یعنی شکاف خیلی پهن باشد. آنگاه عدم قطعیت در مکان افزایش می‌یابد و نمی‌توان با اطمینان گفت که الکترون



شکل ۱۶.۵ تصویری از عدم قطعیت در اندازه حرکت يك ذره که از يك شکاف عبور کرده است.

در کجای امتداد x قرار دارد. ولی متناسب با آن عدم قطعیت در اندازه حرکت کاهش می‌یابد و این را می‌توان با این حقیقت که اثرهای پراش کمتر واضح می‌شوند و اساساً تمامی الکترونها به داخل سایه هندسی فرود می‌آیند نشان داد (شکل ۸.۱) برعکس، همچنانکه پهنای شکاف کاهش می‌یابد و Δx خیلی کوچک می‌شود، نقش پراش در طول پرده پهن می‌شود و اگر بخواهیم قطعیت در مکان الکترون را افزایش دهیم متناظر با آن باید عدم قطعیت بزرگتری در اندازه حرکت الکترون را بپذیریم.

می‌بینیم که وقتی پهنای شکاف خیلی بزرگتر از طول موج است ذرات، برای فرود آمدن به داخل سایه هندسی، بدون انحراف از شکاف عبور می‌کنند. این مطلب با مکانیک کلاسیک، که در آن از جنبه موجی ذرات مادی چشمپوشی می‌شود، توافق دارد. از این رو، بین اپتیک موجی و اپتیک پرتوی و همچنین بین مکانیک موجی و مکانیک کلاسیک تشابه نزدیکی وجود دارد. هرگاه طول موج از ابعاد موانع یا دریچه‌هایی که نور با آنها مواجه می‌شود خیلی کوچکتر باشد، اپتیک پرتوی تقریب خوبی از اپتیک موجی است؛ همین‌طور، هرگاه طول موج يك ذره از ابعاد موانع یا روزنه‌هایی که ذرات مادی با آنها روبه‌رو هستند

خیلی کوچکتر باشد مکانیک کلاسیک تقریب خوبی از مکانیک موجی است. به طور نمادی می توان نوشت

$$\lim_{\lambda/w \rightarrow 0} (\text{اپتیک موجی}) = \text{اپتیک پرتوی}$$

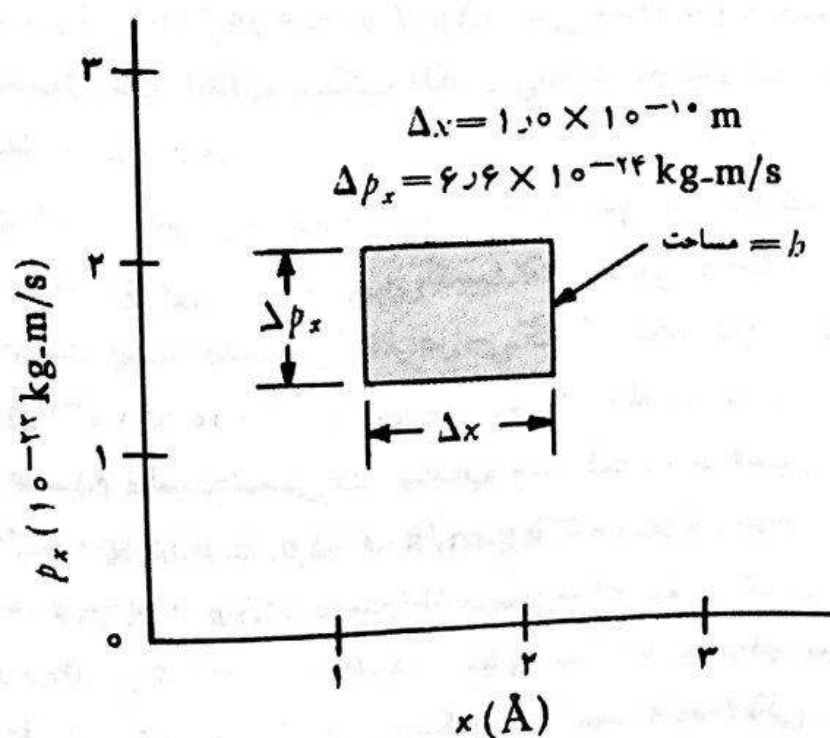
$$\lim_{\lambda/w \rightarrow 0} (\text{مکانیک موجی}) = \text{مکانیک کلاسیک}$$

عدم قطعیت بنیادی در آزمایش پراش را با هیچ ابتکاری نمی توان برطرف کرد. در مکانیک موجی، برخلاف مکانیک کلاسیک، در وضعی نیستیم که بتوانیم آشفتگیهای وارد بر جسم مورد اندازه گیری را به طور نامتناهی کاهش دهیم. این محدودیت، از طبیعت کوانتومی بنیادی الکترونها و فوتونها ناشی می شود و ذاتی جنبه های موجی و ذره ای آنها به شمار می رود.

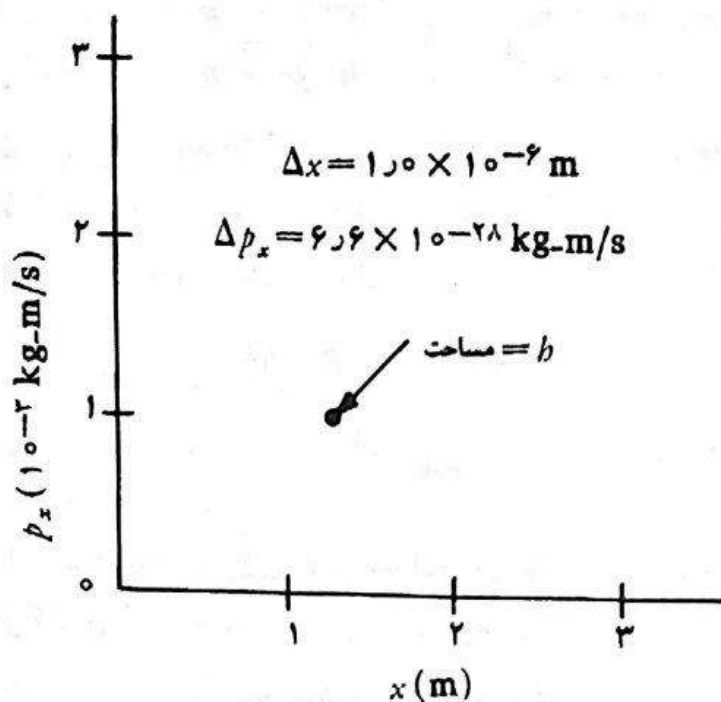
مثال ۱۰۵ برای روشن شدن اصل عدم قطعیت، عدم قطعیت در اندازه حرکت یک الکترون را محاسبه می کنیم؛ انرژی این الکترون ۱۰۰۰۰۰ الکترون ولت است و مکان آن دارای عدم قطعیتی است که از $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ یا اندازه تقریبی آنها بیشتر نیست؛ از رابطه $\Delta p_x \geq h/\Delta x$ نتیجه می شود که $\Delta p_x = 6.6 \times 10^{-24} \text{ kg-m/s}$ است. اینک می خواهیم این عدم قطعیت در اندازه حرکت را با خود اندازه حرکت، $p_x = (2mE_k)^{1/2} = 1.7 \times 10^{-24} \text{ kg-m/s}$ مقایسه کنیم. بنا بر این، عدم قطعیت نسبی در اندازه حرکت برابر با $\Delta p_x/p_x = 6.6/1.7$ یعنی حدود ۴۰ درصد است! به علت اصل عدم قطعیت، محال است اندازه حرکت الکترونی را که در ابعاد اتمی محبوس است، حتی با دقت متوسط، تعیین کرد.

اکنون عدم قطعیت مورد بحث را برای جسمی به جرم 100 g که با سرعت 1000 cm/s حرکت می کند بررسی می کنیم؛ یعنی جسمی با اندازه معمولی که با سرعت معمولی در حرکت است. علاوه بر آن فرض می کنیم که مکان این جسم دارای عدم قطعیتی در حدود 10^{-3} mm است. می خواهیم عدم قطعیت در اندازه حرکت این جسم، و بسویژه عدم قطعیت نسبی در اندازه حرکت را پیدا کنیم. درمی یابیم که $\Delta p_x = 6.6 \times 10^{-28} \text{ kg-m/s}$ و $p_x = 10^{-2} \text{ kg-m/s}$ است؛ بنابراین، $\Delta p_x/p_x = 6.6 \times 10^{-26}$ است؛ عدم قطعیت نسبی در اندازه حرکت این جسم ماکروسکوپیك در این مثال به قدری كوچك است كه در مقابل تمام محدودیتهای تجربی ممكن می توان از آن صرف نظر كرد. تنها در قلمرو ميكروسكوپيك، آنجا كه دوگانگی موجی ذره ای دارای اهمیت است، اصل عدم قطعیت بر قطعیت اندازه گیرها محدودیت بنیادی اعمال می کند. در قلمرو ماکروسكوپيك، در عمل عدم قطعیتها ناچیزند (شكل ۱۰۱).

شکل ۱۷.۵، اندازه حرکت p_x الکترون مثال بالا را نشان می‌دهد که بر حسب مکان x الکترون رسم شده است. اصل عدم قطعیت ایجاب می‌کند که سطح سایه‌دار (حاصل ضرب عدم قطعیتها در اندازه حرکت و مکان) در این شکل برابر بزرگی ثابت پلانک، h ، باشد. چنانچه مکان با دقت زیاد معلوم شود اندازه حرکت با عدم قطعیت زیاد تعیین می‌شود؛ اگر اندازه حرکت با قطعیت زیاد تعیین شود الزاماً باید مکان بسیار نامعین باشد. بنا بر این محال است که مسیر آینده الکترونی را که در حدود ابعاد اتمی مجبوس است به تفصیل پیشگویی و دنبال کرد. قوانین حرکت نیوتون، که در به دست دادن مسیرهای ذرات بزرگ مقیاس کاملاً رضایتبخش‌اند، در اینجا نمی‌توانند به کار بروند؛ برای پیشگویی مسیر آینده هر ذره نه تنها شناختن نیروهای وارد بر آن لازم است بلکه مکان و اندازه حرکت اولیه آن را نیز باید شناخت. چون هم مکان و هم اندازه حرکت را بدون عدم قطعیت و به طور همزمان نمی‌توان شناخت، پیشگویی جزئیات مسیر آینده ذره غیر ممکن است. در عوض، برای یافتن احتمال قرار گرفتن ذره در هر لحظه در آینده باید از مکانیک موجی استفاده کرد. مجدداً جسمی به جرم 1000 g را که با سرعت 1000 cm/s در حرکت است در نظر می‌گیریم. شکل ۱۸.۵ اندازه حرکت و مکان آن را نشان می‌دهد. سطح h ، که نمایشگر حاصل ضرب عدم قطعیت اندازه حرکت در عدم قطعیت مکان است، در این وضعیتهای



شکل ۱۷.۵ عدم قطعیت در اندازه گیریهای همزمان مکان و اندازه حرکت يك الکترون.



شکل ۱۸.۵ عدم قطعیت در اندازه‌گیری‌های همزمان مکان و اندازه حرکت جسمی به جرم 10^{-28} g. (در این مقیاس عدم قطعیت در سطح h به اندازه 10^{-26} برابر بزرگ شده است.)

ماکروسکوپیکی به قدری کوچک است که به صورت نقطه‌ای بی نهایت کوچک در شکل ظاهر می‌شود. در این حالت، بدون تحمل عدم قطعیت محسوس، می‌توان از قوانین مکانیک کلاسیک استفاده کرد.

این مثال دیگری از اصل همخوانی است که در روابط بین فیزیک کلاسیک و فیزیک کوانتومی به کار می‌رود. اثرهای کوانتومی ناشی از اندازه متناهی ثابت پلانک اند. چون ثابت پلانک خیلی کوچک است (ولی نه صفر) اثرهای کوانتومی نیز ظریف اند. یادآور می‌شویم که چون سرعت نور خیلی زیاد است (ولی نه بی نهایت) اثرهای نسبی نیز ظریف اند. اگر ثابت پلانک به نحوی صفر می‌شد اثرهای کوانتومی نیز ناپدید می‌شدند. از این رو، وقتی h به سمت صفر میل کند، فیزیک کلاسیک حد متناظر فیزیک کوانتومی است. به طور نمادی می‌توان نوشت

$$\lim_{h \rightarrow 0} (\text{فیزیک کوانتومی}) = \text{فیزیک کلاسیک}$$

۸.۵ بسته‌های موج و سرعت موج دو بروی

سرعت یک موج با بسامد $\nu = E/h$ و طول موج $\lambda = h/p$ به صورت زیر بیان می‌شود

$$v_{ph} = v\lambda = \frac{E}{h} \frac{h}{p} = \frac{E}{p} \quad (18.5)$$

که در آن شاخص پایین نشاندهنده آن است که این سرعت، سرعت فاز است. سرعت فاز آهنگی است که با آن نقطه‌ای با فاز ثابت فضا را طی می‌کند. با استفاده از بسامد زاویه‌ای $\omega = 2\pi\nu$ و عدد موج $k = 2\pi/\lambda$ ، می‌توان نوشت

$$E = \hbar\omega \quad p = \hbar k$$

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k} \quad (19.5)$$

که در آن $\hbar = h/2\pi$ است. انرژی E و اندازه حرکت p ذره‌ای با جرم نسبیتی m که با سرعت v حرکت می‌کند به صورت زیر بیان می‌شود

$$E = mc^2 \quad p = mv \quad (20.5)$$

منظور از انتساب سرعت v به يك ذره این است که انرژی و اندازه حرکت آن تا حدی جایگزیده‌اند و با این سرعت منتقل می‌شوند. با جایگزین کردن رابطه (20.5) در رابطه (18.5) می‌توان سرعت v را با سرعت فاز v_{ph} ، مقایسه کرد

$$v_{ph} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v} \quad (21.5)$$

فرض می‌کنیم این ذره يك فوتون که جرم سکون آن صفر است باشد. در این صورت سرعت آن $v = c$ است، و از رابطه (21.5) داریم

$$m_0 = 0 \quad \text{برای} \quad v_{ph} = c$$

يك فوتون با همان سرعت c موج الکترومغناطیس وابسته حرکت می‌کند. در این حالت فرض می‌کنیم که جرم سکون ذره متناهی باشد؛ در آن صورت باید سرعت v آن همواره از c کمتر باشد. با جایگزینی رابطه $v < c$ در رابطه (21.5) داریم

$$m_0 > 0 \quad \text{برای} \quad v_{ph} > c$$

این سرعت فاز موج وابسته به ذره از سرعت نور بیشتر است. در نتیجه، موج تکفامی که به يك ذره مادی نسبت داده می‌شود غیر قابل مشاهده است (وضعی که از دیدگاه مکانیک موجی ایجاد مزاحمت نمی‌کند)؛ زیرا مشاهدات، مربوط به احتمال یافتن يك ذره‌اند نه مربوط به سرعتی که فاز با آن پیش می‌رود.

البته، اگر بخواهیم جسمی را که انرژی و اندازه حرکت حمل می‌کند ذره‌پنداریم (یعنی انرژی و اندازه حرکت آن در ناحیه کوچکی از فضا محبوس باشد) در آن صورت، همان‌طور که در شکل ۱۴.۵ نشان داده شده است، باید دامنه تابع موج وابسته به این جسم در ناحیه نسبتاً کوچکی از فضا متمرکز شود. این شکل، موجی را با يك تك بسامد نمایش نمی‌دهد، زیرا چنین موجی مطلقاً سینوسی است و گسترش نامتناهی دارد؛ شکل مذکور بسته موجی را نشان می‌دهد که ترکیبی از امواج با بسامدهای مختلف است. امواج مؤلفه در مکان ذره، یعنی در ناحیه‌ای که تابع موج منتهی بزرگ است، به‌طور سازنده تداخل می‌کنند، و همان‌طور که در شکل ۱۴.۱ می‌بینیم، در دیگر نواحی تداخل آنها ویرانگر است. چون مکان ذره جایی است که در آن تابع موج احتمال بزرگ‌اند، سرعت v ، که ذره با آن حرکت می‌کند همان سرعتی است که ناحیه تداخل سازنده نیز با آن در فضا به‌پیش می‌رود.

اکنون چند نتیجه عمومی مربوط به سرعت‌های فاز و گروه را که در بخش ۸.۱ ارائه شدند یادآوری می‌کنیم. وقتی يك گروه (یا بسته) از امواج سینوسی مجزا را که بسامد و سرعت فاز آنها متفاوت است با هم ترکیب کنیم تا ناحیه‌ای با تداخل سازنده شدید تولید شود، سرعت گروه v_{gr} ، یعنی آن سرعتی که ناحیه فوق با آن به‌پیش می‌رود، با رابطه زیر به بسامد زاویه‌ای ω و عدد موج k امواج مؤلفه‌ای مربوط می‌شود

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} \quad (۳۲.۱) \text{ و } (۲۲.۵)$$

همان‌طور که از استدلال‌های فوق برمی‌آید، سرعت گروه v_{gr} امواج در بسته موج، باید با سرعت ذره، یعنی v ، برابر باشد. می‌خواهیم این مطلب را به اثبات برسانیم. چون $\omega = E/\hbar$ و $k = p/\hbar$ است پس می‌توان رابطه (۲۲.۵) را به صورت زیر

نوشت

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} \quad (۲۳.۵)$$

انرژی کل ذره توسط رابطه زیر به اندازه حرکت نسیتی آن مربوط می‌شود

$$E = \sqrt{E_0^2 + (pc)^2} \quad (۱۴.۳)$$

با مشتق‌گیری از طرفین این رابطه، داریم

$$\frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{\sqrt{E_0^2 + (pc)^2}} = \frac{pc^2}{E} = \frac{mvc^2}{mc^2}$$

بنابراین رابطه (۲۳.۵) به صورت زیر درمی آید

$$v_{gr} = v \quad (24.5)$$

سرعت ذره درست برابر سرعت گروه بسته موج ذره است.

۹.۵ توصیف کوانتومی يك ذره محبوس

ذره‌ای که تحت تأثیر هیچ اثر خارجی نباشد، طبق قانون اول نیوتون، با اندازه حرکت ثابت در امتداد يك خط مستقیم حرکت می کند. به زبان مکانیک موجی، چنین ذره‌ای، که دارای اندازه حرکت ثابت و مشخصی است، باید به وسیله موج سینوسی تکفامی که دارای طول موج مشخصی است نمایش داده شود. هر گاه بخواهیم که این طول موج به طور دقیق تعریف شود، موج باید دارای گسترش نامتناهی در فضا باشد. بر طبق اصل عدم قطعیت، وقتی طول موج ذره (و بنابراین، اندازه حرکت آن) دقیقاً مشخص شود مکان آن کاملاً نامعلوم و نامعین است.

در شکل ۲.۴ ج نمونه‌ای از بررسی کلاسیکی امواجی که دارای طول موجهای کاملاً معین بودند و در عین حال در ناحیه محدودی از فضا محبوس بودند، ملاحظه کردیم: امواج ایستاده تشدید در طول تار که دو انتهای آن ثابت بود. موج در طول تار مکرراً از مرزها (دو انتهای ثابت تار) باز می تابد، و با خود تداخل سازنده می کند. تنها وقتی طول تار مضرب درستی از نصف طول موج باشد، تشدید حاصل می شود؛ بنابراین نقش موج ایستاده بین مرزها می گنجد.

يك مسئله مکانیک موجی مقدماتی را که مانسته مسئله امواج ایستاده حاصل از ارتعاش تار است در نظر می گیریم. فرض می کنیم که موج وابسته به ذره، به همان طریقی که موج عرضی در طول تار محبوس بود، محبوس باشد. فرض کنید که این ذره آزادانه در امتداد محور x پس و پیش می رود ولی در $x=0$ و در $x=L$ با دیوارهای بینهایت سختی مواجه می شود؛ در نتیجه، ذره بین این دو مرز محبوس می ماند. این دیوارها برای تمام مقادیر x کوچکتر از صفر و بزرگتر از L با انرژی پتانسیل نامتناهی V مطابقت دارند. چون ذره بین صفر و L آزاد است انرژی پتانسیل آن V در این ناحیه ثابت است. آنچه توصیف شد، وضع يك ذره در يك جعبه يك بعدی یا در يك چاه پتانسیل با عمق نامتناهی است. چون دیوارها بینهایت سخت اند، ذره هیچ کسری از انرژی جنبشی خود را به آنها انتقال نمی دهد؛ بنابراین انرژی کل آن ثابت می ماند و جهش به عقب و جلو را بین دیوارهای سخت ادامه می دهد.

از دیدگاه مکانیک موجی می‌توان گفت که اگر ذره بین حدود مذکور محبوس شود، برای سهولت انرژی، پتانسیل آن بین صفر و L ، صفر اختیار شود، در آن صورت احتمال یافتن آن در خارج از این حدود صفر است. بنابراین، تابع موج ψ ، که مجذور آن مبین این احتمال است، باید برای $x \leq 0$ و $x \geq L$ صفر باشد.

می‌توانیم شرایط مسئله مورد بحث را از لحاظ ریاضی به صورت زیر خلاصه کنیم

$$V = \infty \quad \text{برای} \quad x > L, x < 0$$

$$V = 0 \quad \text{برای} \quad 0 < x < L$$

$$\psi = 0 \quad \text{برای} \quad x \geq L, x \leq 0$$

تنها آن توابع موجی که شرایط بالا را برآورده کنند مجازند. چون ذره آزاد است و بزرگی اندازه حرکت آن در سرتاسر ناحیه بین دیوارها ثابت است، در نتیجه با یک موج سینوسی نمایش داده می‌شود. برای اینکه این شرایط در مرزها برقرار شوند، تنها آن طول موجهایی مجازند که تعداد آنها در فاصله بین $x = 0$ و $x = L$ مضرب درستی از طول موج باشد. در این صورت شرط وجود امواج ساکن یا امواج ایستاده چنین است

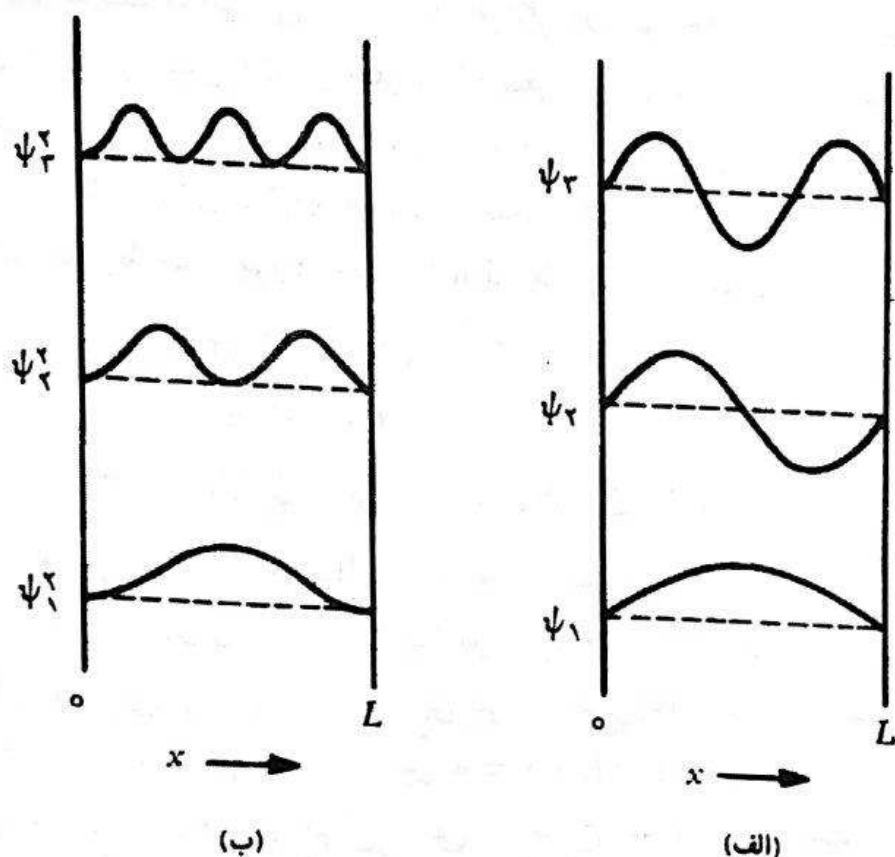
$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad (25.5)$$

که در آن λ طول موج و n عدد کوانتومی با مقادیر ممکن $n = 1, 2, 3, \dots$ است. شکل ۱۹.۵ تابع موج ψ و احتمال ψ^2 را بر حسب x برای اولین سه حالت مانای ممکن ذره محبوس در جعبه نشان می‌دهد. توجه کنید، در حالی که ψ هم می‌تواند منفی و هم می‌تواند مثبت باشد، ψ^2 همواره مثبت است.

توزیع احتمال چنان است که ψ^2 همواره در مرزها صفر است. برای اولین حالت ($n=1$) محتملترین مکان ذره نقطه وسط بین دیوارها، یعنی $x = L/2$ است؛ ولی، برای حالت دوم ($n=2$) این نقطه، با کمترین احتمال مکان ذره است؛ در واقع در این نقطه، $\psi^2 = 0$ است؛ و این بدان معنی است که قرار گرفتن ذره در آنجا غیر ممکن است!

اعمال شرایط مرزی بر ψ ، یعنی تطبیق امواج بین دیوارها، طول موج ذره را به مقادیری که با رابطه (۲۵.۵) بیان می‌شوند محدود می‌کند. در این صورت، چنانچه فقط طول موجهای معینی مجاز باشند، بزرگی اندازه حرکت نیز به مقدار معینی محدود خواهد شد، زیرا $p = h/\lambda$ است. بنابراین، اندازه حرکتهای مجاز به صورت زیر بیان می‌شوند

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{hn}{2L} \quad (26.5)$$



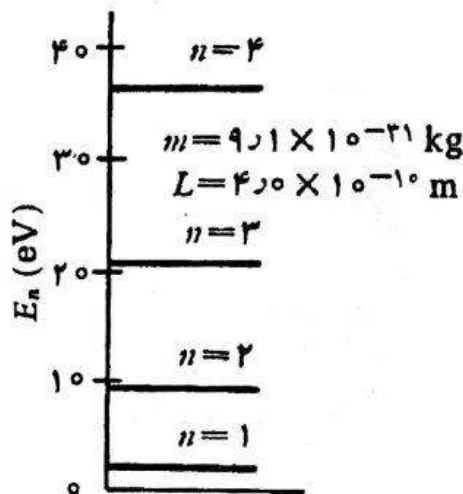
شکل ۱۹.۵ اولین سه حالت مانای ذره‌ای واقع در یک جعبه یک بعدی: (الف) توابع موج و (ب) توزیع احتمال.

سرانجام، انرژی جنبشی E_k (و بنابراین، انرژی کل E ذره، زیرا انرژی پتانسیل آن صفر است) به صورت زیر بیان می‌شود

$$E_k = E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{(hn/2L)^2}{2m}$$

$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8mL^2} \quad (27.5)$$

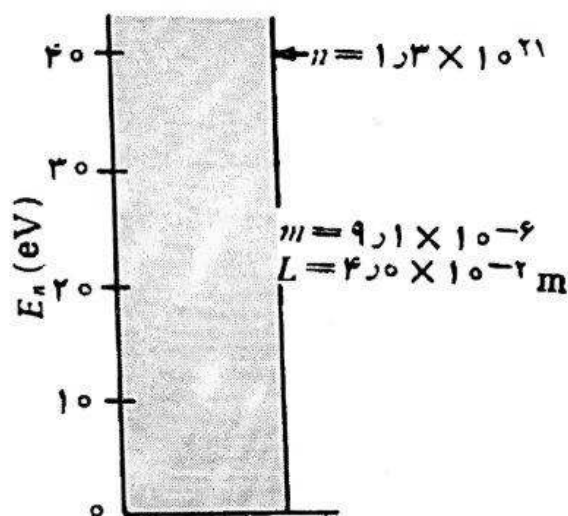
که در آن m جرم ذره است (این معادله تنها برای سرعت‌های غیرنسبیتی صادق است). شاخص پایین n حاکی از آن است که مقادیر ممکن انرژی، برای مقادیر ثابت m و L ، تنها به عدد کوانتومی n بستگی دارند. از روی این معادله مشاهده می‌کنیم که انرژی ذره واقع در جعبه یک بعدی کوانتیده است. ذره نمی‌تواند هر انرژی و یا هر سرعتی را بپذیرد؛ ولی فقط آن انرژی‌ها و سرعت‌های بخصوصی را می‌پذیرد که شرایط مرزی بر تابع موج اعمال می‌کنند. کوانتش انرژی مانسته کوانتومی شدن کلاسیک بسامدهای امواج تار است که دو انتهای آن ثابت است.



شکل ۲۰.۵ انرژیهای مجاز الکترون محبوس در جعبه‌ای یک‌بعدی با ابعاد اتمی.

می‌خواهیم مقادیر ممکن انرژی الکترونی به جرم $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ را محاسبه کنیم. این الکترون مقید است که در فاصله $L = 4 \text{ \AA}$ یا $4 \times 10^{-10} \text{ m}$ پس و پیش رود. درج این مقادیر در رابطه (۲۷.۵) انرژی حالت اول ($n=1$) را به دست می‌دهد که برابر $E_1 = 2.3 \text{ eV}$ است. چون $E_n = n^2 (h^2 / 8mL^2) = n^2 E_1$ است، دیگر انرژیهای ممکن ذره عبارت‌اند از $E_1, 4E_1, 9E_1, 16E_1, \dots$. انرژیهای مجاز الکترون واقع در جعبه‌ای به ضلع $4 \text{ \AA}$ در شکل ۲۰.۵، که نمودار تراز انرژی نامیده می‌شود، نشان داده شده‌اند. اشاره به این نکته جالب است که وقتی الکترونی در فاصله‌ای تقریباً برابر با قطر یک اتم محبوس است، انرژیهای ممکن آن در گستره چند الکترون‌ولت قرار دارند که با انرژی بستگی الکترونهاي واقع در اتم قابل مقایسه است.

اکنون انرژیهای مجاز جسم نسبتاً بزرگی را در نظر می‌گیریم که درجبه‌ای نسبتاً بزرگ محبوس است؛ فرض می‌کنیم که $m = 9.1 \text{ mg} = 9.1 \times 10^{-6} \text{ kg}$ و $L = 4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$ باشد. معادله (۲۷.۵) نشان می‌دهد که به ازای این مقادیر، $E_1 = 2.3 \times 10^{-31} \text{ eV}$ است، که مقدار فوق‌العاده کوچکی است! شکل ۲۱.۵ نمودار تراز انرژی را برای این شرایط نشان می‌دهد؛ در این شکل انرژی با همان مقیاس شکل ۲۰.۵ رسم شده است. فاصله بین انرژیهای مجاور، در یک نمودار با این شرایط ماکروسکوپیکی، به قدری کوچک است که انرژی عملاً پیوسته است. به همین دلیل است



شکل ۲۱.۵ انرژیهای مجاز ذره‌ای به جرم 9.1 mg که در جعبه‌ای یک بعدی به ضلع 4 cm محبوس شده است.

که هرگز تظاهر آشکار کوانتش انرژی یک ذره ماکروسکوپیکی را مشاهده نمی‌کنیم؛ انرژی اینگونه ذرات کوانتومی است اما برای مشاهده خیلی ریز است. البته، این نتیجه با اصل همخوانی سازگار است؛ این اصل ایجاب می‌کند که انرژیهای گسسته یک دستگاه مقید، در پدیده‌های بزرگ مقیاس، پیوسته به نظر برسند.

توجه کنید که پایینترین تراز انرژی ممکن یک ذره در جعبه‌ای با عمق نامتناهی صفر نیست بلکه برابر E_1 است. این مطلب با اصل عدم قطعیت سازگاری دارد. چنانچه انرژی این ذره صفر بود، یعنی ذره جایی در داخل جعبه ($\Delta x = L$) ساکن بود، هم اندازه حرکت p و هم عدم قطعیت در اندازه حرکت Δp_x صفر می‌شدند. در این صورت اصل عدم قطعیت نقض می‌شد، زیرا حاصلضرب $\Delta p_x \Delta x$ ، به جای h ، برابر $0 = L(0)$ می‌شد. برای $x = L$ ، عدم قطعیت در اندازه حرکت با $\Delta p_x = h/\Delta x = h/L$ بیان می‌شود. در نتیجه اندازه حرکت ذره، p_x ، در یک جهت باید لااقل به بزرگی عدم قطعیت Δp_x باشد. به علاوه نمی‌توان دانست که ذره به طرف چپ یا به طرف راست می‌رود؛ بنابراین، روی هم رفته، می‌توان نوشت که $\Delta p_x = 2p_x$ است. تحت این شرایط، انرژی ذره $E = p_x^2/2m = (\Delta p_x/2)^2/2m$ است، با $\Delta p_x = h/L$ داریم $E = h^2/8mL^2$ که دقیقاً همان انرژی حالت مجاز اول است که توسط رابطه (۲۷.۵) بیان شد. برای الکترونی که در ابعاد اتمی محبوس است، انرژی در پایینترین حالت با

حالت پایه، چند الکترون ولت است. این الکترون هرگز ساکن نیست ولی با پایینترین انرژی ممکن یا به اصطلاح با انرژی نقطه صفر، بین دیوارهای محبوس کننده پس و پیش می رود. البته، این مطلب در مورد هر ذره محبوسی صادق است. می خواهیم کمینه سرعت ذره ای به جرم 9.1 mg را که در فاصله 4 cm محبوس شده است محاسبه کنیم. چون $E_1 = 2.3 \times 10^{-4} \text{ eV} = (1/2)mv^2$ است، درمی یابیم که $v = 9.0 \times 10^{-28} \text{ m/s}$ ، یا فقط $10^{-2} \text{ \AA}$ در هر هزار سال است. این ذره عملاً ساکن است.

مسئله مربوط به ذره واقع در جعبه، تا حدودی تصنعی است؛ زیرا چیزی به عنوان انرژی پتانسیل به طور نامتناهی بزرگ وجود ندارد و هنگامی که ذره در داخل جعبه است نمی تواند از تمام تأثیرهای خارجی کاملاً برکنار باشد. با وجود این، مسئله مهمی است، زیرا کوانتش انرژی را آشکار می کند. چون تنها مقادیر گسسته و معینی از طول موج می توانند بین مرزها قرار گیرند، کوانتش انرژی اساساً رخ می دهد.

۱۰.۵ معادله شرودینگر

مطلب را با معادله عمومی موج آغاز می کنیم و به معادله مستقل از زمان شرودینگر می رسم که جواب آن، توابع موج مجاز و انرژیهای کوانتیده دستگاههای مقید را به دست می دهد.

هر موجی که در جهت x انتشار می یابد از معادله عمومی موج پیروی می کند:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{1}{w^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \quad (28.5)$$

که در آن F تابع موجی است که هم به مختصه x و هم به زمان t بستگی دارد و w سرعت موج است. هنگامی که امواج عرضی در امتداد یک تار کشیده منتشر می شوند تابع F نمایشگر تغییر مکان عرضی تار از حالت تعادل است و w سرعت موج در امتداد تار است؛ وقتی امواج الکترومغناطیسی در خلا انتشار می یابند F میدان الکتریکی یا مغناطیسی و w سرعت نور است؛ هنگامی که امواج صوتی در یک گاز انتشار می یابند، F اختلاف فشار و w سرعت صوت است. در رفتار مکانیک موجی ذرات، تابع موج کمیتی است که مجذور آن احتمال قرار گرفتن ذره را در هر نقطه ای از فضا به دست می دهد؛ اکنون در خواهیم یافت که بهتر است این کمیت را ψ بنامیم.

فقط دستگاههایی را بررسی می کنیم که انرژی کل آنها E ثابت است و ذرات مربوط به آنها در امتداد محور x حرکت می کنند و مقیدند. در این صورت بسامد $\nu = E/h$

وابسته به این ذرات مقید نیز ثابت است و می‌توان تابع موج $\Psi(x, t)$ را به عبارت وابسته به فضای $\psi(x)$ و عبارت وابسته به زمان $f(t)$ تفکیک کرد

$$\Psi(x, t) = \psi(x)f(t)$$

چون فرض بر آن است که بسامد به طور دقیق مشخص می‌شود عبارت وابسته به زمان $f(t)$ باید به طور سینوسی با زمان تغییر کند و می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$f(t) = \cos 2\pi\nu t$$

مشتق‌های جزئی دوم رابطه (۲۸.۵) عبارت‌اند از

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = f(t) \frac{d^2 \psi}{dx^2}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \psi(x) \frac{d^2 f}{dt^2} = -4\pi^2\nu^2 f(t)\psi(x)$$

درج این نتایج در رابطه (۲۸.۵) چنین به دست می‌دهد

$$f(t) \frac{d^2 \psi}{dx^2} = -\frac{4\pi^2\nu^2}{w^2} f(t)\psi(x)$$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \psi = -\left(\frac{p}{\hbar}\right)^2 \psi \quad (29.5)$$

که در آن طول موج برابر $\lambda = w/\nu$ و اندازه حرکت ذره برابر $p = h/\lambda$ است. فرض می‌کنیم که ذره به جرم m ، از طریق تابع انرژی پتانسیل $V = V(x)$ ، با محیط اطراف خود (به جرم بینهایت) برهم کنش کند. در این صورت انرژی کل E دستگاه به صورت

$$E = E_k + V = \frac{p^2}{2m} + V$$

درمی‌آید که در آن E_k انرژی جنبشی ذره است. لذا داریم

$$p^2 = 2m(E - V)$$

و رابطه (۲۹.۵) به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + (E - V)\psi = 0 \quad (30.5)$$

این معادله، معادله یک بعدی مستقل از زمان و غیرنسبیتی شرودینگر است.* برای اینکه معادله شرودینگر در سه بعد قابل استفاده باشد باید در معادله بالا به جای $d^2\psi/dx^2$ عبارت $\partial^2\psi/\partial x^2 + \partial^2\psi/\partial y^2 + \partial^2\psi/\partial z^2$ را جایگزین کرد.

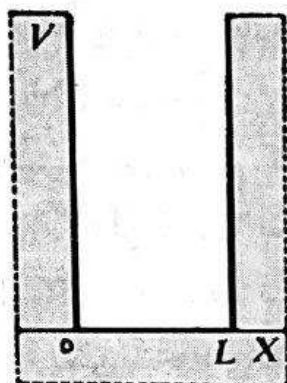
در استخراج معادله شرودینگر فرض کردیم که «ذره» به صورت یک موج انتشار می یابد (معادله موج را به کار بردیم) ولی ذره با محیط اطراف خود، به عنوان یک ذره، برهم کنش می کند (انرژی پتانسیل V به صورت تابعی از نقاط در فضا بیان می شود). در نتیجه اصل مکملی در معادله شرودینگر گنجانده شده است.

چنانچه نیروی وارد بر یک ذره مقید را بدانیم (یعنی، اگر انرژی پتانسیل به صورت تابعی، $V(x)$ ، از مکان ذره در دست باشد) می توانیم توابع موج مجاز و انرژیهای مجاز دستگاه را پیدا کنیم. جواب قابل قبول $\psi(x)$ باید متناهی، پیوسته و تک مقدار باشد؛ بخصوص، باید با شرایط مرزی که توسط مشخصه انرژی پتانسیل V اعمال می شود سازگار باشد. در واقع، اعمال شرایط مرزی بر تابع موج است که منجر به کوانتس انرژی یک دستگاه مقید می شود. به بیان غیرتحلیلی: باید ذره را به منزله موجی تلقی کرد که درون مرزهای یک دستگاه مقید به عقب و جلو باز می تابد و امواج ایستاده تشکیل می دهد؛ تطبیق امواج مانا با شرایط مرزی است که منجر به مقادیر کوانتیده انرژیهای مجاز یک دستگاه می شود. هرگاه انرژی پتانسیل وابسته به مکان باشد، ولی انرژی کل دستگاه، E ، ثابت باشد در آن صورت انرژی جنبشی ذره، اندازه حرکت و طول موج همگی باید به مکان بستگی داشته باشند. برای مثال طول موج با رابطه زیر بیان می شود

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m(E-V)}} \quad (31.5)$$

ذره واقع در یک چاه پتانسیل یک بعدی با ارتفاع نامتناهی. ساده ترین مسئله ای را که می توان به کمک معادله شرودینگر حل کرد مسئله یک ذره محبوس در جبهه یک بعدی با پهنای L است؛ یعنی، همان طور که در شکل ۲۲.۵ نشان داده شده است، فرض می شود که ذره در یک چاه پتانسیل با عمق نامتناهی قرار دارد. انرژی پتانسیل $V(x)$ درون جبهه ثابت

* گرچه شکل صحیح معادله مستقل از زمان شرودینگر [معادله (۳۰.۵)] را می توان از معادله عمومی موج [معادله (۲۸.۵)] به دست آورد، اما معادله عمومی موج برای محاسبه توابع موج احتمال مناسب نیست. زیرا معادله صحیح تابع موج وابسته به زمان شرودینگر تنها دارای مشتق اول نسبت به زمان است نه مشتق دوم. به علاوه، تابع موج کل $\Psi(x, t)$ عموماً باید مختلط باشد؛ در نتیجه احتمال یافتن یک ذره به صورت $\Psi^*\Psi$ بیان می شود که در آن Ψ^* مزدوج مختلط Ψ است.



شکل ۲۲.۵ انرژی پتانسیل یک جابه عمق نامتناهی و پهنای L .

است (و برای سهولت آن را صفر اختیار می‌کنیم) و در مرزهای $x=0$ و $x=L$ ، V به بینهایت افزایش می‌یابد. پس، معادله شرودینگر (۳۰.۵) با $V=0$ ، برای فاصله $0 < x < L$ به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + E\psi = 0$$

یا

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -B^2\psi \quad (۳۲.۵)$$

که در آن

$$B^2 \equiv \frac{2mE}{\hbar^2}$$

چون دیوارها به طور نامتناهی بلندند نمی‌توان ذره را در خارج از جعبه یافت. این می‌رساند که برای تمام نقاط واقع بر مرزهای جعبه و آن سوی آن باید $\psi(x)$ صفر باشد. از این رو باید جوابهای مجاز با شرایط مرزی، یعنی با $\psi(0) = 0$ و $\psi(L) = 0$ سازگار باشند. یک جواب مناسب به صورت زیر است

$$\psi(x) = A \sin Bx$$

که می‌توان آن را با جایگزینی در رابطه (۳۲.۵) تحقیق کرد. شرط مرزی اول، $\psi(0) = 0$ برای تابع سینوسی برآورده می‌شود (این شرط برای تابع کسینوسی برآورده نخواهد شد. در نتیجه کسینوس را کنار می‌گذاریم). تنها اگر $BL = n\pi$ باشد، که در آن

n عدد درستی است، شرط مرزی دوم برآورده می‌شود (زیرا $\sin n\pi \equiv 0$ است). پس با جایگزینی مقدار B داریم

$$n\pi = BL = \sqrt{2mE} \frac{L}{\hbar} \quad (۲۳.۵)$$

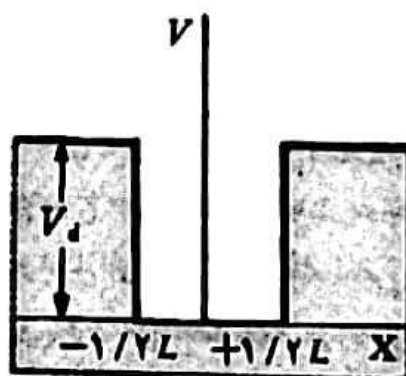
بنابراین، انرژیها و توابع موج يك ذره آزاد و محبوس در جبهه‌ای که دیوارهای آن به‌طور نامتناهی بلندند به‌صورت زیر است

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad \text{انرژیها:} \quad (۲۷.۵)$$

$$\psi_n(x) = A_n \sin \frac{n\pi x}{L} \quad \text{توابع موج:}$$

این نتایج با نتایج حاصل از بخش ۹.۵ سازگارند. توابع موج سینوسی و انرژیهای کوانتیده، که با مجذور عدد کوانتومی تغییر می‌کنند، در شکلهای ۱۹.۵ الف و ۲۰.۵ نشان داده شده‌اند.

ذره در يك چاه پتانسیل يك بعدی با ارتفاع متناهی. در این حالت فرض می‌کنیم که ارتفاع دیوارهای جبهه يك بعدی نامتناهی نباشند بلکه، همان‌طور که در شکل ۲۳.۵ نشان داده شده است، دارای ارتفاع متناهی V_0 باشند. این بار نیز انتهای چاه را به عنوان صفر انرژی پتانسیل برمی‌گزینیم. در این حالت صفر x را در مرکز چاه اختیار می‌کنیم. می‌دانیم که در فیزیک کلاسیک اگر انرژی جنبشی ذره از قدر مطلق V_0 کمتر باشد باید ذره در داخل چاه مربعی باقی بماند؛ یعنی، چنانچه ذره با انرژی کل E کمتر از V_0 مقید باشد نمی‌تواند در هر جایی یافت شود بلکه فقط در ناحیه $-L/2 < x < L/2$ ، یافت



شکل ۲۳.۵ انرژی پتانسیل يك چاه با عمق متناهی V_0 و پهنای L .

می‌شود. این شرط در مکانیک موجی از قید و بند کمتری برخوردار است: در اینجا می‌توان ذره را خارج از حدودی که به وسیله فیزیک کلاسیک مشخص می‌شود پیدا کرد. آنچه ظاهراً نقض بقای انرژی به نظر می‌رسد از طرف رابطه عدم قطعیت مجاز شمرده می‌شود. از این رو ممکن است که تابع موج در خارج از چاه، یعنی در $x < -L/2$ و $x > L/2$ ، واقعاً صفر نباشد. داخل چاه، یعنی جایی که انرژی پتانسیل ثابت است توابع موج، همانند گذشته سینوسی‌اند، ولی در این حالت در مرزها، یعنی در $x = -L/2$ و $x = +L/2$ الزاماً صفر نیستند. برای $x < -L/2$ و $x > L/2$ می‌توان معادله شرودینگر [رابطه (۳۰.۵)] را به صورت زیر نوشت

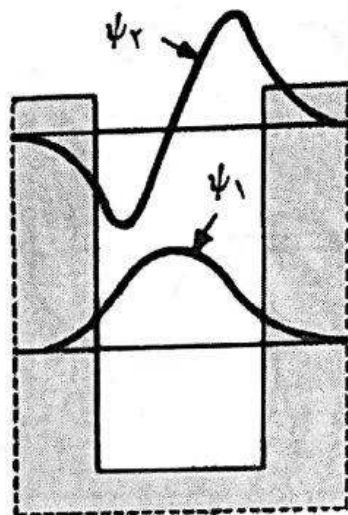
$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m(V_d - E)}{\hbar^2} \psi$$

انرژی پتانسیل یک ذره مقید از انرژی کل E بیشتر است، به طوری که $V_d - E$ ، که در طرف راست معادله بالا ظاهر می‌شود، مثبت است. اگر از $C^2 \equiv 2m(V_d - E)/\hbar^2$ استفاده کنیم، معادله بالا چنین می‌شود

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = C^2 \psi$$

که در آن برای نواحی خارج از چاه پتانسیل C^2 کمیت مثبتی است. جوابهای ممکن این معادله عبارت‌اند از $\psi = A_+ e^{+Cx}$ و $\psi = A_- e^{-Cx}$ ، که می‌توان آنها را با قراردادن در معادله بالا تحقیق کرد. ابتدا ناحیه خارجی طرف راست، جایی که $x > L/2$ است را بررسی می‌کنیم. چنانچه x مثبت باشد، جواب $\psi = A_+ e^{+Cx}$ را به دلایل زیر کنار می‌گذاریم: با وجود اینکه یک تابع موج قابل قبول ممکن است در آن سوی دیوارهای جعبه یک بعدی غیر صفر باشد، ولی نمی‌تواند نامتناهی باشد و اگر $\psi = A_+ e^{+Cx}$ یک جواب بود، در فاصله‌های نامتناهی از جعبه و در جهت مثبت محور x نامتناهی می‌شد، و این می‌رساند که در بزرگترین فاصله از جعبه احتمال یافتن ذره نامتناهی است. واضح است که این نتیجه قابل دفاع نیست و لذا جواب $\psi = A_- e^{-Cx}$ باقی می‌ماند، که بدان معنی است که این تابع موج در جهت دور شدن از جعبه و در جهت مثبت محور x ، به طور نمایی فرو می‌افتد و در فواصل بینهایت بزرگ صفر می‌شود. همچنین تابع موج در امتداد منفی محور x به طور نمایی فرو می‌افتد: چون x به طرف چپ جعبه منفی است شکل مناسب ψ در آنجا عبارت است از $A_+ e^{+Cx}$.

به طور خلاصه، در داخل جعبه تابع موج سینوسی است و در خارج آن به طور نمایی فرو می‌افتد. در هر حال، توابع موج داخل و خارج باید به طور هموار در نقاط



شکل ۲۴.۵ توابع موج برای دو حالت اول ذره‌ای که در یک چاه انرژی پتانسیل با عمق متناهی قرار دارد.

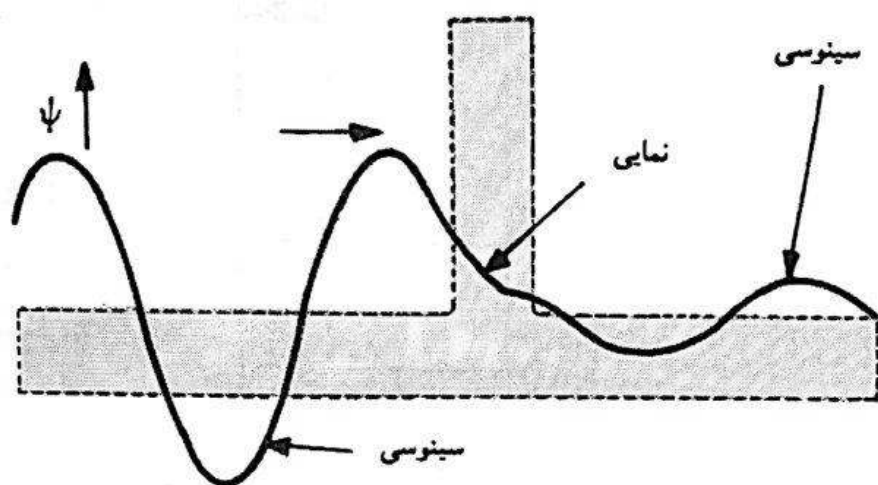
$x = -L/2$ و $x = +L/2$ به یکدیگر پیوندند. در هر دوی این نقاط داریم

$$\psi_{in} = \psi_{out}$$

$$\frac{d\psi_{in}}{dx} = \frac{d\psi_{out}}{dx}$$

توابع موج کامل اولین دو حالت مجاز، در شکل ۲۴.۵ نشان داده شده‌اند. در این دو حالت انرژی‌ها از انرژی‌های مربوط به حالتی که در آن دیوارهای جعبه به‌طور نامتناهی بلندند کمتر است. این امر نتیجهٔ بزرگتر بودن طول موج (و بنابراین کمتر بودن اندازه حرکت و کمتر بودن انرژی‌های جنبشی و کل) است و این به نوبهٔ خود ناشی از این حقیقت است که توابع موج در دیوارهای جعبه به صفر افت نمی‌کنند.

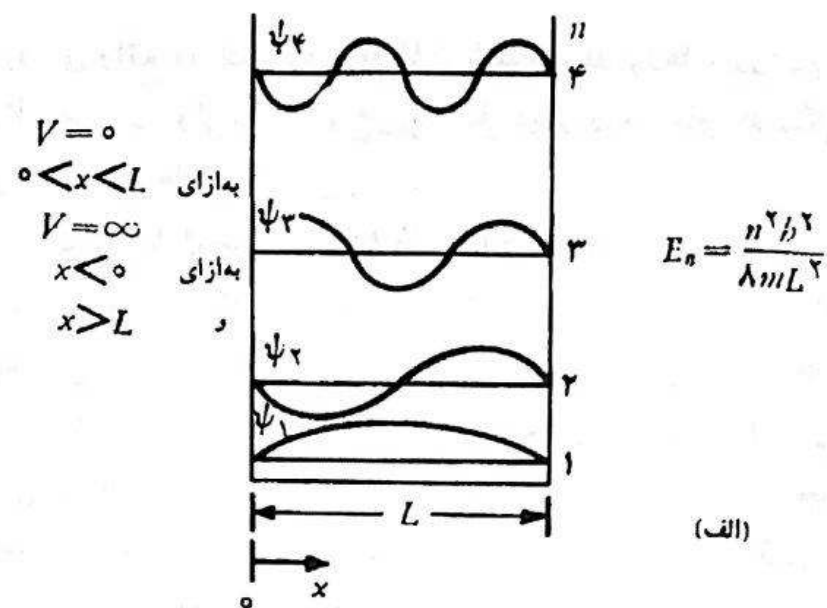
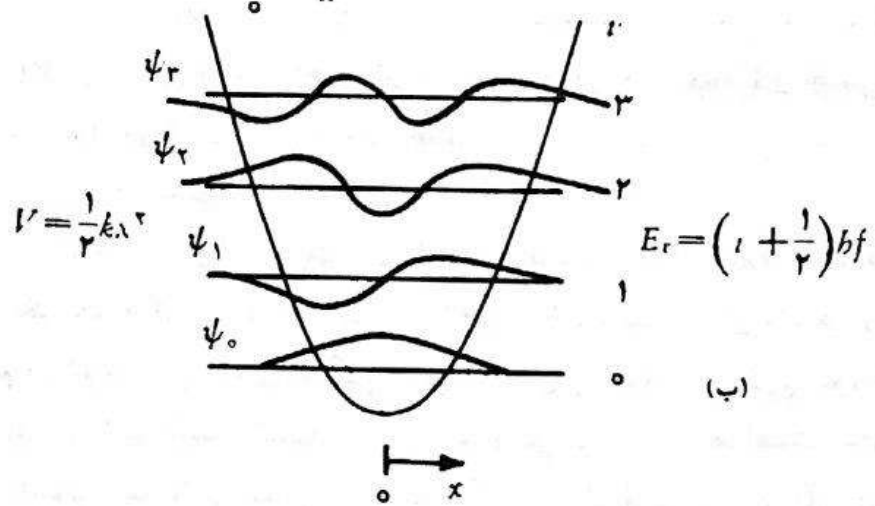
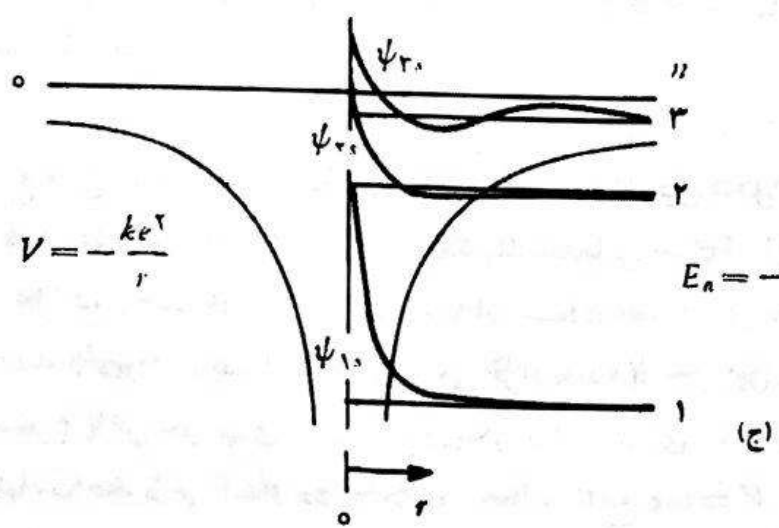
اثر تونل. چون از نظر مکانیک موجی یک ذره می‌تواند از حدود کلاسیک خود عبور کند، مطابق شکل ۲۵.۵، وقتی این ذره با دیوار پتانسیلی با پهنای ارتفاع متناهی برخورد کند با وضع عجیبی روبرو خواهیم شد. در فیزیک کلاسیک ذره‌ای که انرژی جنبشی آن از ارتفاع دیوار کمتر است هرگز، نه از طریق بالا رفتن و نه از طریق عبور، به آن سوی دیوار راه نخواهد یافت؛ خیلی ساده، به علت نقض قانون بقای انرژی این ذره نمی‌تواند به طرف دیگر دیوار راه یابد. همان‌طور که مشاهده کردیم، وقتی انرژی پتانسیل از انرژی کل بیشتر است، تابع موج غیر صفر است و به‌طور نمایی فرو می‌افتد. از این رو، تابع موج ذره‌ای که از طرف چپ به دیوار نزدیک می‌شود، در طرف چپ دیوار سینوسی در داخل دیوار نمایی و در طرف راست با دامنهٔ خیلی کوچکت‌ر سینوسی است. چون دامنهٔ



شکل ۲۵.۵ تابع موج ذره‌ای که از طرف چپ بر سدی با ارتفاع و پهنای متناهی فرود می‌آید.

تابع موج مقیاسی از احتمال جایگیری ذره را به دست می‌دهد احتمال کم ولی معینی وجود دارد که این ذره، که از طرف چپ به دیوار نزدیک می‌شود، در طرف راست یافت شود. به عبارت دیگر، احتمال وجود ذره در طرف چپ زیاد، در داخل دیوار کم و در طرف راست باز هم کمتر است. ذره یا به عبارت بهتر موج، می‌تواند از سد غیر قابل عبور کلاسیکی نفوذ کند یا در آن تونل بزند. احتمال این اثر تونل، بجز در سطح اتمی و هسته‌ای، خیلی ناچیز است. ولی این اثر در رفتار برخی وسایل نیمه رسانا (به اصطلاح دیوهای تونلی) و در گسیل ذرات α از هسته‌های ناپایدار و سنگین مشاهده می‌شود.

مثالهای دیگری از ذرات مقید، ذرات مقید در چاه پتانسیل یک بعدی را مورد بحث قرار دادیم؛ می‌توانیم دو مثال دیگر را نیز ذکر کنیم. شکل ۲۶.۵ انرژی و تابع موج مربوط به هر سه حالت را برای مقایسه، نشان می‌دهد. در یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی (بخش ۲.۱۲) یک ذره با انرژی پتانسیل $V(x) = (1/2)kx^2$ مقید است. ذره‌ای که تحت تأثیر نیروی جاذبه عکس مجذوری با رابطه $V(r) = -ke^2/r$ قرار دارد همان اتم هیدروژن است؛ این شکل نموداری از توابع موج را برای جوابهایی که تقارن کروی دارند (حالتهای s)، در این پتانسیل نشان می‌دهد. جوابهای ریاضی مربوط به نوسانگر هماهنگ ساده و اتم هیدروژن به قدری پیچیده‌اند که در اینجا ارائه نمی‌شوند، ولی مسئله ۴۸ و بخش ۷.۶، به ترتیب، به توابع موج و انرژیهای آنها می‌پردازند. نکات زیر خصوصیات عام جوابهای مکانیک موجی اند که می‌توان آنها را در مثالهای شکل ۲۶.۵ مشاهده کرد.



شکل ۲۶.۵ توابع انرژی پتانسیل، توابع موج و انرژیهای مجاز مربوط
 به سه انرژی پتانسیل ساده؛ (الف) جاهی با عمق نامتناهی، (ب) یک نوسانگر
 هماهنگ ساده و (ج) یک ذره (اتم هیدروژن) که تحت تأثیر نیروی جاذبه
 عکس مجذوری قرار دارد.

۱. تابع موج ذره‌ای واقع در يك جعبه با ارتفاع نامتناهی در مرزها و در تمام نقاط خارج از جعبه، دقیقاً صفر است. ولی توابع موج دوپتانسیل دیگر در مرزهای کلاسیکی متناهی‌اند و به آن سوی این مرزها گسترش می‌یابند.

۲. مضارب درست نیم طول موجها، $(\lambda/2)$ ، $2(\lambda/2)$ ، $3(\lambda/2)$ ، ... متوالیاً بین مرزها، در حالتی که انرژیهای آنها به‌طور تصاعدی افزایش می‌یابند، قرار می‌گیرند.

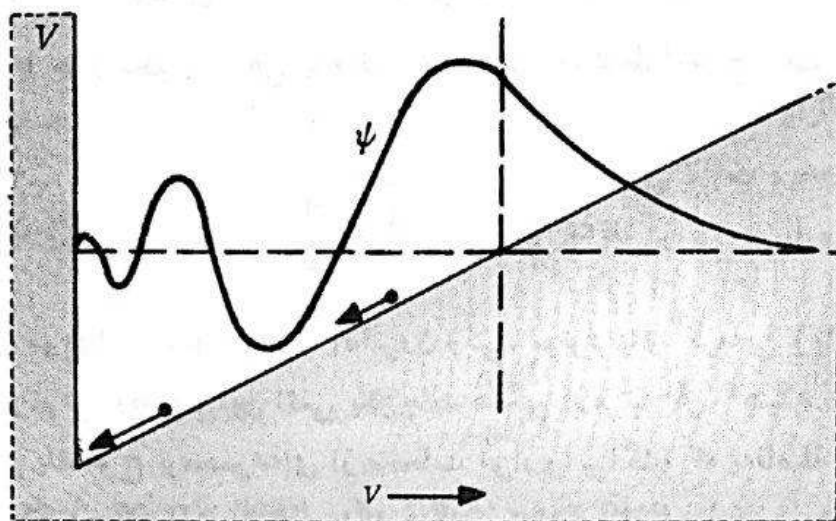
۳. در انرژی پتانسیل ثابت، طول موج ثابت است (مستقل از x) و در نتیجه تابع موج سینوسی است (مانند پتانسیل درون چاه با عمق نامتناهی)؛ اما برای انرژی پتانسیلی که با x تغییر می‌کند طول موج ثابت نیست (به x وابسته است) و در نتیجه تابع موج سینوسی نیست (مانند پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده و اتم هیدروژن). از معادله (۳۱.۵)، $\lambda = h/[2m(E-V)]^{1/2}$ چنین برمی‌آید که طول موج به تابع انرژی پتانسیل $V(x)$ و بنابراین به x بستگی دارد. به همین دلیل، هرگاه انرژی جنبشی $E-V$ بزرگ باشد طول موج کوچک است و برعکس.

۴. پایینترین انرژی صفر نیست.

۵. ترازهای انرژی ذره‌ای واقع در يك چاه با عمق نامتناهی در ته چاه متراکم می‌شوند؛ برای نوسانگر هماهنگ ساده، ترازهای انرژی هم فاصله‌اند و برای اتم هیدروژن در بالا متراکم می‌شوند. این رفتار به شکل منحنی انرژی پتانسیل مربوط می‌شود: در شکل ۲۶.۵ الف، انرژی پتانسیل نسبت به انرژی پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده، شکل ۲۶.۵ ب، به‌سوی خط قائم متمایل است؛ حال آنکه در شکل ۲۶.۵ ج، انرژی پتانسیل به‌سوی خط افقی متمایل است.

مثال ۲۰.۵ تابع موج حالت برانگیخته ذره‌ای را که در پتانسیل شکل ۲۷.۵ حرکت می‌کند، رسم کنید. این همان مثال استاندارد در مکانیک مقدماتی است که اینک باید به کمک مکانیک موجی حل شود: يك ذره بريك سطح شیبدار بدون اصطكاك می‌لغزد (در اینجا در انتهای سطح شیبدار دیواری با ارتفاع نامتناهی قرار دارد). حل این مسئله با جزئیات تحلیلی کامل مستلزم یافتن جوابهای معادله شرودینگر برای انرژی پتانسیلی است که در $x=0$ به بینهایت صعود می‌کند و در $x>0$ ، مطابق تابع $V=ax$ ، به‌طور پیوسته افزایش می‌یابد؛ ولی حتی بدون تحلیل مفصل می‌توان خصوصیات عام جواب مکانیک موجی را نشان داد.

چون پتانسیل در $x=0$ به بینهایت صعود می‌کند در آنجا تابع موج باید صفر باشد. در انتهای دیگر، جایی که می‌توان ذره را در خارج از حد بالای کلاسیک یافت، باید تابع



شکل ۲۷.۵ سطح شیبدار مکانیک موجی، تابع انرژی پتانسیل و تابع موج پنجمین حالت مجاز.

موج به صفر فرو میفتد. در بین این دو ناحیه، ذره دارای انرژی جنبشی غیر صفر است و لذا تابع موج در آنجا نوسانی است. به علاوه، در یک حالت نسبتاً برانگیخته شدید، از طریق اصل همخوانی باید خصوصیات جواب مکانیک موجی به خصوصیات کلاسیکی ذره‌ای که بر یک سطح شیبدار می‌لغزد و با دیوار سختی در انتهای سطح برخورد می‌کند، نزدیک شوند. چون این ذره در پایین سطح با سرعت زیاد و در بالای آن با سرعت کم حرکت می‌کند باید طول موج تابع موج در نزدیکی پایین سطح کمترین مقدار خود را دارا باشد و با نزدیک شدن به بالای سطح به طور صعودی افزایش پیدا کند. علاوه بر این، سرعت زیاد کلاسیک در پایین و سرعت کم در بالای سطح حاکی از آن است که ذره با احتمال زیاد در بالای سطح است نه در پایین آن. از این رو، باید دامنه تابع موج بیشترین مقدار خود را در بالا و کمترین مقدار خود را در پایین داشته باشد. با توجه به همه این خصوصیات می‌دانیم که جواب مکانیک موجی یک حالت برانگیخته همان است که در شکل ۲۷.۵ نشان داده شده است.

در حالت با انرژی بالاتر بعدی باید یک نیم طول موج اضافی بین دو انتهای چپ و راست قرار بگیرد و در حالت با انرژی پایینتر بعدی باید یک نیم طول موج کمتر قرار بگیرد؛ در پایینترین حالت باید بین صفرهای مربوط به ψ ، در دو انتهای چپ و راست، یک برآمدگی در ψ پیدا شود.

خلاصه

به هر ذره، با جرم سکون متناهی یا صفر يك بسامد و يك طول موج به صورت زیر نسبت داده می‌شود

$$\nu = \frac{E}{h}, \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad (۱.۵) \text{ و } (۲.۵)$$

طول موج الکترونهاي ۱۵۰ الکترون ولتی، نوترونهاي گرمایی (۱۰۲۵۱ eV) تا پرتوهای x نوعی و فواصل بین اتمی يك جامد همگی از مرتبه ۱ Å هستند. وقتی يك موج بر مجموعه‌ای از صفحات موازی براگ، که به فاصله d از یکدیگر قرار دارند، فرود آید طبق رابطه براگ هنگامی تداخل سازنده رخ می‌دهد که

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (۴.۵)$$

باشد. پرتوهای x و الکترونها می‌توانند به وسیله جامدهای بلورین پراشیده شوند. می‌توان از آثار پراش پرتو x و الکترون برای اندازه‌گیری طول موجهای پرتو x و الکترون و فواصل بین اتمی و نیز برای تولید باریکه‌های تکفام استفاده کرد. طبق اصل مکملی بوهر، جنبه‌های موجی و ذره‌ای تابش الکترومغناطیسی و جنبه‌های موجی و ذره‌ای ذرات مادی مکمل یکدیگرند؛ ولی در هر وضعیت مشخص استفاده از يك توصیف مانع استفاده از توصیف دیگر می‌شود. مقایسه زیر، شباهت توصیف مکانیک موجی ذرات مادی را با توصیف تابش الکترومغناطیسی نشان می‌دهد

ذرات مادی
تابع موج ψ

تابش الکترومغناطیسی (فوتونها)
تابع موج: میدان الکتریکی $\mathcal{E}$
(یا میدان مغناطیسی)
احتمال مشاهده ذره در فاصله dx

$$\psi^2 dx$$

$$\mathcal{E}^2 dx$$

اصل عدم قطعیت هایزنبرگ بر قطعیت اندازه‌گیری همزمان انرژی E و زمان t و بر قطعیت اندازه‌گیری همزمان اندازه حرکت p_x و مکان x محدودیت اعمال می‌کند

$$\Delta E \Delta t \geq h \quad (۱۴.۵)$$

$$\Delta p_x \Delta x \geq h \quad (۱۵.۵)$$

می توان يك ذره را با يك بسته موج نمایش داد؛ سرعت گروه بسته موج همان سرعت ذره است.

يك ذره آزاد و محبوس در يك جعبه يك بعدی (به طول L) با دیوارهای به طور نامتناهی بلند، محدود به حالاتی است که در آنها مضرب درستی از طول موج ذره بین مرزها تطبیق داده شود. از این رو انرژی این ذره کوانتیده است و به صورت زیر بیان می شود

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} \quad (27.5)$$

که در آن n عدد کوانتومی است، یعنی $n = 1, 2, 3, \dots$ بنا به اصل همخوانی

$$\lim_{h \rightarrow 0} (\text{فیزیک کوانتومی}) = \text{فیزیک کلاسیک}$$

توابع موج ψ و انرژیهای مجاز E مربوط به حالات ساکن ذره ای به جرم m ، که توسط تابع انرژی پتانسیل V محبوس شده است، با معادله مستقل از زمان شرودینگر تعیین می شوند. شکل يك بعدی این معادله به صورت زیر است

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + (E - V) \psi = 0 \quad (30.5)$$

تابع موج، ψ مقدار و پیوسته است و طوری انتخاب می شود که با شرایط مرزی که به وسیله طبیعت تابع انرژی پتانسیل $V(x)$ اعمال می شوند سازگار باشد.

مسائل

۱. طول موجهای (الف) يك فوتون 1.0 MeV ، (ب) يك الكترون با انرژی جنبشی 1.0 MeV و (ج) يك پروتون با انرژی جنبشی 1.0 MeV چقدرند؟
۲. يك پروتون و يك الكترون هر دو از حال سکون با اختلاف پتانسیل الكتریکی 50 کیلوولتی شتاب داده می شوند. نسبت طول موج پروتون به طول موج الكترون چقدر است؟

۳. طبق معادله (۷.۴) طول موج فوتونی با انرژی E با رابطه

$$\lambda = (1240 \text{ MeV} \cdot \text{\AA}) / E$$

بیان می شود. نشان دهید که وقتی انرژی کل E ذره ای با جرم سکون غیر صفر از

انرژی سکون E_0 آن خیلی بزرگتر باشد، همین رابطه طول موج این ذره را نیز به دست می‌دهد.

۴. (الف) در مرکز شتابدهنده خطی استانفورد، الکترون‌ها تا انرژی جنبشی 20 GeV شتاب می‌گیرند؛ طول موج این الکترون‌ها چقدر است؟ (ب) در شتابدهنده انرژی بالای واقع در باتاویا، ایلینویز، پروتون‌ها دارای انرژیهای 500 GeV می‌شوند؛ طول موج این پروتون‌ها چقدر است؟

۵. ریشه میانگین مربعی سرعت مولکولی یک گاز هیدروژن مولکولی، در 300 K برابر 184 km/s است؛ طول موج این مولکول هیدروژنی چقدر است؟

۶. (الف) انرژی جنبشی اتم هیدروژنی که طول موج آن با قطر آن ($\approx 1 \text{ \AA}$) قابل مقایسه است چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی پروتونی که طول موج آن با قطر آن ($\approx 2 \times 10^{-15} \text{ m}$) قابل مقایسه است، چقدر است؟

۷. نشان دهید که طول موج ذره‌ای با انرژی سکون E_0 و انرژی جنبشی E_k (الف) وقتی $E_k \gg E_0$ باشد به صورت hc/E_k و (ب) وقتی $E_k \ll E_0$ باشد با $hc/(2E_0 E_k)^{1/2}$ بیان می‌شود.

۸. نشان دهید که طول موج ذره‌ای با انرژی سکون E_0 و انرژی جنبشی E_k از رابطه $\lambda = hc E_k^{-1/2} (2E_0 + E_k)^{-1/2}$ به دست می‌آید.

۹. ذراتی به جرم m و بار Q بدون انحراف از ناحیه‌ای از فضا عبور می‌کنند. در این ناحیه میدان الکتریکی E و میدان مغناطیسی B هر دو نسبت به جهت باریکه ذرات عرضی و بر یکدیگر عمودند. طول موج ذرات خروجی از این ناحیه چقدر است؟

۱۰. طول موج ذراتی با انرژی سکون E_0 و بار Q که در میدان مغناطیسی B بر مسیری دایره‌ای به شعاع r حرکت می‌کنند چقدر است؟

۱۱. فاصله شبکه‌ای اتمهای واقع در یک تک بلور کلرور سزیوم را، که دارای ساختار مکعبی ساده مانند کلرور سدیم است، محاسبه کنید. جرمهای اتمی سزیوم و کلر به ترتیب، برابر 132.9 و 35.5 و چگالی کلرور سزیوم برابر 3.97 g/cm^3 است.

۱۲. پرتوهای x تکفام شامل فوتونهایی با انرژی 50 MeV بزرگ بلور کلرور کلسیم فرود می‌آیند. فاصله شبکه‌ای این بلور $3.12 \text{ \AA}$ است. تحت چه زاویه‌ای نسبت

به باریکه فرودی، بازتاب اول براگ مشاهده می‌شود؟

۱۳. باریکه باریکی از نوترونهای گرمایی بريك بلور کلرور سدیم که فاصله شبکه‌ای آن $2.82 \text{ \AA}$ است فرودمی آید. (الف) برای تولید پراش مرتبه اول شدید، برای نوترونهایی با انرژی جنبشی 0.50 eV صفحات براگ را باید تحت چه زاویه‌ای (نسبت به باریکه فرودی) قرار داد؛ (ب) در آن صورت زاویه بین باریکه فرودی و باریکه پراشیده چقدر است؟

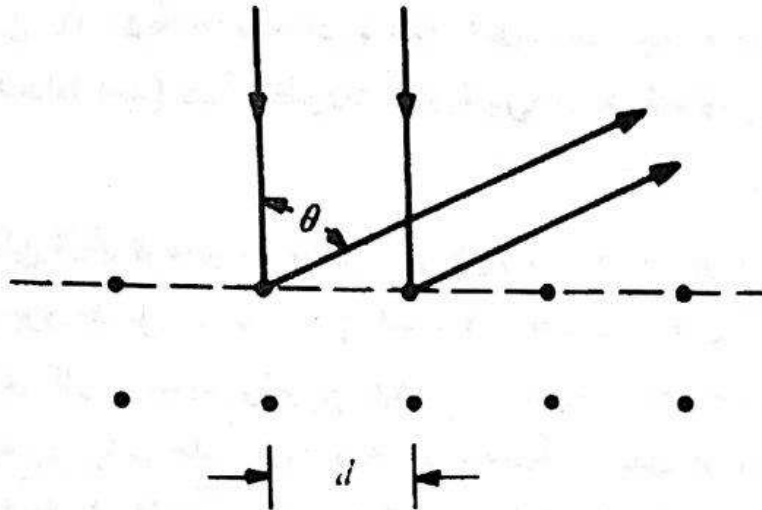
۱۴. باریکه باریکی از پرتوهای x ، با طول موج $0.62 \text{ \AA}$ ، برپودر کلرور سدیم فرودمی آید. این پودر شامل ریز بلورهایی است که به طور کتره‌ای سمتگیری کرده‌اند. فاصله شبکه‌ای کلرور سدیم برابر $2.82 \text{ \AA}$ است. يك صفحه عكاسی تخت در فاصله 100 cm سانتیمتری پشت هدف پودر و عمود بر باریکه فرودی قرار دارد (شکل ۵.۵). (الف) شعاع دایره واقع بر صفحه عكاسی که ناشی از پراش مرتبه اول از صفحات براگ (به فاصله $2.82 \text{ \AA}$ از یکدیگر) است چقدر است؟ (ب) شعاع دایره ناشی از پراش مرتبه دوم از همان صفحات براگ چقدر است؟

۱۵. به وسیله مجموعه‌ای از کتره‌های کوچک واقع در گوشه‌های مکعبهایی به ضلع 10 cm سانتیمتر که تنگ هم قرار گرفته‌اند يك مدل بزرگ مقیاس از يك شبکه بلورین تولید می‌شود. این «بلور» تحت تابش میکروموجهای 30 cm سانتیمتری قرار می‌گیرد. برای تولید پراش شدید براگ نمونه بلور باید تحت چه زاویه‌ای چرخانده شود؟ چرخش را نسبت به پیکربندی اندازه بگیرید که در آن باریکه فرودی بروجوی از عناصر مکعبی عمود باشد.

۱۶. دوبرده سیمی مشبك و موازی به فاصله 20 cm متر از یکدیگر قرار دارند. باریکه تکفامی از امواج رادیویی بر این پرده‌ها فرودمی آید و وقتی زاویه بین باریکه‌های فرودی و پراشیده 30° باشد پراش مرتبه اول شدید براگ رخ می‌دهد. بسامد این امواج رادیویی چقدر است؟

۱۷. مانند آزمایش دیویسون - گرمر، باریکه تکفامی از الکترونهای 54 eV بريك تك بلور نیکل فرودمی آید؛ شکل مربوط به همین مسئله را ببینید. (الف) طول موج این الکترونها چقدر است؟ (ب) اگر باریکه پراشیده با زاویه θ ، نسبت به امتداد عمود بر سطح بلور، مشاهده شود و فاصله بین اتمهای واقع بر سطح بلور d باشد نشان دهید که بیشینه اول در باریکه پراشیده از سطح بلور فقط باید تحت زاویه‌ای ظاهر شود که با رابطه

$d \sin \theta = \lambda$ مشخص می‌شود. (ج) اگر فاصله اتمی d نیکل برابر $2.15 \text{ \AA}$ باشد زاویه θ برای بیشینه اول چقدر است؟ (دیویسون و گرمر بیشینه‌ای را در $\theta = 50^\circ$ مشاهده کردند.)



شکل مسئله ۱۷

۱۸. انرژی پتانسیل جاذبه‌ای بین یک جسم جامد معین و الکترونهای وارد به سطح آن 10 eV است. فرض کنید که الکترونهای 20 eV با زاویه فرودی 30° (نسبت به امتداد عمود بر سطح) به سطح وارد می‌شوند. (الف) زاویه شکست الکترونها در ماده چقدر است؟ (ب) طول موج الکترون در داخل ماده چقدر است؟

۱۹. نشان دهید که سرعت فاز موج وابسته به ذره‌ای به جرم سکون m_0 و با طول موج λ توسط رابطه $c[1 + (m_0 c \lambda / h)^2]^{1/2}$ بیان می‌شود.

۲۰. سرعت یک ذره $5c$ است. سرعت موج دو بروی وابسته به این ذره چقدر است؟

۲۱. الکترونی دارای انرژی جنبشی 10.2 eV است. (الف) سرعت فاز و (ب) سرعت گروه امواج وابسته به این الکترون چقدر است؟ (ج) چنانچه این امواج شامل یک بسته موج مجبوس در فاصله $50 \text{ \AA}$ باشند، عدم قطعیت در اندازه حرکت الکترون چقدر است؟ (د) عدم قطعیت نسبی در اندازه حرکت این الکترون چقدر است؟

۲۲. در یک لحظه یک ذره آزاد به جرم m و سرعت v به وسیله یک بسته موج به «پهنای» Δx نمایش داده می‌شود. (الف) عدم قطعیت در بزرگی اندازه حرکت این ذره چقدر است؟ (ب) پهنای بسته موج وابسته به این ذره مدتی بعد در زمان Δt چقدر است؟

۲۳. شدت یک باریکه تکفام تابش الکترومغناطیسی برابر 10^3 W/m^2 است. چنانچه این

باریکه شامل (الف) امواج رادیویی 100 MHz ، (ب) نور مرئی $6000 \text{ \AA}$ ،
(ج) پرتوهای γ با انرژی 2 MeV باشد چگالی فوتونها یا تعداد متوسط فوتونها
در یک سانتیمتر مکعب در هر یک از این حالتها چقدر است؟

۲۴. ذره‌ای به جرم $1 \mu\text{g}$ در امتداد محور X حرکت می‌کند سرعت این ذره دارای عدم
قطعیتی برابر 10^{-6} m/s $\times 6$ است. عدم قطعیت در مکان این ذره (الف) در
امتداد محور X و (ب) در امتداد محور Y چقدر است؟ الکترونی که دارای همان
عدم قطعیت در سرعت است در امتداد محور X حرکت می‌کند؛ در امتداد (ج) محور
 X و (د) محور Y عدم قطعیت در مکان این الکترون چقدر است؟

۲۵. ویروس کوچکترین جسمی است که می‌توان آن را با میکروسکوپ الکترونی «مشاهده»
کرد. فرض کنید که یک ویروس کوچک به اندازه $10 \text{ \AA}$ و هم چگالی با آب (1 g/cm^3)،
در ناحیه‌ای برابر با اندازه خود در فضا جایگزیده باشد. سرعت کمینه‌ی این ویروس
چقدر است؟

۲۶. مؤلفه اندازه حرکت یک الکترون با انرژی 102 MeV در جهت حرکت آن دارای
عدم قطعیتی به نسبت ۱ در 10^2 است. این الکترون در چه ناحیه کمینه‌ای از فضا
گسترش یافته است؟

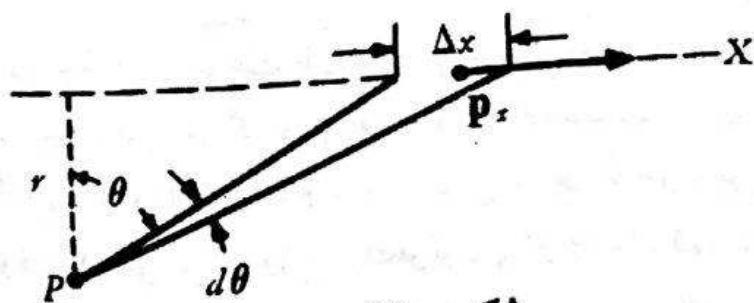
۲۷. دورپینی که در بجه آن به سرعت باز و بسته می‌شود در مدت 10^{-5} s $\times 10$ که در بجه
آن باز است یک عکس می‌گیرد. (الف) عدم قطعیت در انرژی هر فوتونی که از
در بجه می‌گذرد چقدر است؟ عدم قطعیت نسی متناظر با طول موج (ب) یک فوتون
۲ الکترون ولتی از نور مرئی و (ج) یک فوتون پرتو γ با انرژی 2 GeV چقدر است؟

۲۸. انرژی جنبشی کمینه (الف) یک الکترون و (ب) یک پروتون محبوس در ناحیه‌ای
از فضا چقدر است؟ اندازه هسته حدوداً 10^{-14} m است. (ج) معلوم شده است که
ذرات درون یک هسته اتمی دارای انرژی‌هایی از مرتبه چند MeV هستند و انرژی پتانسیل
جاذبه بین یک زوج از ذرات هسته‌ای نیز از همان مرتبه است؛ کدام یک از ذرات،
الکترون‌ها یا پروتون‌ها، ممکن است در درون یک هسته اتمی یافت شوند؟

۲۹. طول موج یک فوتون با دقت ۱ در 10^8 اندازه‌گیری می‌شود ($\Delta\lambda/\lambda = 10^{-8}$).
عدم قطعیت Δx در جایگزینی همزمان (الف) یک فوتون نور مرئی با طول موج
 $6000 \text{ \AA}$ ، (ب) یک فوتون رادیویی با بسامد 100 kHz ، (ج) یک فوتون پرتو γ با
طول موج $10 \text{ \AA}$ و (د) یک فوتون پرتو γ با انرژی 1224 GeV چقدر است؟

۳۰. یک ذره در ناحیه‌ای با ابعاد هسته‌اتم (تقریباً $2 \times 10^{-15} \text{ m}$) محبوس است. (الف) با استفاده از رابطه عدم قطعیت اندازه حرکت تقریبی این ذره را محاسبه کنید. (ب) چنانچه انرژی جنبشی این ذره چند MeV باشد انرژی سکون آن چقدر است؟ (ج) کدام ذره معمولی در بایسته‌های قسمتهای ب و ج را بر آورده می‌کند؟

۳۱. رابطه عدم قطعیت را می‌توان بر حسب اندازه حرکت خطی و مکان ($\Delta p_x \Delta x \geq h$) یا بر حسب انرژی و زمان ($\Delta E \Delta t \geq h$) نوشت. فرمولبندی دیگری از رابطه عدم قطعیت بر حسب اندازه حرکت زاویه‌ای L و زاویه θ به صورت ($\Delta L \Delta \theta \geq h$) است که در آن ΔL عدم قطعیت در اندازه حرکت زاویه‌ای ذره نسبت به یک نقطه دلخواه $\Delta \theta$ عدم قطعیت در مکان زاویه‌ای آن نسبت به همان نقطه است. شکل مربوط به همین مسئله را ببینید؛ در این شکل یک ذره آزاد در امتداد یک خط مستقیم حرکت می‌کند و اندازه حرکت زاویه‌ای آن $L = r p_x$ و مکان زاویه‌ای آن θ نسبت به نقطه‌ای اندازه‌گیری می‌شوند. (الف) با استفاده از رابطه عدم قطعیت در p_x و x رابطه عدم قطعیت در L و θ را به دست آورید. (ب) بنا به مدل ساده اتمی، الکترون در اتم هیدروژن به دور هسته می‌چرخد و اندازه حرکت زاویه‌ای آن نسبت به هسته برابر $h/2\pi$ است؛ رابطه عدم قطعیت درباره مکان الکترون در مدار دایره‌ای چگونه است؟



شکل مسئله ۳۱

۳۲. رابطه عدم قطعیت $\Delta E \Delta t \geq h$ را می‌توان از رابطه عدم قطعیت $\Delta p_x \Delta x \geq h$ به کمک ملاحظات زیر، به دست آورد. مکان ذره‌ای که در امتداد محور x حرکت می‌کند به اندازه Δx دارای عدم قطعیت است. بنابراین عدم قطعیت در زمانی که طی آن ذره به نقطه دیگری در امتداد محور x می‌رسد برابر $\Delta t = \Delta x / v$ است که در آن v نمایشگر سرعت متوسط ذره است. (الف) عدم قطعیت در انرژی جنبشی ذره را بر حسب سرعت متوسط v آن پیدا کنید. (ب) عدم قطعیت در اندازه حرکت آن را $\Delta p_x = m \Delta v_x$ که در آن Δv_x عدم قطعیت در سرعت ذره است به دست آورید. (ج) به کمک نتایج بالا نشان دهید که $\Delta E \Delta t = \Delta p_x \Delta x \geq h$ است.

۳۳. به سه دلیل عمده خطوط طیفی دارای پهنای متناهی اند: (۱) پهنای طبیعی خط به وسیله اصل عدم قطعیت مشخص می شود. (مسئله ۲۹ را ببینید)؛ (۲) پهن شدگی دوپلر، که از گسیل نور از اتمهای در حال حرکت یا از حرکت ناظر نسبت به اتمهای گسیل کننده ناشی می شود (مسئله ۱۸ فصل ۲ را ملاحظه کنید)؛ و (۳) پهن شدگی برخورد، که از طریق برخوردهای بین اتمهای گسیل کننده و دیگر اتمها ناشی می شوند. * نشان دهید که پهنای خط (اندازه گیری شده بر حسب بسامد) برای فرایند ۱ مستقل از دما، برای فرایند ۲ متناسب با $(T)^{1/2}$ ، و برای فرایند ۳ متناسب با عکس $(T)^{1/2}$ است. (دانهایی: T دمای مطلق است.)

۳۴. مزون π يك ذره بنیادی است که جرم سکون آن 140 MeV است. فرض کنید که يك پروتون به خودی خود چنین ذره ای بیافریند، $p \rightarrow p + \pi$ ، اصل عدم قطعیت، انرژی لازم برای این منظور را مجاز می داند. (الف) برای چه مدت زمان پیشینه ای يك مزون π می تواند به هستی خود ادامه دهد یا، به عبارت دیگر، طبق رابطه عدم قطعیت، برای چه مدت می توان 140 MeV را قرض گرفت؟ (ب) برای سهولت فرض کنید که يك مزون π با سرعت نور یا خیلی نزدیک به آن حرکت می کند، مسافت پیشینه ای که این مزون قبل از از دست دادن هستی خود (مثلاً در اثر ترکیب خود به خودی با پروتون دیگری) طی می کند چقدر است؟ نیروی جاذبه بین ذرات هسته ای، پروتونها و نوترونها، را می توان به مبادله مزون بین آنها نسبت داد؛ وقتی فاصله این ذرات از یکدیگر بیش از تقریباً $10^{-15} \times 2$ متر باشد نیروی هسته ای به صفرافت می کند.

۳۵. در يك میکروسکوپ الکترونی باریکه ای از الکترونها جانشین باریکه ای از نور می شود و میدانهای کانونی کننده الکتریکی و مغناطیسی جانشین عدسیهای بازتابان می شوند. کوچکترین فاصله ای را که در بهترین شرایط با هم میکروسکوپی می توان تفکیک کرد (توان تفکیک میکروسکوپ) تقریباً برابر طول موجی است که در میکروسکوپ به کار می رود. (الف) يك میکروسکوپ الکترونی نوعی با الکترونهای 50 کیلو الکترون ولتی کار می کند؛ کمینه فاصله ای را که به وسیله چنین میکروسکوپی می توان تفکیک کرد محاسبه کنید. (ب) توان تفکیک واقعی که حدود $20 \text{ \AA}$ است و در میکروسکوپیهای الکترونی به خوبی طراحی شده به دست می آید، چه مقدار از توان تفکیک نهایی

* ر.ک بخش ۹.۱۹ کتاب زیر

(کمینه فاصله بین دو جسم نقطه‌ای که به عنوان دو جسم مجزا قابل تشخیص اند) بیشتر می‌شود؟ این توان نهایی به وسیله خواص موجی الکترون‌ها محدود می‌شود.

۳۶. توان تفکیک نهایی (مسئله ۳۵) هر میکروسکوپی صرفاً به طول موج بستگی دارد. فرض کنید که می‌خواهیم جسمی را که دارای ابعاد $50 \text{ \AA}$ است مورد مطالعه قرار دهیم؛ اگر (الف) الکترون‌ها و (ب) از فوتون‌ها استفاده کنیم کمینه انرژی و اندازه حرکت چقدر است؟ (ج) چرا میکروسکوپ الکترونی بر میکروسکوپ پرتو γ برتری دارد؟

۳۷. ذره‌ای به جرم m در یک جعبه سه بعدی با ابعاد a, b, c و c محبوس است. با اعمال شرایط مرزی بر توابع موج، در هر یک از سه بعد، نشان دهید که انرژیهای مجاز به قرار زیرند

$$E = \left(\frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \right) \left[\left(\frac{n_1}{a} \right)^2 + \left(\frac{n_2}{b} \right)^2 + \left(\frac{n_3}{c} \right)^2 \right]$$

که در آن اعداد کوانتومی n_1, n_2, n_3 می‌توانند مقادیر درست ۱، ۲، ۳، ... را اختیار کنند.

۳۸. وضعی را که در مسئله ۳۷ شرح دادیم در نظر بگیرید که در آن ذره‌ای به جرم m درون یک جعبه سه بعدی با ابعاد a, b, c و c محبوس است. نشان دهید که توابع موج مجاز عبارت‌اند از $\Psi = B [\sin(\pi n_1 x/a)] [\sin(\pi n_2 y/b)] [\sin(\pi n_3 z/c)]$ که در آن $B = (\frac{8}{abc})^{1/2}$ است. گوشه این جعبه در مبدأ مختصات واقع شده است، و جعبه طوری قرار گرفته است که تمام مختصات مربوط مثبت‌اند (دانه‌مایی: ثابت B با این شرط که احتمال وجود ذره در جایی درون جعبه صد درصد است تعیین می‌شود،

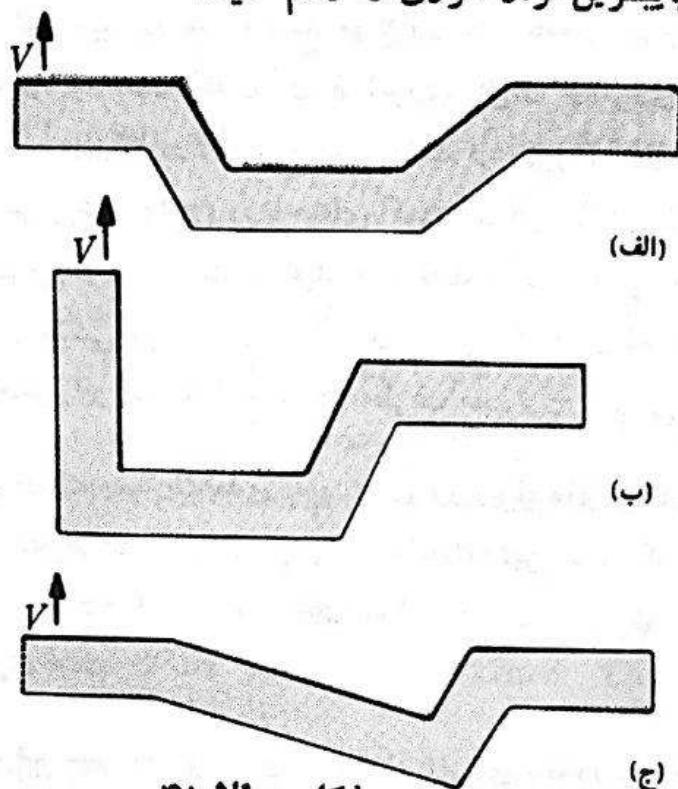
$$\text{یعنی } \int_0^a \int_0^b \int_0^c \Psi^2 dx dy dz = 1.$$

۳۹. مهره کوچکی به جرم m آزادانه در امتداد یک حلقه دایره‌ای به شعاع R می‌لغزد. (الف) انرژیهای مجاز مهره چقدرند؟ (ب) اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مجاز چقدرند؟

۴۰. یک توپ بیلیارد به جرم m در یک جعبه دو بعدی (میز بیلیارد) با ابعاد L و W محبوس است. (الف) انرژیهای مجاز توپ بیلیارد چقدرند؟ کمینه انرژی توپ بیلیارد چقدر است (جرم توپ 1.4 kg و ابعاد میز 3.7 m و 1.9 m هستند)؟

۴۱. شکل مربوط به این مسئله سه چاه انرژی پتانسیل را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه برای انرژی جنبشی نسبتاً زیاد (و انرژی پتانسیل نسبتاً کم) طول موج کوچک است و اینکه

در فواصل نامتناهی توابع موج صفر می‌شوند، و اینکه در حد همخوانی اعداد کوانتومی بزرگ، باید توابع موج نتایج کلاسیکی متناظر را به دست بدهند، توابع موج تقریبی پنجمین پایینترین تراز انرژی را رسم کنید.



شکل مسئله ۴۱

۴۲. نشان دهید که در حد کلاسیکی اعداد کوانتومی بسیار بزرگ احتمال وجود یک ذره در هر فاصله کوچک ولی معین و متناهی Δx ، در یک جعبه یک بعدی، مستقل از مکان ذره درون جعبه است. این نتیجه با این انتظار کلاسیکی، که احتمال یافتن ذره‌ای که با سرعت ثابت در داخل جعبه یک بعدی حرکت می‌کند در تمام نقاط یکسان است، سازگار است.

۴۳. (الف) برای رسم چند تابع موج اول ذره‌ای که در یک پتانسیل سهمی گون (نوسانگر هماهنگ ساده) قرار دارد از این مطلب استفاده کنید که تابع موج ذره در ناحیه‌هایی از فضا که در آنها انرژی کل بر انرژی پتانسیل فزونی دارد نوسانی است، و لسی در ناحیه‌هایی که در آنها $(E - V) < 0$ باشد تابع موج فرو می‌افتد. (ب) از این مطلب که احتمال مکانیک موجی برای یافتن این ذره در هر نقطه از فضا، در حد اعداد کوانتومی بزرگ، به احتمال کلاسیکی متناظر میل می‌کند استفاده کنید و تابع موج را برای یک حالت شدیداً برانگیخته رسم کنید.

۴۴. با استفاده از توابع موج شکل ۲۶.۵، توابع موج و ترازهای انرژی را برای چاه

پتانسیلی که در پایینترین نقطه، سهمی گون ولی در پهلوها دارای دیسوارهای قائم معینی است رسم کنید.

۴۵. (الف) نشان دهید که تغییر در شیب تابع موج در بازه فضایی کوچک Δx برابر $\psi \Delta x \sqrt{2m/\hbar^2(E-V)}$ است، که در آن E انرژی کل و V انرژی پتانسیل است. (ب) نشان دهید در ناحیه‌ای که در آن تابع موج مثبت و $(E-V) > 0$ است تابع موج به‌سوی پایین خم می‌شود و (ج) در ناحیه‌ای که در آن $(E-V) < 0$ است تابع موج به‌سوی بالا خم می‌شود. (د) نشان دهید که به‌طور کلی، وقتی ذره کلاسیکی متناظر دارای انرژی جنبشی مثبت است و در آن نواحی که از لحاظ کلاسیکی ممنوع‌اند دور از محور x است، تابع موج به‌طرف محور x خم می‌شود.

۴۶. توابع موج ذره‌ای در یک جعبه یک‌بعدی به‌پهنای L و بادیوارهای بینهایت بلند توسط رابطه $\psi_n = A_n \sin(\pi n x / L)$ بیان می‌شوند. با اعمال این شرط که احتمال کل وجود ذره جایی بین $x=0$ و $x=L$ صددرصد است، $\int_0^L \psi_n^2 dx = 1$ ، نشان دهید که $A_n = (\frac{2}{L})^{1/2}$ است.

۴۷. نشان دهید که اختلاف نسبی در انرژی بین دو تراز انرژی مجاور مربوط به ذره‌ای که در یک جعبه یک‌بعدی قرار دارد برابر $\Delta E / E = (2n+1)/n^2$ است. حد عدد کوانتومی بزرگ را n اختیار کنید و تحقیق کنید که در این حد ترازهای گسسته انرژی در فیزیک کوانتومی به توزیع پیوسته انرژی در فیزیک کلاسیک می‌گرایند.

۴۸. معادله شرودینگر را برای ذره‌ای به جرم m که در حرکت هماهنگ ساده است و انرژی پتانسیل آن $V = \frac{1}{2} k x^2$ است، در نظر بگیرید. (الف) نشان دهید که تابع موج $\psi = e^{-\alpha x^2}$ ، جوابی از این معادله است. (ب) نشان دهید که انرژی متناظر با این تابع موج $\frac{1}{2} \hbar \omega$ است، که در آن ω بسامد زاویه‌ای کلاسیک متناظر نوسان است، $\omega = (k/m)^{1/2}$.

۴۹. وقتی طول و انرژی بر حسب یکاهای به اصطلاح اتمی اندازه‌گیری شوند معادله شرودینگر صورت ساده‌تری به‌خود می‌گیرد. یکای اتمی طول $\hbar^2 / 4\pi^2 k m e^2$ است، که در آن k ثابت نیروی کولن ($F = k Q_1 Q_2 / r^2$)، جرم سکون الکترون، و e بار الکترون است. یکای اتمی انرژی $2\pi^2 k^2 m e^4 / \hbar^2$ است. (همان‌طور که در بخش ۴.۶ خواهیم دید، یکاهای طول و انرژی، به ترتیب، شعاع اولین مدار بوهر اتم هیدروژن و بزرگی انرژی اتم هیدروژن در پایینترین حالت کوانتیده آن هستند.) نشان دهید که

وقتی طول و انرژی بر حسب یکاهای اتمی اندازه گیری شوند، معادله یک بعدی مستقل از زمان شرودینگر به صورت $d^2\psi/dx^2 + (E - V)\psi = 0$ درمی آید.

کتابشناسی

1. Boorse, H. A., and L. Motz, eds.: *The World of the Atom*. New York: Basic Books, Inc., 1966.

این دو جلد شامل مقالات اولیه فراوانی در مورد اکتشافات اساسی مربوط به فیزیک اتمی و هسته‌ای همراه با شرح حال مختصر دانشمندان است. فصلهای ۵۱، ۵۲، و ۶۸ شامل پراش پرتو x و الکترون؛ فصلهای ۶۳ تا ۶۶ و ۷۱ شامل امواج دو بروی، تعبیر امواج ذره‌ای از دیدگاه احتمالات، اصل عدم قطعیت و اصل مکملی‌اند.

2. Heisenberg, W.: *The Physical Principles of the Quantum Theory*. Chicago, Ill.: The University of Chicago Press, 1930.

چهار فصل اول این کتاب به اصل عدم قطعیت، مفهوم و نتایج آن می‌پردازد.

3. Heitler, W.: *Elementary Wave Mechanics*. Oxford: The Clarendon Press, 1946.

صد صفحه اول این کتاب پیشرفت مکانیک موجی و معادله شرودینگر را با ریاضیاتی ساده ارائه می‌دهد.

4. Schilpp, P. A., ed.: *Albert Einstein: Philosopher Scientist*. Evanston, Ill.: The Library of Living Philosophers, Inc., 1949.

فصل ۷، «بحث با اینشتین درباره مسائل معرفت شناختی در فیزیک اتمی» نوشته نیلز بوهر، شامل بحث نافذی درباره مفاهیم اصل عدم قطعیت و کوشش در جهت ساختن بعضی ماشینهای فرضی برای نقض این اصل است. همه این کوششها با شکست مواجه شدند.

5. Sherwin, C. W.: *Introduction to Quantum Mechanics*. New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1959.

ساختار اتم هیدروژن

۱۰۶ پراکندگی ذره α

درک نوین ما از ساختار اتم با فرض خصوصیات اساسی زیر همراه است: يك هسته ناحیه بسیار کوچکی از فضا را که در آن تمامی بار مثبت و عملاً تمامی جرم اتم متمرکز است اشغال می‌کند، و الکترون‌ها هسته را احاطه می‌کنند. می‌خواهیم دلایل این مطلب را، که نخست توسط ارنست رادرفورد در سال ۱۹۱۱/۱۲۹۰ مطرح شد، بررسی کنیم.

در پایان قرن نوزدهم معلوم شد که بار الکتریکی منفی اتم توسط الکترون‌ها حمل می‌شود. جرم این الکترون‌ها فقط کسر کوچکی از جرم کل اتم است. چون اتم‌ها به عنوان يك کل از نظر الکتریکی خنثی هستند، اگر همه الکترون‌های يك اتم را از آن جدا کنیم، آنچه باقی می‌ماند شامل تمام بار الکتریکی مثبت و اساساً تمامی جرم اتم است. آنگاه این سؤال پیش می‌آید که «توزیع جرم و بار مثبت در حجم اتم چگونه است؟» از آزمایش‌های گوناگون معلوم شده است که «اندازه» (قطر) اتم‌ها از مرتبه $\text{\AA}$ است؛ و چون بار مثبت و جرم در ناحیه‌ای به این کوچکی محبوس‌اند مشاهده جزئیات ساختار اتمی به وسیله هیچ اندازه‌گیری مستقیمی امکان‌پذیر نیست، و لذا باید به اندازه‌گیری غیرمستقیم متوسل شد. یکی از مؤثرترین روش‌های مطالعه توزیع ماده یا توزیع بار الکتریکی، روش پراکندگی است؛ و وجود هسته‌های اتمی توسط آزمایش‌های پراکندگی ذره α ، که توسط رادرفورد پیشنهاد

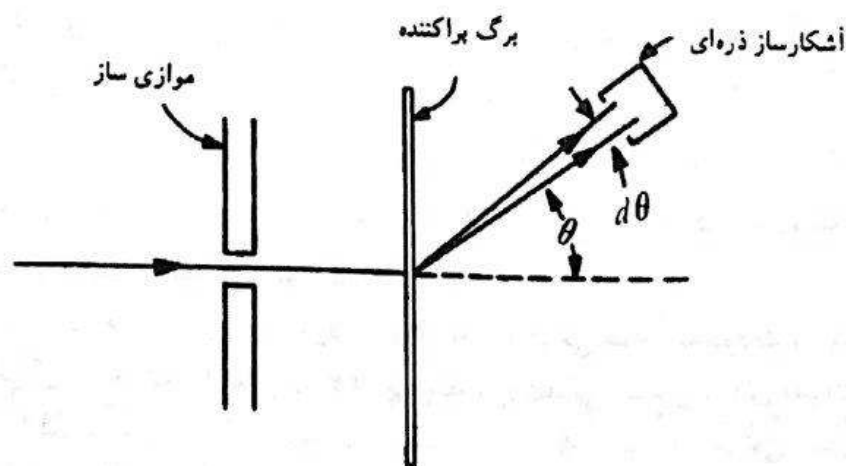
شدند، تأیید شدند.

نخست، با در نظر گرفتن نمونه ساده‌ای از آزمایش پراکندگی، می‌توان هدف‌نهایی روش پراکندگی را به بهترین نحو درک کرد. فرض کنید با جعبه سیاه بزرگی، که جرم محتوای آن معلوم است، روبه‌رو هستیم. برای مطالعه ساختار داخلی جعبه مجاز به دیدن داخل آن نیستیم، ولی از ما خواسته شده است که چگونگی توزیع جرم در داخل آن را تعیین کنیم. مثلاً، ممکن است جعبه با ماده‌ای به چگالی نسبتاً کم، مانند چوب، کاملاً پر شده باشد؛ یا امکان دارد که فقط بخشی از آن با ماده‌ای با چگالی زیاد پر شده باشد. چگونه می‌توان فهمید که کدامیک از این دو امکان نمایشگر توزیع واقعی ماده داخل جعبه است؟ می‌توان از راه حل خیلی ساده‌ای استفاده کرد: گلوله‌هایی به این جعبه شلیک کنیم و ببینیم برای آنها چه پیش می‌آید. در صورتی که تمام گلوله‌ها در جهت جلو با سرعت کاهش یافته از جعبه خارج شوند، می‌توان استنتاج کرد که جعبه با ماده‌ای چون چوب، که گلوله‌ها را فقط به اندازه جزئی منحرف می‌کند، پر شده است. اما اگر چند گلوله به مقدار زیاد از مسیرهای اصلی خود منحرف شوند می‌توان پذیرفت که گلوله‌ها با اجسام کوچک، سخت و سنگینی، که در سراسر جعبه پاشیده شده‌اند، برخورد کرده‌اند. بنابراین، با بررسی توزیع گلوله‌های پراکنده می‌توان اطلاعات فراوانی راجع به ترتیب ماده داخل جعبه کسب کرد. توجه کنید که لازم نیست گلوله‌ها را به هدف نشانه رویم، بلکه گلوله‌ها به‌طور کتره‌ای به‌وجه جلویی جعبه شلیک می‌شوند. این مطلب اساس آزمایشهای پراکندگی ذره در فیزیک اتمی و هسته‌ای است.

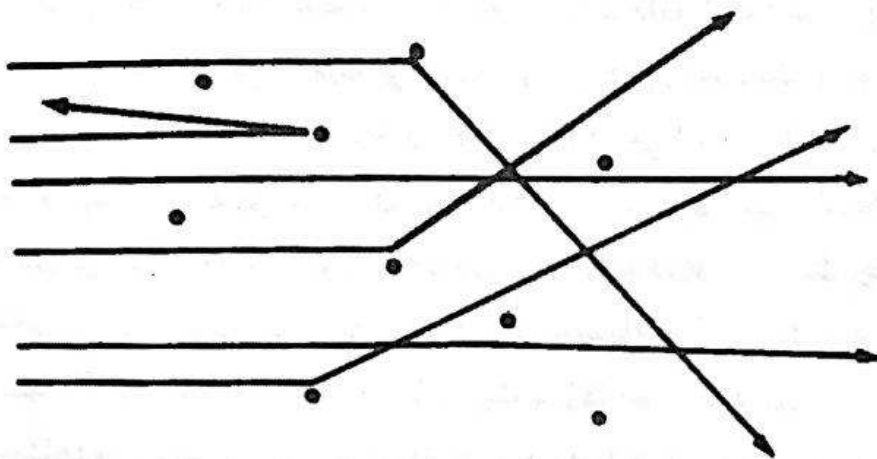
رادرفورد پیشنهاد کرد که جرم اتم و بار مثبت آن اساساً جرم و بار نقطه‌ای باشند. این جرم و بار مثبت را هسته اتم می‌نامند. علاوه بر آن، او پیشنهاد کرد که می‌توان این فرضیه را با شلیک ذرات با بار مثبت و با سرعت زیاد (گلوله‌ها) به داخل یک برگ فلزی نازک (جعبه سیاه) آزمود و آنگاه توزیع ذرات پراکنده را بررسی کرد. در آن زمان ذرات α تنها ذرات باردار مناسب و دسترس‌پذیری بودند که با انرژیهای چندین میلیون الکترون ولتی از مواد پرتوزا حاصل می‌شدند. رادرفورد قبلاً نشان داده بود که ذره α یک اتم هلیوم دوبار یونیده است؛ بنابراین بار الکتریکی این ذره مثبت و دو برابر بار الکترون است و جرم آن چندین هزار مرتبه از جرم الکترون بزرگتر است. با وجود این جرم این ذره از جرم اتم سنگینی چون طلا خیلی کوچکتر است. برای تأیید فرضیه هسته‌ای رادرفورد گایگر^۱ و مارسدن^۲ در سال ۱۹۱۳/۱۲۹۲ با استفاده از برگهای نازک طلا ذرات α را پراکنده کردند.

قسمتهای اصلی دستگاه پراکنده در شکل ۱.۶ نشان داده شده است. يك باریکه موازی از ذرات بر برگ می‌تابد و يك آشکارساز تعداد ذرات پراکنده در زاویه $d\theta$ تحت زاویه پراکندگی θ را می‌شمارد. این آزمایش شامل اندازه‌گیری تعداد نسبی ذرات پراکنده در زاویه‌های گوناگون θ است. گایگر و مارسدن در یکی از آزمایشهای خود، ذرات α با انرژی 7.7 MeV را از يك چشمه پرتوزا (پولونیوم) به‌کار بردند؛ این ذرات به‌برگی از طلا به ضخامت $10^{-5} \times 600$ سانتیمتر برخورد کردند. آشکارساز قابل دوران شامل يك پرده سولفور روی بود، که توسط میکروسکوپی مشاهده می‌شد؛ ذرات در برخورد با پرده درخشهای روشن یا سوسوهای تولید می‌کردند، که می‌شد آنها را برای هر زاویه θ مشاهده و شمارش کرد.

رفتار ذرات α را هنگامی که از داخل برگ پراکنده می‌گذرند بررسی می‌کنیم. هر رویارویی ذره α با الکترونهای داخل ماده را ناچیز فرض می‌کنیم، زیرا جرم ذره خیلی بزرگتر از جرم الکترون است؛ در چنین برخوردهایی ذره اساساً منحرف نمی‌شود و کسر ناچیزی از انرژی آن به هر يك از الکترونها منتقل می‌شود. از این رو، ذرات α تنها در برخوردهای نزدیک با هسته به‌طور محسوس منحرف و پراکنده می‌شوند. جرم هسته اتم طلا از جرم ذره α خیلی بزرگتر است (۵۰ برابر)؛ بنابراین در این برخورد هسته اتم طلا به‌طور محسوس پس زده نمی‌شود و می‌توان فرض کرد که در حال سکون باقی می‌ماند. چون ذرات α و هسته‌ها هردو دارای بار مثبت‌اند یکدیگر را دفع می‌کنند. در فرض رادرفورد نه فقط هسته‌ها به‌صورت بارهای نقطه‌ای بودند، بلکه تنها نیروی وارد بین هسته و



شکل ۱.۶ ترتیب يك آزمایش ساده پراکندگی، موازی‌ساز، ماده پراکنده و آشکارساز.



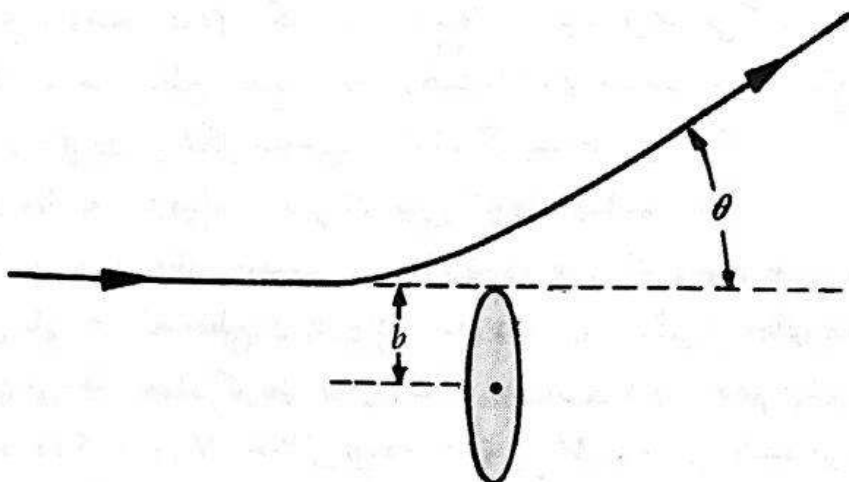
شکل ۲.۶ پراکندگی ذرات α توسط هسته‌های يك ماده (درمورد تعداد ذراتی که تحت زاویه‌های بزرگ پراکنده شده‌اند مبالغه شده است).

ذره α ، نیروی الکتروستاتیک کوئلی بود. همان‌طور که می‌دانیم نیروی مذکور باعکس مجذور فاصله بین بارها متناسب است؛ بنابراین، با وجودی که این نیرو هرگز صفر نمی‌شود (مگر در حالتی که فاصله دو بار بینهایت شود)، تنها وقتی ذره α کاملاً به هسته نزدیک شود يك نیروی دافعه قوی بر آن اثر می‌کند.

شکل ۲.۶ تعدادی از مسیرهای ذرات α را هنگام عبور از داخل برگ پراکنده نشان می‌دهد. اکثر ذرات تنها با انحراف اندکی از مسیر اصلی خود از ماده عبور می‌کنند؛ لذا شانس رویارویی نزدیک با هسته، یا مرکز پراکنده، نسبتاً بعید است. از طرف دیگر، آن چند ذره‌ای که تا برخورد رودررو فاصله چندانی ندارند تحت زاویه‌های بزرگی منحرف می‌شوند و آن ذرات فوق‌العاده نادری که برخورد رودررو می‌کنند به اندازه ۱۸۰ درجه منحرف می‌شوند؛ یعنی، این ذرات آن‌ا پس از برخورد به حال سکون درمی‌آیند و سپس در امتداد مسیرهای فرودی خود بازگشت می‌کنند.

حال برخوردیک ذره با بار مثبت (مثلاً، يك ذره α) با يك هسته سنگین (مثلاً طلا) را با تفصیل بیشتری بررسی می‌کنیم. همان‌طور که در شکل ۳.۶ نشان داده شده است،

* چون يك پاریکه از ذرات هم انرژی از دیدگاه نظریه کوانتومی عملاً به صورت پاریکه‌ای از امواج تکفام در نظر گرفته می‌شود (بخش ۲.۵)، فرایند پراکندگی، شامل پراش امواج فرودی توسط مراکز پراکنده است. جالب اینجاست که بررسی کامل مکانیک موجی پراکندگی به وسیله نیروی عکس مجذوری دقیقاً همان نتیجه‌ای را به دست می‌دهد که با تحلیل ذره دقیقاً کلاسیکی به دست می‌آید. ولی، در حالات مربوط به دیگر نیروها، نتایج کلاسیکی و مکانیک موجی باهم اختلاف دارند.



شکل ۳.۶ پراکندگی ذره α که با پارامتر برخورد b به یک هسته سنگین نزدیک می‌شود.

ذره فرودی تحت زاویه θ پراکنده شده است. این ذره تا فاصله نسبتاً نزدیک به مرکز پراکنده در امتداد یک خط تقریباً مستقیم حرکت می‌کند؛ این مرکز به صورت نقطه‌ای در شکل نشان داده شده است (سایه، یک سطح دایره‌ای حول هسته را که تقریباً از طرف لبه دیده می‌شود نشان می‌دهد)؛ آنگاه ذره منحرف می‌شود و خط تقریباً مستقیمی را دنبال می‌کند؛ بنابراین مسیر آن به شکل یک هذلولی است. اگر هیچ نیرویی بین ذره و هسته وجود نداشت ذره با فاصله b از هسته می‌گذشت. این فاصله را پارامتر برخورد می‌نامند.

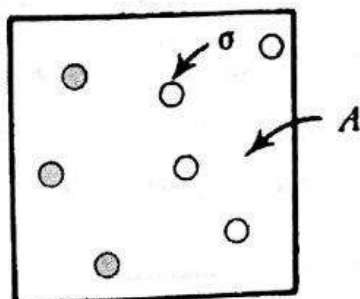
از شکل ۳.۶ دیده می‌شود که تمام ذرات فرودی که در راستای برخورد با محیط یا لبه دایره (با شعاع b) حول هسته پیش می‌روند تحت زاویه θ منحرف خواهند شد. به علاوه، هر ذره‌ای که در راستای برخورد با جایی در مساحت سایه دار πb^2 پیش می‌رود تحت زاویه‌ای بزرگتر از θ منحرف خواهد شد. البته ذره‌ای که به صورت دودرو برخورد کند ($b=0$) به اندازه 180° درجه منحرف می‌شود. مساحت πb^2 هدف را سطح مقطع σ می‌نامند

$$\sigma = \pi b^2 \quad (1.6)$$

از این رو، یک مساحت σ به هر مرکز پراکنده وابسته است، به طوری که اگر یک ذره فرودی با آن روبه‌رو شود در زاویه θ یا بزرگتر پراکنده خواهد شد. وقتی ذره‌ای با زاویه محسوسی منحرف شود سطح مقطع فوق‌العاده کوچک است؛ یعنی، در پراکندگی با زاویه بزرگ، هر هسته، در مقابل یک ذره فرودی، هدف بسیار کوچکی به شمار می‌رود.

حال می‌خواهیم مساحت کل هدفی را که توسط تمام مراکز پراکننده داخل يك
 برگ (به سطح A وضخامت t) تشکیل می‌شود محاسبه کنیم. فرض می‌کنیم که برگ آنقدر
 نازک باشد که مساحت سطح مقطع هریک از هسته‌ها روی مساحت سطح مقطع هسته دیگر
 نیفتد (شکل ۴.۶)؛ در این شکل مساحت کل نمایشگر مساحت برگ است. چنانچه مساحت
 سایه‌دار کل در مقایسه با مساحت برگ خیلی کوچک باشد احتمال اینکه ذره فرودی
 توسط بیش از يك هسته به‌طور محسوس منحرف شود، خیلی کم است؛ یعنی، اگر برگ
 به اندازه کافی نازک و سطح مقطع σ کوچک باشد «كل پراکندگی» به جای «پراکندگی
 چندگانه» رخ می‌دهد. تعداد کل مراکز پراکننده به ازای واحد حجم برابر n است. با
 استفاده از عدد آووگادرو، N_A ، چگالی ρ ، و جرم اتمی M_a برگ پراکننده، می‌توان مقدار
 n را از رابطه $n = N_A \rho / M_a$ محاسبه کرد (محاسبه مشابهی را در بخش ۲.۵ ببینید). اگر
 n هسته در واحد حجم وجود داشته باشد، در آن صورت در برگی به حجم At ، روی هم‌رفته
 nAt هسته وجود دارد. لذا، مساحت هدف پراکننده تحت زاویه‌ای حداقل به بزرگی θ ،
 برابر $\sigma(nAt)$ است.

می‌خواهیم کسری از ذرات فرودی را که به اندازه زاویه θ یا بیشتر پراکنده
 می‌شوند محاسبه کنیم. باریکه فرودی را نمی‌توان برای برخورد با هر هسته‌ای در برگ
 نشانه گرفت، زیرا باریکه بر روی مساحتی که در مقایسه با مساحت σ خیلی بزرگتر است
 پاشیده می‌شود. بنابراین، احتمال اینکه هر ذره فرودی تحت زاویه‌ای بزرگتر از θ پراکنده
 شود برابر نسبت مساحت هدف سایه‌دار σnAt به مساحت کل A برگ است. در این صورت،



شکل ۴.۶ مساحت‌های هدف که توسط مراکز
 پراکنده يك برگ نازک نمایش داده شده‌اند.
 این مراکز پراکننده باعث می‌شوند که
 ذرات فرودی در زاویه θ یا بزرگتر
 پراکنده شوند.

کسری از ذرات بیشمار فرودی که پراکنده می‌شود توسط رابطه $\sigma n A t / A$ ، یا

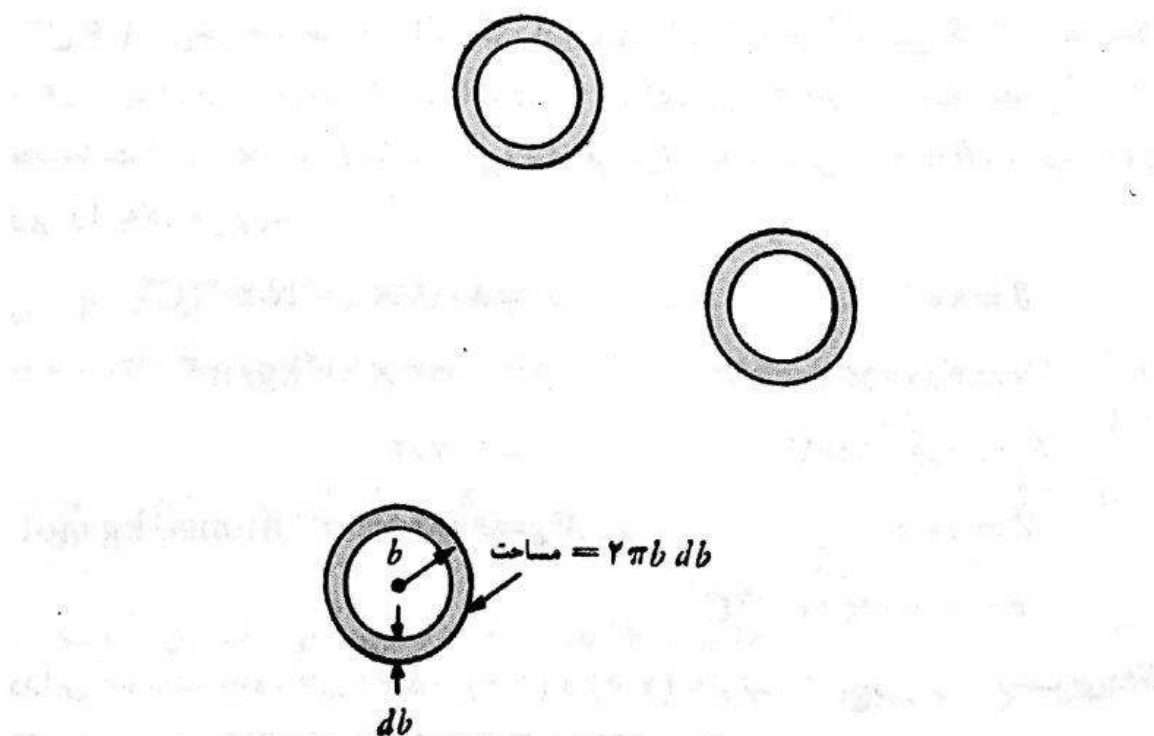
$$\frac{N_s}{N_i} = \sigma n t \quad (۲.۶)$$

داده می‌شود، که در آن N_i تعداد ذراتی است که بر روی برگ فرود می‌آیند و N_s تعداد ذرات فرودیی است که تحت زاویه θ یا بزرگتر پراکنده می‌شوند. در واقع آشکارساز ذره‌ای تعداد dN_s ذره پراکنده در زاویه $d\theta$ را تحت زاویه پراکندگی θ اندازه‌گیری می‌کند. مساحت هدفی که ذرات را در زوایایی از θ تا $\theta + d\theta$ پراکنده می‌کند با سطح مقطع دیفرانسیلی $d\sigma$ برابر است، که با توجه به رابطه (۱.۶) به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$d\sigma = 2\pi b db \quad (۳.۶)$$

همین نتیجه از شکل ۵.۶ نیز حاصل می‌شود، که در آن سطح مقطع دیفرانسیلی هرسته را به صورت حلقه‌ای به شعاع b ، محیط $2\pi b$ و پهنای db مشاهده می‌کنیم. در این صورت یک ذره فرودی که در راستای برخورد با مساحت سایه‌دار پیش می‌رود بین θ و $\theta + d\theta$ پراکنده می‌شود.

آنگاه با استفاده از روابط (۲.۶) و (۳.۶) تعداد dN_s ذرات پراکنده بین زاویه‌های



شکل ۵.۶ مساحت هسته‌ای هدف برای سطح مقطع دیفرانسیلی.

θ و $\theta + d\theta$ ، از رابطه زیر به دست می آید

$$\frac{dN_s}{N_i} = nt d\sigma = 2\pi b n t db \quad (4.6)$$

این معادله مبنای کلیه آزمایشهای پراکندگی با برکهای نازک است. تعداد ذرات فرودی و پراکنده N_i و dN_s را می توان مستقیماً به وسیله آزمایش اندازه گیری کرد و نسبت آنها را می توان با نسبت حاصل از این معادله مقایسه کرد. برای محاسبه dN/N_i ، باید چگونگی ارتباط پارامتر برخورد b را با زاویه پراکندگی θ دانست.

رابطه بین b و θ در پراکندگی ذرات با بار Q_1 و انرژی جنبشی E_k توسط یک بار نقطه ای بی اندازه سنگین Q_2 ، به شکل زیر بیان می شود*

$$b = \frac{k}{2} \frac{Q_1 Q_2}{E_k} \cot \frac{\theta}{2} \quad (5.6)$$

که در آن $k = 1/4\pi\epsilon_0$ ثابت قانون کولن و $Q_1 = +2e$ و $Q_2 = +Ze$ است؛ کمیت Z بار هسته را به صورت مضربی از بار e الکترون به دست می دهد. این معادله با استفاده از قوانین بقای انرژی، اندازه حرکت خطی و اندازه حرکت زاویه ای و با فرض اینکه نیروی کولن یک نیروی پایسته مرکزی و عکس مجذوری است حاصل می شود.

مثال ۱۰۶ می خواهیم نظریه پراکندگی ذرات α را در شرایط آزمایش گایگر و مارسدن به کار ببریم. در این آزمایش، ذرات α با انرژی 7.68 MeV توسط یک برگ طلا به ضخامت 600×10^{-5} سانتیمتر پراکنده می شوند. با گزینش $\theta = 90^\circ$ ، مقادیر معلوم زیر را به کار می ببریم

$$\theta = 90^\circ$$

$$k = 8.99 \times 10^9 \text{ N-m}^2/\text{C}^2$$

$$t = 6000 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\rho = 1932 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$$

$$E_k = 7.68 \text{ MeV}$$

$$w = 19722$$

$$Z = 79$$

$$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ atoms/kg mol}$$

$$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

در این صورت، معادله های (۵.۶)، (۱.۶) و (۲.۶) به ترتیب نتایج زیر را به دست می دهند

* رک بخش ۶.۲۲ کتاب زیر

$$b = 1.248 \times 10^{-14} \text{ m}$$

$$\sigma = 6.288 \times 10^{-28} \text{ m}^2$$

$$\frac{N_s}{N_i} = 2.243 \times 10^{-5}$$

تحت شرایط این آزمایش هر ذره فرودی که از آغاز چنان حرکت می کند که در فاصله ای در حدود 1.248×10^{-14} متر يك برخورد رود رو را از دست می دهد، حداقل به اندازه 90° منحرف خواهد شد. توجه کنید که پارامتر برخورد به مراتب از فاصله بین هسته های طلا (تقریباً 10^{-10} متر)، که برابر اندازه يك اتم طلا نیز هست، کمتر است. سطح مقطع یا مساحت هدف، برای پراکندگی ذرات α در زاویه ای بزرگتر از 90° ، برابر 6.288×10^{-28} متر مربع است که سطح خیلی کوچکی است. سرانجام درمی یابیم که N_s/N_i برابر با 2.243×10^{-5} است: از لحاظ نظری، در شرایط یاد شده، از بین هر ۱۰۰۰۰۰ ذره فرودی α ، کمی بیش از ۲ ذره به اندازه 90° یا بیشتر منحرف خواهند شد. فرض اینکه مساحت سایه دار در شکل ۴.۶ خیلی کوچکتر از مساحت کل برگ است کاملاً تأیید می شود، و بنا بر این در مواردی با این زاویه بزرگ پراکندگی فقط يك پراکندگی اهمیت دارد. در صورتی که این محاسبه برای $\theta = 1^\circ$ تکرار شود، $N_s/N_i = 0.325$ می شود، یعنی انتظار می رود که ۳۲ درصد از ذرات فرودی به اندازه 1° ، یا بیشتر پراکنده شوند.

با استفاده از رابطه (۵.۶) داریم

$$db = \frac{-kQ_1Q_2}{4E_k} \csc^2 \frac{\theta}{2} d\theta$$

علامت منها دال بر آن است که با کاهش پارامتر برخورد b زاویه پراکندگی θ افزایش می یابد؛ ولی، از این پس این علامت را به کار نخواهیم برد. با قراردادن رابطه های مربوط به b و db در رابطه (۴.۶) داریم

$$\frac{dN_s}{N_i} = \frac{\pi n t}{4} \left(\frac{kQ_1Q_2}{E_k} \right)^2 \cot \frac{\theta}{2} \csc^2 \frac{\theta}{2} d\theta = \frac{\pi n t}{4} \left(\frac{kQ_1Q_2}{E_k} \right)^2 \frac{\cos(\theta/2) d\theta}{\sin^4(\theta/2)}$$

با استفاده از اتحاد مثلثاتی $\sin \theta = 2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)$ می توان این رابطه را به صورت زیر نیز نوشت

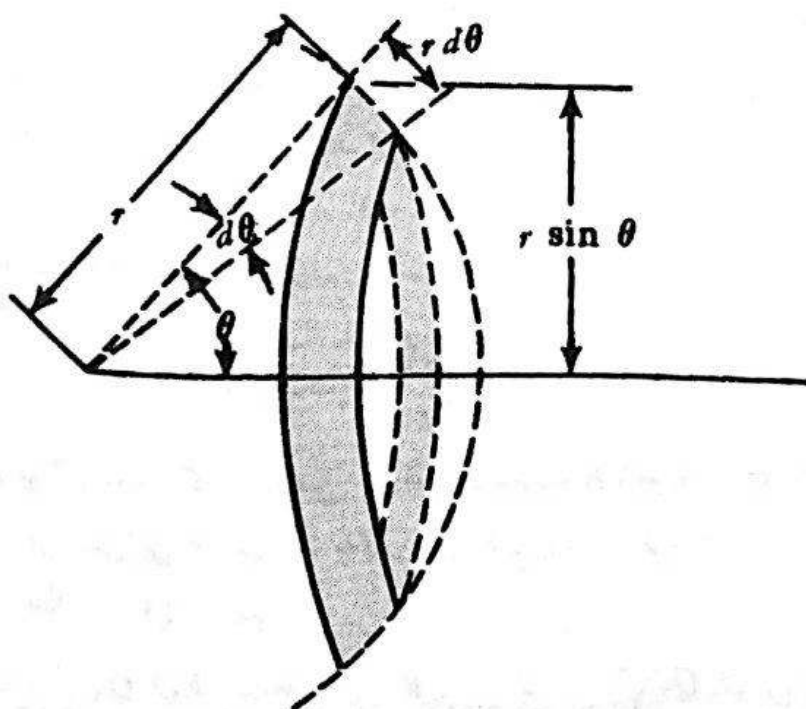
$$\frac{dN_s}{N_i} = \frac{\pi n t}{16} \left(\frac{kQ_1Q_2}{E_k} \right)^2 \frac{(2\pi \sin \theta d\theta)}{\sin^4(\theta/2)} \quad (6.6)$$

در این صورت، همان طور که در شکل ۶.۶ نشان داده شده است، مقدار $2\pi \sin \theta d\theta$ تمام زاویه فضایی $d\Omega$ تحت زاویه پراکندگی نموی $d\theta$ را به دست می‌دهد. آشکارساز ذرات پراکنده، که در فاصله ثابتی حول برگ پراکنده دوران می‌کند، همواره تحت یک زاویه فضایی متناسب با $d\Omega$ قرار می‌گیرد؛ یعنی، برای شمارش ذرات پراکنده در زوایای پراکندگی گوناگون θ ، سازه $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ با دوران آشکارساز تغییر نمی‌کند. آنگاه رابطه (۶.۶) چنین نتیجه می‌دهد

$$\frac{dN_s}{N_i} \propto \left(\frac{Q_1 Q_2}{E_k} \right)^2 \frac{nt}{\sin^4(\theta/2)} \quad (7.6)$$

برای پراکندگی ذره α ، $Q_1 = 2e$ و $Q_2 = Ze$ است، و این معادله به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{dN_s}{N_i} \propto \frac{Z^2 e^4 nt}{E_k^2 \sin^4(\theta/2)}$$



شکل ۶.۶ زاویه فضایی $d\Omega$ که با نمو زوایای $d\theta$ تحت زاویه پراکندگی θ قرار می‌گیرد. بنابراین تعریف، $d\Omega/4\pi$ مساحت سایه‌دار تقسیم بر مساحت کل سطح کروی است. مساحت سایه‌دار برابر $(r \sin \theta)(r d\theta)$ است. در این صورت $d\Omega/4\pi = (2\pi r^2 \sin \theta d\theta)/4\pi r^2$ و بنا بر این $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ است.

چون تعداد ذرات پراکنده با عکس $\sin^4(\theta/2)$ تغییر می کند بسا افزایش θ تعداد dN_θ به شدت کاهش می یابد. برای مثال، به ازای هریک میلیون ذره ای که تحت زاویه $\theta = 10^\circ$ مشاهده شوند فقط ۲۳۲ ذره تحت زاویه $\theta = 90^\circ$ و فقط ۵۸ ذره تحت زاویه $\theta = 180^\circ$ منحرف می شوند.

بر اساس این فرض که بارهای هسته ای نقطه ای اند، باید اغلب ذرات فرودی فقط به اندازه جزئی منحرف شوند و تعداد کم ولی قابل ملاحظه ای از آنها تحت زاویه های بزرگ منحرف شوند. در صورتی که مدل کاملاً متفاوتی را برمی گزیدیم، یعنی مدلی که در آن پاشیدگی بسا مثبت اتم در ناحیه عمده ای از حجم آن به طور یکنواخت فرض می شد، احتمال پراکندگی بسا يك برگ نازك در زوایای بزرگ صفر بود. چنین مدلی توسط تامسون پیشنهاد شد، ولی آزمایشهای پراکندگی نشان دادند که این مدل نادرست است. فرضیه هسته ای رادرفورد به وسیله آزمایشهای گایگر و مارسدن تأیید شد. در این آزمایشها توزیع اندازه گیری شده ذرات پراکنده α ، با توزیعی که بر اساس فرض پراکندگی تحت يك نیروی کولنی ناشی از بارهای نقطه ای پیشگویی شده بود، یعنی با آن پراکندگی که با $1/[\sin^4(\theta/2)]$ متناسب است توافق داشتند. آنها نظریه رادرفورد را برای ذرات α با انرژیهای گوناگون و برای جنس وضخامت گوناگون برگ تأیید کردند.

ولی آزمایشهای پراکندگی نشان می دهند که وقتی ذرات باردار، هسته و ذره α ، در فاصله ای کمتر از 10^{-14} متر از هم قرار می گیرند قانون کولن برقرار نیست. وقتی تعداد مشاهده شده و تعداد پیشگویی شده ذرات α با انرژی بالا را، که تحت زاویه های بسیار بزرگ پراکنده می شوند مقایسه کنیم، بین آزمایش و نظریه پراکندگی کولنی اختلافهایی دیده می شود: ذرات α می توانند در فاصله ای کمتر از 10^{-14} متر از هسته قرار بگیرند. از این رو، برای فاصله هایی از این مرتبه یا کوچکتر، نیروی بین هسته و يك ذره α ، فقط بسا قانون کولن بیان نمی شود و باید فرض کرد که نیروی متمایز دیگری، موسوم به نیروی هسته ای، بین این ذرات عمل می کند. در بررسیهای مربوط به فیزیک هسته ای این انحرافها از نیروی کولنی دارای اهمیت اند؛ در حال حاضر توجه به این نکته کافی است که جرم و بار الکتریکی مثبت هراتم در ناحیه ای که از 10^{-14} متر بزرگتر نیست متمرکز است. به طوری که به درستی می توان فرض کرد که در يك اتم نوعی (با اندازه تقریباً 10^{-10} متر) الکترونها تحت تأثیر يك نیروی جاذبه کولنی و مطلقاً الکتروستاتیکی قرار دارند که ناشی از يك بار نقطه ای (هسته) است.

۲.۶ مدل سیاره‌ای کلاسیک

اینکه هسته، مرکز بار مثبت و مرکز جرم اتم است و اینکه نیروی بین ذرات باردار در ابعاد اتمی، به شکل نیروی الکتروستاتیک کولنی است را می‌توان به عنوان اساس يك مدل کلاسیکی خیلی ساده ساختار اتمی به کار برد. می‌خواهیم ساختار هیدروژن (ساده‌ترین اتمها) را به کمک این مدل کلاسیکی بررسی کنیم. هیدروژن معمولی شامل هسته‌ای با يك بار مثبت (پروتون) و يك الکترون است. پروتون که جرم آن ۱۸۳۶ برابر جرم الکترون است الکترون را با نیروی الکتروستاتیک کولنی، که با عکس مجذور فاصله بین آنها تغییر می‌کند، جذب می‌کند (نیروی گرانش بین این ذرات ۱۰۳۹ بار کوچکتر از نیروی الکتریکی است و بنابراین می‌توان از آن چشمپوشی کرد). این وضع همانند وضع دستگاه خورشیدی است: جرم خورشید از جرم يك سیاره خیلی بیشتر است و سیاره و خورشید یکدیگر را توسط نیروی گرانش عکس مجذوری جذب می‌کنند. برای اینکه سیاره‌ای به خورشید مقید باشد باید در يك مسیر بیضوی یا دایره‌ای حول آن حرکت کند. در مدل اتمی سیاره‌ای، يك اتم مانند يك دستگاه خورشیدی كوچك فرض می‌شود که در آن هسته به جای خورشید، الکترون به جای سیاره و نیروی کولنی به جای نیروی گرانشی قرار می‌گیرد. این مدل، دقیقاً کلاسیکی است؛ هیچکدام از جنبه‌های موجی به الکترون نسبت داده نمی‌شود و تمام اثرهای کوانتومی مستثنی شده‌اند. برای سهولت، فرض می‌شود که الکترون در يك مدار دایره‌ای حول هسته هیدروژن در حرکت است و هسته در حال سکون باقی می‌ماند.

انرژی اتم هیدروژن و بسامد حرکت مداری را محاسبه می‌کنیم. انرژی مکانیکی کل E دستگاه (بجز انرژیهای سکون الکترون و پروتون) برابر مجموع انرژی جنبشی E_k الکترون و انرژی پتانسیل الکتریکی E_p بین الکترون و پروتون است. فرض می‌شود که الکترونی به جرم m در دایره‌ای به شعاع r با سرعت v (غیرنسبیتی) در حرکت است؛ الکترون و پروتون هر کدام دارای بار الکتریکی e اند، بنابراین

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \left(\frac{-ke^2}{r} \right) \quad (۸.۶)$$

که در آن $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ است. نیروی شعاعی به سوی داخل، که الکترون را در مدار دایره‌ای خود نگه می‌دارد، توسط نیروی الکتریکی ناشی از هسته تأمین می‌شود. بنابراین

$$F = ma$$

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$mv^2 = \frac{ke^2}{r} \quad (۹.۶)$$

از روابط (۸.۶) و (۹.۶) چنان برمی‌آید که، وقتی مدار دایره‌ای است، انرژی جنبشی برابر نصف بزرگی انرژی پتانسیل خواهد بود. با قرار دادن رابطه (۹.۶) در رابطه (۸.۶) داریم

$$E = \frac{1}{2} \frac{ke^2}{r} - \frac{ke^2}{r}$$

$$E = -\frac{ke^2}{2r} \quad (۱۰.۶)$$

این معادله نشان می‌دهد که انرژی کل این دستگاه منفی است. E ، با افزایش شعاع مدار الکترون، به صفر می‌گراید؛ این بدان معنی است که وقتی الکترون در یک مدار دایره‌ای کوچک حرکت می‌کند قویاً به هسته مقید خواهد بود و فقط وقتی از بستگی هسته رها می‌شود که در فاصله نامتناهی از آن قرار داشته باشد. وقتی E منفی است، الکترون و پروتون یک دستگاه مقید تشکیل می‌دهند.

معلوم شده است که قطر اتم هیدروژن تقریباً $1 \text{ \AA}$ است و الکترون در این اتم با انرژی 13.6 eV به هسته مقید است. با قرار دادن $E = -13.6 \text{ eV}$ در رابطه (۱۰.۶) نتیجه می‌شود $r = 0.53 \text{ \AA}$ ؛ به این ترتیب تا اینجا مدل سیاره‌ای هیدروژن با حقایق تجربی توافق دارد.

حال می‌خواهیم تابش الکترومغناطیسی ناشی از یک اتم هیدروژن سیاره‌ای کلاسیکی را بررسی کنیم. از لحاظ کلاسیکی، امواج الکترومغناطیسی توسط یک بار الکتریکی شتابدار تولید می‌شوند و بسامد موج دقیقاً برابر بسامد نوسان این بار است.* الکترون در اتم هیدروژن سیاره‌ای به‌طور پیوسته شتاب می‌گیرد و در یک مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند؛ بنابراین، این اتم به‌طور پیوسته تابش می‌کند. به علاوه، انتظار می‌رود که بسامد این تابش با بسامد حرکت مداری الکترون برابر باشد. این بسامد مداری با رابطه

* رک بخش ۷.۳۵ کتاب زیر

زیر داده می شود

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi r} \quad (۱۱.۶)$$

که در آن ω سرعت زاویه ای مداری الکترون است. معادله (۹.۶) را می توان به شکل زیر نوشت

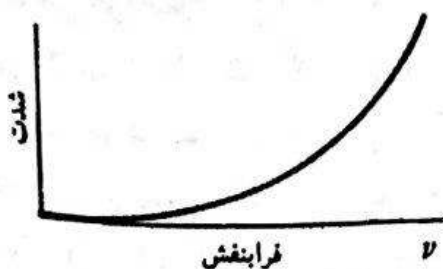
$$\frac{v}{r} = \sqrt{\frac{ke^2}{mr^3}} \quad (۱۲.۶)$$

با قراردادن این رابطه در رابطه (۱۱.۶) نتیجه می شود

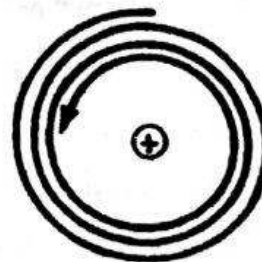
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ke^2}{mr^3}} \quad (۱۳.۶)$$

اگر در این معادله، $r = ۵\text{Å}$ را قرار دهیم، بسامد مداری f برابر $۷ \times ۱۰^{۱۵} \text{Hz}$ می شود؛ در این شعاع، بسامد تابش باید در ناحیه فرابنفش طیف الکترومغناطیس قرار بگیرد. حال اگر این اتم تابش کند، باید انرژی کل E آن کاهش یابد و حتی منفی شود. از رابطه (۱۰.۶) درمی یابیم که، اگر انرژی کل E کاهش یابد، شعاع مداری r نیز باید کاهش یابد و از رابطه (۱۳.۶) نتیجه می شود که f با کاهش r افزایش می یابد. به طور خلاصه، وقتی انرژی تابش می شود، E و r کاهش می یابند بسامد مداری f افزایش پیدا می کند و بنابراین، بسامد موج تابشی به طور پیوسته افزایش می یابد.

در این صورت، نظریه سیاره ای کلاسیک پیشگویی می کند که الکترونی که حرکت خود را از مدار اولیه ای آغاز می کند به طور مارپیچی به داخل هسته حرکت خواهد کرد، اتم یک طیف پیوسته تابش خواهد کرد، و بسامد با کاهش شعاع الکترون افزایش خواهد یافت (شکل ۷.۶). محاسبات نشان می دهند که الکترون در این مدل کلاسیکی در مدنی



(ب)



(الف)

شکل ۷.۶ فروریختن (رمبیدن) کلاسیکی یک اتم در اثر تابش پیوسته توسط الکترون در حال دوران، (الف) شعاع کاهش می یابد، (ب) توزیع شدن کلاسیکی تابش الکترومغناطیسی، به صورت تابشی از بسامد.

کمتر از 10^{-8} s به هسته می‌رسد و با آن ترکیب می‌شود. اتم فرومی‌ریزد (می‌رمبد) این مدل اتمی سیاره‌ای کلاسیک به وضوح از دو جهت مهم غیرقابل دفاع است: یکی پیشگویی آن در مورد اینکه اتمها ناپایدارند، و دیگری پیشگویی اینکه طیف تابش پیوسته است. این مطلب کاملاً با حقایق تجربی ناسازگار است: همان‌طور که در بخش بعد خواهیم دید، اتمها پایدارند و طیف گسسته‌ای از بسامدها تابش می‌کنند.

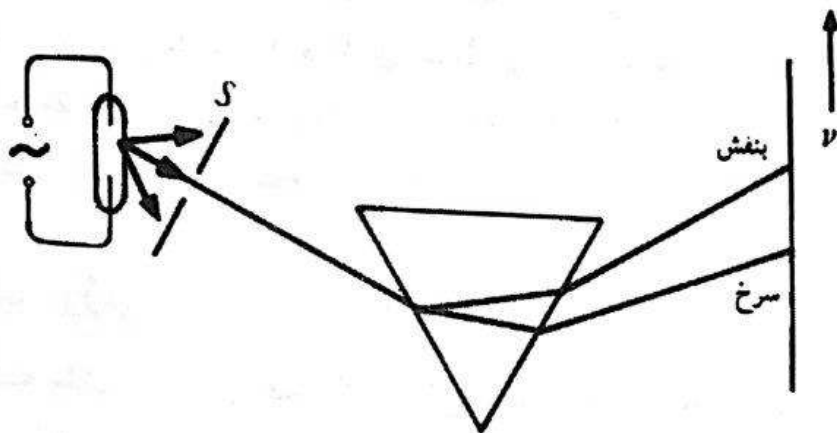
۳.۶ طیف هیدروژنی

مشاهده کردیم که مدل سیاره‌ای دقیقاً کلاسیکی به این انتظار منجر می‌شود که گستره پیوسته‌ای از تابش الکترومغناطیسی از اتمهای هیدروژن گسیل شود و اتم فروبریزد (برمبد). چون تابش مشاهده شده از اتم هیدروژن پیوسته نیست و چون اتمهای هیدروژن نیز پایدارند، این مدل اساساً ناقص است؛ یک مدل صحیح باید بتواند به تفصیل طیفهای مشاهده شده و پایداری اتمها را توجیه کند. قبل از بحث درباره مدلی که ساختار اتمهای هیدروژن را به قدر کافی توصیف کند (که این نقطه شروع طبیعی برای هر توصیف نظری از ساختار اتمی است) می‌خواهیم حقایق شناخته شده مربوط به طیف هیدروژنی را برشماریم.

برای مشاهده طیف اتمهای منزوی هیدروژن لازم است که از هیدروژن اتمی گازی استفاده کنیم؛ زیرا در هیدروژن اتمی گازی اتمها چنان از هم دورند که هر اتم مانند یک دستگاه منزوی رفتار می‌کند (هیدروژن مولکولی H_2 و هیدروژن جامد، طیفهایی تابش می‌کنند که بازتاب برخی از جنبه‌های اتمهای هیدروژن مقید به هم است).

طیف مرئی گسیل یافته از هیدروژن را می‌توان با یک نوع طیف‌سنج، که به شکل منشور است و طرح آن در شکل ۸.۶ نشان داده شده است بررسی کرد؛ برای پاشیدگی تابش می‌توان از یک توری پر اش به جای منشور استفاده کرد. گاز هیدروژن با تخلیه الکتریکی یا با گرمای فوق‌العاده برانگیخته می‌شود و تابش گسیل می‌کند. مقداری از این تابش از شکاف باریک S عبور می‌کند و توسط منشور یا توری پاشیده می‌شود. سپس، این تابش که به مؤلفه بسامدهای گوناگون خود تفکیک شده است بر روی یک پرده یا یک صفحه عکاسی فرود می‌آید و اندازه‌گیری بسامدها و شدتهای طیف گسیلی را ممکن می‌کند.

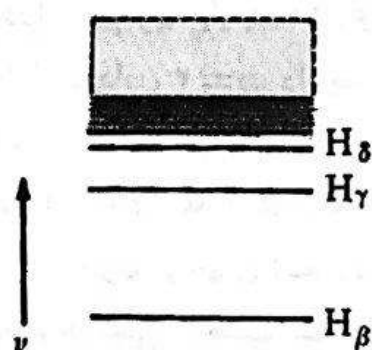
هر ابزاری که طول موجهای گوناگون باریکه‌ای از تابش الکترومغناطیسی را پاشاند و اندازه‌گیری کند طیف‌سنج نام دارد. ابزاری که نور را پاشاند و از طیف عکسبرداری کند به طیف‌نگار مشهور است؛ آن ابزاری که طیف را مستقیماً برای چشم مرئی می‌کند طیف‌نما نامیده می‌شود. طیف‌سنجها برای مطالعه هر یک از چند ناحیه طیف الکترومغناطیسی از قبیل بسامد رادیویی، پرتوهای x، و پرتوهای γ طرح می‌شوند. آن



شکل ۸.۶ طرح يك طيف سنج منشوری.

شاخه از فیزیک که مربوط به مطالعه گسیل یا درآشامی تابش الکترومغناطیسی به وسیله مواد است، طیف‌نمایی نام دارد. طیف‌نمایی برای تحقیق در ساختار اتمی، مولکولی، و هسته‌ای روش بسیار مناسبی است، و دارای دقت فوق‌العاده زیاد (بسامدها و طول موجها با دقت ۱ در ۱۰ میلیون، به آسانی اندازه‌گیری می‌شوند) و حساسیت خیلی بالایی (گسیل یا درآشامی از نمونه‌هایی به کوچکی کسری از يك میکروگرم قابل مشاهده‌اند) است. طیف مربوط به هیدروژن اتمی که توسط طیف‌سنج منشوری یا طیف سنج با توری پراش حاصل می‌شود متشکل از تعدادی خطوط تیز، گسسته، و روشن در زمینه‌ای سیاه است؛ این خطوط تصویرهای شکاف‌اند. در حقیقت، طیف تمام عناصر شیمیایی که به شکل گاز تک اتمی هستند مرکب از چنین خطوط روشنی است؛ هر طیف مشخصه‌ای از يك عنصر بخصوص است. این طیف به طیف خطی مشهور است. در این صورت طیف گسیلی ناشی از هیدروژن اتمی، که يك طیف خطی روشن است، مشخصه هیدروژن است. از آنجا که هر عنصر شیمیایی دارای طیف خطی مربوط به خود است، طیف‌نمایی يك روش فوق‌العاده حساس برای شناخت این عناصر است.

در شکل ۹.۶ طیف خطی هیدروژن اتمی، در ناحیه مرئی، نشان داده شده است. خطوط طیف به ترتیب افزایش بسامد و کاهش طول موج با H_α ، H_β ، و غیره مشخص می‌شوند. معمولاً خط H_α به مراتب شدیدتر از خط H_β است و به همین ترتیب H_β از H_γ شدیدتر است و الی آخر. با افزایش بسامد فاصله بین خطوط مجاور کوچکتر می‌شود و این خطوط گسسته به حد يك سری نزديك می‌شوند که در بالای آن طیف پیوسته ضعیفی پدیدار می‌شود. این گروه از خطوط هیدروژن، که در ناحیه مرئی طیف الکترومغناطیسی



————— H_{α}

شکل ۹.۶ توزیع بسامد تابش حاصل از هیدروژن اتمی در ناحیه مرئی. این گروه بخصوص از خطوط طیفی سری بالمر نام دارد.

ظاهر می‌شوند، به سری بالمر مشهورند، زیرا در سال ۱۸۸۵/۱۲۶۴ بالمر^۱ به یک فرمول تجربی ساده (به نام فرمول بالمر) دست یافت که با استفاده از آن توانست تمام طول موجهای مشاهده شده در این گروه را محاسبه کند. این فرمول که طول موج λ را برای تمام خطوط طیفی این سری به دست می‌دهد، به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (۱۴.۶)$$

که در آن

$$R = ۱۰۹۶۷۷۵۸ \times ۱۰^۷ \text{m}^{-۱} \approx ۱۰۹۶۸ \times ۱۰^{-۳} \text{\AA}^{-۱}$$

و n عدد درستی است که دارای مقادیر ۳، ۴، ۵، ... است.

1. J. J. Balmer

با قرار دادن $n=3$ در این فرمول، $\lambda = 65647 \text{ \AA}$ نتیجه می‌شود که مربوط به خط H_α است؛ همین طور با قرار دادن $n=4$ ، داریم $\lambda = 48627 \text{ \AA}$ ، که مربوط به خط H_β است. طول موج حدین سری وقتی $n=\infty$ است با فرمول بالمر بیان می‌شود. ثابت R به ثابت ریدبرگ معروف است. مقدار R به وسیله آزمایش طوری برگزیده می‌شود که بهترین توافق در مورد طول موجهای اندازه‌گیری شده حاصل شود. در طیف نمایی اتمی به جای اینکه خطوط طیفی بر حسب بسامد مشخص شوند نوعاً به وسیله طول موجهایشان تعین می‌شوند، زیرا آنچه اندازه‌گیری می‌شود طول موج است. هیدروژن، علاوه بر سری بالمر در ناحیه مرئی، یک سری از خطوط را در ناحیه فرابنفش و چندین سری را در ناحیه فرو سرخ تابش می‌کند. هر سری را می‌توان با فرمولی مشابه با معادله بالمر نمایش داد. در حقیقت، می‌توان یک فرمول کلی نوشت که به وسیله آن تمام خطوط طیف هیدروژنی محاسبه شوند. این فرمول به معادله ریدبرگ مشهور است و به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (15.6)$$

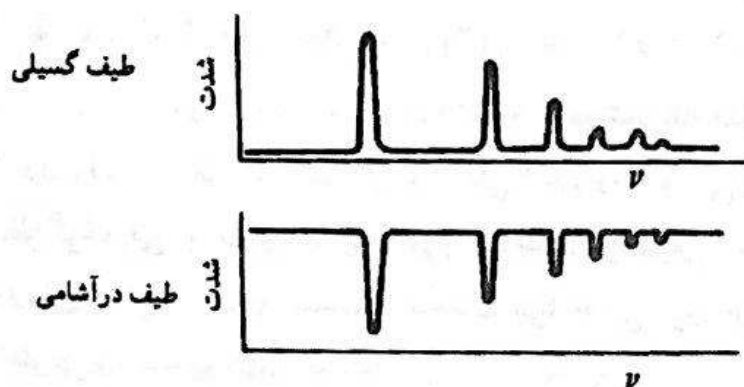
که در آن، $n_1 = 1$ و $n_2 = 2, 3, 4, \dots$ سری لیمان، ناحیه فرابنفش

$n_1 = 2$ و $n_2 = 3, 4, 5, \dots$ سری بالمر، ناحیه مرئی

$n_1 = 3$ و $n_2 = 4, 5, 6, \dots$ سری پاشن، ناحیه فرو سرخ

و همین‌طور برای سریهای بعدی که در ورای فرو سرخ قرار می‌گیرند. مقدار ثابت ریدبرگ در این معادله دقیقاً همان مقدار R در رابطه (۱۴.۶) است؛ در حقیقت، وقتی n_1 برابر ۲ اختیار شود رابطه (۱۵.۶) به صورت رابطه (۱۴.۶) درمی‌آید. در بخش ۴.۶ علت گزینش «(بالایی)» و «(پایینی)» به عنوان شاخص پایین اعداد درست در فرمول ریدبرگ، روشن خواهد شد. این چند سری از خطوط هیدروژن را به یادبود کاشفین آنها نامگذاری کرده‌اند. هر چند فرمول ریدبرگ در به دست دادن طول موجهای تابشی از اتم هیدروژن به طور قابل ملاحظه‌ای موفق بوده است، باید دانست که این فرمول صرفاً یک رابطه تجربی است و به خودی خود هیچ اطلاعی درباره ساختار هیدروژن ارائه نمی‌دهد. از طرف دیگر، یک نظریه کاملاً موفق در مورد اتم هیدروژن باید قادر به پیشگویی این خطوط طیفی باشد؛ یعنی، باید فرمول ریدبرگ را به عنوان یک نتیجه به دست بدهد.

طیف حاصل از هیدروژنی را که با تخلیه الکتریکی یا به وسیله گرمای فوق العاده زیاد



شکل ۱۰.۶ تغییر شدت با بسامد در طیفهای گسیلی و درآشامی هیدروژن.

برانگیخته شده است بررسی کردیم. هیدروژن اتمی در دمای اتاق به خودی خود تابش الکترومغناطیسی محسوسی گسیل نمی‌کند، ولی می‌تواند در این دما تابش الکترومغناطیسی را به‌طور گزینشی درآشامد و طیف درآشامی تولید کند. وقتی باریکه‌ای از نور سفید (با تمام بسامدها) از گاز هیدروژن اتمی عبور کند و طیف نور عبوری در یک طیف‌سنج بررسی شود، طیف درآشامی هیدروژن اتمی مشاهده می‌شود. آنچه در این بررسی مشاهده می‌شود عبارت است از یک سری خطوط تاریک که بر روی طیف نور سفید نهاده شده است؛ این طیف به طیف خط میاه مشهور است. این گاز برای تمام بسامدها، بجز بسامدهای متناظر با خطوط تاریک، شفاف و برای بسامدهای خطوط تاریک کدر است؛ یعنی، این اتمها از پیوستار امواجی که از گاز عبور می‌کند فقط امواجی را با برخی بسامدهای تیز و گسته درمی‌آشامند. انرژی درآشامیده شده به‌سرعت به‌وسیله اتمهای برانگیخته، نه فقط در راستای فرودی، بلکه در تمام راستاها تابش می‌شود. همان‌طور که در شکل ۱۰.۶ به‌طور طرح‌وار نشان داده شده است، شدت برحسب بسامد رسم شده است. در این شکل خطوط تاریک در طیف درآشامی هیدروژن دقیقاً با همان بسامدهای مربوط به خطوط روشن در طیف گسیلی نمایان می‌شوند. هیدروژن فقط در بسامدها یا طول موجهای مشخصی که توسط فرمول ریذبرگ داده می‌شوند تابشگر امواج الکترومغناطیسی است و فقط در همان بسامدها درآشام تابش است.

آنچه درباره طیفهای گسیلی و در آشامی هیدروژن اتمی بحث کردیم در مورد طیفهای خطی عناصر دیگر هم صادق است. وقتی اتمها انرژی تابش می کنند يك مجموعه از بسامدهای مشخصه گسیل می شود؛ وقتی يك نوار پیوسته بسامد امواج الكترومغناطیسی از گازی عبور داده شود همان مجموعه از بسامدها توسط اتمها در آشامیده می شوند.

۴.۶ نظریه ساختار اتمی بوهر

مدل سیاره ای اتم هیدروژن که در بخش ۲.۶ نشان داده شد يك مدل کلاسیکی است، زیرا در آن الكترون دقیقاً به صورت يك ذره و تابش الكترومغناطیسی دقیقاً به عنوان امواج پیوسته در نظر گرفته می شوند. چون این نظریه اثرهای کوانتومی، خواص موجی الكترون و خواص ذره ای تابش را شامل نیست با شکست مواجه می شود. هر مدل موفقی باید این اثرهای کوانتومی را توجیه کند.

نخستین نظریه کوانتومی اتم هیدروژن در سال ۱۹۱۳/۱۲۹۲ توسط نیلز بوهر، شاگرد رادرفورد، مطرح شد. طبیعت فوتونی تابش الكترومغناطیسی تا آن زمان به تأیید رسیده بود؛ ولی جنبه های موجی ذرات مادی تا سال ۱۹۲۴/۱۳۰۳ شناخته نشده بودند. با وجود این، در بحث راجع به اتم بوهر، از طبیعت موجی ذرات که در حال حاضر کاملاً جا افتاده است بهره خواهیم گرفت. به زودی خواهیم دید که این عمل معادل روش اولیه بوهر است، هر چند آن مدل طبیعت موجی الكترون را به صراحت در بر نداشت.

مدل اتمی بوهر نخستین گام به سوی استفاده از يك بررسی مکانیک موجی تمام و کمال در ساختار اتمی بود؛ ولی، از هم اکنون باید دانست که نظریه بوهر دارای کاربرد محدودی است. با وجود این، برای اینکه ساختار اتمی به سادگی بر حسب مدل ذره ای تجسم شود، این مدل خصوصیات کلاسیکی را به اندازه کافی حفظ می کند و برای ارائه توصیف نسبتاً دقیقی از طیف اتمی هیدروژن، خصوصیات کوانتومی را نیز به اندازه کافی دخالت می دهد. بنابراین، نظریه بوهر يك نظریه واسطه بین مکانیک کلاسیک و مکانیک موجی است که در دهه ۱۹۲۰/۱۲۹۹ تکامل یافت. در بخش ۷.۶، يك بررسی دقیقاً مکانیک موجی از اتم هیدروژن، که در آن از معادله شرودینگر استفاده می شود، ارائه خواهد شد.

نظریه اتم هیدروژن بوهر بر مبنای سه اصل اساسی که شامل جنبه های اصلی کوانتومی هستند قرار دارد. به جای آنکه اکنون این اصول را فهرست کنیم نشان خواهیم داد که با استفاده از اثرهای اساسی کوانتومی، که در فصلهای ۴ و ۵ مورد بحث قرار گرفتند، می توان به طور کاملاً طبیعی نظریه بوهر را به دست آورد.

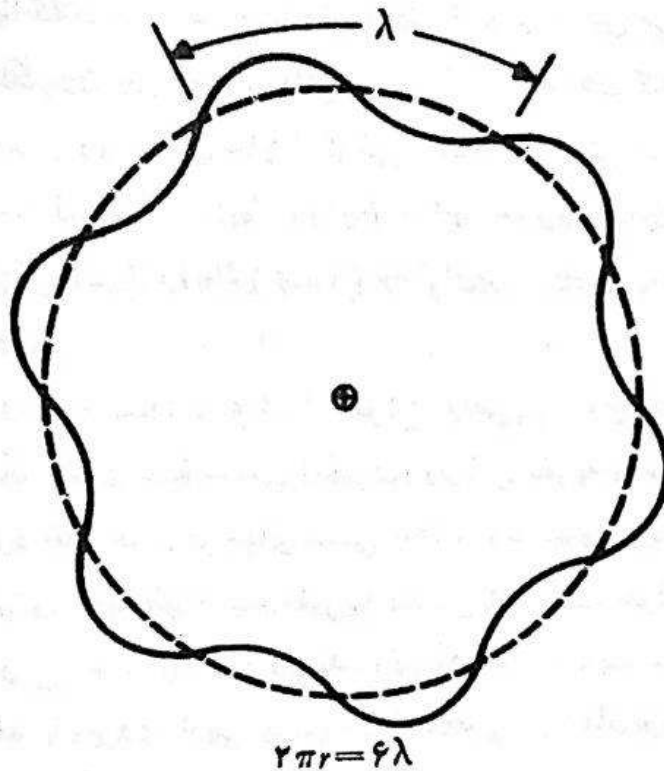
آنگاه این اصول به منزله نتایج ضروری طبیعت موجی ذرات و طبیعت فوتونی تابش پدیدار خواهند شد. در پایان این بخش این اصول موضوعه را صریحاً فهرست خواهیم کرد. مانند مدل دقیقاً کلاسیکی اتم هیدروژن، نظریه بوهر فرض می‌کند که پروتون در حال سکون باشد و الکترون در یک مسیر دایره‌ای حول آن حرکت کند. نیرویی که الکترون را در مدار خود نگه می‌دارد نیروی جاذبه کولنی الکتروستاتیکی بین الکترون و پروتون است. از این رو از معادله (۹.۶) رابطه $mv^2 = ke^2/r$ مورد استفاده قرار می‌گیرد، و در این حالت نیز انرژی کل اتم از رابطه (۱۰.۶) $E = -ke^2/2r$ به دست می‌آید. تاکنون، مطلب جدیدی نگفته‌ایم.

با یادآوری وضع مانسته‌ای که شامل امواج عرضی بر روی یک سیم است، می‌توان فهمید که چگونه ممکن است جنبه موجی الکترون در این نظریه داخل شود. اگر سیم در هر دو انتها ثابت شود فقط طول موجهای معینی باعث نوسانهای تشدید می‌شوند؛ آن طول موجهایی که برای آنها طول سیم مضرب درستی از نصف طول موج است. در چنین حالتی مجازی امواج ایستاده وجود دارند. وقتی که سیم در یک حالت مجاز است از نظر اصولی می‌تواند با انرژی ثابتی برای دوره نامعینی از زمان نوسان کند. حال فرض می‌کنیم که این سیم به شکل یک حلقه دایره‌ای بسته خمیده شود. هرگاه بخواهیم که امواج عرضی حول این حلقه منتشر شود، در آن صورت موج به طور ویرانگر با خود تداخل خواهد کرد، مگر آنکه به طوری هموار به خود پیوندد. بنابراین، تنها اگر تعداد دمستی از تمام طول موجها در طول محیط دایره قرار بگیرند، امواج تشدید می‌ایستاده در یک حلقه دایره‌ای بسته وجود خواهند داشت.

می‌خواهیم شرایط مشابهی را در مورد مدارهای الکترونی هیدروژن به کار ببریم. مشاهده کردیم که طبیعت موجی باید به یک ذره مادی نسبت داده شود، که در آن طول موج به وسیله $\lambda = h/mv$ [معادله (۳.۵)] داده می‌شود. از این رو، می‌توان الکترون را به صورت موجی که در یک مدار دایره‌ای منتشر می‌شود در نظر گرفت؛ فقط وقتی محیط $2\pi r$ دایره مضرب درستی از طول موج الکترون باشد، امواج مانا می‌توانند در این مدار وجود داشته باشند (شکل ۱۱.۶). برخلاف نظریه کلاسیک تابش، انرژی اتم در حالتی مانا مقدار ثابتی اختیار می‌شود. از این رو، مادامی که اتم در یک حالت مانا قرار دارد امواج الکترومغناطیسی تابش نمی‌کند. «مدارهای مانا» که به ازای آنها هیچ تابشی وجود ندارد در رابطه

$$n\lambda = 2\pi r \quad (۱۶.۶)$$

صدق می‌کنند، که در آن n برابر با ۱، ۲، ۳، ... است و عدد کوانتومی اصلی نام دارد.



شکل ۱۱.۶ امواج مانا در یک مدار الکترونی، در این مثال محیط مدار برابر شش طول موج است.

البته، اگر شعاع مداری محدود به بعضی مقادیر مجاز باشد، در آن صورت انرژی E اتم نیز توسط این معادله به بعضی مقادیر گسسته محدود می‌شود. با به حساب آوردن خواص موجی الکترون توانستیم به سادگی به یک مدل اتمی پایدار برسیم. وقتی در رابطه (۱۶.۶) به جای λ مقدار h/mv را قرار دهیم، داریم

$$\frac{nh}{mv} = 2\pi r$$

$$mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad (17.6)$$

نماد $\hbar$ ، ثابت پلانک تقسیم بر 2π ، برای سهولت معرفی شده است. طرف چپ این معادله درست برابر اندازه حرکت زاویه‌ای mvr الکترون در حرکت مداری خود نسبت به هسته است. در این صورت حالت‌های مانا را می‌توان به طریق دیگری توصیف کرد: حالت‌های مانا (یا مدارهای مانا) ی یک اتم آنهایی هستند که برای آنها اندازه حرکت زاویه‌ای مداری

اتم $\hbar$ ، $2\hbar$ ، $3\hbar$ ، ... است.

اتم در هر يك از حالت‌های مانای مجاز دارای يك انرژی دقیقاً معلوم است. می‌خواهیم انرژیهای مجاز E_n ، شعاعهای مداری مجاز r_n ، و سرعتهای v_n ... را محاسبه کنیم؛ این کمیتها با شاخص پایین n مشخص می‌شوند، زیرا مقادیر مربوط به آنها به عدد کوانتومی n بستگی خواهند داشت. معادله‌های (۹.۶) و (۱۷.۶) را می‌توان به‌طور همزمان برای r و v حل کرد. با حل معادله (۱۷.۶) برای سرعت مناسب الکترون، داریم

$$v_n = \frac{n\hbar}{mr_n} \quad (18.6)$$

و با قرار دادن این مقدار در رابطه (۹.۶)، داریم

$$m \left(\frac{n\hbar}{mr_n} \right)^2 = \frac{ke^2}{r_n}$$

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{kme^2} \quad (19.6)$$

در اینجا نیز $n = 1, 2, 3, \dots$ است. کوچکترین شعاع مجاز، موسوم به شعاع اولین مدار بوهر، توسط رابطه

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{kme^2} = 0.528 \text{ \AA} \quad (20.6)$$

داده می‌شود که در آن مقادیر مربوط به ثابتهای معلوم اتمی به کار برده شده‌اند. در این صورت مدل بوهر پیشگویی می‌کند که اندازه اتم هیدروژن با کوچکترین مدار مانا از مرتبه $1 \text{ \AA}$ است، و این با نتایج تجربی به‌خوبی توافق دارد. با قراردادن رابطه (۲۰.۶) در رابطه (۱۹.۶) می‌توان شعاعهای مجاز را به‌شکل ساده‌تری بیان کرد:

$$r_n = n^2 r_1 \quad (21.6)$$

بنابراین شعاعهای مدارهای مانا r_1 ، $4r_1$ ، $9r_1$ ، ... هستند. در حالت‌های مانا، سرعت مداری الکترون را می‌توان به‌سادگی از رابطه (۱۸.۶)، که در آن به‌جای r_n مقدار $n^2 r_1$ نهسته است به‌دست آورد

$$v_n = \frac{n\hbar}{m(n^2 r_1)} = \frac{1}{n} \frac{\hbar}{mr_1} = \frac{1}{n} \frac{ke^2}{\hbar} \quad (22.6)$$

این معادله را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$v_n = \frac{v_1}{n} \quad (23.6)$$

که در آن $v_1 = \hbar / mr_1 = ke^2 / \hbar$ است. هر گاه سرعت بیشینه الکترون در اولین مدار، v_1 باشد، سرعتهای مداری مجاز عبارت اند از v_1 ، $v_1/2$ ، $v_1/3$ ، ... نسبت این سرعت به سرعت نور، v_1/c ، با نماد α مشخص می شود. با استفاده از رابطه (22.6) داریم

$$\alpha = \frac{v_1}{c} = \frac{ke^2}{\hbar c} \quad (24.6)$$

با قراردادن مقادیر معلوم ثابتها در طرف راست این معادله، $\alpha = 1/137.03598$ می شود. از این رو، الکترون واقع در نخستین مدار بوهر با سرعت $1/137$ سرعت نور حرکت می کند. کمیت α ، که به کرات در نظریه ساختار اتمی پدیدار می شود، به ثابت ساختار دیر* مشهور است. بررسی اتم هیدروژن بوهر به عنوان يك مسئله غیر نسیتی نامعقول نیست؛ ولی به خاطر دقت بسیار بالای اندازه گیریهای طول موج در طیف نمایی، اثرهای نسیتی را می توان مشاهده کرد و لذا باید این مسئله را در يك نظریه کاملتر بررسی کرد.

در این صورت مقادیر مجاز انرژی کل اتم هیدروژن (بدون در نظر گرفتن انرژیهای سکون پروتون و الکترون) را می توان به آسانی از روابط (10.6) و (21.6) تعیین کرد

$$E_n = -\frac{ke^2}{2r_n} = -\frac{1}{n^2} \frac{ke^2}{2r_1} \quad (25.6)$$

اگر کمیت $ke^2/2r_1$ را با E_I نمایش دهیم، در این صورت این معادله به شکل زیر درمی آید

$$E_n = -\frac{E_I}{n^2} \quad (26.6)$$

از این رو، تنها انرژیهای ممکن دستگاه مقید الکترون-پروتون، که اتم هیدروژن را تشکیل می دهند عبارت اند از $-E_I$ ، $-E_I/4$ ، $-E_I/9$ ، ... این انرژیهای مجاز گسته اند و بنا بر این، انرژی کوانتیده است. پایینترین انرژی (یعنی، منفیترین انرژی) متعلق به حالتی است که در آن عدد کوانتومی اصلی n معادل ۱ است؛ این حالت را حالت پایه می نامند. انرژی در حالت پایه برابر $E_1 = -E_I$ است، و مقدار آن که از روابط (25.6)

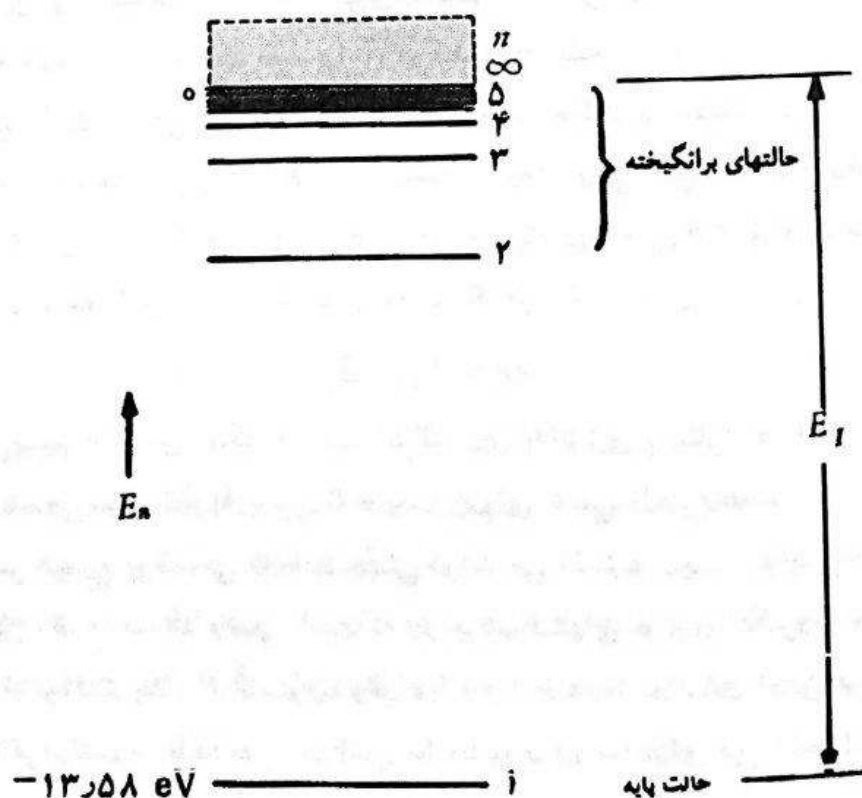
* ثابت ساختار دیر، نقشی قاطع در الکترو دینامیک کوانتومی ایفا می کند، زیرا رابطه ای ارائه می دهد که شامل ثابتهای اساسی الکترومغناطیسی (e و $\hbar$)، نظریه کوانتومی ($\hbar$)، و نسبت (c) است.

و (۲۰.۶) محاسبه می شود برابر است با

$$E_n = -\frac{k^2 e^4 m}{2n^2 \hbar^2} \quad (27.6)$$

$$E_1 = -E_I = -13.6056 \text{ eV} \quad (28.6)$$

شکل ۱۲.۶ يك نمودار تراز انرژی اتم هیدروژن را نشان می دهد. با توجه به رابطه (۲۶.۶)، E برای حالت های مقید کمتر از صفر است، و فقط انرژی های گسته مجازند. وقتی n به سوی بینهایت میل می کند، اختلاف بین تراز های انرژی مجاور به صفر می گراید. وقتی n بینهایت باشد، E_n صفر می شود و اتم هیدروژن می تواند به صورت الکترون و پروتون که هر دو در حال سکون اند و به فاصله نامتناهی از یکدیگر قرار دارند در آید. در این شرایط گفته می شود که اتم یونیده است و انرژی که باید در پایین ترین حالت یا حالت پایه ($n=1$) به آن افزوده شود تا انرژی آن به $E_n = 0$ افزایش یابد، درست برابر E_I ، یا به اصطلاح انرژی یونش است. این مقدار پیشگویی شده توسط نظریه بوهر، $E_I = 13.6056 \text{ eV}$ ، با مقدار حاصل از آزمایش کاملاً توافق دارد. وقتی انرژی کل مثبت است و الکترون و پروتون



شکل ۱۲.۶ نمودار تراز انرژی اتم هیدروژن.

غیرمقیدند، یعنی دیگر اتمی را تشکیل نمی‌دهند، الکترون در يك مدار بسته حرکت نمی‌کند. در این صورت طول موج الکترون، محدود به قرار گرفتن تعداد درستی از امواج حول این مسیر نیست؛ و بنابراین انرژی کل محدود نیست. تمام انرژیهای ممکن مثبت مجازند، و برای $E > 0$ پیوستاری از ترازهای انرژی وجود دارد.

مقایسه شکل ۱۲.۶، یعنی نمودار تراز انرژی يك دستگاه دوزره‌ای بر حسب نظریه کوانتومی، با شکل ۱۰.۴ ج، یعنی نمودار تراز انرژی يك دستگاه دوزره‌ای بنا به نظریه کلاسیکی، جالب توجه است. در حالی که در نظریه کلاسیکی، پیوستاری از انرژیها برای هر دو دستگاه مقید و غیرمقید وجود دارد، نظریه کوانتومی حالت‌های کوانتیده (مانند انرژی، اندازه حرکت زاویه‌ای) را برای يك دستگاه مقید ایجاب می‌کند.

هر يك از انرژیهای مجاز یا کوانتومی شکل ۱۲.۶ با حالت مانایی متناظر است که در آن اتم می‌تواند بدون اینکه تابش کند وجود داشته باشد. تمام حالت‌های مانا در بالای حالت پایه، $n = 2, 3, 4, \dots$ ، حالت‌های برانگیخته نام دارند؛ زیرا اتم در هر يك از این حالتها گرایش به گذار به حالت مانای پایینتر را دارد. در گذار به سوی پایین می‌توان فرض کرد که الکترون به‌طور ناگهانی از يك مدار به مدار کوچکتری جهش می‌کند، وقتی اتمی در حالت برانگیخته‌ای با انرژی E_n باشد، مقدار فزونی این انرژی بر انرژی حالت پایه را انرژی برانگیختگی می‌نامند. انرژی بستگی آن انرژی است که باید به يك اتم در هر حالتی افزوده شود تا ذرات مقید را آزاد کند و در نتیجه $E_n = 0$ شود.

اتمی را در نظر می‌گیریم که در آغاز در يك حالت برانگیخته بالاتر و با انرژی E_n قرار دارد و به حالت پایینتر E_1 گذار انجام می‌دهد. وقتی این گذار رخ دهد اتم مقدار $E_n - E_1$ انرژی از دست می‌دهد. بوه‌ر فرض کرد که در چنین گذاری فوتونی با انرژی $h\nu$ آفریده و توسط اتم گسیل می‌شود. با در نظر گرفتن بقای انرژی

$$h\nu = E_n - E_1 \quad (29.6)$$

در اینجا می‌بینیم با فرض اینکه هر وقت اتم گذاری به انرژی پایینتر انجام می‌دهد يك تك فوتون آفریده می‌شود، نظریه بوه‌ر با طبیعت ذره‌ای تابش الکترومغناطیسی یکی می‌شود. نظریه بوه‌ر هیچ توضیحی درباره جهش کوانتومی الکترون یا آفرینش فوتون ارائه نمی‌دهد. این وضع همانند وضعی است که در برهم کنشهای فوتون-الکترون با آن مواجه شدیم (اثر فوتوالکتریک، اثر کامپتون، و غیره)؛ زیرا در آنجا جزئیات این برهم کنشها را مورد توجه قرار ندادیم بلکه صرفاً قوانین بقا را در مورد حالت‌های قبل و بعد از برهم کنش به کار بردیم.

می‌خواهیم، بسامد و طول موج فوتون‌هایی را که بنا به مدل بوه‌ر می‌توانند توسط يك

اتم هیدروژن تابش شوند محاسبه کنیم. با استفاده از معادله‌های (۲۹.۶) و (۲۶.۶)، داریم

$$\nu = \frac{E_u - E_l}{h} = \left(\frac{-E_I}{n_u^2 h} \right) - \left(\frac{-E_I}{n_l^2 h} \right) = \frac{E_I}{h} \left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2} \right) \quad (30.6)$$

که در آن n_l و n_u به ترتیب اعداد کوانتومی حالت‌های انرژی بالاتر و پایتترند. در این صورت طول موجهای $\lambda = c/\nu$ فوتونهای گسیل شده را می‌توان چنین بیان کرد

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_I}{hc} \left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2} \right) \quad (31.6)$$

این معادله دقیقاً دارای همان شکل ریاضی فرمول ریذبرگ است که به‌طور تجربی به‌دست آمد

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2} \right) \quad (15.6)$$

با مقایسه این دو معادله نسبت به $1/\lambda$ ، می‌توان ثابت ریذبرگ R را با استفاده از ثابتهای اتمی معلوم ارزیابی و آن را با مقدار حاصل از آزمایش برای هیدروژن که برابر است با $1.0968 \times 10^{-3} \text{ \AA}^{-1}$ ، مقایسه کرد

$$R = \frac{E_I}{hc} = \frac{k^2 e^2 m}{4\pi \hbar^2 c} \quad (32.6)$$

برای رسیدن به جمله آخر این معادله به‌جای E_I مقدار مساوی آن $ke^2/2r_1$ از رابطه (۲۵.۶) و به‌جای r_1 مقدار مساوی آن $\hbar^2/kme^2$ از رابطه (۲۰.۶) قرار داده‌ایم. با قرار دادن مقادیر معلوم ثابتهای فیزیکی در این معادله، مقدار $1.0974 \times 10^{-3} \text{ \AA}^{-1}$ را، که با مقدار حاصل از آزمایشهای طیف‌نمایی توافق نزدیک دارد برای R به‌دست می‌آوریم. از این‌رو فرمول ریذبرگ، که طیف درآشامی و گسیلی هیدروژن را به‌دست می‌دهد، يك نتیجه ضروری مدل اتمی بوهر است.

جرمهای هسته‌ای متناهی و اتمهای هیدروژنی. تا اینجا فرض شده است که جرم هسته‌ای عملاً نامتناهی و بارهسته‌ای دارای بزرگی e است. به آسانی می‌توان نظریه بوهر را طوری تعمیم داد که شامل (۱) جرمهای هسته‌ای متناهی و (۲) اتمهای هیدروژن گونه یا اتمهایی که در آنها يك الكترون حول هسته‌ای با بار $+Ze$ حرکت می‌کند، هم بشود.

۱. دريك اتم منزوی، الكترون با جرم m و هسته با جرم M هردو نسبت به مرکز جرم اتم، که به‌حال سکون باقی می‌ماند، در حرکت‌اند. می‌توان صرفاً با جایگزینی جرم الكترون (در هر رابطه‌ای که ظاهر می‌شود) با به اصطلاح جرم کاهش یافته $m/(1+m/M)$ حرکت

هسته را به حساب آورد (مسئله ۳۹). از این رو، با استفاده از رابطه (۳۲.۶)، ثابت ریدبرگ برای يك اتم به جرم هسته‌ای M به صورت $R_M = R_\infty / (1 + m/M)$ درمی آید، که در آن R_∞ همان ثابت ریدبرگ در رابطه (۳۲.۶) است. برای مثال، در مورد هیدروژن ^1H ، با يك پروتون به عنوان هسته و با جرم هسته‌ای $\mu = 100728u$

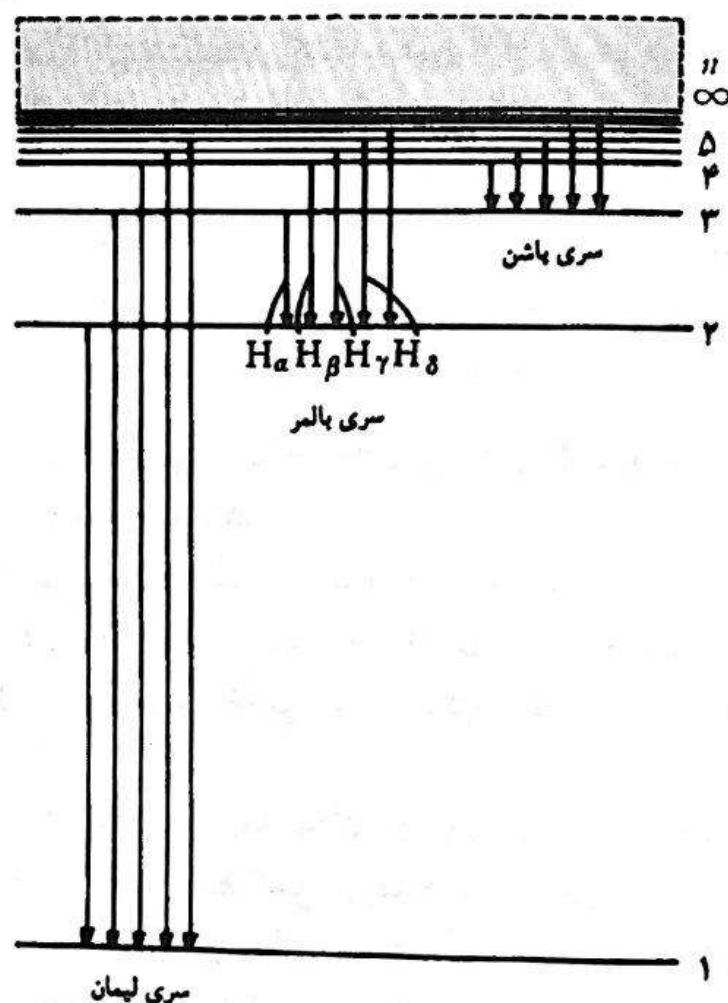
$$R_M = 109678 \times 10^{-3} \text{Å}^{-1}$$

است، که با تغییرات متناظر در طول موجهای تابش گسیل شده و در آشامیده شده همراه است. از طرف دیگر، برای دوتریوم، ^2H (یا هیدروژن سنگین) که جرم هسته‌ای آن $\mu = 201355u$ و متشکل از يك پروتون و نوترون مقید به هم است، ثابت ریدبرگ برابر $R_M = 109707 \times 10^{-3} \text{Å}^{-1}$ است. اختلاف بین طول موجها اگرچه کوچک است ولی قابل اندازه گیری است. برای مثال خط H_α برای ^1H در 656280Å ، و برای ^2H در 656101Å است. در حقیقت در سال ۱۹۳۲/۱۳۱۱ برای نخستین بار دوتریوم با مشاهده زوج خطهای نزدیک به هم در طیف هیدروژن کشف شد.

۲. يك اتم هیدروژن گونه دارای يك الكترون مقید به هسته با بار $+Ze$ است. در اینجا Z نماینده عدد اتمی، یا تعداد پروتونهای موجود در هسته است. برای مثال لیتیوم دوبار یونیده، Li^{++} ، با $Z=3$ ، يك اتم هیدروژن گونه است. برای پیدا کردن انرژیها، بسامدها، و طول موجهای تابش شده اتمهای هیدروژن گونه، فقط به جای کمیت e^2 در هر رابطه‌ای که توسط نظریه بوهر داده می شود، کمیت Ze^2 را قرار می دهیم.

حال می توان خطوط طیفی مشاهده شده هیدروژن را بر حسب نمودار تراز انرژی شکل ۱۳.۶ تعبیر کرد. خطوط قائم نمایشگر گذارهای بین حالتها مانا هستند؛ طول این خطوط با انرژیهای فوتون مربوط و بنابراین با بسامدهای آنها متناسب است. خطوط سری لیمان مربوط به آن فوتونهایی است که هنگام گذار اتمهای هیدروژن از یکی از حالتها برانگیخته ($n_u = 2, 3, 4, 5, \dots$) به حالت پایه ($n_l = 1$) تولید می شوند. گذار از حالتها غیر مقید ($E > 0$) به حالت پایه، طیف پیوسته مشاهده شده واقع در ورای حد این سری را توضیح می دهد. به همین طریق می توان سری بالمر را که توسط گذار از حالتها برانگیخته ($n_u = 3, 4, 5, \dots$) به نخستین حالت برانگیخته ($n_l = 2$) تولید می شود توجیه کرد. سریهای گسیلی دیگری هم، به خاطر گذار به حالتها $n_l = 3, n_l = 4$ وجود دارند؛ این سریها به طور تصاعدی به سوی طول موجهای بلندتر میل می کنند.

گسیل از يك اتم هیدروژن را بررسی کردیم. اتم در هر زمان می تواند فقط در یکی از حالتها انرژی کوانتیده خود باشد و وقتی از حالتی به حالت پایینتر گذار انجام می دهد يك فوتون گسیل می شود. وقتی تمامی طیف گسیلی مربوط به يك گاز هیدروژن برانگیخته (مجموعه‌ای از تعداد زیادی اتم هیدروژن) در يك طیف نما مشاهده شود، گسیل همزمان



شکل ۱۳.۶ برخی از گذارهای ممکن انرژی در هیدروژن اتمی.

تعداد بیشماری از فوتونها را، که توسط گذار به سوی پایین از هریک از حالات برانگیخته تولید می‌شوند، مشاهده می‌کنیم. بنا بر این، برای مشاهده تمامی طیف گسیلی، باید در هریک از حالت‌های برانگیخته تعداد خیلی زیادی از اتم‌های هیدروژن داشته باشیم تا گذار به سوی همه حالت‌های پایینتر را انجام دهند.

در این حال مبنایی برای درک مشخصه‌های طیف در آشامی را نیز در اختیار داریم. همان‌طور که در شکل ۱۵.۶ نشان داده شده است، یک طیف در آشامی، خطوط سیاه واقع بر یک زمینه سفید را با همان طول موج‌های مربوط به خطوط روشن واقع بر زمینه سیاه، در طیف گسیلی متناظر، نشان می‌دهد. وقتی نور سفید، که شامل فوتون‌هایی است که دارای تمام بسامدها یا انرژی‌های ممکن‌اند، از گازی عبور کند می‌توان آن فوتون‌های بخصوصی را که دارای انرژی‌های برابر با اختلاف انرژی بین حالت‌های مانا هستند از باریکه جدا

کرد. این فوتونها ناپدید می‌شوند و از این طریق انرژی الکترومغناطیسی تابشی خود را به انرژی برانگیختگی داخلی اتمها می‌دهند. یک مجموعه از ترازهای انرژی کوانتیده هم در گسیل و هم در درآشامی شرکت می‌کند؛ به همین دلیل بسامدهای خطوط گسیل و درآشامی یکسان‌اند. (چون اتمها تنها برای زمان خیلی کوتاهی در یک حالت برانگیخته باقی می‌مانند، در درآشامی فقط سری لیمان مشاهده می‌شود.)

در به دست آوردن مدل اتم هیدروژنی به‌طور ضمنی از اصول اساسی نظریه بوهل استفاده کردیم. ولی از آنجا که این اصول در بررسیهای کاملتر مکانیک موجی ساختار اتمی شکلهای اصلی خود را حفظ می‌کنند، جدا کردن آنها مفید است:

۱. یک دستگاه اتمی مقید فقط می‌تواند در حالتهای مانای گسسته، بدون اینکه در این حالتها تابش کند، وجود داشته باشد.

۲. حالتهای مانا حالتهایی هستند که در آنها اندازه حرکت زاویه‌ای مداری اتم، mvr ، مضرب درستی از $\hbar$ (ثابت پلانک تقسیم بر 2π) است. (این کوانتومی شدن اندازه حرکت زاویه‌ای، نتیجه طبیعی خواص موجی الکترون محبوس در یک مندار دایره‌ای کلاسیکی است.)

۳. وقتی یک اتم گذاری از حالت انرژی بالاتر E_u به حالت انرژی پایینتر E_l را انجام می‌دهد، یک فوتون با انرژی $h\nu$ گسیل می‌شود؛ بقای انرژی ایجاب می‌کند $h\nu$ برابر با $E_u - E_l$ باشد؛ اگر فوتونی درآشامیده شود، طبق همین رابطه، این اتم گذاری از حالت انرژی پایینتر به حالت انرژی بالاتر را انجام خواهد داد.

۵.۶ اتم هیدروژن و اصل همخوانی

طبق نظریه کوانتومی بسامد فوتون گسیل شده یا درآشامیده شده صرفاً توسط اختلاف انرژی بین دو حالت مانایی که در گذار شرکت می‌کنند تعیین می‌شود

$$\nu = \frac{E_u - E_l}{h}$$

$$\nu = \frac{E_l}{h} \left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2} \right) = cR \left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2} \right) \quad (۳۵.۶) \text{ و } (۳۳.۶)$$

یادآور می‌شویم که در مدل کلاسیک سیاره‌ای اتم هیدروژن، با پیروی از الکترومغناطیس کلاسیک، فرض شد که بسامد امواج الکترومغناطیسی تولید شده توسط بار الکتریکی شتابدار دقیقاً برابر بسامد حرکت الکترون حول هسته است

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ke^2}{mr^3}} \quad (۱۳.۶) \text{ و } (۳۴.۶)$$

معادله‌های (۳۳.۶) و (۳۴.۶) بر اساس فرضهای متفاوت حاصل شدند و به وضوح مشاهده می‌شود که این دو بسامد پیشگویی شده کاملاً غیرمتشابه‌اند. البته، نظریه کوانتومی نظریه صحیحی است؛ این نظریه نه فقط طول موج کوتاه تابش مرئی حاصل از دستگاههای اتمی را توضیح می‌دهد بلکه تابش طول موجهای بلند، از قبیل امواج رادیویی، را نیز به درستی توصیف می‌کند. نظریه الکترومغناطیسی کلاسیک در توجیه طیفهای اتمی عاجز است؛ از طرف دیگر، این نظریه با آزمایشهایی که با امواج رادیویی با طول موج بلند انجام شده است و در آنها بسامد تابش با بسامد نوسان بارهای الکتریکی برابر است سازگار است.

اصل همخوانی عمومی (بخش ۵.۱) ایجاب می‌کند که نظریه عمومیت‌ر کوانتومی همان نتایج نظریه محدودتر کلاسیکی را برای وضعیتهایی که نظریه کلاسیکی بسنده است به دست بدهد. بنابراین، وقتی فقط وقتی که اتم هیدروژن را بتوان به شرایطی نزدیک کرد که در آنها نظریه کلاسیکی به کار می‌رود بسامدهای تابش اتمی فوتونهای گسیل شده، ν ، باید به بسامدهای مداری f نزدیک شوند. در این صورت، می‌خواهیم نشان دهیم که در حد همخوانی $\nu = f$ است.

هرگاه عدد کوانتومی اصلی n ، عدد درست بسیار بزرگی بشود وجهشهای کوانتومی کوچک مورد نظر باشند به آسانی می‌توان نشان داد که اتم بوهلر به شرایط کلاسیکی نزدیک می‌شود. همین که n بزرگ شود، ترازهای گسسته نزدیکتر باهم اجتماع می‌کنند و به‌مشخصه پیوستاری دستگاه مقید کلاسیکی نزدیک می‌شوند (شکل ۱۲.۶). وقتی n بزرگ باشد فوتونهایی که در گذارهای بین ترازهای انرژی مجاور گسیل می‌شوند دارای طول موج بسیار بلندند. علاوه بر این، با افزایش n ، شعاعهای مدارهای مانا بزرگ می‌شوند و اتم هیدروژن به دستگاهی ماکروسکوپی، که فیزیک کلاسیک برای آن بسنده است می‌گراید.

می‌خواهیم بسامد فوتون گسیل شده در گذار بین حالت‌های مجاور $n_u = n$ و $n_l = n-1$ را، وقتی $n \gg 1$ است، محاسبه کنیم. با استفاده از رابطه (۳۳.۶) داریم

$$\nu = cR \left(\frac{n_u^2 - n_l^2}{n_u^2 n_l^2} \right) = cR \frac{(n_u - n_l)(n_u + n_l)}{n_u^2 n_l^2} \quad (۳۵.۶)$$

ولی $n_u - n_l = 1$ ، $n_u + n_l \approx 2n$ ، و $n_u^2 n_l^2 \approx n^4$ است. بنابراین، این معادله برای مقادیر بزرگ n به صورت زیر درمی‌آید

$$\nu = \frac{2cR}{n^2} \quad (36.6)$$

می‌خواهیم نشان دهیم که این بسامد کوانتومی ν با بسامد مداری کلاسیک f برابر است. با استفاده از رابطه (20.6) می‌توان شعاع الکترون r را در رابطه (34.6) قرار داد و نتیجه زیر را به دست آورد

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ke^2}{mr^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{ke^2}{m}\right) \left(\frac{ke^2 m}{n^2 \hbar^2}\right)} = \frac{2c}{n^2} \frac{k^2 e^4 m}{4\pi \hbar^2 c} \quad (37.6)$$

کمیت دوم در حاصل رابطه بالا همان ثابت ریدبرگ (R) در رابطه (32.6) است. از این رو، این معادله به صورت زیر درمی‌آید

$$f = \frac{2cR}{n^2} \quad (38.6)$$

از مقایسه روابط (36.6) و (38.6)، درمی‌یابیم که

$$\nu = f$$

و این همان است که اصل همخوانی ایجاب می‌کند.

درحقیقت با کاربرد اصل همخوانی بود که بوهر برای نخستین بار به کوانتش اندازه حرکت زاویه‌ای مداری، یعنی اصل دوم نظریه اتمی خویش، دست یافت. بوهر در مقاله اصلی خود درباره نظریه کوانتومی اتم هیدروژن چنین بیان می‌کند:

... ما فقط فرض می‌کنیم (۱) که تابش به صورت کوانتومهای $h\nu$ به خارج فرستاده می‌شود، و (۲) که بسامد تابش گسیل شده در خلال عبور از دستگاه بین دو حالت مانای پی در پی، با بسامد چرخش الکترون در ناحیه ارتعاشهای کند منطبق خواهد شد.

بوهر نشان داد که کوانتش اندازه حرکت زاویه‌ای مداری يك نتیجه ضروری از این دو اصل است. ما این روش را در بررسی اتم بوهر معکوس کردیم؛ یعنی، خواص موجی الکترون را پذیرفتیم و آنها را هم‌ارز کوانتش اندازه حرکت زاویه‌ای مداری قرار دادیم؛ در حد همخوانی، یکسانی بسامدهای فوتونی و مداری به عنوان يك نتیجه به دست آمد.

❖ رك

۶.۶ موفقیتها و شکستهای نظریه بوهر

خصوصیات نظریه اتمی بوهر که در زیر شرح داده می‌شوند عبارت از آن خصوصیات عامی هستند که در هر نظریه فراگیرنده ساختار اتمی به کار می‌روند: (۱) وجود حالت‌های مانایی که تابش نمی‌کنند، (۲) کوانتش انرژی يك دستگاه مقید از ذرات، (۳) کوانتش اندازه حرکت زاویه‌ای و (۴) گسیل یا درآشامی فوتونها در گذار بین حالت‌های مانا.

به طور مشخصتر نظریه بوهر می‌تواند (۱) پایداری اتمها، (۲) طول موج طیفهای گسیلی و درآشامی اتمهای هیدروژنی، و (۳) انرژیهای یونش اندازه‌گیری شده اتمهای تك الكترونی را توجیه کند.

ولی نظریه اتمی بوهر دارای چندین نقطه ضعف جدی است: (۱) غیرنسبیتی است؛ (۲) هیچ روشی برای محاسبه شدت خطوط طیف به دست نمی‌دهد؛ (۳) قادر به توضیح طیفهای اتمهایی که بیش از يك الكترون دارند نیست؛ (۴) بستگی اتمها در مولکولها، مایعات و جامدها را توضیح نمی‌دهد؛ (۵) حتی برای هیدروژن در توجیه جزئیات ریز طیف عاجز است (طیف نگارهای با توان جداکنندگی بالا نشان می‌دهند که هر «خط» که توسط نظریه بوهر پیشگویی می‌شود شامل دو یا چند خط نزديك به هم یا ساختار ریز است)، و این نظریه قاعده‌ای برای اندازه حرکت زاویه‌ای (درحالی که کوانتش آن را به حساب می‌آورد) به دست می‌دهد که کمتر از آنچه حقیقتاً هست پیچیده است.

تمام این نقایص در يك بررسی مکانیک موجی نسبیتی تصحیح می‌شوند. در این کتاب به این بررسی، به خاطر پیچیدگی ریاضیات آن، پرداخته نمی‌شود. دلیل اساسی نقص نظریه بوهر در این است که بیش از حد بر طبیعت ذره‌ای کلاسیکی الكترون تأکید می‌کند: الكترون چنان در نظر گرفته می‌شود که گویی بر يك مسیر دایره‌ای مشخص حرکت می‌کند، و شعاعها، سرعتها، و بسامدهای مداری آن دقیقاً معین‌اند. در بررسی مکانیک موجی، الكترون، که به صورت يك موج سه بعدی در نظر گرفته می‌شود، باید مجاز به گسترش و حرکت در سراسر ناحیه‌ای از فضا که هسته را احاطه می‌کند باشد. مسئله تطبیق امواج سه بعدی الكترون، با استفاده از جوابهای معادله شرودینگر، برای پیدا کردن حالت‌های کوانتیده مانا را در بخش بعدی در توصیف چند حالت ساده و خاص دنبال می‌کنیم.

۲.۶ اتم هیدروژن و توابع موج آن با استفاده از معادله شرودینگر

مسئله عبارت است از یافتن توابع موج مجاز معادله مستقل از زمان (غیرنسبیتی) شرودینگر

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \quad (۳۵.۵) \text{ و } (۳۹.۶)$$

برای ذره‌ای به جرم m (الکترون) که تحت تأثیر نیروی جاذبهٔ عکس مجذوری (نیروی کولنی هسته) است.

می‌خواهیم جوابهای معادلهٔ شرودینگر را برای انرژی پتانسیل الکتریکی کولنی

$$V = -\frac{ke^2}{r}$$

پیدا کنیم. این انرژی، انرژی پتانسیل بین دو بار نقطه‌ای است که بزرگی بار هر یک e و به فاصلهٔ r از هم قرار دارند. بار نقطه‌ای مثبت در مبدأ مختصات ثابت باقی می‌ماند. برای دستیابی به عامترین جوابهای معادلهٔ شرودینگر می‌توان مختصات قائم رابطهٔ (۳۹.۶) را به مختصات کروی (r, θ, ϕ) تبدیل کرد و به آن وسیله پیشگویی کرد که وقتی تقارن انرژی پتانسیل (که فقط شامل مختصهٔ r است) با تقارن دستگاه مختصات جور باشد جوابهای معادلهٔ شرودینگر ساده‌ترین شکل ریاضی خود را اختیار می‌کنند. ولی، ما روش ساده‌تری را دنبال خواهیم کرد.

چون انرژی پتانسیل فقط به فاصلهٔ شعاعی r بستگی دارد باید یک دسته توابع موجی که در رابطهٔ (۳۹.۶) صدق می‌کنند و دارای تقارن کروی‌اند وجود داشته باشند، یعنی فقط به مختصهٔ r بستگی داشته باشند

$$\psi = F(r)$$

همان‌طور که در رابطهٔ (۳۹.۶) دیده می‌شود، معادلهٔ شرودینگر شامل مشتقات جزئی بر حسب مختصات قائم x, y, z است. چون جوابهایی که فقط به r بستگی دارند مورد نظر ماست، نخست باید این معادله را به معادله‌ای که فقط شامل مشتقات r است تبدیل کنیم. واضح است که

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

از این رو

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{1}{2} \left(\frac{2x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \right) = \frac{x}{r}$$

حال $\partial^2 \psi / \partial x^2$ را در نظر می‌گیریم. با یادآوری اینکه ψ فقط باید به r بستگی داشته باشد، داریم

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{d\psi}{dr} \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} \frac{d\psi}{dr}$$

آنگاه مشتق دوم چنین می‌شود

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{r} \frac{d\psi}{dr} \right) = \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} - \frac{x^2}{r^3} \frac{d\psi}{dr} + \frac{x^2}{r^2} \frac{d^2 \psi}{dr^2} \quad (۴۰.۶)$$

مشتقات $\partial^2 \psi / \partial y^2$ و $\partial^2 \psi / \partial z^2$ درست همانند رابطه (۴۰.۶) هستند بجز اینکه y و z به جای x نشسته‌اند. از جمع این سه معادله، داریم

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} &= \frac{3}{r} \frac{d\psi}{dr} - \frac{x^2 + y^2 + z^2}{r^3} \frac{d\psi}{dr} + \frac{x^2 + y^2 + z^2}{r^2} \frac{d^2 \psi}{dr^2} \\ &= \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} + \frac{d^2 \psi}{dr^2} \end{aligned}$$

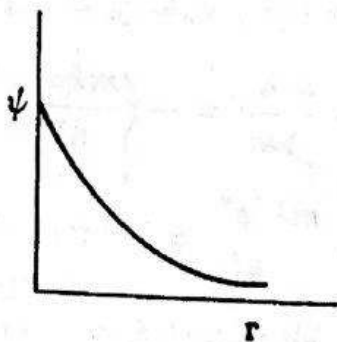
در این صورت معادله (۳۹.۶) به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{d^2 \psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{ke^2}{r} \right) \psi = 0 \quad (۴۱.۶)$$

به جای اینکه این معادله را به تفصیل و به روش تحلیلی حل کنیم، آنچه را که به نظر می‌رسد شکل معقولی از تابع موج برای حالت پایه است برمی‌گزینیم و سپس آن را امتحان می‌کنیم تا ببینیم که آیا واقعاً يك جواب معادله هست یا نه. می‌دانیم که احتمال اینکه الکترون در نزدیکی هسته یافت شود به مراتب بیش از آن است که خیلی دور از هسته باشد و احتمال یافتن آن در بینهایت صفر است. این می‌رساند که تابع موج ψ برای مقادیر کوچک r نسبتاً بزرگ و برای $r = \infty$ برابر صفر است. تابع موجی که این در بایستها را برآورده کند به صورت

$$\psi = e^{-ra} \quad (۴۲.۶)$$

است، که در آن a میرایی‌نمایی به طرف خارج درامنداد است (شکل ۱۴.۶). حال امتحان



شکل ۱۴.۶ تابع موج $\psi = e^{-ra}$ برای حالت پایه هیدروژن.

می‌کنیم که آیا این تابع موج آزمایشی در معادله شرودینگر صدق می‌کند یا نه. از معادله (۴۲.۶) داریم

$$\frac{d\psi}{dr} = -ae^{-ra} = -a\psi$$

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} = a^2 e^{-ra} = a^2 \psi$$

با قرار دادن ψ ، $d\psi/dr$ و $d^2\psi/dr^2$ در معادله (۴۱.۶)، داریم

$$\left[a^2 - \frac{2}{r}a + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{ke^2}{r} \right) \right] \psi = 0 \quad (43.6)$$

يك جواب ممکن که در همه جا صادق است عبارت است از $\psi = 0$ ، ولی این جواب غیر قابل قبول است. بنابراین، با مرتب کردن مجدد جملات در معادله (۴۳.۶)، داریم

$$\left(a^2 + \frac{2m}{\hbar^2} E \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{2mke^2}{\hbar^2} - 2a \right) = 0 \quad (44.6)$$

این معادله باید برای تمام مقادیر r از صفر تا بینهایت برقرار باشد. وقتی $r = 0$ و $1/r = \infty$ را قرار دهیم می‌بینیم که تنها اگر جمله واقع در پرانتز دوم صفر شود و جمله طرف چپ می‌توانند با یکدیگر جمع و برابر صفر شوند. بنابراین

$$a = \frac{mke^2}{\hbar^2}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{\hbar^2}{mke^2} = r_1 = 0.53 \text{ \AA} \quad (20.6) \text{ و } (45.6)$$

است. که از آن دیده می‌شود که a چیزی بجز عکس r_1 ، یعنی شعاع اولین مدار بوهر، نیست. حال فرض می‌کنیم که r در رابطه (۴۴.۶)، بتواند هر مقدار متناهی را بپذیرد. از آنجا که جمله دوم صفر است، برای آنکه این معادله برقرار باشد، باید جمله اول نیز صفر شود، و

$$E = -\frac{a^2 \hbar^2}{2m} = -\left(\frac{mke^2}{\hbar^2} \right)^2 \frac{\hbar^2}{2m}$$

$$E = -\frac{mk^2 e^4}{2\hbar^2} = -13.6 \text{ eV} \quad (27.6)$$

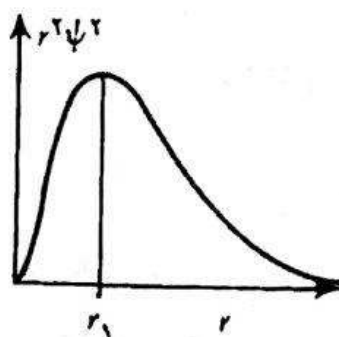
انرژی این اتم برابر $E = -13.6 \text{ eV}$ است که طبق نظریه بوهر، درست همان انرژی حالت پایه هیدروژن است. تابع موج مفروض در رابطه (۴۲.۶) در حقیقت تابع موج متناظر با حالت پایه در نظریه بوهر است.

یادآور می‌شویم که $\psi^2 dv$ احتمال یافتن يك ذره در عنصر حجمی dv است. برای اتم هیدروژنی که در حالت پایه است احتمال بودن الکترون در يك عنصر حجمی کوچک dv متناسب است با

$$\psi^2 dv = e^{-2ra} dv$$

در این حالت، احتمال یافتن الکترون در عنصر حجمی dv در هسته ($r=0$) بیشتر از احتمال یافتن آن در همین حجم ولی در هر جای دیگری است. اکنون این سؤال پیش می‌آید که احتمال بودن الکترون بین r و $r+dr$ ، یعنی داخل پوسته‌ای کروی به شعاع r ، ضخامت dr ، و حجم $4\pi r^2 dr$ چقدر است. گرچه $\psi^2 dv$ در مبدأ مختصات بیشینه است ولی حجم يك پوسته کروی واقع در مبدأ مختصات خیلی کوچک است، در حالی که در فواصل خیلی دور از مبدأ مختصات، این حجم بزرگ و چگالی احتمال بسیار کم است. باید يك بیشینه در احتمال یافتن الکترون در پوسته کروی بین دو انتهای $r=0$ و $r=\infty$ وجود داشته باشد. برای پوسته‌ای به شعاع r و ضخامت dr ، $dv = 4\pi r^2 dr$ است؛ احتمال متناظر متناسب است با $r^2 e^{-2ra}$. این احتمال در شکل ۱۵.۶ رسم شده است. این منحنی در آغاز صعود می‌کند (به خاطر r^2)، به بیشینه‌ای می‌رسد، و سپس برای مقادیر بزرگ r به صفر می‌گراید (به دلیل e^{-2ra}). در چه فاصله r از هسته، داخل گستره dr ، بیشترین احتمال برای قرار گرفتن الکترون وجود دارد؟ البته، این مقدار r همان مقدار متناظر با بیشینه در شکل ۱۵.۶ است. قله $r^2 e^{-2ra}$ در محل زیر رخ می‌دهد

$$\frac{d}{dr}(r^2 e^{-2ra}) = 0$$



شکل ۱۵.۶ احتمال یافتن يك الکترون در حالت پایه هیدروژن بین r و $r+dr$ (متناسب با $r^2 \psi^2$) به صورت تابعی از فاصله r از هسته.

$$2re^{-2ra} - 2ar^2e^{-2ra} = 0$$

$$r_{\max} = \frac{1}{a} = r_1$$

این بیشینه دقیقاً در شعاع اولین مدار بوهر قرار دارد. هرچند ممکن است الکترون در هر جایی یافت شود ولی محتملترین است که در حالت پایه در فاصله r_1 از هسته باشد تا در هر فاصله دیگری از آن.

توابع موج دیگری هم که دارای تقارن کروی هستند وجود دارند. با جایگزینی در رابطه (۴۱.۶) می‌توان به آسانی نشان داد که تابع موج $(2-ra)e^{-ra/2}$ نیز يك جواب است. انرژی متناظر با این تابع موج برابر با $E_2 = -13.6 \text{ eV}/4 = -3.4 \text{ eV}$ است، که همان انرژی اولین حالت برانگیخته هیدروژن است. در واقع، انرژیهای E_n اتم هیدروژن برای تمام توابع موج با تقارن کروی توسط معادله زیر داده می‌شوند

$$E_n = -\left(\frac{mk^2e^2}{2\hbar^2}\right)\frac{1}{n^2} = -\frac{E_I}{n^2} \quad (27.6) \text{ و } (46.6)$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ است، باز هم این نتیجه با نظریه بوهر توافق دارد. چون انرژی پتانسیل $V = -ke^2/r$ دارای تقارن کروی است، همان‌طور که مشاهده کردیم توابع موج با تقارن کروی وجود دارند. ولی توابع موج متقارن ناکروی هم وجود دارند. ساده‌ترین این توابع عبارت‌اند از

$$\psi = xF(r) \quad (47.6)$$

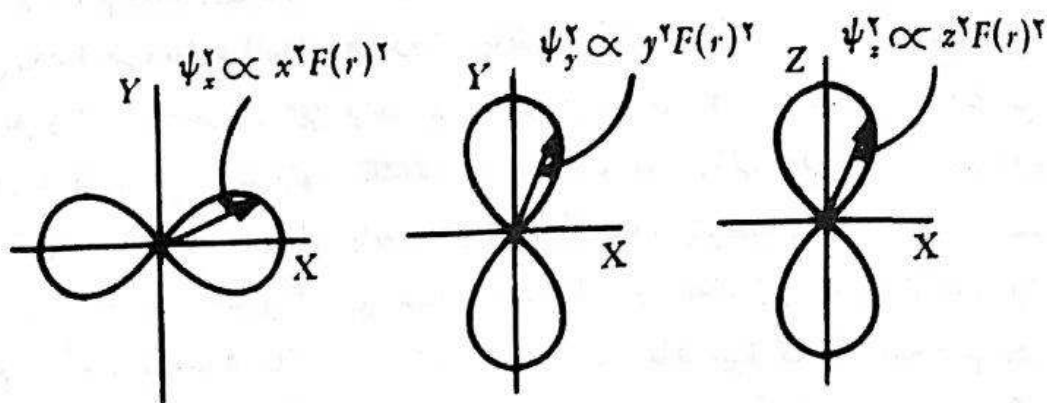
که در آن باز هم $F(r)$ فقط تابعی از r است. این جوابی است که به وسیله محاسبه مشتقات $d\psi/dr$ و $d^2\psi/dr^2$ و قرار دادن آنها در رابطه (۴۱.۶) امتحان می‌شود. انرژی متناظر با $F(r) = e^{-ar/2}$ برابر است با $E_2 = -13.6 \text{ eV}/4 = -3.4 \text{ eV}$ که همان انرژی اولین حالت برانگیخته هیدروژن است.

اگر $\psi = xF(r)$ يك جواب باشد در این صورت $\psi = yF(r)$ و $\psi = zF(r)$ نیز جواب‌اند، که در آن $F(r)$ برای هر سه حالت یکسان است. انرژی برای همگی این حالتها یکسان است. توابع موج متقارن ناکروی از نوع

$$\psi = xF(r)$$

$$\psi = yF(r)$$

$$\psi = zF(r)$$



شکل ۱۶.۶ نمودار قطبی تغییرات ψ^2 با زاویه برای حالت‌های p .

به حالت‌های p موسوم‌اند (توابع با تقارن کروی به حالت‌های s مشهورند). شکل ۱۶.۶ توزیع‌های احتمال برای یک حالت p (یا یک مدار p) در یک نمودار قطبی را نشان می‌دهد. برای تمام حالت‌های با تقارن کروی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری اتم صفر است. برای حالت‌هایی که تقارن کروی ندارند، مانند حالت‌های p شکل ۱۶.۶، اندازه حرکت زاویه‌ای مداری اتم صفر نیست؛ در حقیقت، می‌توان نشان داد که اندازه حرکت زاویه‌ای مداری (در امتداد هر راستایی در فضا) همواره مضرب درستی از $\hbar$ است.

۸.۶ برانگیختگی اتمی در اثر برخورد: آزمایش فرانک-هرتز

دستگاه‌های اتمی (مانند اتم هیدروژن) کوانتیده‌اند و انرژی‌های مجاز گسته‌اند؛ در نتیجه یک فوتون تنها در صورتی می‌تواند درآشامیده شود که انرژی $h\nu$ آن با اختلاف انرژی $E_2 - E_1$ بین دو حالت مجاز جور باشد. برای مثال، فقط فوتون‌های با انرژی 10.2 eV باعث خواهند شد که اتم‌های هیدروژن در حالت پایه به اولین حالت برانگیخته برسند. ممکن است این سؤال مطرح شود که آیا انرژی یک دستگاه کوانتیده می‌تواند، نه فقط از طریق برخورد با فوتونها، بلکه از طریق برخورد با ذرات دارای جرم سکون غیر صفر (مانند الکترون) نیز تغییر کند. برای نخستین بار در سال ۱۹۱۴/۱۲۹۳ آزمایش فرانک و هرتز نشان داد که برانگیختگی اتم‌ها توسط بمباران ذره‌ای امکان‌پذیر است و کوانتش انرژی بر این فرایند نیز حاکم است.

نخست هیدروژن اتمی را در نظر می‌گیریم. فرض کنید که اتم‌های هیدروژن، در حالت پایه، توسط یک باریکه تک انرژی از الکترون‌هایی که انرژی جنبشی آنها از 10.2 eV (انرژی برانگیختگی اولین حالت برانگیخته هیدروژن) کمتر است بمباران

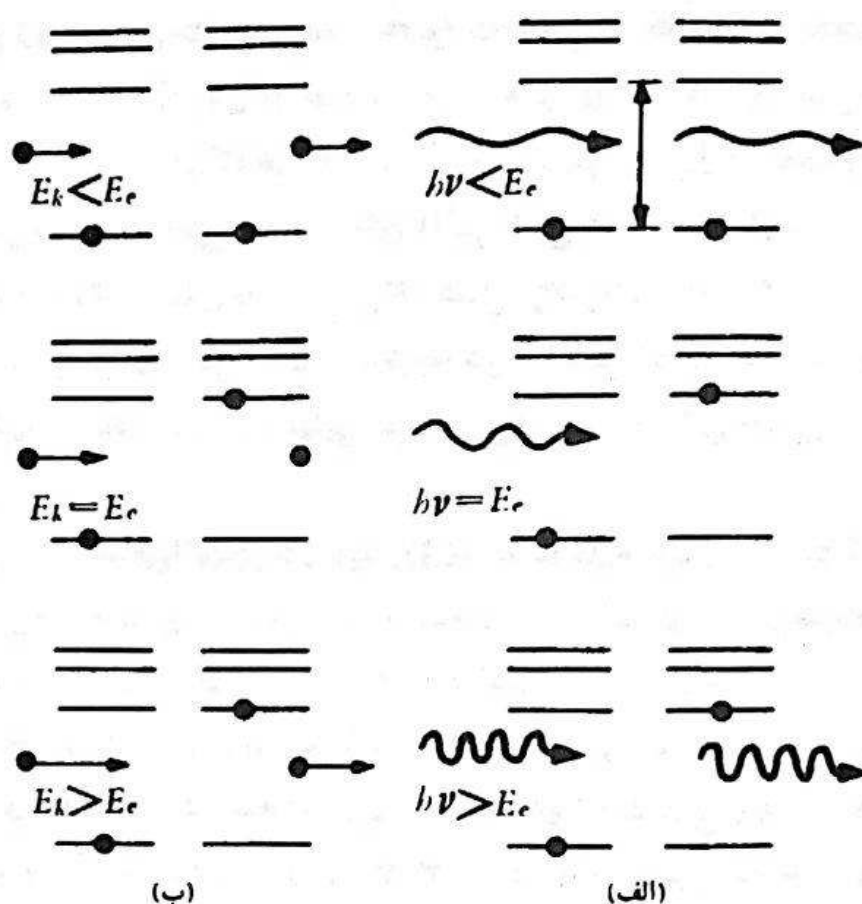
شوند. چون اتم هیدروژن در حالت پایه نمی‌تواند انرژی خود را کمتر از این مقدار افزایش دهد الکترون‌ها با اتمهای هیدروژن به‌طور کاملاً کشسان برخورد می‌کنند و انرژی جنبشی کل ذرات خروجی، در این برخورد، با انرژی جنبشی کل ذرات ورودی کاملاً برابر است. از طرف دیگر، الکترونهای تک‌انرژی که انرژی جنبشی آنها دقیقاً برابر 10.2 eV است با اتمهای هیدروژن در حالت پایه برخورد می‌کنند و این برخورد می‌تواند غیر کشسان باشد. در این حالت، با تبدیل انرژی جنبشی اولیه الکترون به انرژی داخلی اتم هیدروژن، این اتم يك گذار به‌سوی بالا، از حالت پایه به اولین حالت برانگیخته، انجام می‌دهد.* چون بعضی اتمها بدین طریق به يك حالت برانگیخته می‌رسند پس از آن می‌توانند با گسیل يك فوتون با انرژی 10.2 eV ، به حالت پایه واپاشیده شوند.

هنگامی که الکترونهای بمباران‌کننده دارای انرژی جنبشی بیش از 10.2 eV باشند نیز برخورد غیر کشسان خواهد بود؛ فقط 10.2 eV به انرژی داخلی برانگیختگی اتمی تبدیل خواهد شد. انرژی جنبشی باقیمانده نمی‌تواند توسط این اتم هیدروژن درآشامیده شود و الزاماً به‌صورت انرژی جنبشی الکترون خروجی (و تا حد کمتری، به‌صورت انرژی جنبشی اتمی که مورد اصابت قرار گرفته است) ظاهر می‌شود. با افزایش باز هم بیشتر انرژی ذرات بمباران‌کننده، اتمها می‌توانند به‌دومین حالت برانگیخته و به حالت‌های بالاتر برسند. در هر يك از این برخوردهای غیر کشسان، اتم فقط آن انرژی را که باعث گذار از يك تراز انرژی کوانتیده به تراز بالاتر خواهد شد درمی‌آشامد (شکل ۱۷.۶). به‌طور خلاصه، اگر انرژی برانگیختگی يك اتم با E_e و انرژی جنبشی ذره سبك بمباران‌کننده با E_k نشان‌داده شوند، برخوردهای غیر کشسان با برانگیختگی اتمی فقط در صورتی رخ می‌دهند که

$$E_k \geq E_e \quad (۲۸.۶)$$

در آزمایش اولیه فرانک-هرتز الکترون‌ها وادار به برخورد با اتمهای بخار جیوه شدند، طول موج تابش متناظر با گذار بین حالت پایه و اولین حالت برانگیخته جیوه برابر $2536\text{ \AA}$ است؛ انرژی فوتون معادل با آن برابر با انرژی برانگیختگی، 4.88 eV ، است. فرانک و هرتز دریافتند که الکترونهایی با این حداقل انرژی جنبشی برای تولید برانگیختگی در اتمهای جیوه مورد نیازند. این مطلب از این حقیقت استنباط شد که وقتی انرژی الکترون‌ها از 4.88 eV کمتر بود برخوردها کاملاً کشسان بودند، ولی وقتی انرژی

* چون اندازه حرکت در هر برخورد باید پایسته بماند اندازه حرکت پس از برخورد اتمی که مورد اصابت قرار گرفته است با اندازه حرکت الکترون، قبل از برخورد برابر است؛ ولی انرژی جنبشی این اتم در مقایسه با تغییر در انرژی داخلی آن ناچیز است، زیرا جرم اتم به‌مقدار قابل توجهی از جرم الکترون بزرگتر است.



شکل ۱۷.۶ برانگیختگی یک گذار کوانتومی، (الف) توسط بمباران فوتونی، که در آن E_c انرژی برانگیختگی اتمی است؛ (ب) توسط بمباران ذره‌ای که در آن E_k انرژی جنبشی ذره است.

آنها بیشتر بود تعدادی برخورد غیر کشان رخ می‌داد. در همان زمان معلوم شد که اگر، و فقط اگر، الکترونیایی با حداقل انرژی برانگیختگی ۴۰۸۸ eV با اتمهای جیوه برخورد کنند، اتمهای جیوه تابش $۲۵۳۶\text{ \AA}$ گسیل می‌کنند. اهمیت تاریخی آزمایش فرانک-هرتز در این است که: این آزمایش نشان داد که دستگاههای اتمی کوانتیده‌اند و این موضوع، نه فقط در آزمایش و گسیل فوتون، بلکه در بمباران ذره‌ای نیز نمایان شد. در عمل می‌توان برخوردهای غیر کشان الکترونها را از طریق اندازه‌گیری جریان الکتریکی ناشی از حرکت الکترونها در یک گاز مولکولی مشاهده کرد. اگر سرعت الکترونها در اثر برخوردهای غیر کشان ناشی از برانگیختگی اتمی به شدت کاهش یابد، در آن صورت، وقتی انرژی جنبشی الکترونها با انرژی برانگیختگی مطابقت داشته باشد، جریان ثبت شده به شدت افت می‌کند. در حقیقت، اگر الکترونها به اندازه کافی انرژی داشته باشند، هر یک از آنها در عبور از گاز، ممکن است

تعدادی برخورد غیر کشسان انجام دهند؛ و در هر برخورد انرژی برابر E_e از دست بدهند. از این رو، جریان مشاهده شده به صورت تابعی از پتانسیل شتابدهنده الکتریکی (که انرژی جنبشی کل الکترون در غیاب برخوردهای غیر کشسان را تعیین می کند) چند افت تیز را نشان خواهد داد، که هر افت با ضرب درستی از E_e مطابقت دارد. در همین زمان مشاهده می شود که وقتی برخوردهای الکترونی غیر کشسان ابتدا برانگیختگیهای اتمی را تولید کنند، فوتونهای با انرژی E_e گسیل می شوند.

یونش از برخوردها نیز می تواند نتیجه شود. اگر ذرات بمباران کننده الکترون باشند، اتمها تنها توسط آن الکترونهایی یونیده می شوند که انرژی جنبشی آنها با انرژی یونش اتم برابر است.

در دمای اتاق تمامی اتمهای گاز هیدروژن، اساساً در حالت پایه اند و گسیل چندانی رخ نمی دهد. می خواهیم ببینیم که چرا این امر صحت دارد. انرژی جنبشی متوسط هر مولکول گاز kT ($3/2$) در دمای اتاق برابر 0.04 eV است. از این رو تعداد بسیار کمی از آنها دارای انرژی جنبشی انتقالی برابر با 10.2 eV هستند؛ این انرژی برابر است با انرژی کمینه لازم برای بالا بردن یک اتم هیدروژن از حالت پایه ($n=1$ و $E_1 = -13.6 \text{ eV}$) به اولین حالت برانگیخته ($n=2$ و $E_2 = -3.4 \text{ eV}$). وقتی که مقداری از انرژی جنبشی انتقالی دو اتم برخورد کننده به انرژی برانگیختگی داخلی یکی یا هر دوی آنها تبدیل شود، برانگیختگی گرمایی روی می دهد؛ انرژی جنبشی انتقالی در یک چنین برخوردی پایسته نیست و از این رو این برخورد غیر کشسان است. هنگامی که دمای این گاز به حدی افزایش یابد که در آن انرژی جنبشی انتقالی متوسط اتم kT ($3/2$) تقریباً با یک انرژی برانگیختگی ممکن برابر باشد تعداد محسوسی از اتمها می توانند، در برخوردهای غیر کشسان، به اندازه کافی انرژی درآشامند تا به این حالت برسند. برای برانگیختن اتمها توسط گرما، دماهای بسیار بالا مورد نیاز است؛ برای مثال kT ($3/2$) در دمای 75000 K برابر 10 eV است.

روش ساده تر و متداولتری برای برانگیختن اتمها توسط فرانک-هرتز پیشنهاد شد. در این روش از تخلیه الکتریکی توسط یک میدان الکتریکی خارجی استفاده می شود که در آن الکترونها و یونها شتاب می گیرند و انرژیهای جنبشی خیلی بالا کسب می کنند؛ این روش، در عمل، با اعمال یک اختلاف پتانسیل بین دو الکترود واقع در یک اتاقک شیشه ای محتوی گاز انجام می شود. از این رو با برانگیختگی گرمایی و برانگیختگی الکتریکی طیفهای گسیلی تولید می شود.

اکنون می توان فهمید که چرا در نظریه جنبشی گازها، وقتی که گاز در دمای متوسطی

است، می‌توان مولکولهای گاز یا اتمها را مانند ذرات بی‌اثر و بدون ساختار داخلی که با یکدیگر برخورد‌های کاملاً کشسان می‌کنند در نظر گرفت. ساختار داخلی اتم نمی‌تواند تغییر کند، انرژی جنبشی انتقالی کل در یک برخورد پایسته می‌ماند و برخورد کاملاً کشسان خواهد بود، مگر آنکه انرژی جنبشی انتقالی هر اتم با اختلاف انرژی بین حالت پایه و اولین حالت برانگیخته قابل مقایسه باشد. اگر دمای گاز به قدر کافی بالا باشد برخورد‌های غیر کشسان روی می‌دهد. در نتیجه بعضی اتمها برانگیخته می‌شوند و دیگر نمی‌توان آنها را مانند ذرات بی‌اثری که نتوانند تغییرات داخلی را متحمل شوند در نظر گرفت.

خلاصه

آزمایشهای رادرفورد در مورد پراکندگی ذرات α نشان دادند که تمام بار مثبت و اساساً تمام جرم یک اتم در ناحیه بسیار کوچکی از فضا (که بزرگتر از 10^{-14} متر نیست) به نام هسته محبوس است.

کسری از ذرات فرودی که به وسیله برگ نازکی به ضخامت t و شامل n پراکننده در واحد حجم پراکنده می‌شود به صورت زیر است

$$\frac{N_s}{N_i} = \sigma n t \quad (2.6)$$

که در آن σ سطح مقطع مؤثر وابسته به هر مرکز پراکننده است. مدل سیاره‌ای کلاسیک پیشگویی می‌کند که اتمها ناپایدارند و یک طیف پیوسته گسیل می‌کنند.

مشاهده می‌شود که اتمهای هیدروژن خطوط طیفی گسته‌ای را درمی‌آشامند و یا گسیل می‌کنند که طول موج λ آنها توسط رابطه زیر داده شود

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_u^2} \right) \quad (15.6)$$

که در آن R ثابت ریدبرگ و n_i و n_u اعداد درستی‌اند. نظریه اتمی کوانتومی بوهر، در گذارها موارد زیر را فرض می‌کند: (۱) حالت‌های مانا، (۲) اندازه حرکت زاویه‌ای مداری $n\hbar$ و (۳) $h\nu = E_u - E_i$. انرژی‌ها و شعاعهایی که به وسیله نظریه اتمی بوهر برای هیدروژن پیشگویی می‌شوند به وسیله روابط زیر داده می‌شوند

$$E_u = -\frac{E_I}{n^2} \quad \text{که در آن} \quad E_I = \frac{k^2 e^2 m}{2\hbar^2} = 13.6 \text{ eV} \quad (26.6)$$

$$r_n = n^2 r_1 \quad \text{که در آن} \quad r_1 = \frac{\hbar^2}{kme^2} = 0.53 \text{ \AA} \quad (21.6)$$

جوابهای مکانیک موجی معادله شرودینگر برای هیدروژن همین انرژیها را به دست می دهد؛ شعاع r_1 اولین مدار بوهر فاصله ای از هسته را به دست می دهد که برای آن می توان الکترون را با بیشترین احتمال در حالت پایه یافت. آزمایش فرانک-هرتز تأیید کرد که برانگیختگی و یونش اتمها توسط ذرات، در برخورد های غیر کشسان، از شرط کوانتومی پیروی می کنند.

مسائل

۱. بیست هزار کره سخت کوچک، هریک به قطر ۲۰۰ میلیمتر به طور کتره ای در سرتاسر داخل یک جعبه مکعبی، به ضلع ۱۰ متر، پاشیده می شوند. (الف) اگر یک میلیون ذره، که هریک در مقایسه با این کره ها بسیار کوچک اند، به طور کتره ای بروجهی از جعبه شلیک شوند، انتظار می رود که چند تا از این ذرات، در برخورد با کره ها، در جهت روبه جلو پراکنده شوند؟ (ب) اگر یک میلیون کره، هریک به قطر ۲۰۰ میلیمتر به کره های واقع در داخل جعبه شلیک شوند، چند تا از آنها پراکنده خواهند شد؟
۲. (الف) اندازه حرکت، و (ب) طول موج یک ذره α با انرژی ۵۰ MeV چقدرند؟
۳. ذرات α از برگ نازکی از یک ماده با عدد اتمی Z_1 ، چگالی ρ_1 و وزن اتمی w_1 پراکنده می شوند و تحت زاویه ثابت θ مشاهده می شوند. برگ اول را با برگ دیگری (Z_2 ، ρ_2 و w_2) که دارای همان مساحت کل و جرم است عوض می کنیم. نسبت تعداد ذرات مشاهده شده تحت زاویه θ برای برگهای اول و دوم چقدر است؟
۴. باریکه ای از پروتونهای با انرژی ۸ MeV بر روی یک برگ نقره به ضخامت 10^{-6} متر فرود می آید و بر طبق فرمول رادرفورد پراکندگی کولنی انجام می دهد. (الف) کمترین فاصله نزدیک شدن چقدر است؟ (ب) پارامتر برخورد را برای پروتونهایی که تحت زاویه 90° پراکنده می شوند پیدا کنید. (ج) احتمال اینکه یک پروتون فرودی به طرف عقب پراکنده شود (یعنی، $\theta > 90^\circ$) چقدر است؟ چگالی نقره 10.5 g/cm^3 ، و وزن اتمی آن 107.88 g/mol است.
۵. ذرات α که از یک برگ نازک پراکنده می شوند تحت زاویه پراکندگی ثابت θ مشاهده می شوند. هنگامی که (الف) سرعت ذرات فرودی، بدون هیچگونه تغییر در

تعداد ذراتی که در واحد زمان به برگ برخورد می کنند، دو برابر شود، و (ب) سرعت ذرات فرودی دو برابر و جریان الکتریکی باریکه فرودی نیز دو برابر شود. تعداد ذرات پراکنده در واحد زمان، تحت زاویه θ ، با چه نسبتی تغییر می کند؟

۶. يك ذره α به ترتیب با (الف) يك هسته طلا، (ب) يك ذره α ، و (ج) يك الكترون، كه همگی در آغاز در حال سکون اند برخورد رو در رو می کند. چه کسری از انرژی جنبشی اولیه ذره α به هر کدام از ذرات فوق منتقل می شود؟

۷. يك ذره α با انرژی 8.0 MeV با الكترونی كه در آغاز به حال سکون است برخورد رو در رو می کند. پس از برخورد، انرژیهای جنبشی (الف) الكترون و (ب) ذره α ، چقدرند؟ (ج) برای اینکه انرژی جنبشی اولیه ذره α به اندازه ۱۰ درصد کاهش یابد، چند برخورد رو در رو با الكترونهايي كه در آغاز به حال سکون اند لازم است؟

۸. فرض کنید كه ذرات α با انرژی 7.68 MeV به برگي از طلا به ضخامت $10^{-5} \times 600$ سانتیمتر فرود می آیند. این ذرات دوبار در این برگ و هر بار تحت زاویه 10° پراکنده می شوند (برای سهولت فرض می کنیم كه این برگ در هر دو پراکندگی دارای ضخامت یکسان است). برای چه کسری از ذرات فرودی این پراکندگی دو گانه روی خواهد داد؟

۹. يك ذره α با انرژی 8.0 MeV به يك هسته مس ($Z=29$ ، وزن اتمی ۶۵) نزدیک می شود. (الف) وقتی این ذره در فاصله 4×10^{-14} متر از هسته قرار دارد، انرژی جنبشی آن را محاسبه کنید. (ب) نشان دهید كه اگر این فاصله كوچكترین فاصله ای باشد كه ذره α و هسته مس را در خلال این برخورد غیر رو در رو از هم جدا می کند پارامتر برخورد باید 3.4×10^{-14} متر باشد. (دانهایی: از بقای اندازه حرکت زاویه ای استفاده کنید.)

۱۰. نشان دهید كه يك ذره با بار مثبت، دريك برخورد رو در رو، خیلی بیشتر به يك هسته سنگین نزدیک می شود تا دريك برخورد غیر رو در رو. (دانهایی: از بقای انرژی استفاده کنید.)

۱۱. ذرات α با انرژی چندین MeV ، در دمای اتاق بر هدفی از اتمهای هلیوم در گازی فرود می آیند. ذرات هدف عملاً ذرات در حال سکون α هستند، زیرا انرژی گرمایی متوسط هر مولکول هلیوم فقط 0.04 eV است. چون ذرات هدف خیلی سنگینتر از

ذرات فرودی نیستند، روابط پراکندگی حاصل از این فرض، در این مثال به کار نمی‌روند. نشان دهید که هیچکدام از ذرات α (فرودی یا هدف) را نمی‌توان تحت زاویه پراکندگی بزرگتر از 90° مشاهده کرد.

۱۲. برای يك برگ معین فلزی سطح مقطع پراکندگی يك باریکه دوترون تحت زاویه θ برابر σ_r است. با فرض اینکه پراکندگی کولنی مطابق فرمول رادفورد است، رابطه‌ای را برای D (کمترین فاصله نزدیک شدن دريك برخورد رودر رو) به صورت تابعی از σ_r و θ پیدا کنید.

۱۳. يك ذره α با انرژی 5.0 MeV توسط يك هسته طلا به اندازه 60° پراکنده می‌شود. (الف) پارامتر برخورد متناظر چقدر است؟ (ب) در صورتی که ضخامت برگ طلا برابر 2.5×10^{-2} متر باشد، چه کسری از ذرات α ی فرودی، با انرژی 5.0 MeV ، تحت زاویه‌ای بیش از 60° پراکنده می‌شود؟

۱۴. يك ذره α با انرژی 5.0 MeV ، قبل از آنکه به حال سکون درآید، فاصله 3.5 سانتیمتر را در هوا می‌پیماید. يك ذره α در هر برخورد با مولکولهای هوا تقریباً 5 eV انرژی را از طریق برانگیختگی و یونش از دست می‌دهد. سطح مقطع تقریبی برانگیختگی و یونش مولکولهای هوا توسط ذرات α را محاسبه و آن را با ابعاد اتمی مقایسه کنید. ($1 \text{ kg/m}^3 \approx$ چگالی هوا و $30 \approx$ وزن مولکول)

۱۵. (الف) جریان الکتریکی را برای الکترونی که در اولین مدار بوهر حرکت می‌کند محاسبه کنید، (ب) بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از حرکت مداری الکترون، در محل پروتون، چقدر است؟ (ج) آیا این میدان مغناطیسی همجهت یا در جهت مخالف بردار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری الکترون است؟

۱۶. يك اتم هیدروژن دريك حالت برانگیخته است. انرژی بستگی الکترون، در این حالت 3.40 eV است. این اتم به حالتی که انرژی برانگیختگی آن 12.75 eV است گذاری انجام می‌دهد. (الف) انرژی فوتون وابسته به این گذار چقدر است؟ (ب) آیا این فوتون گسیل می‌شود یا درآشامیده؟

۱۷. نشان دهید که انرژیهای کوانتیده اتم هیدروژن را می‌توان به شکل $E_n = (-1/2\alpha^2)(mc^2)/n^2$ نوشت، که در آن α ثابت ساختار ریز و mc^2 انرژی سکون است.

۱۸. شکل دقیق ثابت ساختار ریز در دستگاه یکاهای گوناگون به طور جزئی تغییر می کند و در نهایت فقط به ثابتهای فیزیکی h ، e ، و c بستگی دارد. تابعی از این ثابتها را بر حسب (الف) یکاهای cgs، (ب) یکاهای mks، بنویسید. (ج) نشان دهید $\alpha = n\beta_n$ است که در آن $\beta_n = v_n/c$ است.

۱۹. در نظریه اتم هیدروژنی بوهر نشان دهید که $r_n E_n = (-1/2)e^2$ (بر حسب یکاهای cgs) و $r_n E_n = (-1/2)(ec)^2 \times 10^{-7}$ (بر حسب یکاهای mks)، که در آن r_n و E_n شعاع و انرژی کل وابسته به عدد کوانتومی n هستند.

۲۰. (الف) نشان دهید که حاصلضرب شعاع اولین مدار بوهر در ثابت ساختار ریز، برابر است با طول موج کامپتون الکترون تقسیم بر 2π . (ب) نشان دهید که شعاع اولین مدار بوهر برابر $\alpha/4\pi R_\infty$ است.

۲۱. نشان دهید که اصل ترکیب ریتز^۱ معتبر است. این اصل بیان می کند که عدد موج هر خط طیفی، که توسط یک عنصر تابش یا درآشامیده شود، برابر است با اختلاف بامجموع اعداد موج هر زوج خط دیگری که توسط همان عنصر تابش می شوند. عدد موج عکس طول موج است.

۲۲. فرض کنید که ۱۲۰۰۰ اتم هیدروژن در آغاز در حالت $n=5$ باشند. آنگاه این اتمها گذارهایی به حالت های انرژی پایتتر انجام می دهند. (الف) چند خط طیفی مجزا گسیل خواهند شد؟ (ب) برای سهولت فرض کنید که برای هر حالت برانگیخته معلوم احتمال انجام تمام گذارهای ممکن به سوی پایین یکسان است، تعداد کل فوتونهای گسیل شده چقدر است؟

۲۳. میون یک ذره بنیادی است که بار آن مساوی با الکترون ولی جرم آن ۲۰۷ برابر جرم الکترون است. میون را می توان توسط پروتون (و همچنین به وسیله هسته های دیگر) گیر انداخت، تا یک اتم «میونی» تشکیل شود. (الف) شعاع اولین مدار بوهر را برای چنین اتمی محاسبه کنید. (ب) انرژی یونش یک اتم میون-پروتون چقدر است؟ (ج) سرعت میون در اولین مدار را با سرعت الکترون در اولین مدار مقایسه کنید. چون اتم هیدروژن میونی به مراتب کوچکتر از اتم هیدروژن معمولی است، حتی در دماهای متوسط یک زوج اتم میونی می توانند آنقدر بهم نزدیک شوند که دوهسته یکدیگر را با نیروی هسته ای بین خود جذب کنند، و یک واکنش هسته ای

تولید کنند. برای تولید يك واکنش هسته‌ای بین اتمهای يك گاز از اتمهای هیدروژن معمولی، دماهای میلیون درجه‌ای لازم است (بخش ۹.۱۵). از این رو اتمهای هیدروژن می‌تواند در فرایند مشهور به «همجوشی سرد» به کار برد.

۲۴. خورشید، همانند زمین، تقریباً به صورت کره‌ای است که حول محوری دوران می‌کند. ولی مانند يك جسم صلب دوران نمی‌کند: خورشید هر چه به خط استوا نزدیکتر باشد دوران آن سریعتر است. وقتی طیف درآشامی تابش H_α بی که از دو طرف مقابل خط استوای خورشید گسیل می‌شود با هم مقایسه شوند، يك اختلاف طول موج $0.0914 \text{ \AA}$ دیده می‌شود. با انتساب این اختلاف به اثر دوپلر (مسئله ۲۶)، تناوب دوران در خط استوای خورشید را پیدا کنید. قطر خورشید $10^9 \times 1.4$ متر است.

۲۵. مشاهده شده است که يك کهکشان (کوازار C ۳) با سرعت فوق‌العاده زیاد $81c$ از ما دور می‌شود. (الف) طول موج خط H_α ی گسیل شده از اتمهای هیدروژن واقع در آن کهکشان را، که بر روی زمین مشاهده می‌شود، محاسبه کنید. (ب) این خط در کدام ناحیه از طیف الکترومغناطیسی قرار خواهد گرفت؟

۲۶. وقتی بسامد ν' ، که توسط يك ناظر اندازه‌گیری می‌شود، با بسامد ν ، که از چشمه نوری گسیل می‌شود، اختلاف داشته باشند اثر دوپلر نوری روی می‌دهد. در حالت خاصی که در آن ناظر و چشمه در امتداد خط واصل بین خود با سرعت نسبی ($\nu \ll c$) از یکدیگر دور و یا به هم نزدیک می‌شوند، بسامد ظاهری ν' توسط رابطه $\nu' = \nu(1 \pm \nu/c)$ داده می‌شود؛ علامت منها دلالت بر دور شدن و علامت مثبت نشانه نزدیک شدن است. از این رو، تغییر نسبی در بسامد یا طول موج برابر $\Delta\nu/\nu = \Delta\lambda/\lambda = \nu/c$ است. اثر دوپلر یکی از دلایلی است که خطوط طیفی به طور نامتناهی نیز نیستند. مؤلفه سرعت اتمهای تابش کننده گوناگون، در امتداد راستای انتشار نوری که به طیف منبج وارد می‌شود مختلف است. با فرض اینکه يك گاز هیدروژن برانگیخته در دمای 25000 K (دمای فوتوسفر از رده معلوم O ستاره‌های آبی-سفید) است و با فرض اینکه سرعتهای بیشینه دور شدن و نزدیک شدن را به طور تقریبی با رابطه $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$ بیان کنیم، پهنای خط H_α ناشی از پهن شدن دوپلر را بر حسب آنگستروم محاسبه کنید.

۲۷. کوانتس انرژی يك دستگاه اتمی مانند اتم هیدروژن حاکی از آن است که از طریق هم‌ارزی جرم-انرژی نظریه نسبیت، جرم دستگاه مقید کوانتیده است. مقادیر ممکن جرم کل يك اتم هیدروژن را بنویسید.

۲۸. وقتی اتمی در يك حالت برانگیخته و ابتدا در حال سکون يك فوتون گسیل می کند، بقای اندازه حرکت ایجاب می کند که اتم پس زده شود. از این رو، اختلاف انرژی بین دو حالت مانای اتم دقیقاً برابر انرژی فوتون گسیل شده به اضافه انرژی اتم پس زده است. (الف) نشان دهید که وقتی انرژی پس زدن اتم را به حساب آوریم، بسامد فوتون گسیل شده به اندازه کسر $h\nu/2Mc^2$ کاهش می یابد، که در آن ν (با تقریب) بسامد فوتون و M جرم اتمی است. (ب) وقتی این اثر به حساب آورده شود، تصحیح نسبی در بسامد لیمان فوتونهای α که توسط هیدروژن گسیل می شوند چقدر است؟

۲۹. (الف) انرژی، (ب) اندازه حرکت، و (ج) طول موج فوتون گسیل شده از اتم هیدروژنی که گذار پاشن α را انجام می دهد چقدر است؟ (د) با فرض اینکه اتم هیدروژن در آغاز به حال سکون است، وقتی چنین فوتونی گسیل شد اتم با چه انرژی پس زده می شود؟

۳۰. (الف) بسامد فوتون گسیل شده توسط اتم هیدروژنی که يك گذار از حالت $n=11$ به حالت $n=10$ را انجام می دهد چقدر است؟ (ب) بسامد هم ارز الکترونی که به طور کلاسیک در حالت $n=10$ دوران می کند چقدر است؟

۳۱. اتم قبل از آنکه گذاری به يك حالت انرژی پایینتر انجام دهد برای زمان متوسط 10^{-8} s، در حالت برانگیخته معینی باقی می ماند. (الف) عدم قطعیت در انرژی (بر حسب الکترون ولت) اتم برای این حالت برانگیخته چقدر است؟ (ب) اگر گذار بعدی به سوی پایین باعث گسیل يك فوتون $5000 \text{ \AA}$ شود، عدم قطعیت نسبی در بسامد یا طول موج تابش گسیل شده چقدر است؟ (ج) حال فرض کنید که گذاری به سوی پایین باعث گسیل يك فوتون با بسامد 10 MHz شود؛ این بار نیز اتم با طول عمر 10^{-8} s در حالت بالاتر گذار انجام داده است. در این صورت عدم قطعیت نسبی در بسامد تابش گسیل شده چقدر است؟

۳۲. وقتی تابشی که بر ماده ای فرود می آید باعث شود که آن ماده نوری با طول موج متفاوت با طول موج فرودی تابش کند، پدیده فلوئورسانس رخ می دهد. (مثلاً، در لامپهای معمولی فلوئورسانس نور فرابنفش باعث گسیل نور مرئی می شود.) (الف) نشان دهید که پدیده فلوئورسانس را می توان بر حسب فوتونی با انرژی بالا که آنها را به يك حالت برانگیخته نسبتاً بالا برمی انگیزد تعبیر کرد. این آنها از طریق حالت های برانگیخته میانی گذارهایی به سوی پایین انجام می دهند. (ب) قاعده استوکس^۱ در مورد

فلوئورسانس چنین بیان می‌کند که بسامد نور گسیل شده در فلوئورسانس از بسامد نور محرك تجاوز نمی‌کند. نشان دهید که قاعده استوکس وقتی که در مورد اتم‌ها به کار رود از نظریه کوانتومی پیروی می‌کند.

۳۳. انرژی کل يك اتم هیدروژن، در هر حالت کوانتیده‌ای، به‌طور بسیار دقیق تعریف می‌شود. با وجود این، بنا به مکانیک موجی، مکان الکترون دارای عدم قطعیت است شکل ۱۵.۶؛ در این صورت اندازه حرکت و انرژی جنبشی الکترون نیز دارای عدم قطعیت خواهند بود. عدم قطعیت در انرژی جنبشی الکترون در مقایسه با عدم قطعیت در انرژی پتانسیل دستگاه الکترون-پروتون چگونه باید باشد؟

۳۴. اگر تابع موج حالت پایه اتم هیدروژن، همان‌طور که در معادله (۲۲.۶) داده شده است به صورت $Ae^{-r/a}$ باشد، ضریب A را می‌توان چنان برگزید که احتمال کل آنکه الکترون در جایی وجود داشته باشد ۱۰۰ درصد شود. A را بر این اساس پیدا کنید.

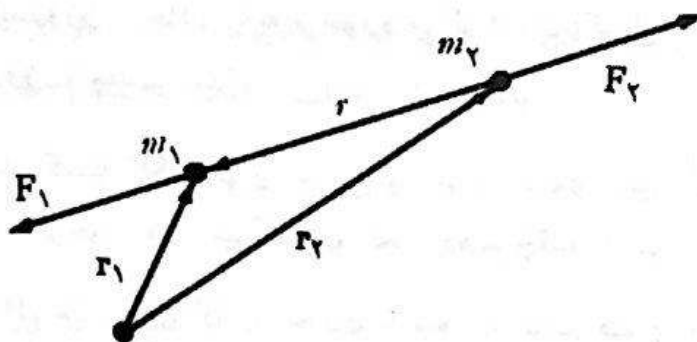
۳۵. چقدر محتملتر است که در حالت پایه هیدروژن، الکترون را در فاصله شعاع بوهرا از پروتون بیابیم تا در فاصله‌ای به اندازه دو برابر این شعاع؟

۳۶. انرژی اتم هیدروژن را می‌توان به‌طور تقریبی با استفاده از رابطه عدم قطعیت محاسبه کرد. برای اتم هیدروژنی که در حالت پایه قرار دارد، عدم قطعیت در فاصله الکترون از پروتون تقریباً برابر با يك شعاع بوهرا است (شکل ۱۵.۶)، در نتیجه، اندازه حرکت الکترون در حالت پایه لااقل به اندازه $\hbar/2a$ دارای عدم قطعیت است. قدر مطلق اندازه حرکت الکترون باید لااقل به بزرگی عدم قطعیت در اندازه حرکت آن باشد. بر این اساس عدم قطعیت در انرژی جنبشی الکترون را محاسبه و آن را با انرژی هیدروژن در حالت پایه مقایسه کنید.

۳۷. چهارمین پتانسیل یونش برلیوم چقدر است؟ یعنی، پس از آنکه از چهار الکترون آن سه الکترون اول ازجاکنده شدند چقدر انرژی برای ازجا کردن چهارمین الکترون مورد نیاز است؟

۳۸. (الف) نمودارهای تراز انرژی هیدروژن اتمی، هلیوم يك بار یونیده، لیتیوم دو بار یونیده را با يك تراز انرژی صفر مشترك رسم کنید. (ب) کدام يك از حالت‌های تا $n=3$ از این سه دستگاه اتمی دارای انرژی یکسان‌اند (از تفاوت در جرم هسته‌ای چشم‌پوشی کنید)؟ (ج) کدام يك از بسامدهای فوتون تا حالت‌های $n=3$ در درآشامی و گسیل مشابه خواهند بود؟

۳۹. رابطه‌ای به طریق زیر برای جرم کاهش یافته به دست آورید. همان طور که در شکل مربوط به همین مسئله نشان داده شده است، دوزره به واسطه یک نیروی مرکزی با یکدیگر برهم کنش می کنند. (الف) محل و جرم ذره ۱ به ترتیب r_1 و m_1 است و نیروی وارد بر آن، از طرف ذره ۲، برابر $F_1(r/r)$ است که در آن $r = r_2 - r_1$ تغییر مکان ذره ۱ نسبت به ذره ۲ است. قانون دوم نیوتون را همانگونه که در مورد حرکت ذره ۱ به کار می رود، بر حسب r_1 و $F_1(r/r)$ به شکل برداری بنویسید. (ب) محل و جرم ذره ۲ به ترتیب عبارت اند از r_2 و m_2 ؛ قانون دوم نیوتون را، همانگونه که در مورد این ذره به کار می رود بر حسب r_2 و $F_2(r/r)$ بنویسید. (ج) این دو معادله را با هم ترکیب کنید تا رابطه $d^2r/dt^2 = (1/m_1 + 1/m_2)F_1(r/r)$ به دست آید، توجه کنید که فقط تغییر مکان r یک ذره نسبت به ذره دیگر در این رابطه وارد می شود. (د) نشان دهید که یک ذره هم ارز با جرم کاهش یافته μ را که به وسیله $1/\mu = 1/m_1 + 1/m_2$ داده می شود می توان چنان فرض کرد که تحت تأثیر نیروی حرکت می کند (این نیرو فقط به فاصله دو ذره‌ای که واقعاً برهم کنش می کنند بستگی دارد).



شکل مسئله ۳۹

۴۰. ذره‌ای بر روی یک نعلبکی بدون اصطکاک سر می خورد. (الف) اگر این ذره در آغاز از کناره نعلبکی به طریقی داخل شود که سرعت آن به سوی مرکز نعلبکی نباشد، نشان دهید که این ذره را هرگز نمی توان در مرکز نعلبکی یافت. (ب) با استفاده از نتیجه کلاسیکی قسمت (الف) نشان دهید که هر ذره‌ای که دارای یک اندازه حرکت زاویه‌ای متناهی نسبت به یک مرکز نیرو است باید دارای تابع موجی باشد که در محل مرکز نیرو صفر است. اگر ذره‌ای تحت تأثیر یک نیروی جاذبه مرکزی دارای اندازه حرکت زاویه‌ای صفر نسبت به مرکز نیرو باشد تابع موج متناظر باید در مرکز نیرو دارای

مقداری غیر از صفر باشد.

۴۱. نشان دهید که عدم توجه به اینکه هسته اتمی دارای جرم متناهی M است منجر به پیشگویی نظری خطوط طیفی می شود که انرژی آنها بسیار بزرگ و طول موج آنها بسیار کوچک است. این افزایش در انرژی و کاهش در طول موج هر دو به نسبت m/M خواهند بود، که در آن m جرم الکترون است.

۴۲. با فرض اینکه ثابت ریدبرگ برای يك هسته بی اندازه سنگین $10^{-3} \text{Å}^{-1} \times 10997373$ است نشان دهید که این ثابت برای هیدروژن معمولی (به جرم اتمی ۱) برابر $10^{-3} \text{Å}^{-1} \times 109678$ است (جرم پروتون 1836 برابر جرم الکترون است).

۴۳. ثابتهای ریدبرگ را برای هیدروژن معمولی، ^1H با جرم هسته ای 1.007276u ، و هیدروژن سنگین، ^2H با جرم هسته ای 2.01355u محاسبه کنید و با استفاده از آن مقادیر طول موجهای خطوط H_α مربوط به آنها را حساب کنید (اختلاف مشاهده شده در طول موجها 179Å است).

۴۴. انرژی جنبشی کمینه الکترونها برای تولید (الف) گسیل خط H_α ، وقتی الکترونها به اتمهای هیدروژن در حالت پایه برخورد می کنند (ب) گسیل تمام خطوط موجود از طیف هیدروژن، چقدر است؟

۴۵. انرژی جنبشی کمینه الکترونهايي که می توانند با اتمهای لیتیم دوبار یونیده (Li^{2+}) در حالت پایه برخورد های غیر کشان انجام دهند چقدر است؟

۴۶. (الف) دو اتم هیدروژن که در حالت پایه هستند با سرعت های مساوی با هم برخورد رودرو می کنند؛ انرژی جنبشی کمینه هراتم که برای بالابردن اتم دیگر به اولین حالت برانگیخته لازم است (بر حسب انرژی یونس E_I اتم هیدروژن) چقدر است؟ (ب) يك اتم هیدروژن در حالت پایه با اتم هیدروژن دیگری که آن نیز در حالت پایه ولی در آغاز به حال سکون است برخورد می کند، انرژی جنبشی کمینه لازم برای بالابردن یکی از اتمها به اولین حالت برانگیخته چقدر است؟

۴۷. هیدروژن اتمی در حالت پایه بمباران می شود و خطوط طیفی با طول موجهای کوتاه خط سوم سری لیمان گسیل می کنند. (الف) انرژی جنبشی کمینه الکترونهايي كه انرژی بمباران کننده که این گسیل را تولید می کنند چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی کمینه فوتونهايي بمباران کننده که این گسیل را تولید می کنند چقدر است؟ (ج) انرژی جنبشی

کمینه اتمهای هیدروژن در حالت پایه که در اثر بمباران این گسیل را تولید می کنند چقدر است؟

۴۸. دمای کمینه تقریبی گاز هیدروژن اتمی که اتمها را آنچنان یونیده می کند که به پروتونها و الکترونها شکسته شوند (پلاسما) چقدر است؟

۴۹. پدیده های شفق شمالی (نورهای شمالی) و شفق جنوبی (نورهای جنوبی)، نمایشهای درخشان آسمان در نزدیك قطب زمین، وقتی تولید می شوند که در ۱۰۰ کیلومتری یا بیشتر بالای جوزمین ذرات بارداری که به وسیله خورشید به خارج پرتاب می شوند با اکسیژن و ازت برخورد کنند و بدان وسیله برانگیختن و یونیدن این اتمها را باعث شوند. (الف) می دانیم که این ذرات باردار فاصله $10^{11} \times 10^5$ متر، از خورشید تا زمین را، در حدود $24h$ طی می کنند؛ با فرض اینکه این ذرات پروتون باشند انرژی جنبشی متوسط آنها چقدر است؟ (ب) چرا این ذرات باردار فقط در مجاورت قطبهای زمین یونش محسوسی در اکسیژن و ازت تولید می کنند؟

۵۰. مشاهده طیف نمایی نشان می دهد که وقتی بخار سدیم با الکترونهایی بمباران شود که از حال سکون با اختلاف پتانسیل $2.11V$ شتاب گرفته اند، تابشی با طول موج $5893\text{\AA}$ گسیل می شود (خطوط مشهور به D سدیم که به این طریق گسیل می شوند ناشی از گذارهای بین حالت پایه و اولین حالت برانگیخته هستند). مقدار h/e را از این داده ها محاسبه کنید.

کتابشناسی

1. Boorse, H.A., and L. Motz, eds: *The World of the Atom*. New-York: Basic Books, Inc., 1966.
این دو جلد شامل بسیاری مقالات اولیه درباره کشفیات اساسی در فیزیک اتمی و هسته ای، همراه با شرح حال زندگی دانشمندان است. فصلهای ۴۳ و ۴۴ درباره آزمایشهای پراکندگی رادرفورد، فصل ۴۵ در مورد نظریه هیدروژنی بوهر و فصل ۴۶ درباره آزمایش فرانک-هرتز بحث می کند.
2. Feynman, R. P., R. L. Leighton, and M. Sands: *The Feynman Lectures on Physics* (vol. 3, Quantum Mechanics), Reading, Mass: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1965.
فصل ۱۹ این کتاب درباره جواب مکانیک موجی معادله شرودینگر برای هیدروژن بحث

می‌کند. این کتاب به‌طور کلی يك دوره جالب از مکانیک کوانتومی مقدماتی است.

3. Friedman, F. L., and L. Sartori: *Origins of Quantum Physics* (vol. I, The Classical Atom). Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1955.

فصل سوم این کتاب که مربوط به اجزای اصلی اتم و مدل‌های اتمی است درباره تکامل مدل‌های اتمی تامسون و رادرفورد به‌طور مفصل بحث می‌کند.

4. Heitler, W.: *Elementary Wave Mechanics*. Oxford. The Clarendon Press, 1946.

فصل‌های ۲ و ۳ این کتاب کوچک به بررسی ساده مکانیک موجی اتم هیدروژن (که در بخش ۷.۶ این کتاب روی آن بحث شد) می‌پردازند.

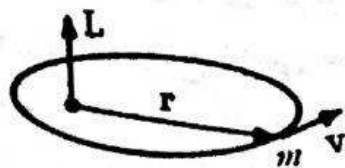
اتمهای چند الکترونی

با وجود اینکه نظریه اتمی بوهر در تشریح جزئیات ساختار و طیفهای اتمی ناتوان است، اما بعضی خصوصیات اساسی کوانتومی آن در مورد اتمهای چند الکترونی صادق است. این خصوصیات اساسی عبارت اند از وجود حالت های مانا، کوانتش انرژی، و کوانتش اندازه حرکت زاویه ای. بررسی صحیح اتم چند الکترونی دقیقاً يك بررسی مکانیک موجی است؛ این بررسی از لحاظ ریاضی مشکل است و برای تجسم ساده ساختار اتم مناسب نیست. در مکانیک موجی، الکترون اتم باید به عنوان يك موج سه بعدی که هسته را احاطه کرده است تلقی شود؛ بنابراین، انتساب يك مسیر مشخص به حرکت آن صحیح نیست و در واقع غیر ممکن است. در عوض، مکانیک موجی، از طریق تابع موج، فقط احتمال وجود الکترون را در موضع خاصی به دست می دهد. با وجود این، با در نظر گرفتن این محدودیتها و با استفاده از نتایجی که در مدل ذره ای کاملاً کلاسیکی کاربرد دارند، می توان به بینشهای مشخصی از نتایج مکانیک موجی دست یافت. نخست مسئله کلاسیک ذره ای را که تحت تأثیر نیروی جاذبه عکس مجذوری در حرکت است بررسی می کنیم. سپس، چند نتیجه مهم از مکانیک موجی را، بدون اثبات، ارائه می دهیم. آنگاه این امکان وجود خواهد داشت که این نتایج را، از طریق مانستگی با مدل کلاسیکی متناظر، تعبیر کنیم.

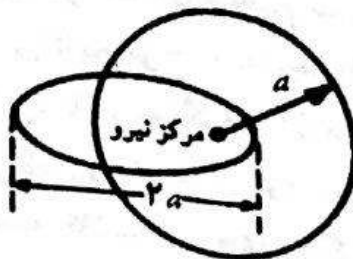
۱۰۷ ثابتهای حرکت در يك دستگاه کلاسیک

وقتی ذره‌ای تحت تأثیر يك نیروی مرکزی، جاذبه‌ای و عکس مجذوری حرکت می‌کند (همچون حرکت سیاره به دور خورشید یا حرکت الکترون به دور يك ذره سنگین مثبت) يك دستگاه منزوی و مقید تشکیل می‌دهد. این دستگاه منزوی و مقید با چندین ثابت حرکت مشخص می‌شود. ثابتهای حرکت آن کمینهای فیزیکی هستند که با زمان تغییر نمی‌کنند و انرژی کل و اندازه حرکت زاویه‌ای دستگاه را شامل می‌شوند. چون در مکانیک موجی هر يك از ثابتهای حرکت نه تنها با کمیتی که نسبت به زمان ثابت است بلکه با کمیتی که گوانتیده نیز هست مطابقت دارد، بنا براین به عنوان مقدمه‌ای برای بحث پیرامون جنبه‌های مکانیک موجی دستگاههای اتمی بهتر این است که ثابتهای حرکت يك دستگاه سیاره‌ای کلاسیک را مرور کنیم.

می‌دانیم که مسیر ذره مقیدی که تحت تأثیر يك نیروی مرکزی عکس مجذوری از نقطه ثابتی حرکت می‌کند يك بیضی است که مرکز نیروی آن در کانون است. اولین ثابت حرکت، یعنی انرژی کل، یا انرژی جنبشی به علاوه انرژی پتانسیل برای يك دستگاه سیاره‌ای کلاسیک (همانند يك اتم هیدروژن با اندازه بسیار بزرگ) از رابطه $E = -ke^2/2a$ به دست می‌آید، که در آن a نصف قطر بزرگ بیضی است (شکل ۱۰۷). انرژی E ، برای هر زوج ذره برهم کنش کننده مفروض، فقط به a بستگی دارد. از این رو، انرژی کل دستگاه، برای هر دو مدار شکل ۱۰۷ یکسان است؛ یکی از این دو مدار يك بیضی نسبتاً کشیده و دیگری دایره‌ای است که مرکز نیرو در مرکز آن واقع است (و شعاع آن a است). اگرچه تمام مدارهای با مقدار یکسان a دارای انرژی یکسان اند، اما در بزرگی دومین ثابت حرکت باهم تفاوت دارند: اندازه حرکت زاویه‌ای مداری کل دستگاه. اندازه حرکت زاویه‌ای يك ذره در حال دوران، که نسبت به مرکز نیروی ثابت اندازه گیری شود، برابر $L = r \times mv$ است (شکل ۲۰۷). تا زمانی که نیروی وارد بر ذره



شکل ۲۰۷ اندازه حرکت زاویه‌ای $L = r \times mv$ يك ذره در حال دوران.

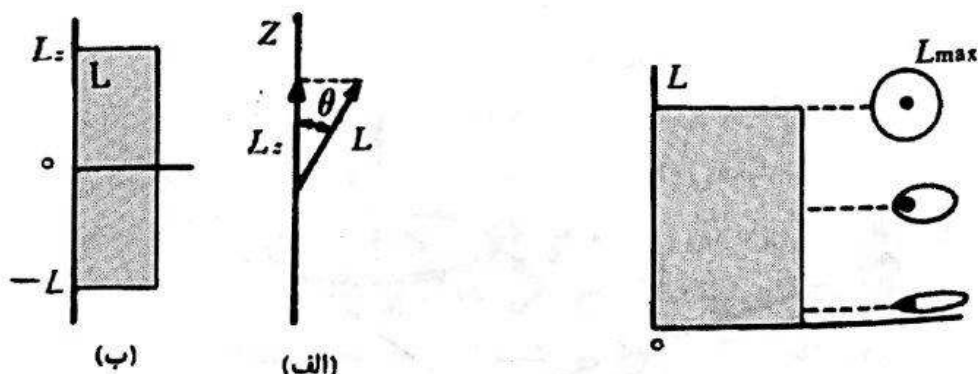


شکل ۱۰۷ برای يك نیروی جاذبه عکس-مجذوری، انرژی کل يك دستگاه فقط به نصف قطر بزرگ (a) بستگی دارد.

منحرف مرکزی است (در امتداد خط واصل بین ذره و مرکز نیرو)، اندازه حرکت زاویه‌ای مداری دستگاه (L)، هم از نظر بزرگی و هم از نظر جهت، ثابت است. جهت L بر صفحه مدار عمود است و با قاعده دست راست به جهت چرخش ذره مربوط می‌شود.

اکنون چند مدار بیضی‌وار را در نظر می‌گیریم که همه دارای نصف قطر بزرگ یکسان a و از این‌رو دارای انرژی کل یکسان‌اند، ولی در خروج از مرکز با هم اختلاف دارند. مدار با کمترین خروج از مرکز مداری است که در آن ذره بر یک مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند؛ یعنی، همواره به فاصله یکسان a از مرکز نیرو قرار دارد؛ مدار با بیشترین خروج از مرکز، بیضی رمبیده‌ای است که یک کانون آن در نزدیکی نقطه برگشت قرار دارد و به صورت یک خط راست است. مدار دایره‌ای نمایشگر اندازه حرکت زاویه‌ای مداری بیشینه و مدار رمبیده (فرو ریخته) نمایشگر اندازه حرکت زاویه‌ای مداری صفر است. در شکل ۳.۷ دیده می‌شود که بزرگی L به‌طور پیوسته بین این دو حد تغییر می‌کند؛ در نتیجه به ازای یک انرژی کل معین، اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مداری گوناگونی وجود دارند که به‌طور پیوسته از صفر تا یک بیشینه تغییر می‌کنند.

چون اندازه حرکت زاویه‌ای مداری (L) دستگاه منزوی هم از نظر جهت و هم از نظر بزرگی ثابت است، مؤلفه L_z آن در امتداد هر محور Z ی در فضا نیز ثابت است؛ این سومین ثابت حرکت است. از شکل ۴.۷ الف درمی‌یابیم که $L_z = L \cos \theta$ است، که در آن θ زاویه بین L و جهت مثبت محور Z است. در فیزیک کلاسیک هیچگونه محدودیتی در انتخاب راستای Z وجود ندارد؛ در نتیجه، همان‌طور که شکل ۴.۷ ب نشان می‌دهد، L_z می‌تواند از $+L$ تا $-L$ به‌طور پیوسته تغییر کند. به عبارت دیگر، بسته به انتخاب راستای Z ، زاویه θ می‌تواند هر مقداری از 0° تا 180° را اختیار کند. به‌طور



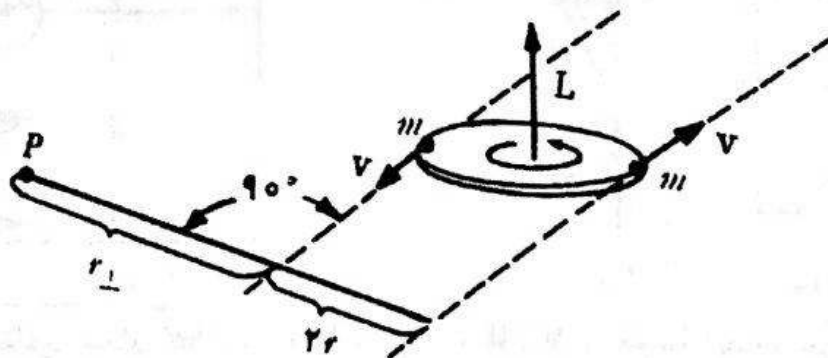
شکل ۴.۷ مؤلفه اندازه حرکت زاویه‌ای مداری در راستای اختیاری Z ؛ (الف) مستگیری نسبت به L ، (ب) مقادیر مجاز کلاسیکی برای مقدار مفروضی از L .

شکل ۳.۷ مقادیر مجاز کلاسیکی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری مدارهای بیضی‌وار با قطر بزرگ (یا با انرژی) یکسان.

خلاصه، هیچ محدودیت کلاسیکی در انتخاب راستاهای ممکن بردار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری L وجود ندارد. این بررسی بدظاهر بی‌اهمیت دارای نتایج مهمی از نظر مانستگی با مکانیک موجی است.

چنانچه يك جسم در حال دوران دارای گسترش متناهی در فضا باشد و حول يك محور داخلی دوران بچرخد، در آن صورت، علاوه بر اندازه حرکت زاویه‌ای مداری دستگاه، يك اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی نیز وجود دارد. اگر هیچ گشتاور نیروی خارجی بر جسم در حال دوران وارد نشود اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی ثابت باقی می‌ماند و این چهارمین ثابت حرکت کلاسیکی است. اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی يك جسم در حال دوران (مانند دوران زمین حول مرکز جرم خود) با تعیین سهم هر يك از ذرات در جسم چرخان محاسبه می‌شود. از رابطه برداری $L = r \times mv$ (یا از رابطه نرده‌ای هم‌ارز آن، $L = r_{\perp} mv$ ، در جهت L) استفاده می‌کنیم. ویژگی قابل ملاحظه اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی آن است که بزرگی و جهت آن، در امتداد محور چرخش، فقط به شرطی که جسم چرخان متقارن باشد و حول يك محور تقارن دوران کند، ثابت و از انتخاب معهودها برای محاسبه اندازه حرکت زاویه‌ای مستقل است.

اثبات این امر ساده است. دو ذره را در نظر می‌گیریم که جرم هر يك m است و مطابق شکل ۵.۷، با سرعت یکسان v در دو راستای مخالف حرکت می‌کنند. این دو ذره نسبت به محور چرخش متقارن‌اند و فاصله هر يك از مرکز دایره مسیر خود r است. اندازه حرکت زاویه‌ای کل این زوج ذره را نسبت به نقطه دلخواه P محاسبه می‌کنیم. با توجه بداینکه اندازه حرکت يك ذره، مثبت و دیگری منفی است، برای اندازه حرکت زاویه‌ای کل این زوج داریم



شکل ۵.۷ اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی کل L (نسبت به نقطه دلخواه

P) دو ذره که نسبت به محور چرخش متقارن‌اند.

$$L_{\text{زوج}} = mv(r_{\perp} + \gamma r) - mvr_{\perp} = \gamma mvr$$

اندازه حرکت زاویه‌ای γmvr این زوج ذره که به‌طور متقارن قرار گرفته‌اند از محل P مستقل است (مستقل از $r_{\perp}$). چون جسم چرخان را حول محور دوران، متقارن اختیار می‌کنیم، می‌توان آن را به‌صورت ترکیبی از چنین زوج ذراتی پنداشت که هر کدام با اندازه حرکت زاویه‌ای مستقل از انتخاب محور، در اندازه حرکت زاویه‌ای کل سهیم‌اند. از این‌رو، اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی کل جسم، مستقل از محور است. همان‌طور که در شکل ۵.۷ نشان داده شده است، معمولاً بردار اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی را در امتداد محور چرخش قرار می‌دهیم؛ اما با توجه به اثبات فوق، این بردار می‌توانست هر جای دیگری قرار بگیرد. اثبات اینکه اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی از چارچوب لخت مستقل است دشوار نیست. در این صورت اندازه حرکت زاویه‌ای یک جسم متقارن چرخان، خاصیت ذاتی آن است؛ و گاهی آن را اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی نیز می‌نامند.

اندازه حرکت زاویه‌ای کل یک دستگاه متشکل از اجسام، شامل جمع برداری اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مداری و اسپینی است؛ هنگامی که این دستگاه منزوی است اندازه حرکت زاویه‌ای کل آن ثابت است. خواهیم دید که به ذراتی چون الکترون‌ها باید، علاوه بر اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مداری، اندازه حرکت‌های زاویه‌ای ذاتی نیز نسبت داده شود.

۲.۷ کوانتش اندازه حرکت زاویه‌ای مداری

نظریه اتم تک الکترونی بوهر عدد کوانتومی اصلی n را معرفی می‌کند که مقدار درست آن انرژی کل اتم را، طبق رابطه $E_n = -E_I/n^2$ ، به دست می‌دهد. در رابطه فوق E_I انرژی یونش است. عدد کوانتومی n ، بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای L (ناشی از دوران الکترون به دور هسته در یک مسیر دایره‌ای) را نیز، طبق رابطه $L = n\hbar$ ، مشخص می‌کند، که در آن $\hbar$ ثابت پلانک تقسیم بر 2π است. ولی از دیدگاه مکانیک موجی درست نیست که برای الکترون مسیری مشخص به شکل دایره یا هر شکل دیگری در نظر بگیریم، و قاعده بوهر نیز در مورد کوانتش بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری صحیح نیست.

برخلاف نظریه کلاسیک، مکانیک موجی نشان می‌دهد که بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری (L) یک دستگاه اتمی کوانتیده است و مقادیر ممکن آن به قرار زیرند

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad (۱۰.۷)$$

که در آن l عدد درونی است که عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری نامیده می‌شود. برای مقدار مفروضی از عدد کوانتومی اصلی n ، مقادیر ممکن l ، اعداد درست از صفر تا

۱- n را در بر می گیرند

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$$

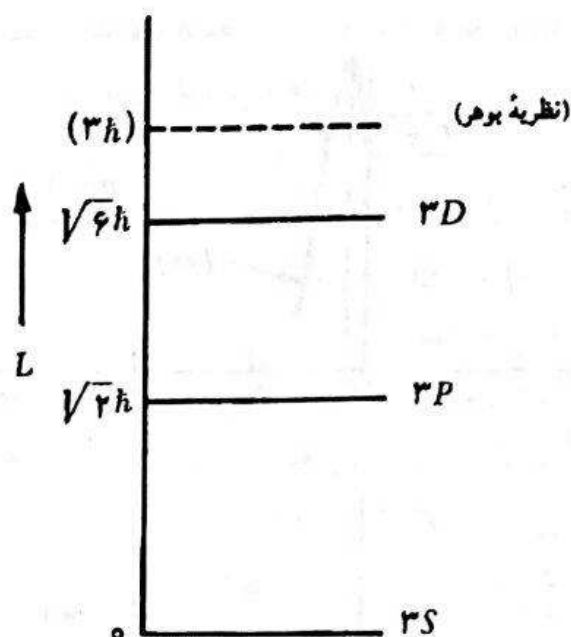
از این رو، به ازای $n=1$ ، تنها مقدار ممکن l برابر صفر است و از رابطه (۱.۷) مقدار L برابر صفر است. به ازای $n=2$ ، مقدار l محدود به ۰ یا ۱ است، و مقادیر متناظر L به ترتیب صفر و $\sqrt{2}\hbar$ هستند. عموماً برای يك مقدار مفروض از n ، مقدار ممکن برای l و بنا بر این n مقدار ممکن برای اندازه حرکت زاویه ای مداری وجود دارد. همان طور که در زیر می آید غالباً مقادیر درست عدد کوانتومی l ، با نمادهای حرفی نمایش داده می شوند (به دلایلی که منشأ تاریخی دارند)

$$l = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

$$\text{نماد} = S, P, D, F, G, H, \dots$$

در حالی که در نظریه بوهلر حالت يك اتم با عدد کوانتومی n (و بنا بر این، با شعاع مدار دایره ای یا انرژی کل) مشخص می شود، در مکانیک موجی حالت يك اتم با مقادیری از تمامی اعداد کوانتومی مناسب مشخص می شود. در مکانیک موجی هر حالت بريك تابع موج مجزا و مشخص ψ مطابقت دارد که با دیگر توابع از طریق بستگی به مختصات فضایی متفاوت است. مثلاً آن حالت هایی که برای آنها n برابر ۳ و l برابر ۰، ۱، و ۲ است به ترتیب، حالت های $3S$ ، $3P$ ، و $3D$ نامیده می شوند. مقادیر متناظر با اندازه حرکت زاویه ای مداری در این حالت ها عبارت اند از 0 ، $\sqrt{2}\hbar$ ، و $\sqrt{6}\hbar$ (شکل ۶.۷). چون حالت های $3S$ ، $3P$ ، و $3D$ دارای يك مقدار مشترك (۳) از عدد کوانتومی اصلی n اند، لذا برای تك الکترونی که که تحت تأثیر بريك نیروی کولنی از جانب هسته است و به صورت يك بار نقطه ای فرض می شود، این سه حالت دارای انرژی های یکسان اند ولی در اندازه حرکت زاویه ای و در بستگی فضایی تابع موج، تفاوت دارند. به چنین حالت هایی، که در انرژی کل یکسان ولی در يك مورد دیگر اختلاف دارند، حالت های واگن گفته می شود.

یادآور می شویم که در مدل سیاره ای کلاسیک انرژی کل يك دستگاه مقید، فقط به بزرگی قطر بزرگ بیضی بستگی دارد و به خروج از مرکز مدارها یا به اندازه حرکت زاویه ای مداری بستگی ندارد. در نظریه کوانتومی وضع مشابهی حاصل می شود: به ازای يك مقدار مفروض از n ، که انرژی اتم را مشخص می کند، مقدار ممکن برای l وجود دارند که هر کدام مقدار ممکن دیگری از اندازه حرکت زاویه ای مداری را مشخص می کنند. يك تفاوت مهم آن است که، در حالی که نظریه کلاسیک هیچ محدودیتی بر مقادیر ممکن اندازه حرکت زاویه ای اعمال نمی کند، نظریه کوانتومی آنها را به مقادیر گسته و

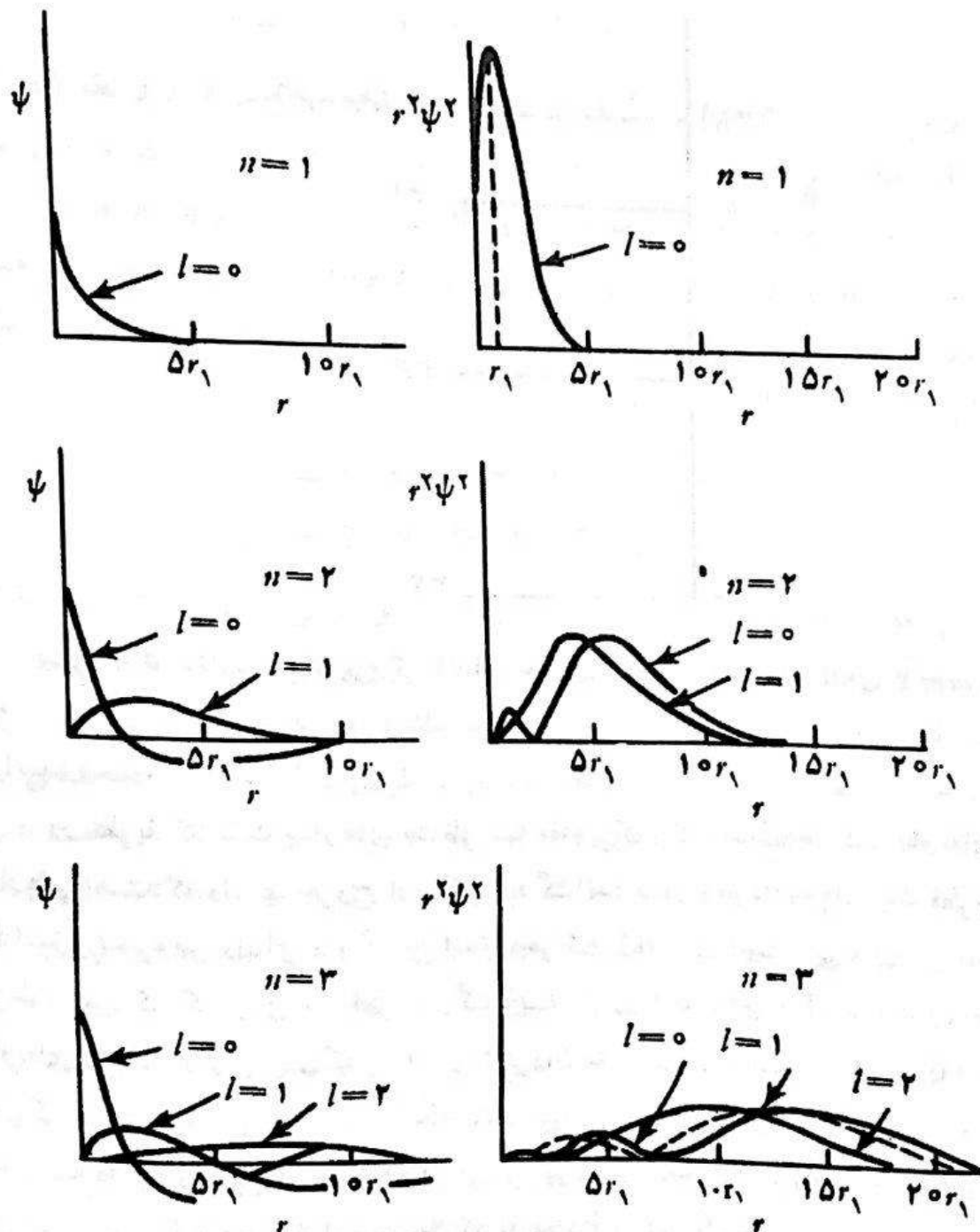


شکل ۶.۷ مقادیر مجاز بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری به‌ازای $n=3$.

کوانتیده محدود می‌کند.

در نظریه کلاسیک مدارهای متناظر با مقادیر کوچک اندازه حرکت زاویه‌ای، آن مدارهایی هستند که دارای خروج از مرکز بزرگ‌اند؛ مدار دایره‌ای برای یک قطر بزرگ (یا انرژی) مفروض دارای بزرگترین اندازه حرکت زاویه‌ای است. می‌توان این مطلب را این‌طور تعبیر کرد که برای یک قطر بزرگ (یا انرژی) مفروض مدار با اندازه حرکت زاویه‌ای کوچک مداری است که در آن ذره گردان مدت زمان زیادی را در هر دور، نزدیک به مرکز نیرو، صرف می‌کند؛ حال آنکه مدار با اندازه حرکت زاویه‌ای بزرگ مداری است که در آن ذره گردان همواره از مرکز نیرو دور است. وضع مکانیک موجی متناظر نیز چنین است: با بررسی توابع موجی که از معادله شرودینگر به‌دست می‌آیند درمی‌یابیم که به‌ازای مقدار مفروضی از n (یا انرژی کل)، احتمال آنکه یک الکترون در هسته یا بدان نزدیک باشد، برای حالتی که اندازه حرکت زاویه‌ای کم است (l کوچک) بیشتر از حالتی است که اندازه حرکت زاویه‌ای زیاد (l بزرگ) است.

تابع موج ψ اتم هیدروژن را در نظر می‌گیریم که به‌صورت تابعی از r (فاصله الکترون تا هسته) برای حالت‌هایی که در آنها n به‌ترتیب، برابر است با ۱، ۲، و ۳ رسم شده است (رجوع شود به شکل ۷.۷؛ و برای جوابی از معادله شرودینگر که ψ را برای حالت $n=1$ به‌دست می‌دهد رجوع کنید به بخش ۷.۶). مشاهده می‌کنیم که به‌ازای هر مقدار از n



شکل ۷.۷ توابع موج ψ (نمودارهای طرف چپ) و احتمالات وجود ذره بین r و $r+dr$ (نمودارهای طرف راست) به ازای $n=1, 2, 3$. (متناسب با $r^2\psi^2$)

و برای حالت S ($l=0$)، ψ در $r=0$ بیشینه است؛ از طرف دیگر، برای حالتی با $l>0$ و اندازه حرکت زاویه‌ای غیر صفر، ψ در $r=0$ صفر است. احتمال آنکه الکترون داخل هر جزء کوچک حجمی با اندازه ثابت dv باشد با ψ^2 متناسب است. نتیجه می‌شود که وقتی اندازه حرکت زاویه‌ای صفر است الکترون با احتمال زیاد داخل جزء مفروض dv نزدیک

به‌هسته است تا دورتر از آن. از طرف دیگر، برای حالتی با اندازه حرکت زاویه‌ای بزرگتر وجود الکترون در همان جزء dv دورتر از هسته محتملتر است تا نزدیک بدان. اکنون احتمال دیگری را که به این مسئله مربوط می‌شود بررسی می‌کنیم؛ یعنی، احتمال وجود الکترون بین r و $r+dr$ ، یا احتمال وجود آن داخل یک پوسته کروی با شعاع r ، ضخامت dr ، و حجم $dv = 4\pi r^2 dr$. احتمال وجود الکترون در جزء حجمی dv (که در اندازه ثابت نیست) با dr متناسب است؛ بنابراین احتمال وجود آن در یک پوسته کروی با ضخامت ثابت dr ، با r^2 متناسب است. نمودارهای واقع در طرف راست شکل ۷.۷، عبارت $r^2 \psi^2$ را به صورت تابعی از r برای چندین تابع موج، که در طرف چپ رسم شده‌اند، نشان می‌دهد. مشاهده می‌کنیم که هرچه عدد کوانتومی n (و انرژی کل) افزایش می‌یابد قله‌ها به‌طور صعودی به‌مقادیر بزرگتر r منتقل می‌شوند. این مطلب با افزایش کلاسیک اندازه مدار با انرژی متناظر است.

شکل ۷.۷ توابع موج هیدروژن را فقط به صورت تابعی از فاصله شعاعی r نشان می‌دهد. البته دانش کامل درباره تابع موج در سه بعد مستلزم شناخت بستگی آن به دو مختصه فضایی دیگر نیز می‌شود. برای حالت‌های S با $l=0$ ، تابع موج دارای تقارن کروی است و فقط به فاصله شعاعی r بستگی دارد. از نمودارهای طرف راست شکل ۷.۷ مشاهده می‌شود که یک الکترون در حالت S را می‌توان تقریباً به عنوان یک توپ بار الکتریکی حول هسته، برای حالت $n=1$ ، و نیز برای حالت $n=2$ می‌توان آن را به منزله یک توپ بار که با پوسته‌ای از بار احاطه شده است تصور کرد (زیرا $r^2 \psi^2$ دارای یک صفر بین دو قله است)؛ و همچنین برای مقادیر بالاتر و بالاتر n می‌توان آن را به عنوان یک توپ بار که با پوسته‌هایی که مرتباً اندازه‌هایشان بزرگتر می‌شود در نظر گرفت. برای حالت‌های $l=1$ ، توابع موج تقارن کروی ندارند. برای مثال، توابع موج حالت P دارای شکل عمومی $x F(r)$ ، $y F(r)$ ، $z F(r)$ یا ترکیب‌های خطی از آنهاست، که در آن $F(r)$ فقط تابعی از r است. توابع موج D نیز که تقارن کروی ندارند دارای شکل عمومی $x^2 F(r)$ ، $y^2 F(r)$ ، $xy F(r)$ ، ... هستند؛ این توابع شامل مختصات x ، y ، z ، تا توان دوم‌اند، که در آنها $F(r)$ باز هم فقط تابعی از r است. شکل ۱۶.۶ توزیع احتمال در فضا را برای تابع موج P به ازای $n=2$ نشان می‌دهد.

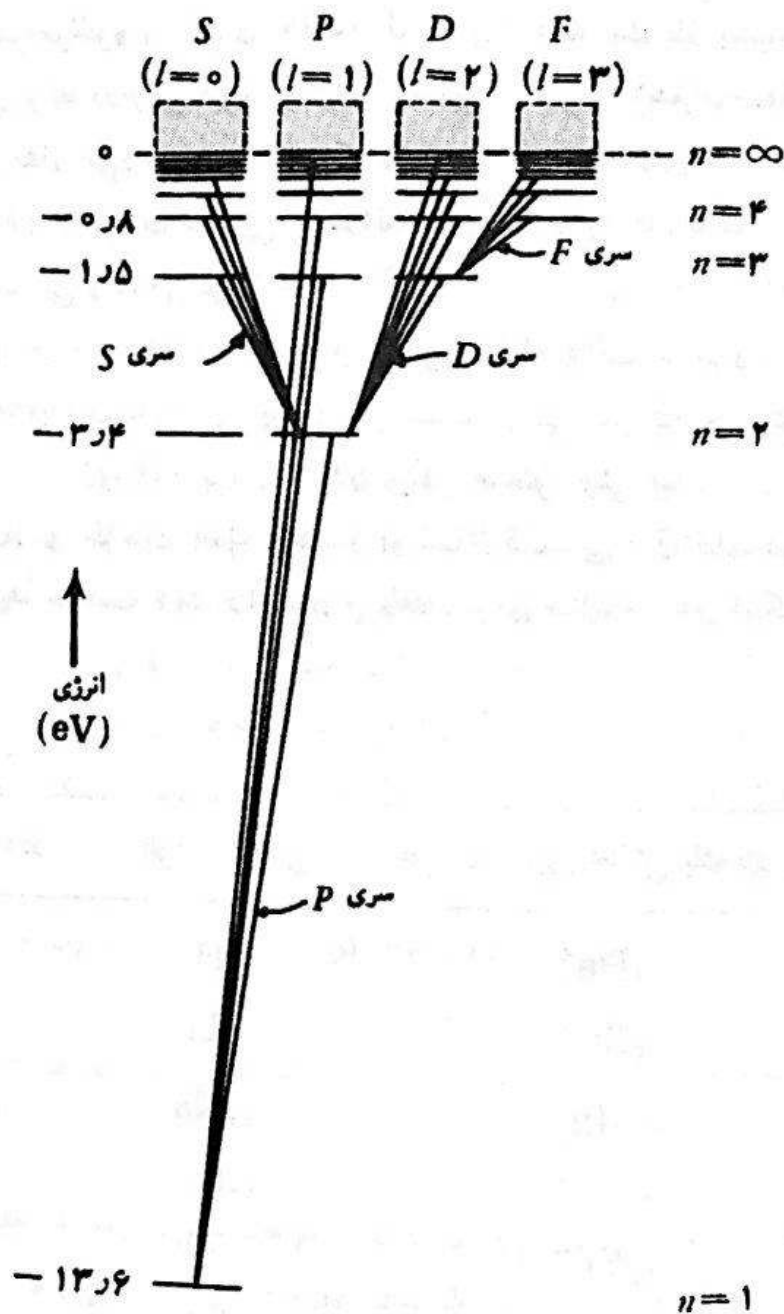
مجدداً نمودار تراز انرژی هیدروژن (شکل ۸.۷) را در نظر می‌گیریم، که در آن حالت‌ها بر حسب عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری l و عدد کوانتومی اصلی n مشخص می‌شوند. واگنی n تایی برای هر انرژی نشان داده شده است. خطوط قطری که حالت‌ها را به هم متصل می‌کنند نمایشگر گذارهای ممکن بین حالت‌های مانایی هستند که

به گسیل فوتونها منجر می‌شوند؛ تنها در این گذارهاست که l به اندازه واحد تغییر می‌کند. مکانیک موجی، از تمامی ترکیبهای حالت‌های مانا فقط آنهایی را برمی‌گزیند که نابش محسوس (گسیل، یا در آشامی) را باعث می‌شوند. گذارهایی که در آنها l به اندازه واحد تغییر می‌کند، یعنی گذارهایی که در آنها تغییرات Δl برابر 1 یا -1 است، گذارهای مجاز نامیده می‌شوند. پس قاعده گزینش برای گذارهای مجاز چنین است

$$\Delta l = \pm 1 \quad (2.7)$$

تمامی دیگر گذارها به گذارهای ممنوع موسوم‌اند. گذارهای ممنوع مطلقاً غیرممکن نیستند بلکه احتمال وقوع آنها حداقل یک میلیون بار از احتمال متناظر در گذارهای مجاز کوچکتر است. هیچ قاعده گزینشی تغییرات ممکن عدد کوانتومی n را محدود نمی‌کند. قاعده گزینش l ، در عمل، ایجاب می‌کند که وقتی یک فوتون گسیل یا در آشامیده می‌شود، اندازه حرکت زاویه‌ای مداری اتم تغییر کند. با توجه به قانون بقای اندازه حرکت زاویه‌ای، اندازه حرکت زاویه‌ای کل یک اتم در حالت برانگیخته، قبل از گسیل، باید با اندازه حرکت زاویه‌ای کل اتم به علاوه فوتون پس از گسیل، برابر باشد. چون در گسیل یا در آشامی فوتون فقط اندازه حرکت زاویه‌ای اتم به تنهایی تغییر می‌کند، فوتون خود باید حامل اندازه حرکت زاویه‌ای باشد. از این رو فوتون، انرژی، اندازه حرکت خطی و اندازه حرکت زاویه‌ای با خود حمل می‌کند. بین اندازه حرکت زاویه‌ای فوتون و اندازه حرکت زاویه‌ای امواج الکترومغناطیسی، با قطبش دایره‌ای، مانستگی کلاسیکی وجود دارد.*

انرژیهای فوتون در طیف هیدروژن شکل ۸.۷، دقیقاً آن انرژیهایی هستند که با نظریه ساده بوهر (شکل ۱۳.۶) بیان می‌شوند. مکانیک موجی نیز همین انرژیهای مجاز را به دست می‌دهد: $E_n = -E_1/n^2$. ولی، گذارها به صورت گروه یا سری مرتب می‌شوند. این سریها بر حسب مقدار l حالت آغازی، در گذار به سوی پایین، رده بندی می‌شوند. از این رو، سریهای P که در شکل نشان داده شده‌اند، شامل گذارهای $1S \rightarrow 2P$ ، $1S \rightarrow 3P$ ، $2P \rightarrow 1S$ و غیره‌اند (دیگر سریهای P ، همچون $2S \rightarrow 3P$ ، $2S \rightarrow 4P$ ، $3P \rightarrow 2S$ و غیره نیز رخ می‌دهند ولی معمولاً با شدنی کمتر). توجه کنید که در هیدروژن (یا در هر اتم تک الکترونی دیگر) بسیاری از گذارهای مجاز نشان داده شده به فوتونهای منجر می‌شوند که دارای انرژی یا طول موج یکسان‌اند؛ برای مثال، خط H_α از گذارهای



شکل ۸.۷ نمودار تراز انرژی هیدروژن که سریهای S، P، D، و F را نشان می‌دهد.

این گذارها برای اتم هیدروژن قابل تشخیص نیست ولی برای اتمهای چند الکترونی قابل تشخیص است.

۳.۲ اتمهای هیدروژن گونه

تعدادی از اتمهای چند الکترونی با اتم هیدروژن همانندند. گروهی از این اتمها شامل عناصری هستند که در ستون اول جدول تناوبی قرار گرفته‌اند و به فلزات قلیایی موسوم‌اند؛ گروه دیگر عناصر موجود در ستون دوم جدول تناوبی را که يك بار یونیده‌اند و قلیایی خاکی نامیده می‌شوند در برمی‌گیرد. جدول ۱۰۷ این عناصر را (همراه با گازهای نادر) در جدول تناوبی نشان می‌دهد. عدد اتمی، که تعداد الکترون‌ها را در يك اتم خنثی و بنابراین بار مثبت هسته را نیز به صورت مضربی از بار الکترون به دست می‌دهد، به صورت پیش‌شاخص پایین در نماد شیمیایی داده می‌شود.

بعضی خواص این عناصر را یادآور می‌شویم. تمام عناصر موجود در يك ستون از لحاظ شیمیایی مشابه‌اند. گازهای نادر از نظر شیمیایی بی‌اثرند و می‌توان آنها را با انرژی‌هایی که از انرژی لازم برای یونیدن دیگر عناصر خیلی بیشتر است، یونیده کرد؛ فلزات قلیایی دارای ظرفیت ۱- هستند و از لحاظ شیمیایی فوق‌العاده فعال‌اند؛ فلزات قلیایی خاکی نوعاً ظرفیت ۲- را نشان می‌دهند. برای مثال، فرض اینکه در گاز نادر

جدول ۱۰۷

گازهای نادر	فلزات قلیایی	فلزات قلیایی خاکی يك بار یونیده
	${}^1\text{H}$	${}^2\text{He}^+$
${}^2\text{He}$	${}^3\text{Li}$	${}^4\text{Be}^+$
${}^{10}\text{Ne}$	${}^{11}\text{Na}$	${}^{12}\text{Mg}^+$
${}^{18}\text{Ar}$	${}^{19}\text{K}$	${}^{20}\text{Ca}^+$
${}^{36}\text{Kr}$	${}^{37}\text{Rb}$	${}^{38}\text{Sr}^+$
${}^{54}\text{Xe}$	${}^{55}\text{Cs}$	${}^{56}\text{Ba}^+$

نئون ۱۰ الکترون طوری مرتب شده‌اند که يك پیکربندی نسبتاً بی‌اثر را دور هسته تولید می‌کنند، يك فرض مناسب است. هنگامی که اتم در پایینترین حالت انرژی است هر الکترون را تنها با صرف انرژی زیاد می‌توان از این ترتیب پایدار خارج کرد. می‌توان فرض کرد که الکترون‌ها در اتم يك گاز نادر، يك پوسته قویاً مقید را به دور هسته تشکیل می‌دهند. وقتی اتم سدیم خنثی است، ۱۱ الکترون دارد. چون ظرفیت آن ۱- و از لحاظ

شیمیایی خیلی فعال است می توان آن را اتم نثونی تلقی کرد که به بار هسته ای آن و به الکترونهای آن یکی اضافه شده است. آخرین الکترون، به طور ضعیف به اتم مقید است؛ اتم، این الکترون را به آسانی از دست می دهد و يك یون با بار مثبت تشکیل می دهد. در این صورت بهتر این است که ۱۰ الکترون اول را همچون يك پوسته بسته نسبتاً بی اثر فرض کنیم که الکترون یازدهم حول آن در حرکت است. همین طور اتم خنثای منیزیم با عدد اتمی ۱۲ و ظرفیت ۲+ را می توان به منزله تشکلی از يك پوسته داخلی با ۱۰ الکترون غیر فعال، که توسط دو الکترون فعال شیمیایی احاطه شده اند تلقی کرد. وقتی منیزیم یکبار یونیده می شود تنها يك الکترون ظرفیتی در خارج پوسته بسته باقی می ماند از این رو اتم سدیم، یا اتم منیزیم یکبار یونیده، به هیدروژنی شباهت دارند که در آن خواص شیمیایی عمدتاً در اثر تك الکترونی است که به مغز بی اثر مقید است.

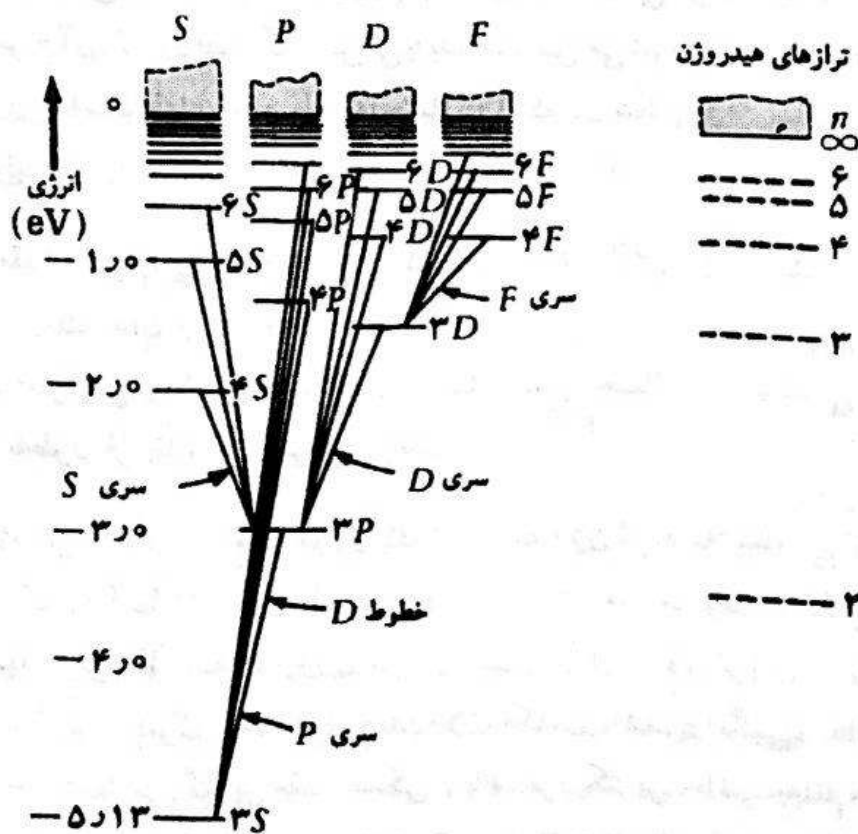
هرگاه بنا باشد که الکترون ظرفیت کاملاً خارج از مغز داخلی هسته و الکترونهای باقی بماند، بار الکتریکی $+Ze$ از طرف هسته، بار $(Z-1)e$ - از ناحیه الکترونهای داخلی، و بنابراین بار الکتریکی خالص $+1e = +Ze - (Z-1)e$ (یعنی درست برابر بار الکتریکی هسته اتم هیدروژن) به آن «وارد» می شود. البته «مکان» الکترون توسط تابع موج آن، که در فضا گسترش می یابد، مشخص می شود. چند خصوصیت عام تابع موج هیدروژن و استنباطهای مربوط به احتمال را که در شکل ۷.۷ نشان داده شده است یادآور می شویم:

۱. به ازای مقدار مفروضی از n و مقدار کوچکی از l ، الکترون با بیشترین احتمال، در هسته یا نزدیک بدان واقع است.
۲. هرچه n افزایش پیدا کند، الکترون با بیشترین احتمال، در فواصلی از هسته قرار دارد که به طور فزاینده بزرگتر می شوند.

با به کار بردن این نتایج در مورد يك اتم هیدروژن گونه ملاحظه می کنیم که می توان حالتی را که در آنها الکترون ظرفیت دور از هسته (و مغز مربوط به الکترونهای داخلی) است به حالتی مربوط به هیدروژن شبیه دانست. از این رو، انرژی حالتی با مقادیر بزرگ n ، باید با انرژی حالتی هیدروژن یکسان باشد. وانگهی، به ازای هر مقدار مفروض n ، حالت با بزرگترین مقدار ممکن l باید نزدیکترین حالت به اتم هیدروژن گونه باشد. برای مثال، از حالتی ممکن $3S$ ، $3P$ و $3D$ ، انرژی آخرین حالت باید، نسبت به دو حالت اول، به انرژی هیدروژن نزدیکتر باشد. از طرف دیگر، در حالت $3S$ ، الکترون ظرفیت با احتمال زیاد در هسته، بدون مغز الکترونهای داخلی، قرار دارد. اما، اگر این

الکترون درون مغز باشد، بار هسته‌ای، از طرف الکترونها موجود در پوسته بسته به مراتب کمتر محافظت می‌شود. در این صورت، بر الکترون ظرفیت نیروی ناشی از يك بار مؤثر که از $+1e$ بزرگتر است وارد می‌شود. نیروی جاذبه قویتر، دستگاه قویاً مقیدتری را نتیجه می‌دهد، دستگاهی که انرژی آن منفی‌تر است و تراز انرژی آن به‌سوی پایین جابه‌جا می‌شود. این مطلب همچنین از رابطه $E_n = -Z^2 E_I / n^2$ ، که انرژی يك اتم Z الکترونی با هسته‌ای به‌بار الکتریکی Ze را به‌دست می‌دهد، نتیجه می‌شود: وقتی که Z بزرگتر از ۱ است (یعنی هنگامی که يك الکترون ظرفیت به‌مغز نفوذ می‌کند)، انرژی اتم (E_n) منفی‌تر می‌شود.

این اثرها را در نمودار تراز انرژی اتم سدیم هیدروژن گونه، که در شکل ۹.۷ نشان داده شده است، مشاهده می‌کنیم. ترازهای هیدروژن برای مقایسه نشان داده شده‌اند. نخست ملاحظه می‌کنیم که ترازهای انرژی متناظر با $n=1$ و $n=2$ یافت نمی‌شوند؛ دلایل مربوط به‌مستثنی کردن الکترون ظرفیت در این حالتها را در بخش ۸.۷ پی‌گیری



شکل ۹.۷ نمودار تراز انرژی سدیم. برای مقایسه، ترازهای انرژی هیدروژن در طرف راست، نشان داده شده‌اند.

خواهیم کرد. هر يك از حالت‌های $n=3$ ($3D$, $3P$, $3S$) دارای انرژی کمتر از حالت متناظر با هیدروژن‌اند. به‌علاوه، حالت $3S$ از $3P$ پایینتر است، و $3P$ نیز به‌نوبه خود از $3D$ پایینتر است. با وجود اینکه الکترون ظرفیت در این حالتها، دارای يك عدد کوانتومی n است، این سه حالت در سدیم دارای انرژیهای متفاوت‌اند و بنابراین واگن نیستند. انرژی اتم سدیم مستقل از مقدار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری نیست، ولی در عوض، پایینترین مقدار برای کوچکترین اندازه حرکت زاویه‌ای مداری است. در مقادیر بالاتر n ، این ترازهای انرژی به‌ترازهای انرژی هیدروژن بیشتر نزدیک می‌شوند. طبق قاعده گزینش $\Delta l = \pm 1$ ، گذارهای مجاز مانند گذارهای مجاز هیدروژن در شکل ۸.۷، به‌صورت سریهای S ، P ، D ، و F دسته‌بندی می‌شوند؛ ولی فوتونهای گسیل شده متناظر دارای بسامدهای متفاوت‌اند و متناظر نیستند. برای مثال، گذارهای $4S \rightarrow 3P$ و $4P \rightarrow 3S$ در سدیم، دو خط طیفی مختلف را به‌دست می‌دهند. برجسته‌ترین خط طیفی سدیم، خط به‌اصطلاح D سدیم است که از گذار $3P \rightarrow 3S$ ناشی می‌شود، و اولین خط از سری P است.*

* در آغاز تاریخ طیف‌نمایی، به‌دلایل زیر نمادهای S ، P ، D ، و F به این سریها و سریهای مشابه اختصاص داده شد، خطوط سری S نسبتاً «تیز» بودند و با S که حرف اول کلمه «sharp» است مشخص شدند؛ خطوط سری P در طیفهای گسیلی یا در آشامی، به‌عنوان خطوط «اصلی» نامیده شدند، زیرا این خطوط حتی در برانگیختگی نسبتاً کوچک چشمه نیز یافت می‌شدند، نام این سری (P) از حرف اول کلمه «principal» گرفته شده است (خطوط P نتیجه گذار از اولین حالت برانگیخته P و از حالت برانگیخته بالاتر آن به‌حالت پایه هستند)؛ خطوط سری D نسبتاً «بخش» بودند و با D که حرف اول کلمه «diffuse» است مشخص شدند؛ و خطوط سری F ، که در ناحیه فرو سرخ قرار داشتند و دارای پایینترین بسامدها بودند، خطوط «اساسی» نامیده شدند. F حرف اول کلمه «fundamental» است.

نماد D خطوط زرد شدید سدیم هیچ رابطه‌ای با نماد D که با $l=2$ مشخص می‌شود ندارد. فرانیهوفر در سال ۱۸۸۸/۱۸۵۹ دریافت که طیف خورشید شامل تعدادی خطوط در آشامی تاریک (خطوط فرانیهوفر) است که از در آشامی تابش از قسمت درونی خورشید، توسط عناصر موجود در جو آن، ناشی می‌شوند. این خطوط با حروف A ، B ، C ، D و غیره مشخص شدند. خط D فرانیهوفر با در آشامی توسط بخار سدیم در گذار $3P \rightarrow 3S$ متناظر است. مشاهده دقیق نشان می‌دهد که این گذار در واقع شامل دو خط زرد نزدیک به هم با طول موجهای ۵۸۹۰ و ۵۸۹۶ آنکستروم است. خطوط دیگر طیف سدیم ساختار ریز مشابهی را نشان می‌دهند، که منشأ آنها در بخش ۶.۷ بررسی خواهد شد. در طیف در آشامی خورشید خطوط دیگری نیز ظاهر شدند که با عنصر هلیوم یکی دانسته شدند و برای خورشید (هیلیوس) نامیده شدند؛ بعداً هلیوم جدا و روی زمین شناسایی شد.

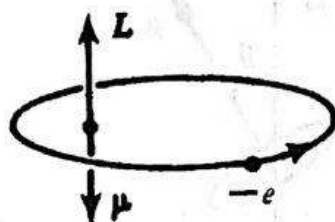
طیفهای گسیلی و در آشامی سایر فلزات قلیایی (رجوع کنید به جدول ۱۰۷) با طیفهای متناظر در سدیم مشابه اند. فلزات قلیایی خاکی يك بار یونیده (جدول ۱۰۷) با فلزات قلیایی هم الکترون اند؛ دو عنصر مجاور که دارای تعداد الکترونها ی یکسان اند هم الکترون نامیده می شوند. این عناصر اساساً در اندازه بار هسته با هم اختلاف دارند. برای مثال، در اتم $^{24}\text{Mg}^{+}$ ، ۱۵ الکترون در پوسته بسترهای شبیه به الکترونها ی موجود در ^{20}Ne و يك الکترون ظرفیت شبیه به الکترون ظرفیت موجود در ^{23}Na وجود دارند؛ وقتی الکترون ظرفیت خارج از مغزی اثر است، تحت تأثیر بار مثبت خالص $+2e$ قرار می گیرد. ازین رو، حالتها ی انرژی «مجزا» ی مربوط به $^{24}\text{Mg}^{+}$ با حالتها ی انرژی «مجزا» ی نظیر اتم يك الکترونی $^4\text{He}^{+}$ ، که بار الکتربیکی هسته ی آن نیز $+2e$ است، مطابقت نزدیک خواهند داشت. ولی، حالتها یی با مقادیر كوچك n و، مخصوصاً، با مقادیر كوچك l ، نسبت به حالتها ی متناظر $^4\text{He}^{+}$ ، به سوی پایین جا به جا می شوند.

مشاهده کردیم که با فرض مربوط بودن حالتها ی برانگیخته به آخرین الکترون (الکترون ظرفیت) اتم، ترازها ی انرژی طیفها ی اتمها ی هیدروژن گونه را می توان به طور کیفی درك کرد. خواهیم دید که بی اثری پوسته های بسته، به طور طبیعی، از اصول بنیادی ناشی می شوند. ترازها ی انرژی و طیفها ی اتمها یی که دارای بیش از يك الکترون ظرفیت فعال اند خیلی پیچیده ترند.

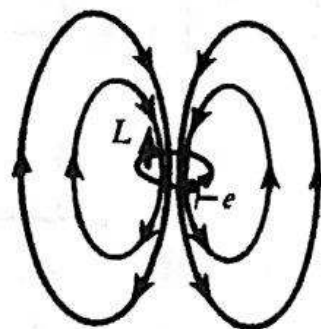
۳.۷ کوانتش فضایی

در مدل سیاره ای کلاسیك، انرژی کل، بزرگی اندازه حرکت زاویه ای مداری، و مؤلفه اندازه حرکت زاویه ای مداری در امتداد هر راستایی از فضا، ثابتهای حرکت اند. در مکانیک موجی انرژی يك اتم يك الکترونی کوانتیده است و با عدد کوانتومی اصلی n مشخص می شود. اندازه حرکت زاویه ای مداری این اتم نیز کوانتیده است و مقادیر ممکن آن به مقدار عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه ای مداری l بستگی دارد؛ همچنین سومین ثابت کلاسیك حرکت، یعنی مؤلفه اندازه حرکت زاویه ای مداری، در امتداد يك راستای ثابت از فضا کوانتیده است و با عدد کوانتومی m مشخص می شود. این کوانتش اضافی، که می توان آن را به طور صوری در مکانیک موجی به دست آورد، رابطه ی نزدیکی با اثرهای مغناطیسی در اتمها دارد.

اثرهای مغناطیسی وابسته به يك ذره کلاسیکی در حال دوران و باردار را در نظر می گیریم. اندازه حرکت زاویه ای مداری L ذره ای که در مدار بسته ای حرکت می کند با برداری نمایش داده می شود که بر صفحه مدار عمود است. يك بار الکتربیکی منفی گردان



شکل ۱۱.۷ اندازه حرکت زاویه‌ای مدار L و گشتاور مغناطیسی μ یک الکترون در حال دوران.



شکل ۱۰.۷ میدان مغناطیسی یک دو قطبی مغناطیسی، شامل یک بار الکتریکی منفی گردان.

یک حلقه جریان الکتریکی را تشکیل می‌دهد و همان‌طور که در شکل ۱۰.۷ نشان داده شده است، یک میدان مغناطیسی به آن وابسته است. این میدان مغناطیسی در هر نقطه با بزرگی جریان متناسب است. پیکربندی میدان مغناطیسی مانند پیکربندی یک آهنربای دائمی کوچک است و می‌توان به الکترون گردان یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی μ نسبت داد. جهت μ بر صفحه حلقه الکترون عمود است و از طریق قاعده پیچ دست راست به جهت حرکت بار مثبت چرخان مربوط می‌شود. از این رو، همان‌طور که در شکل ۱۱.۷ نشان داده شده است، بردار اندازه حرکت زاویه‌ای L یک ذره با بار منفی و گشتاور مغناطیسی μ آن در دو جهت مخالف قرار دارند. می‌خواهیم ثابت تناسب بین بزرگیهای L و μ را پیدا کنیم.

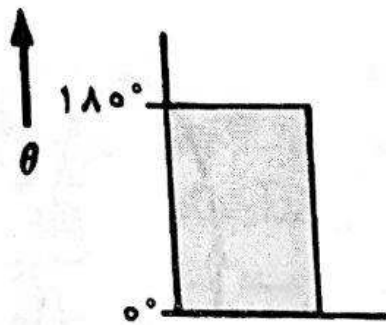
گشتاور مغناطیسی μ در میدان مغناطیسی B را می‌توان با روابط*

$$\tau = \mu \times B$$

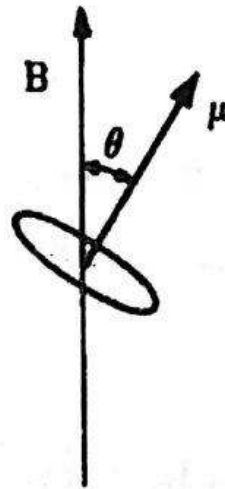
$$\Delta E_m = -\mu \cdot B$$

تعریف کرد، که در آن τ گشتاور نیروی مغناطیسی است که می‌خواهد μ را در امتداد B قرار دهد و ΔE_m تغییر در انرژی پتانسیل مغناطیسی دو قطبی در میدان خارجی است. همان‌طور که در شکل ۱۲.۷ الف نشان داده شده است، با نشان دادن زاویه بین B و μ با θ ، می‌توان آخرین معادله را به صورت زیر نوشت

* در بخش ۸.۲۹ کتاب زیر



(ب)



(الف)

شکل ۱۲.۷ دو قطبی مغناطیسی در میدان مغناطیسی؛ (الف) جهت‌های نسبی B و μ ؛ (ب) جهت‌های مجاز در فیزیک کلاسیک.

$$\Delta E_m = -\mu B \cos \theta \quad (۳.۷)$$

وقتی که دو قطبی در امتداد میدان خارجی قرار دارد و θ صفر است، ΔE_m با $-\mu B$ برابر و کمینه است. وقتی روی دو قطبی کار انجام شود و آن را طوری بچرخاند که در جهت خلاف B قرار گیرد و θ برابر با 180° شود، ΔE_m با $+\mu B$ برابر و بیشینه است. همان‌طور که در شکل ۱۲.۷ ب نشان داده شده است، می‌دانیم که در فیزیک کلاسیک کلیه جهت‌های دو قطبی، بین 0° و 180° قرار دارند و، بنابراین، تمامی انرژی‌های بین $-\mu B$ و $+\mu B$ مجازند.

بزرگی گشتاور مغناطیسی یک جریان الکتریکی i که در محیط یک حلقه در صفحه‌ای به مساحت A جریان دارد با*

$$\mu = iA$$

داده می‌شود. هنگامی که ذره‌ای با بار e حلقه‌ای را در مدت زمان T دور بزند جریان برابر با $i = e/T$ است، در آن صورت معادله بالا را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\mu = \frac{eA}{T} \quad (۴.۷)$$

اندازه حرکت زاویه‌ای مداری L ، نسبت به مرکز نیرو، برای ذره‌ای به جرم m که تحت

* ر ک معادله (۱۹.۲۹) کتاب زیر

تأثير يك نیروی مرکزی (مانند نیروی کولنی بین ذرات) حرکت می کند ثابت باقی می ماند و عموماً می توان آن را به صورت

$$L = \gamma m \frac{dA}{dt}$$

نوشت، که در آن dA/dt نمایشگر آهنگی است که با آن بردار شعاعی سطح A را از مرکز نیرو به سمت ذره متحرک جاروب می کند و m جرم الکترون است (این مطلب صرفاً قانون دوم کپلر در حرکت سیاره ای است).^{*} طی زمان T (يك چرخه کامل) سطح جاروب شده برابر A است؛ در این صورت، $dA/dt = A/T$ است. با قراردادن این نتیجه در آخرین معادله، داریم

$$L = \frac{\gamma m A}{T} \quad (5.7)$$

سرانجام، از ترکیب روابط (۴.۷) و (۵.۷) نتیجه می شود

$$\mu = -\frac{e}{\gamma m} L \quad (6.7)$$

در اینجا علامت منفی به دلیل مختلف الجبهت بودن بردارهای گشتاور مغناطیسی و اندازه حرکت زاویه ای آمده است. ملاحظه می کنیم که μ مستقیماً با L متناسب است. ثابت تناسب، $-e/\gamma m$ ، همان ثابتی است که می خواهیم پیدا کنیم و معمولاً به نسبت ذره مغناطیسی موسوم است.

با وجود آنکه تجسم ارتباط بین اثرهای مغناطیسی و اندازه حرکت زاویه ای بر حسب يك مدار الکترونی مشخص غیر ممکن است، مکانیک موجی دقیقاً همان رابطه فیزیک کلاسیک را برای نسبت ژیرومغناطیسی يك الکترون، در يك اتم با اندازه حرکت مداری $L = [l(l+1)]^{1/2} \hbar$ ، به دست می دهد. چون L به عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه ای مداری l بستگی دارد، پس گشتاور مغناطیسی μ نیز باید به l بستگی داشته باشد، با قرار دادن رابطه (۱.۷) در رابطه (۶.۷) داریم

$$\mu_l = \frac{e}{\gamma m} \sqrt{l(l+1)} \hbar \quad (7.7)$$

* ريك بخش ۴.۱۱ کتاب زیر

که در آن شاخص پایین نشاندهنده گشتاور مغناطیسی وابسته به l است. اکنون تغییر در انرژی پتانسیل مغناطیسی ΔE_m يك اتم را، هنگامی که این اتم با گشتاور مغناطیسی μ_l در يك میدان مغناطیسی خارجی با چگالی شار B قرار می گیرد، بررسی می کنیم. با ترکیب روابط (۳.۷) و (۷.۷) و با فرض اینکه در این حالت θ ، به جای μ و B ، زاویه بین L و B باشد داریم

$$\Delta E_m = \frac{eh}{2m} \sqrt{l(l+1)} B \cos \theta \quad (۸.۷)$$

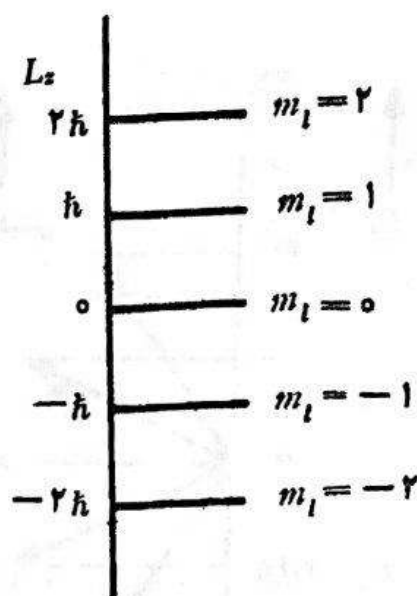
از این رو، هنگامی که اتم در میدان مغناطیسی خارجی قرار بگیرد، انرژی آن به زاویه θ بین بردار اندازه حرکت زاویه ای مداری و میدان خارجی بستگی دارد. اگر هیچ محدودیتی برای زاویه θ وجود نمی داشت، مؤلفه اندازه حرکت زاویه ای مداری، در جهت میدان مغناطیسی، می توانست هر مقداری را بین مثبت و منفی $\hbar \sqrt{l(l+1)}$ اختیار کند؛ و همین طور، طبق رابطه (۸.۷)، ΔE_m می توانست هر مقداری را بین مثبت و منفی

$$B[l(l+1)]^{1/2}(eh/2m)$$

پذیرد. به طور خلاصه، اگر هیچ قاعده محدود کننده ای، همچون کوانتومی شدن مقادیر L در جهت میدان، وجود نداشت پیوستاری از انرژی های ممکن وجود می داشت و این کاملاً خلاف وضعی است که تاکنون در دستگاه های اتمی مقید برقرار بوده است. در این صورت خطوط گسیلی از اتم هایی با گشتاورهای مغناطیسی و واقع در میدان های مغناطیسی به طور پیوسته پهن می شدند و به خطوط گسسته تجزیه نمی شدند.

در سال ۱۸۹۶/۱۲۷۵ خطوط گسیلی از اتم های واقع در يك میدان مغناطیسی خارجی قوی توسط زیمن مورد مطالعه قرار گرفت. نخست او دریافت که با اعمال میدان این خطوط پهن شدند؛ اما به کمک يك دستگاه با توان تفکیک بالاتر، وی دریافت که در واقع این خطوط شکافته می شوند و شامل دو یا چند خط تیز نزدیک بدهم هستند. این شکافتگی خط طیفی به مؤلفه های گسسته، توسط يك میدان مغناطیسی، به اثر زیمن معروف است. این اثر را در پدیده مکانیک موجی معروف به کوانتشی فضایی بهتر می توان درک کرد. در مکانیک موجی بردار اندازه حرکت زاویه ای مداری L نمی تواند هر جهتی را نسبت به يك میدان مغناطیسی خارجی اختیار کند؛ بلکه محدود به آن جهتهای بخصوصی است که برای آنها مؤلفه بردار اندازه حرکت زاویه ای مداری، در راستای میدان مغناطیسی، مضرب درستی از $\hbar$ باشد. جهت میدان مغناطیسی خارجی را هم جهت با Z اختیار می کنیم. مقادیر ممکن مؤلفه Z بردار L (شکل ۱۳.۷) از قاعده زیر به دست می آیند

$$L_z = m_l \hbar \quad (۹.۷)$$



شکل ۱۳.۷ مقادیر کوانتومی مجاز مؤلفه اندازه حرکت زاویه‌ای مداری، در راستای میدان مغناطیسی برای حالت D .

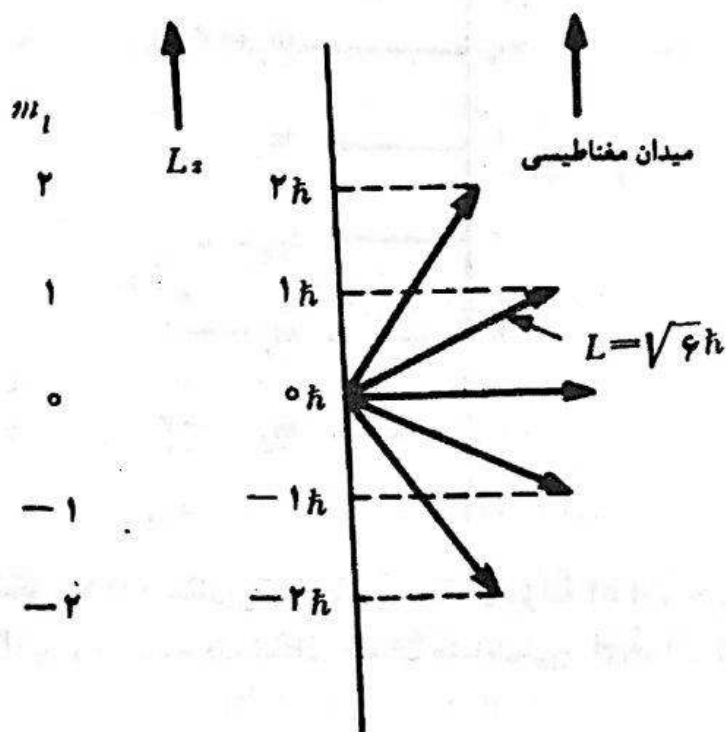
که در آن m_l ، عدد کوانتومی مغناطیسی مداری، می‌تواند به‌ازای یک مقدار مفروض از l ، مقادیر درست

$$m_l = l, l-1, l-2, \dots, 0, \dots, -l \quad (10.7)$$

را اختیار کنند. همان‌طور که رابطه (۱۰.۷) نشان می‌دهد (از کوانتیده بودن L_z) برای هر مقدار l ، $2l+1$ حالت کوانتومی مجزا وجود دارد. به‌عنوان مثال، در حالت D با $l=2$ ، مقادیر ممکن m_l عبارت‌اند از $+2, +1, 0, -1, -2$. آنگاه در این حالت، مؤلفه L_z می‌تواند تنها مقادیر $2\hbar, \hbar, 0, -\hbar, -2\hbar$ را اختیار کند، حال آنکه بزرگی L برابر با $\sqrt{6}\hbar$ است. شکل ۱۳.۷، در راستای ممکن بردار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری را، نسبت به محور دلخواه Z ، نشان می‌دهد (این شکل را با شکل ۴.۷ مقایسه کنید). چون بردار اندازه حرکت زاویه‌ای محدود به راستاهای گسسته معینی در فضا است، به آن کوانتیده فضایی گفته می‌شود. به‌علاوه، چون L_z با $L \cos \theta$ برابر است، قاعده حاکم بر راستای بردار L ، یعنی قاعده کوانتش فضایی، به صورت زیر است

$$\cos \theta = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}} \quad (11.7)$$

ملاحظه می‌کنیم که مؤلفه بیشینه L ، در راستای کوانتش فضایی، $L_z = l\hbar$ همواره از بزرگی آن، $L = [l(l+1)]^{1/2}\hbar$ ، کمتر است. بردار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری هرگز



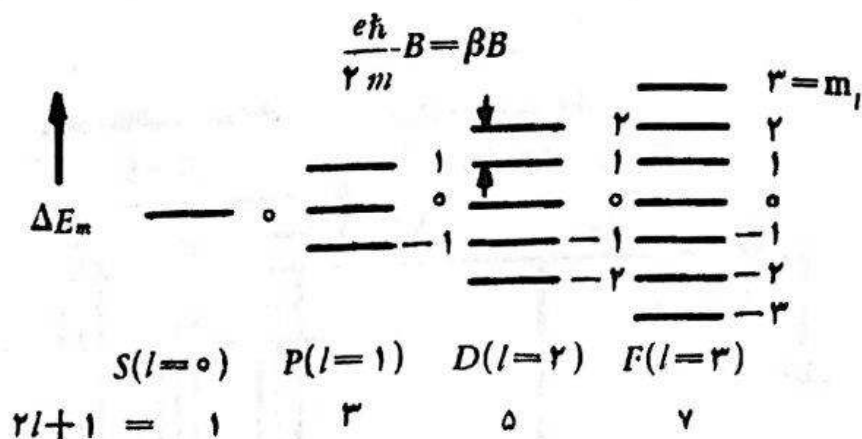
شکل ۱۴.۷ کوانتش فضایی بردار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری L برای حالت D .

نمی‌تواند به‌طور کامل در جهت میدان مغناطیسی خارجی یا در جهت خلاف آن قرار بگیرد. در مکانیک موجی تعیین دقیق بزرگی L و مؤلفه Z مجاز است اما، به‌طور پارادوکس، تعیین دقیق مؤلفه‌های X و Y بردار L مجاز نیست. معمولاً بردار L را برداری در نظر می‌گیرند که حول محور Z ، در زاویه ثابت θ ، حرکت تقدیمی انجام می‌دهد و برای هر مقدار مجاز بخصوصی از m_l ، یک مخروط رسم می‌شود؛ به‌همین دلیل است که بزرگی برداری L و مؤلفه Z آن معلوم ولی مؤلفه‌های X و Y آن نامعلوم‌اند.*

۵.۷ اثر بهنجار زیمان

چنانچه سمنگیری بردار اندازه حرکت زاویه‌ای کوانتیده باشد، در آن صورت راسهای ممکن گشتاور دوقطبی مغناطیسی وابسته μ_B و نیز انرژی پتانسیل مغناطیسی ΔE_m این حالت نیز کوانتیده‌اند. با قراردادن مقدار $\cos \theta$ از رابطه (۱۱.۷)، یعنی قاعده کوانتش فضایی،

• می‌توان نشان داد که نامعین بودن مؤلفه‌های X و Y بردار L نتیجه ضروری اصل عدم قطعیت است. در مسئله ۳۲ فصل ۵.



شکل ۱۵.۷ شکافتگی انرژی حالت‌های S ، P ، D ، و F اتم در میدان مغناطیسی.

در رابطه (۸.۷) یعنی معادله تغییر انرژی برای حالتی با اعداد کوانتومی l و m_l داریم

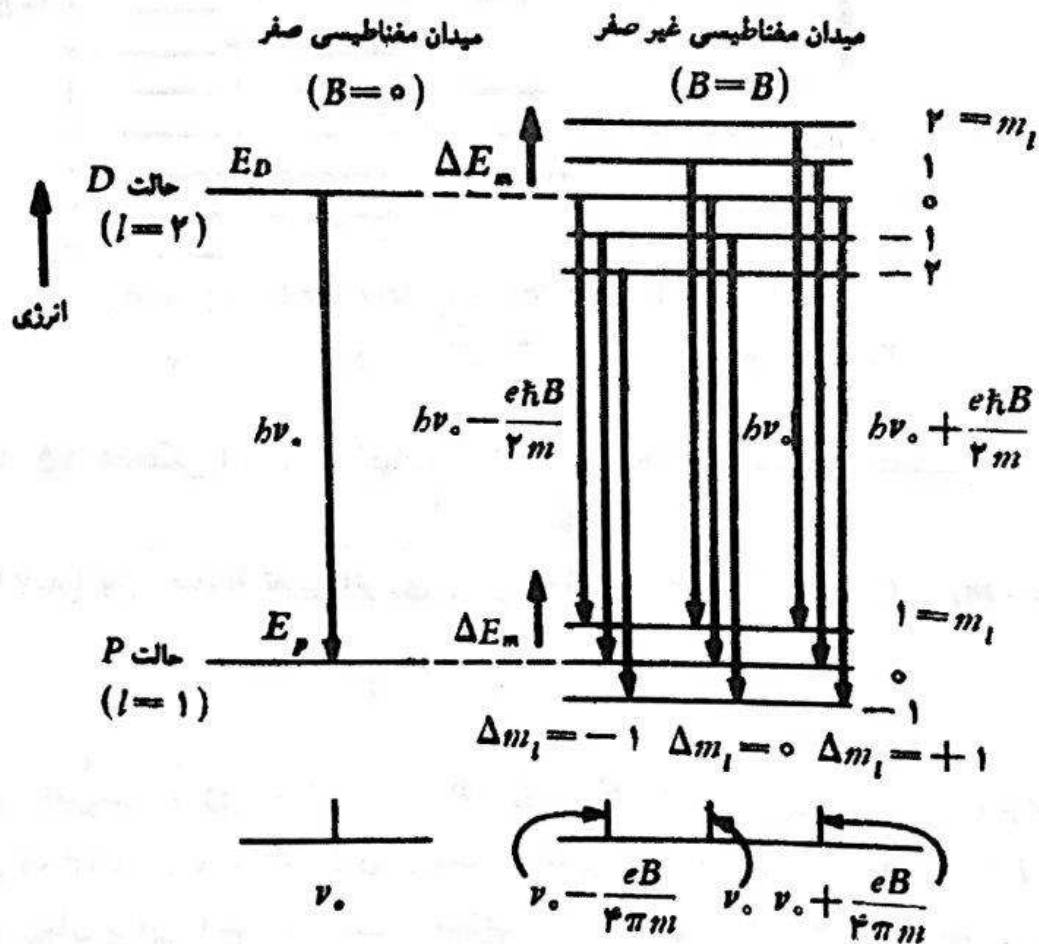
$$\Delta E_m = m_l \frac{eh}{2m} B \quad (۱۲.۷)$$

شکل ۱۵.۷ تغییرات انرژی حالت‌های S ، P ، D ، و F را که به ترتیب دارای زیرترازهای مغناطیسی ۱، ۳، ۵، و ۷ هستند نشان می‌دهد؛ به‌طور کلی به‌ازای مقدار معینی از l تعداد مؤلفه‌های زیمان برابر $2l+1$ است. اختلاف انرژی بین زیرترازهای مغناطیسی مجاور برابر $(eh/2m)B$ و از مقدار l مستقل است. کمیت $eh/2m$ دارای یکای گشتاور مغناطیسی است؛ این کمیت مگنتون بوهر β نامیده می‌شود، زیرا β گشتاور مغناطیسی یک الکترون کلاسیک است که با شعاع اولین مدار بوهر به‌دور هسته هیدروژن دوران می‌کند

$$\beta = \frac{eh}{2m} = 0.9273 \times 10^{-23} \text{ J/T}^*$$

طیف خطوط گسیل شده از اتم‌های برانگیخته در گذارهای بین حالت‌های D و P را در حضور یک میدان مغناطیسی در نظر می‌گیریم (شکل ۱۶.۷). وقتی که B صفر است، انرژی حالت D برابر E_D (برای تمام پنج مقدار m_l) و انرژی حالت P برابر E_P (برای تمام سه مقدار m_l) است، و فوتون‌هایی که دارای تک بسامد ν_0 هستند، طبق رابطه $h\nu_0 = E_D - E_P$ گسیل می‌شوند. وقتی میدان برقرار شود حالت D به پنج زیرتراز مغناطیسی هم‌فاصله و حالت P به سه زیرتراز مغناطیسی هم‌فاصله تجزیه می‌شوند و اختلاف در انرژی

* T نمایشگر یکای میدان مغناطیسی (تسلا = 10^4 گاوس) است. -۲.



شکل ۱۶.۷ ترازهای انرژی و طیفهای گذار $D \rightarrow P$ (چپ) میدان مغناطیسی صفر؛ (راست) میدان مغناطیسی غیر صفر، اثر بهنجار زیمن.

بین هر دو زیرتراز مغناطیسی مجاور، برابر $(e\hbar/2m)B$ است. گذارهای بین حالت D ($l=2$) و حالت P ($l=1$) از قاعده گزینش $\Delta l = \pm 1$ پیروی می کنند؛ این قاعده گزینش برای گذارهای بین زیرترازهای مغناطیسی به صورت زیر است

$$\Delta m_l = 0 \text{ یا } \pm 1 \quad (13.7)$$

یعنی، تنها آن گذارهایی مجازند که در آنها عدد کوانتومی m_l یا تغییر نمی کند و یا به اندازه واحد تغییر می کند. گذارهای مجاز طیف خطوط گسیل شده، در شکل ۱۶.۷ نشان داده شده اند. می توان مشاهده کرد که اختلافهای $h\nu$ برای گذارهای مجاز، یکی از سه مقدار ممکن زیر را اختیار می کنند

$$\begin{aligned} \Delta m_l = -1: \quad h\nu &= h\nu_0 - \frac{e\hbar}{2m} B \\ \Delta m_l = 0: \quad h\nu &= h\nu_0 \\ \Delta m_l = +1: \quad h\nu &= h\nu_0 + \frac{e\hbar}{2m} B \end{aligned} \quad (14.7)$$

از تقسیم طرفین این معادلات بر h ، بسامدهای تابش گسیل شده به دست می آیند

$$\begin{aligned} \nu &= \nu_0 - \frac{e}{4\pi m} B \\ \nu &= \nu_0 \\ \nu &= \nu_0 + \frac{e}{4\pi m} B \end{aligned} \quad (15.7)$$

از این رو، هر خط در طیف توسط يك میدان مغناطیسی خارجی به سه مؤلفه هم فاصله شکافته می شود؛ خط اصلی با بسامد ν_0 و دو خط ماهواره ای هم فاصله، که فاصله آنها $(e/4\pi m)B$ از ν_0 با میدان مغناطیسی B متناسب است. با استفاده از رابطه (۱۴.۷) می بینیم که برای يك میدان مغناطیسی نسبتاً قوی، مثلاً $B = 10 \text{ Wb/m}^2$ (10000 G)، اختلاف در انرژی بین ترازهای مجاور زیمان فقط $9.3 \times 10^{-24} \text{ J}$ یا $5.8 \times 10^{-5} \text{ eV}$ است. چون اختلاف نوعی بین ترازهایی که باعث گسیل در ناحیه مرئی طیف می شوند چند الکترون ولت است، وقتی يك میدان مغناطیسی قوی برقرار شود، انرژی، بسامد، یا طول موج، کمتر از ۱ در ۱۰۰۰ تغییر می کنند. به همین دلیل است که مشاهده اثر زیمان به طیف سنجهایی با توان تفکیک نسبتاً بالا نیاز دارد.

شکل ۱۶.۷ ترازهای انرژی و گذارهای مجاز بین حالت D و حالت P را نشان می دهد. مقدار ΔE_m و قواعد گزینش حاکم بر m_l ، هر دو مستقل از l اند؛ بنابراین

تمامی گذارهایی که برای آنها Δl برابر با ± 1 است منجر به اثر زیمان یکسان خواهند شد؛ یعنی، سه خط مؤلفه ای هم فاصله زیمان.

این بیان را اثر پهنجار زیمان می گویند و شکافتگیهای مشاهده شده مربوط به بعضی خطوط از برخی عناصر، مانند کلسیم و جیوه، با طیفی که در شکل نشان داده شده است کاملاً توافق دارند. از طرف دیگر، طیفهای بیشتر عناصر اثر پهنجار زیمان را نشان می دهند؛ در آن طیفها بزرگی شکافتگیها و تعداد مؤلفه های زیمان با نظریه ای که در اینجا ارائه شد مطابقت ندارد. به این طیفهای زیمان بی هنجار گفته می شود، زیرا نمی توانند تابش گسیل شده را به سادگی بر حسب کوانتش فضایی بردار اندازه حرکت زاویه ای مدادی و اثرهای مغناطیسی

وابسته به آن توضیح دهند.

ملاحظه می کنیم که اختلاف بسامد $(e/4\pi m)B$ در رابطه (۱۵.۷)، ثابت کوانتومی $\hbar$ را شامل نمی شود. این مطلب حاکی از آن است که این اختلاف مشخصاً نمی تواند يك اثر کوانتومی باشد. در واقع، همان طور که در مسئله ۱۱ دیده می شود، اثر به اصطلاح بهنجار زیمان را می توان بر اساس يك محاسبه دقیقاً کلاسیکی به دست آورد.

قاعده کوانتش فضایی، که مقدار مؤلفه اندازه حرکت زاویه ای مداری را در هر جهتی از فضا به مضربهای درستی از $\hbar$ محدود می کند، خواه میدان مغناطیسی اعمال شود و خواه نشود، برقرار است. هنگامی که میدان مغناطیسی اعمال می شود جهت آن جهت کوانتش فضایی را مشخص می کند، و انرژیهای چندین حالت بر حسب مقدار m_l با هم فرق می کنند. وقتی میدان مغناطیسی قطع شود کوانتش فضایی پا برجا می ماند؛ ولی در این حالت، انرژی حالت های متناظر با چندین مقدار ممکن m_l ، همگی یکسان اند. بنابراین در غیاب میدان مغناطیسی، هر حالت با عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه ای مداری l دارای $2l+1$ زیر حالت است که هم انرژی آنها یکسان است، $\Delta E_m = 0$ ، و هم بزرگی اندازه حرکت زاویه ای مداری آنها، $[l(l+1)]^{1/2}\hbar$ ؛ ولی در مؤلفه بردار اندازه حرکت زاویه ای $(m_l\hbar)$ در جهتی از فضا، اختلاف دارند. از این رو، در غیاب میدان مغناطیسی يك واکنی $(2l+1)$ تایی در انرژی حالتها برای هر مقدار ویژه از l وجود دارد.

۶.۷ اسپین الکترون

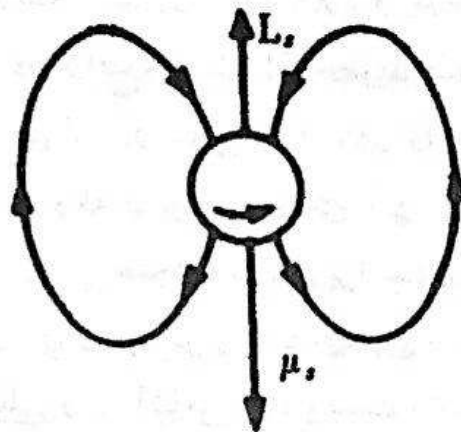
دیدیم که سه ثابت کلاسیک مربوط به حرکت ذره ای که تحت تأثیر نیروی جاذبه عکس مجذوری قرار دارد، در نظریه کوانتومی، کوانتیده اند. این سه ثابت عبارت اند از انرژی، بزرگی اندازه حرکت زاویه ای مداری، و مؤلفه اندازه حرکت زاویه ای مداری در يك جهت ثابت از فضا. در مکانیک کلاسیک، انرژی ذره ای در يك مدار بیضیوار با اندازه مدار، یعنی با محور بزرگ بیضی مشخص می شود؛ به ازای يك محور بزرگ معلوم، بزرگی اندازه حرکت زاویه ای مداری، با شکل مدار بیضیوار، یعنی با خروج از مرکز مسیر بیضیوار معین می شود؛ مؤلفه اندازه حرکت زاویه ای مداری، در امتداد جهتی از فضا توسط سمتگیری مدار بیضیوار تعیین می شود. در مکانیک کوانتومی به این ثابت های حرکت اعداد کوانتومی n ، l ، و m_l نسبت داده می شوند. در این بخش چهارمین و در عین حال آخرین عدد کوانتومی s را که به مفهوم اسپین الکترون مربوط می شود، معرفی می کنیم.

دیدیم که قویترین گسیل از سدیم از گذار $3P \rightarrow 3S$ ناشی می شود. هنگامی که این تابش با طیف سنجی که توان تفکیک آن نسبتاً بالاست بررسی شود مشاهده می شود که

این گذار با دو خط زرد نزدیک بدهم ($5890\text{\AA}$ و $5896\text{\AA}$) به نام خطوط D سدیم مطابقت دارد (بخش ۳۰۷). در واقع، هریک از خطوط طیفی سدیم چنین ساختار دیزی را نشان می‌دهند: برای هر گذاری که در شکل ۹۰۷ نشان داده شده است، در واقع دو یا سه خط مشخص و مجزا وجود دارد که طول موجهای آنها بیش از چند آنگستروم اختلاف نخواهند داشت. این ساختار ریزی هنجار است، زیرا بدون اعمال میدان مغناطیسی خارجی رخ می‌دهد و لذا نمی‌توان آن را به عنوان اثر بهنجار زیمن توجیه کرد (بخش ۵۰۷). ساختار ریز در طیفهای گسیلی و در آشامی، خصوصیت مشترک تمامی طیفهای خطی اتمی است. ظاهراً، یک خصوصیت مشخص و اضافی از ساختار اتمی (خصوصیتی که نمی‌توان آن را بر حسب اعداد کوانتومی n ، l ، و m_l توجیه کرد) در ساختار ریز آشکار می‌شود. انتساب ساختار ریز به اثر داخلی زیمن در داخل اتم بی‌مناسبت نیست. چنین اثری مستلزم حضور یک میدان مغناطیسی اتمی داخلی و چشمه جدیدی از گشتاور مغناطیسی و اندازه حرکت زاویه‌ای در داخل اتم است. اندازه حرکت زاویه‌ای مداری اتم قبلاً منظور شده است؛ چه سهم دیگری برای اندازه حرکت زاویه‌ای می‌توان در نظر گرفت؟ در سال ۱۳۰۴/۱۹۲۵ گودسمیت^۱ و اوهلن بک^۲ اظهار داشتند که یک اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی، کاملاً مستقل از حرکت مداری، به هر الکترون وابسته است. این اندازه حرکت ذاتی، اسپین الکترون نامیده می‌شود، زیرا می‌توان آن را با اندازه حرکت ذاتی که هر جسم گسترده بر اساس دوران یا اسپین حول مرکز جرم خود دارد مانسته دانست. (یادآور می‌شویم که یک جسم چرخان متقارن دارای اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی است، که در محاسبات مربوط به اندازه حرکت زاویه‌ای، مستقل از انتخاب محور است؛ به بیان دیگر، اندازه حرکت زاویه‌ای یک جسم چرخان خاصیت ذاتی جسم است.) البته اکنون در مکانیک موجی تلقی الکترون به عنوان یک کسره ساده با بار الکتریکی صحیح نیست؛ بلکه به خاطر مشخص کردن اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی الکترون به کمک یک مدل قابل تجسم، بهتر است که آن را به عنوان جسمی که در فضا دارای گسترش است و به طور پیوسته حول یک محور به دور خود می‌چرخد فرض کنیم. در نتیجه، اسپین الکترون، اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی I_s است که از دوران ابر بار حول یک محور دوران ثابت (نسبت به الکترون) ناشی می‌شود. به علاوه، چون بار الکتریکی منفی در حال دوران فرض می‌شود، یک میدان مغناطیسی توسط الکترون چرخان تولید خواهد شد و یک گشتاور مغناطیسی μ_s را که در جهت خلاف اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی I_s است می‌توان به اسپین الکترون نسبت داد (شکل ۱۷۰۷).

1. S. A. Goudsmit

2. G. E. Uhlenbeck



شکل ۱۷.۷ اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی L_z الکترون و گشتاور مغناطیسی μ_z وابسته به میدان مغناطیسی.

چنانچه يك الکترون، با گشتاور مغناطیسی دائمی خود، در يك میدان مغناطیسی قرار داشت، انتظار می‌رفت که اسپین آن کوانتیده فضایی باشد. در این صورت محور اسپین، گشتاور مغناطیسی و اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی به سمتگیرهای کوانتیده معینی محدود بودند، و انرژی اتم بر حسب این سمتگیری ویژه متفاوت بود. میدان مغناطیسی داخلی اتمی می‌تواند بريك الکترون با اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی L_z و گشتاور مغناطیسی اسپینی μ_z اثر کند. منشأ این میدان را می‌توان به شرح زیر تصویر کرد: اگر يك الکترون چرخان هسته‌ای را دور بزند، به نظريك ناظر ثابت نسبت به الکترون، هسته به دور الکترون می‌چرخد. دوران این بار مثبت، يك میدان مغناطیسی در محل الکترون تولید می‌کند که بزرگی و جهت آن به بزرگی و جهت اندازه حرکت زاویه‌ای مداری الکترون بستگی دارد. این میدان، بر گشتاور مغناطیسی اسپینی μ_z اثر می‌کند. برهم‌کنش بین اسپین الکترون و اندازه حرکت زاویه‌ای مداری را به طور مناسب برهم‌کنش اسپین-مدار می‌نامند. این برهم‌کنش در تمامی حالت‌های مداری، بجز حالت‌های S (با $l = 0$) وجود دارد.

اکنون برای یافتن مقدار مجاز اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی L_z و گشتاور مغناطیسی اسپینی μ_z به شواهد طیف‌نمایی بازمی‌گردیم. مطالعه خطوط طیفی حاصل از اتمی با يك الکترون ظریفیت (مانند سدیم)، در غیاب میدان مغناطیسی خارجی، حکایت از آن می‌کند که هريك از ترازهای انرژی مداری (بجز حالت S) به دو مؤلفه (يك دوتایی) شکافته می‌شوند؛ حالت S ناشکافته باقی می‌ماند (يك تک‌تایی). به همین دلیل است که گذار $3P \rightarrow 3S$ در سدیم شامل دو خط D نزدیک به هم است؛ حالت $3S$ يك تک‌تایی و حالت $3P$ يك دوتایی است. چگونه می‌توان دوتایی کردن تمام حالت‌ها (بجز حالت‌های S) را بر حسب میدان مغناطیسی داخلی، که اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی الکترون را کوانتیده

فضایی می‌کند تعبیر کرد؟ در اثر بهنجار زیمان هر حالتی که دارای يك عدد کوانتومی مداری l باشد، تحت تأثیر میدان مغناطیسی خارجی، به $2l+1$ زیرتراز شکافته می‌شود. همین‌طور، فرض می‌کنیم که حالتی که دارای عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی s است، تحت تأثیر میدان مغناطیسی داخلی، به $2s+1$ مؤلفه شکافته می‌شود. چون تعداد مؤلفه‌های تمامی حالت‌های ساختار ریز، با اندازه حرکت زاویه‌ای مداری غیر صفر همواره برابر با 2 است، کمیت $2s+1$ باید برابر با 2 و عدد کوانتومی s دارای تك مقدار $1/2$ باشد

$$s = \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad 2s+1=2$$

چون اسپین مشخصه ذاتی الکترون است، هر الکترون دارای يك عدد کوانتومی اسپینی، با مقدار منحصر به فرد $1/2$ است. اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی (یا ذاتی) ذره‌ای مانند الکترون، همچون بار و جرم آن، يك مشخصه اساسی است. بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی L_s با رابطه‌ای شبیه به رابطه اندازه حرکت زاویه‌ای مداری [معادله (۱۰۷)] بیان می‌شود

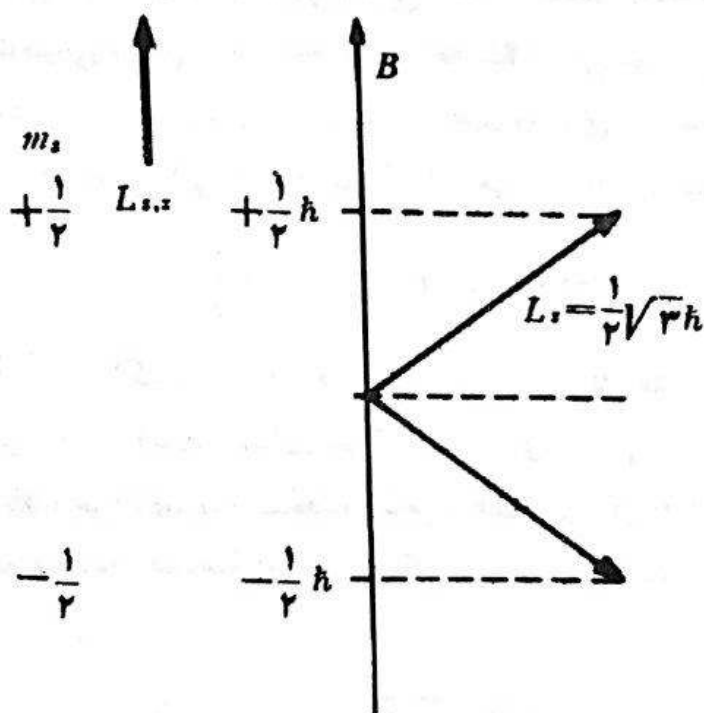
$$L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \frac{1}{2}\sqrt{3}\hbar \quad (16.7)$$

درک اینکه چرا حالت s سدیم تك تایی است ساده است. میدان مغناطیسی داخلی ناشی از حرکت مداری صفر است ($l=0$)؛ لذا، دو حالت اسپین ناشکافته و بنابراین واگن‌اندولی، به كمك میدان مغناطیسی خارجی می‌توان این واگنی را برطرف کرد.

اسپین الکترون، در حضور میدان مغناطیسی، کوانتیده فضایی است، بنابراین مؤلفه $L_{s,z}$ اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی در جهت این میدان مغناطیسی برابر است با

$$L_{s,z} = m_s \hbar \quad (17.7)$$

که در آن عدد کوانتومی مغناطیسی اسپینی m_s ، دارای دو مقدار ممکن $+1/2$ و $-1/2$ است. همان‌طور که در شکل ۱۸.۷ نشان داده شده است، کوانتش فضایی اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی الکترون، در اثر میدان مغناطیسی، سمتگیری بردار اسپین الکترون L_s را به آن دو حالت ممکن که در آنها مؤلفه در امتداد z این بردار برابر $(1/2)\hbar$ یا $(-1/2)\hbar$ است، محدود می‌کند. برای $m_s = +1/2$ ، بردار اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی، تقریباً بیشتر در جهت میدان مغناطیسی است تا در خلاف آن، و گشتاور مغناطیسی μ_s تقریباً بیشتر در خلاف جهت میدان است تا در جهت آن. از این‌رو، انرژی پتانسیل مغناطیسی ناشی از سمتگیری گشتاور مغناطیسی اسپینی الکترون، برای حالت $m_s = +1/2$ ، از انرژی پتانسیل مغناطیسی حالت $m_s = -1/2$ بیشتر است.



شکل ۱۸.۷ کوانتش فضایی اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی الکترون.

گشتاور مغناطیسی در حرکت اسپینی، همچون حرکت مداری، در همان امتداد خط بردار اندازه حرکت زاویه‌ای، ولی در جهت مخالف، قرار می‌گیرد. مطالعه مفصل اثر زیمن برای اتمهایی که دارای ساختار ریزند و نیز تحلیل نظری نشان می‌دهد که نسبت ژیرومغناطیسی وابسته به اسپین الکترون از رابطه

$$\frac{\mu_s}{L_s} = 2(1.836159615) \frac{e}{2m} \quad (18.7)$$

به دست می‌آید که در آن e و m ، به ترتیب، بار و جرم الکترون اند. نسبت ژیرومغناطیسی اسپین الکترون خیلی نزدیک به دو برابر نسبت ژیرومغناطیسی متناظر حرکت مداری الکترون است؛ یعنی، برای یک اندازه حرکت زاویه‌ای معلوم، اثرهای مغناطیسی الکترون چرخان دو برابر اثرهای مغناطیسی الکترون مداری است.

تغییر انرژی پتانسیل مغناطیسی ΔE_s گشتاور مغناطیسی اسپین الکترون در میدان مغناطیس B از رابطه

$$\Delta E_s = m_s \left(2 \frac{eh}{2m} \right) B \quad (19.7)$$

به دست می آید که خیلی شیه به رابطه (۱۲.۷) است.

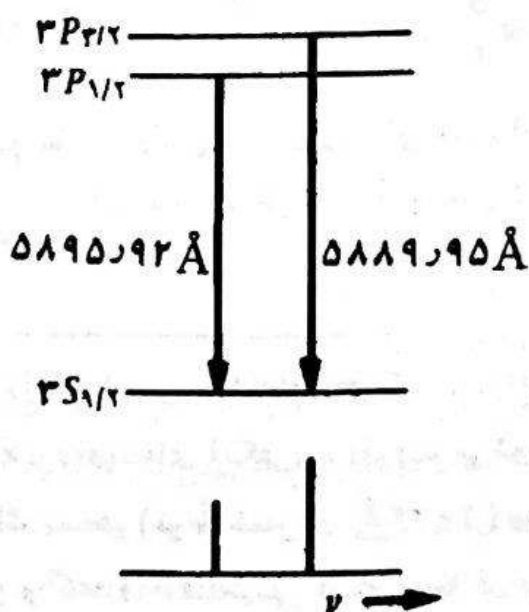
محاسبه بزرگی تقریبی میدان مغناطیسی که باعث شکافت حالت P در سدیم می شود جالب توجه است. شکل ۱۹.۷ حالت های $3P$ و $3S$ سدیم را نشان می دهد. دو گذاری که منجر به خطوط D سدیم می شوند به اندازه $\Delta\lambda = 6 \text{ \AA}$ با هم اختلاف دارند؛ بنابراین، اختلاف انرژی ΔE بین دو حالت P به وسیله رابطه

$$\Delta E = \frac{hc \Delta\lambda}{\lambda^2} = 2\mu_{B,z} B$$

داده می شود. در نتیجه

$$B = 20 \text{ Wb/m}^2 = 200000 \text{ G}$$

است که میدانی بسیار قوی است. شکافتگی ساختار ریز ترازهای انرژی، که از برهم کنش اسپین مدار ناشی می شود، با مشاهدات تجربی ساختار ریز در خطوط طیفی توافق کامل دارد. بررسی جزئیات کمی نیازمند روشهای پیچیده مکانیک کوانتومی است. میدانهای مغناطیسی داخلی فوق العاده قوی اند، و شکافتگی ساختار ریز (نوعاً از مرتبه 10^{-3} eV ، یا چند آنگستروم در طول موج در خطوط مرئی) با پیشگوییهای نظری در توافق است. بنابراین در یک اتم دو سهم در اندازه حرکت زاویه ای کل وجود دارد، یکی اندازه



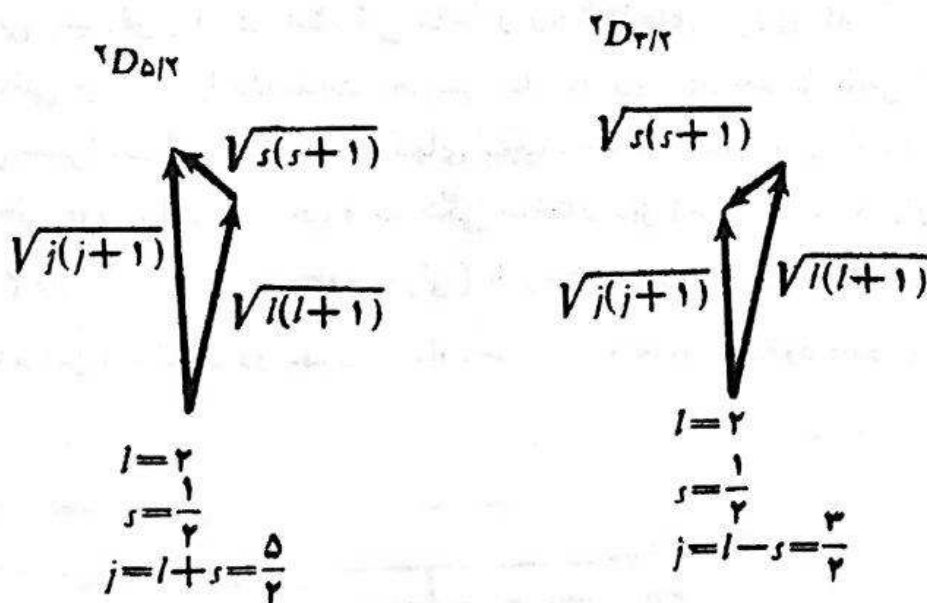
شکل ۱۹.۷ ترازهای انرژی و طیف خطوط

D سدیم (در مقیاسهای متفاوت).

حرکت زاویه‌ای مداری و دیگری اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین الکترون * نظریه کوانتومی به درستی پیشگویی می‌کند که اندازه حرکت زاویه‌ای کل L_j يك اتم با يك الکترون ظرفیت با عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای کل j مشخص می‌شود و بزرگی آن از رابطه

$$L_j = \sqrt{j(j+1)}\hbar \quad (20.7)$$

به دست می‌آید. عدد j هر يك از دو مقدار $l+s$ یا $l-s$ را می‌تواند بپذیرد، که در آن l و s اعداد کوانتومی مداری و اسپینی اند. شکل ۲۰.۷ روابط براداری بین بردارهای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری، اسپینی و بردار اندازه حرکت زاویه‌ای کل را نشان می‌دهد. می‌توان مشاهده کرد که بردارهای مداری و اسپینی هرگز کاملاً در همان جهت بردار کل یا



شکل ۲۰.۷ روابط براداری بین بردارهای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری، اسپینی و بردار اندازه حرکت زاویه‌ای کل برای حالت‌های ${}^2D_{5/2}$ و ${}^2D_{3/2}$.

* هسته اتم نیز می‌تواند دارای اسپین یا اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی باشد که آن را اسپین می‌نامند و به اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون افزوده می‌شود. منشأ ساختار فوق ریز شامل خطوط طیفی خیلی نزدیک به هم (نوعاً کمتر از $10^{-3} \text{ \AA}$) در برهم کنش اسپین و گشتاور مغناطیسی هسته‌ها با اسپین و گشتاور مغناطیسی الکترون‌ها قرار دارد. گشتاورهای مغناطیسی وابسته به هسته‌ها همواره به اندازه تقریباً 10^3 برابر کوچکتر از مگنتون بوهرند، و متناظراً شکافتگی فوق ریز کمتر از شکافتگی ریز است. اسپین هسته‌ای، بر حسب مدل سیاره‌ای کلاسیک، مانسته اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین خورشید است.

در جهت خلاف آن قرار نمی گیرند. يك وسیله مفید برای نشان دادن جفت شدگی بین اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مداری و اسپینی، مدل به اصطلاح برداری است. در این مدل فرض می‌شود که بردارهای اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی و مداری با آهنگ ثابتی حول بردار L_r حرکت تقدیمی می‌کنند.

تمامی الکترون‌های داخل پوسته بسته يك اتم با يك الکترون ظرفیت، آنچنان مرتب شده‌اند که (همان طور که در بخش ۸.۷ خواهیم دید) اندازه حرکت زاویه‌ای کل و گشتاور مغناطیسی کل پوسته بسته صفرند. برای نمایش ترکیب اعداد کوانتومی مداری و اسپینی، حالت‌های $3P$ سدیم را در نظر می‌گیریم. داریم $l=1$ و $s=1/2$ ؛ بنابراین، عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای کل z ، دارای دو مقدار ممکن $3/2 = 1 + 1/2$ و $1/2 = 1 - 1/2$ است. با نصادگذاری طیف‌نمایی معمولی، این دو حالت به صورت $3^2P_{3/2}$ و $3^2P_{1/2}$ نمایش داده می‌شوند (آنها را اینطور بخوانید: سه دوتایی P سه دوم و سه دوتایی P يك دوم)؛ پیش شاخص بالا مقدار $2S+1$ و پس شاخص پایین مقدار z را به دست می‌دهد. به‌طور مشابه حالت‌های $3^2D_{5/2}$ و $3^2D_{3/2}$ سدیم را داریم. شکل ۲۱.۷ شکافتگی چندین حالت از سدیم را نشان می‌دهد.

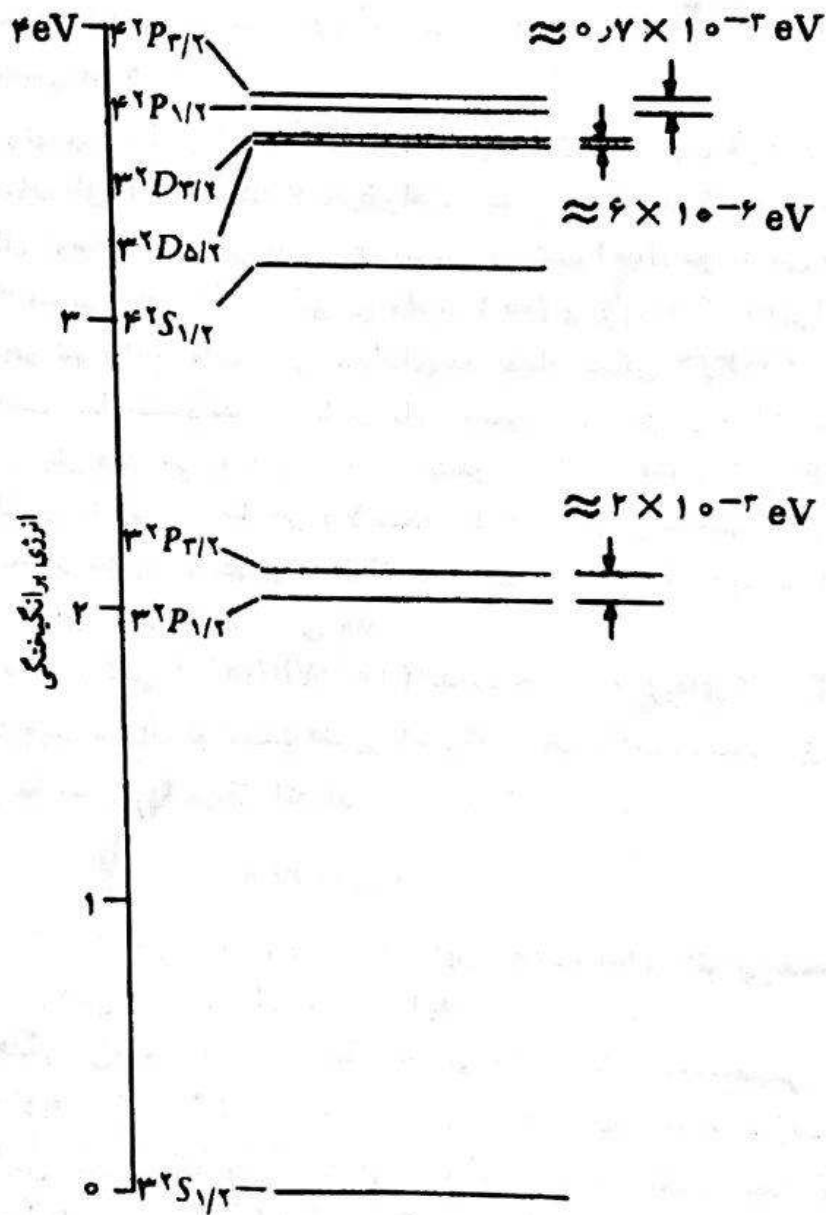
در میدان خارجی (کمتر از 10^2 Wb/m^2) اندازه حرکت زاویه‌ای کل L_r با بزرگی $h \sqrt{j(j+1)}$ ، در جهت میدان کوانتیده فضایی است که بازم در امتداد محور Z انتخاب می‌شود. $2j+1$ مؤلفه مجاز L_r عبارت‌اند از

$$L_{j,z} = m_j \hbar$$

که در آن m_j برابر با z ، $1-z$ ، 0 ، z ، $z+1$ است. این مطلب، اساس اثر بی‌هنجار زیمن است که همراه با برهم‌کنش اسپین-مدار پدید می‌آید.

محاسبه شکافتگی بی‌هنجار زیمن مستلزم دانشی درباره گشتاور مغناطیسی μ وابسته به اندازه حرکت زاویه‌ای کل L_r است، و محاسبه μ ، تا حدی پیچیده است (مسئله ۲۸). به علاوه، با افزایش تعداد الکترون‌های ظرفیت، تحلیل ساختار اتمها، به‌طور فزاینده‌ای پیچیده می‌شود؛ زیرا باید بردارهای اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی و مداری مربوط به دو یا چند الکترون را ترکیب کرد. در اینجا، صرفاً اثر بهنجار زیمن را در يك اتم با دو الکترون ظرفیت توصیف خواهیم کرد.

دو عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی الکترون $s_1 = 1/2$ و $s_2 = 1/2$ معمولاً با هم ترکیب می‌شوند و عدد کوانتومی اسپینی کل S اتم را تشکیل می‌دهند، که در آن $s_1 + s_2 = 1$ یا $S = s_1 - s_2 = 0$ (اسپین‌های موازی) یا $S = s_1 - s_2 = 0$ (اسپین‌های پادموازی است). به‌طور مشابه، دو عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری l_1 و l_2 معمولاً يك عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری کل L را تشکیل می‌دهند. سپس اعداد کوانتومی اسپینی و مداری S و L با هم ترکیب می‌شوند و عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای کل J مربوط به اتم را تشکیل می‌دهند. حالتی را در نظر می‌گیریم که در آن $S = 0$ است؛ چنین



شکل ۲۱.۷ شکافتگی چندین حالت از سدیم که از برهم کنش اسپین-مدار ناشی می شود (شکافتگیها خیلی بزرگ شده اند).

حالتی يك حالت تک تایی است، زیرا $2S+1=1$ است (وقتی $S=1$ و $2S+1=3$ باشد، حالت سه تایی است). در این صورت $J=L$ است و اندازه حرکت زاویه ای کل، تنها ناشی از حرکت مداری است. گذارهای بین حالت های تک تایی، در میدان مغناطیسی اثر پهنجدار زیمن را نمایش می دهند. عموماً پدید آمدن اثر پهنجدار زیمن مستلزم آن است که اندازه حرکت زاویه ای اسپینی کل اتم صفر باشد، که گفته می شود اتم دارای تعداد زوجی از

الکترونیایی است که به صورت زوجهای با اسپین ناهمردیف گروه بندی شده اند. در تحلیل مکانیک موجی غیر نسبیتی از ساختار اتم، سه عدد کوانتومی m ، d و m_l با تطبیق امواج سه بعدی (نمایشگر الکترونها) بر ناحیه محیط بسر هسته به طور طبیعی ظاهر می شوند. اسپین الکترون، که هیچ مانستگی کلاسیک ندارد (بجز در مورد مدل ساختگی کره باردار چرخان)، نتیجه مکانیک موجی غیر نسبیتی نیست. اولین بررسی مکانیک موجی نسبیتی، که سه مختصه فضایی و یک مختصه زمانی را ترکیب می کند، در سال ۱۹۲۸/۱۳۰۷ توسط دیراک به طور موفقیت آمیز به عمل آمد. در نظریه کوانتومی نسبیتی دیراک، اسپین الکترون با اندازه حرکت زاویه ای $\hbar/2$ $[r(r+1)]^{1/2}$ و با نسبت زیر و مغناطیسی $(e/2m)$ ، به طور طبیعی با سه عدد کوانتومی m ، d و m_l ظاهر می شود. نتیجه دیگر مکانیک موجی دیراک اولین پیشگویی یاد ذره الکترون (پوزیترون) بود. پوزیترون، درست مانند الکترون، دارای یک عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه ای اسپینی s برابر $1/2$ و یک نسبت زیر و مغناطیسی برابر $(e/2m)$ است، ولی بردارهای اندازه حرکت زاویه ای اسپینی و گشتاور مغناطیسی، به واسطه حرکت بار الکتریکی مثبت، همجهت اند.

۷.۷ آزمایش اشترون-گرلاخ

پدیده کوانتش فضایی، که جهت بردارهای اندازه حرکت زاویه ای و گشتاور مغناطیسی را در میدان مغناطیسی محدود می کند، به طود مستقیم در آزمایش اشترون^۱ و گرلاخ^۲، که اولین بار در ۱۹۲۱/۱۳۰۰ انجام گرفت، مشاهده می شود. آنها نشان دادند که اتمهای نقره، که در آنها تنها سهم اندازه حرکت زاویه ای اتم از آن اسپین الکترون است، در میدان مغناطیسی کوانتیده فضایی می شوند.

برای مشاهده اساس تأیید تجربی مستقیم کوانتش فضایی، یک دو قطبی مغناطیسی را در نظر می گیریم. گشتاور دو قطبی مغناطیسی μ در میدان مغناطیسی یکنواخت B (میدانی که در آن خطوط نیروی مغناطیسی هم فاصله و موازی اند) تحت تأثیر گشتاور نیروی*

$$\tau = \mu \times B$$

قرار می گیرد که می کوشد آهنربا را در امتداد میدان قرار دهد. ولی، این دو قطبی تحت تأثیر نیروی خالصی که تمامی آن را جابه جا کند نیست. اکنون رفتار یک دو قطبی مغناطیسی را در یک میدان مغناطیسی غیر همگن در نظر می گیریم؛ میدانی که واگرایی خطوط میدان

1. Stern 2. Gerlach

* در معادله (۲۰.۲۹) کتاب زیر

Weidner and Sells, *Elementary Classical Physics*, 2nd ed.

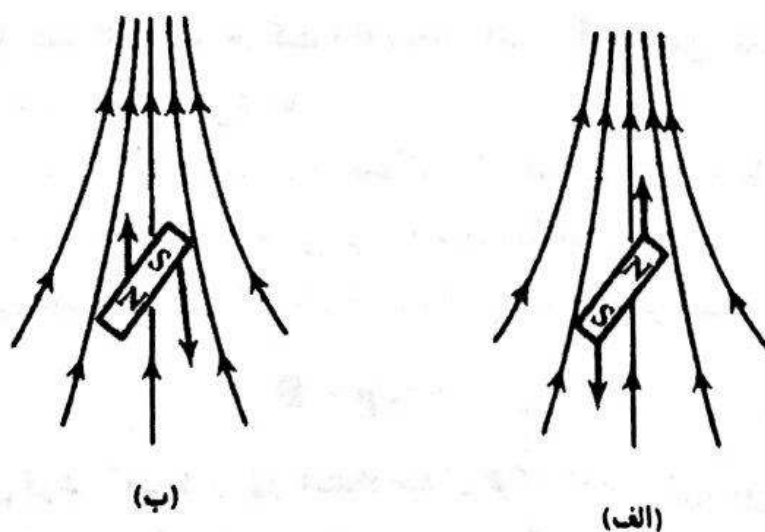
را نشان می‌دهد. شکل ۲۲.۷ نشان می‌دهد که، وقتی آهنربا و میدان تقریباً بیشتر در یک جهت قرار می‌گیرند تا در جهت مخالف، یک نیروی خالص آهنربا را به داخل ناحیه شدید میدان می‌کشاند، و وقتی آهنربا و میدان تقریباً بیشتر در جهت خلاف یکدیگر قرار می‌گیرند تا در یک جهت، آن نیروی خالص آهنربا را به خارج می‌راند. می‌خواهیم نیروی وارد بر گشتاور مغناطیسی را در یک میدان مغناطیسی غیر همگن محاسبه کنیم. انرژی پتانسیل مغناطیسی اسپین الکترون با رابطه

$$\Delta E_s = m_s \left(\frac{e\hbar}{2m} \right) B \quad (19.7)$$

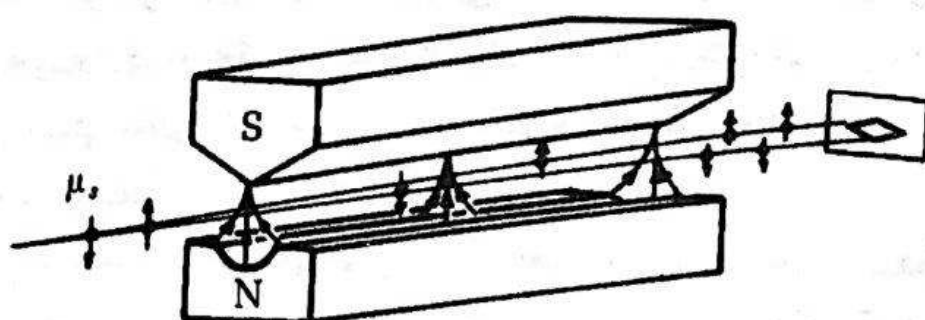
داده می‌شود. چون نیرو درست با منهای مشتق فضایی انرژی متناظر برابر است،* نیروی مغناطیسی وارد بر دو قطبی با رابطه

$$F_z = -\frac{\partial}{\partial z} \Delta E_s = -m_s \frac{e\hbar}{m} \frac{\partial B}{\partial z} \quad (21.7)$$

داده می‌شود، که در آن جهت z ، جهت تقارن میدان مغناطیسی غیر همگن با شیب $\partial B / \partial z$ و نیز جهت کوانتش فضایی اسپین الکترون است.



شکل ۲۲.۷ نیروهای وارد بر یک دو قطبی مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی غیر همگن، برای دو موقعیت آهنربا.



شکل ۲۳.۷ نمایش طرح دار آزمایش اشترن-گرلاخ.

حال ترتیب آزمایش اولیه اشترن-گرلاخ را که در شکل ۲۳.۷ نشان داده شده است در نظر می گیریم. اتمهای نقره که با سرعتهای نسبتاً بالا کوره را ترك می کنند، توسط شکافهایی به صورت موازی درمی آیند، از يك میدان مغناطیسی غیر همگن عبور می کنند و به يك صفحه عکاسی، که در آن مکان نهایی آنها ثبت می شود، می رسند. اسپینهای الکترون در میدان مغناطیسی در چنان راستاهایی کوانتیده فضایی می شوند که مؤلفه اندازه حرکت زاویه ای اسپینی الکترون، برای m_s برابر $+(1/2)\hbar$ یا $-(1/2)\hbar$ ، یا به ترتیب برابر $1/2$ یا $-1/2$ است. برای $m_s = +1/2$ اتمها به سوی پایین و برای $m_s = -1/2$ به سوی بالا منحرف می شوند. در نتیجه، روی صفحه عکاسی، پاشیدگی پیوسته ای در مکان اتمهای ورودی وجود ندارد، آن طور که اگر کوانتش فضایی رخ نمی داد انتظار می رفت؛ در عوض، دو خط مجزا، متناظر با اتمهای نقره، در دو جهت مجاز اسپین، مشاهده می شوند. معمولاً به ازای عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه ای کل J ، تعداد خطوطی که بر صفحه ظاهر می شوند، برابر با $2J + 1$ است؛ از این رو می توان از باریکتهای اتمی برای ارزیابی اعداد کوانتومی اندازه حرکت زاویه ای استفاده کرد.

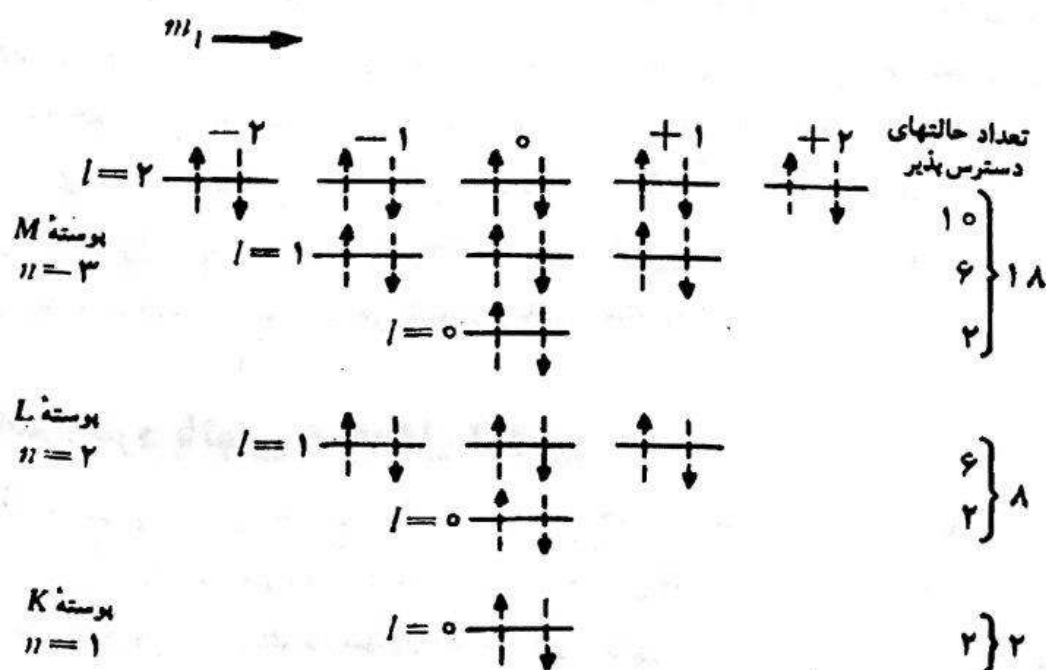
۸.۲ اصل طرد پائولی و جدول تناوبی

در نظریه کوانتومی، تعیین حالت الکترون در اتم، همان تعیین مقادیر هر يك از چهار عدد کوانتومی n ، l ، m_l و m_s است (به عدد s اشاره نمی شود، زیرا مقدار ممکن دیگری به جز $1/2$ وجود ندارد). به كمك روشهای مکانیک کوانتومی امکان محاسبه انرژی اتم در غیاب یا در حضور میدان مغناطیسی خارجی، اندازه حرکت زاویه ای آن، گشتاور مغناطیسی و دیگر مشخصات قابل اندازه گیری اتم وجود دارد. در واقع، حداقل از نظر اصولی، امکان

پیشگویی تمامی خواص عناصر شیمیایی وجود دارد. اما در عمل بدسپولت نمی توان چنین برنامدهای را اجرا کرد، زیرا در دستگاههایی که دارای ذرات بسیارند مشکلات ریاضی بسیاری وجود دارد. در حقیقت فقط مسئله ساده ترین اتم، یعنی اتم هیدروژن، توسط نظریه کوانتومی نسبتی به طور کامل حل شده است. کار با این اتم توافق کامل بین آزمایش و نظریه را نشان داده است.

حتی با وجود اینکه جوابهای دیگر عناصر اتمی دقیقاً معلوم نشده است، نظریه کوانتومی اطلاعات فراوانی در خصوص خواص شیمیایی و فیزیکی آنها بدست می دهد. یکی از بزرگترین دستاوردهای نظریه کوانتومی، عبارت است از اساسی برای درک نظام عناصر شیمیایی، به همان صورتی که در جدول تناوبی ظاهر می شوند (باید خاطر نشان کرد که جدول تناوبی ابتدا صرفاً با فهرست کردن عناصر بر حسب وزن اتمی ساخته شد که بدان وسیله تناوبی بودن قابل ملاحظه ای در خواص عناصر آشکار شد). روشی که با آن بتوان این نظام را بر حسب نظریه کوانتومی درک کرد، بررسی خواهیم کرد. کلید این معما، اصلی است (اصل طرد پائولی) که در سال ۱۹۲۴/۱۳۰۳ توسط پائولی مطرح شد. برای پیشگویی بسیاری از خواص شیمیایی و فیزیکی شناخته شده آنها می توان این اصل را همراه با نظریه کوانتومی مورد استفاده قرار داد.

باز هم ترازهای انرژی دسترس پذیر تک الکترون موجود در اتم هیدروژن را در نظر می گیریم. این ترازهای انرژی به طور طرح وار (اما نه با مقیاس) در شکل ۲۴.۷



شکل ۲۴.۷ نمایش حالت های انرژی دسترس پذیر الکترون در اتم هیدروژن (نه با مقیاس). برای هر خط افقی دو حالت وجود دارد که با دو جهت اسپین الکترون متناظرند.

نشان داده شده‌اند. هر خط افقی با مجموعه ممکن بخصوصی از مقادیر، برای اعداد کوانتومی n, l, m_l ، مطابقت دارد. برای هر خط، دو مقدار ممکن از عدد کوانتومی اسپینی الکترون، $m_s = \pm 1/2$ ، وجود دارد. اشغال يك حالت دسترس پذیر به وسیله يك الکترون با پیکانی نمایش داده می شود که جهت آن جهت اسپین الکترون را نشان می دهد؛ این جهت برای $m_s = +1/2$ به طرف بالا و برای $m_s = -1/2$ به طرف پایین است. به طور خلاصه، فقط ترازهای انرژی با اعداد کوانتومی اصلی ۱، ۲، ۳ نشان داده شده‌اند. برای يك مقدار معلوم از n ، حالت های S پایینترین و حالت های P پایینترین بعدی، و غیره هستند. برای يك مقدار معلوم از عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه ای مداری l ، مقادیر ممکن عدد کوانتومی مغناطیسی مداری m_l با آرایش افقی نشان داده شده‌اند. هر يك از این حالتها (دو حالت برای يك خط تیره) برای الکترون اتم هیدروژن دسترس پذیرند. بعضی از حالتها واگن و دارای انرژی کل یکسان‌اند؛ با وجود این، وقتی يك میدان مغناطیسی قوی یا اثر خارجی دیگری به اتم اعمال شود، این حالتها قابل تمایزند. می‌خواهیم قواعد حاکم بر مقادیر ممکن اعداد کوانتومی را مرور کنیم

به ازای يك n معلوم $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$ (n احتمال)

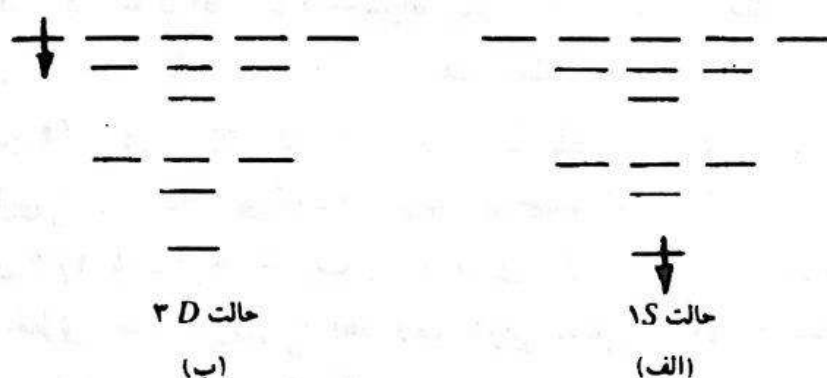
به ازای يك l معلوم

$m_l = -l, -(l-1), \dots, 0, \dots, l-1, l$ ($2l+1$ احتمال)

به ازای يك m_l معلوم $m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ (2 احتمال)

وقتی اتم هیدروژن در پایینترین حالت یا حالت پایه است تك الکترون در حالتی است که در آن $n=1, l=0, m_l=0, m_s = -1/2$ و $m_s = +1/2$ است. از این رو حالت پایه اتم هیدروژن $1s_{1/2}$ است، که در آن، مانند گذشته، رقم اول مقدار n پیش شاخص بالا $2s+1=2$ یا $1/2$ است، نماد S نشان دهنده عدد کوانتومی مداری اتم ($L=0$)، و پس شاخص پایین عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه ای کل $J=1/2$ را به دست می دهد. برانگیختگی اتم هیدروژن می تواند الکترون را به هر حالت دسترس پذیر بالاتری ارتقا دهد، که از آنجا اتم می تواند با گسیل يك یا چند فوتون از طریق گذارهای به سوی پایین به حالت پایه واپاشیده شود. شکل ۲۵.۷ اتم هیدروژنی را در حالت پایه و در يك حالت ۲D برانگیخته نشان می دهد.

سپس عنصر هلیوم، ^4He ، را در نظر می گیریم. این اتم دارای دو الکترون است که در بین ترازهای شکل ۲۴.۷ آرایش یافته‌اند. ولی فاصله بین این ترازها با فاصله بین ترازهای اتم هیدروژن یکسان نیستند؛ زیرا بار هسته ای، $+2e$ ، آن با بار هیدروژن



شکل ۲۵.۷ اتم هیدروژن درحالات پایه ($1S$) و درحالات $3D$.

مفاوت است و نیز به جای دو ذره برهم کنش کننده سه ذره وجود دارد. با وجود این، مرتبه حالتها یکسان است. وقتی اتم هلیوم درحالات پایه است هر دو الکترون، با اعداد کوانتومی $n=1$ ، $l=0$ ، و $m_l=0$ درحالات $1S$ هستند. پس برای هر الکترون، دو مقدار ممکن m_s وجود دارد؛ $+1/2$ و $-1/2$.

مقادیر ممکن m_s برای هر یک از دو الکترون موجود در هلیوم، در مطالعه طیف آن یافت می شوند. وقتی حالت های گوناگون اتم هلیوم به کمک طیف آن مطالعه می شوند، معلوم می شود که اگر چه حالت 1^1S_0 وجود دارد ولی حالت 1^3S_1 وجود ندارد. حالت 1^3S_1 نمایشگر آن وضعی است که در آن هر دو اسپین الکترون، با عدد کوانتومی اسپینی کل اتمی $S=1$ ، دارای مقدار یکسان m اند. ولی تنها حالت 1^1S_0 در هلیوم یافت می شود، حالتی که در آن عدد کوانتومی اسپینی کل S صفر است و دو عنصر دارای مقادیر متفاوت m_s اند. بنابراین، دو الکترون که درحالات پایه دارای مقادیر یکسانی از n ، l ، و m_l هستند به ترتیب، باید دارای اعداد کوانتومی مغناطیسی اسپینی $m_s = 1/2$ و $m_s = -1/2$ باشند. عدم وقوع حالت 1^3S_1 در هلیوم را می توان به طریق زیر تعبیر کرد: دو الکترون در یک اتم هلیوم نمی توانند دارای مجموعه یکسانی از چهار عدد کوانتومی باشند؛ یعنی دو الکترون نمی توانند درحالات یکسان وجود داشته باشند.

شواهد طیف نمایی از تمامی عناصر نتایج مشابهی را بدست می دهند؛ این شواهد نشان می دهند که اتم در طبیعت هرگز با دو الکترون، که حالت یکسانی را اشغال کرده باشند، پدیدار نمی شود. اصل طرد پائولی این واقعیت تجربی را فرمول بندی می کند:

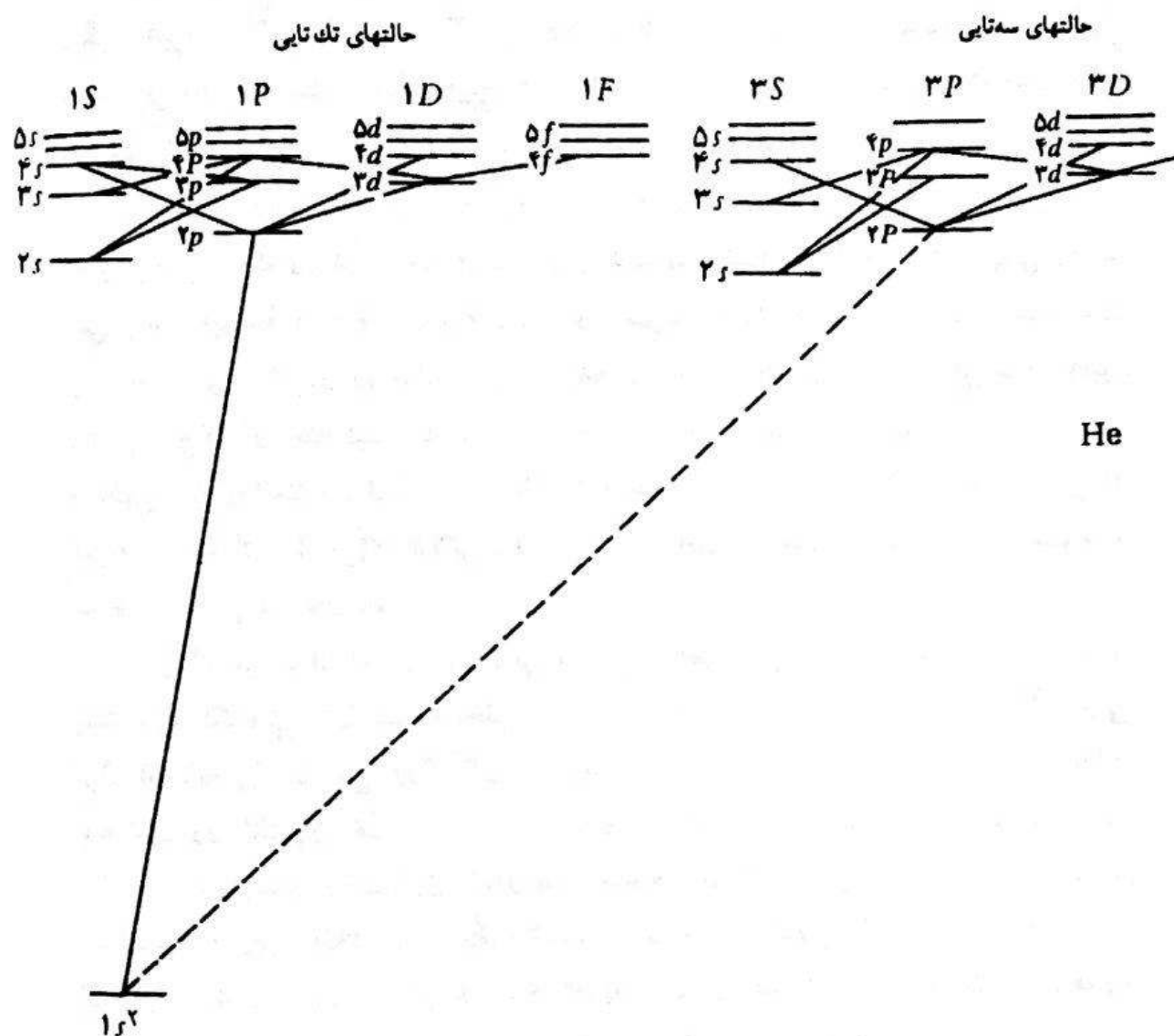
هیچ دو الکترونی در یک اتم نمی توانند دارای مجموعه یکسانی از اعداد کوانتومی n ، l ، m_l ، و m_s باشند؛ یا هیچ دو الکترونی در یک اتم نمی توانند درحالات یکسان وجود داشته باشند.

در اصل طرد پائولی، که در مورد دستگاههای دیگری غیر از اتمها و در مورد ذرات دیگری غیر از الکترونها نیز به کار می رود، هرگز استثنا دیده نشده است. اصل پائولی مانسته این بیان کلاسیک است که هیچ دو ذره ای در یک زمان نمی توانند در یک مکان باشند (ذرات را نفوذناپذیر در نظر می گیریم)، ولی هم ارز آن نیست.

از این رو، دو الکترون موجود در هلیوم در حالت بهنجار، دو پایستترین حالت دسترس پذیر را، که در شکل ۲۴.۷ نشان داده شده اند، اشغال می کنند. الکترونهای دیگر نمی توانند به پوسته $n=1$ یا پوسته K ، افزوده شوند؛ در هلیوم، پوسته K پر یا بسته است. چون اسپینهای الکترون در حالت $1S$ در خلاف جهت یکدیگر قرار می گیرند اتم هلیوم دارای هیچ گشتاور مغناطیسی یا اندازه حرکت زاویه ای، اعم از مداری یا اسپینی، نیست. وانگهی، این دو الکترون قویاً به همسته مقیدند و مقدار زیادی انرژی لازم است تا یکی از این دو را به حالتی با انرژی بالاتر برانگیخته کند. اصولاً به همین دلیل است که هلیوم از لحاظ شیمیایی غیر فعال است.

هرگاه هر یک از اعداد کوانتومی مربوط به هر الکترون در یک اتم معلوم باشند، پیکربندی الکترونی آن اتم مشخص است. برای مشخص کردن پیکربندی الکترونی قرارداد ساده ای به کار می رود که آن را با مثالی روشن می کنیم. وقتی اتم هلیوم در حالت پایه است دو الکترون، هر یک دارای $n=1$ و $l=0$ هستند و پیکربندی آنها با $1S^2$ نمایش داده می شود. رقم اول مقدار n را مشخص می کند، حرف کوچک l مبین عدد کوانتومی مداری l الکترونهای منفرد است، و در نتیجه شاخص بالا تعداد الکترونهایی را که دارای مقادیر بخصوصی از n و l هستند به دست می دهد. نمودار تراز انرژی هلیوم خنثی در شکل ۲۶.۷ نشان داده شده است. ترازهای انرژی، بسته به اینکه تک تایی یا سه تایی باشند، یعنی دو اسپین الکترون به ترتیب، ناهمردیف یا همردیف باشند، از هم تفکیک می شوند. یادآور می شویم که حالت $1S$ وجود ندارد. هنگامی که اتم در حالت برانگیخته است، ممکن است یکی از الکترونها به صورت الکترون $1s$ در پوسته K باقی بماند و دومین الکترون هر تراز برانگیخته بالاتری را اشغال کند. مثلاً پیکربندی الکترونی اولین حالت برانگیخته در هلیوم $1s^1 2s^1$ است. نوعاً، گذارها تنها بین حالت های تک تایی یا تنها بین حالت های سه تایی رخ می دهند.

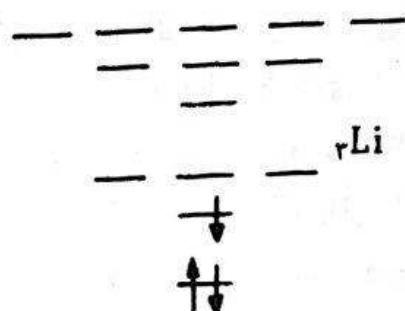
عنصر با پایستترین عدد اتمی بعدی، $Z=3$ ، لیتیوم، Li است. اولین دو الکترون از سه الکترون موجود در این اتم، دو حالت دسترس پذیر $n=1$ را اشغال می کنند. بنابراین، همانگونه که اصل طرد ایجاب می کند، وقتی لیتیوم در حالت پایه است الکترون سوم به پایستترین تراز موجود باقیمانده می رود. پایستترین تراز دسترس پذیر بعدی، پس از پوسته



شکل ۲۶.۷ نمودار تراز انرژی هلیوم، که بعضی گذارهای ممکن را نشان می‌دهد. توجه کنید که حالت $1s^2 1^3S_1$ وجود ندارد.

K ، تراز $n=2$ و $l=0$ است. در نتیجه پیکربندی حالت پایه الکترون‌ها در لیتیوم، $1s^2 2s^1$ است که نشان‌دهنده دو الکترون در پوسته بسته K و یک الکترون در زیر پوسته ناکامل $l=0$ از پوسته L است (شکل ۲۷.۷).

با ادامه این روش (یعنی اینکه با افزایش یک الکترون بار هسته یا عدد اتمی به اندازه واحد افزایش پیدا می‌کند، ولی همواره با این محدودیت که هیچ دو الکترونی درون اتم نمی‌توانند دارای مجموعه یکسانی از اعداد کوانتومی باشند) می‌توان پیکربندیهای الکترونی حالت پایه دیگر اتمها را پیدا کرد. از شکل ۲۴.۷ مشاهده می‌شود که دو الکترون می‌توانند در زیر پوسته s از پوسته L ، و شش الکترون در زیر پوسته p جا



شکل ۲۷.۷ پیکربندی الکترونی لیتیوم در حالت پایه.

داده شوند که در این صورت پوسته L ، با گرفتن ۸ الکترون سهم خود، به طور کامل اشغال می شود. جدول ۲۰.۷ پیکربندیهای الکترونی عناصر را از بریلیوم تا سدیم به دست می دهد. خواص شیمیایی تعدادی از عناصر جدول ۲۰.۷ را که بر حسب پیکربندی الکترونی و پیدایش پوسته های بسته و زیر پوسته ها فهرست شده اند به اختصار بررسی خواهیم کرد؛ ولی ابتدا بعضی خواص سدیم را که مستقیماً بد پیکربندی الکترونی آن، $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ ، مربوط می شوند بررسی خواهیم کرد. تک الکترون ظرفیت خارج از پوسته بسته L است و پایینترین حالت دسترس پذیر برای آن، حالت $3s$ است. در زیر پوسته های بسته داخلی اندازه

جدول ۲۰.۷

عنصر	پیکربندی الکترونی برای حالت پایه		
4Be	$1s^2$	$2s^2$	
5B	$1s^2$	$2s^2$	$2p^1$
6C	$1s^2$	$2s^2$	$2p^2$
7N	$1s^2$	$2s^2$	$2p^3$
8O	$1s^2$	$2s^2$	$2p^4$
9F	$1s^2$	$2s^2$	$2p^5$
10Ne	$1s^2$	$2s^2$	$2p^6$
11Na	$1s^2$	$2s^2$	$2p^6 3s^1$

حرکت زاویه‌ای کل و گشتاور مغناطیسی الکترون صفرند، زیرا هم اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مداري و هم اندازه حرکت‌های زاویه‌ای اسپینی صفر می‌شوند. این پوسته‌های بسته، $1s^2$ ، $2s^2$ و $2p^6$ از لحاظ شیمیایی بی‌اثرند و با پیکربندی الکترونی گاز بی‌اثر نشون متناظرند. دلیل آنکه اتم سدیم تقریباً همانند يك اتم هیدروژن رفتار می‌کند روشن است؛ زیرا نك الکترون ظرفیت حول پوسته‌های الکترونی بسته بی‌اثر داخلی حرکت می‌کند. طیف نوری سدیم از تغییر حالت الکترون ظرفیت ناشی می‌شود، در حالی که ۱۰ الکترون موجود در ترازهای بسته داخلی، در همان حالت‌های خود باقی می‌مانند.

با افزایش عدد اتمی يك پرشدگی پیوسته زیر ترازها با ترتیب مورد انتظار، $1s$ ، $2s$ ، $2p$ ، $3s$ ، $3p$ وجود دارد. آخرین عنصر آرگون Ar است که پیکربندی الکترونی کامل آن در حالت پایه به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ یا به طور خلاصه $3p^6$ است. پس از آنکه زیر تراز $3p$ توسط آرگون پر شد می‌توان انتظار داشت که عناصر بعدی، به ترتیب، ۱۰ حالت دسترس‌پذیر در زیر تراز $3d$ را پر کنند. ولی، شواهد طیف‌نمایی و شیمیایی نشان می‌دهند که نخست زیر تراز $4s$ پر می‌شود؛ زیرا دو الکترون آن دارای انرژی پایستری هستند و بیشتر از الکترون‌های $3d$ قویاً به هسته مقیدند. این اثر بدظاهر غیرعادی را می‌توان به صورت زیر تعبیر کرد. تابع موج الکترون $4s$ در محل هسته بزرگتر از تابع موج الکترون $3d$ است. در نتیجه، الکترون $4s$ محکمتر جذب هسته می‌شود و انرژی اتم با افزایش الکترون $4s$ بیشتر کاهش می‌یابد تا با افزایش الکترون $3d$. مثلاً، پیکربندی الکترونی عنصر پتاسیم، $4s^1$ ، عبارت است از $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$. توجه کنید که آخرین الکترون آن $4s$ است، نه $3d$. حال آنکه حالت $3d$ در هیدروژن در زیر حالت $4s$ قرار می‌گیرد؛ در پتاسیم، با ۱۹ الکترون، عکس این امر صحت دارد. براساس شواهد تجربی با افزایش عدد اتمی، ترتیب کلی که در آن زیر ترازهای الکترونی پر می‌شوند، به شرح زیر است.

$1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s, 4d, 5p, 6s, 4f, 5d,$
 $6p, 7s, 6d$

جدول تناوبی عناصر شیمیایی در جدول ۳.۷ نشان داده شده است. در این جدول پیکربندی الکترونی الکترون‌های خارجی در اتم آزاد با عدد اتمی و نماد شیمیایی هر عنصر داده شده است. ترتیب آنچنان است که هرستون نوعاً عناصری را در بر می‌گیرد که دارای حالت مداری مشترك و نیز دارای تعداد الکترون‌های یکسان در این حالت مداری هستند. مثلاً، کربن (C) با پیکربندی الکترونی خارجی $2p^2$ ، بالای سیلیسیوم (Si ، ۱۴)، با پیکربندی الکترونی خارجی $3p^2$ قرار می‌گیرد؛ این دو عنصر هردو دارای دو الکترون

جدول ۳.۷ جدول تناوبی عناصر شیمیایی. پیکربندی حالت پایه بیرونی‌ترین پوسته الکترونی داده شده است، بجز حالتی که یک پوسته داخلی ناگام است، که در آن صورت نیز پیکربندی پوسته‌ای داده شده‌اند. برای مثال عنصر $42Mo$ دارای پیکربندی الکترونی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$ است.

1s	1 H 1s ¹	2 He 1s ²										
2s	3 Li 2s ¹	4 Be 2s ²										
3s	11 Na 3s ¹	12 Mg 3s ²										
4s	19 K 4s ¹	20 Ca 4s ²	21-30 see (a)	31 Ga 4p ¹	32 Ge 4p ²	33 As 4p ³	34 Se 4p ⁴	35 Br 4p ⁵	36 Kr 4p ⁶			
5s	37 Rb 5s ¹	38 Sr 5s ²	39-48 see (b)	49 In 5p ¹	50 Sn 5p ²	51 Sb 5p ³	52 Te 5p ⁴	53 I 5p ⁵	54 Xe 5p ⁶			
6s	55 Cs 6s ¹	56 Ba 6s ²	57-80 see (c)	81 Tl 6p ¹	82 Pb 6p ²	83 Bi 6p ³	84 Po 6p ⁴	85 At 6p ⁵	86 Rn 6p ⁶			
7s	87 Fr 7s ¹	88 Ra 7s ²	89-102 see (d)									

3d	21 Sc 3d ¹	22 Ti 3d ²	23 V 3d ³	24 Cr 4s ¹ 3d ⁵	25 Mn 3d ⁵	26 Fe 3d ⁶	27 Co 3d ⁷	28 Ni 3d ⁸	29 Cu 4s ¹ 3d ¹⁰	30 Zn 3d ¹⁰		
4d	39 Y 4d ¹	40 Zr 4d ²	41 Nb 5s ¹ 4d ⁴	42 Mo 5s ¹ 4d ⁵	43 Tc 4d ⁵	44 Ru 5s ¹ 4d ⁶	45 Rh 5s ¹ 4d ⁷	46 Pd 5s ⁰ 4d ¹⁰	47 Ag 5s ¹ 4d ¹⁰	48 Cd 4d ¹⁰		
5d	57 La 5d ¹	72 Hf 5d ²	73 Ta 5d ³	74 W 5d ⁴	75 Re 5d ⁵	76 Os 5d ⁶	77 Ir 5d ⁷	78 Pt 6s ¹ 5d ⁹	79 Au 6s ¹ 5d ¹⁰	80 Hg 5d ¹⁰		

4f	58 Ce 5d ¹ 4f ¹	59 Pr 5d ⁰ 4f ³	60 Nd 5d ⁰ 4f ⁴	61 Pm 5d ⁰ 4f ⁵	62 Sm 5d ⁰ 4f ⁶	63 Eu 5d ⁰ 4f ⁷	64 Gd 5d ¹ 4f ⁷	65 Tb 5d ¹ 4f ⁸	66 Dy 5d ⁰ 4f ¹⁰	67 Ho 5d ⁰ 4f ¹¹	68 Er 5d ⁰ 4f ¹²	69 Tm 5d ⁰ 4f ¹³	70 Yb 5d ⁰ 4f ¹⁴	71 Lu 5d ¹ 4f ¹⁴
----	--	--	--	--	--	--	--	--	---	---	---	---	---	---

6d	89 Ac 6d ¹	90 Th 6d ²										
----	--------------------------	--------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5f	91 Pa 5f ²	92 U 5f ³	93 Np 5f ⁴	94 Pu 5f ⁶	95 Am 5f ⁷	96 Cm 5f ⁷	97 Bk 5f ⁹	98 Cf 5f ¹⁰	99 Es 5f ¹¹	100 Fm 5f ¹²	101 Md 5f ¹³	102 No 5f ¹⁴		
----	--------------------------	-------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------------	---------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--

(الف) عناصر واسطه‌ای، در حالت ۳d به دنبال حالت‌های ۴s می‌آیند.

(ب) عناصر ۴d، در حالت ۴d به دنبال حالت‌های ۵s می‌آیند.

(ج) عناصر خاکی نادر و عناصر ۵d، در حالت ۵d و ۴f حالت ۴f، به دنبال حالت‌های ۵s می‌آیند.

(د) عناصر فرآورانیوم و آکتینیدها، حالت‌های ۶d و ۵f به دنبال حالت‌های ۷s می‌آیند.

(الف) عناصر واسطه‌ای، ده حالت $3d$ پدنبال حالت‌های $4s$ می‌آیند.

(ب) عناصر $4d$ ، ده حالت $4d$ پدنبال حالت‌های $5s$ می‌آیند.

(ج) عناصر خاکی نادر و عناصر $5d$ ، ده حالت $5d$ و 14 حالت $4f$ پدنبال حالت‌های $6s$ می‌آیند.

(د) عناصر فرآورانیوم و آکتینیدها، حالت‌های $6d$ و $5f$ پدنبال حالت‌های $7s$ می‌آیند.

در زیر پوسته ناکامل p هستند. گروههایی که با پر شدن زیر پوسته های $3d$ ، $4d$ ، $4f$ و $5d$ متناظرند، به طور جداگانه فهرست شده اند. اینکه چرا بدنه اصلی جدول تناوبی دارای تناوبی از ۸ است با بیان زیر روشن می شود: تعداد کل الکترونهايي که زیر پوسته s (دو الکترون) و زیر پوسته p (شش الکترون) را پر می کنند ۸ است.

اساس خواص شیمیایی عناصر، پیکربندیهای الکترونی آنهاست. اتمهایی که دارای پیکربندیهای الکترونی مشابه اند رفتار شیمیایی کاملاً مشابهی را نشان می دهند؛ تناوبی بودن خواص شیمیایی بازتابی از تناوبی بودن پیکربندیهای الکترونی است. می خواهیم بعضی از این خواص را بررسی کنیم.

گازهای نادر. گازهای نادر یا بی اثر، یا نجیب عبارتند از ${}^2\text{He}$ ، ${}^{10}\text{Ne}$ ، ${}^{18}\text{Ar}$ ، ${}^{36}\text{Kr}$ ، ${}^{54}\text{Xe}$ و ${}^{86}\text{Rn}$. از جدول ۳۰۷ دیده می شود که تمامی این عناصر، بجز هلیوم، دارای پیکربندیهای هستند که در آنها خارجی ترین الکترونها زیر پوسته p را تکمیل می کنند. تمامی گازهای نادر دارای حالت پایه $1s^2$ هستند. اندازه حرکت زاویه ای کل اتم، حاصل از حرکت مداری و اسپین الکترون، صفر است؛ بنابراین گشتاور مغناطیسی کل اتم صفر است. این اتمها از لحاظ شیمیایی بی اثر یا تقریباً بی اثرند، زیرا هیچ الکترون اضافی در آن سوی زیر پوسته بسته و هیچ کمبود الکترونی در زیر پوسته وجود ندارد. الکترونهای داخل زیر پوسته های بسته قویاً مقیدند؛ از این رو، انرژی یونش عناصر موجود در این گروه خیلی بالاست. این اتمها معمولاً در تشکیل ترکیبهای شیمیایی یا مولکولهای غیر تک اتمی، ناتوان اند. به علاوه، گازهای نادر دارای رساناییهای الکتریکی و نقاط مایع شدن (یا جوش) خیلی پایینی هستند.

فلزات قلیایی. فلزات قلیایی که در اولین ستون از جدول تناوبی قرار دارند عبارتند از ${}^3\text{Li}$ ، ${}^{11}\text{Na}$ ، ${}^{19}\text{K}$ ، ${}^{37}\text{Rb}$ ، ${}^{55}\text{Cs}$ و ${}^{87}\text{Fr}$. در هراتمی از فلزات قلیایی يك تك الکترون خارج از زیر پوسته بسته گاز نادر وجود دارد؛ این الکترون در حالت پایه در زیر پوسته s قرار می گیرد. فعالیت شیمیایی این عناصر را می توان به این تك الکترون نسبت داد؛ انرژی بستگی این الکترون نسبتاً پایین است و به سهولت می توان آن را از اتم خنثی خارج و يك تك یون مثبت باردار تولید کرد. بنابراین، فلزات قلیایی دارای ظرفیت ۱- هستند. واضح است که با شبیه بودن طیف آنها به طیف هیدروژن، می توان آنها را هیدروژن گونه تلقی کرد.

قلیایهای خاکی. قلیایهای خاکی که در ستون دوم جدول تناوبی قرار دارند عبارتند از ${}^4\text{Be}$ ، ${}^{12}\text{Mg}$ ، ${}^{20}\text{Ca}$ ، ${}^{38}\text{Sr}$ ، ${}^{56}\text{Ba}$ و ${}^{88}\text{Ra}$. همگی این عناصر در حالت بهنجار دارای دو الکترون s در خارج زیر پوسته بسته p هستند. این دو الکترون دارای

انرژی بستگی نسبتاً کوچک اند و ظرفیت ۲+ تولید می کنند. وقتی این عناصر یکبار یونیده شوند، باشبیه بودن طیفهای آنها به طیف فلزات قلیایی. به هیدروژن گونه ها تبدیل می شوند. هالوژن ها. گروه هالوژن شامل عناصر موجود در ستون هفتم جدول تناوبی است: ${}_{9}F$ ، ${}_{17}Cl$ ، ${}_{35}Br$ ، ${}_{53}I$ و ${}_{85}At$. این آنها برای تکمیل زیر پوسته p يك الكترون کم دارند، بنابراین دارای ظرفیت ۱- هستند. عناصر هالوژن از لحاظ شیمیایی خیلی فعال اند و وقتی با عناصری از گروه فلزات قلیایی ترکیب شوند ترکیبهای پایدار تشکیل می دهند؛ ترکیب کلرور سدیم يك نمونه از این نوع است. هنگامی که دو اتم بخصوص از این دو گروه در محاورت هم قرار گیرند اتم هالوژن، که با کمبود يك الكترون در زیر پوسته بسته مواجه است، برای کامل کردن زیر پوسته p يك الكترون اضافی می خواهد؛ و اتم فلز قلیایی، که دارای يك الكترون در خارج زیر پوسته بسته است، به سهولت آخرین الكترون ظرفیت خود را رها می کند. وقتی که عناصر هالوژنی و فلز قلیایی با هم ترکیب می شوند هراتم، پایداری پیکربندی الكترونی خود را افزایش می دهد. تشکیل مولکول توسط چنین ترکیبی از یونها را پیوند یونی می نامند (بخش ۱۰۱۲).

گروه واسطه ای. گروه به اصطلاح واسطه ای، که در آن زیر پوسته $3d$ تدریجاً پرمی شود، شامل ${}_{21}Sc$ ، ${}_{22}Ti$ ، ${}_{23}V$ ، ${}_{24}Cr$ ، ${}_{25}Mn$ ، ${}_{26}Fe$ ، ${}_{27}Co$ ، ${}_{28}Ni$ ، ${}_{29}Cu$ و ${}_{30}Zn$ است. الكترونهاي موجود در زیر پوسته ناکامل $3d$ ، علت بعضی از ویژگیهای مهم این عناصرند. بسیاری از این مواد، چه به صورت عنصر و چه به صورت ترکیب، یا پارامغناطیسی (به طور ضعیف مغناطیسی) و یا فرومغناطیسی (به طور قوی مغناطیسی) اند. منشأ خواص مغناطیسی این عناصر، در زیر پوسته ناکامل $3d$ ، که گشتاور مغناطیسی کل آن صفر نیست، قرار دارد. از طرف دیگر، فعالیت شیمیایی آنها، به طور عمده، نتیجه الكترونهاي خارجی $4s$ است.

خاکیهای نادر. اتمهای ۱۴ عنصر خاکی نادر، ${}_{58}Ce$ تا ${}_{71}Lu$ ، دارای زیر پوسته ناکامل $4f$ اند. الكترونهاي $4f$ در مقابل الكترونهاي ظرفیت $5s$ به خوبی محافظت می شوند. از این رو، خواص شیمیایی خاکیهای نادر عمدتاً ناشی از الكترونهاي $5s$ است، و به همین دلیل است که این عناصر از لحاظ شیمیایی تقریباً غیر قابل تمایزند.

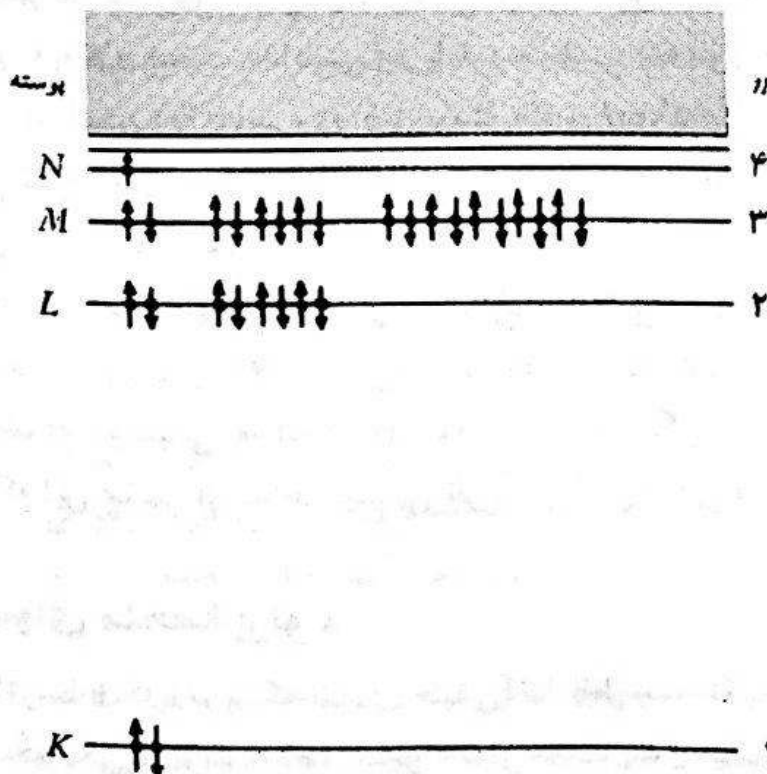
۹.۲ طیفهای مشخصه پرتو x

وقتی اتمها توسط الكترونهايی که انرژی جنبشی آنها فقط چند الكترون ولت است بمباران شوند، برانگیختگی یا یونش حاصل منجر به تغییر حالت يك یا چند الكترون خارجی که به طور ضعیف مقیدند، می شود. توسط چنین برخوردهای طیف گسیلی نوری القای می شود،

در حالی که الکترونهاى واقع در پوسته‌هاى بسته داخلی، که قویاً مقیدند، در همان حالت اولیه خود باقى مى‌مانند. ولی يك الکترون داخلی نیز مى‌تواند برانگیخته یا از جا کنده شود، به شرط آنکه انرژی خیلی زیادى به اتم افزوده شود. در این بخش، روى طیف حاصل از جا به جایی يك الکترون داخلی بحث خواهیم کرد: طیف مشخصه پرتو x .

نمودار طرح وار شکل ۲۸.۷ که پیکربندی الکترونی و ترازهای انرژی مس، ^{29}Cu ، را در حالت پایه نشان مى‌دهد در نظر مى‌گیریم. از شکاف‌گیهای ساختار زیر چشمپوشی مى‌کنیم. پوسته‌های K ، L ، و M با سهمیه الکترونهاى مخصوص به خود، که توسط اصل طرد تعیین مى‌شوند (۲، ۸، و ۱۸) کاملاً پرند. در پوسته N يك الکترون (الکترون ظرفیت) وجود دارد. نزدیک به قسمت بالای نمودار، پوسته‌های خالی یا ترازهای «نوری» قرار دارند؛ گذارهای الکترون خارجی به این حالتها، منجر به طیف نوری مى‌شود. اختلاف انرژی بین هر تراز خالی و شروع پیوستار، $E = 0$ ، در مقایسه با اختلاف انرژی بین پوسته K و $E = 0$ ، خیلی کوچک است.

فرض مى‌کنیم که الکترونی با انرژی زیاد با اتم برخورد کند و یکی از دو الکترون واقع در پوسته K را به تراز انرژی دسترس پذیر بالاتر ببرد. پوسته‌های پر L و M نمی‌توانند این الکترون را بپذیرند؛ در نتیجه این الکترون یا باید به یکی از حالتهاى انرژی خالی برود یا کاملاً از اتم خارج شود و آن را یونیده کند. در هر حال از جا کنده شدن الکترون

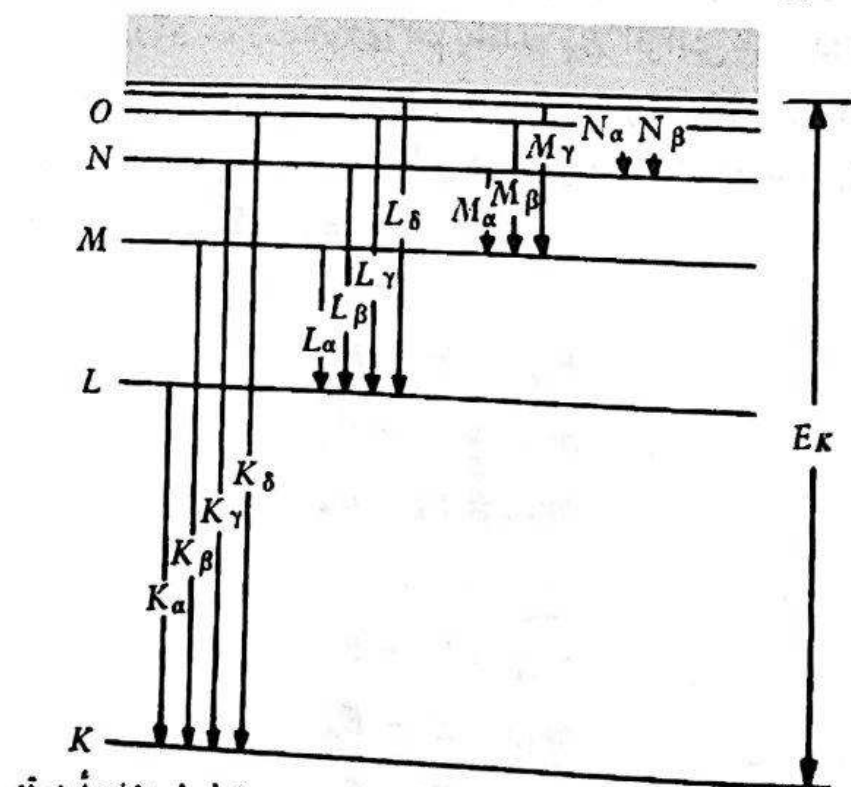


شکل ۲۸.۷ پیکربندی الکترونی و ترازهای انرژی ^{29}Cu در حالت پایه.

از پوسته K ، انرژی اتم را به طور فاحش افزایش می دهد (بیش از 10000 eV) و یک جای خالی در این پوسته تولید می شود. «حفرة ای» را که بدین صورت آفریده می شود می توان با گذار یکی از هشت الکترون از پوسته L به پوسته K ، که در آن این الکترون قویاً مقید خواهد شد، پر کرد. این گذار، که انرژی اتم را بیش از 10000 eV کاهش می دهد، منجر به گسیل به اصطلاح خط K_{α} ی پرتو x می شود. چون اختلاف انرژی نوعاً از مرتبه هزارها الکترون ولت است فوتونی که در چنین گذاری آفریده می شود همان فوتون پرتو x، با طول موجی بین $10\text{ \AA}$ و $100\text{ \AA}$ است.

گذارهای دیگری نیز می توانند رخ دهند. جای خالی موجود در پوسته K را می توان از طریق یک گذار با احتمال کمتر، که در آن الکترون موجود در پوسته M به پوسته K می پرد، پر کرد؛ فوتون گسیل شده متناظراً با K_{β} نشان داده می شود. شکل ۲۹.۷ نشان می دهد که گذارها از حالت های انرژی پی در پی بالاتر، که همگی به پوسته K ختم می شود، در نماد گذاری پرتو x با K_{α} ، K_{β} ، K_{γ} ، K_{δ} ، ...، مشخص می شوند. این گروه از خطوط K ی پرتو x، سری K را تشکیل می دهد.

دیگر سری های خطوط پرتو x که دارای انرژی های کوچکتر، یا طول موج های بلندترند نیز رخ می دهند. وقتی یک الکترون L به پوسته K می پرد تا جای خالی الکترون کنده شده در این پوسته را پر کند یک جای خالی در پوسته L آفریده می شود. این حفرة را می توان



شکل ۲۹.۷ گذارهای الکترون داخلی که منجر به خطوط مشخصه پرتو x می شوند.

به وسیله گذار الکترون از حالت های بازهم بالاتر، که سری L ، L_α ، L_β ، L_γ ، L_δ ، ... را موجب می شوند پر کرد. این نمادها بازهم نشاندهنده گذارهایی هستند که به پوسته L ختم می شوند و در حالت های با انرژی بالاتر مربوط تولید می شوند.

انرژی کمینه لازم برای برانگیختن الکترون K ، به انرژی یونش برای پوسته K نزدیک است. انرژی یونش برای پوسته K ، یعنی E_K ، برابر انرژی لازم برای کاملاً از جاکندن یک الکترون از اتم است، به طوری که هم الکترون آزاد شده و هم اتم هر دو به حال سکون باقی بمانند؛ در این صورت اتم یونیده است. انرژی E_K فقط به مقدار جزئی از انرژی لازم برای آوردن الکترون K ، به هر تراز نوری خالی، بزرگتر است.

انرژی لازم برای تولید یونش پرتو x از پوسته L ، E_L نامیده می شود. چون E_K معمولاً خیلی از E_L بزرگتر است خطوط پرتو x در سری K دارای طول موجهایی هستند که به طور محسوس از طول موجهای مربوط به سری L کوتاه ترند (برای Z بزرگتر از ۳۰، خطوط در سری K دارای طول موجهایی کمتر از $1 \text{ \AA}$ هستند، و خطوط در سری L دارای طول موجهایی کمتر از $10 \text{ \AA}$ هستند). معمولاً خطوطی در گذارهای بازهم بالاتر، در سریهای M ، N ، ... تولید می شوند بازهم ضعیف ترند و دارای طول موجهای بلندتر.

انرژیهای یونش پرتو x ، یعنی E_K ، E_L ، ...، به طریقی ساده به بسامدهای خطوط گسیل پرتو x ، مربوط می شوند. خط K_α را در نظر می گیریم. چنانچه انرژی E_K ، الکترون K را از جا بکند، در آن صورت انرژی اتم به مقدار E_K افزایش می یابد؛ همین طور، اگر الکترونی از پوسته L از جاکنده شود انرژی اتم به اندازه E_L بیشتر می شود. این دو شرط، به ترتیب، با اوضاع قبل و بعد از گسیل خط K_α متناظرند. انرژی فوتون K_α گسیل شده، یعنی $h\nu$ ، به سادگی برابر $E_K - E_L$ است. بنابراین

سری K

$$\begin{aligned} h\nu_{K\alpha} &= E_K - E_L \\ h\nu_{K\beta} &= E_K - E_M \end{aligned} \quad (23.7)$$

$$h\nu_{K\gamma} = E_K - E_N$$

.....

سری L

$$h\nu_{L\alpha} = E_L - E_M$$

$$h\nu_{L\beta} = E_L - E_N \quad (24.7)$$

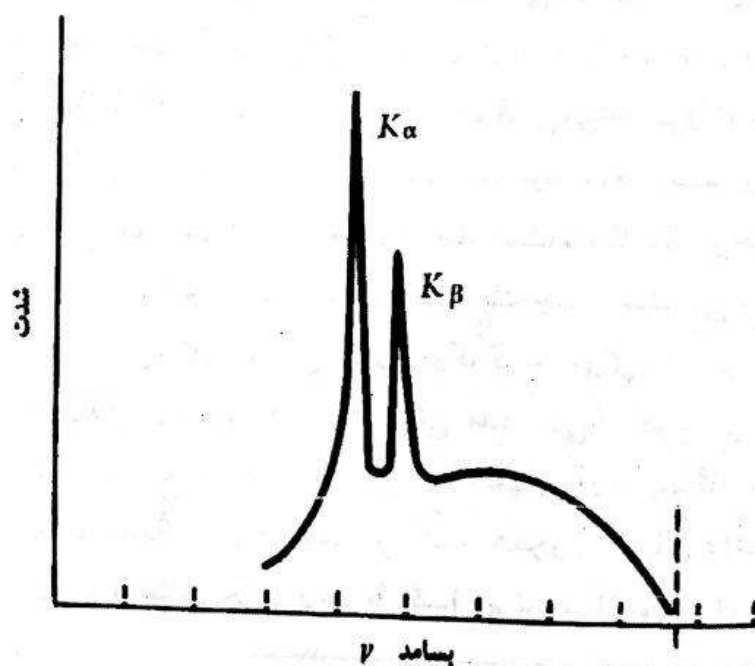
$$h\nu_{L\gamma} = E_L - E_O$$

.....

اکنون می‌توانیم خطوط مشخصه پرتو x را که در برخورد الکترونها با انرژی از مرتبه هزاران الکترون ولت با هدف واقع در لامپ پرتو x ظاهر می‌شوند، تعبیر کنیم. شکل ۳۰.۷ شدت اندازه‌گیری شده تابش x را نشان می‌دهد که از هدف مولیبدوم گسیل شده است. یک طیف پرتو x با تغییر هموار و پیوسته‌ای وجود دارد که از برخورد تابش نرزی بین الکترونها با این هدف ناشی می‌شود؛ این طیف پیوسته، دارای بسامد بیشینه کاملاً مشخصی است که صرفاً به وسیله پتانسیل شتابدهنده لامپ پرتو x تعیین می‌شود (بخش ۳.۴). در پیوستار پرتو x، برهم افتاده‌ها، قله‌های نیز در شدت (یا مشخصه طیف پرتو x مولیبدن) هستند. این قله‌ها با K_α و K_β نشان داده شده‌اند؛ خطوط سری L، که دارای طول موجهایی به مراتب بزرگتر و شدتی کمترند، ظاهر نمی‌شوند.

تجزیه طیف پرتو x به طول‌موجهای مؤلفه آن، نوعاً با یک طیف‌سنج بلوری پرتو x انجام می‌گیرد. از آنکه بلوری که دارای ساختار بلورین معینی است می‌توان برای جدا کردن طول‌موجهای گوناگون استفاده کرد، و طول‌موج را می‌توان از قانون براگ محاسبه کرد (بخش ۲.۵). شدت تابش x را با اتاقکی که نسبت به آثاریونش حاصل از عبور پرتوهای x از یک گاز حساس است می‌توان اندازه‌گیری کرد (بخش ۲.۸).

بسامد یا طول‌موج مربوط به خط K_α را می‌توان به‌طور تقریب براساس یک تحلیل نظری نسبتاً ساده، که فقط نظریه اتمی بوهر را در برمی‌گیرد، محاسبه کرد. طول‌موج λ خطوطی که به وسیله اتمهای تک‌الکترونی (یا اتمهای هیدروژنی) گسیل می‌شوند با فرمول ریدبرگ بیان می‌شود.



شکل ۳۰.۷ طیف پرتو x مولیبدن.

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2} \right) \quad (۱۵.۶) \text{ و } (۲۵.۷)$$

که در آن R ، $(k^2 e^4 m / 4 \pi \hbar^2 c)$ ثابت ریذبرگ، n_l و n_u ، به ترتیب، اعداد کوانتومی اصلی حالت‌های بالایی و پایینی گذار، و Z عدد اتمی اتم يك الکترونی است. هنگامی که يك الکترون K (با $n_l = 1$) از اتم يك عنصر سنگین جدا شود يك الکترون در پوسته L (با $n_l = 2$) تحت تأثیر بار الکتریکی هسته‌ای Ze قرار خواهد گرفت. بار هسته‌ای Ze توسط بار e — الکترون K ی باقی مانده محافظت می‌شود. الکترونهاي واقع در M ، N و حالت‌های بالاتر، به‌طور محسوس، در ناحیه بین پوسته‌ای K و L نفوذ نمی‌کنند. بنابراین، الکترون L ، بدتک الکترون واقع در يك اتم هیدروژنی، که در میدان الکتریکی ناشی از هسته و الکترون K حرکت می‌کند (هسته در این حال دارای عدد اتمی مؤثر $1 - Z$ است) به‌خوبی نزدیک خواهد شد. در این صورت، برای بسامد ν_{ka} ی خط K_α که هنگام پرش الکترون L بدخفزه واقع در پوسته K گسیل می‌شود، معادله (۲۵.۷) چنین نتیجه می‌دهد

$$\nu_{ka} = \frac{c}{\lambda} = cR(Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

$$\nu_{ka} = \frac{3cR}{4} (Z-1)^2 \quad (۲۶.۷)$$

بداین ترتیب، نتیجه رسم $\nu_{ka}^{1/2}$ بر حسب عدد اتمی Z عناصر گسیل دهنده پرتو X ، باید يك خط مستقیم باشد. اولین مطالعه جامع در بسامدهای مشخصه پرتو X ، توسط موزلی^۱ در سال ۱۹۱۳/۱۲۹۲ بدعمل آمد. موزلی دریافت که رابطه (۲۶.۷) بدخوبی نمایشگر داده‌های مربوط بدخطوط K است. در واقع، اندازه‌گیریهای او بود که برای اولین بار، آشکارا مقادیر اعداد اتمی عناصر را بدست داد. چنانچه عناصر شیمیایی جدول تناوبی را بر حسب اوزان اتمی فهرست کنیم، نتیجه (با چند استثناء قابل توجه) با فهرستی که بر حسب اعداد اتمی مرتب شده است یکسان است. يك چنین استثنایی در ترتیب عناصر کبالت و نیکل یافت می‌شود. کار موزلی نشان داد که گرچه ^{59}Co دارای وزن اتمی بیش از ^{58}Ni است (۵۸٫۹۳ در مقابل ۵۸٫۷۱) ولی عدد اتمی آن کوچکتر است.

تاکنون بحث ما راجع بدساختار اتمی بداتمهای آزاد يك گاز محدود بود و به اتمهایی که قویاً با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند، همچون اتمهای واقع در مولکولها، مایعات، یا جامدات، نپرداختیم. چرا در نظریه گسیل پرتو X اتمها را اساساً آزاد در نظر

1. H. G. J. Moseley

می‌گیریم، در حالی که در واقع مواد هدف پرتو X جامد است؟ البته، پاسخ این است که گذارهای پرتو X داخلترین الکترونها و الکترونها را که قویاً مقیدند در برمی‌گیرند، نه الکترونها را؛ و اینکه پیکربندی و انرژی الکترونها را، در صورتی تغییر می‌کنند که آنها در جامد به هم‌دیگر نزدیک شوند، حال آنکه الکترونها داخلی قویاً مقید، تحت تأثیر حالت ماده (جامد، مایع، یا گاز) قرار نمی‌گیرند.

خلاصه

تابهای کلاسیک حرکت (که دارای پیوستاری از مقادیر ممکن‌اند)، برای ذره‌ای که تحت تأثیر یک نیروی جاذبه عکس مجذوری است، در نظریه کوانتومی اتم کوانتیده‌اند. مقادیر ممکن اعداد کوانتومی اصلی بدین قرارند

$$n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

$$K, L, M, N, \dots$$

به‌ازای مقدار مفروضی از n

$$l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, n-1 \quad (n \text{ مقدار ممکن})$$

$$s, p, d, f, g, \dots$$

به‌ازای مقدار مفروضی از l

$$m_l = l, l-1, \dots, -(l-1), -l \quad (2l+1 \text{ مقدار ممکن})$$

به‌ازای مقدار مفروضی از m_l

$$m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \quad (2 \text{ مقدار ممکن})$$

هنگامی که الکترون ظرفیت یک اتم هیدروژن گونه در حالتی باشد که برای آن l کوچک است، انرژی اتم، نسبت به تراز انرژی هیدروژن متناظر، پایینتر است. قاعده گزینش که گذارهای مجاز را به دست می‌دهند چنین است $\Delta l = \pm 1$. نسبت گشتاور مغناطیسی به اندازه حرکت زاویه‌ای که نسبت ژبرومغناطیسی نام دارد عبارت است از

$$\frac{\mu_l}{L} = \frac{e}{2m} \quad \text{برای حرکت مداری}$$

$$\frac{\mu_s}{L_s} = 2 \frac{e}{2m} \quad \text{برای اسپین الکترون}$$

تغییرات انرژی مغناطیسی يك حالت برای يك گشتاور مغناطیسی در میدان مغناطیسی B به صورت زیر است

$$\Delta E_m = m_l \frac{eh}{2m} B = m_l \beta B \quad \text{برای گشتاور مغناطیسی مداری}$$

$$\Delta E_s = m_s \frac{2eh}{2m} B = m_s (2\beta) B \quad \text{برای گشتاور مغناطیسی اسپینی}$$

$$\beta (\text{مگنتون بوهر}) = \frac{eh}{2m} = 0.9273 \times 10^{-23} \text{ J/T}$$

اثر بهنجار زیمان از برهم کنش گشتاور مغناطیسی مداری با میدان مغناطیسی ناشی می شود. میدان مغناطیسی سبب می شود که هر خط در طیف، به ۳ خط هم فاصله تجزیه شود. قاعده گزینش برای گذارهای مجاز به صورت $0, \pm 1$ ، Δm_l است. آزمایش اشترن-گرلاخ، که در آن آنها با يك اسپین خالص الکترونی از يك میدان مغناطیسی غیر همگن عبور می کنند، بدیده کوانتش فضایی را مستقیماً نشان می دهد. منشأ ساختار ریز خطوط طیفی در برهم کنش بین L و L_s (برهم کنش اسپین-مدار) قرار دارد.

اصطلاحات طیف نمایی برای اتمهایی که دارای يك یا چند الکترون اند به قرار زیرند

$$L = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad \text{عدد کوانتومی اندازه حرکت}$$

$$S, P, D, F, G, \dots \quad \text{زاویه ای مداری کل}$$

$$S = \frac{1}{2} \quad (\text{برای يك الکترون}) \quad \text{عدد کوانتومی اندازه حرکت}$$

$$S = 0 \text{ یا } 1 \quad (\text{برای دو الکترون}) \quad \text{زاویه ای اسپینی کل}$$

$$J = j = l + s, \text{ یا } l - s$$

اصل طرد پائولی، که پایه ای برای درك جدول تناوبی عناصر شیمیایی است، مشخص می کند که هیچ دو الکترونی در يك اتم نمی توانند دارای مجموعه یکسانی از چهار عدد کوانتومی n, l, m_l و m_s باشند.

ثابت حرکت	عدد کوانتومی	مقادیر مجاز
انرژی	n (عدد کوانتومی اصلی)	$E_n = -Z^2 E_I / n^2$ (برای يك تك الكترون و با چشمپوشی از برهم- کنش اسپین-مدار)
بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری	l (عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری)	$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$
مؤلفه اندازه حرکت زاویه‌ای مداری در امتداد Z	m_l (عدد کوانتومی مغناطیسی مداری)	$L_z = m_l \hbar$ کوانتش فضایی:
بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی	S (عدد کوانتومی اسپین الکترون)	$\cos \theta = m_l / \sqrt{l(l+1)}$ $L_s = \sqrt{s(s+1)} \hbar$ $= \frac{1}{2} \sqrt{3} \hbar$
مؤلفه اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی در امتداد Z	m_s (عدد کوانتومی مغناطیسی اسپینی)	$L_{s,z} = m_s \hbar$ کوانتش فضایی: $\cos \theta = m_s / \sqrt{s(s+1)}$

مسائل

- الف) با استفاده از نتیجه حاصل از يك ذره کلاسیکی که تحت تأثیر يك نیروی مرکزی است (شکل ۳.۷)، نشان دهید که برای الکترونی با عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری بزرگتر از صفر، تابع موج در مرکز نیرو صفر است (شکل ۷.۷). ب) بر اساس مانستگي وضع کلاسیکی، نشان دهید که يك تابع موج دارای تقارن کروی با حالت S (حالتی با اندازه حرکت زاویه‌ای مداری صفر) متناظر نیست.
- کدام گذار در اتم پتاسیم، $6S \rightarrow 4P$ یا $6d \rightarrow 4P$ ، دارای طول موج کوتاه‌تری است؟ دلیل آن را توضیح دهید.

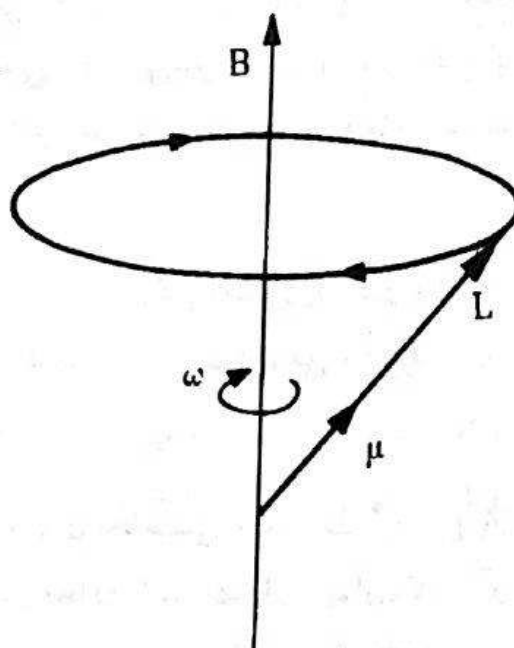
۳. برای گذار $4D \rightarrow 3P$ انرژی تقریبی فوتونهای راکند در تابش از آلومینیوم سه بار یونیده، Al^{++} ، گسیل می شوند محاسبه کنید.
۴. تمام گذارهای ممکن به سوی پایین، در انمهای سدیم را که ابتدا در حالت $5S$ قرار دارند فهرست کنید (شکل ۹.۷).
۵. معلوم شده است که سری قیزگذارها در سدیم، مجموعه ای از زوجهای نزدیک بهم خطوط طیفی را در بر می گیرد. مشخصه مشترک این زوجها چیست؟ پاسخ خود را هم به طور کیفی و هم به طور کمی ارائه دهید.
۶. به طور کلی اتمی که در آغاز در حالت برانگیخته است، برای مدت زمان کوتاهی (حدوداً به طور متوسط $10^{-8}s$)، که در آن احتمال در آشامی فوتون و پرش به حالت باز هم بالاتر خیلی کم است، در آن حالت باقی می ماند. بر این اساس توضیح دهید که چرا در طیف دآشامی پناسیم فقط سری P (سری اصلی) معمولاً مشاهده می شود.
۷. (الف) ثابت کنید الکترونی که بربك مدار دایره ای کلاسیکی به شعاع r حرکت می کند دارای يك گشتاور مغناطیسی است که بزرگی آن برابر $\mu = (ke^2 r / 4m)^{1/2}$ است. (ب) نشان دهید که مگنتون بوهر $eh/4m$ ، برابر گشتاور مغناطیسی مداری اتم هیدروژن در اولین مدار بوهر است.
۸. نشان دهید که اختلاف در بسامد بین زیر ترازهای مغناطیسی مجاور در شکافنگی بهنجار زیمن، برابر $\beta B/h$ است.
۹. ذره ای به جرم 10^{-6} کیلوگرم با سرعت $10^{-6} m/s$ بر دایره ای به شعاع 10^{-3} متر حرکت می کند. (الف) عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه ای مداری l این ذره چقدر است؟ (ب) اختلاف زاویه ای بیشینه بین پیکر بندیهای مجاز بردار اندازه حرکت زاویه ای مداری چقدر است؟
۱۰. گشتاور مغناطیسی يك پروتون در حدود $\beta 10^{-3}$ است، که در آن β مگنتون بوهر است. الکترون و پروتون اتم هیدروژن با هم برهم کنش می کنند و نتیجه آن دو سمتگیری گشتاور مغناطیسی نسبی است: گشتاورهای مغناطیسی الکترون و پروتون در دو جهت خلاف هم قرار می گیرند. به همین دلیل حالت $n=1$ هیدروژن دو تراز انرژی مجزا و فوق ریز را شامل می شود که از لحاظ انرژی به اندازه انرژی فوتونی با طول موج ۲۱ سانتیمتر با هم اختلاف دارند. (الف) با فرض اینکه میدان مغناطیسی در فاصله r از گشتاور مغناطیسی μ به صورت

$$\approx (10^{-7} \text{ Wb/A-m}) \frac{\mu}{r^2}$$

است اختلاف انرژی تقریبی را برای دو زیرتراز هیدروژن محاسبه کنید. (ب) نشان دهید که طول موج فوتون متناظر از مرتبه ۲۱ سانتیمتر است.

درابرهای هیدروژنی بین کهنکشان‌ی و چشمه‌های سیاره‌ای، تابش ۲۱ سانتیمتری محسوسی در اتمهای هیدروژن که گذارهای بین دو تراز فوق ریز را انجام می‌دهند، وجود دارد. در واقع مشاهده تابش، یک پایه اصلی نجوم رادیویی است. می‌توان انتظار داشت که ساکنین دیگر سیاره‌ها کوشش می‌کنند که با پخش علامتهایی با طول موج ۲۱ سانتیمتر، با زمین ارتباط برقرار کنند.

۱۱. یک زیرومغناطیس کلاسیک، یعنی جسمی با اندازه حرکت زاویه‌ای L و گشتاور مغناطیسی μ ، مطابق شکل زیر در میدان خارجی B غوطه‌ور می‌شود. می‌توان فرض کرد که زیرومغناطیس شامل ذرات چرخان با سرداری با نسبت زیرومغناطیسی $\mu/L = e/2m$ است. زیرومغناطیس تحت تأثیر یک گشتاور نیروی مغناطیسی است که بر اندازه حرکت زاویه‌ای آن عمود است، به همان طریقی که یک فرقه چرخان تحت تأثیر یک گشتاور نیروی گرانشی عمود بر اندازه حرکت زاویه‌ای قرار می‌گیرد. (الف) نشان دهید که این زیرومغناطیس حول جهت B ، با بسامد زاویه‌ای



شکل مسئله ۱۱ زیرومغناطیس کلاسیک که حول یک میدان مغناطیسی حرکت تقدیمی می‌کند.

$\omega = (\mu/L)B$ ، که اصطلاحاً بسامد تقدیمی لارمور نامیده می‌شود حرکت تقدیمی می‌کند. (ب) نشان دهید که بسامد تقدیمی یک ژیرومغناطیس کلاسیکی، حول یک میدان خارجی، برابر اختلاف بسامد زاویه‌ای بین زیرترازهای مغناطیسی در اثر بهنجار زیمان است.

۱۲. فرض کنید که یک الکترون تحت تأثیر نیرویی به بزرگی $m\omega_0^2 r$ با سرعت زاویه‌ای ω_0 بر یک مدار دایره‌ای کلاسیک حرکت می‌کند؛ و این نیرو متوجه به مرکز دایره است. آنگاه میدان مغناطیسی B عمود بر صفحه مدار برقرار می‌شود. (الف) نشان دهید که اگر شعاع r یکسان باقی بماند، بسامد زاویه‌ای حرکت ذره به صورت $\omega = [\omega_0^2 + (eB/2m)^2]^{1/2} \pm eB/2m$ درمی‌آید. (ب) در تمام حالت‌های مورد بحث، $eB/2m \ll \omega_0$ است؛ با استفاده از این تقریب نشان دهید که $v = v_0 \pm eB/4\pi m$ است [از مقایسه این نتیجه با معادله (۱۵.۷) درمی‌یابیم که بسامدهای اثر بهنجار زیمان را می‌توان با یک محاسبه کلاسیکی توضیح داد]. تغییر بسامد، یعنی $eB/4\pi m$ را بسامد لارمور می‌نامند.

۱۳. در اثر بهنجار زیمان نور گسیل شده خواص مشخصه قطبش را نشان می‌دهد. (الف) بر پایه نظریه کلاسیک نشان دهید که نور منتشر شده در راستای عمود بر میدان B به طریق زیر به‌طور خطی قطبی می‌شود (۱) مؤلفه بسامد تغییر نایافته در راستای موازی با B به‌طور خطی قطبی می‌شود؛ (۲) دو مؤلفه بسامد جابه‌جا شده در راستای عمود بر B به‌طور خطی قطبی می‌شوند. (ب) نشان دهید که تمامی نوری که در راستایی موازی با B منتشر شده است، دارای جابه‌جایی بسامد است و به‌طور دایره‌ای قطبی می‌شود.

۱۴. برای اینکه اختلاف نسبی بین بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری و مؤلفه پیشینه آن بیش از یک در 10^9 نباشد، عدد کوانتومی l اندازه حرکت زاویه‌ای مداری چقدر باید بزرگ باشد؟

۱۵. هنگامی که اتمها در یک میدان مغناطیسی به شدت $1.2 \times 10^5 \text{ Wb/m}^2$ قرار دارند فاصله بین مؤلفه‌های تابش مجاور اثر بهنجار زیمان، که در طول موج $6000 \text{ \AA}$ گسیل شده‌اند برابر $2.5 \times 10^{-5} \text{ \AA}$ است. مقدار e/m که از این داده‌ها محاسبه می‌شود چقدر است؟ (اینکه مقدار e/m محاسبه شده از آزمایش‌های اثر زیمان با مقداری که مستقلاً از آزمایش‌های پرتو کاتودی به دست می‌آمد سازگاری داشت، در اوایل تکامل

نظریه اتمی، حکایت از آن می‌کرد که الکترون‌ها باعث تابش از اتم‌ها هستند نه ذرات سنگینتر.)

۱۶. يك نمودار تراز انرژی رسم کنید و برای گذار بین حالت‌های $4D$ و $3P$ اختلاف انرژی بین مؤلفه‌های مجاور بهنجار زیمن را بر حسب V محاسبه کنید. میدان مغناطیسی برابر 1.0 Wb/m^2 است.

۱۷. فرض کنید که طیف سنج مشخصی می‌تواند خطوط طیفی را در ناحیه مرئی (مثلاً، $5000 \text{ \AA}$) که به فاصله $505 \text{ \AA}$ از یکدیگر قرار دارند تفکیک کند. تقریباً چه میدان مغناطیسی کمینه‌ای لازم است تا تفکیک اثر بهنجار زیمن را امکان‌پذیر کند؟

۱۸. نشان دهید که مؤلفه پیشینه گشتاور مغناطیسی اسپینی الکترون در امتداد میدان مغناطیسی برابر با مگنتون بوهر است.

۱۹. فرض کنید که الکترون به صورت پوسته‌ای کروی به شعاع $10^{-15} \times 2.8$ متر است، که جرم و بار آن به طور یکنواخت بر سطح کره توزیع شده‌اند. (الف) در صورتی که بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی الکترون چرخان $\sqrt{3} \hbar$ باشد، سرعت زاویه‌ای آن چقدر است؟ (ب) گشتاور مغناطیسی اسپینی الکترون را در این مدل (ساختگی) محاسبه کنید و آن را با مقدار صحیح گشتاور مغناطیسی اسپینی مقایسه کنید.

۲۰. باریکه‌ای از الکترون‌های آزاد به طور عمود وارد میدان مغناطیسی یکنواخت B ، که بزرگی آن 10^{-1} Wb/m^2 است، می‌شوند. اختلاف انرژی بین الکترون‌هایی که در جهت میدان مغناطیسی و آن‌هایی که در خلاف جهت آن قرار می‌گیرند را محاسبه کنید.

۲۱. اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی و گشتاور مغناطیسی اسپینی هسته اتم می‌توانند به يك شکافتگی فوق ریز در خطوط طیفی گسیل شده منجر شوند. گشتاور مغناطیسی اسپینی هسته‌ای نوعی را تقریباً $10^{-3} \beta$ بگیرید، که در آن β مگنتون بوهر الکترون است. (الف) نشان دهید که اختلاف بین ترازهای انرژی، به واسطه اسپین هسته‌ای، از مرتبه 10^{-7} eV است و (ب) نشان دهید که اختلاف متناظر در طول موج نور مرئی برابر $\Delta \lambda \approx 10^{-4} \text{ \AA}$ است.

۲۲. (الف) نشان دهید که اختلاف در انرژی بین دو سم‌نگیری مجاز اسپین الکترون، واقع در میدان مغناطیسی B ، با $2 \beta B$ بیان می‌شود. (ب) بسامد تابشی که بتواند گذارهای (تلنگرهای اسپینی) بین این دو حالت را، وقتی که $B = 0.30 \text{ Wb/m}^2$

است، موجب شود چقدر است؟ این اثر را، که در آن فوتونها بداسپینهای الکترون تلنگر می‌زنند و برای آنها $h\nu = 2\beta B$ است تشدید اسپین-الکترون می‌نامند.

۲۳. گذارها تحت شرایط خاصی (دو قطبی مغناطیسی) می‌توانند بین مؤلفه‌های ساختار ریز (ناشی از برهم‌کنش اسپین-مدار) با درآشامی تابش القا شوند. چون اختلاف انرژیها خیلی کوچک است بسامدهای متناظر نسبتاً پایین است و مطالعه مستقیم ساختار ریز و ساختار فوق ریز ناشی از گذارهای بین مؤلفه‌های چندتایی، در حوزه عمل طیف‌نمایی بسامد رادیویی یا میکروموج قرار می‌گیرد. بسامدتابشی که بتواند گذارهای بین حالت‌های $3^2P_{3/2}$ و $3^2P_{1/2}$ سدیم را القا کند چقدر است؟ طول موج‌های خطوط D سدیم عبارت‌اند از $5889.95 \text{ \AA}$ و $5895.92 \text{ \AA}$.

۲۴. يك «پاداتم» اتمی است که در آن تمامی ذرات بنیادی جای خود را به‌پاد ذره نظیر خود می‌دهند. نشان دهید که در این مورد نیز حالت انرژی پایینتر يك دوتایی اسپین-مدار برابر $j = l - s$ است. (با بررسی ساده تابش الکترومغناطیسی از جهان و استنباط ترازهای انرژی اتم نمی‌توان «پاد جهان» را از جهان متمایز کرد.)

۲۵. زاویه بین بردارهای اندازه حرکت زاویه‌ای کل و مداری را برای حالت $2P_{3/2}$ پیدا کنید.

۲۶. با يك نمودار برداری نشان دهید که جمع برداری گشتاور مغناطیسی مداری μ_l و گشتاور مغناطیسی اسپینی μ_s نمی‌توانند در امتداد جمع برداری اندازه حرکت زاویه‌ای مداری L و اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی S قرار بگیرند.

۲۷. با استفاده از قانون کسینوسها نشان دهید

$$\cos(l, j) = \frac{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{j(j+1)} \sqrt{l(l+1)}}$$

که در آن $\cos(l, j)$ کسینوس زاویه بین اندازه حرکت‌های مداری و زاویه‌ای کل است (شکل ۲۵.۷).

۲۸. (الف) با علم به اینکه گشتاور مغناطیسی مداری برابر $\mu_l = (eh/2m)[l(l+1)]^{1/2}$ و گشتاور مغناطیسی اسپینی برابر $\mu_s = 2(eh/2m)[s(s+1)]^{1/2}$ است. نشان دهید که مؤلفه گشتاور مغناطیسی کل μ_j در راستای اندازه حرکت زاویه‌ای کل P_j بارابطة

$$\mu_j = \sqrt{j(j+1)} \frac{eh}{2m} \left[1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \right]$$

بیان می‌شود. مسئله ۲۷ را ببینید. (ب) کمیت داخل کسروشه عامل g لانده نامیده می‌شود. نشان دهید که عامل g لانده، گشتاور مغناطیسی (به واحد مگنتون بوهر) تقسیم بر اندازه حرکت زاویه‌ای کل (به واحد $\hbar$) را به دست می‌دهد.

۲۹. نشان دهید که شکافتگی فوق ریز خطوط اتمی با شکافتگی خطوط ناشی از چندتایی ایزوتوپیهای اتمهایی که دارای وزن اتمی متوسط‌اند از نظر مرتبه بزرگی قابل مقایسه‌اند. (رجوع شود به مسائل ۳۹، ۴۱، و ۴۲ فصل ششم).

۳۰. در آزمایش اشترن-گرلاخ باریکه‌ای از اتمهای پناسیم از کوره‌ای با دمای 150°C خارج می‌شوند. این اتمها از میدان مغناطیسی غیر همگنی، که شیب آن برای فاصله ۲۵ سانتیمتری برابر 10^4 Wb/m^2 است عبور می‌کنند و به حرکت خود در فضای فاقد میدان تا ۱۵۰ سانتیمتر، قبل از رسیدن به يك صفحه جمع‌کننده، ادامه می‌دهند. فاصله بیشینه بین دو خط در آشکارساز، چقدر است؟

۳۱. اندازه حرکت زاویه‌ای کل و گشتاور مغناطیسی کل (الف) B و (ب) ${}_{37}\text{Rb}$ را در حالت‌های پایه آنها پیدا کنید.

۳۲. پیکربندی الکترونی حالت پایه يك اتم دوظرفیتی $4P$ است. این اتم کدام اتم است؟
۳۳. اتم ${}_{47}\text{Ag}$ در حالت پایه است. (الف) چهار عدد کوانتومی برای هر يك از سه الکترون کدام‌اند؟ (ب) برای پایینترین دو حالت برانگیخته این اتم اعداد کوانتومی سومین الکترون کدام‌اند؟

۳۴. همانند شکل ۲۷.۷، حالت‌های اشغال شده ${}_{17}\text{Cl}$ را در حالت پایه نشان دهید. پیکر-بندیهای الکترونی متناظر کدام‌اند؟

۳۵. کداميك از عناصر زیر اثر بهنجار زیمن را نشان می‌دهند؟ ${}_{7}\text{N}$ ، ${}_{14}\text{Si}$ ، ${}_{17}\text{Cl}$ ، ${}_{4}\text{Be}$
۳۶. انرژی تقریبی (بر حسب keV) فوتون پرتوی x خط K_α که از ${}_{100}\text{Fm}$ گسیل شده است چقدر است؟

۳۷. طول موج خط K_α در ${}_{30}\text{Zn}$ را محاسبه کنید.

۳۸. (الف) با چه مقدار انرژی اتم آزاد ${}_{238}^{238}\text{U}$ با گسیل يك فوتون K_α پس زده خواهد شد؟ (ب) نسبت انرژی جنبشی اتم پس‌زده به انرژی فوتون K_α گسیل شده چقدر است؟

۳۹. فلورسانس پرتو x فرایندی است که در آن درآشامی يك فوتون با انرژی نسبتاً

زیاد در ماده گسیل تعدادی از فوتونهای با انرژی پایینتر پرتو X را نتیجه می‌دهد. نشان دهید که فلوئورسانس کامل پرتو X يك ماده فقط در صورتی تولید می‌شود که آن ماده تحت تابش دهی پرتوهای مشخصه X حاصل از هدفی با عدد اتمی بالاتر قرار گیرد. ۰۴۰ پتانسیل شتابدهنده بحرانی برای برانگیختن تمامی خطوط، در طیف پرتو X ، هرگز به مقدار زیاد از انرژی فوتون K_{α} تقسیم بر بار الکترون تجاوز نمی‌کند. نشان دهید که این يك روش مناسب مبتنی بر تجربه است.

کتابشناسی

1. Heitler, W.: *Wave Mechanics*, Oxford: Clarendon Press, 1946.
در فصل ۴ این کتاب قواعد کوانتش اندازه حرکت زاویه‌ای، به شیوه‌ای ساده بررسی و مطالعه شده است.
2. Leighton, R. B.: *Principles of Modern Physics*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1959.
در فصل ۵ این کتاب توابع موج اتم هیدروژن به تفصیل استخراج شده است؛ در فصلهای ۷ و ۸ جدول تناوبی و ساختار اتمی اتمهای چند الکترونی بررسی شده‌اند.



وسایل و ماشینهای شتابدهنده در فیزیک هسته‌ای

پیشرفتهای فیزیک اتمی و فیزیک هسته‌ای مستلزم توسعه وسایل مربوط به مطالعه پدیده‌های زیرمیکروسکوپی است. درک ما از ساختار اتم، که بیشتر مرهون مطالعه خطوط طیفی است، همان قدر به توسعه مکانیک کوانتومی بستگی دارد که به مشاهدات طیف‌نمایی. فیزیک هسته‌ای با این کشف بکرل (۱۸۹۶/۱۲۷۵) که نمکهای اورانیوم قادر به کسب ساختن فیلمهای عکاسی هستند شروع به پیشرفت کرد؛ اما تکامل بیشتر دانش هسته‌ای (جسمی که آنقدر کوچک است که فقط به طور غیرمستقیم قابل مشاهده است) مرهون آزمایشهای گوناگونی است که بعضی از آنها با اسبابهای خیلی ساده و برخی همراه با تجهیزات فوق‌العاده پیچیده، دقیق، توأم با ابتکار و پرخرج انجام می‌گیرند. در این فصل آن اصول فیزیکی را ارائه می‌دهیم که برخی از وسایل مهم در فیزیک هسته‌ای بر مبنای آنها کار می‌کنند؛ این وسایل عبارت‌اند از آشکارسازهای تابش هسته‌ای، وسایل اندازه‌گیری جرم، سرعت، و حرکت ذرات باردار و شتابدهنده‌ای ذرات با انرژی بالا. بحث ما به قوانین فیزیکی مربوط به طرز کار این وسایل محدود می‌شود؛ از مطالب فنی، هرچند در ساختن این وسایل اهمیت دارند، بحثی به میان نمی‌آید.

ذراتی که آشکارسازی، کنترل و شتابدهی آنها در این فصل مورد نظر است عبارت‌اند از پروتون، دوترون، ذره α ، الکترون و فوتون. البته پروتون همان هسته اتم هیدروژن

معمولی است. دوترون، هسته اتم دوتریوم یا اتم هیدروژن سنگین است که شامل يك پروتون و يك نوترون است؛ بنابراین بار آن برابر بار پروتون، ولی جرم آن تقریباً دو برابر جرم پروتون است. ذره α که قبلاً به عنوان یکی از ذرات گسیل شده از مواد پرتوزا توصیف شد نوعاً دارای انرژی چندین میلیون الکترون ولتی است؛ این ذره، هسته اتم هلیوم است که دارای بار مثبتی به اندازه دو برابر بار پروتون و جرمی در حدود چهار برابر پروتون است. پرتوهای β و پرتوهای γ ، از هسته های مواد پرتوزا گسیل می شوند. پرتوهای β ، الکترونها با سرعت بالا یا پوزیترونها با انرژی جنبشی تا چندین میلیون الکترون ولت هستند. پرتوهای γ ، فوتونهای گسیل شده از هسته ها هستند که انرژی آنها به هزاران یا میلیونها الکترون ولت می رسد. خواص هسته های پرتوزا و مشخصه های تابش هسته ای مربوط به آنها در فصل ۹ به طور مفصل بررسی می شوند.

در این فصل در مورد آشکارسازی نوترون، که یکی از اجزای اصلی هسته ها است، بحثی نخواهیم داشت. نوترون دارای بار الکتریکی صفر و جرمی در حدود جرم پروتون است. از آنجا که نوترون حامل هیچ باری نیست، توانایی تولید اثرهای یونشی را ندارد و توسط میدانهای الکتریکی یا مغناطیسی نیز منحرف نمی شود و نمی توان آن را به همان سهولت ذرات باردار مطالعه کرد. به همین دلیل بحث درباره آن را به بخش ۶.۱۵، پس از آشنایی با واکنشهای هسته ای که نوترون در آنها شرکت می کند، موکول می کنیم.

اصطلاح تابش هسته ای به تابش هر نوع ذره از جمله فوتونهای الکترومغناطیسی گسیل شده از هسته اتمها، اطلاق می شود. آزمایشهای فیزیک هسته ای با اندازه گیری خواصی از قبیل جرم، انرژی، و اندازه حرکت ذرات تابش هسته ای سروکار دارند. این ذرات عموماً دارای انرژیهای چندین میلیون الکترون ولتی هستند و از آنجا که این انرژیها از انرژیهای مورد نیاز فیزیک اتمی، که هرگز از چند صد هزار الکترون ولت تجاوز نمی کند، خیلی بزرگترند، آشکارسازی و اندازه گیری تابش هسته ای مستلزم فنون تجربی خاصی است.

۱۰.۸ یونش و درآشامی تابش هسته ای

ابتدا بهتر است یادآور شویم که آشکارسازی و کنترل ذرات هسته ای، مسائل تجربی مشکلی را که ناشی از فوق العاده کوچک بودن این ذرات است مطرح می کنند (جرم يك الکترون 9.11×10^{-31} کیلوگرم و بار الکتریکی آن فقط 1.6×10^{-19} کولن است). هیچکدام از این ذرات مستقیماً «دیده» نشده اند، به علاوه تأثیر آنها بر روی وسایل معمولاً مستلزم دقت فوق العاده است. مسئله عمده در فیزیک اتمی و فیزیک هسته ای تجربی استنباط خواص و ساختار ذرات زیر میکروسکوپی و کنترل همگی آنها با دستگاههای ماکروسکوپی است.

اگر ذره‌ای را در زمان معلوم و در مکان معلومی تشخیص دهیم و شناسایی کنیم می‌توان گفت که آن را آشکار ساخته‌ایم. در این صورت مسئله آشکارسازی يك ذره برمی‌گردد به تحقیق حضور یا غیاب آن در يك وسیله آشکار ساز. آنچه مورد نیاز است این است که وسیله آشکار ساز آنچنان حساس باشد که هر تغییر جزئی ناشی از حضور ذره را به يك مشخصه بزرگ مقیاس، که به آسانی مشاهده می‌شود، تبدیل کند. آزمایش قطره روغن میلیکان، که در آن برای نخستین بار بار الکترن مستقیماً تعیین شد، مثالی از این نوع اندازه‌گیری ظریف است. در این آزمایش، يك قطره بسیار كوچك و بدون بار روغن، که توسط میکروسکوپ مشاهده می‌شود، تحت تأثیر اثرهای گرانشی و کند کنندگی هوا به آهستگی سقوط می‌کند. اگر این قطره الکترن اضافی کسب کند و باردار شود، در صورتی که میدان الکتریکی يك نیروی به‌سوی بالا به آن وارد کند و این نیرو با نیروی گرانشی به‌سوی پایین برابر باشد، می‌توان قطره را به حالت سکون درآورد. با برابر قرار دادن این دو نیرو و بار الکتریکی روی قطره را می‌توان محاسبه کرد.

آشکار سازهای ذراتی چون الکترونها، پروتونها، و ذرات α اساساً بر این واقعیت استوارند که این ذرات دارای بار الکتریکی اند. البته، فوتون هیچ نوع بار الکتریکی ندارد ولی با ذرات باردار قویاً برهم کنش و تولید یون می‌کند، به‌طوری که هر گاه وسیله‌ای که نسبت به اثر بارهای الکتریکی حساس است در مقابل الکترونهای حاصل از فوتونها در اثر فوتوالکتریک، اثر کامپتون یا تولید زوج (بخش ۷.۴) واکنش نشان دهد، آن وسیله می‌تواند حضور يك فوتون را آشکار کند.

اثرهای یونشی حاصل از يك ذره باردار متحرك را که جرم آن در مقایسه با الکترن بزرگ است در نظر می‌گیریم. احتمال اینکه چنین ذره‌ای با يك هسته در داخل ماده رویارویی نزدیک یا برخورد کند بسیار کم است (بخش ۱۰.۶)؛ بنابراین انرژی آن تقریباً به‌طور کامل صرف واکنش با الکترونهای اتم می‌شود. اغلب يك ذره باردار، وقتی با الکترونها روبرو می‌شود با آنها برخورد می‌کند و مقداری انرژی به آنها انتقال می‌دهد. از این رو الکترن مفید به اتم می‌تواند به حالت انرژی بالاتر برانگیخته شود، یا اگر انرژی کسب شده به اندازه کافی بزرگ باشد، حتی می‌تواند از اتم مادر کنده شود و يك یون برجای بگذارد. چون ذره سنگین در برانگیختن یا ازجا کردن الکترونها بر روی آنها کار انجام می‌دهد انرژی آن کاهش می‌یابد و حرکت آن کند می‌شود؛ ولی جهت حرکت این ذره در اثر برخوردها به‌طور محسوس تغییر نمی‌کند، زیرا جرم آن به مراتب از جرم الکترن بزرگتر است. وقتی که این ذره در امتداد يك خط تقریباً مستقیم به حرکت خود ادامه دهد ردی از اتمهای یونیده و الکترونهای آزاد شده در این مسیر برجای می‌گذارد. سرانجام

وقتی که تمام انرژی جنبشی این ذره به اتمهای ماده منتقل شد به حال سکون درمی آید. تعداد زوج یونهای (يك يون به اضافه يك الكترون جدا از آن يك زوج يون را تشکیل می دهند) تولید شده توسط يك ذره سنگین در نزدیکی انتهای مسیر به شدت افزایش می یابد. این امر به این دلیل است که ذره یونی کننده در آن قسمت از مسیر به آهستگی حرکت می کند و زمانی که در مجاورت هراتم والكترونهاي چسبیده به آن صرف می کند متناظراً افزایش می یابد. وقتی يك ذره باردار از طریق فرایندی که هم اکنون توصیف شد متوقف شد می توان گفت که آن ذره در ماده در آشامیده شده است؛ يك باریکه تك انرژی از ذرات باردار سنگین، هنگام عبور از يك ماده در آشام معلوم دارای بود کاملاً مشخصی است. از این موضوع به عنوان وسیله ساده ای برای تعیین انرژی اولیه ذراتی که باریکه را تشکیل می دهند استفاده می شود. همان طور که از اختلاف در چگالی مواد در آشام انتظار می رود، برد يك ذره سنگین با انرژی معلوم، در گاز، به مراتب از برد آن در جامد بیشتر است؛ زیرا این ذره، در گاز با تعداد کمتری اتم در واحد طول روبه رو می شود تا در جامد. به عنوان مثال، يك ذره α با انرژی چندین مگا الكترون ولت به وسیله چند سانتیمتر هوا متوقف می شود، در حالی که همین ذره توسط کسری از میلیمتر در يك در آشام با چگالی نسبتاً زیاد (مانند آلومینیوم) متوقف می شود.

یونش حاصل از يك ذره باردار، با انرژی متوسط لازم برای تولید يك زوج يون رابطه نزدیک دارد. در مورد در آشامی در گازها، بسته به مشخصه هر گاز، میانگین اتلاف انرژی جنبشی ذره باردار برای تولید يك زوج يون، از ۲۵ تا ۴۰ الكترون ولت تغییر می کند. این بدان معنا نیست که مثلاً پتانسیل یونش برای گاز ۲۵ الكترون ولت است، بلکه بدان معناست که در برخوردهای برانگیختگی یا یونشی، ذره یونی کننده به طور متوسط این مقدار انرژی برای تولید يك زوج يون از دست می دهد. بنابراین، چون تعداد زوج یونهای تولید شده در يك ماده با انرژی جنبشی از دست رفته توسط ذره یونی کننده مستقیماً متناسب است، اندازه گیری یونش کل نه فقط به آشکار سازی ذره باردار منجر می شود بلکه اندازه گیری انرژی جنبشی اولیه آن را نیز به دست می دهد.

در آشامی الكترونها در يك ماده در آشام، به مراتب از در آشامی ذرات باردار سنگین پیچیده تر است؛ زیرا در این حالت جرم ذره یونی کننده برابر جرم ذره ای است (الکترون اتم) که در این برخورد به آن انرژی رسیده است. در برخوردها يك الكترون پر انرژی به طور محسوس منحرف می شود و مسیر آن در يك ماده در آشام خط مستقیم نیست؛ در نتیجه الكترونهاي گوناگون از يك باریکه تك انرژی می توانند مسیرهای کاملاً متفاوتی را طی کنند. با وجود این، می توان به مجموعه ای از الكترونهاي تك انرژی نیز يك برد نسبت

داد؛ این برد همان ضخامت درآشامی است که اساساً برای توقف همه الکترون‌ها لازم است. برد الکترون‌ها تقریباً با عکس چگالی درآشام متناسب است (تعداد الکترون‌های اتمی در واحد حجم هر درآشام با چگالی درآشام تناسب بسیار نزدیک دارد). برای يك انرژی جنبشی معلوم و يك درآشام معلوم، برد الکترون از برد ذره باردار سنگین به‌طور محسوس بزرگتر است.

فرایندهایی که در آنها فوتون‌ها درآشامیده می‌شوند اثر فوتوالکتریک، اثر کامپتون، و تولید زوج- در بخش ۷.۴ مورد بحث قرار گرفتند. در اینجا یادآور می‌شویم که نمی‌توان برد دقیقی را به يك فوتون با يك انرژی بخصوص نسبت داد. درآشامی فوتون‌ها با ضریب درآشامی μ مشخص می‌شود؛ عکس این ضریب، ضخامت درآشامی را که به‌ازای آن تعداد فوتون‌های موجود در يك باریکه به $1/e$ تعداد اولیه کاهش می‌یابد به دست می‌دهد. شدت باریکه فوتونی به‌صورت تضعیف نمایی طبق رابطه $I = I_0 e^{-\mu x}$ تضعیف می‌شود. بنابراین، فقط پس از آنکه این باریکه از يك درآشام به ضخامت نامتناهی گذشت، شدت آن واقعاً صفر می‌شود و تمام فوتون‌ها برخورددهایی را متحمل می‌شوند.

اختلاف اساسی بین درآشامی يك باریکه فوتونی و درآشامی ذرات باردار را در نظر می‌گیریم. فوتون تمام انرژی خود را در يك برخورد از دست می‌دهد؛* فوتون همواره با سرعت c حرکت می‌کند و درآشامی آن را نمی‌توان با يك برد مشخص کرد. از طرف دیگر، يك ذره باردار کم‌کم انرژی خود را در برخوردهای متعدد از دست می‌دهد، سرعت آن به تدریج کاهش می‌یابد و درآشامی آن با يك برد معلوم مشخص می‌شود. درآشامی فوتونی با اثر یونشی، که به‌طور الکتریکی آشکار می‌شود، همراه است. الکترون‌ها (و پوزیترون‌ها در تولید زوج) که در برخوردهای فوتونی به آنها انرژی می‌رسد، خود می‌توانند در ماده درآشام یون تولید کنند. فوتون‌ها به‌مراتب بیشتر از الکترون‌ها یا ذرات باردار سنگین هم انرژی خود، نفوذ می‌کنند.

جدول ۱۰۸ بردهای مربوط به درآشامی ذرات α ، پروتون‌ها، و الکترون‌ها در هوا و در آلومینیوم را برای انرژی جنبشیهای معین به دست می‌دهد. به‌عنوان مثال، این جدول آن ضخامت از درآشام آلومینیومی ($1/\mu$) را به دست می‌دهد که برای کاهش شدت يك باریکه فوتونی به $1/e$ مقدار اولیه اش لازم است. مشاهده می‌شود که درآشامی تمام انواع تابش هسته‌ای در يك جامد خیلی آسانتر است تا در يك گاز، و نیز دیده می‌شود که پرتوهای γ بیش از پرتوهای β نفوذ می‌کنند و این پرتوهای نیز به نوبه خود بیشتر از پروتون‌ها یا پرتوهای α نفوذ می‌کنند؛ همچنین دیده می‌شود که با افزایش انرژی، نفوذ ذرات باردار زیادی شود.

* در برخورد کامپتون، فوتون فرودی نابود می‌شود و فوتون پراکنده آفریده می‌شود.

جدول ۱۰۸ بردهای ذرات α ، پروتونها، الکترونها در هوا و در آلومینیوم را بر حسب سانتیمتر نشان می دهد. مقدیری که برای درآشامی پرتو γ در آلومینیوم در این جدول آمده است، عکس ضرایب درآشامی، $1/\mu$ ، هستند.

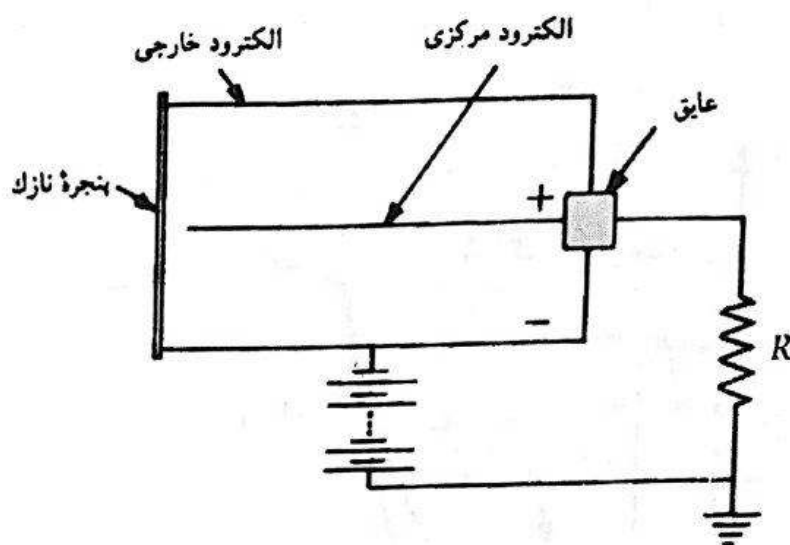
برد بر حسب سانتیمتر

انرژی MeV	ذره α		پروتون		الکترون		پرتو γ
	هوا	آلومینیوم	هوا	آلومینیوم	هوا	آلومینیوم	
۱	۵۰۵	۵۰۰۰۰۳	۲۰۳	۵۰۰۰۱۴	۳۱۴	۵۰۱۵	۶۰۱
۵	۳۰۵	۵۰۰۰۲۵	۳۴۰	۵۰۰۱۹	۲۰۰۰	۵۰۹۶	۱۳۰۱
۱۰	۱۰۰۷	۵۰۰۰۶۴	۱۱۷۰	۵۰۰۶۳	۴۱۰۰	۱۰۹۶	۱۶۰۰

۲۰۸ آشکارسازها

هر آشکارساز تابش هسته‌ای، اعم از آشکارساز ذرات باردار یا فوتونهای پرانرژی، در نهایت يك علامت الکتریکی یا تپ و لناژ را به دست می دهد که به يك مدار شمارگر داده می شود؛ این مدار با دریافت علامت الکتریکی یا تپ و لناژ، ورود ذره به دستگاه آشکارساز را ثبت می کند. محیطی که در آن ذرات فرودی اثرهایی تولید می کنند که سرانجام به علامتهای الکتریکی تبدیل می شوند می تواند به اشکال گوناگون باشد. در این بخش متداولترین آشکارسازهایی را که در آزمایشهای فیزیک هسته‌ای به کار می روند به اختصار شرح می دهیم. این آشکارسازها عبارت اند از آشکارسازهای گازی، نیمه رسانا، سوسوزن، و چرنکوف.

آشکارسازهای گازی. ساده ترین آشکارسازی که نسبت به اثرهای یونشی تابش هسته‌ای در يك گاز حساس است الکتروسکوپ است. وقتی يك الکتروسکوپ باردار شود، يك ورقه طلا (یا نوعی رسانای سبك وزن دیگر) به وسیله نیروی دافعه الکتریکی، از رسانای ثابتی که به آن متصل است جدا می شود، این جابه جایی مقیاسی از بار روی الکتروسکوپ است. تابش هسته‌ای، هنگام عبور از يك الکتروسکوپ باردار، هوا را یونیده می کند و الکتروسکوپ به وسیله یونهای که روی آن جمع می شوند خنثی و تخلیه می شود.

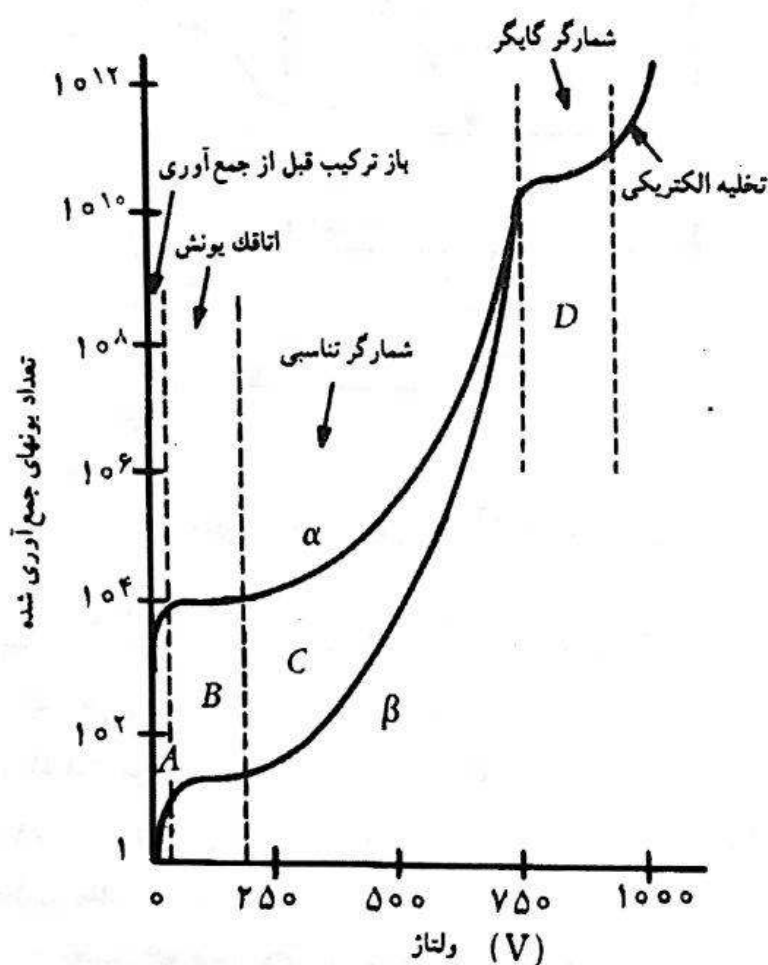


شکل ۱۰۸ عناصر يك آشکارساز گازی.

الکتروسکوپها نسبتاً غیر حساس اند و به اندازه آشکارسازهای گازی، که هم اکنون به شرح آنها می پردازیم، مورد استفاده قرار نمی گیرند. سه رده عمومی از آشکارسازهای گازی عبارت اند از اتاقک یونش، شمارگر تناسبی، و شمارگر گایگر.

شکل ۱۰۸ را در نظر بگیرید. اتاقک گازی دارای دو الکتروود است، یکی استوانه خارجی و دیگری يك سیم نازک در امتداد محور استوانه. این سیم در يك پتانسیل الکتریکی مثبت بالا نسبت به استوانه قرار داده می شود. دیواره اتاقک، خواه از شیشه، فلز، یا میکا، آن قدر نازک هست که امکان ورود ذرات باردار یا فوتونها از خارج را میسر کند. در این اتاقک می توان از گازهای گوناگون استفاده کرد، و فشار نیز از کسری از يك اتمسفر تا چندین اتمسفر می تواند تغییر کند. میدان الکتریکی بین این دو الکتروود بسیار ناهمگن و در نزدیکی سیم مرکزی بسیار قوی است. تمام آشکارسازهای گازی بر اساس اصل زیرکار می کنند: (۱) تابش هسته ای، برخی از مولکولهای گاز درون اتاقک را یونیده می کند، (۲) میدان الکتریکی ذرات یونیده را به سوی الکتروودها می کشاند و جریانی در مدار تولید می کند و (۳) جریان حاصل در يك مقاومت توسط ابزارهای الکتریکی اندازه گیری می شود.

نمودار تعداد یونها جمع شده بر حسب ولتاژ به کار رفته در يك آشکارساز گازی نوعی در شکل ۲۰۸ نشان داده شده است. تعداد یونها جمع شده در هر ولتاژ به کار رفته خاصی به حجم آشکارساز بستگی دارد و جزئیات این منحنی می تواند بر حسب گاز مورد استفاده متفاوت باشد. دو منحنی برای ولتاژهای پایینتر، یکی برای اثرهای یونشی ذرات



شکل ۲۰۸ تعداد یونهای جمع آوری شده بر حسب ولتاژ به کاررفته برای یک آشکارساز نوعی ذرات α و β .

α و دیگری برای اثرهای یونشی الکترونیهای با سرعت بالا یا ذرات β نشان داده شده است. انواع گوناگون آشکارسازهای گازی را می توان با بررسی جداگانه هر یک از چهار ناحیه A، B، C، و D در شکل ۲۰۸ به بهترین نحو درک کرد.

در ناحیه A، که ولتاژ به کاررفته نسبتاً کوچک است، یونهایی که به وسیله عبور ذرات باردار یا فوتونهای درون آشکارساز آفریده می شوند در معرض یک میدان الکتریکی نسبتاً ضعیف قرار می گیرند. بنابراین، بعضی از آنها قبل از رسیدن به الکتروود مجدداً با آنها یا مولکولهای خنثی ترکیب می شوند. در ناحیه A جریانی ناشی از جمع آوری یونها آنقدر کوچک است که آشکارساز گازی نمی تواند به طور مؤثر کار کند.

آشکارساز گازی که در ناحیه B کار می کند اتاقک یونش نام دارد. در این ناحیه، که

در آن ولتاژ به کار رفته افزایش یافته است، یونهای که توسط تابش تشکیل شده‌اند عملاً، قبل از ترکیب مجدد، روی الکترودها جمع می‌شوند. لازم به یادآوری است که انرژی لازم برای تولید يك زوج یون در يك گاز، نوعاً بین ۲۵ تا ۴۰ الکترون ولت است.

معمولاً یونش حاصل از تابش هسته‌ای آنقدر کوچک است که تشکیل يك زوج یون و درآشامی آن توسط الکترودها را نمی‌توان به صورت يك تغییر ناگهانی در جریان مدار آشکار کرد. در عوض، اثرهای یونشی حاصل از ترکیب بسیاری از ذرات هسته‌ای جریان تقریباً ثابتی تولید می‌کنند که با تقویت در مدارهای الکترونیکی به صورت افت ولتاژ در مقاومت بزرگ R اندازه‌گیری می‌شود. این جریان اتاقلک یونش، اندازه مستقیمی از شدت تابش یونی‌کننده است؛ به همین دلیل است که غالباً اتاقلکهای یونش برای اندازه‌گیری شدت پرتو x یا شدت باریکه‌های فوتونی پرتو γ مورد استفاده قرار می‌گیرند. مشخصه دیگر اتاقلک یونش آن است که می‌تواند اثرهای یونشی حاصل از ذرات α و ذرات β را از یکدیگر تمیز دهد؛ در شکل ۲۰۸ دیده می‌شود که يك ذره α بسیار بیشتر از ذره β هم انرژی خود زوج یون تولید می‌کند. ولی اتاقلک یونش انرژی ذرات باردار را اندازه‌گیری نمی‌کند.

قسمت انرژی پایین ناحیه C مبنای کار شمارگر تناسبی است. در این ناحیه ولتاژ به کار رفته و، بنابراین، میدان الکتریکی نیز از مقادیر متناظر در ناحیه B بزرگ‌ترند. تکثیر یونها در ناحیه C واضح می‌شود. از این رو، وقتی يك زوج یون - معمولاً يك الکترون و يك یون مثبت - توسط تابش هسته‌ای در گاز تولید می‌شود، الکترونها قویاً جذب سیم واقع در مرکز می‌شوند و یونها به طرف الکتروود خارجی حرکت می‌کنند. در این حالت الکترون، در حالی که به طرف سیم شتاب می‌گیرد، می‌تواند انرژی جنبشی کافی برای تولید تعداد یونهای بازهم بیشتر در برخورد با مولکولهای گاز به دست آورد. در حقیقت يك زوج یون که مستقیماً تولید شود می‌تواند از طریق فرایند تکثیر یون تعداد کل یونها را به نسبت ۱۰۵ تا ۱۰۶ افزایش دهد. این افزایش، تب بسیار شدید جریان یا ولتاژ را تولید می‌کند و تحت چنین شرایطی است که ثبت يك به يك ذرات هسته‌ای ورودی امکانپذیر می‌شود؛ یعنی می‌توان تنها را مستقیماً شمارش کرد. اندازه تب با انرژی ذره یونی‌کننده مستقیماً متناسب است (واژه‌مین جا نام شمارگر گرفته شده است). تپهای مربوط به ذرات α به طور قابل ملاحظه‌ای از تپهای حاصل از ذرات β بزرگ‌ترند و می‌توان مدار شمارگر تناسبی را چنان ترتیب داد که فقط آنها ثبت شوند.

در ناحیه D ، شمارگر گایگر، که گاه لامپ $G-M$ یا شمارگر گایگر-مولر نیز نامیده می‌شود، کار می‌کند. رفتار آشکار سازهای گازی در ولتاژهای نسبتاً بالا (در حدود ۱۰۰۰

ولت) به طور اساسی تغییر می‌کند. در این حال، ولتاژ به کار رفته و میدانهای الکتریکی درون آشکار ساز آنقدر بالا هستند که هر ذره هسته‌ای، که يك زوج یون در درون آشکار ساز تولید می‌کند، می‌تواند با تکثیر یونها بهمنی از الکترونها را راه اندازد. در این حال تپهای جریان از انرژی ذره آغاز کننده مستقل اند. تشخیص انواع گوناگون تابش هسته‌ای با شمارگر گایگر ممکن نیست، زیرا پرتوهای α ، β ، و γ بهمنهای الکترونی مشابهی تولید می‌کنند (شکل ۲۰۸). شمارگرهای گایگر برای شمارش پرتوهای x و پرتوهای β و γ به کار می‌روند، ولی معمولاً از این شمارگرها برای شمارش پرتوهای α استفاده نمی‌شود؛ شمارگرهای پرتو β باید دارای پنجره‌های نسبتاً نازکی باشند تا الکترونهايي که به آسانی متوقف می‌شوند بتوانند وارد لامپ شوند. يك شمارگر گایگر نوعی با يك گاز بی اثر مانند آرگون، تا فشاری در حدود ۱۵ سانتیمتر جیوه پر می‌شود و مقدار کمی (۱۰ درصد) گاز هالوژن، مانند برومین، به آن اضافه می‌شود تا تخلیه در لامپ را بلافاصله پس از ثبت آن متوقف کند. طول عمر يك تپ در حدود يك میلیونیم ثانیه است.

از شکل ۲۰۸ مشاهده می‌شود که وقتی ولتاژهای بزرگتر از ولتاژهای مربوط به ناحیه D را در مورد اتاقک گازی به کار ببریم، گاز به طور دائمی رسانا می‌شود؛ لذا بدون اینکه تابش یونی کننده وارد اتاقک شود تخلیه الکتریکی خود به خودی به وقوع می‌پیوندد. آشکارسازهای نیمه رسانا. آشکار ساز نیمه رسانا، یا حالت جامد، از جمله مفیدترین، دقیقترین و مؤثرترین آشکارسازهای معاصر است. این آشکار ساز در ساده‌ترین شکل خود شامل يك جامد (ماده نیمه رسانا) مانند ژرمانیوم (معمولاً همراه با ناخالصی لیتیوم) است که بین دو الکترودی که در آنها تپ خروجی پدیدار می‌شود قرار گرفته است. در حالی که آشکار سازهای گازی با زوج یونهای که هر يك شامل يك الکترون آزاد و يك یون اند کار می‌کنند، آشکار ساز نیمه رسانا با «زوج یونهای» که هر يك شامل يك الکترون و يك «حفره» اند عمل می‌کند.

خواص رسانایی مواد نیمه رسانا را در بخش ۱۰.۱۲ به طور مفصل بررسی خواهیم کرد. در اینجا کافی است یادآور شویم که الکترونهايي يك ماده خالص نیمه رسانا، یا عایق خالص، در حالت عادی به اتمهای مادر خویش مقیدند و نمی‌توانند حاملهای بار در بلور سرگردان باشند. در چنین موادی حاملهای بار با برانگیختگی گرمایی توسط اتمهای ناخالصی مناسب یا، در وسایل آشکار ساز، با عبور ذرات پر انرژی تولید می‌شوند. اگر يك ذره باردار فرودی یا يك فوتون فرودی به يك الکترون مقید انرژی کافی بدهد، الکترون آزاد می‌شود. در همین زمان، از جا کندن الکترون مقید از شبکه بلورین، به يك به اصطلاح حفره یعنی جایی که الکترون از دست رفته است منجر می‌شود. این حفره در صورتی

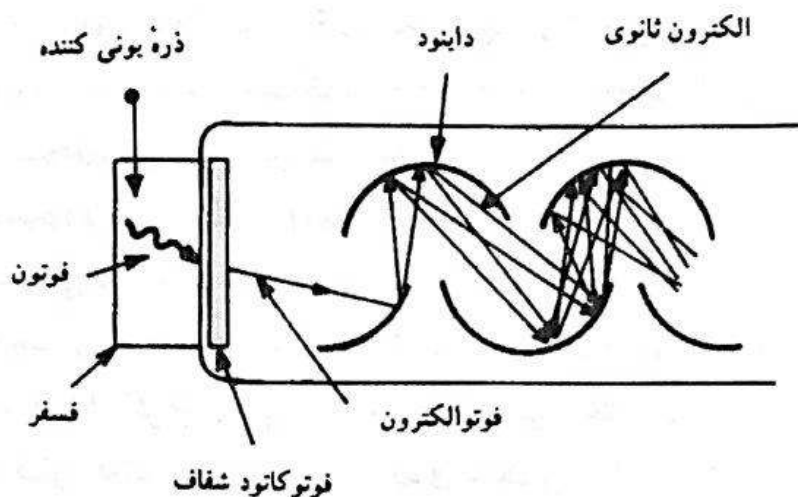
می‌تواند پر شود که يك الكترون مجاور به آن منتقل شود، که در این صورت در جای این الكترون حفره دیگری پدیدار می‌شود. این فرایند تکرار می‌شود؛ می‌توان چنین توصیف کرد که حفره‌ای که در جهت مخالف حرکت الكترونها در ماده حرکت می‌کند همچون ذره‌ای با بار مثبت است. به همین دلیل است که زوج الكترون - حفره را زوج «یون» می‌نامند. يك زوج الكترون-حفره می‌تواند توسط میدان الكتريکی خارجی شتاب بگیرد و در نتیجه باز هم تعداد بیشتری زوج، که سرانجام به صورت تپهای بزرگ قابل اندازه‌گیری در الكترونها ثبت می‌شوند، تولید کند.

برای يك شمارگر نیمه رسانا، اندازه تپ در گستره وسیعی به‌طور خطی به انرژی ذره مربوط است و شمارگرها را می‌توان برای شمارش الكترونها با انرژیهای جنبشی به کوچکی ۲۰ کیلو الكترون ولت و یونهای سنگینی با انرژی جنبشی به بزرگی ۲۰۰ مگا الكترون ولت به قدر کافی حساس کرد. کارایی این شمارگرها در ثبت ذراتی که ناحیه حساس را طی می‌کنند نزدیک به ۱۰۰ درصد است و از کارایی آشکار سازهای گازی خیلی بزرگتر است. زمان صعود سریع این تپها، از مرتبه يك نانوثانیه (10^{-9} s)، باعث می‌شود که این شمارگرها را بتوان برای آهنگهای شمارش بالا به کار برد.

آشکار سازهای سوسوزن. طرز کار آشکار سازهای سوسوزن بر این اساس است که وقتی به بعضی مواد (موسوم به فسفرها) ذرات برخورد کند و یا به آنها نور فرابنفش یا پرتوهای x تابیده شود، نور مرئی گسیل می‌کنند. وقتی ذره‌ای با فسفر برخورد می‌کند، الكترونی را به حالت انرژی بالاتر برمی‌انگیزد. وانگیختگی فسفر و بازگشت به حالت باید با گسیل فوتونهایی که در ناحیه مرئی طیف قرار دارند همراه است.

نمونه آشنای سوسوزنی یا فسفرسانس را می‌توان در اسیلوسکوپ پرتو کاتودی یا لامپ تصویر تلویزیون یافت، که در آن الكترونها با سرعت بالا به فسفر برخورد می‌کنند و گسیل تابش مرئی را موجب می‌شوند. یکی از ابتداییترین وسایل آشکار سازی حضور ذرات α از طریق آثار سوسوزنی آنها بر روی فسفری از جنس سولفور روی بود. در آزمایشهای اولیه پراکندگی را در فورد يك پرده سولفور روی، به عنوان آشکار ساز ذره α با میکروسکوپ مورد مشاهده قرار گرفت (بخش ۱۰۶). کسل کنندگی و غیر حساسی نسبی این روش، که در آن با مشاهده مستقیم درخشهای نور روشن سوسوها شمارش می‌شوند در آشکار سازهای سوسوزن نوین، که در آنها از لامپ الكترونی جالب توجهی (تکثیر کننده فوتون یا افزونگر فوتون) استفاده می‌شود، حذف شده است.

در شکل ۳۰۸ نمودار طرح وار يك آشکار ساز سوسوزن همراه با افزونگر فوتون را مشاهده می‌کنیم. فسفر (يك ماده شفاف) می‌تواند يدور سدیم با مقدار ناچیزی از تالیوم



شکل ۳۰۸ نمودار طرح رادیک آشکار ساز سوسوزن با لامپ افزونگر فوتون.

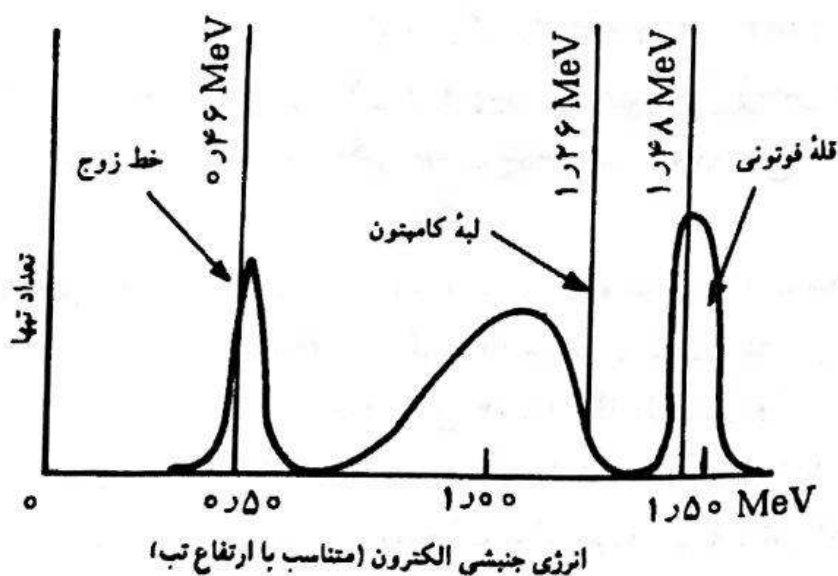
(برای پرتوهای γ)، یا یک جسم آلی مانند آنتراسن (برای الکترونها). یا سولفور روی با مقدار ناچیزی نقره (برای ذرات باردار سنگین، مانند ذرات α) باشد. این فسفر پس از برانگیختگی اتمهایش در اثر برخورد با ذرات یا فوتونها درخشهای نوری تولید می کند. فسفر در یک پوشش مانع نفوذ نور پیچیده می شود و فوتونها، احتمالاً پس از چند بازتاب در درون فسفر، به فوتوکاتود لامپ افزونگر فوتون می رسند. فوتونی که به کاتود برخورد می کند برخورد فوتوالکتریکی را متحمل می شود، و یک الکترون از سطح کاتود به بیرون رانده می شود. این فوتوالکتریک با یک اختلاف پتانسیل حدود ۱۵۰ ولت، به سوی اولین دایند لامپ افزونگر فوتون شتاب می گیرد. وقتی این فوتوالکتریک با سطح دایند برخورد کرد گسیل ثانوی الکترون، با انرژی جنبشی حداقل ۱۵۰ الکترون ولت رخ می دهد و دو یا چند الکترون توسط انرژی که از الکترون اولیه کسب می کنند، از این سطح رها می شوند. سپس این الکترونها با انرژی به واسطه پتانسیل ۱۵۰ ولتی دیگری، به سوی دومین دایند شتاب می گیرند و در آنجا افزایش الکترونها توسط گسیل ثانوی دوباره رخ می دهد. یک لامپ افزونگر فوتون نوعی، دارای ۱۵ دایند یا ۱۵ مرحله تقویت الکترونی است. فوتوالکتریک اولیه می تواند در آخرین دایند یک تب جریان را که بدآسانی اندازه گیری می شود و ناشی از ورود حدود یک میلیون الکترون است تولید کند.

خصوصیت مهم آشکار ساز سوسوزن آن است که تب و لثاژ خروجی ناشی از لامپ افزونگر فوتون، با انرژی ذره یا فوتونی که در فسفر سوسوزن می اندازد تناسب بسیار

نزدیک دارد؛ در این صورت نه تنها می‌توان ذرات را با آشکار ساز سوسوزن آشکار کرد بلکه انرژی آنها را نیز می‌توان اندازه‌گیری کرد. آشکارسازهای سوسوزن دارای برتریهای دیگری نیز هستند؛ این آشکارسازها می‌توانند در آهنگهای شمارش خیلی بالا، با طول عمرهای تنها به کوتاهی ۱ نانوثانیه (10^{-9} ثانیه) به کار روند، و کارایی آنها در شمارش پرتوهای γ تقریباً ۱۰۰ درصد است.

آشکار ساز سوسوزن همراه با تحلیلگر ارتفاع تب (يك وسیله الکترونیکی که تپهای خروجی از افزونگر فوتون را بر حسب اندازه آنها دسته‌بندی می‌کند) طیف‌سنج سوسوزن را تشکیل می‌دهند که به وسیله آن انرژیهای پرتوهای تکفام γ را می‌توان به آسانی و با دقت خیلی زیاد اندازه‌گیری کرد. ولتاژ تب خروجی مستقیماً با انرژی جنبشی الکترونیایی که توسط سه فرایند اثر فوتوالکتریک، اثر کامپتون، و تولید زوج الکترون - پوزیترون تولید می‌شوند متناسب است (فصل ۴). در این فرایندها پرتوهای γ با ماده سوسوزن برهم‌کنش می‌کنند.

توزیع ارتفاع تب یا طیفی که در شکل ۴.۸ نشان داده شده است را در نظر می‌گیریم. تعداد تپهای آشکار شده برای يك ارتفاع تب معلوم به صورت تابعی از ارتفاع تب نمایش داده شده است که بر حسب ولت اندازه‌گیری می‌شود، ولی در اینجا به صورت



شکل ۴.۸ طیف ایده‌آل ارتفاع تب برای سوسوزنی که فوتونهای با انرژی ۱.۴۸ مگا الکترون ولت را آشکار می‌کند.

انرژی جنبشی الکترونها بر حسب مگا الکترون ولت نشان داده شده است. در این حالت چشمه پرتو تکفام γ شامل اتمهای پرتوزای ^{40}K است که در آن هر اتم با واپاشی هسته ناپایدار، فوتونی با انرژی ۱۰۴۸ مگا الکترون ولت گسیل می‌کند.

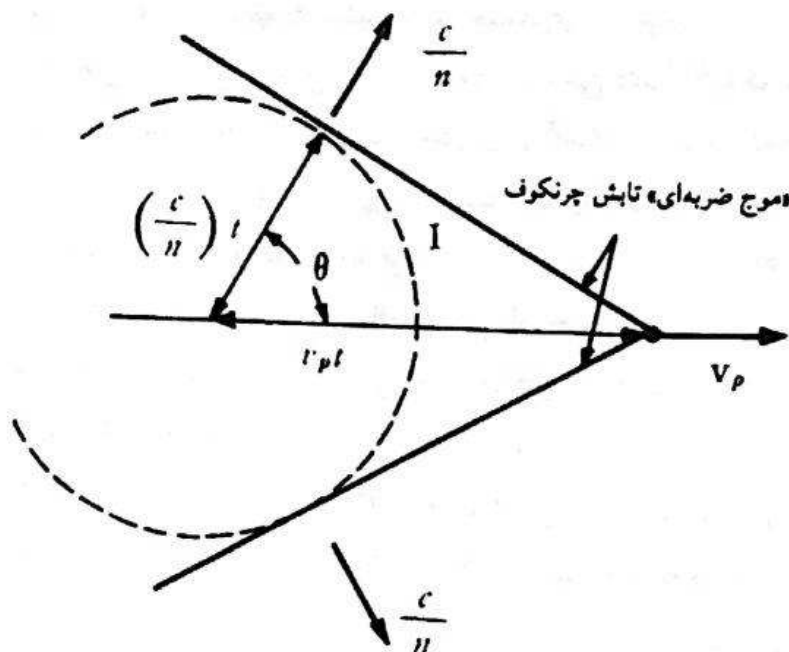
قله مربوط به بالاترین انرژی، ناشی از اثر فوتوالکتریک است. چون انرژی بستگی الکترونها اتمی فقط چند الکترون ولت است (که در مقایسه با انرژی فوتونها کوچک است) و در نتیجه فوتوالکترونها اساساً دارای تمام انرژی فوتون‌اند، انرژی در به اصطلاح «قله فوتونی» تقریباً همان انرژی پرتو γ است. قله دوم از اثر کامپتون نتیجه می‌شود. وقتی فوتونی با انرژی ۱۰۴۸ مگا الکترون ولت به صورت رودرو با یک الکترون اتمی اساساً آزاد برخورد کند، الکترون کامپتون با انرژی جنبشی ۱۰۲۶ مگا الکترون ولت به سوی جلو پس زده می‌شود [این مقدار از معادله (۱۷.۴) محاسبه شده است]، در حالی که فوتون پراکنده با انرژی باقیمانده ۱۰۲۶-۱۰۴۸ یا ۰۲۲ مگا الکترون ولت در جهت عکس حرکت می‌کند. برخورد های کامپتونی که به صورت رودرو نیستند الکترونها کم انرژی تر و فوتونها پراکنده پر انرژی تر تولید می‌کنند. بنابراین، قله کامپتون دارای لبه انرژی بالای نسبتاً معلومی است که در این شکل متناظر با ۱۰۲۶ مگا الکترون ولت است؛ این قله در طرف انرژی پایین، به تدریج نزول می‌کند؛ زیرا برخوردهای کامپتون الکترونها پراکنده می‌کنند که انرژی آنها از انرژی جنبشی بیشینه کمتر است. قله سوم در طیف سوسوزن ناشی از تولید زوج الکترون - پوزیترون است. از آنجا که انرژی سکون یک الکترون یا یک پوزیترون برابر ۰.۵۱ مگا الکترون ولت است، انرژی کل لازم برای تولید یک زوج ۱.۰۲ مگا الکترون ولت است. اختلاف انرژی $0.46\text{ MeV} = 1.02 - 1.48$ ، برابر مجموع انرژی های جنبشی الکترون و پوزیترون است (بخش ۵.۴)؛ این انرژی جنبشی کل، پس از برانگیختن الکترونها سوسوزن، تپهای واقع در قله تولید زوج را تولید می‌کند.

اندازه های نسبی سه قله ای که توصیف شد به انرژی فوتونها و اندازه، شکل و جنس ماده سوسوزن بستگی دارند. بازم قله های دیگری را می توان یافت. مثلاً، پرتوهای γ با انرژی بالاتر از انرژی آسنانه تولید زوج، یعنی ۱.۰۲ مگا الکترون ولت، پوزیترون تولید خواهند کرد؛ و اگر پوزیترونها قبل از ترك سوسوزن توسط الکترونها نابود شوند، فوتونها نابودی با انرژی ۰.۵۱ مگا الکترون ولت تولید می‌شوند (بخش ۵.۴)، و این فوتونها نیز می‌توانند باعث تولید قله های فوتوالکتریک و کامپتون شوند.

آشکارساز چرنکوف. وقتی ذره بارداری در یک محیط شفاف با سرعتی که از سرعت نور در آن محیط بیشتر است حرکت کند، نور مرئی گسیل می‌شود؛ چنین نوری به یادبرد

کاشف آن به تابش چرنکوف موسوم است. حرکت يك ذره باردار پر انرژی در امتداد يك خط مستقیم در این محیط را می توان به صورت جابه جایی يك به يك سری الكترون اتمی واقع بر مسیر آن ذره، از موقعیت تعادل در نظر گرفت. میدانهای تابشی ناشی از جابه جایی الكترونها با هم ترکیب می شوند و يك موج الكترومغناطیسی خروجی قوی تشکیل می دهند؛ همان طور که اگر جسمی با سرعت بیشتر از سرعت صوت در يك محیط کسان حرکت کند يك موج ضربه ای تولید می شود.*

سرعت ذره بارداری که از این محیط می گذرد برابر v_p است؛ سرعت نور (سرعت گروه) در این محیط برابر با c/n است، که در آن n ضریب شکست محیط است. در این صورت، وقتی این ذره از يك الكترون اتمی جابه جا شده به اندازه مسافت $v_p t$ فاصله بگیرد، این الكترون نوری گسیل می کند که مسافتی برابر $(c/n)t$ را پیموده است (شکل ۵۰۸). گسیل چرنکوف، بر روی مخروط در حال انبساط يك موج ضربه ای، تحت زاویه θ نسبت به سرعت v_p تابش می شود. با استفاده از روابط هندسی شکل، مشاهده می شود که راستای انتشار با رابطه زیر بیان می شود



شکل ۵۰۸ تابش چرنکوف تولید شده توسط ذره ای که با سرعت v_p در محیطی با ضریب شکست n حرکت می کند.

* در بخش ۱۲.۱۷ کتاب زیر

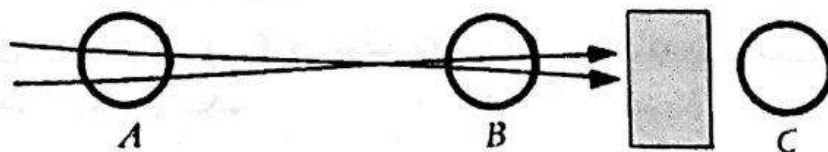
$$\cos \theta = \frac{c/n}{v_p} = \frac{c}{nv_p} \quad (10.8)$$

توجه کنید که هیچ تابشی تولید نمی‌شود، مگر آنکه $v_p > c/n$ باشد. شمارگر چرنکوف، نوعاً شامل يك قطعه پلاستیکی شفاف (با ضریب شکست ۱٫۵) و يك لامپ افزونگر فوتون است که تابش را ثبت می‌کند. علاوه بر این، اگر زاویه گسیل θ اندازه‌گیری شود، آشکارساز برای تعیین سرعت ذره به‌کار می‌رود. سرعت ذره در لوسیت باید حداقل برابر $c/1.5 = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$ باشد، زیرا شمارگر به‌طور مؤثر در مقابل ذرات با سرعت پایین تبعیض قائل می‌شود.

۳.۸ وسایل ردنگاری

چون آشکارسازهای وصف شده در بخش قبل شمارشی را ثبت می‌کنند که حاکی از عبور ذره باردار یا فوتون از جایی در داخل ماده فعال آشکارساز است، نمی‌توانند جزئیات مسیر ذره را ثبت کنند. از جمله وسایلی که با آنها عکسبرداری در سه بعد یا ردنگاری یونهای حاصل از عبور ذره باردار از يك محیط امکانپذیر است می‌توان از اتاقك ابری، اتاقك حبابی، اتاقك جرقه‌ای، و امولسیونهای عکسبرداری هسته‌ای نام برد.

قبل از آنکه به بررسی این وسایل پردازیم ملاحظه می‌کنیم که چگونه ترکیب دویا چند تك آشکارساز را، که هر کدام قادر به تعیین مکان ذره آشکار شده در ناحیه محدودی از فضا هستند، می‌توان (حداقل به تقریب) برای ثبت مسیریك ذره در فضا به‌کار برد. شمارگر شکل ۶.۸ را که اصطلاحاً تلسکوپ نامیده می‌شود در نظر می‌گیریم؛ دو آشکارساز جدا از هم A و B طوری به هم وصل شده‌اند که فقط زمانی که هر دو آشکارساز به‌طور همزمان تپهای علامتی تولید کنند يك شمارش ثبت می‌شود. فرض می‌کنیم که يك ذره باردار با سرعت زیاد یونهای را در A و سپس، اساساً به‌طور همزمان، یونهای را در B نیز تولید کند. مدار انطباق که آشکارسازهای A و B به آن وصل‌اند در ثبت این رویداد نشان می‌دهد که مسیر ذره همانند مسیری است که در شکل نشان داده شده است. با استفاده از

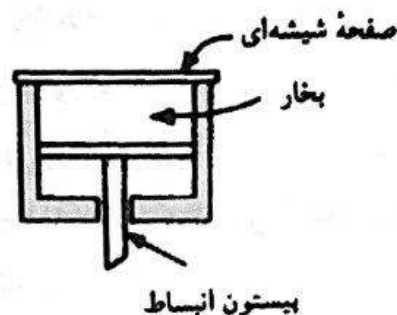


شکل ۶.۸ شکل ساده يك تلسکوپ شمارگر.

يك آشكار ساز سوم، C ، که در حالت پادانطباق با A و B است می توان مطمئن شد که ذره نخست به آشکار ساز A می رود و آنگاه آشکار ساز B را طی می کند و سپس به جای بازگشت، در يك درآشام متوقف می شود؛ یعنی، يك رویداد فقط در صورتی ثبت می شود که A و B شمارشها را، درحالی که C هیچ شمارشی را ثبت نمی کند، به طور همزمان ثبت کنند. برای توجیه زمان حرکت متناهی بین دو یا چند آشکار ساز، آشکار سازها را می توان با تطابق با درنگ به کار برد؛ در این حال رویداد فقط در صورتی ثبت می شود که توالی تپها بر حسب زمان، بازه های مقرر را برآورده کنند.

اتاقک ابری. اتاقک ابری که در سال ۱۹۰۷/۱۲۸۶ توسط ویلسون اختراع شد، از قدیمی ترین وسایل ردنگاری است. طرز کار آن به رفتار بخار فوق اشباع بستگی دارد. وقتی بخاری با يك مایع در تعادل گرمایی باشد، فشار آن همان فشار بخار اشباع شده خواهد بود. نوعاً فشار بخار اشباع شده با افزایش دمای مایع زیاد می شود. فرض می کنیم که بخار اشباع شده ای به طور ناگهانی به گونه بی دررو منبسط شود، به طوری که هیچگونه انرژی گرمایی از آن خارج یا به آن وارد نشود. دمای این گاز افت می کند، ولی فشار آن در این حالت برای دمای کاهش یافته خیلی بالاست و اگر ذرات گرد و خاک یا یونها حضور داشته باشند این گاز در اطراف آنها چگالیده خواهد شد تا فشار خود را برابر فشار بخار اشباع شده نگه دارد. اما اگر این بخار عاری از گرد و خاک و یونها باشد، قطره های ریز مایع نمی توانند شکل بگیرند و انبساط بی دررو بخار فوق اشباع شده تولید می کند؛ يك ذره یونی کننده با عبور از بخار فوق اشباع شده ددی از یونها برجای می گذارد که در اطراف آن چگالش رخ می دهد و مسیر قطره های ریز مایع، به شعاع حدود 10^{-5} متر را می توان به آسانی مشاهده و یا حتی عکسبرداری کرد.

اجزای يك اتاقک ابری در شکل ۷.۸ نشان داده شده است. این اتاقک که حجم آن می تواند برابر $1/27$ متر مکعب باشد، با آمیزه هایی مانند هوا و بخار آب و یا گاز آرگون و الکل کار می کند. برای تولید بخار فوق اشباع، وقتی که تلسکوپ شمارگر که در نزدیکی اتاقک قرار دارد نزدیک شدن یا عبور ذرات را علامت دهد، پیستون به طور ناگهانی به داخل برده می شود. رد قطرات ریز مسیر عبور ذرات باردار را مشخص می کند. در این لحظه اتاقک روشن می شود و دوربینی از این رد عکسبرداری می کند. استفاده از دویا چند دوربین، برای عکسبرداری سه بعدی، تحلیل مسیرها را در سه بعد ممکن می کند. مسیریك تك ذره دارای اهمیت چندانی نیست. رویدادهای هسته ای، که در آنها ذره فرودی با ذرات درون اتاقک برخورد می کند و احیاناً ذرات جدیدی می آفریند، و یا در آنها يك ذره فرودی ناپایدار، در پرواز به سوی ذرات دیگر، واپاشیده و یا منفجر می شود از اهمیت



شکل ۷.۸ اجزای ساده يك اتاقك ابری.

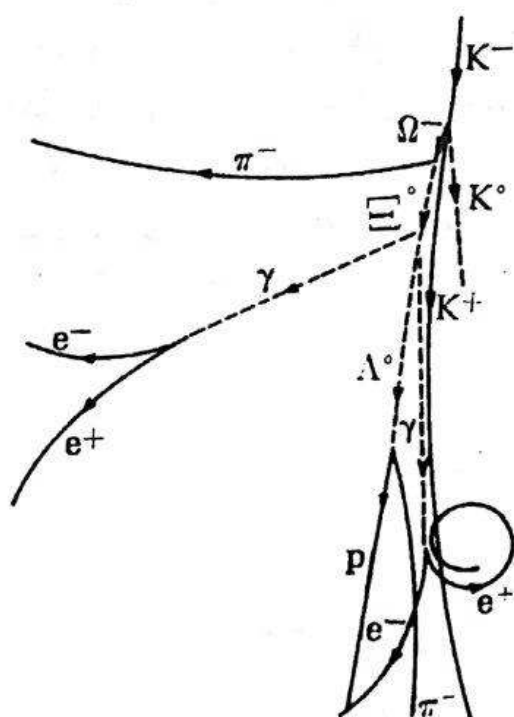
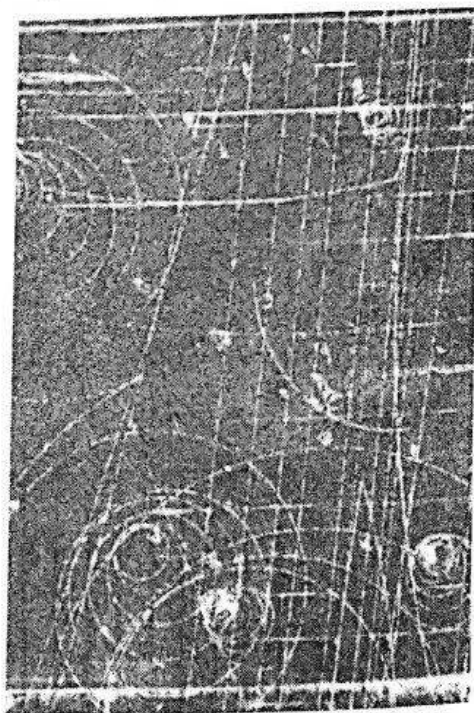
به مراتب بیشتری برخورد دارند. از این رو، يك رویداد هسته‌ای نوعاً رویدادی است که در آن رد ذرات فرودی و ذرات خروجی هر دو پدیدار می‌شوند (البته، يك فوتون یا ذره‌ای که از نظر الکتریکی خنثی است هیچ ردی از خود باقی نمی‌گذارد). با اندازه‌گیری اندازه حرکت ذرات (یعنی با اندازه‌گیری شعاع انحنای آنها در میدان مغناطیسی B ، به کمک رابطه $p = mv = QrB$ ، و اندازه‌گیری راستای نسبی ردها) و با استفاده از قوانین بقای انرژی و اندازه حرکت، می‌توان رویداد را به تفصیل تحلیل کرد؛ شکل ۲۱.۴ عکسی است که در يك اتاقك ابری گرفته شده است.

اتاقكهای ابری دارای نقاط ضعف جدی هستند. چگالی گاز آنقدر پایین است که احتمال اینکه ذره فرودی با ذرات درون گاز برخورد و برهم کنش کند بسیار کم است، زمان برگشت مجدد طولانی است؛ پس از هر انبساط باید به اندازه يك دقیقه صبر کرد تا اتاقك توسط میدان الکتریکی از یونها پاك شود و برای انبساط بعدی آماده شود.

ولی نوع پخشی اتاقك ابری، به‌طور پیوسته و بدون انبساط عمل می‌کند. ته این اتاقك در دمایی به مراتب پایینتر از دمای قسمت بالای آن نگه داشته می‌شود، گاز سنگینی اتاقك را پر می‌کند و بخار سبکی وارد بالای آن می‌شود. این بخار هنگام پخش به‌سوی پایین سرد می‌شود و به‌صورت فوق اشباع درمی‌آید، این اتاقك در همه زمانها در ناحیه بخار فوق اشباع حساس است.

اتاقك حبابی. نقصهای اتاقك ابری تا حدود زیادی در اتاقك حبابی، که توسط گلاسر^۱ در سال ۱۹۵۲/۱۳۳۱ اختراع شد، برطرف می‌شوند. این اتاقك، در اکثر آزمایشهای معاصر، در فیزیک انرژیهای بالا، جای اتاقك ابری را گرفته است.

از آنجا که این اتاقک، به جای گاز فوق اشباع، با مایع فوق گرم کار می کند چگالی ماده فعال در آن اساساً از چگالی ماده فعال در اتاقک ابری بزرگتر است و از این رو احتمال یافتن رویدادهای جالب توجه افزایش می یابد. از يك لحاظ اتاقک حبایی عکس اتاقک ابری است زیرا اتاقک حبایی قطره های ریز بخار تشکیل شده در مایع را به جای قطره های ریز مایع تشکیل شده در بخار به کار می برد (شکل ۸۰۸). در يك اتاقک حبایی نوعی، هیدروژن مایع به کار می رود که در 20 K و در فشار جو به جوش می آید. وقتی فشار به ۵ اتمسفر افزایش یافت، دمای مایع به 27 K می رسد. سپس، اگر فشار ناگهان کاهش یابد مایع به گونه فوق گرم در می آید و دمای آن به طور آنی از دمای نقطه جوش بیشتر می شود. برای اینکه مطمئن شویم که از رویدادهای جالب عکسبرداری می شود می توان وسایل راه اندازی، به ویژه شمارگرهایی که در انطباق اند را با اتاقکهای حبایی به کار برد. ابعاد اتاقکهای حبایی می تواند از مرتبه متر باشد. این اتاقکها به منظور جدا کردن ذرات

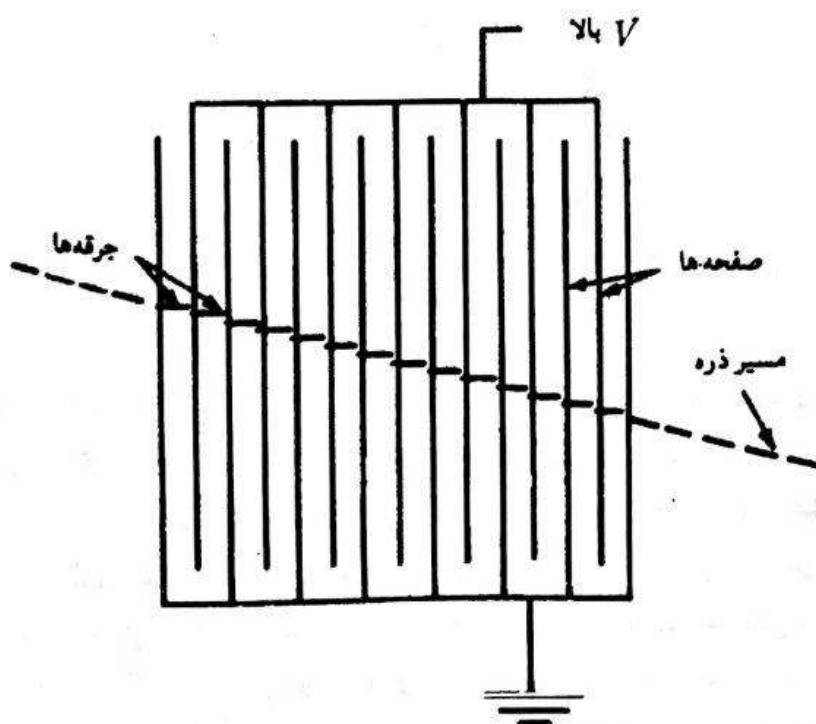


شکل ۸۰۸ عکسی که در اتاقک حبایی ۲ متری حاوی هیدروژن مایع در آزمایشگاه ملی بروکهاون گرفته شده است. در این عکس رد تولید شده توسط ذره ω با بار منفی (Ω^-)، که پس از نیم عمر تقریباً 10^{-10} ثانیه به یک ذره Ξ^0 و یک ذره π^- واپاشیده می شود، نشان داده شده است. این رویداد و رویدادهای بعدی در این طرح ساده مشخص می شوند؛ ذرات خنثی، که هیچ حبایی در هیدروژن مایع تولید نمی کنند و بنابراین هیچ ردی باقی نمی گذارند، توسط خط چین نشان داده شده اند. قبل از مشاهده Ω^- ، وجود آن بر پایه های نظری پیشگویی شده بود. مشخصه های ایسن ذرات و سایر ذرات خاصه فهم در فصل ۱۱ مورد بحث قرار می گیرند.

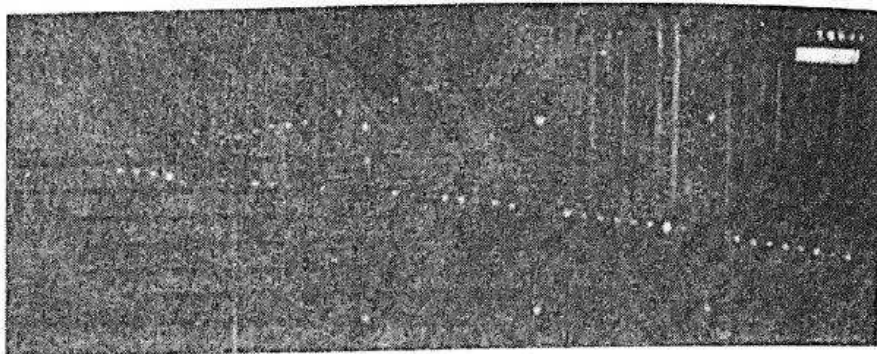
با بار مثبت و منفی و اندازه گیری اندازه حرکت آنها همواره با میدانهای مغناطیسی خارجی به کار می روند.

اتاقك جرقه‌ای. در اتاقك ابری از نوع عكاسی، مسیر ذره باردار، توسط يك سری جرقه که می توان از آنها عكس گرفت ثبت می شود. يك آشكارساز جرقه‌ای در ساده ترین شکل خود به شرح زیر عمل می کند. اختلاف پتانسیل زیادی بین دوسر يك زوج الكترود که در يك گاز بی اثر قرار دارند برقرار می شود. ذره باردار از این ناحیه عبور می کند و یونها تشکیل می شوند؛ این یونها تحت تأثیر میدان الکتریکی شتابدهنده، از طریق برخورد های بین مولکولی تکثیر می شوند تا اینکه بین دو الکترود يك جرقه مرئی بدرخشند. آنگاه یونهای باقیمانده توسط يك میدان الکتریکی پاک کننده از بین برده می شوند، و شمارگر جرقه‌ای برای ثبت مجدد آماده می شود.

اتاقك جرقه‌ای صرفاً مجموعه‌ای از شمارگرهای جرقه‌ای است. صفحات موازی که به فاصله چندین میلی متر از هم قرار دارند در گاز بی اثری مانند نئون غوطه ور می شوند (شکل ۹.۸). ناحیه بین لبه این صفحات توسط دوربینی مشاهده می شود. پس از آنکه ذره‌ای که مسیرش باید عکسبرداری شود به طور عرضی از این صفحات گذشت (همانگونه که توسط شمارگرهای جداگانه علامت داده می شود) يك پتانسیل الکتریکی چند ده کیلوولتی برای متناوب کردن الکترودها به کار می رود؛ یونهایی که در آغاز در اثر عبور ذرات باردار تشکیل



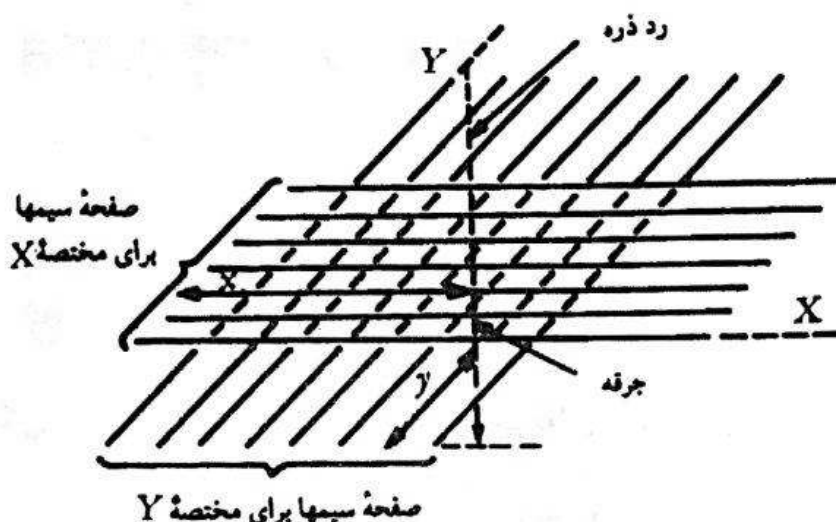
شکل ۹.۸ نمودار طرح وار اتاقك جرقه‌ای.



شکل ۱۰.۸ دو رد در يك عكس اتاقك جرقه‌ای در آزمایشهای مربوط به تأیید وجود فوت‌رینوی وابسته به میون.

شده‌اند تکثیر می‌شوند، جرقه‌ها در شکافهای بین صفحات مجاور تشکیل می‌شوند و عکس گرفته می‌شود. همان‌طور که شکل ۱۰.۸ نشان می‌دهد، در يك اتاقك جرقه‌ای دو یا چند رد را می‌توان به‌طور هم‌زمان ثبت کرد. اگر چه اتاقك جرقه‌ای قدرت تفکیک فضایی بسیار بالای اتاقك حبایی را ندارد، اما برتری ویژه آن این است که بازه زمانی غیر حساس آن بین جرقه‌های پی‌درپی، یا زمان مرگ (به کوتاهی ۱۰ میکروثانیه) خیلی کوتاه است و نسبت رویدادهای جالب به رویدادهای زمینه دسترس پذیر ناشی از باریکه‌های با شدت زیاد خیلی بالاست.

وسیله پیچیده‌تر از اتاقك جرقه‌ای، اتاقك جرقه‌ای سیمی است که در آن صفحات الکترود یکنواخت اتاقك جرقه‌ای عکاسی با لایه‌هایی از سیمهای موازی که به‌طور یکنواخت قرار گرفته‌اند تعویض شده‌اند، سیمها در لایه‌های يك درمیان و موازی قرار دارند و به يك پتانسیل بالا وصل شده‌اند؛ مجموعه دیگری از سیمها، که بر سیمهای مجموعه اول عمودند، در لایه‌های يك در میان به زمین وصل می‌شوند. وقتی جرقه‌ای که از عبور يك ذره باردار تولید می‌شود، بین دو سیم از لایه‌های مجاور عبور کند، علامتهای الکتریکی با سرعت ثابت در امتداد دو سیم حرکت می‌کنند و زمان ورود هر يك از این دو علامت به انتهاهای سیم، که نوعاً به وسیله اثر مغناطیسی نشان داده می‌شود، با فواصل این جرقه از انتهاهای سیم متناظر است (شکل ۱۱.۸). در واقع، يك سری جرقه، که ناشی از عبور يك ذره از چندین لایه اتاقك جرقه‌ای است، علامتهای متناظری را در سیمهای دیگر نیز تولید می‌کند. آنگاه شناسایی سیمهای حامل علامتها و زمان ورود آنها را می‌توان به کامپیوتری خوراند تا بتوان مسیر ذره را در سه بعد بازسازی کرد. از آنجا که اتاقك جرقه‌ای سیمی کاملاً الکترونیکی است، هیچگونه درنگ ناشی از ظهور ثبت عکاسی وجود ندارد و دستگاه را می‌توان برای ثبت رویدادهایی به بسامد ۱۰۰ مرتبه در ثانیه به کار انداخت.

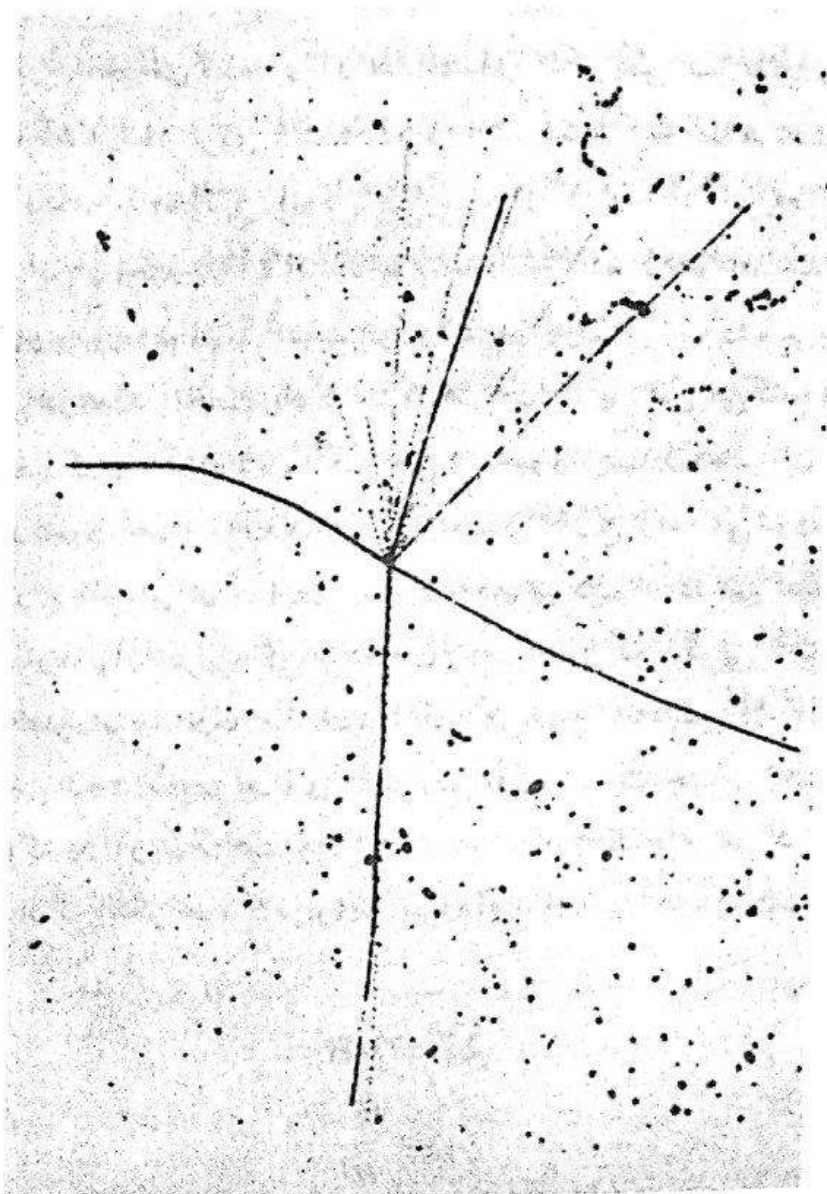


شکل ۱۱۰۸ دولایه از سیمهای موازی که به طور یکنواخت در یک اتاقک جرقه‌ای سیمی قرار گرفته‌اند.

امولسیونهای هسته‌ای. امولسیون عکاسی که برای ثبت رد ذرات باردار به کار می‌رود امولسیون هسته‌ای نام دارد (شکل ۱۲۰۸). این امولسیون معمولاً ضخیمتر و حساستر از امولسیونهایی است که در عکاسی عادی به کار می‌روند و پس از ظهور، رد یونها را به صورت مرئی ارائه می‌دهد؛ زیرا با عبور ذره باردار از حجم حساس، یک تصویر نهان می‌تواند توسط رد ذره تولید شود که پس از ظهور به صورت مرئی درمی‌آید. برد ذره در امولسیون هسته‌ای به انرژی آن بستگی دارد و از اندازه‌گیری برد برای تعیین انرژی ذره می‌توان استفاده کرد. برای مثال در یک امولسیون نوعی، یک پروتون با انرژی ۱۵ مگا الکترون‌ولت ردی به طول ۵۰ میلیمتر تولید می‌کند؛ در حالی که رد یک پروتون ۲۵ مگا الکترون‌ولتی، ۲۵ میلیمتر است. جرم ذره، به چگالی دانه‌های امولسیون در امتداد رد مربوط می‌شود؛ به علاوه با آهسته شدن هر ذره، تعداد دانه‌های امولسیون افزایش می‌یابد. امولسیون هسته‌ای، همانند اتاقکهای ابری و حبابی تحلیل برخوردها و واکنشهای هسته‌ای را از طریق اندازه‌گیری انرژیها، جرمها و راستاهای نسبی ذرات شرکت‌کننده میسر می‌کند. اگرچه بررسی میکروسکوپی ردهای ذره در امولسیونها نسبتاً خسته‌کننده است، اما این وسایل رد نگاری از لحاظ کوچکی اندازه، سبکی وزن، و سادگی دارای برتری هستند. به علاوه، یک امولسیون هسته‌ای دائماً حساس است.

۳۰۸ وسایل اندازه‌گیری سرعت، اندازه حرکت و جرم

مشخصههایی چون هویت و انرژی یک ذره را می‌توان با استفاده از درآشامی آن ذره در



شکل ۱۲۰۸ ردهای تولید شده در يك صفحهٔ امولسیون هسته‌ای توسط
برهم‌کنش ذرات انرژی بالای پرتوهای کیهانی با دانه‌های امولسیون.

مواد و یا اثارهای یونشی آن در اسبابهای آشکارساز تعیین کرد. اما تمام این اندازه‌گیریها از دقت نسبتاً محدودی برخوردارند. در این بخش، اسبابهایی که توسط آنها سرعت، اندازه حرکت، جرم و انرژی ذرات باردار را می‌توان با دقت بسیار زیاد اندازه‌گیری کرد بررسی می‌کنیم.

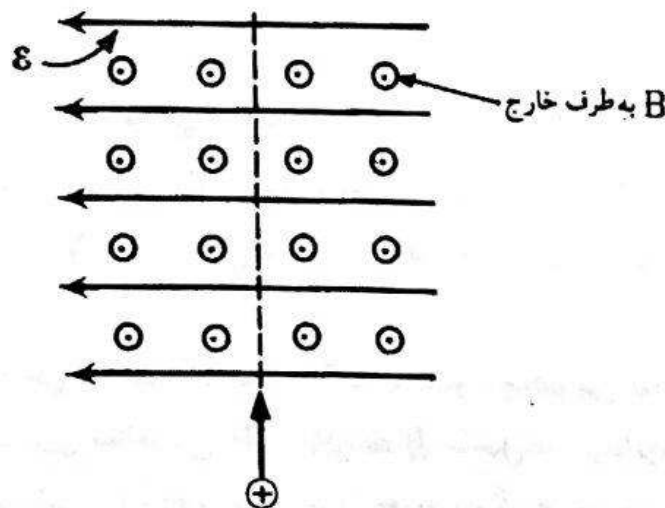
يك ذرهٔ باردار، ضمن حرکت در خلا، فقط به‌طور محسوس تحت تأثیر نیروی الکتریکی $F = Q\mathcal{E}$ و نیروی مغناطیسی $F = Qv \times B$ حاصل از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی خارجی قرار می‌گیرد. تمام وسایل مربوط به اندازه‌گیری سرعت، اندازه حرکت و جرم برای تعیین مسیر يك ذرهٔ باردار صرفاً از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی (به‌تنهایی یا ترکیبی از هر دو) استفاده می‌کنند. هر دستگاه شامل سه قسمت است: يك چشمه یا باریکه‌ای

از ذرات باردار، ناحیه‌ای که در آن میدانهای الکتریکی یا مغناطیسی بر ذرات وارد می‌شوند، و يك آشکارساز برای ثبت ورود ذرات. آنچه که در هر اسبابی انجام می‌شود عبارت است از ایجاد به اصطلاح يك رشته مانع برای ذرات باردار به طریقی که اگر این ذرات موفق شوند از چشمه به آشکارساز برسند، با استفاده از معلومات میدانهای الکتریکی و مغناطیسی وارد بر ذره بتوان به کمیت مورد نظری چون سرعت ذره پی برد.

گزینشگر سرعت. نخست يك گزینشگر سرعت را بررسی می‌کنیم (شکل ۱۳۰۸). به ناحیه‌ای از فضا که در آن میدان الکتریکی $\mathcal{E}$ به سوی چپ و همزمان میدان مغناطیسی B در جهت عمود بر صفحه کاغذ و به سمت خارج وارد می‌شود، باریکه‌ی باربری از ذرات باردار پرتاب می‌شود. این پرتو فرودی مرکب از ذراتی است که می‌توانند دارای جرمها، بارها (از نظر بزرگی و علامت) و سرعتهای گوناگونی باشند. ذره‌ای به جرم m و بار $+Q$ عمود بر میدانهای متقاطع الکتریکی $\mathcal{E}$ و مغناطیسی B وارد این میدانها می‌شود. این ذره تحت تأثیر نیروی الکتریکی $Q\mathcal{E}$ به سمت چپ و تحت تأثیر نیروی مغناطیسی QvB که در آن v سرعت ذره است، به سمت راست قرار می‌گیرد؛ اگر این ذره بدون انحراف از گزینشگر عبور کند بر ایند نیروهای وارد بر آن باید صفر باشد؛ یعنی باید داشته باشیم

$$Q\mathcal{E} = QvB$$

$$v = \frac{\mathcal{E}}{B} \quad (2.8)$$



شکل ۱۳۰۸ يك گزینشگر سرعت، که شامل میدانهای الکتریکی و مغناطیسی متقاطع است.

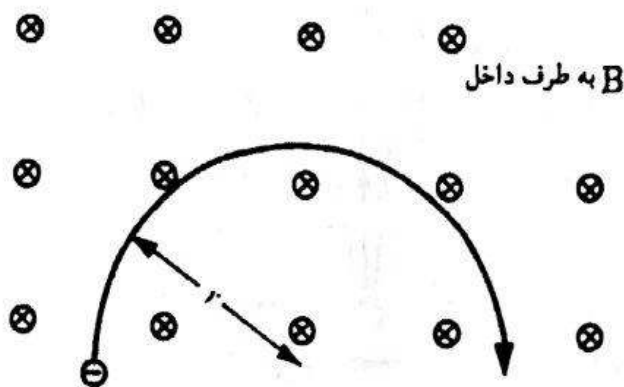
از این رو، تنها ذراتی که سرعت آنها با نسبت $\mathcal{E}/B$ برابر است بدون انحراف به سوی چپ یا راست از گزینشگر خارج خواهند شد؛ وقتی $\mathcal{E}$ و B معلوم باشند، سرعت ذرات موجود در باریکه خروجی نیز معلوم خواهد بود. توجه کنید که تمام ذراتی که بزرگی سرعت آنها با $\mathcal{E}/B$ برابر است، با وجود اختلاف در جرم یا در علامت یا در بزرگی بار الکتریکی، بدون انحراف عبور می‌کنند.

گزینشگر اندازه حرکت. حال وسیله‌ای را برای اندازه‌گیری اندازه حرکت یک ذره باردار در نظر می‌گیریم. در این حالت تنها یک میدان مغناطیسی یکنواخت مورد نیاز است، این میدان در شکل ۱۴۰۸ عمود بر صفحه کاغذ و به طرف داخل است و ذرات با بار منفی در امتداد عمود بر خطوط ایسن میدان حرکت می‌کنند. نیروی مغناطیسی در راستای عمود بر سرعت وارد می‌شود و ذره را در یک مسیر دایره‌ای به شعاع r منحرف می‌کند، در نتیجه

$$QvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$mv = QBr \quad (۹.۳) \text{ و } (۳.۸)$$

اندازه حرکت p مستقیماً با شعاع r متناسب است؛ همه ذراتی که دارای بار یکسان Q و اندازه حرکت یکسان mv هستند در مسیرهایی با شعاع انحنای یکسان حرکت می‌کنند. لازم به تذکر است که جرم m که در رابطه (۳.۸) ظاهر شده است جرم نسبیتی و، بنابراین، اندازه حرکت mv نیز نسبیتی است (بخش ۱۰.۳). کوانتوم Br ، که اندازه حرکت نسبیتی ذرات با بار معلوم Q با آن متناسب است را گاهی سختی مغناطیسی می‌نامند. اگر هویت یک ذره باردار معلوم باشد - بار آن Q ، جرم سکون آن m_0 یا انرژی



شکل ۱۴۰۸ گزینشگر اندازه حرکت، که شامل یک میدان مغناطیسی یکنواخت است.

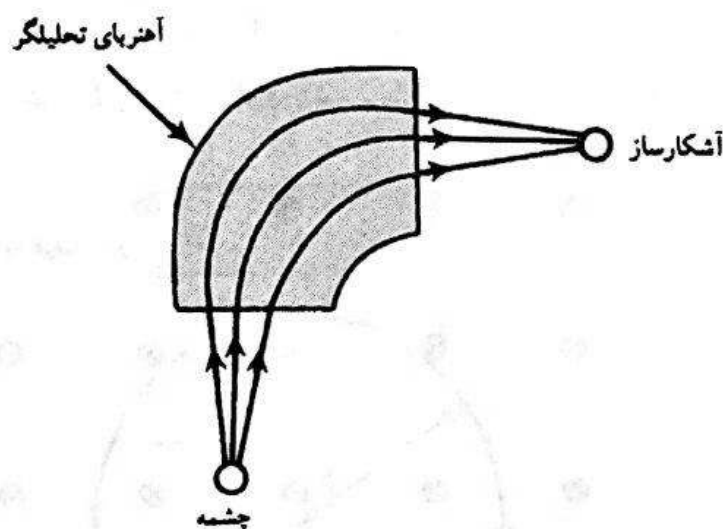
سکون آن E_0 - تعیین اندازه حرکت $p = QBr$ این ذره، از طریق اندازه‌گیری انحنای (r) آن در میدان مغناطیسی معلوم B ، محاسبه مستقیم انرژی جنبشی نسبی $E_k = E - E_0 = E - m_0 c^2$ را میسر می‌کند. رابطه نسبیتی عمومی بین انرژی و اندازه حرکت را به کار می‌بریم

$$E^2 = (pc)^2 + E_0^2 \quad (۱۴.۳)$$

یا

$$(E_k + E_0)^2 = (QBr)^2 c^2 + E_0^2 \quad (۴.۸)$$

از این رو، اندازه‌گیری انحنای ردها در عکس اتاقک حبابی محاسبه انرژی ذرات را با استفاده از رابطه (۴.۸) امکانپذیر می‌کند. یک ذره باردار هنگام عبور از یک محیط معین با آهنگ dE/dx انرژی از دست می‌دهد و چگالی رد این ذره با این آهنگ تعیین می‌شود. این چگالی منحصرأ به جرم ذره مربوط است و در نتیجه آن هویت ذره مشخص می‌شود. تحلیلگرهای اندازه حرکت مغناطیسی معمولاً برای پذیرفتن ذراتی که میره‌های گوناگونی را از چشمه تا آشکارساز نهایی طی می‌کنند طرح می‌شوند (شکل ۱۵.۸). ذراتی که به‌طور واگرا از چشمه کوچکی دور می‌شوند در میدان مغناطیسی یکنواخت بر قوسهای دایره‌ای حرکت می‌کنند و سپس در ناحیه کوچکی از آشکارساز همگرا می‌شوند. می‌توان چنان پنداشت که باریکه ذرات، همچنان که توسط میدان مغناطیسی منحرف می‌شود،



شکل ۱۵.۸ آهنربای تحلیلگر، ذراتی که به‌طور واگرا از چشمه خارج می‌شوند را کانونی و به‌سوی آشکارساز همگرا می‌کند.

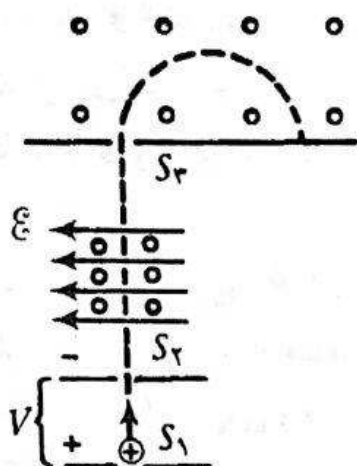
کانونی نیز می‌شود؛ و نیز می‌توان چشمه و آشکارساز را هم‌ارز يك جسم نقطه‌ای نوری و تصویر نقطه‌ای آن در نظر گرفت. برتری آشکارچنین ترتیبی در آن است که ذرات بیشتری از چشمه پذیرفته و بر روی آشکارساز کانونی می‌شوند، و در نتیجه حساسیت تحلیلگر مغناطیسی اصلاح می‌شود.

يك نوع طیف‌نگار مغناطیسی طیف‌سنج پرتو β است. این طیف‌سنج را می‌توان در اندازه‌گیری اندازه حرکت الکترونهاي گسیل شده از هسته‌های با انرژی تا چند مگاالکترون ولت، یا در اندازه‌گیری اندازه حرکت الکترونهاي رها شده در برخورد فوتوالکتريك و برخورد کامپتون پرتوهای x و پرتوهای γ به کار برد.

انرژی جنبشی ذره‌ای با انرژی بالا را می‌توان به آسانی توسط اندازه‌گیری اندازه حرکت آن با يك میدان مغناطیسی تعیین کرد. اصولاً انرژی الکترونهاي ۱ مگاالکترون ولتی را می‌توان با پی‌بردن به اینکه توسط يك پتانسیل کندکننده ۱ میلیون ولتی به حال سکون درمی‌آیند اندازه‌گیری کرد. البته، این کار عملاً غیرممکن است و باید به تعیین غیرمستقیم انرژی ذره‌ای با سرعت بسیار بالا به وسیله اندازه‌گیری اندازه حرکت آن متوسل شد.

طیف‌سنج جرمی. وسیله اندازه‌گیری جرم يك اتم یونیده را طیف‌سنج جرمی می‌گویند. خواهیم دید که در فیزيك هسته‌ای دانستن جرم اتمها با دقت يك در صد هزار از اهمیت زیادی برخوردار است؛ چنین دقت بالایی را می‌توان در طیف‌سنج جرمی به دست آورد. اگرچه طیف‌سنجهای جرمی می‌توانند به اشکال گوناگون باشند، ولی ما فقط یکی از ساده‌ترین آنها را بررسی خواهیم کرد.

از آنجا که اندازه حرکت خطی p يك ذره، mv است بدیهی است که گزینشگر جرمی با طیف‌سنج جرمی را می‌توان از ترکیب يك گزینشگر سرعت و يك گزینشگر اندازه حرکت ساخت. وسیله‌ای که به طور طرح‌وار در شکل ۱۶.۸ نشان داده شده است را در نظر می‌گیریم. یونها از چشمه‌ای از طریق شکاف S_1 می‌گذرند و در اثر اختلاف پتانسیل V شتاب می‌گیرند. پس از عبور از شکاف S_2 به يك گزینشگر سرعت می‌رسند. فقط آن یونهایی که با سرعت E/B_1 حرکت می‌کنند از شکاف S_3 خارج می‌شوند؛ در این کسر E میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات قائم و B_1 میدان مغناطیسی یکنواخت عمود بر صفحه کاغذ و به سوی خارج است که به ناحیه گزینشگر سرعت محدود است. یونها باقیمانده، پس از عبور از شکاف S_3 وارد میدان مغناطیسی یکنواخت دیگری (B_2) می‌شوند که عمود بر صفحه کاغذ و به سوی خارج است؛ این یونها در این میدان منحرف می‌شوند و در دایره‌ای به شعاع r حرکت می‌کنند. با استفاده از روابط (۲.۸) و (۳.۸) داریم



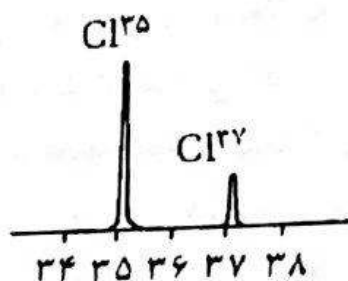
شکل ۱۶۰۸ اشکال ساده طیف‌سنج جرمی شامل یک گزینشگر سرعت که گزینشگر اندازه حرکت بعد از آن قرار گرفته است.

$$\frac{m}{Q} = \frac{B_2 r}{v} = \frac{B_2 r}{E/B_1} \quad (5.8)$$

که در آن نسبت جرم به بار، m/Q ، را می‌توان مستقیماً محاسبه کرد. اگر بار یون معلوم باشد (برای یک اتم یک بار یونیده $Q=e$ است) جرم را می‌توان تعیین کرد. جرم m مستقیماً با شعاع r متناسب است. توجه کنید که جرم یون باردار مستقیماً اندازه‌گیری می‌شود، اما هرگاه تصحیحی برای کمبود الکترون‌ها منظور شود، جرم اتم خنثی را نیز می‌توان تعیین کرد. وقتی یون‌هایی با جرم‌های گوناگون بر روی صفحه عکاسی (طیف‌نگار جرمی) فرود آیند طیف جرمی یون‌ها ثبت می‌شود. به عبارت دیگر، اگر این یون‌ها در یک آشکارساز که در پشت شکافی که به فاصله ثابت $2r$ از شکاف ورودی S_2 قرار دارد جمع شوند رسم جریان جمع‌کننده بر حسب میدان مغناطیسی متغیر B_2 طیف جرمی را به دست می‌دهد.

تمامی انواع طیف‌سنج‌های جرمی، هرچند از برخی جهات متفاوت‌اند، اما شامل یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی، همزمان یا متوالی هستند. نخستین طیف‌سنج جرمی در سال ۱۹۱۲/۱۲۹۱ توسط تامسون ساخته شد، او دریافت که در عنصر شیمیایی معینی می‌تواند شامل اتم‌هایی باشد که دارای چندین مقدار گسسته جرم اتمی‌اند. چنین اتم‌هایی که دارای عدد اتمی یکسان Z و بنا بر این از لحاظ شیمیایی غیر قابل تمیز، ولی دارای مقادیر گوناگون جرم اتمی‌اند به ایزوتوپ‌ها مشهورند.

برای مثال، عنصر کلر ^{35}Cl که وزن اتمی آن در طبیعت برابر ۳۵٫۴۵۳ است را در نظر می‌گیریم. طیف‌سنج جرمی نشان می‌دهد که کلر دارای دو ایزوتوپ با جرم‌های اتمی



شکل ۱۷۰۸ طیف جرمی کلر اتمی خنثی.

۳۴۹۹۶۹ u و ۳۶۹۹۶۶ u است. بنا به تعریف، جرم يك اتم خنثی از ایزوتوپ کربن ^{12}C ۱۲ u است. کلر طبیعی، که آمیزه‌ای از دو ایزوتوپ است دارای جرم ۳۵٫۴۵۳ است، که به هیچ وجه به يك عدد درست نزدیک نیست؛ در حالی که دو ایزوتوپ مجزای ^{35}Cl و ^{37}Cl با فراوانیهای نسبی ۷۵٫۵۳ و ۲۴٫۴۷ درصد به ترتیب دارای جرمهای اتمی هستند که به اعداد درست ۳۵ و ۳۷ (به اصطلاح اعداد جرمی) خیلی نزدیک اند؛ طیف جرمی کلر که توسط يك طیف سنج جرمی اندازه گیری شده است، در شکل ۱۷۰۸ نشان داده شده است. هر عنصر شیمیایی شامل يك یا چند ایزوتوپ است که جرمهای آنها بر حسب واحد اتمی خیلی نزدیک به (نه مساوی با) اعداد درست است. این انحراف جزئی جرمهای اتمی از مقادیر درست، اطلاعات ارزنده‌ای را در مورد ساختار هسته‌ها به دست می‌دهد.

۵۰۸ شتابدهنده‌های با انرژی بالا

درک ما از ساختار ماده همواره با توسعه ماشینهایی که توانایی شتاب دادن به ذرات باردار تا انرژیهای فوق العاده زیاد را داشته‌اند همراه بوده است. قبلاً دیدیم که بمباران اتمها توسط الکترونهايي که تا چندین الکترون ولت شتاب گرفته‌اند می‌تواند الکترونهاي خارجی و با قید ضعیف آنها را برانگیخته یا یونیده کند و گسیل فوتون نوری را موجب شود؛ از چنین آزمایشهایی می‌توان انرژی برانگیختگی و یونشی اتمها را تعیین کرد و ساختار الکترونی خارجی آنها را به دست آورد. وقتی اتمها با الکترونهايي که تا انرژیهای ۱۰۳ یا ۱۰۴ الکترون ولت شتاب گرفته‌اند بمباران شوند، درونیتري الکترونهاي آنها نیز که قویاً مقیدند، می‌توانند از جای خود رانده شوند و گسیل فوتونی پرتو x تولید کنند؛ به کمک چنین آزمایشهایی می‌توان ساختار الکترونی داخلی اتمها را تعیین کرد. در تمام این آزمایشها هسته اتم به صورت يك جرم نقطه‌ای با بار مثبت یا بی‌اثر، که دارای هیچ ساختار داخلی

نیست رفتار می‌کند. این بدان معنا نیست که بگوییم هسته اتم واقعاً به صورت بار نقطه‌ای و جرم نقطه‌ای ساده‌ای است؛ بلکه بدان معنا است که بمباران اتم توسط ذراتی که انرژی آنها بیشتر از چندین هزار الکترون‌ولت نیست هیچگونه تغییرات محسوسی در هراساختار داخلی که هسته ممکن است دارا باشد تولید نمی‌کند.

همان‌طور که در فصل ۹ خواهیم دید ذرات تشکیل‌دهنده هسته با انرژیهای چند میلیون الکترون‌ولتی به هم مقیدند؛ بنابراین، اگر قرار باشد که ساختار داخلی و آرایش ذرات تشکیل‌دهنده هسته تغییر کند به‌طوری که بتوان ساختار هسته را مطالعه کرد باید به هسته انرژی از مرتبه میلیونها الکترون‌ولت داده شود. مستقیم‌ترین وسیله تغییر ساختار هسته‌ها عبارت است از بمباران آنها (و بنابراین هسته‌ها) توسط ذراتی که تا انرژیهای خیلی بالا شتاب گرفته‌اند. بنابراین، پیشرفت فیزیک هسته‌ای و فیزیک ذرات بنیادی به اختراع و طرح ماشینهایی که بتوانند ذرات باردار را تا انرژی جنبشی چندین مگاالکترون‌ولت و حتی چندصد جیگاالکترون‌ولت شتاب بدهند، بستگی دارد.

انگیزه اصلی ساختن شتابدهنده‌های با انرژی بسیار بالا آن است که ذرات شتاب گرفته را بتوان برای آفریدن ذرات ناپایداری که به آسانی در طبیعت یافت نمی‌شوند به کار برد و آنها را مطالعه کرد. برای مثال، پادپروتونها از برخورد پروتونها با انرژی ۶ جیگاالکترون‌ولتی با پروتونها در حال سکون آفریده می‌شوند. به علاوه، با افزایش انرژی و اندازه حرکت یک ذره طول موج آن ($\lambda = h/p$) کاهش می‌یابد، به‌طوری که برای مثال یک الکترون با انرژی ۲۰ جیگاالکترون‌ولت دارای طول موجی کوچکتر از 10^{-16} متر است، درحالی که اندازه هسته نوعی در حدود 10^{-14} متر است. در واقع، الکترونها با انرژی بالا را می‌توان برای کاوش دقیق توزیع بار الکتریکی داخل یک هسته یا حتی داخل یک پروتون به کار برد.

یک ماشین شتابدهنده ایده‌آل باریکه‌ای از ذرات باردار با انرژی (مشخص) شدت زیاد با تعداد زیادی ذره تولید می‌کند. انرژی این باریکه باید زیاد باشد، زیرا فقط در این صورت ساختار هسته‌ای می‌تواند در اثر برخورد ذرات با هسته‌های هدف یا در اثر آفرینش ذرات جدید به‌طور محسوس تغییر کند؛ شدت این باریکه نیز به‌طور ایده‌آل باید زیاد باشد، زیرا به‌خاطر فوق‌العاده کوچک بودن مساحت هدف احتمال برخورد بین ذره ورودی و هسته هدف بسیار کم است.

تمامی شتابدهنده‌های ذرات باردار بر این حقیقت استوارند که انرژی یک ذره باردار وقتی تغییر می‌کند که تحت تأثیر میدان الکتریکی واقع شود. میدان مغناطیسی ثابت هیچ کاری بر روی ذره متحرک انجام نمی‌دهد و نمی‌تواند انرژی آن را تغییر دهد؛ به عبارت

دیگر، میدان مغناطیسی متغیر میدان الکتریکی تولید می‌کند که به نوبه خود می‌تواند به ذره باردار شتاب بدهد. بنابراین، تمام شتابدهنده‌های انرژی بالا، انرژی ذرات باردار را با اعمال میدان الکتریکی بر آنها تغییر می‌دهند، که این میدان الکتریکی یا مستقیماً از ذرات باردار به دست می‌آید و یا به‌طور غیرمستقیم از میدان مغناطیسی متغیر.*

قبل از توصیف انواع اساسی شتابدهنده‌ها به دو مسئله فنی مهم که در طرح هر شتابدهنده‌ای باید حل شوند اشاره می‌کنیم. این مسائل عبارت‌اند از برقراری يك خلا^۱ بسیار زیاد در داخل ماشین و کانونی کردن باریکه ذرات شتاب گرفته توسط میدانهای الکتریکی یا مغناطیسی. خلا^۲ بسیار زیاد احتمال برخورد با مولکولهای گاز و در نتیجه اتلاف شدت مفید باریکه را کاهش می‌دهد. کانونی کردن، بازگشت ذرات شتاب گرفته‌ای را که به اندازه جزئی از مسیر ایده‌ال طرح (که ممکن است به طول چندین کیلومتر بین چشمه یونی و هدف باشد) منحرف می‌شوند تأمین می‌کند و بنا براین آنها را در باریکه مفید نگه می‌دارد. هرچند مسائل خلا^۳ بسیار زیاد و کانونی کردن در طرح همه شتابدهنده‌ها بسیار مهم‌اند اما فقط توجه خود را به اصول اساسی مربوط به شتاب ذرات معطوف می‌کنیم (بعضی از جنبه‌های کانونی کردن در مسائل ۳۳ تا ۳۶ مطرح شده‌اند).

دو نوع عمومی از شتابدهنده‌های ذرات باردار عبارت‌اند از شتابدهنده‌های خطی که در آنها ذرات باردار در امتداد يك خط مستقیم حرکت می‌کنند؛ و شتابدهنده‌های چرخه‌ای که در آنها این ذرات در مسیرهای خمیده حرکت می‌کنند و دوباره دور می‌زنند. شتابدهنده‌های خطی که در اینجا توصیف می‌شوند عبارت‌اند از مولد وان دوگراف و شتابدهنده لوله سوسی؛ شتابدهنده‌های چرخه‌ای نیز عبارت‌اند از سیکلوترون، سنکرو-سیکلوترون و سنکروترون.

شتابدهنده خطی. برای بالابردن ولتاژ تعدادی از ماشینهای شتابدهنده با انرژی نسبتاً پایین (که ذرات را تا انرژیهای ۱ مگا الکترون‌ولت شتاب می‌دهند) از وسایل متداولی چون مبدل‌های افزایشنده یا خازنهایی که به‌طور موازی باردار و سپس به‌طوری

* ماشین شتابدهنده‌ای که با استفاده از میدان مغناطیسی متغیر میدان الکتریکی تولید می‌کند بتاترون نام دارد که شتابدهنده الکترونها با انرژی بالاست. در مورد طرز کار این ماشین ر ك بخش ۶.۳۱ کتاب

Weidner and Sells, *Elementary Classical Physics*, 2nd ed.

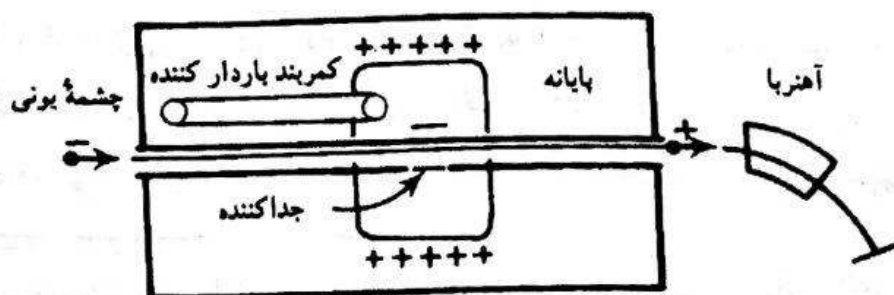
در اینجا بحث در مورد خصوصیات آن را حذف می‌کنیم، زیرا اصولاً دیگر از بتاترون به عنوان ابزار پژوهشی در فیزیک هسته‌ای استفاده نمی‌شود بلکه اغلب برای تولید پرتوهای x با الکترونها تندر و به کار می‌رود.

سری به هم بسته شده‌اند، استفاده می‌شود. ولی همه این ماشینها (در اثر تخلیه الکتریکی) سرانجام به ولتاژ تقریباً ۱ میلیون ولتی محدود می‌شوند.

شتابدهنده‌های خطی را در محاوره «linacs»^{*} می‌نامند.

موفقترین ماشین برای شتاب دادن به ذرات در امتداد خط مستقیم، با استفاده از اختلاف پتانسیل زیاد، مولد الکتروستاتیکی وان دوگراف است، که در سال ۱۹۳۱/۱۳۱۰ توسط وان دوگراف اختراع شد. این ماشین می‌تواند ذراتی را که یک مرتبه باردار شده‌اند تا انرژیهای حدود ۳۰ مگا الکترون ولت شتاب دهد. حسن عمده این ماشین شدت زیاد باریکه (چند میلی آمپر) و انرژی دقیقاً کنترل شده (تا ۱۰ درصد) آن است.

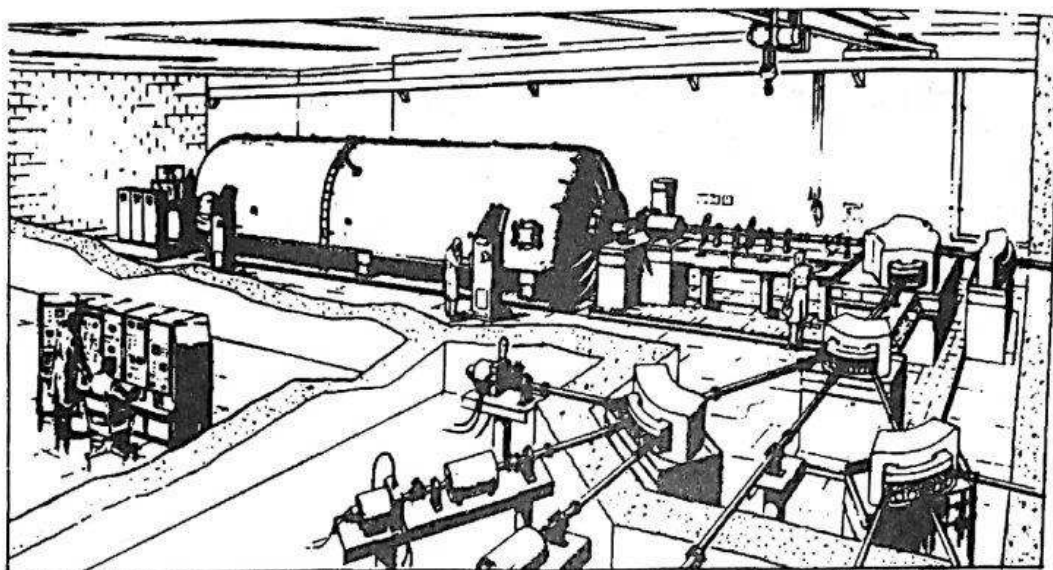
اصل فیزیکی که این ماشین بر آن مبتنی است بار الکتریکی واقع در داخل یک رسانای فلزی توخالی است که باید، صرف نظر از مقدار باری که قبلاً روی سطح خارجی قرار گرفته است، همواره به این سطح حرکت کند. در اینجا به شتابدهنده پشت سرهم وان دوگراف که اخیراً تکامل یافته است می‌پردازیم. در این شتابدهنده، برای دوبار شتاب دادن به ذرات توسط تغییر علامت بار ذره در نیمه راه فرایند، از یک اختلاف پتانسیل الکتریکی زیاد استفاده می‌شود. شکل ۱۸.۸ نمودار قسمتهای اساسی یک ماشین پشت سرهم است و شکل ۱۹.۸ یک ماشین پشت سرهم را با وسایل مربوط به آن نشان می‌دهد. یک تسمه باردارکننده الکترونها را از پایانه واقع در مرکز ماشین به دور می‌برد؛ این پایانه یک رسانای توخالی است که پتانسیل مثبت آن می‌تواند تا ۱۰ مگا ولت برسد. یک چشمه یونی، یونهای منفی هیدروژن (H^-) را که هر کدام شامل یک پروتون و دو الکترون مقیدند تولید



شکل ۱۸.۸ قسمتهای اساسی شتابدهنده پشت سرهم وان دوگراف.

• linacs مخفف linear accelerators (شتابدهنده‌های خطی) است. -۴.

•• در یک بخش ۷.۲۵ کتاب زیر



شکل ۱۹.۸ شتابدهنده پشت سرهم وان دوگراف و آهنرباهای منحرف کننده، جدا کننده و کانونی کننده مربوط به آن.

می‌کند. یونهای منفی به اتاقک شتاب در پتانسیل زمین وارد می‌شوند و پس از کسب انرژی جنبشی زیاد سرانجام به پایانه مرکزی با بار مثبت وارد می‌شوند. این یونها، در داخل این پایانه از يك برگ نازك يسا يك گاز (جداکننده) عبور می‌کنند و پس از اذست دادن دو الکترون خود به صورت پروتونهای با بار مثبت خارج شوند. آنگاه این پروتونها، هنگامی که از پتانسیل زیاد به خروجی شتابدهنده در پتانسیل زمین می‌روند برای بار دوم شتاب می‌گیرند. از این رو، پتانسیل پایانه ۱۰ میلیون ولتی، پروتونهای با انرژی ۲۰ مگا الکترون-ولت تولید می‌کند. سپس این ذرات باردار از آهنربایی که آنها را منحرف می‌کند و همچنین آنها را به صورت باریکه‌ای از ذرات تک انرژی کانونی می‌کند عبور می‌کنند و به هدف می‌رسند.

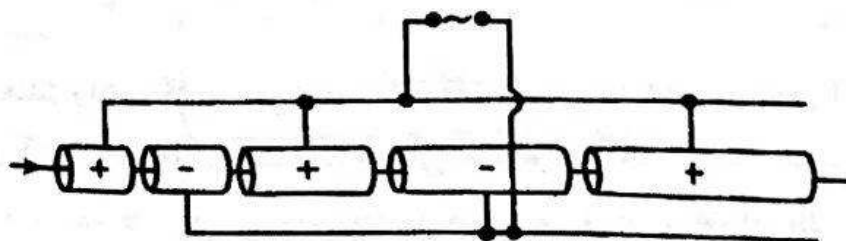
شتابدهنده وان دوگراف می‌تواند باریکه پیوسته و با شدت زیادی از یونهای مثبت را که انرژی آنها به ۳۰ مگا الکترون ولت می‌رسد تولید کند. این شتابدهنده با شتاب دادن به الکترونها و با بدسکون در آوردن آنها در هدف می‌تواند به عنوان يك مولد باریکه X نیز به کار رود. اختلاف ولتاژ و، بنابراین، انرژی ذره در این شتابدهنده را می‌توان با تنظیم نشت بار از پایانه مثبت دقیقاً کنترل کرد؛ اما انرژی بیشینه ذره، سرانجام به وسیله نشت غیر قابل اجتناب بار محدود می‌شود.

دو نوع عمومی از شتابدهنده‌های خطی، که در آنها ذرات باردار در طول يك خط

مستقیم چندین مرتبه شتاب می گیرند، عبارت اند از شتابدهنده لوله-سوقی (ویدرو^۱ ۱۳۵۸/ ۱۹۲۹) و شتابدهنده موجبر (فرای^۲ ۱۳۲۶/ ۱۹۴۷). در ماشین لوله-سوقی، ذرات به وسیله میدان الکتریکی بین رساناهایی که با عایق از هم جدا شده اند به کرات شتاب می گیرند؛ در ماشین موجبر توسط يك میدان الکتریکی که در يك رسانای توخالی برقرار می شود شتاب می گیرند. فقط نوع اول را به تفصیل بررسی خواهیم کرد.

ذرات باردار به لوله دراز، مستقیم و تخلیه شده ای وارد می شوند که در داخل آن تعدادی استوانه رسانای توخالی که طول آنها نسبت به یکدیگر افزایش می یابد قرار دارد (شکل ۲۵۰۸). این استوانه ها يك در میان به پایانه های مقابل يك مولد با بسامد رادیویی متصل اند؛ از این رو، يك میدان الکتریکی متغیر سینوسی در ناحیه بین هر دو استوانه مجاور وجود دارد. فرض می کنیم که یونهای مثبت با سرعت ثابت از اولین استوانه سوق یا بند. وقتی این یونها، از شکاف بین اولین دو استوانه در آن قسمت از چرخه که در آن استوانه دوم نسبت به استوانه اول منفی است عبور کنند، توسط میدان الکتریکی به سوی جلو شتاب داده می شوند. این یونها سپس با سرعتی ثابت و لسی بیشتر، به استوانه دوم وارد و از آن عبور می کنند. طول استوانه دوم طوری انتخاب می شود که در طول زمانی که یونها از آن خارج می شوند قطبی بودن استوانه ها معکوس شده باشد (یعنی، زمان حرکت در طول استوانه دقیقاً برابر يك نیم چرخه است) و دوباره میدان الکتریکی ذرات را به سوی جلو به طرف استوانه بعدی شتاب بدهد.

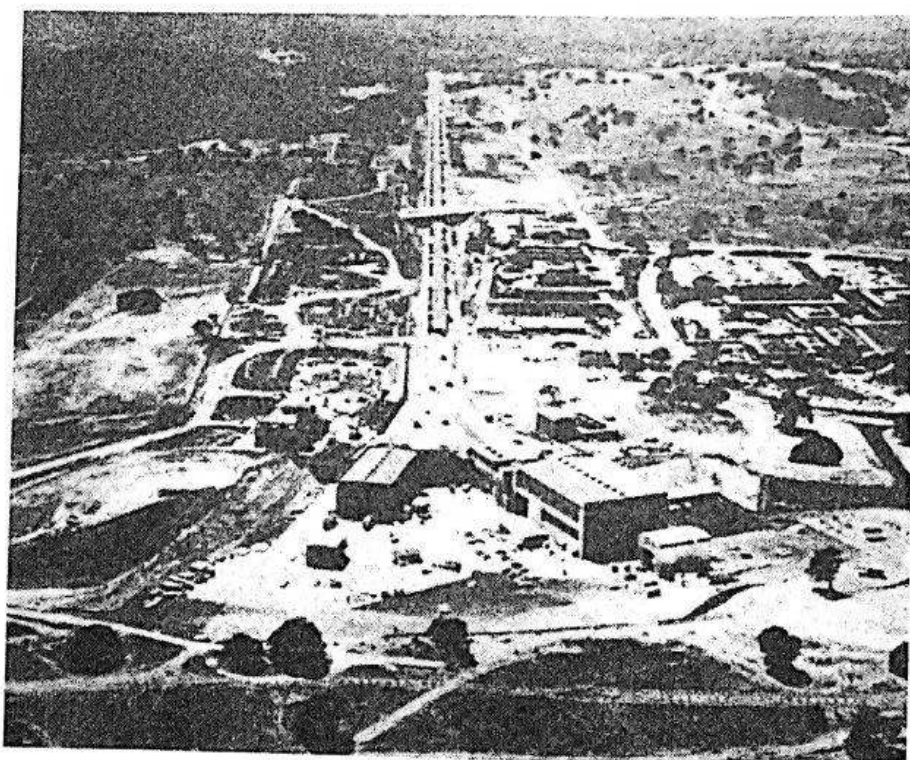
تا زمانی که ذره باردار در داخل استوانه است از تأثیر میدان الکتریکی محفوظ است. چون بسامد ولتاژ متناوب اعمال شده به این لوله سوقی ثابت است باید این ذرات در طول هر لوله سوقی زمان یکسانی را صرف کنند، به طوری که یونها بتوانند درست لحظه ای وارد فضای بین لوله ها شوند که شتاب بیشتری می گیرند. به همین دلیل است که



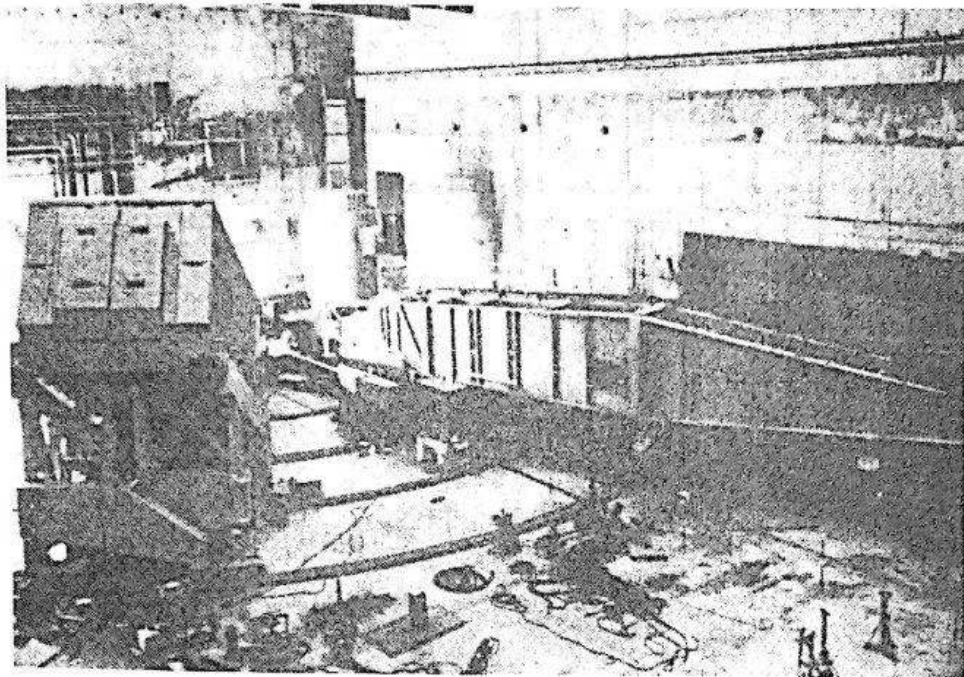
شکل ۲۵۰۸ شکل ساده شتابدهنده خطی لوله-سوقی.

طول لوله‌ها را یکی پس از دیگری بلندتر می‌سازند. انرژی نهایی این ذرات به انرژی کسب شده در هر شکاف و به تعداد این شکافها و بنابراین به طول کل شتابدهنده بستگی دارد. باریکه‌ای که به هدف برخورد می‌کند شامل تپهای ذرات است؛ تعداد این تپها که در هر ثانیه به هدف وارد می‌شوند با بسامد ولتاژ متناوبی که به لوله‌های سوقی اعمال می‌شود برابر است. در شتابدهنده‌های خطی از نوع لوله-سوقی، پروتون‌ها می‌توانند تا انرژیهای جنبشی نزدیک به ۱۰۰ مگا الکترون‌ولت شتاب بگیرند.

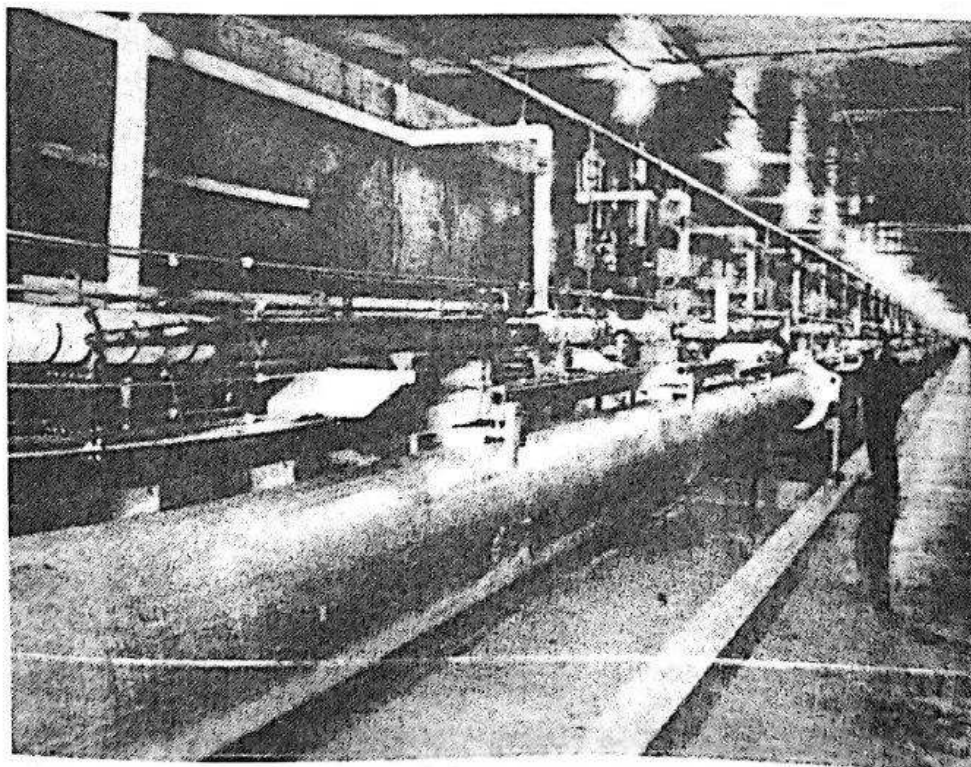
شتابدهنده خطی الکترونی ۱۰۰ میلیون دلاری، در مرکز شتابدهنده خطی استانفورد، بزرگترین شتابدهنده از نوع موجبر است. این شتابدهنده الکترونهای ۲۰ جیگا الکترون-ولتی را با یک جریان باریکه ۳۰ میلی آمپری تولید می‌کند (شکلهای ۲۱۰۸). امواج الکترومغناطیسی با بسامد بسیار بالا به سوی پایین یک لوله هدایت می‌شوند، و الکترون‌ها را (در حالی که میدان الکتریکی پیوسته انرژی جنبشی آنها را افزایش می‌دهد) می‌توان چنان پنداشت که بر این امواج سوارند. در ماشین استانفورد که طول کل آن ۳٫۲ کیلومتر



شکل ۲۱۰۸ الف شتابدهنده خطی الکترونی ۲۰ جیگا الکترون ولتی استانفورد؛ ناحیه هدف در انتهای ۳٫۲ کیلومتری شتابدهنده واقع است و در آنجا الکترون‌ها منحرف می‌شوند، به‌طور مغناطیسی تحلیل می‌شوند و به‌سوی وسایلی چون اتاقکهای جرقه‌ای و حبایی هدایت می‌شوند.



شکل ۲۱۰۸ ب شتابدهنده خطی الکترونی ۲۰ جیگا الکترون ولتی
استانفورد؛ در ناحیه هدف یک طیف‌سنج مغناطیسی ۸ جیگا الکترون ولتی
در نمای جلویی تصویر و یک طیف‌سنج ۲۰ جیگا الکترون ولتی در عقب
آن قرار دارد.



شکل ۲۱۰۸ ج شتابدهنده خطی الکترونی ۲۰ جیگا الکترون ولتی
استانفورد؛ نمای داخلی جایگاه زیرزمینی شتابدهنده.

است موج الکترومغناطیسی شتابدهنده توسط ۲۴۵ نوسانگر میکروموج کلیسترون^۱ تولید می‌شود؛ توان خروجی هر یک از نوسانگرها ۲۴ مگاوات با بسامد ۲۹۹ جیگا هرتز (۲۹۵۰ مگاسیکل در ثانیه) است. الکترون‌ها پس از شتاب اولیه، به لوله شتابدهنده اصلی وارد می‌شوند، نخست ۸۰ کیلو الکترون ولت و سپس ۳۰ مگا الکترون ولت شتاب می‌گیرند. پس از شتابدهنده اصلی به محل قطع و وصل باریکه و طیف سنج مغناطیسی (طیف سنجی با ۱۷۵۰ تن آهن) وارد می‌شوند، که از آنجا می‌توانند برهم کنشهایی در هدفهای گوناگون از جمله در اتاقکهای جرقه‌ای و حبایی تولید کنند.

شتابدهنده‌های چرخه‌ای. شتابدهنده‌هایی که به شتابدهنده‌های چرخه‌ای معروف اند عبارتند از میکروترون، سنکرو میکروترون، و سنکروترون. در این ماشینها، به ذرات باردار که توسط میدان مغناطیسی به حرکت در قوسهای دایره‌ای مقید شده‌اند شتابهای چند گانه داده می‌شود.

رابطه اساسی برای ذره‌ای به جرم نسبی m و بار Q که عمود بر میدان مغناطیسی B در یک قوس دایره‌ای به شعاع r حرکت می‌کند، به صورت زیر است

$$p = mv = QBr \quad (۹.۳)$$

سرعت زاویه‌ای این ذره (ω) به وسیله رابطه زیر بیان می‌شود

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{Q}{m}B$$

و بسامد حرکت $f = \omega / 2\pi$ آن (تعداد دور در واحد زمان) با رابطه زیر مشخص می‌شود

$$f = \frac{Q}{2\pi m}B \quad (۹.۸)$$

این بسامد به بسامد میکروترونی معروف است؛ این بیان در مورد تمام شتابدهنده‌های چرخه‌ای به کار می‌رود. توجه کنید که f با نسبت بار به جرم و بزرگی میدان مغناطیسی بستگی دارد، نه به سرعت ذره یا شعاع مسیر دایره‌ای آن. از این رو، تمام ذرات از یک نوع معین خطوط میدان مغناطیسی را، صرف نظر از اختلاف در سرعتها یا انرژیهای آنها، با بسامد یکسان دور می‌زنند. دقیقاً فقط در صورتی که جرم نسبی m با جرم سکون m_0 تفاوت زیاد نداشته باشد، بسامد سیکلوترونی از انرژی جنبشی ذره مستقل است.

ساده‌ترین ماشین چرخه‌ای میکروترون است.

سیکلوترون در سال ۱۹۳۲/۱۳۱۱ توسط لارنس^۲ و نیوینگستون^۳ اختراع شد. در

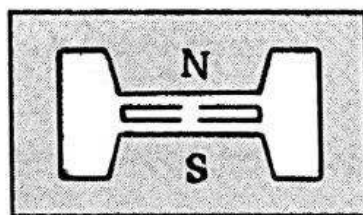
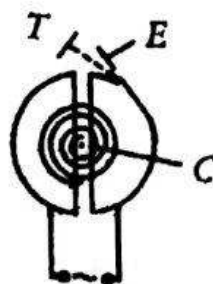
1. Klystron

2. E. O. Lawrence

3. M. S. Livingston

این شتابدهنده، ذره باردار تحت تأثیر میدان مغناطیسی ثابت قرار می‌گیرد، و در حالی که در هر نیم چرخه توسط میدان الکتریکی شتاب می‌گیرد، میدان مغناطیسی مسیر آن را به صورت دایره خم می‌کند.

یونهای مثبت مانند پروتونها، دوترونها، و ذرات α به ناحیه مرکزی (نقطه C در شکل ۲۲۰۸) بین دو قسمت مسطح رساناهای فلزی توخالی به شکل دی، (موسوم به دیها) تزریق می‌شوند. يك ولتاژ متناوب با بسامد بالا به دیها وصل می‌شود و در ناحیه بین آنها میدان الکتریکی متناوب تولید می‌کند. در مدت زمانی که دی چپ مثبت و دی راست منفی است یونها به وسیله میدان الکتریکی بین دیها به طرف راست شتاب می‌گیرند. این یونها هنگام ورود به داخل دی راست از تأثیر هم میدان الکتریکی محفوظ می‌مانند و بنابراین تحت تأثیر میدان مغناطیسی ثابت با سرعت ثابت در يك نیم دایره به حرکت درمی‌آیند. وقتی یونها از دی راست خارج می‌شوند، اگر دی چپ اکنون منفی باشد، این یونها در شکاف بین دو دی شتاب بیشتری می‌گیرند. این امر ایجاب می‌کند که بسامد ولتاژ متناوبی که به دیها اعمال شده است با بسامد مداری یا سیکلوترونی یونها که به وسیله رابطه (۶۰۸) داده شده است برابر باشد. یونها، در طی هر شتابدهی، انرژی کسب



شکل ۲۲۰۸ شتابدهنده سیکلوترون.
(الف) نمای فوقانی، (ب) نمای جانبی.

می‌کنند و با سرعت زیادتری بسر نیمدایره‌های به شعاع بزرگتر حرکت می‌کنند. یونها همان‌طور که در دیها به شکل مارپیچ به طرف خارج حرکت می‌کنند در حال تشدید با چشمه ac با بسامد ثابت باقی می‌مانند. زیرا تنها به شرط آنکه جرم يك یون در رابطه (۶.۸) الزاماً برابر جرم سکون آن باقی بماند زمان برای اینکه این یون ۱۸۰ درجه را پیماید مستقل از سرعت یا شعاع آن است. وقتی ذرات شتابدار به پیرامون دیها رسیدند توسط میدان الکتریکی يك صفحه دفع کننده، E ، منحرف می‌شوند و با هدف T برخورد می‌کنند. انرژی جنبشی نهایی E_k آنها (برای E_k به مراتب کوچکتر از انرژی سکون E_0) چنین است

$$E_k = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{QB r_{\max}}{m}\right)^2 = \frac{Q^2 B^2 r_{\max}^2}{2m}$$

می‌بینیم که انرژی جنبشی نهایی ذره به مجذور شعاع دیها و به مجذور میدان مغناطیسی B بستگی دارد. برای رسیدن به بزرگترین انرژیهای ممکن، کمیت‌های B و $r_{\max}$ را تا آنجا که امکان دارد بزرگ می‌کنند. وقتی بزرگترین میدان مغناطیسی ممکن (در حدود ۲ و بر مترمربع) به کار رود، با استفاده از رابطه (۶.۸)، بسامد f از مرتبه مگاهرتز (بسامد-های رادیویی) خواهد بود. قطر دیها که قطر وجوه قطبهای آهنربای الکتریکی نیز هست، می‌تواند برابر ۲۴۶ متر باشد؛ این آهنربای الکتریکی، بسیار بزرگ (۴۰۰ تن آهن) و گران است. ولتاژ متناوب نوعی در دو سر دیها برابر ۲۰۰ کیلوولت است.

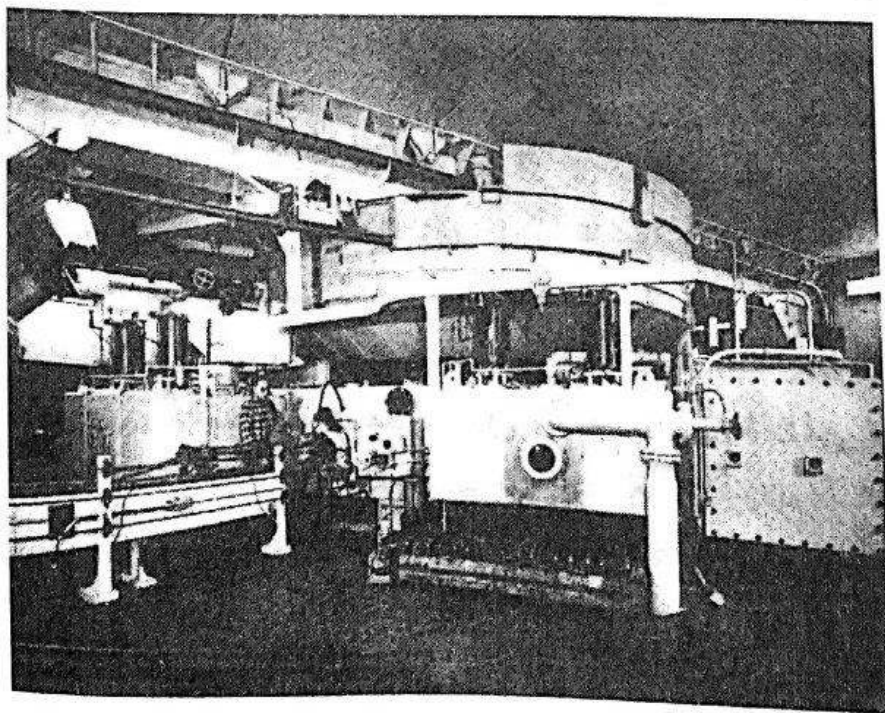
ذرات سنگین (پروتونها، دوترونها و ذرات α) را می‌توان در يك سیکلوترون تا انرژی حدود ۲۵ مگا الکترون ولت شتاب داد. انرژی جنبشی نهایی تمام این یونها از انرژی سکون آنها به مراتب کمتر است (انرژی نهایی يك پروتون حدود ۱ جیگا الکترون-ولت است). بنابراین جرم آنها به طور محسوس تغییر نمی‌کند و در صورتی که این ذرات پروتون باشند می‌توانند تا حدود ۱۲ مگا الکترون ولت و اگر دوترون باشند تا حدود ۲۵ مگا الکترون ولت، با ولتاژ متناوب همزمان باقی بمانند. الکترونها را می‌توان به آسانی تا سرعت‌های نسبی شتاب داد (انرژی سکون آنها فقط ۰.۵ مگا الکترون ولت است)؛ چنین ذرات سبکی را نمی‌توان با ولتاژ اعمال شده همزمان کرد و بنابراین نمی‌توان آنها را توسط سیکلوترون تا انرژیهای بالا شتاب داد.

حال سنکروسیکلوترون را بررسی می‌کنیم.

يك سیکلوترون معمولی با بسامد ثابت فقط در صورتی کار می‌کند که انرژی جنبشی ذره شتابدار در مقایسه با انرژی سکون آن کوچک باقی بماند. فقط هرگاه جرم نسبی m که در رابطه (۶.۸) آمده است همواره الزاماً برابر جرم سکون m_0 باشد بسامد سیکلوترونی

ذرات در حال دوران ثابت و با میدان الکتریکی متناوب بین دیها $f = (Q/2\pi m)B$ در تشدید است. با افزایش سرعت و انرژی جنبشی ذره، جرم نسبیتی افزایش می‌یابد و بسامد سیکلوترونی آن در میدان مغناطیسی ثابت کاهش می‌یابد. بنابراین، وقتی ذرات در يك سیکلوترون با میدان مغناطیسی و بسامد ثابت به‌سوی خارج حرکت مارپیچی می‌کنند، بسامد این ذرات از بسامد اعمال شده به‌طور فزاینده‌ای عقب می‌افتد و سرانجام آنقدر دیر به شکاف بین دیها می‌رسند که دیگر توسط میدان الکتریکی شتاب نمی‌گیرند. این محدودیت در سنکروسیکلوترون برطرف شده است؛ عکسی از يك سنکروسیکلوترون در شکل ۲۳۰۸ نشان داده شده است.

در این ماشین شتابدهنده نیز ذرات (یونها) از مرکز آهنربای الکتریکی شروع به حرکت می‌کنند و میدان مغناطیسی ثابت تولید می‌کنند؛ ولی، با افزایش شعاع مسیر حرکت، بسامد اعمال شده به‌طور پیوسته به‌طریقی کاهش می‌یابد که کاهش بسامد سیکلوترونی ذرات را با سرعت افزایش یافته جبران کند. آنگاه این ذرات می‌توانند با میدان الکتریکی متناوب همزمان باقی بمانند. چون با شتاب گرفتن یونها و حرکت آنها در مسیرهایی با



شکل ۲۳۰۸ يك سنکروسیکلوترون ۴۶ متری (قطر دی) که قادر است به پروتونها تا انرژی ۷۰۰ مگا الکترون ولت شتاب بدهد. قطب پایینی آهنربای سیکلوترون در زیر زمین قرار گرفته است و دیده نمی‌شود.

شعاعهای فزاینده این بسامد تغییر می‌کند، گاهی این نوع ماشین را سیکلوترون FM^* یا سیکلوترون با بسامد مدوله نیز می‌نامند.

موفقیت سنکروسیکلوترونها در شتابدهی به ذرات تا انرژیهای قابل مقایسه با انرژیهای سکون (برای مثال تا ۷۰۰ مگا الکترون ولت برای پروتونها) قطعاً به پدیده کانونی کردن فاز بستگی دارد. برای اینکه ذرات بتوانند، در ماشینی که میدان الکتریکی شتابدهنده آن بسامد را تغییر می‌دهد، به طور پیوسته شتاب بگیرند باید همواره دقیقاً وقتی وارد شکاف شوند که فاز میدان الکتریکی متناوب مناسب باشد. یا ممکن است اینطور به نظر برسد؛ در حقیقت، ذراتی که دیر به شکاف شتابدهنده وارد می‌شوند شتاب نسبتاً بزرگتری می‌گیرند، به طوری که این ذرات در صند که زمان از دست رفته را جبران کنند و به موقع به شکاف تقاطع بعدی برسند، در حالی که ذراتی که زود می‌رسند شتاب کمتری می‌گیرند، این ذرات نیز در صند که به موقع به شکاف تقاطع بعدی برسند. به کمک این اثر کانونی کننده فاز، که برای نخستین بار توسط و. کسلر^۱ و مک میلان^۲ مطرح شد، طی هر دور شتابدهی دسته‌های ذرات شتابدار در باریکه مفید نگهداری می‌شوند؛ این مطلب بسیار مهم است، زیرا تعداد ذراتی که در چرخه کامل شتابدهی جان سالم به در می‌برند (يك سفر بسیار طولانی با ظاهر شدن در نقاط کنترل معین) تحت بهترین شرایط آنچنان کم است که باید ذرات بسیاری را که به طور اجتناب ناپذیر از دنبال کردن مسیر ایده‌ال عاجز می‌مانند به وسیله پوشهای تصحیح (یا کانونی کردن) به مسیر مزبور بازگرداند.

با وجود اینکه سنکروسیکلوترون می‌تواند ذرات را تا انرژی بسیار بالاتر از سیکلوترون شتاب دهد، اما جریان باریکه خروجی آن به مراتب کمتر است؛ زیرا در يك زمان يك تپ از ذرات می‌تواند در این ماشین شتاب بگیرد. از لحاظ نظری هیچ محدودیتی در مورد اندازه و، بنابراین، انرژی يك سنکروسیکلوترون وجود ندارد ولی از لحاظ اقتصادی، ساختن ماشینهایی با این طرح، برای شتاب دادن به ذرات تا انرژیهای بیش از حدود يك جیگا الکترون ولت به صرفه نیست.

سرانجام سنکروترون را بررسی می‌کنیم.

برای افزایش انرژی جنبشی نهایی يك ذره در يك ماشین شتابدهنده چرخه‌ای باید اندازه حرکت نسبی نهایی $p = QBr$ ذره را زیاد کرد. برای بزرگی میدان مغناطیسی B ، که در نواحی نسبتاً بزرگی از فضا به دست می‌آید، محدودیتی وجود دارد؛ زیرا به دلیل خواص مغناطیسی مواد، B نمی‌تواند از حدود ۲ ویر بر متر مربع تجاوز کند. از

* FM مخفف Frequency-Modulated (بسامد مدوله شده) است. -م.

1. V. Veksler

2. E. M. McMillan

این رو، تنها راه افزایش قابل ملاحظه در اندازه حرکت و بنابراین در انرژی جنبشی آن، در يك ماشین چرخه‌ای، بزرگ کردن شعاع مداری نهایی آن است. این ذرات در سنکروسیکلوترون از مرکز آهنربای الکتریکی شروع به حرکت می‌کنند و تا شعاع نهایی به سوی خارج حرکت مارپیچی می‌کنند؛ آهنربای الکتریکی در تمام این ناحیه میدان مغناطیسی تولید می‌کند. بنابراین، هرگاه بخواهیم انرژی نهایی يك ذره در سنکروسیکلوترون افزایش یابد، باید شعاع مدار نهایی و در نتیجه شعاع آهنربای الکتریکی را متناظراً افزایش دهیم. ماشینی که پروتونها را تا انرژی حدود ۷۰۰ مگا الکترون ولت شتاب می‌دهد دارای يك دی به قطر حدود ۵ متر است؛ برای تولید میدان مغناطیسی بزرگ در تمام ناحیه داخلی، يك آهنربای الکتریکی به وزن حدود ۴۰۰۰ تن مورد نیاز است. در این مورد نیز اندازه‌ها و انرژیهای بزرگتر از نظر اقتصادی به صرفه نیستند. در نتیجه سنکروترون، که میدانهای مغناطیسی را فقط در يك شعاع مداری به کار می‌برد، ساخته شده است.

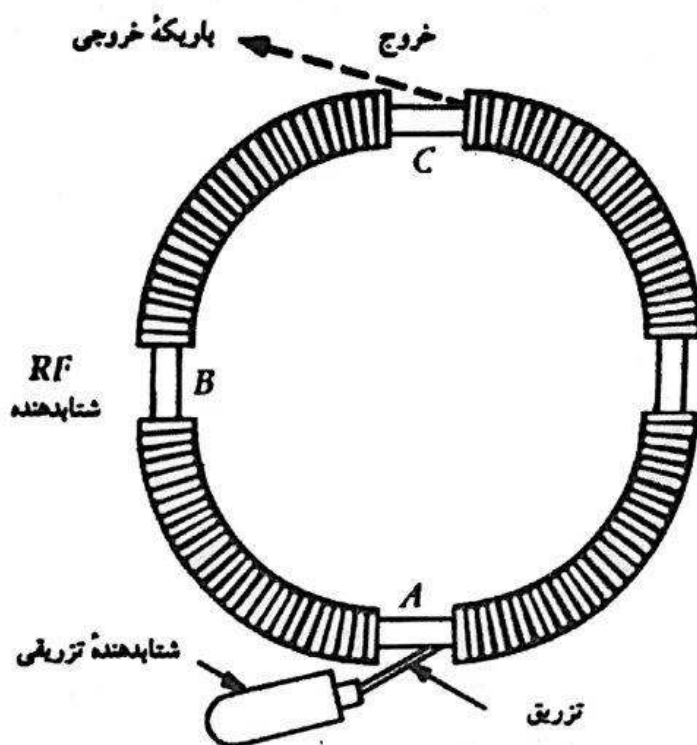
ذراتی که قبلاً تا انرژی جنبشی نسبتاً بالا شتاب گرفته‌اند به سنکروترون تزریق می‌شوند و از آن پس در مداری به شعاع ثابت حرکت می‌کنند. روابط اساسی حاکم بر حرکت ذره عبارت‌اند از

$$p = QBr \quad (۳.۸)$$

$$f = \frac{Q}{2\pi m} B \quad (۶.۸)$$

چون در رابطه (۳.۸) شعاع r ثابت است، اندازه حرکت p ذره فقط در صورتی افزایش می‌یابد که میدان مغناطیسی B افزایش یابد. اما معادله (۶.۸) نشان می‌دهد که اگر B تغییر کند، بسامد f میدان الکتریکی شتابدهنده، که توسط آن ذرات دوران کننده در همزمانی باقی می‌مانند، نیز باید تغییر کند. از این رو در شتابدهنده سنکروترون، وقتی ذره شتابدار در دایره ثابتی حرکت می‌کند و انرژی جنبشی کسب می‌کند میدان مغناطیسی و بسامد میدان الکتریکی شتابدهنده، هر دو، با زمان افزایش می‌یابند.

شکل ۲۴.۸ قسمتهای اصلی يك سنکروترون پرسوتون را به طور نموداری نشان می‌دهد، و شکل ۲۵.۸ عکسی از آن است. نخست پروتونها توسط يك شتابدهنده خطی، که به عنوان شتابدهنده تزریقی به کار می‌رود (یا توسط ماشین وان دو گراف یا شتابدهنده خطی تشدیدي) تا انرژی چندمگا الکترون ولت شتاب می‌گیرند (شکل ۲۶.۸). آنگاه این پروتونها به يك لوله چنبره‌ای شکل تخلیه شده، که ابعاد عرضی آن از يك متر بیشتر نیست، وارد می‌شوند؛ این لوله شامل يك آهنربای الکتریکی است که يك میدان مغناطیسی منحرف کننده در لوله و در نزدیکی (نسه در نقاط داخل) آن تولید می‌کند. ذرات، در هر دور، توسط



شکل ۲۴۰۸ نمودار طرح وارسکروترون.

يك اختلاف پتانسیل الکتریکی متناوب، که به وسیله يك چشمه بسامد رادیویی متغیر تأمین می‌شود، انرژی می‌گیرند. همان طور که این ذرات سرعت، اندازه حرکت و انرژی جنبشی را در مدارهای متوالی کسب می‌کنند بزرگی میدان مغناطیسی منحرف کننده و بسامد میدان الکتریکی شتاب‌دهنده هر دو با زمان افزایش می‌یابند؛ به طوری که ذرات به حرکت در مسیری با شعاع ثابت ادامه می‌دهند و در زمان مناسب برای دریافت شتاب بیشتر به شکاف انرژی دهنده نیز وارد می‌شوند. پس از آنکه این میدان مغناطیسی به بزرگی بیشینه خود رسید و ذرات انرژی جنبشی بیشینه خود را به دست آوردند، این ذرات منحرف می‌شوند و به هدف خارجی برخورد می‌کنند. نقشه يك سنکروترون ۴۰۰ جیگا الکترون ولتی (و بعداً، با مغناطیسهای اضافی، ۵۰۰ جیگا الکترون ولتی) که در آزمایشگاه شتاب‌دهنده ملی باناویا در ایلینویز ساخته شده است در شکل ۲۴۰۸ نشان داده است.

طرح و ساختمان سنکروترونی که قادرند به پروتون‌ها تا انرژی دهها و سترانجام، صدها جیگا الکترون ولت شتاب بدهند شامل کانونی کردن بسیار دقیق باریکه پروتونی است. اهمیت کانونی کردن از اینجا آشکار می‌شود که در يك سنکروترون، که برای پروتون‌های ۳۰ جیگا الکترون ولتی با قطر مداری ۲٫۰ کیلومتر طرح شده است، در حالی که این ذرات



شکل ۲۵۰۸ نمای هوایی از سنکروترون ۳۳ جیگا الکترون ولتی با شیب متناوب در آزمایشگاه ملی بروکهاون، تونل شتابدهنده به قطر ۲۵۲ متر در زیر زمین قرار دارد. ساختمان در موقعیت «ساعت ۳» شامل خدمات، هدف و ساختمانهای آزمایشگاهی است، و در موقعیت «ساعت ۹» شامل يك اتاقك جرعه‌ای ۱۰ تنی است.

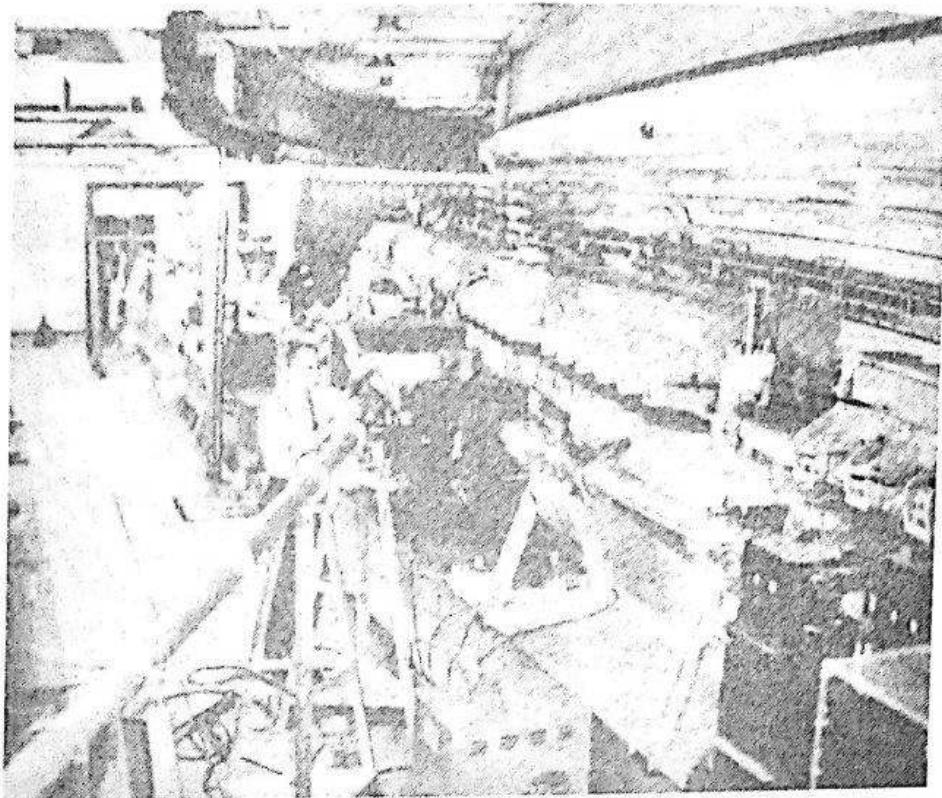
داخل يك اتاقك خلا* که بعد عرصی آن به کوچکی ۱۰۵ متر است محبوس اند، مسافت کلی حدود ۱۰۷ کیلومتر را طی می کنند. واضح است که اگر قرار باشد تعداد ذراتی که در يك دور کامل جان سالم به درمی برند کافی باشد باید ذراتی را که از مسیر ایده‌ال منحرف می شوند به مرکز اتاقك خلا* برگرداند و یا به سویی آن کانونی کرد. کانونی کردن فوق العاده زیاد توسط آهنرباهای با شیب متناوب به دست می آید: ذرات از میدانهای منحرف کننده مغناطیسی غیر یکنواخت که به طور نامتقارن متناوب اند می گذرند (رجوع شود به مسئله ۳۵). اهل کانونی کردن با شیب متناوب در سال ۱۹۵۲/۱۳۳۱ توسط کورانت^۱، لیوینگستون^۲ و اسنایدر^۳ و مستقلاً توسط کریستوفیلوس^۳ مطرح شد.

نکات بالا عمدتاً در مورد سنکروترونیایی که ذرات سنگینی مانند پروتون را شتاب می دهند به کار می روند. ولی با وجود این، سنکروترونها را می توان برای شتاب دادن بدالکترونها تا انرژی چند جیگا الکترون ولت طرح کرد. اتلافهای تابشی ناشی از شتابدهی

1. E. Courant

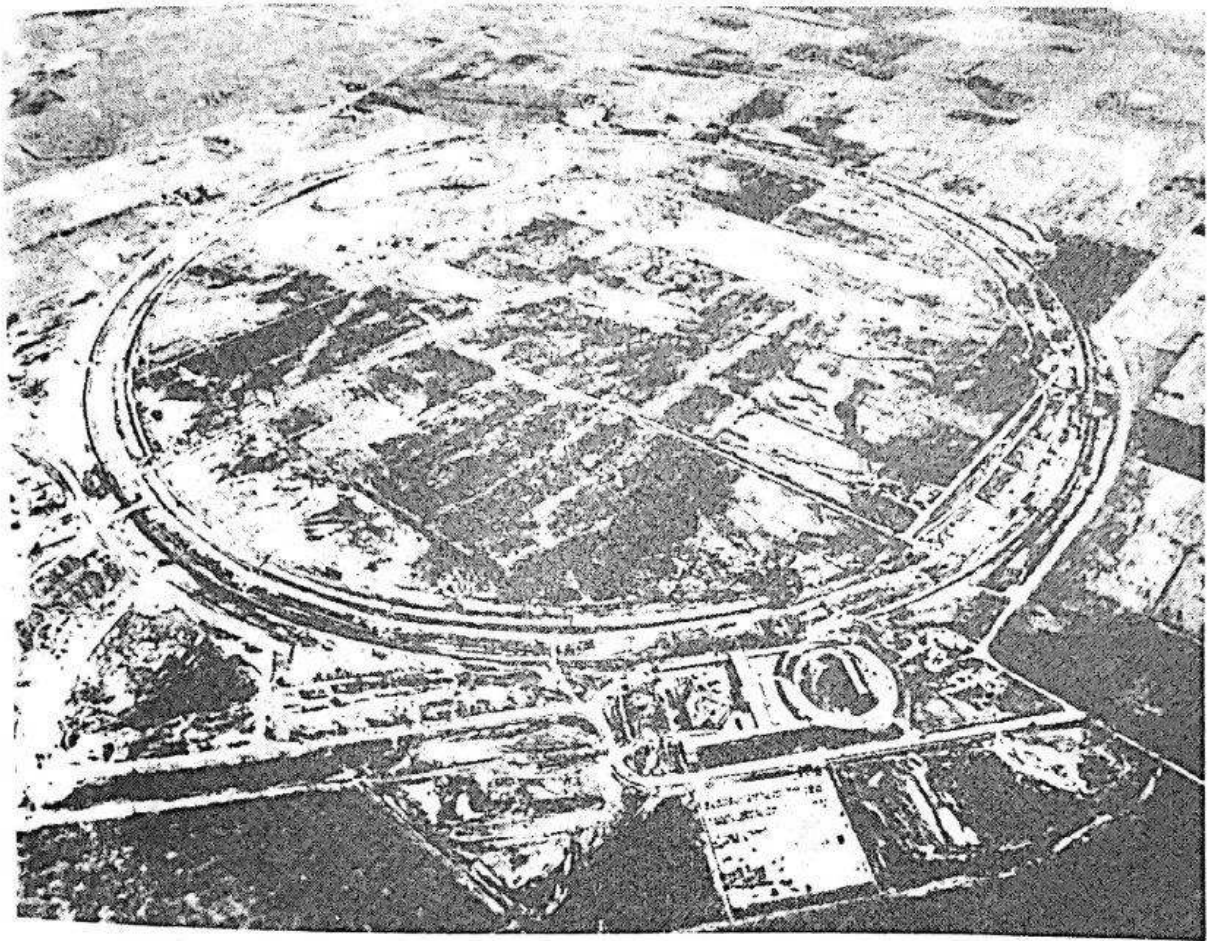
2. H. Snyder

3. N. Christofilos



شکل ۲۶.۸ اتصال شتابدهنده خطی و حلقه مغناطیسی سنکروترون در داخل تونل سنکروترونی که در شکل ۲۵.۸ نشان داده شده است. باریکه پروتون ۵۰ مگا الکترون ولتی، در حالی که از يك سری عدسی کانونی-کننده می‌گذرد و از آذرخه‌های هدایت‌کننده به سمت مدار حلقه مغناطیسی سنکروترون اصلی عبور می‌کند، شتابدهنده خطی را پشت دیوار حفاظت (در پشت طرف چپ) ترك می‌کند و در طول لوله ۱۰ سانتیمتری به طرف راست قسمت پایین حرکت می‌کند. لوله‌ای که به طرف چپ ادامه دارد برای تعیین پاشیدگی انرژی پروتون‌هایی که شتابدهنده خطی را ترك می‌کنند به کار می‌رود.

الکترون‌ها که در يك مسیر دایره‌ای حرکت می‌کنند (قابش قرمزی) از انرژی‌های بیشتر از چند جیگا الکترون ولت جلوگیری می‌کنند؛ و بنابراین، مانع کاربرد ماشین‌های شتابدهنده خطی برای الکترون‌های با انرژی صدها جیگا الکترون ولت می‌شوند. يك سنکروترون الکترونی نخست ذرات را طبق اصل بتاترون شتاب می‌دهد (میدان الکتریکی حاصل از شار مغناطیسی متغیر)، آنگاه سنکروترون ذراتی را که دارای سرعت c هستند توسط فرایندی که در بالا بیان شد شتاب می‌دهد. اگر برای جبران افزایش اندازه حرکت نسبی الکترون‌ها، میدان مغناطیسی نسبت به زمان افزایش یابد بسامد مداری ثابت ذره می‌تواند با يك نوسانگر با بسامد ثابت در تشدید باقی بماند.



شکل ۲۷۰۸ نمای هوایی شتابدهنده اصلی در آزمایشگاه شتابدهنده ملی، باتاوایا، ایلینوئیس. قطر این سنکروترون برابر ۲ کیلومتر است و پروتونها را تا ۴۰۰ جیگا الکترون ولت شتاب می‌دهد.

خلاصه

آشکارسازهای هسته‌ای وسایلی هستند که نسبت به عبور تابش هسته‌ای (ذرات باردار و فوتونها) حساس‌اند. ذرات باردار برای آفرینش یک زوج یون در یک گاز، حدود ۳۰ الکترون ولت انرژی از دست می‌دهند. تابش هسته‌ای دارای خواص عمومی زیر است؛ در یک جامد یا مایع آسانتر درآشامیده می‌شود تا در یک گاز؛ درجه نفوذ، به‌ازای انرژی معین، به‌ترتیب برای پرتوهای γ ، β و α کاهش می‌یابد و برد ذرات باردار با افزایش انرژی افزایش پیدا می‌کند.

انواع آشکارسازهای ذره باردار در جدول ۲.۸ فهرست شده‌اند.

وسایل اندازه‌گیری و گزینشگرها عبارت‌اند از گزینشگر سرعت (میدانهای الکتریکی و مغناطیسی متقاطع، $v = E/B$)، گزینشگر اندازه حرکت (میدان مغناطیسی یکنواخت، $mv = QBr$) و طیف‌سنج جرمی (حداقل یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی؛ در ساده‌ترین شکل ترکیبی از یک گزینشگر اندازه حرکت و یک گزینشگر سرعت).

جدول ۲۰۸ آشکارسازهای ذرات باردار و فوتونها

نوع	محیط واکنش	مشخصه‌های ویژه
اناقك ابری	بخار فوق اشباع	ردهای ذره
اناقك حبابی	مایع فوق گرم	ردهای ذره (چگالی زیاد در آشام)
اناقك جرقه‌ای	گاز	گردش مجدد سریع
امولسیون هسته‌ای	امولسیون عکاسی	ردهای ذره (به طور پیوسته حساس)
اناقك یونشی	گاز	یونش متناسب با شدت تابش
شمارگر تناسبی	گاز	اندازه‌تپ متناسب با شدت تابش
شمارگر گایگر	گاز	اندازه‌تپ برابر همان تپی است که توسط هر نوع تابش یونی-کننده تولید می‌شود
شمارگر سوسوزن	جامد (یا مایع)	زمان تفکیک بسیار کوتاه
آشکارساز نیمه‌رسانا (حالت جامد)	نیمه‌رسانا	خطی بودن انرژی تپ، کادایی زیاد
آشکارساز چرنکوف	جامد یا مایع شفاف	فقط در مقابل ذرات با سرعت بالا حساس

شنا بدهنده‌های ذرات باردار، که همگی توسط میدانهای الکتریکی به ذرات انرژی می‌دهند دو دسته‌اند؛ شنا بدهنده‌های خطی که عبارت‌اند از شنا بدهنده و آن دو گراف، شنا بدهنده لوله سونی، و شنا بدهنده خطی تشدید موج متحرک؛ و شنا بدهنده‌های چرخه‌ای که عبارت‌اند از سیکلوترون (بسامد ثابت، میدان مغناطیسی ثابت، شعاع در حال افزایش میرزده)، سنکرو-سیکلوترون (بسامد در حال کاهش، میدان مغناطیسی ثابت، شعاع در حال افزایش میرزده)، و سنکروترون (بسامد در حال افزایش، میدان مغناطیسی در حال افزایش، شعاع ثابت میرزده).

مسائل

۱. انرژی متوسط لازم برای تولید يك زوج یون در هوا در دما و فشار متعارفی برابر 35eV است. (الف) چند زوج یون توسط يك پروتون با انرژی 150MeV که در هوا درآشامیده می شود تولید می شود؟ (ب) بزرگی بار کل یونهای مثبت یا منفی که توسط این پروتون تولید می شوند چقدر است؟ (ج) در صورتی که این دو نوع بار روی صفحات با بار مخالف يك خازن به ظرفیت 10^{-14}F 10×10^5 جمع شوند، اختلاف پتانسیل بین این صفحات چقدر تغییر خواهد کرد؟
۲. يك ذره α با انرژی 8MeV در گازی که در آن انرژی میانگین برای تولید يك زوج یون 25eV است متوقف می شود. فرض کنید که تمام یونهای هم علامت توسط الکترودهایی که دارای ظرفیت 50pF اند جمع آوری شوند. تغییر پتانسیل در دو طرف این الکترودها چقدر است؟
۳. ضخامت يك درآشام، یا برد يك ذره دريك درآشام، اغلب بر حسب چگالی سطحی، یعنی حاصلضرب ضخامت واقعی t در آشام در چگالی ρ آن بیان می شود. در يك درآشام مسی، برد پروتونهای با انرژی 10MeV برابر 21g/cm^2 و برد پروتونهای با انرژی 100MeV برابر 12g/cm^2 است. چه ضخامتی از مس (بر حسب سانتیمتر) می تواند پروتونهای با انرژی (الف) 10MeV و (ب) 100MeV را متوقف کند؟ چگالی مس برابر 8.9g/cm^3 است.
۴. رونتگن، یکای عملی مقدار استعمال تابش، بر حسب اثرهای یونش تعریف می شود: ۱ رونتگن ۱ استات کولن از یونهای با هر علامت را در 1cm^3 از هوای خشک تحت شرایط متعارفی (273°C و 1 اتمسفر) تولید می کند. انرژی میانگین لازم برای تولید يك زوج یون در هوا برابر 35eV است. استات کولن، یکای بار الکتریکی در دستگاه یکاهای گاوسی، یا esu ، است که در آن يك استات کولن برابر با $(3 \times 10^9)^{-1}$ کولن است. نشان دهید که مقدار استعمال ۱ رونتگن هم ارز انرژی $10^{-8} \times 10^2$ است که در 1cm^3 از هوا درآشامیده می شود.
۵. يك وسیله جیبی اندازه گیری مقدار استعمال تابش عبارت است از يك الکتروسکوپ کوچک، کاملاً عایق شده، و پراز هوا که تخلیه الکتریکی آن به واسطه اثرهای یونی-کننده تابش هسته ای می تواند برای اندازه گیری مقدار استعمال تابش به کار رود. يك چنین وسیله ای که دارای ظرفیت 50pF و حجم حساس مؤثر $(1/2)\text{cm}^3$ است

در آغاز تا اختلاف پتانسیل $180V$ باردار می‌شود. پس از آنکه این وسیله در معرض مقدار استعمال تابشی برابر $100mR$ قرار گیرد چه اختلاف پتانسیلی نشان خواهد داد؟ (برای تعریف رونتگن، رجوع کنید به مسئله ۴.)

۶. ^{24}Na پرتوزا با گسیل پرتوهای γ با انرژیهای $138MeV$ و $276MeV$ و پاشیده می‌شود، هنگامی که پرتوهای γ مربوط به این دو انرژی با يك طیف‌سنج سوسوزن مورد مطالعه قرار گیرند، کدام شش قله از انرژیها (الکترون) در توزیع ارتفاع تپ انتظار می‌رود؟

۷. فوتونهای تکفام با انرژی $310MeV$ ، توسط يك طیف‌سنج سوسوزن آشکار می‌شوند. با فرض اینکه ارتفاع تپ $100V$ با انرژی يك الکترون $100MeV$ متناظر باشد، به ازای چه ولتاژی در توزیع ارتفاع تپ، می‌توان انتظار داشت که (الف) قله مربوط به اثر فوتوالکتریک (ب) لبه کامپتون و (ج) قله تولید زوج یافت شود؟

۸. يك لامپ افزونگر فوتون نوعی دارای 10 داینود است که در دو طرف هر دو داینود مجاور که تقریباً به فاصله $10cm$ از هم قرار دارند، اختلاف پتانسیل $110V$ برقرار است. با فرض اینکه الکترونهای ثانوی به طور آنی و با انرژی ناچیز رها شوند بازه زمانی کل بین ورود الکترونها به اولین داینود و پیدایش تپ در آخرین داینود چقدر است؟

۹. (الف) نشان دهید که يك شمارگر چرنکوف که از لوسیت (با ضریب شکست 1.5) ساخته شده است فقط قادر به ثبت الکترونهایی است که انرژی جنبشی آنها از $17MeV$ بیشتر باشد. (ب) برای فوتونها، انرژی جنبشی آستانه يك شمارگر چرنکوف، که از لوسیت ساخته شده است چقدر است؟

۱۰. پروتونهایی که از لوسیت (با ضریب شکست 1.5) عبور می‌کنند، تحت زاویه 45 درجه نسبت به راستای باریکه، تابش شدید چرنکوف تولید می‌کنند. انرژی جنبشی این پروتونها چقدر است؟

۱۱. می‌خواهیم پروتونهای با انرژی $30MeV$ را توسط يك تلسکوپ شمارگر که شامل دو شمارگر است ثبت کنیم. این دو آشکارساز به فاصله $10m$ از یکدیگر قرار دارند و در يك مدار انطباق‌کار می‌کنند. مدت زمان کمینه تپهای علامتی مربوط به هریک از این دو آشکارساز برای برطرف کردن درنگ شمارش انطباقی چقدر است؟

۱۲. يك بلور سوسوزن به قطر $5cm$ ، در فاصله $30cm$ از نقطه‌ای قرار دارد که در آن

يك باریکه دوترون 10MeV به برگی از طلا به ضخامت $1\mu\text{m}$ برخورد می کند. این بلور برای ثبت دوترونیایی که تحت زاویه 90° درجه نسبت به راستای روبه جلو پراکنده می شوند نصب شده است. اگر این بلور 100% درصد از دوترونیهای فرودی برخورد را ثبت کند آشنگ شمارش چقدر است؟ جریان باریکه برابر $1\mu\text{A}$ است.

۱۳. الف) نشان دهید که انرژی جنبشی E_k يك ذره را می توان به شکل زیر نوشت

$$E_k = \left[\sqrt{1 + \left(\frac{pc}{E_0} \right)^2} - 1 \right] E_0$$

که در آن p اندازه حرکت و E_0 انرژی سکون ذره است. (ب) نشان دهید وقتی $\beta \equiv v/c \ll 1$ است این معادله به شکل کلاسیک خود درمی آید.

۱۴. ذرات با انرژی سکون E_0 انرژی جنبشی E_k و بار e عمود بر خطوط میدان مغناطیسی B حرکت می کنند. نشان دهید که شعاع انحنای این ذرات بر حسب متر با رابطه $r = [E_k(E_k + 2E_0)]^{1/2} / 300B$ بیان می شود که در آن انرژیهای E_k و E_0 بر حسب MeV و میدان B بر حسب Wb/m^2 اندازه گیری می شوند.

۱۵. نشان دهید که وقتی يك ذره با بار z (بر حسب مضربهایی از بار الکترونی e) و با اندازه حرکت P (بر حسب MeV/c)، عمود بر میدان مغناطیسی B (بر حسب گاوس) حرکت کند، شعاع انحنای آن بر حسب سانتیمتر با $r = (3.33 \times 10^2) P / zB$ بیان می شود.

۱۶. ذره ای با بار Q در يك مدار سیکلوترونی با بسامد f در میدان مغناطیسی B قرار دارد. نشان دهید که انرژی جنبشی E_k این ذره با رابطه

$$E_k = \frac{QBc^2}{2\pi f} - E_0$$

بیان می شود، که در آن E_0 انرژی سکون ذره است.

۱۷. ذره ای با بار Q و جرم سکون M_0 در يك مدار سیکلوترونی با بسامد f در میدان مغناطیسی B قرار دارد. نشان دهید که سرعت این ذره به وسیله رابطه زیر تعیین می شود

$$\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi f M_0}{QB} \right)^2}$$

که در آن $v = \beta c$ است (از نتایج مسئله ۱۶ استفاده کنید).

۱۸. مطلوب است (الف) انرژی جنبشی، (ب) اندازه حرکت و (ج) سرعت دوترونی که در يك میدان مغناطیسی 200 Wb/m^2 با بسامد سیکلوترونی 10 MHz در حرکت است. (د) شعاع مدار حرکت چقدر است؟

۱۹. (الف) نشان دهید که در میدان مغناطیسی B شعاع انحنای يك ذره باردار که انرژی جنبشی E_k آن از انرژی سکون E_0 آن خیلی کمتر است با $r = (2E_k E_0)^{1/2} / Q B c$ بیان می شود. (ب) نشان دهید که شعاع انحنای ذره ای که انرژی جنبشی آن از انرژی سکون آن خیلی بیشتر است توسط $r = E_k / Q B c$ داده می شود.

۲۰. شعاع انحنای مربوط به (الف) الکترونهاي 10 keV ، (ب) الکترونهاي 10 GeV ، (ج) پروتونهاي 10 keV و (د) پروتونهاي 10 GeV واقع در يك میدان مغناطیسی به بزرگی 200 Wb/m^2 چقدر است؟

۲۱. پروتونی در يك مدار دایره ای به شعاع 1 km در يك میدان مغناطیسی به بزرگی 1 Wb/m^2 و عمود بر صفحه مدار حرکت می کند، (الف) سرعت، (ب) اندازه حرکت و (ج) انرژی جنبشی این پروتون را پیدا کنید.

۲۲. انرژی جنبشی E_k پروتونی که زمین را دور می زند چقدر است؟ مؤلفه میدان مغناطیسی زمین عمود بر مدار دوران برابر 34 G است.

۲۳. پروتونهاي پر توکینانی می توانند انرژیهای به بزرگی $10^{27} \text{ eV} \approx 10^{11} E_0$ را دارا باشند که در آن E_0 انرژی سکون پروتون است. (الف) مقدار $1 - v/c$ را برای چنین پروتونی تعیین کنید. (ب) شعاع مدار سیکلوترونی چنین ذره ای در يك میدان مغناطیسی به بزرگی 200 Wb/m^2 چقدر خواهد بود؟

۲۴. در يك گزینشگر سرعت، ذرات باردار از داخل میدانهای متقاطع الکتریکی و مغناطیسی فرستاده می شوند. مسیر يك ذره باردار که از میان (الف) دو میدان الکتریکی یکنواخت متقاطع و (ب) دو میدان مغناطیسی یکنواخت متقاطع، فرستاده می شود چگونه خواهد بود؟

۲۵. يك گزینشگر سرعت عبارت است از يك آهنربا با بزرگی میدان 200 Wb/m^2 و يك خازن مسطح موازی که صفحات آن به فاصله 10 cm از هم قرار دارند. چه اختلاف پتانسیلی باید به خازن اعمال کرد تا بتوان ذرات بارداري با سرعت $v/c = 1/10$ را برگزید؟

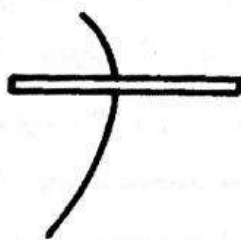
۲۶. فرض کنید می‌خواهیم گزینشگر سرعتی بسا میدانهای الکتریکی و مغناطیسی متقاطع بسازیم که برای ذرات بارداری که بزرگی انرژی جنبشی آنها برابر انرژی سکون آنهاست (برای الکترونها، $E_k = 0.51 \text{ MeV}$ ، برای پروتونها $E_k = 0.94 \text{ GeV}$ و غیره) به کار می‌رود. (الف) نشان دهید که نسبت میدان الکتریکی به میدان مغناطیسی لازم (E/B) برابر $c(\sqrt{3}/2)$ است. (ب) با فرض اینکه بزرگی میدان مغناطیسی برابر 200 Wb/m^2 باشد (یعنی بزرگترین میدانی که در نواحی نسبتاً بزرگی از فضا به آسانی به دست می‌آید) نشان دهید که تحت این شرایط اختلاف پتانسیل الکتریکی لازم در دوسر الکترودهای صفحات موازی، که به فاصله 20 cm از هم قرار دارند، تقریباً 10^7 V است. این اختلاف پتانسیل الکتریکی فوق‌العاده زیاد، که برای ذرات با سرعت زیاد مورد نیاز است، از کاربرد گزینشگرهای سرعت با میدان متقاطع جلوگیری می‌کند.

۲۷. يك طیف‌سنج مغناطیسی برای ذراتی که يك مرتبه باردار شده‌اند و دارای اندازه حرکتی در حدود $10 \text{ GeV}/c$ هستند به کار می‌رود. این طیف‌سنج که با يك میدان مغناطیسی 100 Wb/m^2 کار می‌کند ذرات را پس از چرخاندن به اندازه 90° درجه آشکار می‌کند. و ذراتی را که اندازه حرکت آنها به اندازه 1° درصد تفاوت دارد با يك فاصله فضایی 10 mm ، از هم جدا می‌کند. ابعاد کلی تقریبی این طیف‌سنج چقدر است؟ (فرض می‌شود که قطر طیف‌سنج برابر با شعاع انحنای مسیر ذره است).

۲۸. انرژیهای جنبشی (الف) الکترونها و (ب) پروتونهایی که توسط يك طیف‌سنج مغناطیسی ثبت می‌شوند چقدر است؟ این طیف‌سنج برای اندازه حرکتی برابر $10 \text{ MeV}/c$ تنظیم شده است.

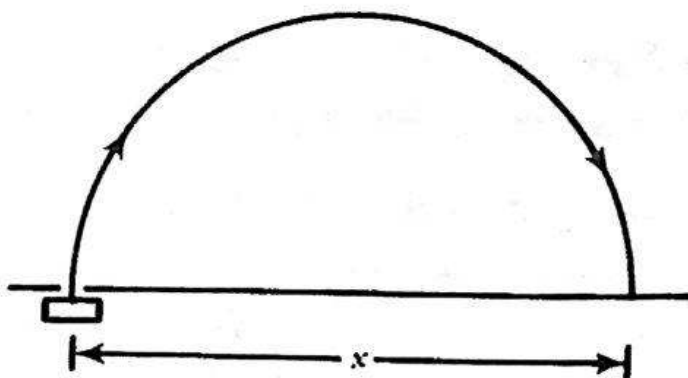
۲۹. يك عكس‌اناقك ابری مسیر ذره بارداری را قبل و بعد از عبور آن از يك صفحه سربی نازک، در داخل اتاقك ابری، آشکار می‌کند (شکل زیر). با استفاده از چگالی قطره‌های کوچک ثابت شده است که جرم این ذره برابر جرم الکترون است. شعاع انحنای این ذره در بالا و پایین صفحه سربی به ترتیب برابر 70 cm و 100 cm است. فرض کنید که این ذره عمود بر میدان مغناطیسی ثابت 100 Wb/m^2 که جهت آن به سوی کاغذ است در حرکت باشد. (الف) این ذره در کدام جهت حرکت می‌کند؟ (ب) آیا این ذره الکترون است یا پوزیترون؟ (ج) این ذره در عبور از صفحه سربی چقدر انرژی از دست می‌دهد؟

۳۰. شکل ساده‌ای از يك طیف‌سنج پرتو β ، یعنی وسیله‌ای برای جدا کردن الکترونهای



شکل مسئله ۲۹

با سرعت زیاد که از هسته‌های پرتوزا گسیل شده‌اند، در شکل زیر نشان داده شده است. الکترونهای با انرژیهای گوناگون از يك چشمه پرتوزا می‌گذرند و از شکافی وارد يك میدان مغناطیسی یکنواخت عمود بر صفحه کاغذ می‌شوند. این الکترونها در مسیرهای دایره‌ای چنان خم می‌شوند که به يك صفحه عکاسی برخورد کنند. رابطه‌ای به دست آورید که انرژی جنبشی نسبی E_k الکترون را بر حسب میدان مغناطیسی B ، بار الکتریکی e ، انرژی سکون الکترون E_0 و فاصله x ، شکاف تا نقطه‌ای واقع بر صفحه عکاسی، که الکترون در آنجا برخورد می‌کند بیان کند.



شکل مسئله ۳۰

۳۱. در آزمایشهای سال ۱۳۳۲/۱۹۵۵ که برای نخستین بار وجود پادپروتونها به تأیید رسید، علامت بار ذره با راستای انحراف حرکت آن در میدان مغناطیسی تعیین شد، جرم آن توسط اندازه‌گیریهای همزمان اندازه حرکت mv (به کمک انحراف در میدان مغناطیسی) و سرعت « (با استفاده از آشکارساز چرنکوف) مشخص شد و سرعت آن مستقلاً توسط اندازه‌گیری زمان پرواز ذره از يك آشکارساز سوسوزن به آشکارساز سوسوزن دیگر تعیین شد (این دو آشکارساز به فاصله معلومی از هم قرار داشتند و در

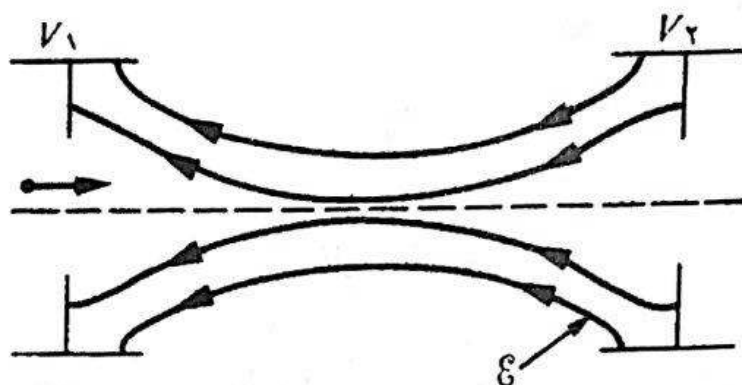
تطابق درنگی کار می کردند). پادپروتونها (با انرژی سکون 938MeV) دارای سرعت $v/c = 0.78$ بودند. (الف) زاویه بین راستای انتشار تابش چرنکوف و مسیر ذره در آشکارساز چرنکوف کداز لوسیت (ضرب شکست ۱۵) ساخته شده بود چقدر بود؟ (ب) اندازه حرکت پادپروتون (بر حسب MeV/c) چقدر بود؟ (ج) برای انحراف پادپروتونها به اندازه ۹۰ درجه در يك میدان مغناطیسی $1.5\text{Wb}/\text{m}^2$ ، اندازه تقریبی مورد نیاز آهنرباهای منحرف کننده (بر حسب قطر انحنای) چقدر بود؟ (د) اگر فاصله آشکارسازهای سوسوزن 13m می بود، علامت مربوط به آشکارساز اول چقدر درنگ داشت تا با علامت مربوط به آشکارساز دوم در مدار تطابق با درنگ انطباق زمانی پیدا کند؟

۳۲. کربن دارای دو ایزوتوپ پایدار ^{12}C و ^{13}C است. جمع کننده در يك طیف سنج جرمی به ترتیب جریانهای قله ای $197.8\mu\text{A}$ و $22\mu\text{A}$ را برای یونهای ایزوتوپی که به آن می رسند ثبت می کند. (الف) فراوانی نسبی این دو ایزوتوپ چقدر است؟ (ب) وزن اتمی شیمیایی کربن را محاسبه کنید. (در مواد آلی زنده يك قسمت، ^{14}C ، در مقابل 10^{12} قسمت کربن است، ^{14}C ایزوتوپ پرتوزایی است که در تعیین عمر مواد آلی مرده به کار می رود، رجوع شود به بخش ۱۲.۹).

مسائل ۳۳ تا ۳۶ در مواد برخی جنبه های ساده تر کانونی کردن پرتوهای باریکه های باردار، توسط میدانهای الکتریکی و مغناطیسی، بحث می کنند.

۳۳. يك نوع ساده از عدسیهای کانونی ساز الکتروستاتیکی در شکل زیر نشان داده شده است. این عدسی شامل دو حلقه استوانه ای هم محور است که یکی در طرف چپ در پتانسیل الکتریکی V_1 و دیگری در طرف راست و در پتانسیل بیشتر V_2 قرار دارد. خطوط میدان الکتریکی مطابق شکل است (این خطوط اساساً با محور تقارن عدسی در مرکز موازی و مؤلفه های شعاعی آنها در دو انتهای دارای اندازه های قابل ملاحظه ای هستند). يك ذره با بار مثبت که در امتداد محور تقارن وارد عدسی می شود، با وجود آنکه توسط میدان الکتریکی که راستای آن مخالف راستای سرعت ذره است کند می شود، اما منحرف نمی شود. يك ذره با بار مثبت که از بالای محور تقارن وارد عدسی می شود در ورود به عدسی توسط مؤلفه شعاعی میدان الکتریکی به سوی بالا منحرف می شود. حرکت این ذره با عبور از ناحیه مرکزی عدسی آهسته می شود و سرانجام هنگام ترك عدسی به سوی پایین منحرف می شود. (الف) بريك مبنای کیفی نشان دهید که برابند اثر میدان الکتریکی، ذره را هنگام خروج از عدسی به محور

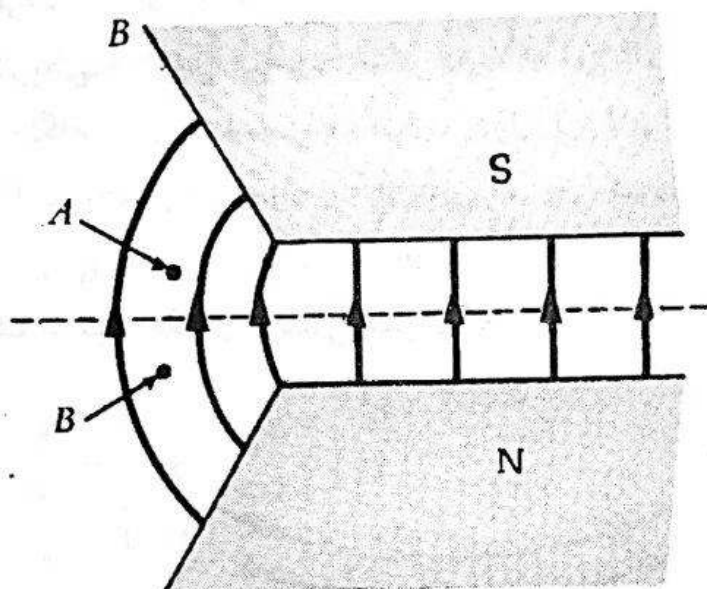
تقارن نزدیکتر می‌کند؛ یعنی نشان دهید که عدسی در باریکه‌ای که با ابعاد عرضی متناهی بر آن فرود می‌آید یک همگرایی خالص تولید می‌کند. (ب) حال فرض کنید که پتانسیل‌های الکتریکی که به دو حلقه استوانه‌ای اعمال شده‌اند معکوس شوند، به طوری که حلقه طرف چپ در پتانسیل بالاتر از حلقه طرف راست قرار گیرد، در نتیجه جهت میدان الکتریکی معکوس می‌شود؛ نشان دهید که این بار نیز، باریکه‌ای از ذرات با بار مثبت، هنگام عبور از عدسی همگرا می‌شود. (ج) فرض کنید که باریکه ذرات با بار مثبت با باریکه‌ای از ذرات با بار منفی تعویض شود، نشان دهید که این عدسی این بار نیز برای هر نوع قطبیت دو حلقه استوانه‌ای همگراست. به طور خلاصه نشان دهید که یک عدسی الکتروستاتیکی همواره همگرا ساز است.



شکل مسئله ۳۳ عدسی کانونی کننده الکتروستاتیکی.

۳۴. شکل زیر که فریز کردن میدان مغناطیسی در مرزهای قطعات قطبی یک آهنربای الکتریکی را نشان می‌دهد در نظر بگیرید. ذرات با بار مثبت که از صفحه کاغذ در امتداد صفحه میانی عبور می‌کنند، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی حرکت می‌کنند و در نتیجه تحت تأثیر یک نیروی مغناطیسی که به سوی راست عمل می‌کند قرار می‌گیرند. نشان دهید ذراتی که از ناحیه میدان مغناطیسی فریز ساز عبور می‌کنند در بالا یا پایین صفحه میانی کانونی می‌شوند؛ یعنی نشان دهید که ذره‌ای که به نقطه A در بالای صفحه میانی وارد می‌شود (جایی که میدان مغناطیسی دارای مؤلفه‌ای به سوی راست است) به سوی صفحه میانی به طرف پایین منحرف می‌شود و نشان دهید که ذره‌ای که به نقطه B در پایین صفحه میانی وارد می‌شود (جایی که میدان مغناطیسی دارای مؤلفه‌ای به سوی چپ است) به سوی صفحه میانی به طرف بالا منحرف می‌شود. چون بزرگی مؤلفه میدان مغناطیسی موازی صفحه میانی با فاصله از این صفحه افزایش می‌یابد، این انحراف نیز با فاصله یک ذره از صفحه میانی افزایش پیدا می‌کند و باریکه پاشیده‌ای از ذرات

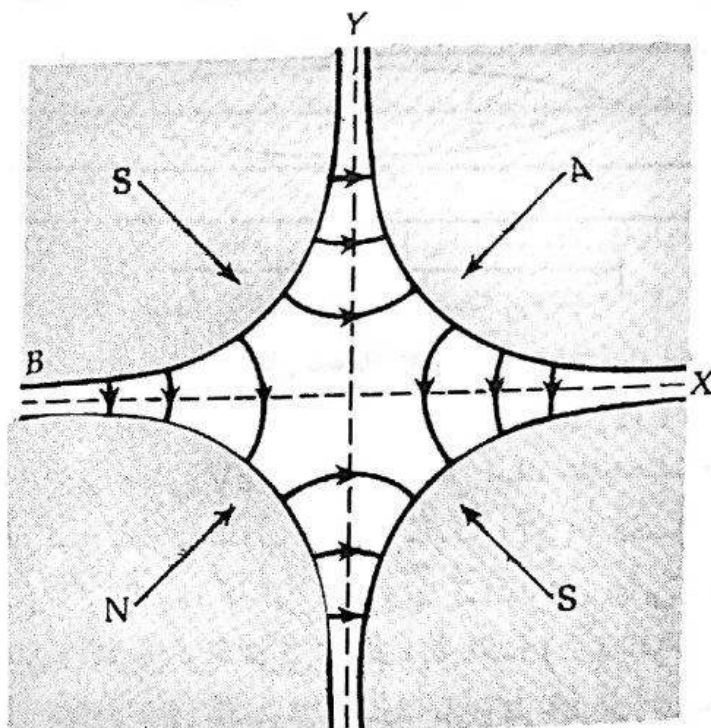
در کانونی واقع در صفحه میانی همگرا می شود. در واقع، این باریکه در امتداد صفحه میانی به طور متناوب کانونی یا متفرق می شود، و چون ذرات پس از همگرا شدن در يك کانون واگرا می شوند این باریکه نوسانهایی متحمل می شود.



شکل مسئله ۳۴

۳۵. شکل مربوط به این مسئله دو قطب شمالی و دو قطب جنوبی از يك عدسی چهارقطبی مغناطیسی را نشان می دهد. چون سطوح قطبی به شکل هذلولیهای قائم اند (ثابت $xy =$ می توان نشان داد که بزرگی B_x (مؤلفه میدان مغناطیسی در امتداد X) با مختصه y — متناسب است، در حالی که بزرگی B_y (مؤلفه میدان مغناطیسی در امتداد Y) با مختصه x متناسب است. تحت این شرایط، بزرگی میدان مغناطیسی تولید شده توسط عدسی در نقاطی در امتداد محور تقارن عدسی (عمود بر صفحه کاغذ) صفر است و با افزایش فاصله از محور تقارن زیاد می شود. (الف) فرض کنید که باریکه ای از ذرات با بار مثبت به این عدسی مغناطیسی وارد شود و به داخل صفحه شکل حرکت کند. با استفاده از رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار، نشان دهید ذراتی که دور از محور تقارن در امتداد X به عدسی وارد می شوند به سوی ناحیه مرکزی محور تقارن منحرف می شوند، در حالی که ذراتی که دور از محور در امتداد Y به عدسی وارد می شوند از ناحیه مرکزی این محور تقارن به طرف خارج منحرف می شوند؛ یعنی نشان دهید که ذرات با بار مثبت در امتداد X کانونی ولی در امتداد Y متفرق می شوند. (ب) فرض کنید که باریکه ای از ذرات از بین يك زوج عدسی چهارقطبی مغناطیسی هم محور پشت سر هم عبور کند و عدسی چهارقطبی دوم نسبت به عدسی اول به اندازه ۹۰ درجه

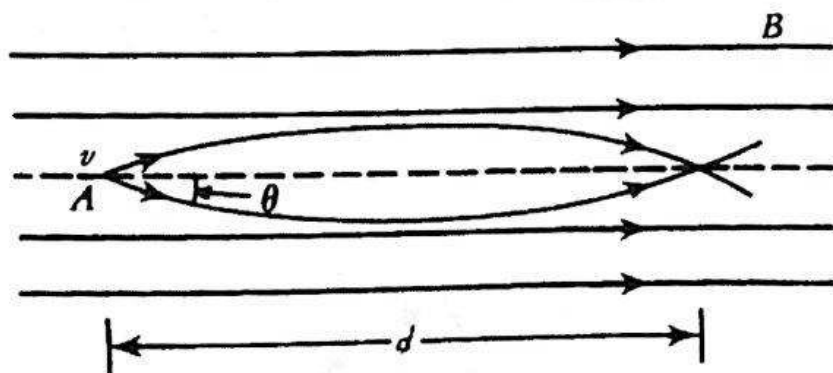
دوران کرده باشد. نشان دهید که تمام ذرات مربوط به باریکه‌ای که به زوج چهار قطبی وارد می‌شوند کانونی و سپس متفرق می‌شوند، یا برعکس. این رفتار، همانند رفتار باریکه‌ای از نور است که نخست از يك عدسی همگرا عبور کند و سپس از يك عدسی واگرا با همان فاصله کانونی بگذرد، و برعکس. (ج) به‌طور کلی، می‌توان نشان داد که يك ترکیب از عدسی‌ها که شامل يك عدسی همگرا به فاصله کانونی f و بعد از آن يك عدسی واگرا به فاصله کانونی $-f$ است همواره همگراست. با استفاده از این نتیجه، نشان دهید که يك زوج عدسی چهار قطبی هم محور مشابه، که با فاصله مناسب از هم قرار دارند و جابه‌جایی زاویه‌ای نسبی آنها ۹۰ درجه است، به‌عنوان يك وسیله کانونی کننده برای باریکه‌ای از ذرات باردار به‌کار می‌رود.



شکل مسئله ۳۵ عدسی‌های چهار قطبی مغناطیسی.

۳۶. ذراتی به جرم m و بار Q توسط اختلاف پتانسیل الکتریکی V از حال سکون شتاب می‌گیرند و در راستای خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت B (مثلاً، میدان حاصل در داخل يك سیملوله) شلیک می‌شوند؛ شکل زیر را ببینید. در واقع بعضی ذرات با سرعت v و تحت زاویه کوچکی نسبت به محور تقارن به این میدان مغناطیسی وارد می‌شوند. این ذرات در يك مسیر مارپیچی حرکت می‌کنند؛ یعنی در حالی که با سرعت

ثابت عمود بر B در دایره‌ای حرکت می‌کنند در جهت B نیز با سرعت ثابت سر از بر می‌شوند. نشان دهید که اگر زاویه بین راستای سرعت v ذرات در نقطه A و راستای B ، یعنی زاویه θ ، کوچک باشد تمام ذرات موجود در باریکه‌ای که اندکی واگراست در فاصله d از نقطه A در امتداد محور تقارن به یک‌کانون آورده می‌شوند، که در آن $d = (2\pi/B)(2mV/Q)^{1/2}$ است و ذرات غیرنسبیتی هستند. توجه کنید که ترتیب نشان داده شده در شکل زیر اندازه‌گیری مستقیم جرم ذره را میسر می‌کند؛ در سال ۱۹۲۲/۱۳۰۱ بوش^۱ اولین بار از این روش برای اندازه‌گیری e/m الکترون استفاده کرد.



شکل مسئله ۳۶

۳۷. الکترونهای با انرژی جنبشی 200 MeV به داخل یک شتابدهنده خطی، مرکب از ۲۰۰ لوله سوقی که به‌طور متناوب به یک نوسانگر 3 GHz وصل شده‌اند، هدایت می‌شوند. (الف) اگر بنا باشد که این الکترونها با انرژی نهایی 50 MeV خارج شوند طول دومین و آخرین لوله سوقی چقدر باید باشد؟ (ب) با فرض اینکه فاصله بین لوله‌های سوقی مجاور قابل چشمپوشی است، طول کلی تقریبی یک شتابدهنده خطی 100 MeV چقدر خواهد بود؟

۳۸. در شتابدهنده خطی الکترونی 20 GeV در دانشگاه استنفورد، الکترونها در امتداد یک لوله شتابدهنده به طول 3.2 km از 30 تا 20 GeV شتاب می‌گیرند. (الف) سرعت نهایی الکترون چند درصد از c کوچکتر است؟ (ب) از نظر ناظری که با یک الکترون 20 GeV حرکت می‌کند طول کلی لوله شتابدهنده چقدر است؟ (ج) این باریکه الکترونی در هدف دارای جریان الکترونی $15\text{ }\mu\text{A}$ و توان 50 MW در

است. تعداد متوسط الکترونها یی که در هر ثانیه به هدف برخورد می کنند چقدر است؟

۳۹. (الف) در يك سيكلوترون با ديهای به قطر 10 m و میدان مغناطیسی 10 Wb/m^2 ، بسامد در نظر گرفته شده برای دوترونها چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی بیشینه ای که توسط چنین سيكلوترونی حاصل می شود چقدر است؟

۴۰. سيكلوترونی برای شتاب دادن به دوترونها تنظیم شده است. (الف) نشان دهید که فقط با تغییر کوچکی در بسامد یا میدان مغناطیسی، ذرات α را نیز می توان شتاب داد. (ب) با فرض اینکه میدان مغناطیسی بدون تغییر باقی بماند برای شتاب دادن به پروتونها با چه نسبتی باید بسامد را تغییر داد؟

۴۱. يك سيكلوترون برای شتاب دادن به پروتونها تنظیم شده است. (الف) اگر بسامد سيكلوترون ثابت باقی بماند، برای آنکه با این ماشین بتوان دوترونها را شتاب داد با چه نسبتی میدان مغناطیسی باید تغییر کند؟ (ب) نسبت انرژی بیشینه دوترونها به انرژی بیشینه پروتونها چقدر است (جرم دوترون را دو برابر جرم پروتون فرض کنید)؟

۴۲. سيكلوترونی دارای يك آهنربای الکتریکی به قطر 10 m است که میدانی برابر 20 Wb/m^2 تولید می کند. بسامد نوسانگر برای شتاب دادن (الف) پروتونها، (ب) دوترونها و (ج) ذرات α چقدر است؟ انرژی بیشینه برای (د) پروتونها، (ه) دوترونها و (و) ذرات α چقدر است؟

۴۳. يك سنکروسیکلوترون به قطر 40 m پروتونها را تا 500 MeV شتاب می دهد. (الف) بزرگی میدان مغناطیسی چقدر است؟ (ب) بسامد نهایی نوسانگر چقدر است؟

۴۴. سنکروسیکلوترونی که دارای يك میدان مغناطیسی 20 Wb/m^2 است پروتونهای 3 MeV را تا انرژی 500 MeV شتاب می دهد. (الف) بسامد اولیه نوسانگر و (ب) بسامد نهایی نوسانگر چقدر است؟

۴۵. در شتابدهنده سنکروترون بواترون در دانشگاه کالیفرنیا، در برکلی، پروتونها با انرژی جنبشی 98 MeV تزریق می شوند و انرژی نهایی 2 GeV کسب می کنند. شعاع مدار تماماً برابر 152 m است. بسامد اولیه و بسامد نهایی چشمه با بسامد رادیویی را محاسبه کنید.

۴۶. سنکروترون با شیب متناوب (AGS)* آزمایشگاه ملی بروکهاون، با استفاده از يك

* AGS مخفف Alternating - Gradient Synchrotron است. م.

تونل شتابدهنده دایره‌ای به قطر ۲۵۲m، پروتون‌ها را تا انرژی جنبشی ۳۳GeV شتاب می‌دهد. بزرگی میدان مغناطیسی نهایی در چرخه شتابدهی چقدر است؟

۴۷. پروتون‌های با انرژی ۵۰MeV از يك شتابدهنده خطی به سنکروترون واقع در CERN (مرکز اروپایی تحقیقات هسته‌ای در نزدیکی ژنو، سوئیس) تزریق می‌شوند. این پروتون‌ها با انرژی جنبشی ۳۰GeV خارج می‌شوند. سرعت پروتون توسط این سنکروترون چند درصد افزایش می‌یابد؟

۴۸. فرض کنید که سنکروترون پروتون دارای قطری برابر قطر زمین، $۱۰^۴ \times ۱۰۲۶ \text{ km}$ و میدان مغناطیسی بیشینه برابر $۱۰۶ \text{ Wb/m}^۲$ است؛ این میدان پروتون‌ها را بر مسیری به دور زمین هدایت می‌کند. (الف) انرژی جنبشی بیشینه پروتون، برای این شتابدهنده ذره‌ای مقید به زمین با انرژی «نهایی» زیاد (بر اساس عناصر موجود در طرح‌های معمولی) چقدر است؟ (ب) سنکروترون ۵۰۰GeV پروتون در باتاویا، ایلینویز، در حدود (۱/۴) میلیارد دلار ارزش دارد. برای سهولت، خیلی محتاطانه، فرض می‌کنیم که قیمت يك شتابدهنده با انرژی جنبشی ذرات شتاب گرفته، یا به طور معادل، با شعاع مدار متناسب باشد؛ قیمت تقریبی این شتابدهنده «نهایی» را با واحد درآمد ناخالص ملی آمریکا در سال ۱۹۷۵/۱۳۴۹ (تقریباً ۱ تریلیون دلار) محاسبه کنید. (ج) با برونپایی از حقایق زیر، تقریباً در چه تاریخی این انرژی بیشینه حاصل می‌شود: از سال ۱۹۳۲/۱۳۱۱ که ماشینی برای ذرات ۱MeV طرح شد، پیشرفت شتابدهنده‌های با انرژی بالاتر بوده است که در هر دهه، انرژی بیشینه قابل حصول ذره به اندازه سازه ۲۰ افزایش یافته است.

۴۹. وقتی ذراتی از يك شتابدهنده با ذراتی از هدف، که در حال سکون اند و دارای جرم سکون یکسان اند برخورد کنند، به دلیل در بایست بقای اندازه حرکت، لااقل نصف انرژی جنبشی «تلف» می‌شود. (الف) يك ذره کلاسیک با يك ذره مشابه که از ابتدا در حال سکون است به طور کاملاً غیر کشان برخورد می‌کند و پس از برخورد این دو ذره را می‌توان به هم چسبیده تصور کرد. در این برخورد چه کسری از انرژی جنبشی اولیه تلف می‌شود؟ (ب) اگر ذره‌ای که از ابتدا در حرکت است با ذره مشابه دیگری که در راستای خلاف آن و با سرعت یکسان در حرکت است برخورد کاملاً غیر کشان رو در رو کند، انرژی تلف شده در قسمت الف با چه نسبتی افزایش می‌یابد؟ برای به دست آوردن اتلاف انرژی بیشینه در برخورد بین دو ذره (یا به زبان فیزیک انرژیهای بالا، برای فراهم کردن انرژی جنبشی بیشینه در آفرینش ذرات) برخورد

باید در چارچوب مرجعی رخ دهد که در آن مرکز جرم دستگاه در حال سکون و اندازه حرکت کل آن قبل و بعد از برخورد صفر باشد. این امر با داشتن ذراتی در دو باریکه که در خلاف جهت هم هستند و باهم برخورد رو در رو می کنند به آسانترین نحو انجام می پذیرد. برای مثال، ذرات باردار در دو «حلقه انباشت» را می توان به برخورد رو در رو واداشت. هر یک از حلقه ها شامل یک میدان مغناطیسی است که ذرات مربوط به شتاب دهنده را در یک مسیر دایره ای ثابت هدایت می کند. (ج) با چه انرژی جنبشی کمینه ای یک پروتون باید به یک پروتون از هدف در حال سکون برخورد کند تا همان انرژی را فراهم کند که در برخورد رو در رو بین پروتونهای در جهت مخالف و با انرژی 25 GeV به دست می آید.

کتابشناسی

1. Bacon, D. F, and W. F. Nash: in *Contemporary Physics*, vol. 4, p. 356 (1963).
این کتاب شرحی بر اتاقکهای جرقه ای است.
2. Baker, W.: in *Physics Today*, vol. 20, p. 41 (July 1967).
که شرحی بر اتاقکهای جرقه ای سیمی و دستگاههای مربوط است.
3. Livingston, M. S.: *High-Energy Accelerators*. New York: Interscience Publishers, Inc. 1954.
که توسط یکی از همکاران پیشین لارنس درباره تکامل سیکلوترون نوشته شده است. این کتاب کوچک گزارش نسبتاً مفصلی از اصول کانونی کردن با شیب متناوب را ارائه می دهد.
4. Livingston, M. S., ed.: *The Development of High-energy Accelerators*. New York: Dover Publications, Inc., 1966.
که مجموعه ای از ۲۸ مقاله اصلی درباره پیشرفت اساسی ماشینهای شتاب دهنده است.
5. Lapp, R. E, and H. L. Andrews: *Nuclear Radiation Physics*, 3rd ed. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, Inc, 1963.
در این کتاب جزئیات فنی بیشتری درباره آشکارسازها و مدارهای الکترونیکی وابسته بدانها و نیز جزئیات فنی ماشینهای شتاب دهنده در یک سطح مقدماتی ارائه شده اند.
6. Portis, Alan M.: *Laboratory Physics, Part A. Berkeley Physics Laboratory*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1964.
چهار آزمایش اول چگونگی پرتاب الکترون، رفتار باریکدهای الکترونی در لامپهای

ساختار هسته‌ای

تا آنجا که به ساختار هسته‌ای مربوط است، می‌توان هسته اتم را به عنوان يك جرم نقطه‌ای و يك بار نقطه‌ای در نظر گرفت. هسته، شامل تمامی بار مثبت و تقریباً تمامی جرم اتم است؛ در نتیجه مرکزی تشکیل می‌دهد که حرکت الکترونی حول آن رخ می‌دهد. هرچند هسته عمدتاً از طریق نیروی جاذبه کولنی خود با الکترونها ساختار اتمی را تحت تأثیر قرار می‌دهد اما بعضی آثار نسبتاً دقیق را در طیفهای اتمی می‌توان به آن نسبت داد. یادآور می‌شویم که ثابت ریدبرگ يك عنصر بخصوص به وسیله اختلاف در جرم ایزوتوپها تا حدودی تغییر می‌کند. وانگهی منشأ ساختار فوق ریز، یا خطوط طیفی بسیار نزدیک به هم در طیفهای اتمی، در اندازه حرکت زاویه‌ای و گشتاور مغناطیسی بسیار کوچک هسته قرار دارد.

آزمایشهای بنیادی رادرفورد، در مورد پراکندگی ذره α ، ثابت کردند که در فواصل بزرگتر از 10^{-14} متر، هسته با دیگر ذرات باردار توسط نیروی کولنی عکس مجذوری برهم کنش می‌کند. اما وقتی ذرات α تا فاصله کمتر از 10^{-14} متر به مرکز هسته‌ای نزدیک شوند، توزیع ذرات پراکنده را نمی‌توان به آسانی با قانون کولن توجیه کرد. آنگاه این آزمایشها نشان دادند که نوع کاملاً جدیدی از نیرو (نیروی هسته‌ای) در فواصل کوچکتر از 10^{-14} متر عمل می‌کند.

در این فصل برخی از جنبه‌های ساده‌تر ساختار هسته را کاوش می‌کنیم؛ این جنبه‌ها عبارت‌اند از اجزای اصلی هسته، برهم‌کنشهای آنها، خواص هسته‌های پایدار و خواص مشخصه واپاشی هسته‌های ناپایدار. خواهیم دید که ساختار هسته‌ای با ساختار اتمی، علاوه بر تفاوت عمده در اندازه‌های نسبی (10^{-1} متر برای اتم‌ها و 10^{-14} متر برای هسته‌ها) در چندین جنبه مهم دیگر نیز تفاوت دارند.

در حقیقت اتم‌ها را می‌توان طوری برانگیخت که طیفهای نوری یا پرتو x را با کسب انرژی که هرگز از ۱۰۰ کیلو الکترون ولت بزرگتر نیست گسیل کنند؛ در حالی که هسته‌ها عموماً تا زمانی که انرژیهای از مرتبه چند میلیون الکترون ولت کسب نکرده‌اند بی‌اثر باقی می‌مانند. بعضی جنبه‌های ساختار اتمی را می‌توان بر اساس مدل بوهر درک کرد؛ در حالی که چنین مدل ساده‌ای برای هسته‌ها وجود ندارد. نیروی عمده بین ذرات تشکیل دهنده اتم همان نیروی آشنای کولنی است؛ در حالی که نیروهایی که بین اجزای هسته‌ها عمل می‌کنند فقط به‌طور جزئی قابل درک‌اند. یک اتم نوعاً با گسیل فوتونها انرژی برانگیختگی از دست می‌دهد؛ در حالی که هسته برانگیخته انرژی برانگیختگی خود را با گسیل ذرات و نیز با گسیل فوتونها از دست می‌دهد. با وجود این اختلافها چند قانون بنیادی وجود دارد که در مورد اتم‌ها و هسته‌ها به‌طور یکسان به‌کار می‌رود؛ این قوانین عبارت‌اند از نظریه کوانتومی و قوانین بقای جرم-انرژی، اندازه حرکت خطی، اندازه حرکت زاویه‌ای، و بار الکتریکی.

۱۰۹ اجزای اصلی هسته

ذراتی که تمامی هسته‌ها از آنها ترکیب یافته‌اند پروتونها و نوترون‌ها هستند. در اینجا بعضی خواص بنیادی این ذرات (بار، جرم، اسپین، و گشتاور مغناطیسی هسته‌ای) را بیان خواهیم کرد. بار. پروتون، هسته اتم ^1_1H ، ایزوتوپ سبک اتم هیدروژن است؛ پروتون دارای یک بار مثبت است که از نظر بزرگی با بار الکترون برابر است.

نوترون چون از لحاظ الکتریکی خنثی است چنین نامگذاری شده است. چون هیچ باری حمل نمی‌کند، فقط برهم‌کنش ضعیفی با الکترون‌ها نشان می‌دهد. نوترون هیچ نوع آثار یونشی مستقیم تولید نمی‌کند، و بنابراین فقط با روشهای غیرمستقیم آشکار و شناسایی می‌شود (بخش ۶۰۱). وجود نوترون تا سال ۱۹۳۲/۱۳۱۱، یعنی تا زمانی که چادویک خواص آن را در یک سری آزمایش کلاسیک، که در فصل ۱۰ بحث خواهند شد، به اثبات رسانید به وضوح تأیید نشده بود.

جرم. در زیر، جرم پروتون (هسته تنها اتم ^1_1H) و جرم نوترون را بر حسب

یکاهای توافق شده جرم اتمی^۱ (u) (بخش ۶.۳)، همراه با انرژی سکون این ذرات بر حسب مگا الکترون ولت می آوریم

$$u \pm 0.000000008 = 1.00727663 \text{ جرم سکون پروتون}$$

$$938.2746 \pm 0.005 \text{ MeV} = \text{انرژی سکون پروتون}$$

$$u \pm 0.00000004 = 1.0086649 \text{ جرم سکون نوترون}$$

$$939.565 \pm 0.005 \text{ MeV} = \text{انرژی سکون نوترون}$$

پروتون و نوترون دارای جرم تقریباً یکسان اند، جرم نوترون از جرم پروتون اندکی (کوچکتر از ۱ درصد) بیشتر است. این ذرات هر دو دارای انرژی سکون حدود ۱ جیگا الکترون ولت هستند. از آنجا که پروتون بار الکتریکی دارد، جرم آن را می توان با دقت زیاد به وسیله روشهای طیف سنجی جرم اندازه گیری کرد؛ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی هیچ اثری بر نوترون ندارند و جرم آن از آزمایشهایی که به زودی بیان می شوند به طور غیر مستقیم به دست می آید.

اسپین. یک ویژگی مهم پروتون و نوترون اندازه حرکت زاویه ای ذاتی، یا به اصطلاح اسپین هسته ای آنهاست. چون اندازه حرکت زاویه ای اسپینی از حرکت مداری مستقل است اسپین هسته ای را می توان همچون اسپین الکترون، بر حسب چرخش ذره به عنوان یک کل، حول یک محور داخلی مجسم کرد. اندازه حرکت زاویه ای اسپین هسته ای I_I متناظر با عدد کوانتومی اسپین هسته ای I است؛ بزرگی آن به صورت

$$L_I = \sqrt{I(I+1)} \hbar \quad (10.9)$$

بیان می شود که مانسته معادله (۱۶.۷)، اندازه حرکت زاویه ای اسپین الکترون را به دست می دهد.

اعداد کوانتومی اسپین هسته ای پروتون و نوترون هر دو برابر ۱/۲ هستند

$$I = \frac{1}{2} \quad \text{اسپین پروتون}$$

$$I = \frac{1}{2} \quad \text{اسپین نوترون}$$

اندازه حرکت زاویه ای اسپین هسته ای توسط میدان مغناطیسی خارجی کوانتیده

فضایی می‌شود؛ همان‌طور که در شکل ۱.۹ نشان داده شده است مؤلفه‌های مجاز در امتداد راستای میدان مغناطیسی عبارت‌اند از $+\hbar/2$ و $-\hbar/2$. بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین یک پروتون یا یک نوترون، و همین‌طور مؤلفه‌های اندازه حرکت زاویه‌ای در امتداد راستای کوانتش فضایی، دقیقاً همانند کمیت‌های متناظر در الکترون هستند.

گشتاور مغناطیسی هسته‌ای. مؤلفه گشتاور مغناطیسی اسپین الکترون در امتداد راستای میدان مغناطیسی خارجی برابر یک مگنتون بوهر است (بخش ۶.۷)،

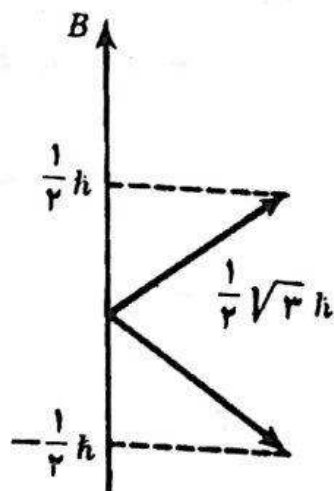
$$\beta = e\hbar/2m = 0.92732 \times 10^{-23} \text{ J/(Wb/m}^2\text{)}$$

منفی است، گشتاور مغناطیسی اسپین آن در خلاف راستای اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین آن است.

حال گشتاور مغناطیسی اسپین پروتون را بررسی می‌کنیم. گشتاورهای مغناطیسی هسته‌ای بر حسب یکای مگنتون هسته‌ای (β_I) که به صورت زیر تعریف می‌شود، اندازه‌گیری می‌شوند

$$\beta_I = \frac{e\hbar}{2M_p} = (5.05050 \pm 0.00013) \times 10^{-27} \text{ J/(Wb/m}^2\text{)} \quad (2.9)$$

که در آن M_p جرم پروتون است که به جای جرم m الکترون در مگنتون بوهر قرار می‌گیرد. چون جرم پروتون 1836.10 برابر جرم الکترون است، مگنتون هسته به همین نسبت از مگنتون بوهر کوچکتر است. به کمک آزمایش می‌توان گشتاور مغناطیسی هسته‌ای



شکل ۱.۹ کوانتش فضایی اسپین پروتون یا نوترون.

پروتون را به دست آورد:

$$\text{گشتاور مغناطیسی پروتون} = +(2.79276 \pm 0.00002)\beta_I$$

علامت مثبت نشان می‌دهد که گشتاور مغناطیسی پروتون در همان راستای اسپین هسته‌ای آن است؛ بزرگی گشتاور هسته‌ای، مؤلفه گشتاور مغناطیسی پروتون را در امتداد راستای کوانتش فضایی برحسب مگنتون هسته‌ای به دست می‌دهد. جالب اینجاست که اندازه گشتاور مغناطیسی پروتون برابر يك مگنتون هسته‌ای نیست، بلکه نزدیک به سه برابر از مگنتون هسته‌ای مورد انتظار بر مبنای جرم پروتون بزرگتر است.

با وجود اینکه نوترون به عنوان يك کل هیچ بار الکتریکی خالصی ندارد، دارای يك گشتاور مغناطیسی است که مقدار آن برابر است با

$$\text{گشتاور مغناطیسی نوترون} = -1.91315\beta_I$$

همان‌طور که در شکل ۲.۹ نشان داده شده است، علامت منفی نمایشگر آن است که گشتاور مغناطیسی نوترون در خلاف راستای اندازه حرکت زاویه‌ای آن است.

از آنجا که گشتاور پروتون برابر با β_I نیست و گشتاور نوترون نیز برابر صفر نیست، پروتون و نوترون هستیهایی پیچیده‌تر از الکترون هستند. گشتاور مغناطیسی غیر صفر نوترون حاکی از آن است که، با وجود صفر بودن بار کل، يك توزیع غیر یکنواخت بار در داخل آن وجود دارد.



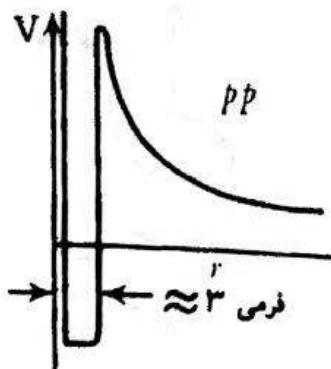
شکل ۲.۹ نمایش سمتگیریهای نسبی اسپین و گشتاور مغناطیسی نوترون

۲.۹ نیروهای بین نوکلئونها

تمامی هسته‌های متشکل از پروتون‌ها و نوترون‌ها باهم پیوند می‌خورند و دستگاه‌های کم و بیش پایداری را تشکیل می‌دهند؛ بنابراین شناخت نیروهایی که بین این اجزای اصلی هسته‌ای عمل می‌کنند از اهمیت زیادی برخوردار است. نخست نیروی بین دو پروتون را در نظر می‌گیریم. مستقیم‌ترین راه برای بررسی این نیرو آزمایش پراکندگی پروتون-پروتون است. در چنین آزمایشی پروتون‌های تک انرژی از یک شتاب‌دهنده ذره‌ای، به هدفی که اغلب شامل اتم‌های هیدروژن و در نتیجه شامل پروتون‌هاست برخورد می‌کنند. با استفاده از توزیع زاویه‌ای پروتون‌های پراکنده می‌توان به وجود نیرویی که بین ذرات فرودی و ذرات هدف عمل می‌کند پی برد، در این مثال هر دو ذره پروتون هستند. آزمایش‌های پراکندگی پروتون-پروتون نشان می‌دهند که می‌توان این نیرو را به طور تقریب به وسیله منحنی پتانسیل شکل ۳.۹ نمایش داد. وقتی فاصله بین پروتون‌ها زیاد باشد، پروتون‌ها با نیروی عکس مجذوری کولنی یکدیگر را دفع می‌کنند. در فاصله تقریباً $10^{-15} \times 3$ متر، شکست نسبتاً تیزی در منحنی پتانسیل وجود دارد. این شکست نیز آغاز پیدایش نیروی هسته‌ای بین یک زوج پروتون است. این نیرو در فاصله‌های کوچکتر قویاً جاذبه‌ای است (هرچند در فاصله‌های بسیار کوچک نشانی از یک «مغز» دافعه وجود دارد). «اندازه» پروتون را می‌توان به منزله برد نیروی هسته‌ای پروتون-پروتون، $10^{-15} \times 3$ متر، در نظر گرفت. یکای متداول برای اندازه‌گیری ابعاد هسته‌ای، فرمی است:

$$1 \text{ فرمی} = 10^{-15} \text{ m}$$

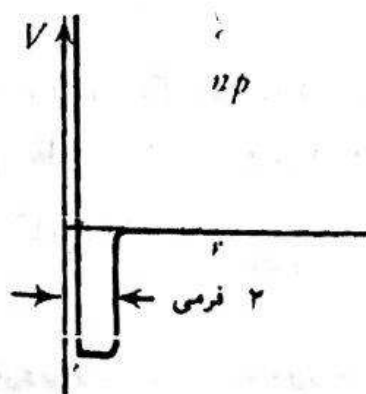
نیروی بین نوترون و پروتون را می‌توان با آزمایش‌های پراکندگی نوترون-پروتون.



شکل ۳.۹ پتانسیل پروتون-پروتون.

پروتون تحقیق کرد. در این آزمایشها يك باریکه تك انرژي نوترون (نوترونهای حاصل از يك واکنش هسته‌ای) هدفی را که شامل پروتونهاست بمباران می‌کند. مجدداً توزیع نوترونهای پراکنده را برای تعیین نیروی بین نوترونها و پروتونها یا پتانسیلی که مشتق (منفی) آن مبنای این نیرو است تحلیل می‌کنیم. برهم‌کنش بین يك نوترون و يك پروتون را می‌توان بدطور تقریب به‌وسیله منحنی پتانسیل شکل ۴.۹ نشان داد. وقتی که فاصله بین این دو ذره زیاد است هیچ نیروی بین آنها وجود ندارد. اما در فاصله حدود ۲ فرمی نوترون و پروتون توسط يك نیروی هسته‌ای شدید، که دارای برد نسبتاً مشخصی است، یکدیگر را جذب می‌کنند؛ در این حالت نیز يك مغز درونی دافعه وجود دارد؛ از آنجا که نوترون يك ذره خنثی است، واضح است که این جاذبه هسته‌ای بهیچوجه به‌بار الکتریکی بستگی ندارد.

چون تهیه هدفی که شامل نوترونهای آزاد باشد امکانپذیر نیست، نیروی هسته‌ای بین دوترون را نمی‌توان بدطور مستقیم با آزمایش پراکندگی نوترون-نوترون تحقیق کرد؛ اما شواهد غیرمستقیم بسیاری دلالت بر آن دارند که نیروی بین دوترون تقریباً با نیروی بین يك نوترون و يك پروتون و نیز با نیروی هسته‌ای بین يك زوج پروتون برابر است. از آنجا که نوترون و پروتون در برهم‌کنشهای خود تقریباً معادل یکدیگرند (بجز در مورد نیروی کولنی بین پروتونها) معمولاً يك نوترون یا يك پروتون را يك نوکلئون می‌نامیم. وقتی تمایز بین يك پروتون و يك نوترون چندان مهم نباشد این اصطلاح به‌هردوی آنها اختصاص داده می‌شود. استقلال نیروی هسته‌ای از بار نوکلئونها در يك شکل بخصوص را استقلال بار نیروی هسته‌ای می‌گویند. بررسیهای مفصلتری از برهم‌کنشهای پروتون-نوترون نشان می‌دهند که می‌توان پروتون و نوترون را به‌منزله دو حالت متفاوت بار يك ذره در نظر گرفت.



شکل ۴.۹ پتانسیل نوترون-پروتون.

۳.۹ دوترون

ساده‌ترین هسته شامل بیش از یک ذره دوترون، یعنی هسته اتم دوتریوم است. دوترون شامل یک پروتون و یک نوترون است که توسط نیروی جاذبه هسته‌ای به یکدیگر مقید می‌شوند و یک دستگاه پایدار تشکیل می‌دهند. دوترون دارای یک بار مثبت ($+e$) است. جرم آن تقریباً دو برابر جرم پروتون یا نوترون و با دقتی برابر است با

$$2.013553 \text{ u} = \text{جرم سکون دوترون}$$

باید تأکید کرد که جرم دوترون که در اینجا داده شده است عبارت است از جرم هسته تنهای دوتریوم؛ جرم اتم خنثای دوتریوم، از جرم دوترون به اندازه جرم یک الکترون (0.000549 u) بیشتر است و بنابراین، برابر 2.014102 u است.

مقایسه جرم دوترون (M_d) با مجموع جرمهای اجزای اصلی آن یعنی M_p و M_n جالب توجه است

$$M_p = 1.007276 \text{ u}$$

$$M_n = 1.008665 \text{ u}$$

$$M_p + M_n = 2.015942 \text{ u}$$

$$M_d = 2.013553 \text{ u}$$

$$\text{اختلاف جرم} = M_p + M_n - M_d = 0.002389 \text{ u}$$

جرم کل پروتون و نوترون، وقتی که از هم جدا هستند از جرم این دو ذره هنگامی که برای تشکیل یک دوترون به هم مقید می‌شوند بیشتر است. این اختلاف را می‌توان به آسانی بر اساس بقای نسبی جرم انرژی توضیح داد (بخش ۳.۳). هنگامی که هر دو ذره یکدیگر را جذب می‌کنند، مجموع جرمهای مجزای این ذرات از جرم دستگاه مقید بیشتر است، زیرا برای تجزیه این دستگاه به ذرات مؤلفه آن باید انرژی (یا جرم) به آن اضافه شود.

این انرژی اضافه شده را انرژی بستگی می‌نامند؛ مقدار این انرژی را می‌توان از اختلاف جرم و با استفاده از عامل بقای انرژی-جرم محاسبه کرد

$$1 \text{ u} = \frac{931.5 \text{ MeV}}{c^2}$$

از این رو، انرژی بستگی E_b نوترون و پروتونی که دوترون را تشکیل می‌دهند چنین بیان می‌شود

$$E_b + M_d c^2 = (M_p + M_n) c^2$$

$$E_b = (M_p + M_n - M_d) c^2 \quad (۳.۹)$$

$$= (۰.۰۰۰۲۳۸۹ \text{ u})(۹۳۱.۵ \text{ MeV/u} \cdot c^2) c^2 = ۲۲.۲۵ \text{ MeV}$$

اگر ۲۲.۲۵ مگاالکترون ولت انرژی به یک دوترون اضافه شود، نوترون و پروتون در ورای برد نیروی هسته‌ای می‌توانند از یکدیگر جدا شوند و هر دو به حال سکون باقی بمانند و از این رو هیچ انرژی جنبشی نداشته باشند.

در هر دستگاه متشکل از ذرات مقید یک اختلاف جرم پدیدار می‌شود. برای یک دستگاه اتمی مانند دستگاه اتم هیدروژن، اختلاف جرم اتم و قسمت‌های جدا شده آن آنقدر کوچک است (۱ قسمت در ۱۰۰ میلیون) که نمی‌توان آن را مستقیماً اندازه‌گیری کرد. از آنجا که نیروی هسته‌ای بسیار قوی و انرژی بستگی بسیار بزرگ است، انرژی بستگی در دستگاه‌های هسته‌ای به صورت اختلاف جرم قابل اندازه‌گیری ظاهر می‌شود. درحقیقت، انرژی بستگی هسته‌ای دوترون که یک دوترون تشکیل می‌دهند (۲۲.۲۵ مگاالکترون-ولت) تقریباً یک میلیون برابر از انرژی بستگی الکتروستاتیکی پروتون و الکترونی که یک اتم هیدروژن تشکیل می‌دهند (۱۳.۶ eV الکترون ولت) بزرگتر است.

یادآور می‌شویم که انرژی بستگی یک اتم هیدروژن، در پایین‌ترین حالت یا حالت پایه (انرژی یونس اتم هیدروژن) را می‌توان از انرژی فوتونی تعیین کرد که در آشامی آن در اثر فوتوالکتریک، الکترون مقید را از هسته هیدروژن آزاد می‌کند. اندازه‌گیری کاملاً مانده‌ای را می‌توان در مورد انرژی بستگی دوترون انجام داد. گاز دوتریوم تحت تابش باریکه‌ای از فوتون‌های با انرژی بالا و تک انرژی قرار می‌گیرد. در صورتی که انرژی این فوتونها با انرژی بستگی دوترون برابر باشد، در آشامی فوتون یک نوترون و یک پروتون آزاد تولید خواهد کرد. اگر انرژی این فوتونها از انرژی بستگی بیشتر باشد، دوترون به یک نوترون و یک پروتون تجزیه خواهد شد، و هر ذره دارای انرژی جنبشی خواهد بود. این واکنش هسته‌ای را می‌توان به صورت زیر نوشت



بقای جرم-انرژی ایجاب می‌کند که

$$h\nu + M_d c^2 = M_p c^2 + M_n c^2 + K_p + K_n \quad (۵.۹)$$

که در آن K_p و K_n به ترتیب انرژی‌های جنبشی* پروتون و نوترون آزاد شده هستند. این

* برای اجتناب از تکرار پا نوشتها، به جای اینکه انرژی جنبشی را با علامت قراردادی آن یعنی E_k نشان دهیم، در سراسر این فصل آن را با K نشان می‌دهیم.

فرایند، که در آن پروتون و نوترون با درآشامی يك فوتون از هم جدا می‌شوند، اثر فوتوالکتریک هسته‌ای، یا فروپاشی فوتونی هسته‌ای نام دارد. آستانه این واکنش با $K_p = 0$ و $K_n = 0$ متناظر است، در این صورت

$$h\nu_0 = (M_p + M_n - M_d)c^2 = E_b \quad (۶.۹)$$

یعنی انرژی فوتون با انرژی بستگی دوترون برابر است.* اگر انرژی آستانه فوتون یعنی $h\nu_0$ اندازه‌گیری شود، با معلوم بودن مقادیر M_p و M_d ، جرم نوترون به کمک رابطه (۶.۹) محاسبه می‌شود. این یکی از چندین راهی است که در آنها به وسیله کاربرد بقای انرژی در واکنشهای هسته‌ای می‌توان جرم نوترون را اندازه‌گیری کرد.

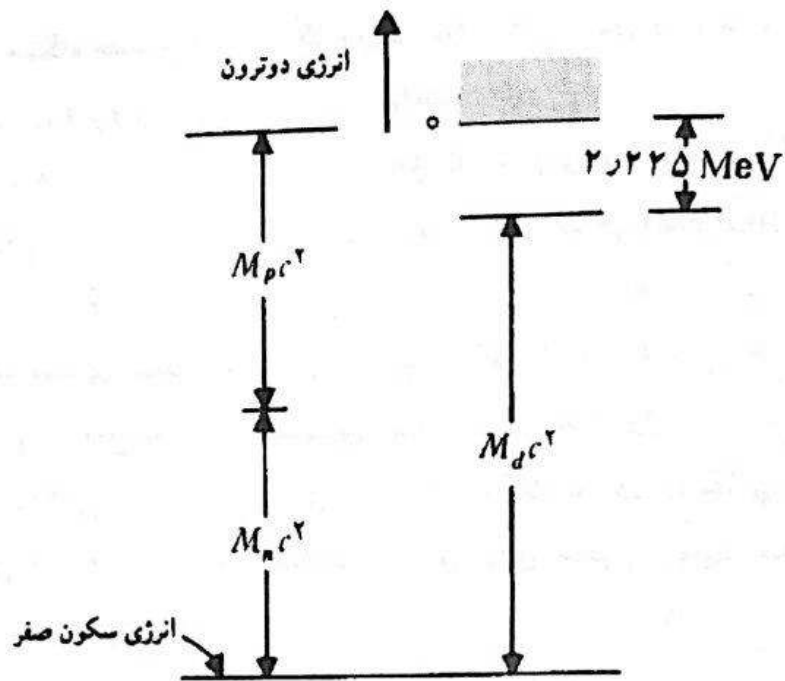
واکنش معکوس فروپاشی فوتونی دوترون چنین است؛ يك نوترون و يك پروتون در حال سکون با یکدیگر ترکیب می‌شوند و يك دوترون در حالت برانگیخته تشکیل می‌دهند که با گسیل يك فوتون با انرژی ۲۲۲۵ مگا الکترون ولت، به حالت پایه واپاشیده می‌شود



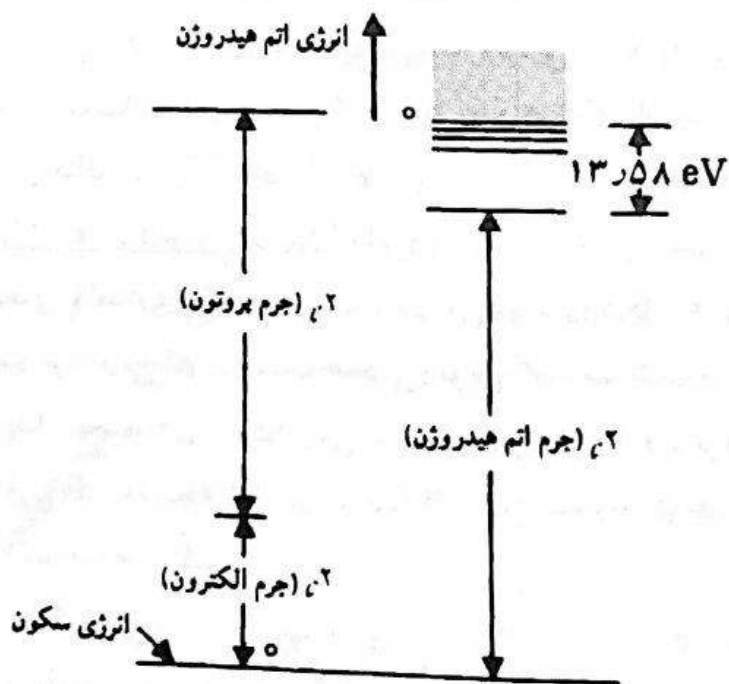
توجه کنید که این واکنش هسته‌ای صرفاً همان واکنش رابطه (۴.۹) است با این تفاوت که جهت پیکان معکوس شده است.

نمودادی از تراز انرژی هسته‌ای دوترون در شکل ۵.۹ نشان داده شده است. برخلاف تمامی اتمها و تمامی هسته‌های دیگر، دوترون فقط دارای يك حالت مقید است؛ دوترون به عنوان يك دستگاه مقید فقط در این حالت، یعنی در حالت پایه می‌تواند وجود داشته باشد. پروتون و نوترون در پیوستاری از حالت‌های غیر مقید آزادند. دوترون دارای هیچ حالت برانگیخته مقیدی نیست. در این نمودار جرم سکون و انرژی سکون دوترون، پروتون و نوترون نیز نشان داده شده‌اند (ولی نه با يك مقیاس). مقایسه این نمودار که مربوط به ساده‌ترین دستگاه هسته‌ای مقید است با نمودار مربوط به ساده‌ترین دستگاه اتمی دو ذره‌ای، یعنی اتم هیدروژن جالب توجه است. نمودار ساده شده (و بسیار بزرگ‌شده)

* به دلیل در بایست بقای اندازه حرکت، انرژی آستانه فوتون برای فروپاشی فوتونی يك دوترون، که در آغاز به حال سکون بوده است اندکی از انرژی بستگی دوترون بیشتر است. اندازه حرکت کل پروتون و نوترون خارج از برخورد باید با اندازه حرکت $h\nu/c$ فوتونی که وارد برخورد می‌شود برابر باشد. تحلیل مفصلتر (بخش ۳.۱۰) نشان می‌دهد که انرژی آستانه فوتون $h\nu = E_b / (1 - E_b / M_d c^2)$ است، و به اندازه يك قسمت در 10^3 قسمت از انرژی بستگی دوترون بزرگتر است.



شکل ۵.۹ نمودار تراز انرژی دستگاه نوترون-پروتون یا دوترون.



شکل ۶.۹ نمودار تراز انرژی دستگاه الکترون-پروتون یا اتم ^1H .

تراز انرژی دستگاه مقید پروتون-الکترون در شکل ۶.۹ نشان داده شده است، که در آن جرمهای الکترون و پروتون نیز مشخص شده‌اند.

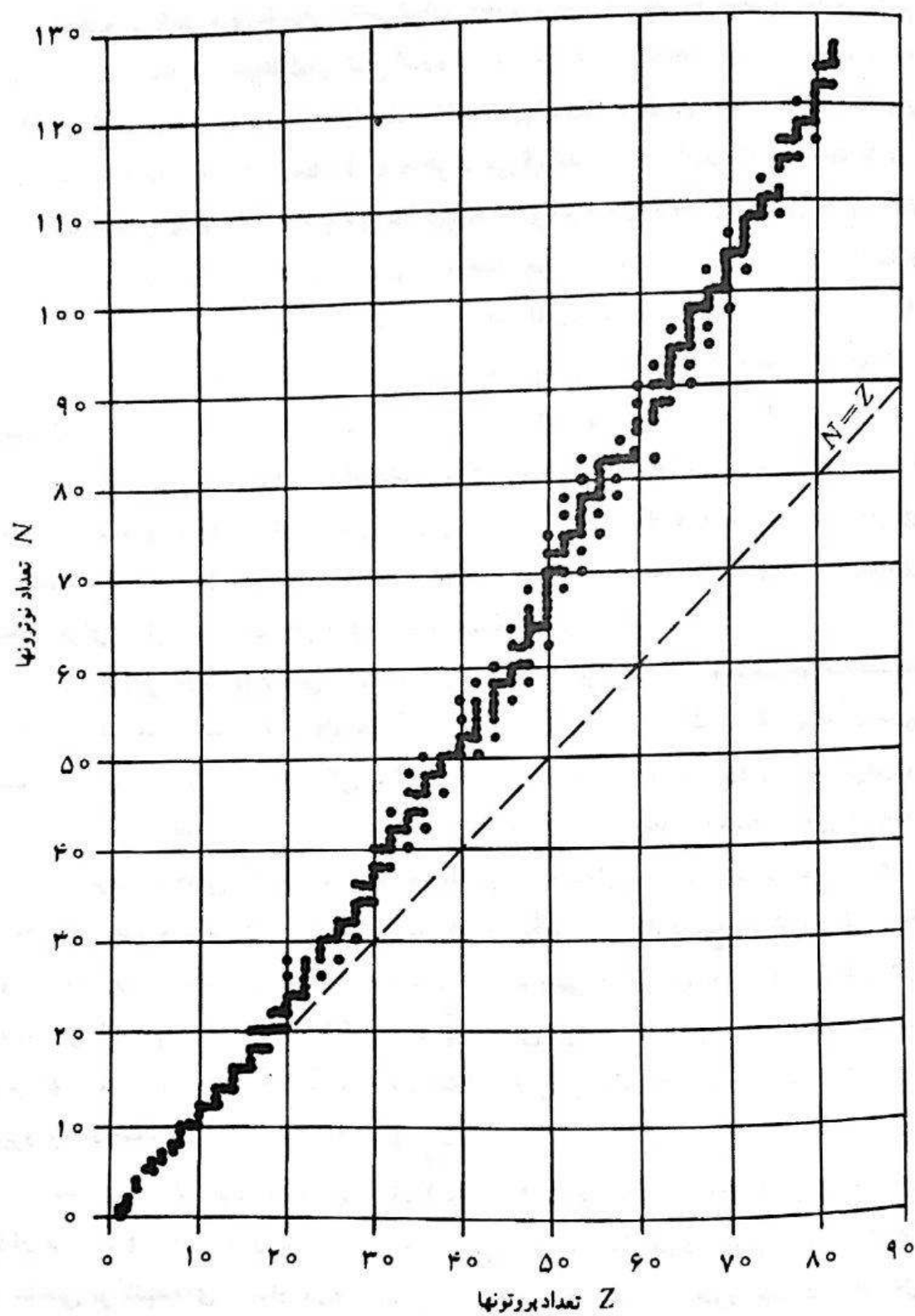
البته اتم هیدروژن دارای یک سری کامل از حالت‌های برانگیخته ممکن است؛ به عبارت دیگر، جرم سکون دستگاه مقید الکترون-پروتون می‌تواند هر کدام از مقادیر متعدد کوانتیده ممکن را بپذیرد (شکل ۶.۹ را با شکل ۸.۳ مقایسه کنید). چون انرژی بستگی برای هر کدام از حالت‌های ممکن انرژی اتم هیدروژن کوچک است (کوچکتر از ۱۳.۶۰۵ eV الکترون ولت) در عمل تعیین انرژی‌های کوانتیده اتم هیدروژن با اندازه‌گیری جرم آن امکانپذیر نیست؛ ولی انرژی بستگیهای بزرگ نوکلئونها در دستگاههای هسته‌ای، تعیین انرژی بستگی هسته‌ها را توسط اختلاف بین جرمهای سکون ذرات اصلی و جرم دستگاه مقید هسته‌ای امکانپذیر می‌کند.

۴.۹ هسته‌های پایدار

حال هسته‌های پایداری را که شامل بیشتر از دو نوکلئون اند در نظر می‌گیریم. تعداد پروتونهای موجود در یک هسته را با عدد اتمی Z ، تعداد کل نوکلئونها را با عدد جرمی A و تعداد نوترونها را با $N = A - Z$ نمایش می‌دهیم. اصطلاح نوکلئید به انواع خاصی از هسته‌ها اطلاق می‌شود که دارای مقادیر یکسان Z ، N یا A هستند. نوکلئیدهایی که دارای عدد پروتونی Z یکسان اند به ایزوتوپها، آنهایی که دارای عدد نوترونی N یکسان اند به ایزوتونها، و آنهایی که دارای عدد هسته‌ای A یکسان اند به ایزوبارها معروف اند. برای مثال، $^{27}_{11}\text{Cl}$ که دارای ۱۷ پروتون، ۲۵ نوترون، و ۳۷ نوکلئون است ایزوتوپی از $^{27}_{11}\text{Cl}$ ، ایزوتونی از $^{29}_{12}\text{K}$ و ایزوباری از $^{27}_{18}\text{Ar}$ است.

نوکلئیدهای پایداری که در طبیعت یافت می‌شوند در شکل ۷.۹ نشان داده شده‌اند؛ در این شکل عدد نوترونی N بر حسب عدد پروتونی Z رسم شده است. هر نقطه نمایشگر یک نوکلئید پایدار بخصوص است؛ یعنی ترکیبی از پروتونها و نوترونها یک دستگاه مقید پایدار تشکیل می‌دهد. چنانچه به خصوصیات کلی این نمودار توجه کنیم نظم جالب و مهمی را می‌توانیم مشاهده کنیم.

فقط آن ترکیبهایی از پروتونها و نوترونها، که در این شکل به صورت نقطه نشان داده شده‌اند، در طبیعت به صورت نوکلئیدهای پایدار در حالت پایه یافت می‌شوند؛ سایر ترکیبهای ممکن نوکلئونها تا حدی ناپایدارند زیرا به هسته‌های دیگر واپاشیده یا فروپاشیده می‌شوند. برای مثال، نوکلئیدهای $^{16}_8\text{O}$ ، $^{17}_8\text{O}$ ، و $^{18}_8\text{O}$ که همگی ایزوتوپهای اکسیژن اند به صورت دستگاههای هسته‌ای پایدار وجود دارند، ولی ایزوتوپهای $^{15}_8\text{O}$ و



شکل ۷.۹ عدد نوترونی بر حسب عدد پروتونی برای نوکلیدهای پایدار.

$^{16}_8\text{O}$ ناپایدارند.

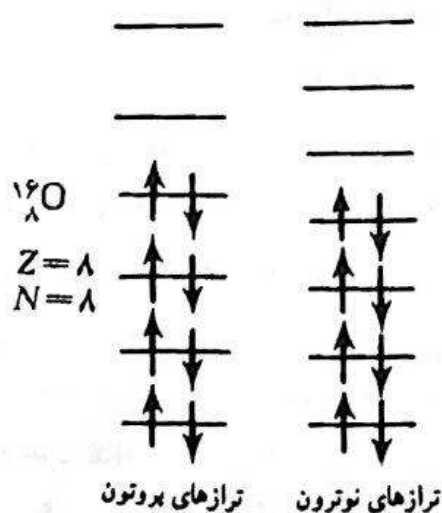
موضع نوکلیدهای پایدار را می‌توان به‌طور تقریب توسط يك خط پایداری نمایش داد. البته چنین خطی از هر نقطه‌ای نمی‌گذرد بلکه نمایشگر آن ناحیه عمومی است که در آن اغلب نوکلیدهای پایدار قرار دارند. مشاهده می‌شود که به‌ازای مقادیر کوچک Z و N نوکلیدهای پایدار نزدیک به خط $N = Z$ قرار می‌گیرند. بدیهی است که این خط با هر يك از محورهای N و Z زاویه 45° درجه می‌سازد. برای مثال، $^{16}_8\text{O}$ دارای $N = Z = 8$ است. پایدارترین نوکلیدهای سبک برای يك عدد جرمی معلوم A ، آنهایی هستند که تعداد پروتونهای آنها تقریباً با تعداد نوترونهایشان برابر است. می‌توان گفت که هسته‌های سبک ترجیح می‌دهند که دارای تعداد مساوی از پروتونها و نوترونها باشند؛ زیرا چنین انبوهه‌هایی پایدارتر از آنهایی هستند که در آنها تعداد پروتونها (یا نوترونها) از تعداد نوترونها (یا پروتونها) بیشتر است. در مورد نوکلیدهای سنگینتر، خط پایداری نسبت به خط 45° درجه به‌طور فزاینده‌ای خمیده می‌شود؛ یعنی به‌ازای مقادیر بزرگ A ، $N > Z$ است. برای مثال نوکلید پایدار $^{208}_{82}\text{Pb}$ دارای $Z = 82$ و $N = 126$ است. از این رو نوکلیدهای سنگین برای نوترونها نسبت به پروتونها اولویت قائل می‌شوند.

این فزونی نوترون را می‌توان با نیروی دافعه کولنی بین پروتونها توجیه کرد. چنانچه از يك هسته با سنگینی متوسط آغاز کنیم و با افزودن يك نوکلئون به آن سعی کنیم هسته سنگینتری بسازیم، بستگی نوترون اضافی معمولاً از بستگی پروتون اضافی قویتر خواهد بود. این مطلب ناشی از این حقیقت است که نوترون فقط به‌وسیله نیروی هسته‌ای جذب می‌شود، در حالی که پروتون هم توسط نیروی هسته‌ای جذب و هم توسط نیروهای دافعه کولنی پروتونهایی که از قبل در این هسته سنگین برده‌اند دفع می‌شود. اثر دافعه کولنی فقط در نوکلیدهای سنگین به‌طور قابل توجهی با نیروی جاذبه قوی هسته‌ای رقابت می‌کند. می‌توان گفت که اگر پروتونها دارای هیچ بار الکتریکی نبودند و لسی از نوترونها متمایز بودند، آنگاه نوکلیدهای سنگین و پایدار تقریباً به‌تعداد مساوی نوترون و پروتون داشتند.

تساوی نزدیک Z و N برای مقدار کوچک A و بزرگتر بودن N از Z به‌ازای مقدار بزرگ A را می‌توان با بررسی چگونگی عملکرد اصل طرد پائولی (بخش ۸.۷) در ساختن نوکلیدهای پایدار درك کرد. پروتون و نوترون هر دو به‌طور جداگانه از اصل زیر پیروی می‌کنند؛ هیچ دو ذره یکسانی را نمی‌توان در يك حالت کوانتومی دريك هسته جای داد. در اینجا نیازی نیست که به جزئیات نظریه کوانتومی ساختار هسته‌ای بپردازیم، بلکه به آسانی تشخیص خواهیم داد که اگر دو پروتون در يك حالت کوانتومی دارای سه

عدد کوانتومی فضایی یکسان (نه الزاماً اعداد کوانتومی l و m_l که در ساختار اتمی پدیدار می‌شوند) باشند آنگاه این پروتون‌ها باید در اعداد کوانتومی اسپینی مغناطیسی خود اختلاف داشته باشند. این مطلب گویای آن است که تنها اگر اسپین‌های هسته‌ای دوپروتون در جهت مخالف باشند، این دو پروتون می‌توانند یک حالت کوانتومی را اشغال کنند. همین قاعده در مورد نوترون‌ها نیز به کار می‌رود؛ فقط دوترون، یکی با اسپین بالا و دیگری با اسپین پایین، می‌توانند یک حالت کوانتومی را که دارای سه عدد کوانتومی فضایی یکسان است اشغال کنند. صرف نظر از برهم کنش کولنی بیسن پروتون‌ها حالت‌های دسترس پذیر برای یک پروتون یا یک نوترون تقریباً یکسان‌اند، زیرا پروتون و نوترون در برهم کنش‌های هسته‌ای خود اساساً هم‌ارزند.

شکل ۸.۹ را در نظر می‌گیریم؛ این شکل طرح‌واره حالت‌های دسترس پذیر برای پروتون‌ها و نوترون‌ها را هنگام ترکیب و تشکیل هسته‌های پایدار، نشان می‌دهد. برای سهولت این حالت‌ها را تقریباً هم فاصله و با مجموعه‌ای از ترازها برای پروتون‌ها و مجموعه دیگری برای نوترون‌ها نشان می‌دهیم. با بالاتر رفتن ترازها، فاصله بین ترازهای پروتون افزایش می‌یابد تا با نیروی کولنی بین پروتون‌ها متناظر باشد. ترازهای نوترون نیز هم-فاصله‌اند، فرض می‌کنیم که دوپروتون را، یکی با اسپین بالا و دیگری با اسپین پایین، بتوان در هر تراز پروتون، و همین‌طور دو نوترون را بتوان در هر تراز نوترون جای داد.



شکل ۸.۹ نمایش طرح‌دار حالت‌های پروتون و

نوترون از $^{16}_8\text{O}$.

وقتی هسته‌ای از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شود، اولین تراز پروتون و اولین تراز نوترون پرمی‌شوند. این حالت با نوکلئید بسیار پایدار ${}^4\text{He}$ متناظر است. در مورد هسته‌های دیگری که نوکلئیدهای پایدار با A ی بزرگتر را تشکیل می‌دهند باید انتظار داشته باشیم که ترازهای پروتون و نوترون تقریباً به‌طور مساوی پر شوند. از این رو هسته‌های پایدار به ازای A ی کوچک دارای $Z \approx N$ هستند، که با مشاهده توافقی دارد. با افزایش تعداد نوکلئونها، وقتی که ابتدا پایینترین ترازهای انرژی دسترس پذیر پروتونها و نوترونها پر شوند، باز هم پایدارترین نوکلئیدها تشکیل خواهند شد. این امر ایجاب می‌کند که برای A ی بزرگ فزونی نوترون ($N > Z$) وجود داشته باشد. در این صورت مشاهده می‌کنیم که خصوصیات عمومی خط پایداری را می‌توان با کاربرد اصل طرد پائولی در ساختن نوکلئیدهای پایدار توجیه کرد.

۵.۹ شعاعهای هسته‌ای

شعاع يك هسته را می‌توان از چندین راه تعریف و محاسبه کرد. شعاع هسته‌ای به‌طور تقریب از نتایج آزمایشهای پراکندگی ذره α محاسبه می‌شود. اگرچه توزیع این ذرات پراکنده تنها با برهم‌کنش کولنی برای فواصل بزرگتر از 10^{-14} متر توجیه می‌شود، اما وقتی ذرات α تقریباً در این فاصله از مرکز هسته قرار می‌گیرند از قانون کولن تبعیت نمی‌کنند. در این حالت، شعاع هسته‌ای را می‌توان به‌صورت آن فاصله‌ای از مرکز هسته تعریف کرد که در آن نیروی هسته‌ای از اهمیت برخوردار می‌شود.

اما شعاع هسته‌ای را می‌توان از آزمایشهای پراکندگی که در آنها نوترونهای با انرژی بالا هسته‌ها را بمباران می‌کنند، به‌طور مستقیم‌تر و دقیق‌تری استنتاج کرد. نوترونها به‌وسیله نیروی کولنی دفع نمی‌شوند بلکه فقط وقتی که به‌درون برد نیروی هسته‌ای هسته‌های بمباران شده می‌رسند از راستاهای فرودی خود منحرف یا توسط هسته‌های هدف در آشامیده می‌شوند. شعاع نیروی هسته‌ای را می‌توان به‌صورت فاصله‌ای از مرکز هسته تعریف کرد که در آن نوترون برای اولین بار نیروی جاذبه هسته‌ای را احساس می‌کند. چون برد نیروی هسته‌ای کاملاً معین است، یعنی برهم‌کنش هسته‌ای برای فواصل بزرگتر عملاً صفر است، در آزمایشهای پراکندگی نوترون اثر پیچیده‌کننده نیروی کولنی که در تحلیل داده‌های پراکندگی باید حذف شود وجود ندارد.

نوترون، مانند تمامی دیگر ذرات، دارای يك طول‌موج وابسته است. آزمایشهای پراکندگی نوترون را نمی‌توان به‌سادگی تعبیر کرد، مگر اینکه طول‌موج آن آنقدر کوچک باشد که مکان آن نسبت به ابعاد هسته‌ای دقیقاً مشخص شود. نوترونهای با انرژی ۱۰۰ مگا-

الکترون ولت دارای طول موجی در حدود ۱ فرمی هستند. برای اندازه‌گیری در آشامی نوترونهای با انرژی بالا در هدفهای گوناگون، آزمایشهای بسیاری طرح شده است. نتایج به دست آمده را می‌توان در رابطه زیر که در آن شعاع هسته‌ای R به صورت تابعی از عدد جرمی هسته‌ای A بیان می‌شود خلاصه کرد

$$R = r_0 A^{1/2} \quad (۸.۹)$$

که در آن $r_0 = ۱.۴ \text{ fermi}$ شعاع نیروی هسته‌ای است. شعاع هر هسته را، که بر حسب برهم کنش هسته‌ای آن با یک نوترون تعریف می‌شود، می‌توان از این معادله محاسبه کرد. حتی شعاع R سنگینترین هسته‌ها از حدود ۱۰ فرمی بزرگتر نیست.

با پراکندگی الکترونهای با انرژی بسیار بالا نیز می‌توان شعاع هسته‌ای را تعیین کرد. الکترونی با انرژی ۱۰ جیگا الکترون ولت فقط دارای طول موجی برابر ۱۰ فرمی است، که حتی از اندازه کوچکترین هسته‌ها نیز کوچکتر است. چنین ذره کاملاً جایگزیده‌ای وسیله مناسبی برای مطالعه دقیق شعاعهای هسته‌ای است، و آزمایش با الکترونهای با انرژی بالا به اطلاعاتی درباره توزیع بار الکتریکی در داخل یک هسته و حتی در داخل یک نوترون منجر شده است. در حالی که نوترونها فقط به وسیله نیروی هسته‌ای در برهم کنشهای هسته‌ای پراکنده می‌شوند، الکترونها در برهم کنشهای الکتریکی فقط به وسیله بارهای داخل هسته‌ها پراکنده می‌شوند نه به وسیله نیروی هسته‌ای. نتایج مربوط به آزمایشهای پراکندگی الکترون با انرژی بالا را می‌توان در رابطه زیر خلاصه کرد

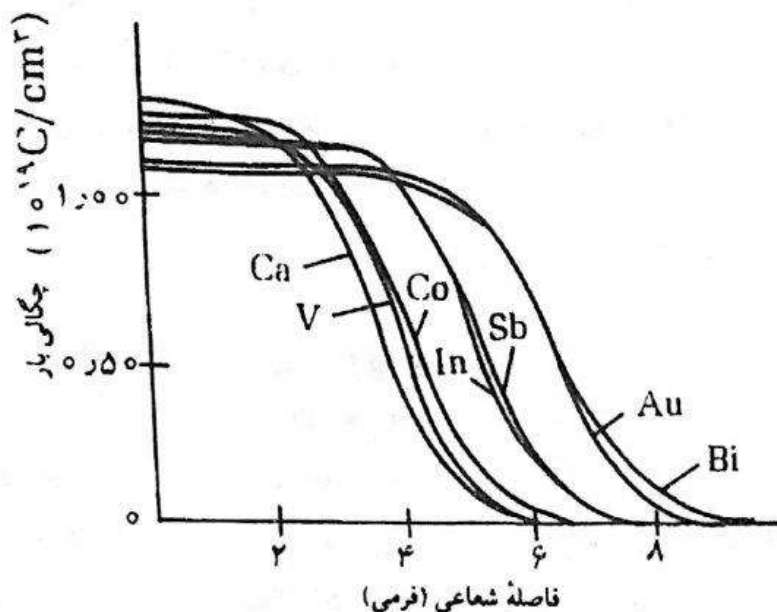
$$R = r_0 A^{1/2} \quad (۹.۹)$$

که در آن $r_0 = ۱.۱ \text{ fermi}$ و دقیقاً به همان شکل رابطه ۸.۹ است. ولی باید توجه داشت که مقدار شعاع مربوط به بار، یا شعاع الکترومغناطیسی، تا حدی از مقدار شعاع r_0 نیروی هسته‌ای کوچکتر است. شکل ۹.۹ نشاندهنده توزیع بار الکتریکی در درون هسته‌هاست که به وسیله پراکندگی الکترونهای با انرژی بالا اندازه‌گیری می‌شود.

رابطه شعاع هسته‌ای به نتیجه مهمی درباره چگالی ماده هسته‌ای منجر می‌شود. با به توان سه رساندن رابطه (۸.۹) و ضرب طرفین آن در $4\pi/3$ نتیجه می‌شود

$$\frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi r_0^3}{3} A \quad (۱۰.۹)$$

با فرض اینکه هسته به شکل کره یا تقریباً به شکل کره باشد کمیت $4\pi R^3/3$ حجم هسته است و می‌توان $4\pi r_0^3/3$ را برابر حجم یک نوکلئون در نظر گرفت. بنابراین رابطه (۱۰.۹)



شکل ۹.۹ چگالی بار الکترونیکی هسته‌ای به صورت تابعی از فاصله شعاعی برای چندین عنصر که از آزمایشهای پراکندگی با الکترونها ۱۸۳ مگا الکترون ولتی تعیین شده‌اند.

به صورت زیر درمی آید

$$\text{تعداد نوکلئونها} \times \text{حجم يك نوكلئون} = \text{حجم هسته}$$

حجم کل يك هسته صرفاً برابر با مجموع حجم نوکلئونهایی است که آن را تشکیل می‌دهند. این رابطه برای تمام هسته‌ها برقرار است. به علاوه، تمام نوکلئونها تقریباً دارای جرم یکسان‌اند. بنابراین، نتیجه می‌گیریم که تمام هسته‌ها دارای چگالی یکسانی از ماده هسته‌ای هستند. به آسانی دیده می‌شود که چگالی ماده هسته‌ای برابر 2×10^{17} کیلوگرم بر متر مکعب یا در حدود 10^9 تن بر اینچ مکعب است (البته این چگالی فوق‌العاده زیاد با این حقیقت که شعاع آنها تقریباً صدهزار برابر شعاع هسته‌هاست سازگار است).

اکنون در موضعی هستیم که به پرسشی که تاکنون مطرح نشده است پاسخ دهیم. و آن این است که چرا الکترونها اجزای اصلی هسته‌ها نیستند؟ قبل از کشف نوترون در ۱۹۳۱/۱۳۲ تصور می‌رفت که هسته‌ها شامل پروتونها و الکترونها هستند و به عنوان مثال هسته ${}^{14}_6\text{N}$ را شامل ۱۴ پروتون و ۷ الکترون می‌دانستند. این فرضیه که الکترون از اجزای اصلی هسته است با مشاهده اینکه مواد پرتوزا واپاشی β متحمل می‌شوند و در حقیقت الکترون از هسته‌های خود گسیل می‌کنند تقویت شد.

اگر يك الکترون در داخل يك بعد هسته‌ای (مثلاً ۱ فرمی) محبوس و جایگزیده شود

آنگاه طول موج آن نمی تواند از این فاصله بزرگتر باشد. يك الكترون با انرژی ۱ جیگا الكترون-ولت تقریباً دارای طول موجی برابر ۱ فرمی است. در این صورت، اگر این الكترون در داخل هسته قرار داشت، انرژی جنبشی آن حداقل برابر ۱ جیگا الكترون-ولت بود؛ ولی الكترونی با این انرژی تنها در صورتی می تواند مقید و دارای انرژی كل منفی باشد که انرژی پتانسیل آن از ۱ - جیگا الكترون-ولت کوچکتر باشد. از این رو، اگر قرار باشد که الكترونها در داخل هسته مقید باشند باید برای آنها يك پتانسیل جاذبه‌ای که حداقل با این انرژی پتانسیل برابر است وجود داشته باشد. هیچگونه شواهدی دال بر وجود چنین نیروی جاذبه قوی برای الكترون وجود ندارد؛ بنا بر این، باید نتیجه گرفت که الكترونها نمی توانند در داخل هسته وجود داشته باشند. بعداً با استدلالهای دقیق دیگری در مخالفت با وجود الكترونها به عنوان اجزای اصلی هسته این بحث را دنبال خواهیم کرد. ولی يك نوكلئون وقتی می تواند در داخل بعد هسته‌ای جایگزیده شود که انرژی جنبشی آن فقط چند مگا- الكترون-ولت باشد؛ برای مثال، يك نوكلئون با انرژی ۱۰ مگا الكترون-ولت دارای طول موجی در حدود ۱ فرمی است.

۶.۹ انرژی بستگی هسته‌های پایدار

نیروی هسته‌ای آنقدر قوی است که جرم يك دستگاه هسته‌ای مفید از جمع جرمهای اجزای تشکیل دهنده آن کوچکتر است. از این رو، با استفاده از مقایسه جرمها می توان به اطلاعاتی در مورد انرژی بستگی دستگاههای هسته‌ای دست یافت.

جرم اتمها را می توان به وسیله روشهای طیف سنجی با دقت قابل ملاحظه‌ای (دقیقتر از ۱ قسمت در ۱۰۵) اندازه گیری کرد (بخش ۴.۸). پیوست ۲، جرم اتمهای خنثی را بر حسب یکای توافق شده جرم اتمی (u) به دست می دهد. تمام جرمهای اتمی اندازه گیری شده، به عدد جرمی درست A بسیار نزدیک اند؛ این مطلب را قاعده عدد درست می نامند. بنا به تعریف، اتم $^{12}_6\text{C}$ دارای جرمی دقیقاً برابر با ۱۲ u است. جرم يك هسته برابر جرم اتمی منهای جرم Z الكترون است (زیرا تعداد الكترونها برابر با تعداد پروتونهاست). چون انرژی که الكترونها اتمی را به هسته پیوند می دهد معمولاً در مقایسه با انرژی سکون اتم كاملاً كوچك است، می توان جرم اتم خنثی را برابر جرم هسته به اضافه جرم الكترونها در نظر گرفت.

هسته $^{12}_6\text{C}$ را که دارای ۶ پروتون و ۶ نوترون است در نظر می گیریم. می خواهیم انرژی بستگی كل، یعنی انرژی لازم برای تجزیه يك هسته $^{12}_6\text{C}$ به ۱۲ نوكلئون مؤلفه اش را محاسبه کنیم. هر نوكلئون در حال سکون است و عملاً از برد نیروی دیگر نوكلئونها در

امان است. در محاسبه زیر برای جرم يك اتم هیدروژن خنثی، $۱۰۰۰۷۸۲۵u$ و برای جرم يك الكترون، $۰.۰۰۰۵۴۹u$ در نظر خواهیم گرفت.

$$۶ \text{ پروتون} = ۶(۱۰۰۰۷۸۲۵ - ۰.۰۰۰۵۴۹)u$$

$$۶ \text{ نوترون} = ۶(۱۰۰۰۸۶۶۵)u$$

$$\text{جرم تمامی نوکلئونها} = ۱۲.۰۰۹۸۹۴۰ - ۶(۰.۰۰۰۵۴۹)u$$

$$\text{جرم هسته‌ای } {}^{12}_6\text{C} = ۱۲.۰۰۰۰۰۰۰ - ۶(۰.۰۰۰۵۴۹)u$$

$$\text{اختلاف جرم} = ۰.۰۰۹۸۹۴۰u$$

$$\text{انرژی بستگی کل} = ۰.۰۰۹۸۹۴۰u \times ۹۳۱.۵ \text{ MeV/u} = ۹۲۱.۶ \text{ MeV}$$

توجه کنید که چون جرم الكترونها حذف می‌شود، می‌توان جرم اتمهای خنثای هیدروژن و کربن ۱۲ را به جای جرمهای پروتون و ۱۲ هسته کربن به کار برد.

می‌بینیم که باید ۹۲۱.۶ مگا الكترون‌ولت انرژی به هسته کربن اضافه شود تا آن را کاملاً به ذرات تشکیل دهنده‌اش تجزیه کند؛ بنا بر این ۱۲ نوکلئون اتم کربن با انرژی بستگی کل $E_b = ۹۲۱.۶ \text{ MeV}$ به هم مقید می‌شوند تا هسته را در پایستترین حالت انرژی تشکیل دهند. انرژی بستگی متوسط برای هر نوکلئون (E_b/A) برابر $۹۲۱.۶/۱۲$ یا ۷۶.۸ مگا الكترون‌ولت است؛ این مقدار، انرژی بستگی هر نوکلئون نیست بلکه متوسط ۱۲ انرژی بستگی است.

می‌توانیم يك رابطه عمومی برای انرژی بستگی کل (E_b) ، هر هسته با جرم اتمی M مرکب از Z پروتون با جرم اتمی M_H و $A-Z$ نوترون با جرم M_n بنویسیم

$$\frac{E_b}{c^2} = ZM_H + (A-Z)M_n - M \quad (۱۱.۹)$$

اکنون می‌خواهیم انرژی لازم برای کندن فقط يك پروتون از ${}^{12}_6\text{C}$ را محاسبه کنیم. پس از آن هسته‌ای با ۵ پروتون و ۶ نوترون، یعنی هسته ${}^{11}_5\text{B}$ باقی می‌ماند. می‌توان انرژی که آخرین پروتون را به ۱۱ نوکلئون باقیمانده پیوند می‌دهد، یعنی انرژی جدایی را با استفاده از جرم سکون ذرات نیز محاسبه کرد (این بار نیز جرم اتمهای خنثی را به کار می‌بریم)

$$\text{جرم } {}^1_1\text{H} = ۱.۰۰۰۷۸۲۵u$$

$$\text{جرم } {}^{11}_5\text{B} = ۱۱.۰۰۰۹۳۰۵u$$

$$\text{جرم } ({}^1_1\text{H} + {}^{11}_5\text{B}) = ۱۲.۰۰۱۷۱۳۰u$$

$$\text{جرم } {}^{12}_6\text{C} = ۱۲.۰۰۰۰۰۰۰u$$

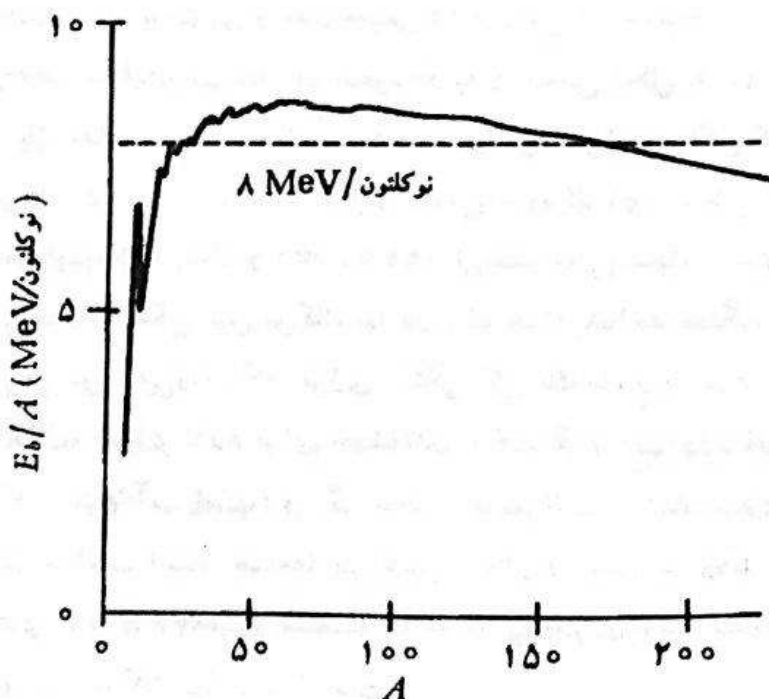
$$\text{اختلاف جرم} = 0.0171305u$$

$$\text{انرژی جدایی} = 0.0171305u \times 931.5 \text{ MeV}/u = 15.96 \text{ MeV}$$

می‌بینیم که در ^{12}C انرژی بستگی یک نوکلئون به‌خصوص ۱۵.۹۶ مگاالکترون‌ولت (پروتون با قید ضعیف) با انرژی بستگی متوسط یک نوکلئون، یعنی ۷.۶۸ مگاالکترون‌ولت برابر نیست؛ هرچند که این دو انرژی از یک مرتبه بزرگی‌اند (انرژی جدایی نوترون با قید ضعیف در ^{12}C ، برابر ۱۸.۷۲ مگاالکترون‌ولت است).

در ساختار اتمی، کندن آخرین پروتون از یک هسته، متناظر با کندن الکترون ظرفیت با قید ضعیف از اتم به‌وسیله یونش است. می‌دانیم که انرژی یونش یک الکترون خارجی (الکترون ظرفیت در اتم) معمولاً به‌اندازه چندین مرتبه بزرگی از انرژی یونش الکترون داخلی قویاً مقید کوچکتر است (نور مرئی برای الکترون خارجی ظرفیت و پرتوهای x ، برای الکترون داخلی). از این رو، می‌بینیم که برخلاف حالت الکترونیایی که توسط برهم-کنش الکتریکی مقیدند، ذرات یک هسته پایدار، همگی، لااقل به‌طور تقریب، با انرژی یکسانی مقیدند.

انرژی بستگی متوسط برای هر نوکلئون (E_b/A) را می‌توان با استفاده از رابطه (۱۱.۹) برای هر هسته پایدار محاسبه کرد. وقتی که مقادیر محاسبه شده E_b/A را بر حسب مقادیر متناظر جرم اتمی A رسم کنیم نتایجی که در شکل ۱۰.۹ نشان داده شده است به‌دست



شکل ۱۰.۹ انرژی بستگی متوسط هر نوکلئون به‌صورت تابعی از عدد جرمی، برای نوکلیدهای پایدار.

می‌آیند. مشخصه‌های این منحنی را می‌توان به‌شرح زیر خلاصه کرد. صرف‌نظر از قله‌های نیز مربوط به نوکلیدهای کاملاً پایدار، که دارای گروهای ۲ پروتونی و ۲ نوترونی‌اند (مانند ${}^4_2\text{He}$ ، ${}^{12}_6\text{C}$ و ${}^{16}_8\text{O}$) این منحنی از سبکترین نوکلیدهای پایدار تا مقادیری از $A \approx 20$ به تندی صعود می‌کند؛ در $A > 20$ به کندی صعود می‌کند، در نزدیکی عنصر ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ به بیشینه می‌رسد، و سپس به کندی به‌سوی سنگین‌ترین نوکلیدها افت می‌کند. این منحنی تقریباً از $A = 20$ به بالا افقی است، یعنی E_b/A تقریباً ثابت است

$$\frac{E_b}{A} \approx 8 \text{ MeV/نوکلئون} \quad \text{برای } A > 20 \quad (12.9)$$

آهن و نوکلیدهای نزدیک به آن دارای پایدارترین پیکربندی در میان هسته‌های یافت شده در طبیعت‌اند، در تمام عناصر سبکتر یا سنگین‌تر از آهن نوکلئون نوعی با انرژی کمتری مقید است.

۲.۹ مدل‌های هسته‌ای

چون هسته شامل ذرات بسیاری است که همگی قویاً برهم کنش می‌کنند، هیچ تک‌مدل نظری نمی‌تواند کلیه جنبه‌های رفتار هسته‌ای را به‌طور موفقیت‌آمیز توصیف کند. اما چند مدل هسته‌ای وجود دارد که می‌توانند خواص هسته‌ای را توجیه کنند. در اینجا مدل قطره-مایع، مدل تک‌ذره‌ای، مدل پوسته‌ای و مدل جمعی را بررسی می‌کنیم.

مدل قطره-مایع. صرف‌نظر از صعود اولیه در منحنی شکل ۱۵.۹، E_b/A را می‌توان تقریباً برابر یک مقدار ثابت در نظر گرفت. بنابراین، انرژی بستگی کل E_b تقریباً با A (تعداد کل نوکلئونها) متناسب است. این وابستگی ساده انرژی بستگی به تعداد ذرات مقید، در مدل قطره-مایع، که در سال ۱۹۳۶/۱۳۱۵ توسط بوهر پیشنهاد شد، دارای تعبیر ساده‌ای است. در این مدل، بستگی بین نوکلئونها در یک هسته همانند بستگی مولکولها در یک مایع بررسی می‌شود. می‌دانیم که انرژی بستگی کل یک مایع با جرم آن مستقیماً متناسب است (برای مثال، انرژی لازم برای جوشاندن ۲ کیلوگرم آب دوبرابر انرژی لازم برای جوشاندن ۱ کیلوگرم آب است) و اگر چگالی مایع ثابت باشد، انرژی بستگی کل آن با حجم مایع نیز متناسب است. هسته‌ها نیز همین رفتار را نشان می‌دهند: انرژی بستگی E_b و حجم هسته‌ای $\frac{4}{3}\pi R^3$ هر دو مستقیماً با تعداد نوکلئونها (A) متناسب‌اند. این رفتار ساده به نیروی بین نوکلئونها مربوط است.

هر نوکلئون با دیگر نوکلئونها از طریق یک نیروی هسته‌ای قوی با برد کوتاه برهم‌کنش می‌کند، یعنی هر نوکلئون فقط با نزدیکترین نوکلئونهای همسایه خود برهم‌کنش

می‌کند. این نیروی هسته‌ای نشان‌دهندهٔ اشباع است. پس از آنکه يك نوکلئون به‌طور کامل به‌وسیلهٔ همهٔ همسایه‌هایی که با آن برهم‌کنش می‌کنند احاطه شد، هیچ نیروی محسوسی بر نوکلئونهای دورتر وارد نمی‌کند. ولسی در سطح هسته نیروی مربوط به يك نوکلئون اشباع نشده است، زیرا يك نوکلئون سطحی به‌طور کامل احاطه نمی‌شود. این امر با پدیدهٔ کشش سطحی در مایعات متناظر است. این اثر سطحی در بیسن سبکترین نوکلئیدها، که بسیاری از آنها در سطح قرار دارند، خیلی مشخص است؛ اما در بین نوکلئیدهای سنگین، که کسر کوچکتري از آنها در سطح قرار دارد، کمتر مشخص است.

هرچند این نیروی جاذبهٔ هسته‌ای نشان‌دهندهٔ اشباع است، یعنی هر نوکلئون فقط با نزدیکترین همسایه‌های خود برهم‌کنش می‌کند، اما این مطلب دربارهٔ نیروی دافعهٔ کولنی بین پروتونها در هسته صادق نیست. در هسته يك پروتون با هر پروتون دیگری با انرژی پتانسیل کولنی E_c ، که از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود برهم‌کنش می‌کند

$$E_c = \frac{ke^2}{r} \quad (۱۳.۹)$$

که در آن $k = 1/4\pi\epsilon_0$ ، e بار پروتون و r فاصلهٔ بین يك زوج پروتون است. در صورتی که r برابر ۳ فرمی، یعنی برابر فاصلهٔ متوسط نوعی بین يك زوج پروتون اختیار شود، از این معادله نتیجه می‌شود که $E_c \approx 5 \text{ MeV}$ است. این انرژی در مقایسه با $E_b/A \approx 8 \text{ MeV}$ کوچک است، لذا در سبکترین هسته‌ها انرژی کولنی تأثیر چندانی ندارد. در میان نوکلئیدهای سنگین با Z بزرگ، انرژی کولنی از اهمیت برخوردار است. طبق رابطهٔ (۱۳.۹) در هسته، هر پروتون با پروتون دیگر برهم‌کنش می‌کند؛ در نتیجه انرژی کولنی کل، به تعداد زوج پروتونها، یعنی به تعداد کل پروتونها که در هر زمان دوبره دو اختیار شوند، یا به $Z(Z-1)/2$ بستگی دارد. در هستهٔ سنگین، اثر کولنی که نمایشگر گرایش پروتونها به درهم‌گسیختن پیکربندی پایدار نوکلئون است، در نهایت تقریباً به شکل Z^2 تغییر می‌کند.

بر طبق مدل قطره-مایع بستگی کل نوکلئونها اساساً تحت تأثیر سه‌اثر زیر است. اثر حجمی: E_b/A تقریباً ثابت است؛ بنابراین، انرژی بستگی E_b با A و با حجم هسته‌ای متناسب است.

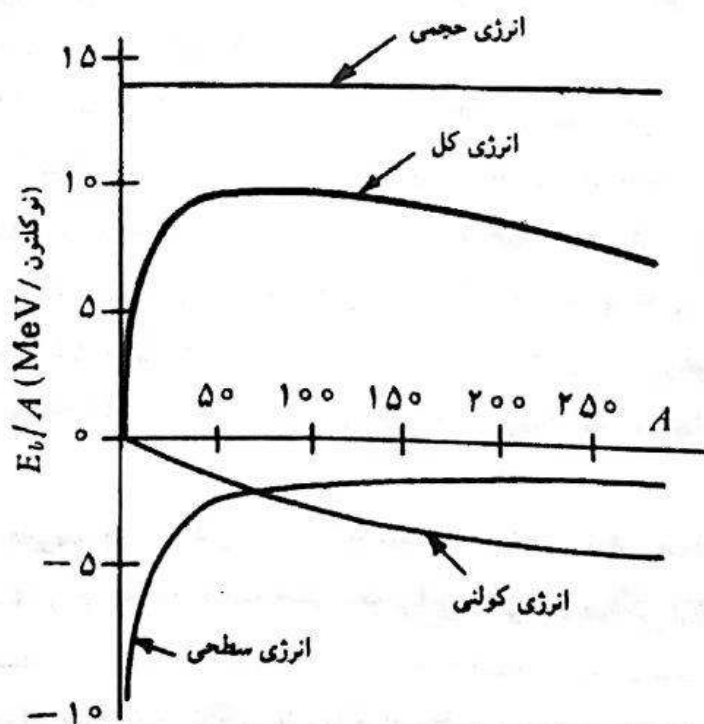
اثر سطحی: انرژی عدم بستگی با مساحت سطح هسته‌ها و بنابراین با R^2 ، یا با $A^{2/3}$ متناسب است.

اثر کولنی: انرژی عدم بستگی با تعداد کل زوج پروتونها، $Z(Z-1)/2$ ، متناسب و با شعاع هسته‌ای R معکوساً متناسب است؛ بنابراین، انرژی کولنی عدم بستگی کل با

$Z^2 A^{-1/3}$ متناسب است.

تطبیق منحنی شکل ۱۰.۹ با منحنی کل اثرهای حجمی، سطحی، و کولنی به‌خوبی امکانپذیر است. اثر حجمی سهم مثبتی در انرژی بستگی کسپ پدید می‌آورد؛ اثرهای سطحی و کولنی سهمهای منفی تولید می‌کنند. هر یک از این سه منحنی و جمع جبری آنها در شکل ۱۱.۹ نشان داده شده‌اند. چون مدل قطره-مایع می‌تواند خصوصیات اصلی منحنی انرژی بستگی را برای هر نوکلئون به‌خوبی توجیه کند، فرضیه‌ای که در آن آمده‌اند باید (لااقل به طور تقریب) با طبیعت واقعی برهم‌کنشهای بین نوکلئونها مطابقت داشته باشند. مدل قطره-مایع بر روشهایی تأکید دارد که در آنها تمام نوکلئونها مشابه‌اند؛ زیرا پروتون و نوترون را به‌عنوان یک نوکلئون (صرفنظر از نیروی کولنی بین پروتونها) در نظر می‌گیرد. ولی، این مدل، در توجیه برخی جزئیات ظریفتر ساختار هسته‌ای عاجز است.

مدلهای تک‌ذره‌ای و مدل پوسته‌ای. یون سدیم Na^+ دارای یک الکترون ظرفیت در خارج از پوسته‌های بسته الکترونیهای داخلی (در پیکربندی الکترونی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$) است. با توجه به ساختار اتمی، ترازهای کوانتومی و خواص شیمیایی به‌اصطلاح یک اتم



شکل ۱۱.۹ سهمهای انرژی حجمی، انرژی سطحی و انرژی کولنی در انرژی بستگی متوسط برای هر نوکلئون به‌صورت تابعی از عدد جرمی.

تک‌الکترونی مانند یون سدیم Na^+ را می‌توان عمدتاً به این الکترون ظرفیت «آخرین» نسبت داد. همین‌طور، با توجه به ساختار هسته‌ای، خواصی از قبیل اندازه حرکت زاویه‌ای و گشتاور مغناطیسی هسته را، در بعضی موارد، می‌توان عمدتاً برحسب یک نوکلئون فرد «آخرین» توجیه کرد. برای پی‌بردن به اینکه چگونه این مدل هسته‌ای تک ذره‌ای خواص هسته‌ای را توضیح می‌دهد، ابتدا، همان‌طور که در جدول ۱۰۹ نشان داده شده است، چگونگی توزیع نوکلئیدهای پایدار (یا با عمر بسیار طولانی و تقریباً پایدار) را بین اعداد زوج-زوج، زوج-فرد، فرد-زوج، و اعداد فرد-فرد پروتون-نوترون، $Z - N$ ، بررسی می‌کنیم.

جدول ۱۰۹

نوع نوکلئید، $Z - N$	تعداد نوکلئیدهای پایدار	تعداد نوکلئیدهای با عمر بسیار زیاد
زوج-زوج	۱۵۵	۱۱
زوج-فرد	۵۳	۳
فرد-زوج	۵۰	۳
فرد-فرد	۴	۵

تقریباً ۶۰ درصد از نوکلئیدهای پایدار، یا خیلی نزدیک به پایدار، دارای تعداد زوجی از پروتون‌ها و نوترون‌ها هستند. واضح است که وقتی ترازهای پروتون و نوترون هردو پر باشند (شکل ۸.۹) هسته‌ها از پایداری بیشتری برخوردارند تا وقتی که تعداد فردی از پروتون‌ها یا از نوترون‌ها وجود داشته باشند. درحقیقت، تنها نمونه‌های نوکلئیدهای فرد-فرد پایدار، سبکترین نوکلئیدهای ممکن از نوع ${}^1_1\text{H}$ ، ${}^6_3\text{Li}$ ، ${}^{10}_5\text{B}$ ، ${}^{14}_7\text{N}$ ، هستند که همگی دارای $Z = N$ اند.

مدل پوسته‌ای در پیشگویی اندازه حرکت زاویه‌ای هسته‌ای کل نوکلئیدهای پایدار نسبتاً موفق است. اندازه حرکت زاویه‌ای کل هر هسته سهم مربوط به سه چشمه زیر را دربر دارد: اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی (یا اسپین هسته‌ای) پروتون‌ها $\hbar/2$ ؛ اندازه حرکت

زاویه‌ای ذاتی (یا اسپین هسته‌ای) نوترون‌ها $\frac{1}{2}\hbar$ ؛ و اندازه حرکت زاویه‌ای مداری نوکلئون‌ها که از حرکت آنها در هسته ناشی می‌شود. این سه سهم به وسیله قسوعد جمع برداری (شکل ۲۵.۷) با هم ترکیب می‌شوند و اندازه حرکت زاویه‌ای هسته‌ای کل، یا براینند را، که به غلط به اسپین هسته‌ای موسوم است و با نماد I نشان داده می‌شود به دست می‌دهند.

اسپینهای هسته‌ای چهار رده از نوکلئیدهای پایدار، در جدول ۲۰۹ داده شده است.

جدول ۲۰۹

اسپین هسته‌ای	نوع نوکلئید، Z-N
۰	زوج-زوج
$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \dots$	زوج-فرد فرد-زوج
۱, ۳	فرد-فرد

اینکه همه نوکلئیدهای زوج-زوج دارای اندازه حرکت زاویه‌ای هسته‌ای کل صفرند به صورت زیر تعبیر می‌شود. پروتون‌ها، ترازهای پروتونی دسترس پذیر را به صورت زوجهای با اسپینهای مختلف جهت پرمی کنند؛ بنابراین، سهم اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین پروتون صفر است. همین طور نوترون‌ها به صورت زوجهای با اسپینهای مختلف جهت قرار می‌گیرند و اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین-نوترون صفر تولید می‌کنند. و بالاخره، اندازه حرکت زاویه‌ای مداری نوترون‌ها و پروتون‌ها صفر است، و این حاکی از آن است که این نوکلئون‌ها در پوسته‌های بسته‌ای همانند پوسته‌ها و زیرپوسته‌های بسته ساختار اتمی قرار دارند. علاوه بر این، همه نوکلئیدهای زوج-زوج دارای گشتاور مغناطیسی هسته‌ای صفرند. درست همان طور که اندازه حرکت زاویه‌ای و گشتاور مغناطیسی صفر اتمهای يك گاز بی اثر به جفت شدن اسپین‌ها و اندازه حرکت‌های مداری الکترون نسبت داده می‌شود، اندازه حرکت زاویه‌ای هسته‌ای صفر و گشتاور مغناطیسی هسته‌ای صفر نوکلئیدهای زوج-زوج نیز به جفت شدن اسپینهای نوترون و اسپینهای پروتون نسبت داده می‌شود. در نوکلئیدهای زوج-فرد یا فرد-زوج، يك نوکلئون فرد، اسپین ذاتی نیمدرست

خود را با عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری درست هسته ترکیب می‌کند و مقادیر نیمدرست I به دست می‌دهد. گشتاور مغناطیسی هسته‌ای این نوکلیدها از مرتبهٔ مگنتون هسته‌ای است. این امر اساس استدلال دیگری است که نشان می‌دهد الکترون‌ها جزو اجزای اصلی هسته نیستند؛ اگر الکترون‌ها در هسته بودند، گشتاور مغناطیسی هسته، از مرتبهٔ يك مگنتون بوهر، تقریباً ۱۰۰۰ بار بزرگتر از گشتاورهای مغناطیسی هسته‌ای مشاهده شده بود

نوکلیدهای فرد-فرد دارای يك پروتون فرد و يك نوترون فرد، هريك با اسپین $1/2$ هستند؛ بنابراین، اسپین هسته‌ای کل I عدد درست است.

اینکه اسپین هسته‌ای يك نوکلید فرد-فرد همچون دوترون (${}^2\text{H}$) چنانچه هسته متشکل از پروتون‌ها و الکترون‌ها بود چگونه می‌بود، جالب توجه است. در آن صورت دوترون در مدل هسته‌ای پروتون-الکترون از دو پروتون و يك الکترون، هر کدام با اسپین $1/2$ ، تشکیل می‌شد؛ بنابراین، این مدل مقدار نیمدرستی برای I پیشگویی می‌کرد. از طرف دیگر، مدل هسته‌ای پروتون-نوترون، با دو ذره که اسپین هريك $1/2$ است، پیشگویی می‌کند که I عدد درست است. اسپین هسته‌ای I دوترون از نظر تجربی برابر ۱ است. براین اساس نیز مدل هسته‌ای پروتون-الکترون قابل دفاع نیست.

مدل پوسته‌ای هسته‌ای مایر^۱ و جنسین^۲، که برای اولین بار در سال ۱۹۴۸/۱۳۲۷ معرفی شد، دلیل پایداری خاص نوکلیدهایی را که تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آنها برابر ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲، و ۱۲۶ (اعداد «سحرآمیز») است توضیح می‌دهد. فرض اساسی آن است که حالت‌های کوانتومی تك ذره به وسیلهٔ برهم‌کنش اسپین-مدار، به‌طور محسوس شکافته می‌شوند (بخش ۶.۷). از این رو، شش حالت p دسترس‌پذیر برای يك پروتون یا نوترون، از طریق برهم‌کنش اندازه حرکت زاویه‌ای مداری و اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی پروتون یا نوترون، به دو حالت $p_{1/2}$ و چهار حالت $p_{3/2}$ تقسیم می‌شود. (حرف p به عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری دلالت دارد و شاخص پایین، اندازه حرکت زاویه‌ای هسته‌ای کل را به دست می‌دهد، از این رو، $p_{3/2}$ حاکی از آن است که عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری برابر ۱ است، اسپین هسته‌ای I برابر $3/2$ است، و تعداد کل حالت‌های دسترس‌پذیر برابر است با $4 = 1 + 2 \times (3/2) = 2I + 1$. جدول ۳.۹ پیکر بندی‌های نوکلئونی را طبق مدل پوسته‌ای تا Z (یا N) برابر ۸۲ فهرست می‌کند. در این جدول گروه‌های ترازها یا پوسته‌هایی که بین آنها شکاف‌های انرژی

جدول ۳.۹

تعداد کل نوکلئونها	اعداد نوکلئونی	پیکر بندی نوکلئونی
۸۲	۳۲ { ۴ ۲ ۱۲ ۶ ۸	$2d_{7/2}$ $3s_{1/2}$ $1h_{11/2}$ $2d_{5/2}$ $1g_{7/2}$
۵۰	۲۲ { ۱۰ ۲ ۶ ۴	$1g_{9/2}$ $2p_{1/2}$ $1f_{5/2}$ $2p_{3/2}$
۲۸	۸ ۸	$1f_{7/2}$
۲۰	۱۲ { ۴ ۲ ۶	$1d_{3/2}$ $2s_{1/2}$ $1d_{5/2}$
۸	۶ { ۲ ۴	$1p_{1/2}$ $1p_{3/2}$
۲	۲ ۲	$1s_{1/2}$

اندازه‌پذیرند در داخل ابرو قرار دارند و دیده می‌شود که تعداد کل نوکلئونهای که پوسته‌های بسته تولید می‌کنند اعداد سحرآمیزند.

مدل پوسته‌ای علاوه بر سه دست دادن اعداد سحرآمیز اسپینهای هسته‌ای را نیز پیشگویی می‌کند. اسپینهای مشاهده شده بسیاری از نوکلئیدها، هم در حالت پایه و هم در حالت برانگیخته، با مقادیر پیشگویی شده توافق دارند.

مدل جمعی. مدل جمعی هسته‌ای، که در سال ۱۹۵۳/۱۳۳۲ توسط بوهر و ماتلسون^۲ پیشنهاد شد، بین مدل قطره‌ای، که در آن نوکلئونها همگی هم‌ارز فرض می‌شوند، و مدل پوسته‌ای، که در آن فرض می‌شود هر نوکلئون در حالت کوانتومی مشخصی است يك مدل میانی است. این مدل بر حرکت جمعی ماده هسته‌ای، به‌ویژه بر ارتعاشات و دورانها، که هر دو از لحاظ انرژی کوانتیده‌اند تأکید دارد. در این مدل گروه زیادی نوکلئون می‌توانند شرکت کنند. به‌ویژه نوکلئیدهای زوج-زوج که اعداد پروتونی یا نوترونی آنها نزدیک به اعداد سحرآمیز است از پیکربندیهای پایدار با تقارن کروی تقریباً کاملی برخوردارند؛ انرژیهای برانگیختگی حالت‌های برانگیخته انرژی هسته‌ای را می‌توان به ارتعاش هسته به‌عنوان يك کل نسبت داد. از طرف دیگر، نوکلئیدهای زوج-زوجی که اعداد پروتونی یا نوترونی آنها دور از اعداد سحرآمیز است اساساً از تقارن کروی به دورند (گفته می‌شود که این نوکلئیدها دارای يك گشتاور چهارقطبی الکتریکی بزرگ‌اند)؛ انرژیهای برانگیختگی حالت‌های برانگیخته هسته‌ای آنها را می‌توان بر حسب حالت‌های کوانتیده دورانی، به دوران هسته به‌عنوان يك کل نسبت داد.

۸.۹ واپاشی هسته‌های ناپایدار

تا اینجا فقط از هسته‌های پایدار، یعنی هسته‌هایی که اگر آنها را به‌حال خود واگذاریم برای مدتی نامتناهی بدون تغییر باقی می‌مانند، بحث کردیم. درست همان‌طور که يك اتم می‌تواند در هر يك از حالت‌های برانگیخته انرژی وجود داشته باشد، يك هسته نیز دارای مجموعه‌ای از حالت‌های برانگیخته، گسسته و کوانتیده انرژی هسته‌ای است. طی سالهای گذشته، پژوهش در فیزیک هسته‌ای داده‌های تجربی فراوانی را در مورد حالت‌های انرژی و طرح‌های واپاشی بیش از ۱۲۰۰ نوکلئید به‌دست داده است؛ و اگرچه هنوز درك نظری کاملی از ساختار هسته‌ای به‌دست نیامده است، اما جنبه‌های بسیار مهمی از آن، از طریق مطالعه هسته‌های ناپایدار، روشن شده است.

علاوه بر قوانین بقای جرم انرژی، اندازه حرکت خطی، اندازه حرکت زاویه‌ای و بار، که در مورد دستگاه‌های هسته‌ای صادق‌اند، قوانین بقای دیگری یافت شده‌اند که در مورد تبدیلات هسته‌ای به کار می‌روند. تنها قانون بقایی که فعلاً مورد نظر ماست قانون بقای زیر است.

قانون بقای نوکلئونها: تعداد کل پروتونها و نوترونهایی که دارد یک واکنش می‌شوند باید با تعداد کل نوکلئونهایی که آن را ترک می‌کنند برابر باشد.

بنابراین، باید جرم انرژی، اندازه حرکت خطی، اندازه حرکت زاویه‌ای، بار الکتریکی و تعداد نوکلئونها، قبل از یک واکنش یا واپاشی همگی با کمیت‌های متناظر بعد از واکنش یا واپاشی برابر باشند. خواهیم دید که چندین اختلاف مهم بین هسته‌های ناپایدار و اتم‌های ناپایدار وجود دارد:

فاصله ترازهای انرژی هسته‌ای به مراتب از فاصله ترازهای انرژی اتمی بیشتر است. زمان متوسطی که یک هسته ناپایدار می‌تواند در یک حالت برانگیخته صرف کند از 10^{-14} ثانیه تا 10^{11} سال تغییر می‌کند، حال آنکه عمر اتمی معمولاً در حدود 10^{-8} ثانیه است.

در حالی که دستگاه‌های اتمی برانگیخته در واکنجستگی، تقریباً به طور پیوسته فوتون گسیل می‌کنند هسته‌های ناپایدار می‌توانند فوتونها یا ذراتی به جرم سکون غیر صفر (برای مثال، ذرات α یا ذرات β) گسیل کنند.

درست همانند واپاشی دستگاه‌های اتمی برانگیخته، تمامی واپاشیهای هسته‌ای، بدون توجه به اختلاف آنها در ذرات گسیل شده یا در آهنگی که با آن این واپاشیها روی می‌دهند، از قانون زیر پیروی می‌کنند: قانون واپاشی پرتوذایی. هسته ناپایدار اولیه را هسته مادر و هسته‌ای را که هسته مادر بدان واپاشیده می‌شود هسته دختر خواهیم نامید. مرگ مادر موجب تولد دختر می‌شود. احتمال اینکه یک هسته ناپایدار یا برانگیخته خود به خود به یک یا چند ذره با انرژی کمتر واپاشیده شود از تاریخ گذشته هسته مادر مستقل است؛ یعنی این احتمال برای تمام هسته‌های از یک نوع یکسان است و با تقریب خوبی از اثرهای خارجی (دما، فشار، و غیره) مستقل است.

هیچ راهی برای پیشگویی زمانی که طی آن هر یک از هسته‌های ناپایدار واپاشیده خواهند شد وجود ندارد؛ بقای هسته به قوانین شانس بستگی دارد، ولی در طول بازه

زمانی بسیار کوچک dt ، احتمال اینکه آن هسته واپاشیده شود با این بازه زمانی مستقیماً متناسب است. با این ترتیب

احتمال اینکه هسته در زمان dt واپاشیده شود $\lambda dt =$

که در آن ثابت تناسب λ ثابت واپاشی یا ثابت فروپاشی نامیده می‌شود. از آنجا که احتمال کل اینکه يك هسته در زمان dt زنده بماند یا واپاشیده شود ۱ (۱۰۰ درصد) است

احتمال اینکه هسته در زمان dt زنده بماند $1 - \lambda dt =$

احتمال اینکه هسته در زمان $2 dt$ زنده بماند $(1 - \lambda dt)^2 = (1 - \lambda dt)(1 - \lambda dt) =$

حال احتمال زنده ماندن هسته را برای n بازه زمانی، هر کدام با طول dt ، بررسی می‌کنیم

$$(14.9) \quad \text{احتمال زنده ماندن هسته برای زمان } n dt = (1 - \lambda dt)^n$$

آنگاه با قراردادن $n dt = t$ ، زمان کلی منقضی شده، و با توجه به اینکه وقتی $n = t/dt \rightarrow \infty$ ، $dt \rightarrow 0$ داریم

$$(15.9) \quad \text{احتمال اینکه هسته در زمان } t \text{ زنده بماند} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\lambda t}{n}\right)^n$$

در این صورت e^{-x} ، که در آن e پایه لگاریتم طبیعی است، به صورت زیر تعریف می‌شود

$$(16.9) \quad e^{-x} \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n$$

از مقایسه روابط (۱۵.۹) و (۱۶.۹)، مشاهده می‌کنیم که

$$(17.9) \quad \text{احتمال اینکه هسته در زمان } t \text{ زنده بماند} = e^{-\lambda t}$$

این معادله نتیجه ضروری این فرض است که واپاشی هسته‌ها در حالت‌های ناپایدار از وضع فعلی و تاریخ گذشته هسته مستقل است. هرچند دقیقاً نمی‌توان گفت که يك هسته چه وقت واپاشیده خواهد شد، اما می‌توان واپاشی آماری تعداد زیادی از هسته‌های ناپایدار یکسان را پیشگویی کرد. چنانچه در آغاز N_0 هسته ناپایدار يك فرایند واپاشی را که با ثابت واپاشی λ مشخص می‌شود از سر بگیرانند در آن صورت تعداد N هسته که در طول زمان t زنده می‌مانند صرفاً برابر است با N_0 ضربدر احتمال زنده ماندن هر هسته. بنابراین، از رابطه (۱۷.۹) داریم

$$(18.9) \quad N = N_0 e^{-\lambda t}$$

این قانون واپاشی نمایی، نه تنها برای هسته‌های ناپایدار، بلکه برای هردستگاه ناپایداری که (مانند اتمها در حالت‌های برانگیخته) به‌طور شانس واپاشیده می‌شود نیز برقرار است. معمولاً سرعت واپاشی بر حسب نیم عمر ($T_{1/2}$) اندازه‌گیری می‌شود. بنا به تعریف، نیم عمر مدت زمانی است که طی آن نیمی از هسته‌های ناپایدار اولیه واپاشیده و نیم دیگر زنده می‌مانند. بنابراین، وقتی $N = N_0/2$ شود $T_{1/2} = t$ است و رابطه (۱۸.۹) چنین به دست می‌دهد

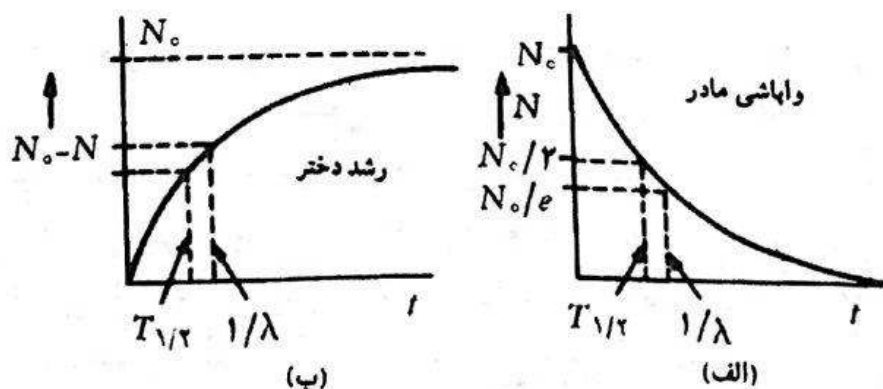
$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln_e 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \quad (19.9)$$

از این رو، اگر ماده پرتوزایی با نیم عمر ۳ ثانیه واپاشیده شود، پس از ۳ ثانیه نیمی از هسته‌های اولیه، پس از ۶ ثانیه یک‌چهارم از آنها و پس از ۹ ثانیه یک‌هشتم به جای می‌مانند. یکای ثابت واپاشی عکس یکای زمان است (برای مثال، s^{-1}) که از تعریف این ثابت به عنوان احتمال واپاشی در یکای زمان نتیجه می‌شود. نیم عمر، همان عمر متوسط (یا عمر میانگین T_{av}) یک هسته ناپایدار نیست، محاسبه ساده‌ای نشان می‌دهد (مسئله ۱۹) که

$$T_{av} = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln_e 2} \quad (20.9)$$

واپاشی هسته‌ساز و رشد همزمان تعداد هسته‌های دختر بر حسب زمان در شکل ۱۲.۹ نشان داده شده‌اند. تعداد هسته‌های دختری که پس از زمان t متولد می‌شوند عبارت



شکل ۱۲.۹ (الف) واپاشی در تعداد اتمهای پرتوزای مادر و (ب) رشد تعداد اتمهای (پایدار) دختر به صورت توابعی از زمان.

است از $N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$ که در آن N_0 بازهم تعداد اولیه هسته‌های مادر است.

کمیت دیگری که واپاشی پرتوزایی را توصیف می‌کند فعالیت است. فعالیت به‌صورت تعداد واپاشیها در ثانیه تعریف می‌شود. از رابطه (۱۸.۹) نتیجه می‌شود که

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N_0 e^{-\lambda t} = -\lambda N$$

$$\text{فعالیت} = -\frac{dN}{dt} = \lambda N = (\lambda N_0) e^{-\lambda t} \quad (21.9)$$

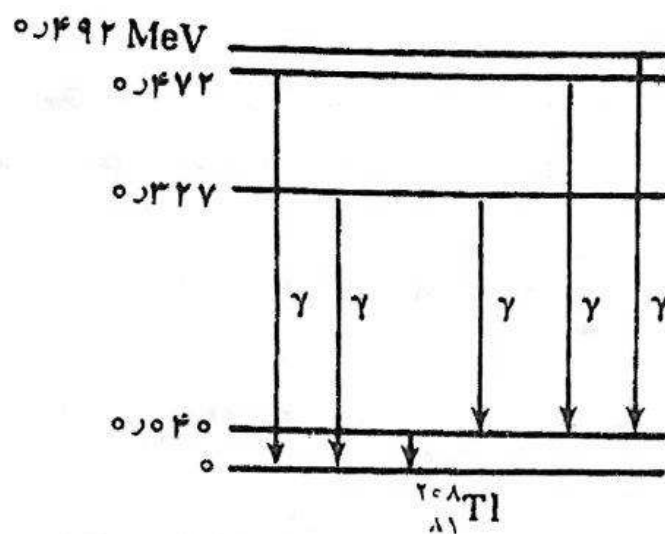
علامت منفی موجود در این معادله حاکی از آن است که تعداد هسته‌های ناپایدار با زمان کاهش می‌یابد. فعالیت λN ، که در آغاز λN_0 است، به‌صورت $e^{-\lambda t}$ کاهش می‌یابد. فعالیت هسته‌های ناپایداری که ذرات یا فوتونها تابش می‌کنند، یعنی پرتوزایی را می‌توان با یک شمارگر تابش هسته‌ای در دوره‌هایی از زمان که در مقایسه با نیم‌عمر واپاشی کوتاه هستند اندازه‌گیری کرد. در آن صورت، این اندازه‌گیری یک روش ساده و مستقیم را برای اندازه‌گیری λ یا $T_{1/2}$ به‌دست می‌دهد.

یکای معمولی برای اندازه‌گیری فعالیت کودی است، که دقیقاً به صورت 3.7×10^{10} فروپاشی در ثانیه تعریف می‌شود؛ یکی از اجزای کوری میلی کوری، $3.7 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ است. یکای دیگری که گاهی برای فعالیت مورد استفاده قرار می‌گیرد (ادفود است)، که به‌صورت 10^6 فروپاشی در ثانیه تعریف می‌شود.

۹.۹ واپاشی γ

همه نوکلیدهای پایدار معمولاً در پایستترین حالتها، یا حالت‌های پایه، قرار دارند. اگر چنین نوکلیدهایی برانگیخته شوند و با بمباران فوتونی یا ذره‌ای انرژی کسب کنند، می‌توانند در هر یک از حالت‌های کوانتیده یا برانگیخته انرژی وجود داشته باشند. در واقع، همه نوکلیدهای پرتوزا در آغاز در حالت‌هایی از انرژی قرار دارند که در آن حالتها می‌توانند با گسیل فوتونها یا ذرات واپاشیده شوند. در اینجا واپاشی هسته از یک حالت برانگیخته با گسیل یک فوتون را بررسی می‌کنیم. فوتون گسیل شده از هسته در حالت برانگیخته را پرتو γ می‌نامند.

ترازهای انرژی هسته‌ای عنصر پرتوزای تالیوم (^{208}Tl) در شکل ۱۳.۹ نشان داده شده‌اند، که در آن انرژی هسته در حالت پایه برابر صفر اختیار شده است. این شکل



شکل ۱۳.۹ نمودار تراز انرژی هسته‌ای و گذارهای پرتو γ ی عنصر $^{208}_{81}\text{Tl}$

گذارهایی را که به پرتوهای γ منجر می‌شوند نیز نشان می‌دهد. گستره فواصل ترازهای انرژی هسته‌ای، برخلاف فواصل به مراتب کوچکتر مربوط به ترازهای انرژی اتمی، از دهها هزار تا چند میلیون الکترون ولت تغییر می‌کنند. این ترازهای انرژی هسته‌ای را، وقتی که هسته‌های برانگیخته پرشهای کوانتومی به حالت‌های پایینتر انجام می‌دهند، می‌توان ازطیف پرتوگسیل شده استنباط کرد.

درطیف نمایی پرتو γ ، برای اندازه‌گیری انرژی پرتوهای γ از چندین روش می‌توان استفاده کرد؛ ساده‌ترین روش طیف‌سنج سوسوزن (بخش ۲۰.۸) است. تنها آن گذارهای هسته‌ای رخ می‌دهند که در آنها قوانین بقا برقرار است. در گذار به‌سوی پایین از حالت انرژی هسته‌ای بالاتر E_{u} به حالت پایینتر E_{l} ، که با گسیل فوتون پرتو γ با انرژی $h\nu$ همراه است، بقای انرژی ایجاب می‌کند که داشته باشیم*

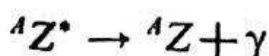
$$h\nu = E_{\text{u}} - E_{\text{l}} \quad (22.9)$$

بقای اندازه حرکت خطی مستلزم آن است که اندازه حرکت خطی کل بعد از واپاشی وگسیل γ با اندازه حرکت خطی قبل از واپاشی برابر باشد. چنانچه هسته در حال واپاشی در آغاز به‌حال سکون باشد، وقتی فوتون گسیل می‌شود، آن هسته باید با اندازه حرکتی برابر با اندازه حرکت فوتون $(h\nu/c)$ پس زده شود. ازاین‌رو

* معادله (۲۲.۹) تقریبی است؛ برای آشنایی با رابطه دقیقتر به اثر موسباؤئر در صفحات ۴۸۴ تا ۴۸۶ رجوع کنید.

$$\frac{h\nu}{c} = mv \quad (23.9)$$

که در آن mv اندازه حرکت هسته پس زده است.
در واپاشی γ ذره به صورت هسته برانگیخته ($^A Z^*$) آفریده می شود و به حالت پایتتری مثل حالت پایه $^A Z$ واپاشیده می شود. در اینجا از نماد گذاری قراردادی استفاده می کنیم که در آن هسته برانگیخته با یک ستاره مشخص می شود. به طور نمادی می توان نوشت



این واپاشی، با بقای بار (Ze قبل از واپاشی $= Ze$ بعد از واپاشی) و بقای نوکلونها (A قبل از واپاشی $= A$ بعد از واپاشی) سازگاری دارد.*

داشتن معیاری برای قضاوت در سرعت نسبی که با آن واپاشیهای هسته ای روی می دهند مفید است. برای این منظور می توان زمان هسته ای t_h را به عنوان زمانی تعریف کرد که طی آن یک نوکلئون نوعی، که دارای انرژی چندین میلیون الکترون ولت است و با سرعت تقریباً 10^{10} حرکت می کند، مسافت هسته ای تقریباً 3×10^{-15} متری را پیماید. در نتیجه $t_h \approx (3 \times 10^{-15} \text{ m}) / (3 \times 10^7 \text{ m/s}) \approx 10^{-22} \text{ s}$ است. آنگاه انتظار می رود که هر واپاشی سریع هسته ای دارای نیم عمری باشد که بیش از چند مرتبه بزرگی از 10^{-22} ثانیه (یک زمان بی اندازه کوتاه) بزرگتر نباشد.

از لحاظ نظری پیشگویی می شود که نیم عمر در یک واپاشی نوعی γ ، از مرتبه 10^{-14} ثانیه باشد؛ یک چنین واپاشی سریعی را نمی توان با زمان دنبال کرد، ولی بعضی واپاشیهای γ آنچنان قویاً ممنوع اند که این نیم عمر از 10^{-6} ثانیه بیشتر است و به سهولت می توان آن را اندازه گیری کرد. چنین نوکلئیدهایی که در واپاشی γ از لحاظ قابلیت اندازه گیری، دارای نیم عمر طویل اند ایزومر نامیده می شوند. یک ایزومر، از لحاظ شیمیایی از هسته با انرژی پایتتری که به آهستگی به آن واپاشیده می شود قابل تمیز نیست. یک مثال جالب ایزومری، ایزومر بودن نیویوم (^{94}Nb) است که واپاشی γ را با نیم عمری برابر ۶۰ روز محتمل می شود.

* فرایند دیگری که با واپاشی γ رقابت می کند تبدیل داخلی است. در این فرایند، هسته ای که در حالت برانگیخته قرار دارد انرژی برانگیختگی خود را (در داخل اتم) از داخل به یکی از الکترونهای اتمی داخلی که با انرژی E_i مقید است می دهد؛ بنابراین، $E_u - E_l = E_i + K_e$ است، که در آن K_e انرژی جنبشی الکترون آزاد شده است.

وایشی γ ی هسته‌های برانگیخته، به عنوان يك وسیله مستقیم برای علامت‌دهی ناپایداری هسته‌ها به کار می‌رود. تحلیل انرژی‌های پرتو γ ، امکان ترسیم نمودارهای تراز انرژی هسته‌ای را فراهم می‌کند (شکل ۱۳.۹). البته هر نظریه هسته‌ای موقی باید قادر به پیشگویی مفصل ترازهای انرژی هسته‌ها باشد، و هر چند فعلاً هیچ نظریه کاملی موجود نیست، اما نمودارهای تراز انرژی بسیاری از نوکلیدها، لااقل تا حدی، بر پایه نظریه کوانتومی درك می‌شوند.

اثر موسباؤئر. وقتی يك هسته که درحالتی برانگیخته و در آغاز به حال سکون است با گسیل يك فوتون واپاشیده شود، بقای انرژی ایجاب می‌کند که

$$E_u - E_l = h\nu + E_k$$

که در آن $mv^2/2 = E_k$ انرژی جنبشی هسته پس‌زده است. از بقای اندازه حرکت داریم $E_k = p^2/2m = (h\nu)^2/2mc^2$ ، و انرژی جنبشی پس‌زنی را می‌توان به صورت $p = mv = h\nu/c$ نوشت. در این صورت، اختلاف انرژی بین حالت‌های بالاتر و پایینتر، $E_u - E_l$ ، چنین است

$$E_u - E_l = h\nu + \frac{(h\nu)^2}{2mc^2} = h\nu \left(1 + \frac{h\nu}{2mc^2} \right)$$

هسته $^{57}\text{Fe}^*$ را، که با عمر میانگین 6.9×10^{-8} ثانیه از حالت برانگیخته با گسیل يك پرتو γ با انرژی ۱۴۰۴ کیلو الکترون ولت واپاشیده می‌شود در نظر می‌گیریم. اگر این هسته آزاد و در آغاز به حال سکون باشد، با انرژی جنبشی

$$E_k = \frac{(h\nu)^2}{2mc^2} = \frac{(1404 \text{ keV})^2}{(2 \times 57 \text{ u} \times 931 \text{ GeV/u})} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ eV}$$

در گسیل فوتون پس‌زده می‌شود. حال فرض کنید که فوتون با انرژی ۱۴۰۴ کیلو الکترون ولت بر هسته ^{57}Fe آزاد دیگری که در آغاز به حال سکون و در حالت پایه قرار دارد فرود آید. آیا این فوتون می‌تواند در فرایند درآشامی تشدیدي توسط هسته دوم درآشامیده شود؟ یعنی، آیا واکشیختگی از حالت برانگیخته به حالت پایه يك هسته با گسیل يك فوتون می‌تواند برانگیختگی هسته دیگری را از حالت پایه به حالت برانگیخته، در اثر بمباران همان فوتون، به دنبال داشته باشد؟ همان‌طور که رابطه انرژی در بالا نشان می‌دهد پاسخ منفی است، زیرا اختلاف بین دو تراز انرژی کوانتیده، از انرژی این فوتون به اندازه $E_k = 2.0 \times 10^{-3} \text{ eV}$ بیشتر است. این فوتون تنها در صورتی می‌تواند به طور تشدیدي درآشامیده شود که هسته دوم در آغاز با انرژی جنبشی 2.0×10^{-3} الکترون ولت به سوی آن در حرکت باشد. در نتیجه، اختلاف انرژی بین هسته گسیل دهنده و هسته درآشام برای $2E_k$ است.

به طور ضمنی فرض کردیم که ترازهای انرژی هسته‌ای بالاتر و پایینتر به طور

نامتناهی تیزند. چون حالت برانگیخته ^{57}Fe دارای عمر متوسط متناهی 6.9×10^{-8} ثانیه است رابطه عدم قطعیت ایجاب می‌کند که انرژی کوانتیده این حالت، لااقل به اندازه ΔE (پهنای خط طبیعی)، نامعین باشد که در آن

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{1.05 \times 10^{-34} \text{ J-s}}{6.9 \times 10^{-8} \text{ s}} = 1.5 \times 10^{-8} \text{ eV} \quad (14.5)$$

می‌بینیم که «نامعینی» ذاتی ترازهای انرژی کوانتیده، $\Delta E = 1.5 \times 10^{-8} \text{ eV}$ ، به اندازه ۲۰۰۰۰۰ بار از انرژی پس‌زنی، $E_k = 2.0 \times 10^{-3} \text{ eV}$ ، کمتر است. اینکه انرژی فوتون نمی‌تواند با این اختلاف تراز انرژی حاصل از پس‌زنی دقیقاً برابری کند با نامعین بودن ترازهای انرژی شرکت‌کننده جبران نمی‌شود. با وجود این در سال ۱۹۵۸/۱۳۳۷ موسباؤئر دریافت که درآشامی تشدید بین چشمه‌ای از هسته‌های ^{57}Fe در شبکه بلورین یک جامد و یک درآشام از هسته‌های ^{57}Fe ، که آن نیز در یک شبکه بلورین است، رخ می‌دهد. توضیح این اثر (اثر موسباؤئر) در پدیده گسیل بدون پس‌زنی پرتوهای γ نهفته است. چون هر هسته یک جامد به شبکه‌ای از اتمها، که انرژیهای ممکن آنها با شرایط کوانتومی تعیین می‌شود (بخش ۸.۱۲) مقید است، اندازه حرکت پس‌زنی هسته‌ای که یک فوتون گسیل می‌کند به سراسر شبکه اتمها انتقال داده می‌شود. به بیان دیگر، انرژی پس‌زنی $E_k = (h\nu)^2 / 2mc^2$ فوق‌العاده کوچک است، زیرا جرم m عملاً جرم تمامی اتمهای شبکه است نه صرفاً جرم یک اتم. در این صورت انرژی فوتون دقیقاً با اختلاف انرژی کوانتیده هسته‌ای (در پهنای خط ΔE) برابری می‌کند؛ به بیان دیگر، فوتونهای پرتو γ ، در تعریف انرژی، تنها با پهنای طبیعی ΔE محدود می‌شوند نه با اثر پس‌زنی. از این رو، خط با انرژی ۱۴.۴ الکترون‌ولت برای ^{57}Fe ، که برای آن $\Delta E = 1.5 \times 10^{-8} \text{ eV}$ است، فوق‌العاده تیز است و پاشیدگی $\Delta E/h\nu$ در انرژیهای پرتو γ کوچکتر از ۱ قسمت در 10^{12} قسمت خواهد بود.

فرض کنید که یک گسیل‌دهنده فوتون با سرعت v در حرکت باشد. در آن صورت، طبق اثر دوپلر* بسامد ν فوتون به اندازه $\Delta\nu$ تغییر می‌کند، که در آن

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c}$$

است. یک درآشام فوتون در حال حرکت نیز از همین قاعده پیروی می‌کند. با فرض اینکه ν صرفاً برابر با ۳ سانتیمتر بر ثانیه باشد، درمی‌یابیم که $\Delta\nu/\nu = v/c = 10^{-10}$ است. از این رو، برای این سرعت نسبتاً پایین، تغییر نسبی در بسامد فوتون از تفکیک بسامد فوتونی (یک قسمت در 10^{12}) که از طریق اثر موسباؤئر با یک چشمه ^{57}Fe قابل حصول است ۱۰ بار بزرگتر است. آنگاه، با حرکت دادن یک چشمه پرتو γ با سرعت پایین، اندازه‌گیری

* ر.ک بخش ۱۱.۱۷ کتاب زیر

تغییرات فوق‌العاده کوچک در بسامد فوتون یا به‌طور معادل، تغییرات فوق‌العاده کوچک در ترازهای انرژی هسته‌ای امکانپذیر می‌شود. آزمایش پوند^۱ و ریکا^۲ که در سال ۱۹۶۰/۱۳۳۹ انجام شد، یک مثال جالب توجه است، در اثر برهم‌کنش گرانشی فوتون با زمین، هنگام سقوط آن به‌اندازه ۲۰ متر، تغییری در بسامد فوتون به‌صورت ۲ قسمت در ۱۰۱۵ قسمت مورد تأیید قرار گرفت (مسئله ۲۹).

۱۰.۹ واپاشی α

واپاشی γ به وضوح نشان می‌دهد که حالت‌های برانگیخته انرژی هسته‌ای، گسسته‌اند. مد واپاشی دیگری از هسته‌های ناپایدار، که آن نیز گسسته بودن حالت‌های انرژی هسته‌ای را نشان می‌دهد، واپاشی α است. برخی هسته‌های پرتوزا، هسته‌هایی که برای آنها $Z > 82$ است، خود به‌خود به یک هسته دختر و یک هسته هلیوم واپاشیده می‌شوند. چون پیکربندی ذره α بسیار پایدار است، شاید شگفت‌انگیز نباشد که یک چنین گروهی از ذرات بتوانند پیش از واپاشی α در درون هسته مادر وجود داشته باشند. قوانین بقای بار و نوکلئون‌ها ایجاب می‌کنند که



که در آن P و D، به ترتیب، نشان‌دهنده هسته‌های مادر و دخترند. شاخصهای پایین و بالا، به ترتیب، بار الکتریکی بر حسب واحد e و تعداد نوکلئون‌ها را به دست می‌دهند؛ قوانین بقا ایجاب می‌کنند که جمع شاخصهای متناظر در دو طرف این واکنش برابر باشند. برای مثال، یسموت ۲۱۲ با گسیل α به تالیوم ۲۰۸ واپاشیده می‌شود



چنانچه در آغاز، هسته مادر پرتوزا در حال سکون اختیار شود، قوانین بقای انرژی و اندازه حرکت خطی چنین نتیجه می‌دهند

$$M_P c^2 = (M_D + M_\alpha) c^2 + K_D + K_\alpha \quad (26.9)$$

$$M_D v_D = M_\alpha v_\alpha \quad (27.9)$$

که در آن M ها جرمهای سکون اتمی مادر، دختر، و ذره α ، و K ها و v ها انرژیهای جنبشی و سرعت‌های دختر و ذره α هستند. در این معادلات می‌توان از عبارات غیرنسیتی برای انرژی جنبشی و اندازه حرکت استفاده کرد، زیرا انرژی آزاد شده در واپاشی α هرگز از ۱۰ مگا الکترون‌ولت بیشتر نیست؛ حال آنکه انرژی سکون ذره α در حدود

۴ جیگا الکترون ولت است.

واضح است که انرژیهای جنبشی K_D و K_α هرگز نمی توانند منفی باشند؛ بنابراین، واپاشی α از لحاظ انرژی، رابطه (۲۶.۹)، تنها در صورتی امکانپذیر است که

$$M_P > M_D + M_\alpha \quad (28.9)$$

باشد. اگر این نامساوی برقرار نباشد واپاشی α به سادگی رخ نمی دهد.

انرژی آزاد شده در این واپاشی، $K_D + K_\alpha$ ، انرژی فروپاشی نامیده می شود و با نماد Q نمایش داده می شود. با استفاده از رابطه (۲۶.۹) می توان نوشت

$$Q = K_D + K_\alpha = (M_P - M_D - M_\alpha)c^2 \quad (29.9)$$

واپاشی از لحاظ انرژی تنها برای $Q > 0$ امکانپذیر است.

هنگامی که واپاشی α مشاهده می شود، معمولاً انرژی ذره α (یعنی K_α) اندازه گیری می شود؛ برای مثال، این کار با یافتن برد ذره یا با اندازه گیری شعاع انحنای آن در میدان مغناطیسی می تواند انجام شود. می خواهیم ببینیم که چگونه انرژی اندازه گیری شده K_α به انرژی کل Q آزاد شده در واپاشی مربوط می شود. با مجذور کردن رابطه (۲۷.۹) و ضرب آن در $1/2$ چنین به دست می آید

$$M_D \left(\frac{1}{2} M_D v_D^2 \right) = M_\alpha \left(\frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \right)$$

$$M_D K_D = M_\alpha K_\alpha \quad (30.9)$$

بر حسب یکای جرم اتمی، جرمهای دختر و α تقریباً، به ترتیب، برابرند با $(A-4)$ و 4 . آنگاه این معادله به صورت زیر درمی آید

$$(A-4)K_D = 4K_\alpha$$

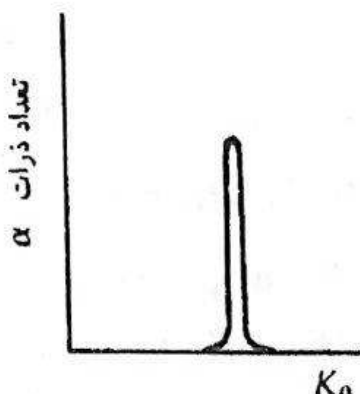
ولی

$$Q = K_\alpha + K_D = K_\alpha \left(1 + \frac{4}{A-4} \right)$$

بنابراین

$$K_\alpha = \frac{A-4}{A} Q \quad (31.9)$$

این معادله نشان می دهد که در گسیل دو ذره ای از هسته ناپایداری که در آغاز به حال سکون است ذره α با انرژی دقیقاً معلوم خارج می شود؛ چون Q دارای مقدار دقیقی است،



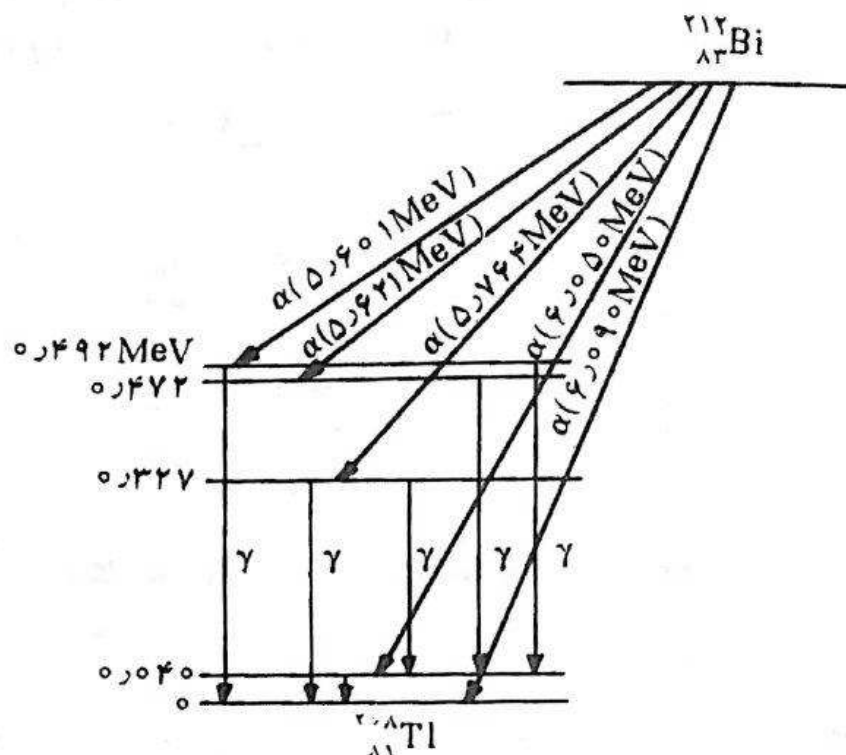
شکل ۱۴.۹ طیف انرژی ذرات α از يك ماده پرتوزا.

K_α نیز چنین است. طیف انرژی ذرات α که در واپاشی ساده α از يك ماده پرتوزا گسیل می‌شوند. در شکل ۱۴.۹ نشان داده شده است. ذرات α تک‌انرژی‌اند. مواد پرتوزایی که برای واپاشی α ناپایدارند، عناصر سنگین با $A \gg 4$ هستند. معادله (۳۱.۹) نشان می‌دهد که K_α فقط اندکی از Q کوچکتر است؛ تقریباً بدهمین دلیل است که تمامی انرژی آزاد شده در واپاشی به صورت انرژی جنبشی به وسیله ذره سبک به خارج حمل می‌شود.

اکثر گسیل دهنده‌های α ، بدجای يك انرژی گروهی از انرژیهای گسته ذره α را نشان می‌دهند. این مطلب به سادگی بر حسب نموداری از يك تراز انرژی هسته‌ای (شکل ۱۵.۹) در مورد واپاشی بیسموت ۲۱۲ [معادله (۲۵.۹)] درك می‌شود. هسته مادر می‌تواند با گسیل α به چند حالت انرژی (حالت پایه و حالت‌های برانگیخته) واپاشیده شود. پراثرترین ذرات α با گذارهایی متناظرند که در گیر واپاشی به حالت پایه هسته دخترند؛ Q به کار رفته در تحلیل ما درست در این مورد تعریف می‌شود، زیرا در این تحلیل جرم هسته دختر برابر با جرم آن در حالت پایه اختیار شده است.

واپاشی يك دختر به حالتی برانگیخته. با گسیل يك یا چند γ که به حالت پایه می‌انجامد، دنبال می‌شود. چون نیم عمر واپاشی γ معمولاً فوق‌العاده کوتاه است، ظاهراً پرتوهای γ از نظر زمانی بر واپاشیهای α منطبق‌اند. انرژی پرتوهای γ با اختلاف انرژی ذرات گسیل شده α کاملاً سازگارند.

در حدود ۱۶۵ گسیل دهنده α شناسایی شده‌اند. ذرات گسیل شده α دارای انرژیهای گسته‌اند و از حدود ۴ تا ۱۵ مگا الکترون‌ولت، یعنی تا ۲ برابر تغییر می‌کنند؛ ولی نیم عمرها از 10^{-6} ثانیه تا 10^{10} سال، یعنی تا 10^{23} برابر تغییر می‌کنند. همان‌طور که از مثالهای جدول ۴.۹ دیده می‌شود، گسیل دهنده‌های با عمر کوتاه α دارای بالاترین



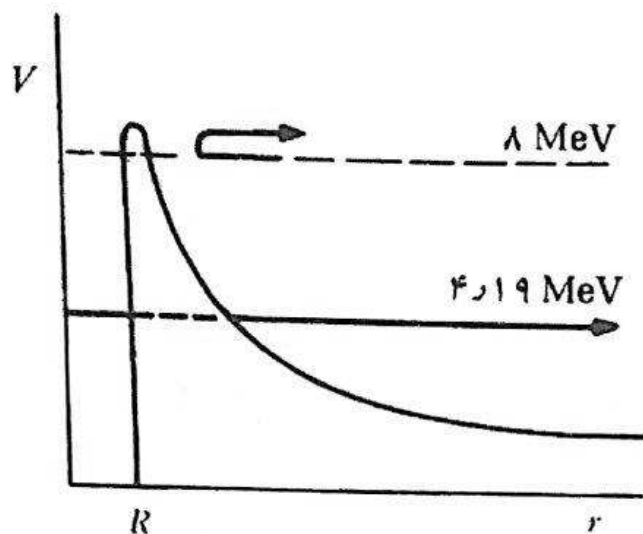
شکل ۱۵.۹ نمودار تراز انرژی هسته‌ای که واپاشی بسموت ۲۱۲ را با گسیل α به حالت‌های پایه و برانگیخته تالیوم ۲۰۸ نشان می‌دهد.

انرژی‌اند و برعکس.

نظریه واپاشی α . می‌خواهیم برخی جزئیات واپاشی اورانیوم ۲۳۸ به توریم ۲۳۴ بدوسیله گسیل α را بررسی کنیم. شکل ۱۶.۹ که انرژی پتانسیل هسته دختر را از دید یک ذره α نشان می‌دهد در نظر می‌گیریم. هنگامی که ذره α در فاصله‌ای بزرگتر از R از مرکز هسته قرار می‌گیرد برد نیروی هسته‌ای (در حدود 10^{-14} متر)، نیروی بین

جدول ۴.۹

گسیل‌دهنده α	K_α (MeV)	$T_{1/2}$ (s)	λ (s^{-1})
$^{238}_{92}\text{U}$	۴.۱۹	1.42×10^{17}	5.6×10^{-18}
$^{212}_{83}\text{Bi}$	۶.۰۵ و ۶.۰۹	3.76×10^4	1.9×10^{-5}
$^{215}_{85}\text{At}$	۸.۰۰	10^{-4}	10^4



شکل ۱۶.۹ انرژی پتانسیل هسته توریوم ۲۳۴ از دید يك ذره α .

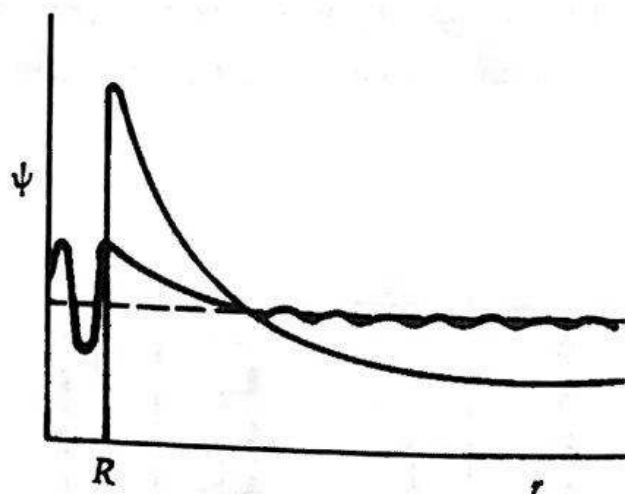
ذرات، با قانون کولن بیان می‌شود. این مطلب به وسیله آزمایش‌های پراکندگی ذره α ، که در آنها ذرات α با انرژی‌هایی برابر ۸ مگا الکترون‌ولت از هسته‌های توریوم توسط نیروی دافعه کولنی پراکنده می‌شوند، تأیید می‌شود. در فواصل کمتر از R ، ذره α تحت تأثیر يك نیروی جاذبه قوی، که آن را به هسته توریوم می‌چسباند، قرار می‌گیرد. ولی این دستگاه مقید، که مرکب از هسته دختر ^{234}Th و يك ذره α است، همان هسته مادر ^{238}U است. بنابراین فرض می‌شود که دو پروتون و دو نوترون با هم متحد می‌شوند و يك ذره α در داخل هسته مادر تشکیل می‌دهند؛ هسته مادر برای زمانی که در مقایسه با زمان هسته‌ای (10^{-22} ثانیه) طولانی است وجود دارد.

آزمایش نشان داده است که اورانیوم ۲۳۸، ذرات α را با انرژی جنبشی ۴.۱۹ مگا الکترون‌ولت گسیل می‌کند (شکل ۱۶.۹). چون وقتی ذره α از هسته دختر خیلی دور است انرژی پتانسیل صفر می‌شود، این انرژی جنبشی نمایشگر انرژی کل ذره در هر فاصله‌ای از هسته نیز هست. در داخل هسته نیز انرژی کل ذره α ، ۴.۱۹ مگا الکترون‌ولت است که جمع جبری انرژی پتانسیل (منفی) و انرژی جنبشی (مثبت) است. از دیدگاه کلاسیک چنانچه این ذره α در درون «دیوارهای» هسته‌ای محبوس باشد، بین این دیوارها به طور نامعین پس و پیش می‌رود و تقریباً در هر ثانیه 10^{21} بار با آنها اصابت می‌کند؛ این ذره نمی‌تواند در دیوارها نفوذ و از طریق آنها فرار کند، زیرا نمی‌تواند دارای انرژی جنبشی منفی باشد. براین اساس، رویداد واپاشی α امکانپذیر نخواهد بود؛ چون واپاشی α در واقع رخ می‌دهد، استدلال کلاسیک کار برد ندارد؛ اما،

واپاشی α بر حسب پدیده مکانیک موجی معروف به اثر تونل (بخش ۱۵.۵) به سهولت درک می‌شود. این اثر برای نخستین بار توسط گاماوا^۱ (۱۹۲۸/۱۳۵۷)، گورنی^۲ و کاندان^۳ پیشنهاد شد.

در مکانیک موجی احتمال تعیین موضع ذره α به تابع موج $\psi(r)$ آن وابسته است. این تابع موج برای پتانسیل شکل ۱۶.۹ تابع موجی است که در شکل ۱۷.۹ نشان داده شده است: این تابع موج در داخل چاه انرژی پتانسیل جاذبه‌ای نوسانی است، در طول سد پتانسیل فوق‌العاده تضعیف می‌شود و در خارج هسته مجدداً، بسا دامنه‌ای کوچک ولی معین، نوسانی است. این بدان معناست که احتمالی بسیار کوچک، ولی معین، وجود دارد که یک ذره α ، که در آغاز در داخل هسته است زمانی در خارج از هسته باشد. این احتمال تونل زنی در طول سد قویاً به بلندی وضخامت سد بستگی دارد و هرچه انرژی ذره بیشتر باشد این احتمال بیشتر خواهد شد.

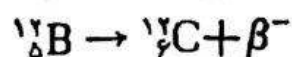
یک راه برای تجسم واپاشی این است که فرض کنیم ذره بین دیوارهای هسته‌ای پس و پیش می‌رود تا اینکه سرانجام با نفوذ در سد انرژی پتانسیل فرار کند. می‌خواهیم تعداد کوششهایی را که ذره قبل از شکستن سد پتانسیل باید انجام دهد محاسبه کنیم. نیم عمر اورانیوم ۲۳۸ در حدود 10^{17} ثانیه است؛ در این صورت یک ذره α در 10^{17} ثانیه باید به طور متوسط 10^{21} کوشش در ثانیه، یا روی هم رفته 10^{38} کوشش قبل از فرار صورت دهد.



شکل ۱۷.۹ تابع موج نفوذ ذره α در طول سد هسته‌ای.

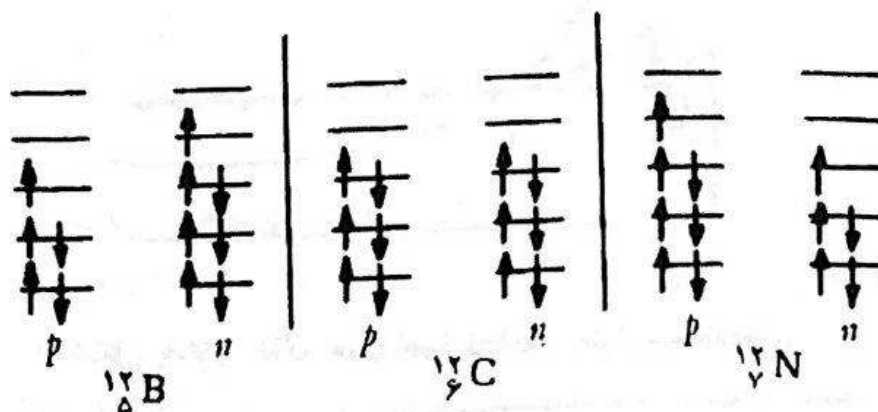
۱۱.۹ واپاشی β

واپاشی β را می‌توان به صورت يك فرايند واپاشی پرتوزا تعريف كرد كه در آن بار يك هسته، بدون آنكه تغییری در تعداد نوکلئونها رخ دهد، تغییر می‌کند. برای نشان دادن مثالی از ناپایداری β سه نوکلئید بورون ۱۲، کربن ۱۲، و ازت ۱۲ را در نظر می‌گیریم. ترازهای اشغال پروتونها و نوترونهای این نوکلئیدها به طور طرح‌وار در شکل ۱۸.۹ نشان داده شده‌اند. این سه نوکلئید ایزوبار و دارای ۱۲ نوکلئون‌اند، ولی در اعداد پروتونی و نوترونی N و Z متفاوت‌اند. تنها هسته کربن، با ۶ پروتون و ۶ نوترون، پایدار است. واضح است که تعداد نوترونهای هسته بورون و تعداد پروتونهای هسته ازت بیش از آن زیادند که پایدار باشند. هسته ناپایدار بورون با تبدیل یکی از نوکلئونهای خود از نوترون به پروتون، به يك حالت انرژی پایینتر واپاشیده می‌شود و نوترون اخیر، همان‌گونه که باید، به پایینترین تراز دسترس‌پذیر پروتون می‌پرد. در این فرایند هسته ${}^{12}_5\text{B}$ به هسته پایدار ${}^{12}_6\text{C}$ تبدیل شده است و برای پایداری بار الکتریکی باید يك واحد بار منفی آفریده شود. می‌دانیم که الکترون نمی‌تواند در داخل هسته وجود داشته باشد؛ بنابراین الکترون آفریده شده، یا ذره β باید طبق تبدیل زیر از هسته واپاشیده گسیل شود



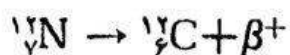
که در آن علامت منفی بر بار منفی دلالت دارد.

واپاشی ازت ۱۲ مانسته واپاشی بالاست. این ایزوتوپ ازت، برای اینکه پایدار باشد، دارای پروتونهای بیش از اندازه زیاد و نوترونهای بیش از اندازه کم است. بنابراین، با تبدیل یکی از نوکلئونهای خود از پروتون به نوترون، به يك حالت انرژی پایینتر واپاشیده



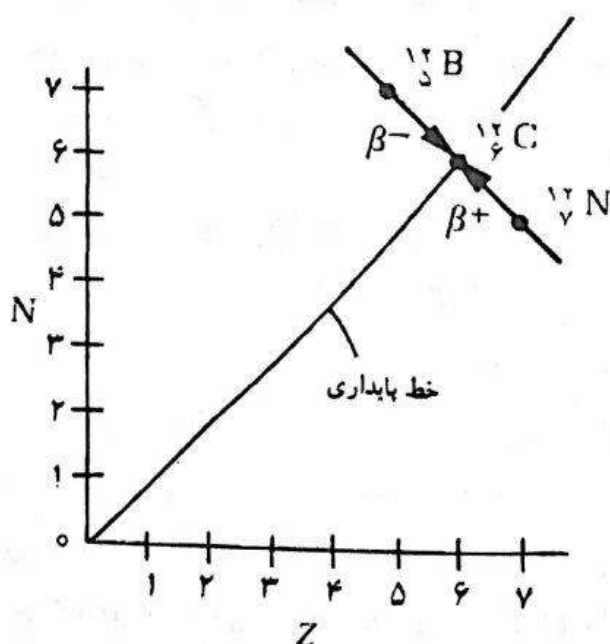
شکل ۱۸.۹ ترازهای اشغال پروتون و نوترون در بورون ۱۲، کربن ۱۲، و ازت ۱۲.

می‌شود و پروتون اخیر به پایستترین تراز دسترس پذیر نوترون می‌پرد. در این واپاشی هسته ناپایدار $^{12}_{7}\text{N}$ به هسته پایدار $^{12}_{6}\text{C}$ تبدیل می‌شود، و بار با آفرینش یک ذره بتای مثبت (پوزیترون) پایسته می‌ماند. چون یک پوزیترون نمی‌تواند در داخل یک هسته وجود داشته باشد، باید گسیل شود. این واپاشی را می‌توان به صورت



نشان داد. این فرایندها روی یک منحنی N بر حسب Z نیز در شکل ۱۹.۹ نشان داده شده‌اند. هسته کربن بر خط پایداری قرار می‌گیرد؛ بورون در بالا و ازت در پایین آن خط قرار می‌گیرند. تبدیلات واپاشی β در امتداد یک خط ایزوبار (۴۵ درجه) به طریقی رخ می‌دهند که نوکلیدهای ناپایدار به خط پایداری نزدیکتر شوند.

نوع دیگری از واپاشی β گیراندازی الکترون است. در گیراندازی الکترون، یک الکترون اتمی با پروتونی از هسته ترکیب می‌شود و بدین نوترون تبدیل می‌شود. مجدداً تعداد نوکلئونها تغییر نمی‌کند، اما، همچون واپاشی β^{+} ، پروتون بدین نوترون تبدیل می‌شود. احتمال کمی وجود دارد که الکترونهای اتم در داخل هسته باشند (شکل ۷.۷)، و یکی از درونترین الکترونها یا الکترونهای K ، با بیشترین احتمال، در داخل هسته گیر می‌افتد. واپاشی β حاصل از گیراندازی هسته‌ای یک الکترون پوسته K ، اغلب بدعنوان گیراندازی K تلقی می‌شود.



شکل ۱۹.۹ واپاشی β^{+} ازت ۱۲ و واپاشی β^{-} بورون ۱۲ به کربن ۱۲.

هیچ ذره بارداری در واپاشی با گیراندازی الکترون گسیل نمی‌شود. درآشامی و نابودی يك ذره، هم‌ارز آفرینش و گسیل پاد ذره آن است؛ در گیراندازی K ، يك الکترون درآشامیده می‌شود، ولی در واپاشی β^+ يك پاد ذره الکترون (پوزیترون) گسیل می‌شود. هردو فرایند پروتون را به نوترون تبدیل می‌کنند. مثالی از گیراندازی الکترون، واپاشی بریلیوم ناپایدار ${}^7\text{Be}$ به لیتیوم ${}^7\text{Li}$ است:



البته، گیراندازی الکترون را نمی‌توان با يك ذره باردار گسیل شده شناسایی کرد. از تغییر هویت شیمیایی عنصری که واپاشیده می‌شود می‌توان گیراندازی الکترون را استنباط کرد، یا می‌توان آن را با مشاهده فوتونهای پرتو x که هنگام روی دادن واپاشی گسیل می‌شوند آشکار کرد. هنگامی که الکترون K توسط هسته درآشامیده می‌شود يك حفره، یا يك جای خالی، در پوسته K به وجود می‌آید؛ همین که الکترونهای واقع در پوسته‌های خارجیت‌تر پرشهای کوانتومی را به جاهای خالی داخلیت‌تر انجام دهند این جای خالی پرمی‌شود و در نتیجه طیفهای مشخصه پرتو x گسیل می‌شوند. چون گسیل پرتو x باید بعد از آفرینش جای خالی K ، یعنی بعد از وقوع واپاشی هسته‌ای روی دهد، پرتوهای x مشخصه عنصر دخترند نه مادر.

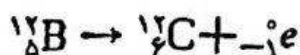
صدها نوکلئید شناخته شده‌اند که با گسیل الکترون یا پوزیترون، یا با گیراندازی الکترون مداری واپاشیده می‌شوند. در حقیقت، تقریباً همه نوکلئیدهای ناپایداری که در آنها Z کمتر از ۸۲ است با لااقل یکی از این سه فرایند واپاشیده می‌شوند. واپاشی β از چند لحاظ با واپاشی α و γ تفاوت دارد.

مادر و دختر دارای تعداد نوکلئونهای یکسان‌اند. برخلاف گسیل α ، الکترون یا پوزیترون زمانی که گسیل می‌شوند، آفریده می‌شوند. درحالی که فوتونهای پرتو γ و ذرات α باطیف گسسته‌ای از انرژیها گسیل می‌شوند، نیم‌عمرها در واپاشی β ، برخلاف واپاشی γ (با نیم‌عمری به کوچکی 10^{-17} ثانیه) و واپاشی α (با نیم‌عمری به کوچکی 10^{-7} ثانیه) هرگز از حدود 10^{-2} ثانیه کمتر نیستند. واپاشی β^- می‌خواهیم واپاشی β^- را تا حدی مفصلتر بررسی کنیم. با توجه به بقای بار الکتریکی و بقای نوکلئونها، واپاشی هسته مادر P به دختر D را می‌توان با رابطه



نشان داد. برای مثال، بورون ۱۲ به کربن ۱۲ و يك الکترون با نیم‌عمری برابر با

2×10^{-2} ثانیه واپاشیده می‌شود



بقای جرم - انرژی ایجاب می‌کند که جرم سکون هستهٔ مادر، $M_P - Zm_e$ ، از جرمهای سکون هستهٔ دختر، $M_D - (Z+1)m_e$ ، و جرم الکترون m_e بیشتر باشد، که در آن M_P و M_D به ترتیب، جرمهای اتمی خنثای مادر و دخترند. هر انرژی اضافی Q ، یعنی انرژی آزادشده در این واپاشی، به صورت انرژی جنبشی ذراتی که از این واپاشی خارج می‌شوند پدیدار می‌شود. بنابراین

$$(M_P - Zm_e) = [M_D - (Z+1)m_e] + m_e + \frac{Q}{c^2}$$

یا، برای واپاشی β^- ، داریم

$$M_P = M_D + \frac{Q}{c^2} \quad (33.9)$$

معادلهٔ (۳۳.۹) نشان می‌دهد که واپاشی β^- از لحاظ انرژی وقتی امکانپذیر است که $M_P > M_D$ باشد؛ یعنی، جرم اتم مادر از جرم اتم دختر بیشتر باشد. به علاوه معلوم شده است که وقتی واپاشی β^- از لحاظ انرژی امکانپذیر است، این واپاشی روی می‌دهد، هرچند ممکن است که احتمال وقوع آن کم و نیم عمر آن فوق‌العاده طولانی باشد. بقای اندازه حرکت خطی ایجاب می‌کند که اگر هستهٔ واپاشان در آغاز به حال سکون باشد، جمع برداری اندازه حرکت‌های خطی ذراتی که از واپاشی خارج می‌شوند صفر باشد. این مطلب می‌رساند که در واپاشی α ، ذرهٔ α و هستهٔ دختر محل واپاشی را در راستاهای مخالف ترک می‌کنند؛ انرژی Q بین این دودره طوری تقسیم می‌شود که هر یک دارای بزرگی اندازه حرکت خطی یکسان باشند. از این رو هر یک دارای انرژی دقیقاً معلوم و گسسته هستند.

در این صورت اگر واپاشی β^- ، همان طور که تا به حال فرض کردیم، واقعاً با واپاشی α مشابه باشد، یعنی هستهٔ مادر دست به دو ذره واپاشیده شود، در آن صورت انرژیهای آنها هر دو دقیقاً برابر $m_e v_e = M_D v_D$ و $Q = K_e + K_D$ است. چون جرم الکترون لااقل چندین هزار بار از جرم هستهٔ دختر کوچکتر است، اساساً تمامی انرژی آزاد شده به وسیلهٔ الکترون حمل می‌شود و انرژی جنبشی هستهٔ دختر پس زن، در مقایسه با آن، قابل صرف نظر است (البته، بزرگی اندازه حرکت‌های دودره یکسان است). این امر حاکی از آن است که چنانچه واپاشی β^- روی هم رفته مانسته با واپاشی α بود، یعنی، یک ذره

سنگین و يك ذره سبك توسط هسته‌ای كه در آغاز ناپايدار است توليد می‌شد، الكترون دارای انرژی جنبشی دقیقاً معلوم و تقریباً برابر Q بود. با $M_D \gg m_e$ داریم

$$Q = K_e + K_D \approx K_e$$

با استفاده از رابطه (۳۳.۹) برای جرمهای اتمی می‌توان Q را برای واپاشی β^- بورون ۱۲ به کربن ۱۲ مستقیماً محاسبه کرد

$${}^{12}_5\text{B} \text{ جرم} = 12.014354 \text{ u}$$

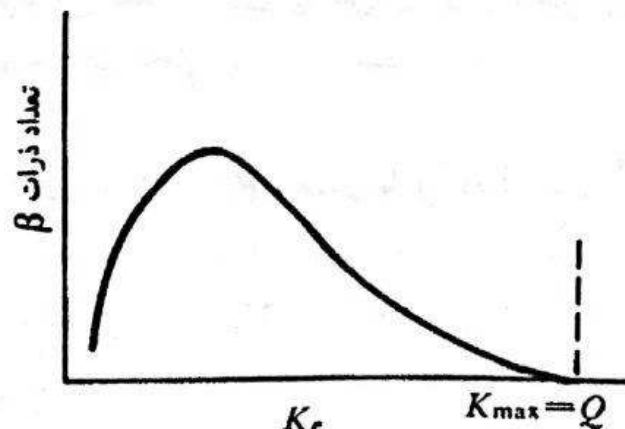
$${}^{12}_6\text{C} \text{ جرم} = 12.00000000 \text{ u}$$

$$M_P - M_D = 0.014354 \text{ u}$$

$$Q = 0.014354 \text{ u} \times 931.5 \text{ MeV/u} = 13.37 \text{ MeV}$$

در این صورت می‌توان انتظار داشت كه همه الكترونهاي گسیل شده دارای انرژی جنبشی $K_e \approx Q = 13.37 \text{ MeV}$ باشند. آیا این همان است كه مشاهده می‌شود؟

توزیع انرژی ذرات β^- گسیل شده از هر عنصر پرتوزای بخصوص را می‌توان با يك طیف سنج مغناطیسی اندازه‌گیری كرد (بخش ۴۰.۸). این نتیجه برای واپاشی بورون ۱۲ در شكل ۲۰.۹ نشان داده شده است. الكترونهاي گسیل شده تك انرژی نیستند! بلکه توزیعی از انرژیهای الكترون از صفر تا بیشینه $K_{\max} = 13.37 \text{ MeV}$ وجود دارد. تعداد کمی از الكترونها دارای این انرژی بیشینه هستند، و تنها این الكترونها هستند كه انرژی جنبشی مورد انتظار براساس واپاشی دوزده‌ای را حمل می‌کنند؛ یعنی اندازه‌گیرها



شكل ۲۰.۹ توزیع در انرژی ذرات β^- گسیل شده در واپاشی بورون ۱۲.

نشان می‌دهند که

$$K_{\max} = Q \quad (۳۴.۹)$$

به نظر می‌رسد که همه الکترونهاى دیگر - و این به معنای تقریباً تمامی الکترونهاى گسیل شده است - دارای انرژی جنبشی بسیار کمی باشند. به طور خلاصه، قانون بقای انرژی آشکارا نقض می‌شود! وانگهی، مشاهدات واپاشیهای منفرد β^- نشان می‌دهند که الکترون و دختر لزوماً محل فروپاشی را در راستاهای مخالف ترك نمی‌کنند و این نقض آشکار بقای اندازه حرکت خطی است! گذشته از این، اندازه حرکت زاویه‌ای هسته مادر (با اسپین درست، زیرا A زوج است) نمی‌تواند با جمع اندازه حرکت‌های زاویه‌ای دختر (با اسپین درست) و الکترون (با اسپین نیمدرست) برابر باشد، که این نیز نقض آشکار بقای اندازه حرکت زاویه‌ای است!

تا دیر نشده به خواننده اطمینان می‌دهیم که قوانین اساسی بقای انرژی، اندازه حرکت خطی و اندازه حرکت زاویه‌ای در واقع در واپاشی نقض نمی‌شوند. به همین دلیل است که مطالعه نوترینو («ذره خنثای کوچک») را که آن نیز در واپاشی β^- گسیل می‌شود جلو می‌اندازیم. نوترینو برای نخستین بار در سال ۱۹۳۰/۱۳۰۹ توسط پائولی به عنوان راه چاره‌ای برای نجات اصول بقا پیشنهاد شد؛ وجود نوترینو در سال ۱۹۵۶/۱۳۳۵ با آزمایش مستقیماً تأیید شد. اکنون معلوم شده است که يك هسته پرتوزا در گسیل β^- به سه ذره واپاشیده می‌شود: هسته دختر، الکترون، و نوترینو. خواهیم دید که تمام مشکلاتی که در بالا متذکر شدیم با شرکت نوترینو در واپاشی β^- برطرف می‌شوند.

نوترینو. نوترینو دارای بار الکتریکی صفر، جرم سکون صفر، اندازه حرکت خطی p با انرژی نسبیتی کل $E = pc$ و اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی $\hbar/2$ است.

نوترینو دارای بار الکتریکی صفر است؛ بنابراین، بار در واپاشی β^- بدون نوترینو پایسته می‌ماند. نوترینو نمی‌تواند از طریق تولید یونش با ماده برهم کنش کند. به طور بسیار بسیار ضعیف با هسته‌ها برهم کنش می‌کند و واقعاً غیرقابل آشکارسازی است.*

همان طور که مشاهده کردیم، انرژی در مورد آن چند الکترونی که در واپاشی β^- با انرژی جنبشی بیشینه $K_{\max} = Q$ گسیل می‌شوند، پایسته می‌ماند. بنابراین، جرم نوترینو در مقایسه با جرم الکترون باید بسیار کوچک باشد و دلایل نظری مناسبی در تأیید اینکه جرم آن را دقیقاً برابر صفر اختیار کنیم وجود دارند. چون نوترینو دارای جرم سکون و انرژی

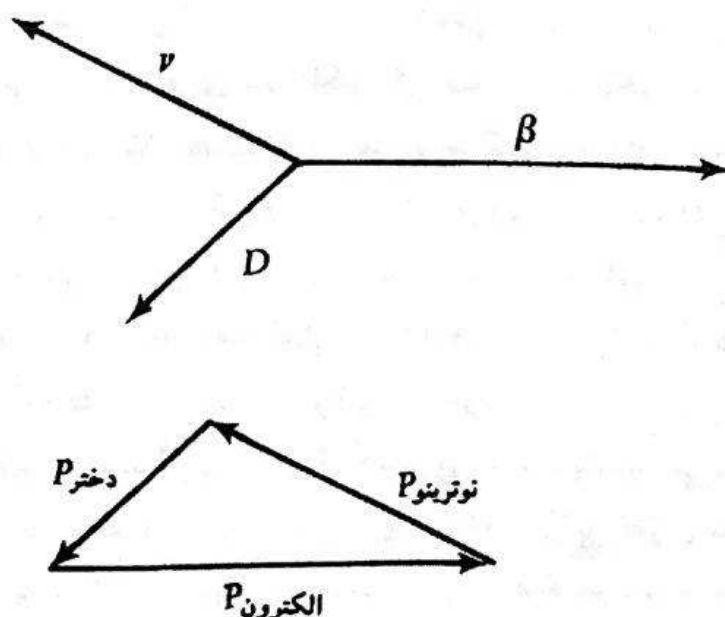
* به عبارت دقیقتر ذره بدون جرمی که در واپاشی β^- گسیل می‌شود پادنوترینو است، حال آنکه ذره بدون جرمی که در واپاشی β^+ گسیل می‌شود نوترینو است.

سکون صفر است باید، مانند يك فوتون، همواره با سرعت نور حرکت کند. بنابراین، انرژی نسبی کل E ی نوترینو به وسیله $E = pc$ [معادله (۱۵.۳)] به اندازه حرکت نسبی آن مربوط می‌شود.

مجدداً بقای انرژی و اندازه حرکت خطی را در واپاشی β^- بررسی می‌کنیم. در این حالت فرض می‌کنیم که نوترینو هم مانند الکترون در این واپاشی آفریده می‌شود و با خود انرژی و اندازه حرکت حمل می‌کند. بقای انرژی ایجاب می‌کند که

$$Q = K_D + K_e + K_\nu \approx K_e + K_\nu \quad (۳۵.۹)$$

توجه کنید که انرژی جنبشی يك نوترینو (K_ν) انرژی کل آن نیز هست: $E_\nu = K_\nu$. همان‌طور که در شکل ۲۱.۹ نشان داده شده است، بقای اندازه حرکت خطی مستلزم این است که جمع اندازه حرکت برداری کل سه ذره صفر باشد. چنانچه سه ذره در این فرایند واپاشی گسیل شوند، دیگر لازم نیست که محل واپاشی را در امتداد يك خط مستقیم ترك کنند؛ اکنون برای آنکه بتوان بردارهای اندازه حرکت مجزا را طوری مرتب کرد که جمع آنها صفر شود و رابطه (۳۵.۹) در هر مورد برقرار باشد، طرق گوناگونی وجود دارد. الکترون و هسته دختر معمولاً در امتداد خط مستقیم در راستاهای مخالف حرکت



شکل ۲۱.۹ بردارهای اندازه حرکت خطی هسته دختر، الکترون، و نوترینو در واپاشی β^- .

نخواهند کرد، ولی اگر چنین کنند اندازه حرکت و انرژی نوترینو می توانند صفر باشند و از رابطه (۳۵.۹) خواهیم داشت $K_e = K_{\max} = Q$ که با نتیجه حاصل از مشاهده پراثرترین الکترونها سازگار است. نوترینوی واقعاً غیر قابل درآشامی، در همه واپاشیهای دیگر، انرژی و اندازه حرکت حمل خواهد کرد و الکترون لزوماً دارای انرژی جنبشی کمتر از $K_{\max}$ خواهد بود. در واپاشی دو ذره‌ای، ذراتی که خارج می‌شوند تک انرژی‌اند؛ این ذرات در واپاشی سه‌ذره‌ای چند انرژی هستند.

سرانجام اندازه حرکت زاویه‌ای (یا اسپین) نوترینو را بررسی می‌کنیم. این کمیت بر حسب یکاهای $\hbar$ برابر با $1/2$ است. در واپاشی β^- ی ${}^6_2\text{B}$ به ${}^6_4\text{C}$ ، هسته‌های مادر و دختر هر دو دارای اسپینهای هسته‌ای درست هستند؛ اسپین الکترون $1/2$ است. بنابراین، هنگامی که اندازه حرکت زاویه‌ای نوترینو را نیز به حساب آوریم، اندازه حرکت زاویه‌ای کل در واپاشی β^- پایسته می‌ماند.

واپاشی β^+ . رابطه کلی که واپاشی β^+ را بیان می‌کند چنین است



در واپاشی β^+ هم مانند واپاشی β^- يك نوترینو گسیل می‌شود. تنها در صورتی واپاشی پوزیترون می‌تواند روی دهد که جرم-انرژی پایسته بماند. این بدان معناست که جرم سکون هسته مادر باید از جمع جرمهای سکون هسته دختر و پوزیترون (جرم سکون نوترینو صفر است) بیشتر باشد. هر انرژی اضافی به صورت انرژی جنبشی سه‌ذره‌ای که از واپاشی خارج می‌شوند پدیدار می‌شود. بنابراین

$$M_P - Zm_e = [M_D - (Z-1)m_e] + m_e + \frac{Q}{c^2}$$

یا برای واپاشی β^+

$$M_P = M_D + 2m_e + \frac{Q}{c^2} \quad (37.9)$$

خواهد بود که در آن M_P و M_D ، به ترتیب، جرمهای اتمی خنثای مادر و دخترند، m_e جرم سکون پوزیترون (یا الکترون)، و انرژی Q انرژی آزاد شده در واپاشی است که بین پوزیترون، هسته دختر، و نوترینو تقسیم می‌شود. از این معادله مشاهده می‌شود که واپاشی β^+ تنها در صورتی از نظر انرژی امکانپذیر (Q بزرگتر از صفر است) است که رابطه زیر برقرار باشد

$$M_P > M_D + 2m_e \quad (38.9)$$

بنابراین، واپاشی پوزیترون تنها در صورتی امکانپذیر است که جرم اتم مادر از جرم اتم دختر به اندازه حداقل دو برابر جرم الکترون، $2(0.000549)u$ یا هم‌ارز انرژی آن 1.02 مگاالکترون‌ولت بیشتر باشد (در اینجا از به‌کار بردن دو برابر جرم الکترون منظور خاصی وجود ندارد؛ این مطلب صرفاً بازتابی از این حقیقت است که به‌جای جرم‌های هسته‌ای از جرم‌های اتمی خنثی استفاده شده است).

می‌خواهیم Q ی واپاشی پوزیترون از ایزت ۱۲ (با نیم‌عمر 12.3 ثانیه) به کربن ۱۲ را محاسبه کنیم:

$${}^{12}_7\text{N} \text{ جرم} = 12.018641$$

$${}^{12}_6\text{C} \text{ جرم} = 12.0000000$$

$$M_P - M_D = 0.018641$$

$$2m_e = 0.001097$$

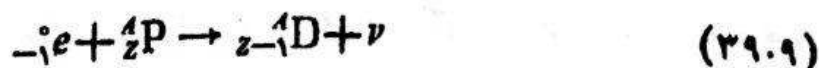
$$\frac{Q}{c^2} = 0.017544u$$

$$Q = 0.017544u \times 931.5 \text{ MeV}/u = 16.34 \text{ MeV}$$

این انرژی، 16.34 مگاالکترون‌ولت، بین فرآورده‌های واپاشی، پوزیترون، نوترینو، و هسته کربن تقسیم می‌شود. هنگامی که انرژیهای پوزیترون با یک طیف سنج پرتو γ اندازه‌گیری شوند، معلوم می‌شود که توزیعی از انرژیها تا یک بیشینه وجود دارد که با اختلاف جرمها سازگار است.

در حقیقت جرم عناصر پرتوزای با عمر کوتاه، که الکترون‌ها یا پوزیترون گسیل می‌کنند را نمی‌توان به سهولت اندازه‌گیری کرد؛ محاسبه جرم یک عنصر پرتوزا، با اندازه‌گیری انرژی بیشینه ذره بتای گسیل شده امکانپذیر است. واپاشی β^+ را می‌توان به سادگی شناسایی کرد، زیرا پوزیترون گسیل شده با الکترون نابود خواهد شد و دوفوتون نابودی را که انرژی هر یک برابر 0.51 مگاالکترون‌ولت، یا برابر انرژی سکون الکترون (یا پوزیترون) است تولید خواهد کرد. از این رو واپاشی β^+ همواره با پیدایش کوانتای نابودی 0.51 مگاالکترون‌ولت مشخص می‌شود.

گیراندازی الکترون. رابطه کلی برای گیراندازی الکترون چنین نوشته می‌شود



که نشان می‌دهد یک الکترون مداری توسط هسته مادر ${}_Z^A\text{P}$ گیر انداخته شده است و فرآورده‌های واپاشی عبارت‌اند از هسته دختر ${}_Z^{A-1}\text{D}$ و نوترینو.

جرم-انرژی وقتی پایسته می ماند که انرژی Q آزاد شده در این واپاشی با جمع جرمهای سکون وارد شده به واکنش منهای جمع جرمهای سکون خارج شده از آن برابر باشد. بنابراین

$$m_e + (M_P - Zm_e) = [M_D - (Z-1)m_e] + \frac{Q}{c^2}$$

یا برای گیراندازی الکترون

$$M_P = M_D + \frac{Q}{c^2} \quad (۴۰.۹)$$

که در آن M_P و M_D مجدداً، به ترتیب، جرمهای اتمی خنثای مادر و دخترند. این معادله نشان می دهد که در صورتی گیراندازی الکترون از لحاظ انرژی امکانپذیر است که جرم اتمی مادر از جرم اتمی دختر بیشتر باشد.

مثال پیشین در مورد واپاشی بریلیوم ۷ (که نیم عمر آن ۵۳ روز است) به لیتیوم ۷ را از طریق گیراندازی الکترون در نظر می گیریم:

$${}^7_4\text{Be} \text{ جرم} = 7.016929$$

$${}^7_3\text{Li} \text{ جرم} = 7.016004$$

$$M_P - M_D = \frac{Q}{c^2} = 0.000925 \text{ u}$$

$$Q = 0.000925 \text{ u} \times 931.5 \text{ MeV/u} = 0.861 \text{ MeV}$$

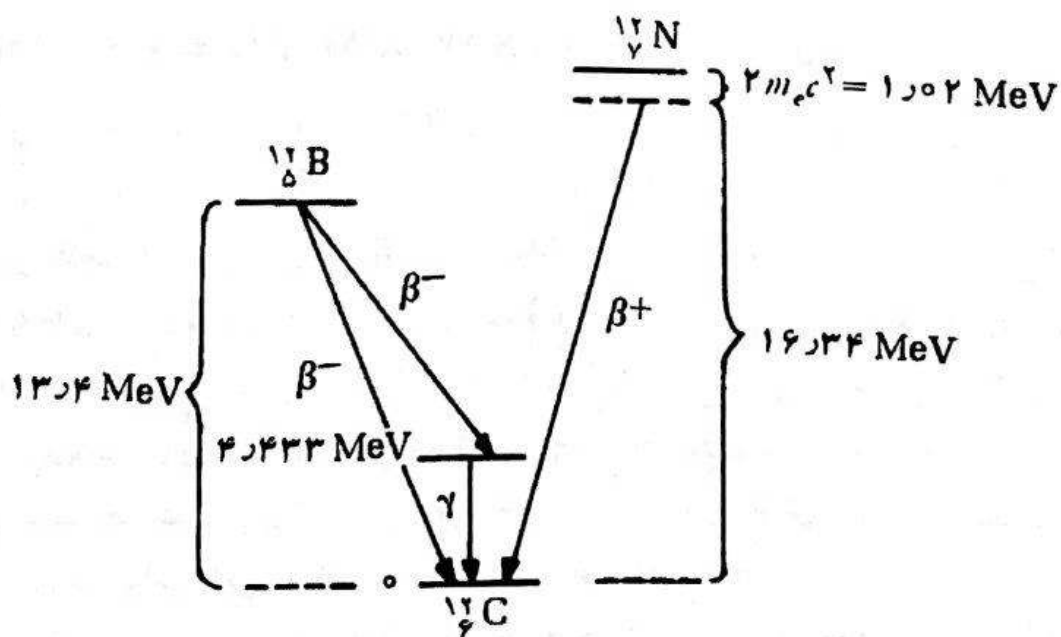
(توجه داشته باشید که واپاشی β^+ به وسیله ${}^7_4\text{Be}$ از لحاظ انرژی ممنوع است.) در این واپاشی مقدار ۰.۸۶۱ مگا الکترون ولت انرژی آزاد می شود. این مقدار انرژی کجا می رود؟ برخلاف واپاشی β^+ و β^- ، گیراندازی الکترون فقط دو ذره تولید می کند. با توجه به بقای اندازه حرکت، این دو ذره (نوترینو و هسته دختر) باید در راستاهای مخالف و با بزرگی اندازه حرکت یکسان حرکت کنند؛ جمع انرژی جنبشی آنها همان انرژی فروپاشی $Q = 0.861 \text{ MeV}$ است. چون فقط دو ذره در گیراندازی الکترون ظاهر می شوند، هر یک دارای انرژی دقیقاً معلوم هستند. جرم سکون نوترینو صفر است؛ بنابراین، تقریباً تمامی این انرژی به وسیله یک نوترینوی واقعاً غیرقابل مشاهده حمل می شود، و هسته با انرژی برابر فقط چند الکترون ولت پس زده می شود. با وجود این، برخی آزمایشهای بسیار حساس تأیید کرده اند که هسته های پس زده تک انرژی اند و انرژی آنها دقیقاً همان مقداری است که برای برقراری قوانین بقای اندازه حرکت و انرژی

لازم است. بدون همراهی نوترینو در گیراندازی الکترون این فرایند واپاشی کاملاً غیر قابل توضیح است.

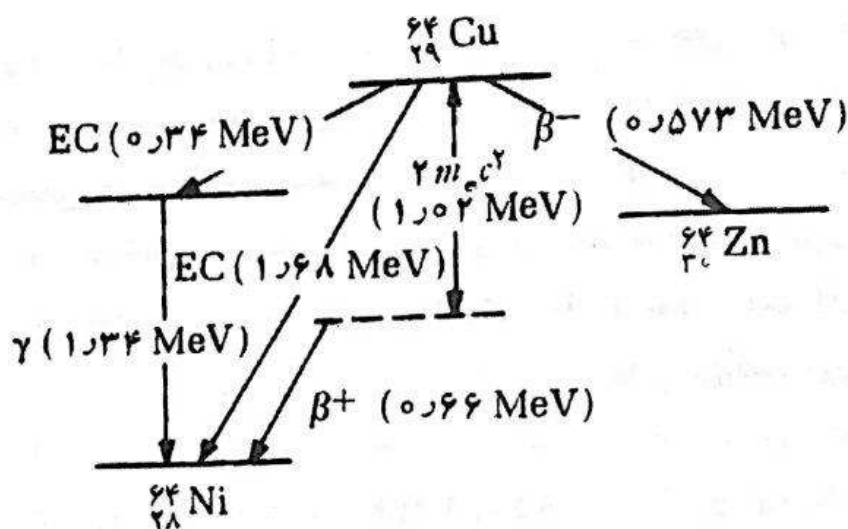
شکل ۲۲.۹ نمودار تراز انرژی واپاشی بورون ۱۲ و ازن ۱۲ به نوکلئید پایدار کربن ۱۲ است. بنا به قرارداد نوکلئیدی که واپاشی β^- متحمل می‌شود در طرف چپ دختر، و نوکلئیدی که واپاشی β^+ یا گیراندازی الکترون از سر می‌گذراند در طرف راست دختر نشان داده می‌شود (Z به‌سوی راست افزایش می‌یابد). مشاهده می‌کنیم که واپاشی بورون شامل گسیل الکترون به‌دو حالت از کربن است، یکی حالت پایه و دیگری حالت برانگیخته‌ای که به‌قدر ۴٫۴۳۳ مگا الکترون‌ولت بالای حالت پایه است. واپاشی از این حالت برانگیخته به‌حالت پایه، که با گسیل یک فوتون پرتو γ همراه است، اساساً با واپاشی β^- متناظر هم‌زمان است. این تطابق نزدیک گسیل الکترون و فوتون را به‌طور تجربی می‌توان با استفاده از دو آشکارساز، یکی برای الکترون‌ها و دیگری برای فوتون‌ها و با توجه به اینکه تنها در دو دستگاه آشکارساز در انطباق زمانی‌اند (در محدوده زمان تفکیک ایزارهای آشکارساز) تحقیق کرد.

نمودار تراز انرژی عنصر پرتوزای مس ۶۴ که با گسیل β^- به‌روی ۶۴ و همچنین با گسیل β^+ و گیراندازی الکترون به‌نیکل ۶۴ واپاشیده می‌شود، در شکل ۲۳.۹ نشان داده شده است.

به یک قاعده کلی که در مورد هر دو نوکلئید ایزوباری که به‌اندازه ۱ واحد در Z



شکل ۲۲.۹ نمودار تراز انرژی واپاشی بورون ۱۲ و ازن ۱۲ به کربن ۱۲ را نشان می‌دهد.



شکل ۲۳.۹ نمودار تراز انرژی که واپاشی مس ۶۴ را با گسیل β^- ، گسیل β^+ و گیراندازی الکترون نشان می‌دهد.

اختلاف دارند به کار می‌رود، توجه می‌کنیم. واضح است که جرم اتمی يك نوکلئید باید از جرم اتمی دیگری بیشتر باشد. بنابراین، هسته اتم سنگینتر می‌تواند یا با واپاشی β^- یا با گیراندازی الکترون به هسته اتم سبکتر واپاشیده شود. نتیجه این می‌شود که هیچ دو ایزوبار همسایه‌ای نمی‌توانند هر دو در قبال واپاشی β پایدار باشند، و این در واقع با مشاهده نوکلیدهای شناخته شده سازگاری دارد (شکل ۷.۹).

چهار واکنش اساسی مربوط به واپاشی β به شرح زیرند

$$\beta^- \text{ واپاشی: } n \rightarrow p + e + \nu$$

$$\beta^+ \text{ واپاشی: } p \rightarrow n + \bar{e} + \nu$$

$$\text{گیراندازی الکترون: } e + p \rightarrow n + \nu$$

$$\text{درآشامی نوترینو: } \bar{\nu} + p \rightarrow n + \bar{e}$$

(۴۱.۹)

نماد e نمایشگر الکترون (با بار ۱-)، $\bar{e}$ نمایشگر پوزیترون (با بار ۱+)، پاد ذره الکترون، ν نمایشگر نوترینو، و $\bar{\nu}$ نمایشگر پاد نوترینو است.

تا اینجا فقط يك نوع نوترینو را شناخته‌ایم؛ در واقع دو نوترینو وجود دارد که یکی پاد ذره دیگری است.* این تمایز ممکن است کاملاً "صوری به نظر آید، ولی چنین

* در حقیقت، سوسوچ پیچیده‌تر از این است، يك نوترینو و پاد نوترینوی مشخص از طریق گسیل الکترون یا پاد الکترون به واپاشی β منسوب می‌شوند. دیگر نوترینوها و پاد نوترینوها به واپاشی ذرات بنیادی ناپایدار موسوم به مزونها مربوط می‌شوند (جدول ۵.۱۱).

نیست. در آزمایشهای دقیق تأیید شده است که جهت اسپین، یا اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی پاد نوترینو (پاد ذره نوترینو) در جهت اندازه حرکت خطی خود آن است. چون اسپین يك پاد نوترینو ساعتگرد است وقتی که از پشت مشاهده شود به صورت يك پاد نوترینوی هلیسیتی^۱، یا هادپیچی «راستگرد» دیده می‌شود. از طرف دیگر، چون اندازه حرکت زاویه‌ای و اندازه حرکت خطی نوترینو در راستاهای مخالف اند آن را به صورت يك مارپیچ چپگرد در می‌آورند. هنگامی که اسپین نوترینو از پشت نظاره شود، جهت آن پاد ساعتگرد است. از این رو طبیعت نوترینو و پاد نوترینو را از هم متمایز می‌کند. این فقدان تقارن (نوترینو فقط چپگرد و پاد نوترینو فقط راستگرد) مظهری از عدم بقای پاریتی است که توسط یانگ^۲ و لی^۳ پیشگویی و در سال ۱۹۵۷/۱۳۳۶ توسط وو^۴ و همکارانش به طور تجربی تأیید شد. این اصل که طبیعت بین چپ و راست تمایز قائل نیست، یعنی بقای پارینه، در واپاشی β نقض می‌شود. (بخش ۴۰۱۱).

فرایند اساسی واپاشی β^- ، واپاشی نوترون به پروتون، الکترون، و پاد نوترینو که با رابطه (۴۱۰۹) بیان می‌شود در يك نوترون آزاد روی می‌دهد، نه صرفاً در يك نوترون مقید در داخل هسته. این واپاشی از لحاظ انرژی مجاز است زیرا جرم نوترون از جرم اتم هیدروژن (^1H) بیشتر است و Q برابر ۷۸۰۰ مگا الکترون ولت است. نیم عمر این واپاشی، در آزمایشهای بسیار مشکل، برابر با ۱۲ دقیقه یافت شده است. چون وقتی نوترون آزاد از مواد عبور می‌کند نوعاً در زمانی کمتر از 10^{-3} ثانیه در آشامیده می‌شود، واپاشی نوترون در حالتی که نوترونهای آزاد مورد نظر است معمولاً دارای اهمیت چندانی نیست.

واپاشی اساسی β^+ ، که در آن يك پروتون به يك نوترون، پوزیترون، و نوترینو تبدیل می‌شود، برای يك پروتون آزاد مجاز نیست؛ زیرا جرم در طرف چپ واکنش از جرم در طرف راست کمتر است. واپاشی پوزیترون تنها وقتی امکانپذیر است که پروتونها در داخل هسته مقید باشند.

البته گیراندازی الکترون رابطه نزدیکی با واپاشی β^+ دارد. توجه کنید که در رابطه (۴۱۰۹) وقتی پاد الکترون به طرف چپ واکنش دوم انتقال داده شود، و در نتیجه به صورت الکترون در آید، این واکنش به صورت واکنش سوم در می‌آید. این امر از آن قاعده کلی که در آن گسیل ذره هم ارز در آشامی پاد ذره و برعکس است پیروی می‌کند. با استفاده از این قاعده همراه با تعویض مجاز جهت پیکان، می‌توان دید که تمامی چهار

1. helicity

2. C. N. Yang

3. T. D. Lee

4. C. S. Wu

واکنش β هم ارزند.

واکنش آخر در رابطه (۴۱.۹) واکنشی است که در آن پادنوترینو با پروتون ترکیب می شود و به صورت نوترون و پوزیترون درمی آید. هرچند احتمال نسبی گیراندازی نوترینو فوق العاده کم است، این گیراندازی در سال ۱۹۵۶/۱۳۳۵ توسط کووان^۱ و راینز^۲، با شار بسیار زیاد نوترینو از یک راکتور هسته ای مستقیماً مشاهده شد و بدان وسیله مستقیماً وجود نوترینو (دقیقاً، پادنوترینو) مورد تأیید قرار گرفت. هنگامی که پادنوترینو به وسیله پروتون گیرانداخته می شود پادنوترینوی درآشامی با مشاهده نوترون و پوزیترون، که به طور همزمان تولید می شوند، شناسایی می شود؛ نوترون با مشاهده فوتون گسیل شده از یک هسته برانگیخته، که نوترون را درآشامیده است، آشکار می شود؛ و پوزیترون با مشاهده فوتونهای نابودی آشکار می شود. مشکل بودن این آزمایش را از این حقیقت می توان دریافت که هرگاه نوترینو یا پادنوترینو به طور کامل از زمین عبور کند شانس گیرافتادن آن ۱ در ۱۰۱۲ است. چون نوترینوها دارای یک چنین احتمال بسیار کمی در برهم کنش با ماده و درآشامی در آن هستند مقدار زیادی ازانرژی آزاد شده در همه فرایندهای واپاشی β عملاً تلف می شود.

۱۲.۹ پرتوزایی طبیعی

تاکنون، بدون توجه به چگونگی تولید نوکلیدهای ناپایدار، سه مد معمولی از واپاشی پرتوزای α ، β ، و γ را مورد بحث قرار دادیم. معمولاً نوکلیدهای پرتوزا را به دو گروه تقسیم می کنند: نوکلیدهای ناپایداری که در طبیعت یافت می شوند، و گفته می شود که دارای پرتوزایی طبیعی هستند، و نوکلیدهای ناپایداری که توسط بشر (معمولاً با بمباران هسته ها توسط ذرات) ساخته شده اند، و گفته می شود که دارای پرتوزایی مصنوعی هستند. تاکنون تقریباً ۱۰۰۰ نوکلید پرتوزای مصنوعی تولید و مشخص شده اند. تعداد ایزوتوپهای شناخته شده یک عنصر معلوم تغییر می کند؛ مثلاً، هیدروژن دارای ۲ ایزوتوپ پایدار و یک ایزوتوپ ناپایدار است؛ گزنون دارای ۹ ایزوتوپ پایدار و ۱۴ ایزوتوپ ناپایدار است. واکنشهای هسته ای و پرتوزایی آنها را در فصل ۱۰ مورد بحث قرار خواهیم داد؛ در اینجا فقط به نوکلیدهای پرتوزای طبیعی می پردازیم.

اعتقاد بر این است که در حدود ۱۰ بیلیون سال قبل، به هنگام تشکیل عالم، یک رویداد عظیم و ناگهانی در سطح زمین رخ داد که در آن همه نوکلیدها (پایدار و ناپایدار) به مقادیر مختلف تشکیل شدند. آن نوکلیدهای ناپایداری که دارای نیم عمر خیلی کوتاه تر

جدول ۵.۹ نوکلیدهای به طور طبیعی پرتوزای با نیم عمرهای قابل مقایسه
با یا بزرگتر از عمر عالم (تقریباً $10^{17} \times 3$ ثانیه یا 10^{10} سال)^۱

نیم عمر (s)	دختر (A-نماد-Z)	مد واپاشی	نوکلید (A-نماد-Z)
4.10×10^{16}	$^{40}_{20}\text{Ca}$	β^- , EC	$^{40}_{19}\text{K}$
1.89×10^{23}	$^{50}_{24}\text{Cr}$	β^- , EC	$^{50}_{23}\text{V}$
1.48×10^{18}	$^{87}_{38}\text{Sr}$	β^-	$^{87}_{37}\text{Rb}$
1.58×10^{22}	$^{115}_{50}\text{Sn}$	β^-	$^{115}_{49}\text{In}$
3.79×10^{20}	$^{123}_{51}\text{Sb}$	EC	$^{123}_{52}\text{Te}$
3.47×10^{18}	$^{138}_{58}\text{Ce}$	β^- , EC	$^{138}_{57}\text{La}$
1.58×10^{23}	$^{138}_{56}\text{Ba}$	α	$^{142}_{58}\text{Ce}$
7.57×10^{22}	$^{140}_{58}\text{Ce}$	α	$^{144}_{60}\text{Nd}$
3.79×10^{15}	$^{142}_{60}\text{Nd}$	α	$^{146}_{62}\text{Sm}$
3.35×10^{18}	$^{143}_{60}\text{Nd}$	α	$^{147}_{62}\text{Sm}$
3.79×10^{20}	$^{144}_{60}\text{Nd}$ (ناپایدار, α)	α	$^{148}_{62}\text{Sm}$
1.26×10^{22}	$^{145}_{60}\text{Nd}$	α	$^{149}_{62}\text{Sm}$
3.47×10^{21}	$^{148}_{62}\text{Sm}$ (ناپایدار, α)	α	$^{152}_{64}\text{Gd}$
6.94×10^{17}	$^{176}_{72}\text{Hf}$	β^-	$^{176}_{71}\text{Lu}$
1.36×10^{23}	$^{170}_{70}\text{Yb}$	α	$^{174}_{72}\text{Hf}$
1.26×10^{18}	$^{187}_{76}\text{Os}$	β^-	$^{187}_{75}\text{Re}$
2.21×10^{19}	$^{186}_{76}\text{Os}$	α	$^{190}_{78}\text{Pt}$
4.42×10^{24}	$^{200}_{80}\text{Hg}$	α	$^{204}_{82}\text{Pb}$
4.45×10^{17}	$^{228}_{88}\text{Ra}$ (ناپایدار, α)	α	$^{232}_{90}\text{Th}$
2.25×10^{16}	$^{231}_{90}\text{Th}$ (ناپایدار, α)	α	$^{235}_{92}\text{U}$
1.42×10^{17}	$^{234}_{90}\text{Th}$ (ناپایدار, α)	α	$^{238}_{92}\text{U}$

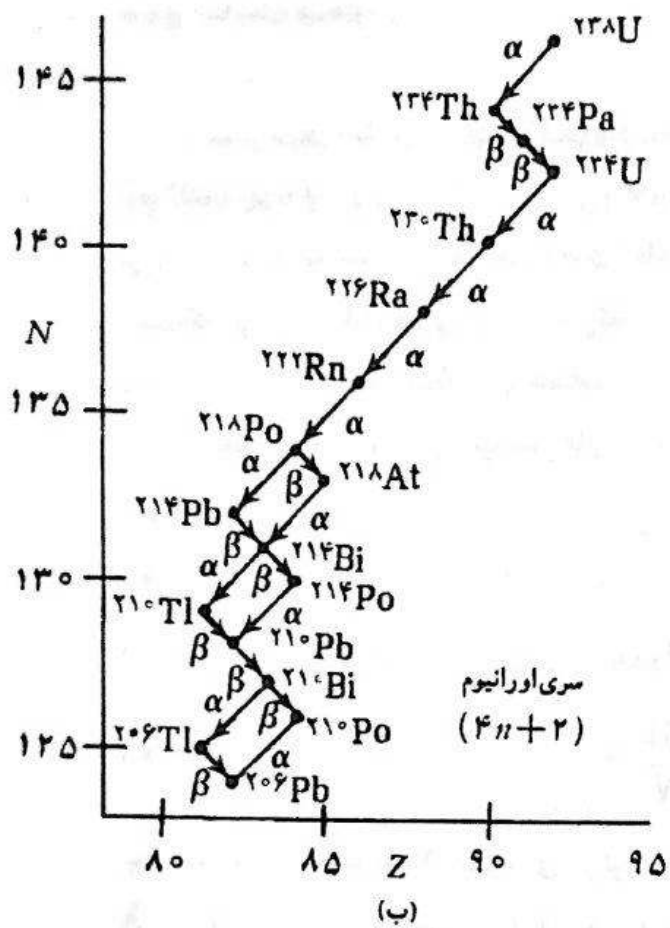
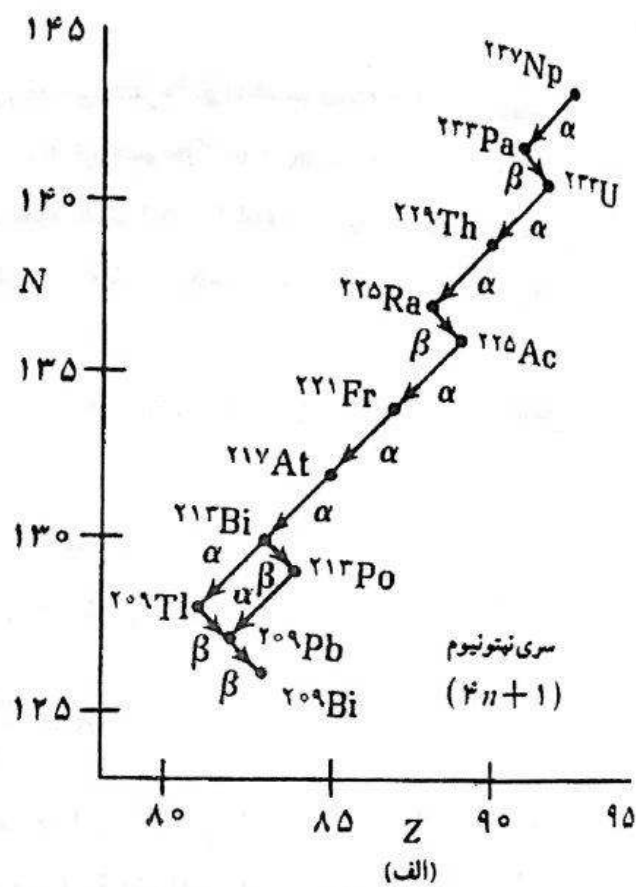
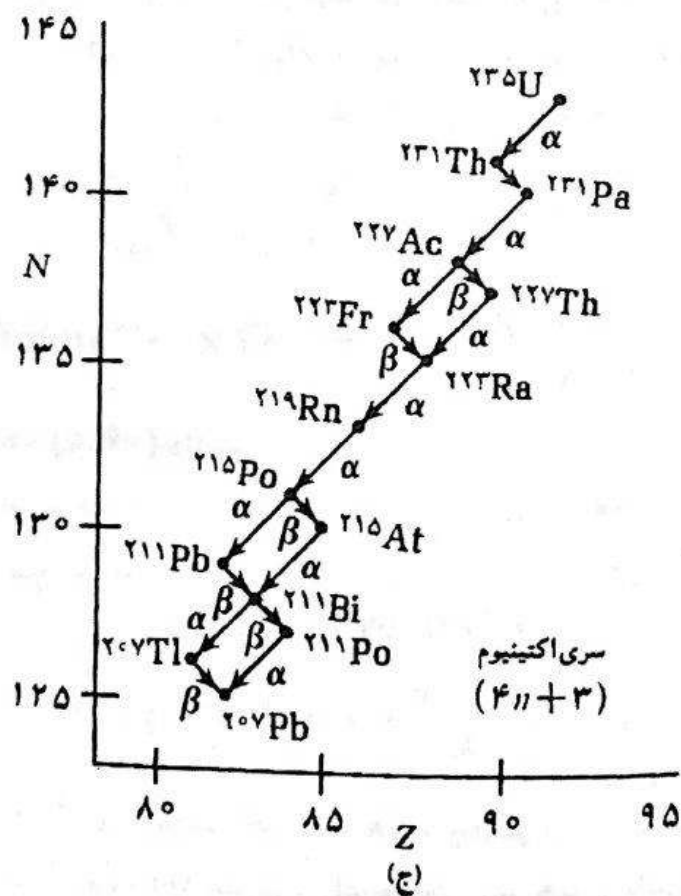
¹H.A. Enge; *Introduction to Nuclear Physics*. Reading, Mass. Addison-Wesley, 1966.

به‌تورיום نشان می‌دهد. این طرح، نمودار تعداد نوترون‌ها بر حسب پروتون‌هاست. کاهشی به‌اندازه ۲ در Z و در N نمایشگر واپاشی α ، و افزایشی به‌اندازه ۱ در Z و کاهشی به‌اندازه ۱ در N نمایشگر واپاشی β^- است. خط پایداری نمایشگر نوکلیدهای با کمترین ناپایداری برای مقدار خاصی از A است. واپاشی α و β^- هر دو غالباً هسته‌های دختر را در حالت‌های هسته‌ای برانگیخته تولید می‌کنند، که به واپاشی بعدی منجر می‌شود (شکلهای ۱۵.۹ و ۲۲.۹).

همه نوکلیدهای با $A > 209$ ناپایدارند. ممکن است گفته شود که همه این نوکلیدها بیش از آن بزرگ‌اند که پایدار باشند و برای اینکه پایداری‌تر شوند باید نوکلئون‌هایی را از دست بدهند. تنها مد واپاشی که در آن يك هسته سنگین و به‌طور طبیعی پرتوزا نوکلئون‌هایی را از دست می‌دهد گسیل α است، که در آن Z و N هر دو به‌اندازه ۲ کاهش می‌یابند. ولی در شکل ۲۴.۹ مشاهده می‌کنیم که واپاشی α در صدد جابه‌جا کردن دختر به‌طرف چپ خط پایداری است؛ بازگرداندن این هسته به خط پایداری احتیاج به واپاشی β^- دارد. برخی نوکلیدها، مانند ${}^{212}_{83}\text{Bi}$ ، در سری تورיום نسبت به هر دو واپاشی α و β^- ناپایدارند، و در این صورت انشعابی در سری رخ می‌دهد.

اولین نوکلید در سری تورיום دارای عدد جرمی ۲۳۲ است، که بر ۴ بخش‌پذیر است، و همه دیگر نوکلیدهای این سری نیز دارای مقادیری از A هستند که بر ۴ بخش‌پذیر است؛ زیرا تنها واپاشی که تعداد نوکلئون‌ها را تغییر می‌دهد واپاشی α است، و در آن تعداد نوکلئون‌ها به‌اندازه ۴ کاهش می‌یابند. بنابراین، مقادیر A ی هر عضوی از سری توریوم را می‌توان به‌صورت $4n$ نوشت، که در آن n عدد درستی است. اعضای به‌اصطلاح سری اکتینیوم، که با اورانیوم ۲۳۵ آغاز می‌شوند، دارای مقادیری از A هستند که با $4n+3$ نشان داده می‌شوند و اعضای سری اورانیوم، که با اورانیوم ۲۳۸ شروع می‌شوند، دارای مقادیری از A هستند که با $4n+2$ نشان داده می‌شوند.

سری پرتوزای چهارمی که مقادیر A ی اعضای آن با $4n+1$ داده می‌شود نیز وجود دارد. ولی هیچیک از اعضای آن دارای نیم‌عمر قابل مقایسه با عمر عالم نیست. از این رو، نوکلیدها در این سری به‌طور طبیعی تولید نمی‌شوند، بلکه می‌توان آنها را به وسیله واکنش‌های هسته‌ای با عناصر بسیار سنگین از سری دیگر (برای مثال، گیراندازی يك نوترون به وسیله اورانیوم ۲۳۶، که واپاشی β^- را در پی خواهد داشت) تولید کرد. این سری، به‌خاطر نوکلید ${}^{232}_{90}\text{Np}$ که عمر آن طولانی‌ترین است، به سری فپتونیم نامگذاری شده است. نوکلید فپتونیم با نیم‌عمری برابر $10^6 \times 14$ سال واپاشیده می‌شود. مدهای واپاشی و نیم‌عمرهای سری‌های فپتونیم، اورانیوم، و اکتینیوم در شکل ۲۵.۹ نشان داده شده‌اند.



شکل ۲۵.۹ سریهای پرتوزای نپتونیم، اورانیوم، و اکتینیوم.

مواد به‌طور طبیعی پرتوزا گستره وسیعی از نیم‌عمرها را، از توریم ۲۳۲ با نیم‌عمر $T_{1/2} = 1.41 \times 10^{10} \text{ yr}$ تا پلونیوم ۲۱۳ با نیم‌عمر $T_{1/2} = 4.0 \times 10^{-6} \text{ s}$ ، نشان می‌دهند. چگونه چنین نیم‌عمرهای فوق‌العاده بلند یا کوتاهی اندازه‌گیری می‌شوند؟ روشن است که برای اندازه‌گیری $T_{1/2}$ نمی‌توان تغییر در فعالیت هسته‌های واپاشیده را در زمان دنبال کرد و باید به روشهای غیرمستقیم متوسل شد.

نخست اندازه‌گیری نیم‌عمرهای بسیار طولانی را در نظر می‌گیریم. قانون اساسی واپاشی پرتوزا چنین است

$$(21.9) \text{ و } (42.9) \quad \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \text{فعالیت}$$

این معادله را می‌توان به‌صورت زیر مجدداً مرتب کرد

$$(43.9) \quad \lambda = \frac{\text{فعالیت}}{N}$$

چنانچه فعالیت و تعداد N هسته‌های پرتوزا معلوم باشند از این معادله می‌توان ثابت واپاشی λ را محاسبه کرد. اگر $T_{1/2}$ در مقایسه با t (دوره مشاهده) بسیار طولانی باشد، داریم $\lambda t \ll 1$ ؛ در آن صورت $N = N_0 e^{-\lambda t} \approx N_0$ است. یعنی اگر ماده پرتوزایی به‌طور خیلی آهسته واپاشیده شود، تعداد اتمهای موجود در طول دوره مشاهده اساساً ثابت است. برای مثال، اندازه‌گیرینا نشان می‌دهند که ۱۰ میلی‌گرم اورانیوم ۲۳۸ در هر دقیقه ۷۴۰ ذره α گسیل می‌کند. اگر جرم اتمی اورانیوم را برابر ۲۳۸ اختیار کنیم، تعداد اتمهای اورانیوم در ۱ میلی‌گرم، یعنی N ، برابر است با

$$\frac{10^{-3} \text{ g}}{238(1.67 \times 10^{-24} \text{ g})} = 2.52 \times 10^{18} \text{ atoms}$$

با استفاده از رابطه (۴۳.۹) داریم

$$\lambda = \frac{\frac{740}{60} \text{ فروپاشی/s}}{2.52 \times 10^{18} \text{ atoms}} = 4.90 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$$

$$T_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda} = 4.51 \times 10^9 \text{ yr}$$

اکنون اندازه‌گیری نیم‌عمر عضوی با عمر بسیار کوتاه از یک سری پرتوزا را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که اخلاف پرتوزای اولین عضو همراه با ماده اولیه باقی بمانند. در این صورت، پس از گذشت زمان کافی همه اعضای این سری باهم حضور خواهند داشت؛

زیرا در عین حال که هسته‌های هر عضو بخصوص به وسیله مادر خود تشکیل می‌شوند، هسته‌های دیگر این عضو به دخترهای خود واپاشیده می‌شوند. وقتی که این سری واپاشیده به تعادل پرتوزایی رسید، یعنی وقتی که هر نوکلئید با همان آهنگی که تشکیل می‌شود واپاشیده شد، مقادیر نسبی چندین نوکلئید ثابت خواهند بود. آنگاه این بدان معناست که فعالیت λN هر عضوی از سری دقیقاً همان فعالیت هر عضو دیگر است:

و غیره ، $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \dots$ (فعالیت)

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 , \text{ و غیره } \quad (44.9)$$

$$\frac{N_1}{(T_{1/2})_1} = \frac{N_2}{(T_{1/2})_2} = \frac{N_3}{(T_{1/2})_3} , \text{ و غیره } \quad (45.9)$$

در این صورت نیم عمر، $(T_{1/2})_s$ ، یک رادیو نوکلئید با عمر بسیار کوتاه در تعادل با نوکلئیدی با عمر طولانیتر از همان سری، که نیم عمر آن $(T_{1/2})_l$ است، به صورت زیر داده می‌شود

$$(T_{1/2})_s = (T_{1/2})_l \frac{N_s}{N_l} \quad (46.9)$$

که در آن N_s/N_l تعداد نسبی این دو عضو است، معادله (45.9) نشان می‌دهد که تعداد نسبی انبوهی چندین عضو، از یک سری به طور طبیعی پرتوزای در حال تعادل، با نیم عمرهای مربوط به آنها مستقیماً متناسب است. بنابراین، نوکلئیدهای با عمر طولانی نسبتاً فراوان و نوکلئیدهای با عمر کوتاه کمیاب خواهند بود.

نمونه‌ای از یک جسم به طور طبیعی پرتوزا، به طور همزمان پرتوهای α ، β ، و γ گسیل می‌کند، زیرا همه اعضای این سری پرتوزا حضور دارند و واپاشیده می‌شوند. گسیلهای α و β تغییراتی را در Z یا A یا هر دو باعث می‌شوند؛ گسیلهای γ تغییراتی را در تراز انرژی به بار می‌آورند. پژوهشگران اولیه پرتوزایی، با توجه به انحراف پرتوهای گسیل شده در یک میدان مغناطیسی، بین سه نوع تابش گسیل شده از اجسام پرتوزا تمایز قائل بودند. پرتوهای α در همان راستای انحراف ذرات با بار مثبت منحرف می‌شدند، پرتوهای β در همان راستای انحراف ذرات با بار منفی منحرف می‌شدند و پرتوهای γ منحرف نمی‌شدند. وانگهی، مشاهده شد که نفوذ گسیل پرتوزایی به ترتیب برای α ، β ، و γ افزایش می‌یابد؛ از این رو این پرتوها با سه حرف اول القای یونانی نامگذاری شدند. هر سه نوع تابش هسته‌ای از مواد به طور طبیعی پرتوزا دارای انرژیهای تا چندین مگا الکترون ولت اند و تا زمان تکامل شتابدهنده‌های ذره‌ای با انرژی بالا، در اوایل دهه

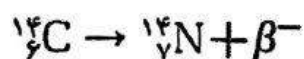
۱۹۳۵/۱۳۵۹، این مواد پرتوزا تنها چشمه‌های ذرات هسته‌ای با انرژی بالا برای بمباران دیگر هسته‌ها بودند.

اورانیوم ۲۳۸ سنگین‌ترین نوکلیدی است که در طبیعت یافت می‌شود. نوکلیدهای سنگین‌تر و با عمر نسبتاً کوتاه، متناظر با عناصر فرااورانیوم، ساخته بشوند که توسط بمباران عناصر سنگین با ذرات پرتوزا تولید می‌شوند. عناصر فرااورانیوم تا مندلویوم ۲۵۸ (^{258}Mv) حداقل به‌طور آبی، تولید و مشخص شده‌اند.

اصطلاح پرتوزای طبیعی معمولاً به آن مواد پرتوزایی که در گذشته خیلی دور تولید شده‌اند و به‌خلاف آنها اطلاق می‌شود. ولی در طبیعت مواد پرتوزایی وجود دارند که به طرد پیوسته در برخورد هسته‌ای ذرات با انرژی بالای پرتو کیهانی با هسته‌های واقع در جو بالاتر زمین تولید می‌شوند. مثالی در این مورد، تولید کربن ۱۴ به‌وسیله برخورد نوترون‌ها با هسته‌های ازت است که طبق واکنش زیر صورت می‌گیرد



این ایزوتوپ پرتوزای کربن (دایو کربن) با نیم عمری برابر ۵۷۴۰ سال به‌وسیله گسیل β^- واپاشیده می‌شود:



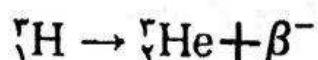
از این رو کسر کوچکی از مولکولهای CO_2 در هوا شامل اتمهای کربن پرتوزای ۱۴، به جای اتمهای کربن پایدار ۱۲، خواهد بود. موجودات زنده با استفاده از هر دو نوع کربن در ساختار خود مولکولهای CO_2 را با محیط اطراف خود مبادله می‌کنند. وقتی این موجودات زنده بمیرند، گرفتن کربن ۱۴ آنها متوقف می‌شود و از آن لحظه به‌بعد تعداد اتمهای کربن ۱۴ نسبت به تعداد اتمهای کربن ۱۲، براساس واپاشی $^{14}_6\text{C}$ ، کاهش می‌یابد و فقط نیمی از اتمهای $^{14}_6\text{C}$ اولیه پس از ۵۷۴۰ سال باقی خواهند ماند. این مطلب روش بسیار حساسی برای تعیین عمر اجسام آلی در باستانشناسی فراهم می‌کند: برای این کار فقط کافی است که تعداد نسبی دو ایزوتوپ را تعیین کنیم. تعداد اتمهای کربن ۱۴ با اندازه‌گیری فعالیت آنها و با استفاده از رابطه (۴۳.۹) تعیین می‌شود. این روش زیرکانه تعیین عمر بقایای اجسام آلی چندین هزار ساله در سال ۱۹۵۲/۱۳۳۱ توسط لیبی^۱ بنیان‌گذاری شد و به سنجایی دایو کربن شهرت دارد.

واکنش هسته‌ای پرتو کیهانی دیگری که دائماً عنصر به‌طور طبیعی پرتوزا تولید

می‌کند چنین است



که در آن ^1_1H ، موسوم به تریتیوم (با هسته‌ای موسوم به تریتسون)، یک ایزوتوپ پرتوزای سنگین از هیدروژن است. تریتیوم با نیم عمری برابر ۱۲٫۴ سال با گسیل β^- به ایزوتوپ پایدار هلیوم ^4_2He ، وا پاشیده می‌شود:



خلاصه

جدول ۶.۹ خواص اجزای اصلی هسته

خواص	پروتون	نوترون
جرم، u	۱٫۰۰۰۷۲۷۷	۱٫۰۰۰۸۶۶۵
بار، e	۱	۰
اسپین، $\hbar$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
گشتاور مغناطیسی، $eh/2M_p c$	+۲٫۷۹	-۱٫۹۱

خواص نیروی هسته‌ای

جاذبه‌ای و به مراتب قویتر از نیروی کولنی
با برد کوتاه، تقریباً برابر ۳ فرمی ($10^{-15} \times 3$ متر)
مستقل از بار؛ هر سه برهم کنش نوکلئونی، np ، pp و nn ، تقریباً معادل‌اند.

فهرست اصطلاحات

نوکلئون: پروتون یا نوترون
عدد اتمی Z : تعداد پروتونها
عدد نوترونی N : تعداد نوترونها
عدد جرمی A : تعداد کل نوکلئونها ($Z + N$)
نوکلئید: هسته با Z بخصوص و N بخصوص
ایزوتوپ: نوکلئیدهای با Z یکسان

ایزوتون: نوکلیدهای با N یکسان

ایزوبار: نوکلیدهای با A یکسان

خواص نوکلیدها

نوکلیدهای پایدار: برای A کوچک، $N \approx Z$ ، و برای A بزرگ $N > Z$ است.

شعاع هسته‌ای با رابطه $R = r_0 A^{1/2}$ بیان می‌شود، که در آن $r_0 = 1.4$ فرمی (پراکندگی نوترونی) یا $r_0 = 1.1$ فرمی (پراکندگی الکترونی) است. همه هسته‌ها دارای چگالی هسته‌ای یکسان‌اند.

انرژی بستگی کل E_b هسته‌ای مانند ${}^A_Z$ با رابطه زیر داده می‌شود

$$\frac{E_b}{c^2} = ZM_H + (A-Z)M_n - M$$

که در آن همه جرم‌ها، جرم اتم‌های خنثی هستند. برای $A > 20$ این انرژی به‌ازای هر نوکلئون $E_b/A \approx 8 \text{ MeV}$ است.

در مدل قطره-مایع هسته، نیروی بین نوکلئونها مانسته با نیروی بین مولکولهای مایع فرض می‌شوند؛ در انرژی بستگی، سهم‌های مهم عبارت‌اند از انرژی حجمی، انرژی سطحی (در مقدار کم A مهم)، و انرژی کولنی (در مقدار زیاد A مهم). در مدل‌های تک‌ذره‌ای و پوسته‌ای هسته، از جنبه‌های کوانتومی نوکلئونها برای توضیح اسپین‌ها و گشتاور مغناطیسی هسته‌ای استفاده می‌شود. مدل جمعی، ارتعاش و دوران هسته‌ای را مورد تأکید قرار می‌دهد.

در واپاشی همه هسته‌های ناپایدار، قوانین بقای بار الکتریکی، نوکلئونها، جرم انرژی، و اندازه حرکت برقرار می‌مانند.

قانون واپاشی پرتوزایی چنین است $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ، که در آن ثابت واپاشی λ ،

یعنی احتمال در واحد زمان اینکه هر هسته واپاشیده شود با رابطه $T_{1/2} = 0.693/\lambda$ به‌نیم عمر ارتباط داده می‌شود.

جدول ۷.۹ مدهای واپاشی پرتوزایی

گاما	بتا	آلفا	
(فوتون)	(الکترون، پوزیترون)	(هسته هلیوم)	
10^{-12} تا 10^5 ثانیه (ایزومر)	$> 10^{-2}$ s	10^{-6} ثانیه تا 10^{10} سال	نیم عمرها
کیلو الکترون ولت تا چند مگا الکترون ولت	چند مگا الکترون ولت	۴ تا ۱۰ MeV	انرژیها
$^AZ^* \rightarrow ^AZ + \gamma$	β^- : $^AZ \rightarrow {}^Z_{A-1}D + {}^0_{-1}e + \nu$ β^+ : $^AZ \rightarrow {}^Z_{A-1}D + {}^0_{+1}e + \nu$ EC: ${}^0_{-1}e + ^AZ \rightarrow {}^Z_{A-1}D + \nu$	$^AZ \rightarrow {}^Z_{A-4}D + {}^4_2\alpha$	مد واپاشی
$E_\alpha = E_i + h\nu$	β^- : $M_P = M_D + Q/c^2$ β^+ : $M_P = M_D + 2m_e + Q/c^2$ EC: $M_P = M_D + Q/c^2$	$M_P = M_D + M_\alpha + Q/c^2$	معادله انرژی فروپاشی (همه جرمهای انتم خنثی)
تک انرژی	β^+ و β^- : چند انرژی EC: تک انرژی	تک انرژی	توزیع انرژی فراوردههای واپاشی

خواص نوترینو

جرم: ۰

بار: ۰

اسپین: $\frac{1}{2}$ گیراندازی نوترینو: $\bar{\nu} + p \rightarrow n + \beta^+$

جدول ۸۰۹ پرتوزایی طبیعی

نام سری	عضو با طولانیترین عمر	نوع	تعداد اعضا
توریوم	${}^{232}_{90}\text{Th}$	$4n$	۱۳
اکتیونیوم	${}^{235}_{92}\text{U}$	$4n+3$	۱۵
اورانیوم	${}^{238}_{92}\text{U}$	$4n+2$	۱۸
نپتونیم	${}^{237}_{93}\text{Np}$	$4n+1$	۱۳

مسائل

برای مقادیر جرمهای اتمی، پیوست ۱ را ملاحظه کنید.

۱. نشان دهید که طول موج هر ذره‌ای که انرژی جنبشی آن در مقایسه با انرژی سکون آن بزرگ است با $\lambda = 1.24 \text{ GeV} \cdot \text{fermi} / E$ داده می‌شود، که در آن E انرژی کل ذره بر حسب GeV است.

۲. هرچند نوترئون به عنوان یک کل از لحاظ الکتریکی خنثی است، اما دارای یک گشتاور مغناطیسی هسته‌ای منفی است که راستای آن خلاف راستای اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین هسته‌ای نوترئون است. چه نوع توزیعی از بار مثبت و منفی مجزا در درون یک نوترئون (مثبت در داخل و منفی در خارج، یا منفی در داخل و مثبت در خارج) با گشتاور مغناطیسی مشاهده شده متناظر خواهد بود؟

۳. به دلیل کوانتش فضایی اسپین هسته‌ای پروتون، یک پروتون آزاد که در میدان مغناطیسی

خارجی B قرار دارد، دارای دوستگیری ممکن اسپین و گشتاور مغناطیسی وابسته، نسبت به خطوط میدان مغناطیسی است. فوتونی که انرژی آن با اختلاف انرژی بین این دو حالت پروتونی برابر است، می تواند این پروتون را وادار به انجام گذاری از يك حالت به حالت دیگر بکند. این پدیده به تشدید مغناطیسی هسته ای (NMR) معروف است. بسامد تشدید پروتون را برای پروتونهای آزاد واقع در میدان مغناطیسی ۵۰۰۰ G محاسبه کنید.

۴. گشتاور مغناطیسی هسته ای دوترون در حالت پایه، ۸۵۷۴ ره برابر مگنتون هسته ای است؛ اسپین هسته ای آن $I = 1$ است. با مقایسه گشتاور مغناطیسی دوترون با گشتاورهای مغناطیسی مجزای پروتون و نوترون نشان دهید که می توان فرض کرد که دوترون (عمدتاً) در حالت $^3S_1$ ، یعنی در يك حالت کوانتومی با اندازه حرکت زاویه ای مداری صفر است و اندازه حرکت های زاویه ای ذاتی پروتون و نوترون چنان ردیف شده اند که اسپین هسته ای خالص دوترون برابر واحد است.

۵. برابری نیروهای هسته ای نوترون-نوترون و پروتون-پروتون را می توان با بررسی نوکلیدهای آینه ای تحقیق کرد. يك نوکلید از يك زوج نوکلید آینه ای، با تعویض اعداد پروتونی و نوترونی به نوکلید دیگر تبدیل می شود؛ برای مثال، $^{12}_6\text{C} (Z=6, N=6)$ و $^{12}_7\text{N} (Z=7, N=5)$ نوکلیدهای آینه ای هستند. اگر به خاطر اختلاف جرم نوترون-پروتون و اختلاف در انرژی کولنی حاصل از اختلاف در Z نبود، انرژی بستگی و جرم کل يك زوج از نوکلیدهای آینه ای، با فرض یکسان بودن نیروهای بین نوکلئونی، یکسان بودند. انرژی کولنی متوسط يك زوج از پروتونها، که بار هر يك به طور یکنواخت در سرتاسر يك هسته به شعاع R توزیع شده است، با $(6/5)ke^2/R$ داده می شود. شعاع R از رابطه $R = r_0 A^{1/3}$ محاسبه می شود، که در آن $r_0 = 1.4$ فرمی است [معادله (۸.۹)]. (الف) با فرض اینکه استقلال نیروی هسته ای از بار در مورد نوکلیدهای آینه ای نیز صادق است و (ب) با استفاده از این حقیقت مشاهده شده که $^{13}_7\text{N}$ با گسیل پوزیترونی با انرژی جنبشی بیشینه 1.19 MeV به $^{13}_6\text{C}$ واپاشیده می شود، جرم $^{13}_7\text{N}$ را به کمک جرم $^{13}_6\text{C}$ محاسبه کنید.

۶. نشان دهید که در يك آزمایش پراکندگی کشان در مورد پروتون-پروتون یا نوترون-پروتون هیچ ذره ای تحت زاویه ای بیش از ۹۰ درجه در جهت جلو پراکنده نمی شود (جرمهای نوترون و پروتون را یکسان اختیار کنید و فرض کنید که انرژی

جنبشی ذره فرودی در مقایسه با انرژی سکون آن کوچک است).

۷. پروتونی با انرژی 50 MeV با نوترون 50 MeV برخورد رودر رو می‌کند و دوترون تولید می‌کند. (الف) انرژی فوتون گسیل شده چقدر است؟ (ب) دوترون، هنگام گسیل فوتون، با چه انرژی جنبشی پس زده می‌شود؟ جرمهای نوترون و پروتون را یکسان اختیار کنید.

۸. نشان دهید که کمیت ke^2 (ثابت نیروی کولنی ضربدر مجذور بار الکترون) برابر 1.34 MeV-fermi است.

۹. (الف) نشان دهید که شعاع بد اصطلاح کلاسیک الکترون، $ke^2/m_e c^2$ ، که در آن m_e جرم سکون الکترون است، از مرتبه یک بعد هسته‌ای است. (ب) نشان دهید که دوبار نقطه‌ای که بزرگی هریک e است و به فاصله‌ای برابر با شعاع کلاسیک الکترون از یکدیگر قرار دارند، دارای یک انرژی کولنی برابر با انرژی سکون الکترون هستند.

۱۰. (الف) نشان دهید که نوکلیدهای با Z زوج معمولاً دارای ایزوتوپهای پایدار بیشتری هستند تا نوکلیدهای با Z فرد. (ب) نشان دهید که بین $^{32}_{16}\text{S}$ و $^{16}_8\text{O}$ یک ایزوتوپ پایدار برای هر نوکلید با Z فرد و سه ایزوتوپ پایدار برای هر نوکلید با Z زوج وجود دارد. این مطلب را بر حسب پر بودن پوسته‌های نوترونی و پروتونی توضیح دهید.

۱۱. نشان دهید که در $^{12}_6\text{C}$ انرژی جدایی نوترون با قید ضعیف برابر با 18.72 MeV است.

۱۲. (الف) انرژیهای جدایی نوکلئونهای با قید ضعیف در نوکلیدهای پایدار $^{12}_6\text{C}$ ، $^{16}_8\text{O}$ ، $^{14}_7\text{N}$ ، $^{15}_7\text{N}$ ، $^{18}_8\text{O}$ را محاسبه کنید. (ب) چگونه انرژی جدایی نوکلیدهای با A زوج با انرژی جدایی نوکلیدهای مجاور با A فرد مقایسه می‌شود؟ (ج) این مطلب را بر حسب پر بودن ترازهای پروتونی و نوترونی توضیح دهید.

۱۳. شعاع هسته‌ای چه نوکلید پایداری یک دوم شعاع هسته‌ای $^{238}_{92}\text{U}$ است؟

۱۴. نشان دهید که چگالی ماده هسته‌ای تقریباً برابر با $2 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3 \approx 10^9 \text{ tons/in}^3$ است.

۱۵. با استفاده از مدل پوسته‌ای هسته‌ای (جدول ۳.۹) اسپین هسته‌ای نوکلیدهای زیر را پیشگویی کنید: (الف) $^{16}_8\text{O}$ ، (ب) $^{20}_{10}\text{Ne}$ ، (ج) $^{45}_{21}\text{Sc}$ ، و (د) $^{59}_{27}\text{Co}$.

۲۳. چند گرم ${}^3\text{H}$ (با نیم عمر $10^8 \times 3.87$) فعالیتی برابر 1 mCi تولید خواهد کرد؟
۲۴. به دلیل حضور ${}^{14}\text{C}$ معلوم شده است که کربن موجود در جو پرتوزا است. پیش از ظهور سلاحهای هسته‌ای، فعالیت ویژه چنین کربنی در جو برابر 15.3 فروپاشی بر گرم بر دقیقه بود. نیم عمر ${}^{14}\text{C}$ برابر $5730 \times 10^3 \text{ yr}$ است. (الف) چه قسمتی از کربن جوی ${}^{14}\text{C}$ است؟ (ب) فعالیت کربن در بقایای یک موجود زنده مشخص برابر 2.5 فروپاشی بر گرم بر دقیقه است. از زمان مرگ این موجود چقدر گذشته است؟
۲۵. نمونه A با ثابت واپاشی λ_A به نمونه B واپاشیده می‌شود. نمونه B نیز به نوبه خود با ثابت واپاشی λ_B به نمونه C واپاشیده می‌شود. با فرض اینکه در آغاز n_0 هسته از نمونه A وجود دارد نشان دهید که پس از زمان t تعداد اتمهای نمونه C عبارت خواهد بود از $n_0 e^{-(\lambda_A + \lambda_B)t}$.
۲۶. در نمونه خاصی از میکا نسبت ${}^{87}\text{Sr}$ به ${}^{87}\text{Rb}$ برابر 0.50 است. به فرض آنکه ${}^{87}\text{Sr}$ صرفاً با واپاشی ${}^{87}\text{Rb}$ تولید شده باشد، عمر این نمونه چقدر است؟
۲۷. یک گسیل دهنده α با گسیل دو گروه مجزا از ذرات α که انرژیهای جنبشی مربوط آنها به ترتیب K_1 و K_2 است واپاشیده می‌شود. نشان دهید که انتظار گسیل پرتوهای γ با انرژی $(K_1 - K_2)A/(A - 4)$ می‌رود؛ A عدد جرمی هسته مادر است.
۲۸. ایریدیوم 191 (یک رادیو نوکلئید مناسب برای آزمایشهای موسباؤثر) از یک حالت برانگیخته هسته‌ای با عمر میانگین $10^{-10} \times 1.5$ با گسیل پرتو γ با انرژی 129 keV واپاشیده می‌شود. (الف) پهنای خط طبیعی مربوط به این گذار بر حسب eV چقدر است؟ (ب) قدرت تفکیک فوتونهایی که به وسیله ایریدیوم 191 گسیل می‌شوند چقدر است؟ این قدرت تفکیک به صورت پهنای خط طبیعی تقسیم بر انرژی فوتون اندازه گیری می‌شود.
۲۹. اینکه یک فوتون نه فقط دارای جرمی برابر $m = h\nu/c^2$ است بلکه همچنین دارای وزنی برابر $mg = (h\nu/c^2)g$ است در سال $1960/1339$ در آزمایش پوند و ربکا، با استفاده از اثر موسباؤثر، به اثبات رسید. در سقوط قائمی به طرف زمین از فاصله y ، بسامد فوتون بر طبق رابطه بقای انرژی $h\nu + mgy = h\nu'$ ، یا $h\nu + (h\nu/c^2)gy = h\nu'$ از ν به ν' افزایش پیدا می‌کند. با فرض اینکه بسامدهای ν و ν' تقریباً برابرند، $\nu' = \nu(1 + gy/c^2)$ است. (الف) نشان دهید که برای $y = 20 \text{ m}$ که در آزمایش پوند ربکا در نظر گرفته شد، تغییر نسبی در بسامد فوتون

۲ قسمت در 10^{15} است. (ب) اگر فوتونهای با انرژی 14.4 keV از يك چشمه ^{57}Fe واقع در يك شبکه بلورين، 20 m سقوط کنند به علت جابه‌جایی ۲ در 10^{15} قسمت بسامد، ناشی از برهم‌کنش گرانشی با فوتون، قله در خط پرتو γ ی چشمه پرتو γ در بالاترین نقطه بر قله در خط در آشامی يك در آشام ^{57}Fe در پایینترین نقطه دقیقاً منطبق نمی‌شود. اگر قرار باشد که این دو قله گسیلی و در آشامی دقیقاً منطبق شوند در چه راستایی (بالا یا پایین) و با چه سرعتی باید در آشام جا به جا شود؟

۳۰. انرژی جنبشی بیشینه ممکن الکترونی که در واپاشی ^{14}C گسیل می‌شود چقدر است؟
۳۱. چه مدهای واپاشی از لحاظ انرژی برای نوکلیدهای ناپایدار زیر امکانپذیرند؟
(الف) ^{40}K ؛ (ب) ^{40}Ca ؛ (ج) ^{48}V ؛ و (د) ^{54}Mn ؟

۳۲. از هر گروهی از اتمهای پرتوزایی که دارای ثابت واپاشی یکسان‌اند، برخی برای يك دوره واقعاً نامتناهی از زمان، از واپاشی جان سالم به در می‌برند. (الف) برای این اساسی نشان دهید که عمر میانگین نمونه باید از نیم‌عمر آن بیشتر باشد. (ب) نشان دهید که عمر میانگین همواره به اندازه ۴۴ درصد از نیم‌عمر تجاوز می‌کند (مسئله ۱۹).

۳۳. (الف) نشان دهید که فرض اساسی برای واپاشی پرتوزا (اینکه هر واپاشی اتم ناپایدار مستقل از گذشته آن است) حاکی از آن است که تعداد نسبی ذراتی که در واحد زمان واپاشیده می‌شوند يك عدد ثابت است، $(dN/N)/dt = -\lambda$ ؛ علامت منفی حاکی از آن است که تعداد N اتم ناپایدار در هر لحظه با زمان کاهش می‌یابد. (ب) از این معادله دیفرانسیلی انتگرال بگیرید و بدقانون واپاشی پرتوزا برسید.

۳۴. جیوه ^{206} دارای نیم‌عمری برابر 450 s است و الکترونهای با انرژی جنبشی بیشینه 1.31 MeV گسیل می‌کند. توان پرتوزایی خروجی يك نمونه 1 mCi از این جیوه، بر حسب μW چقدر است؟

۳۵. کلسیم ۴۱ با گیراندازی الکترون واپاشیده می‌شود. (الف) انرژی و (ب) اندازه حرکت نوترینوهای گسیل شده چقدر است؟ (ج) انرژی جنبشی پس‌زنی هر هسته پتاسیم ۴۱ چقدر است؟

۳۶. يك هسته ^{9}Be می‌تواند با گسیل پرتو γ ی با انرژی 1.76 MeV به حالت پایه واپاشیده شود. این هسته با چه انرژی جنبشی پس‌زده می‌شود؟ (هسته بربلیوم ۸ به شدت ناپایدار است و به سرعت به دو ذره α واپاشیده می‌شود).

۳۷. نوکلید ناپایدار ^7Be با گیراندازی الکترون به حالت پایه ^7Li واپاشیده می‌شود.

ولی برخی از آنها به حالت برانگیخته با انرژی 48 MeV این عنصر واپاشیده می‌شوند. (الف) چه نوترینوهای تک انرژی و (ب) چه فوتونهای تک انرژی به وسیله نمونه‌ای از ${}^9\text{Be}$ گسیل می‌شوند؟

۳۸. نوکلئید ناپایدار ${}^{41}_{20}\text{Ca}$ با گیراندازی الکترون واپاشیده می‌شود (الف) انرژی کل آزاد شده در این واپاشی ${}^{41}_{20}\text{Ca}$ چقدر است؟ (ب) انرژی نوترینو چقدر است؟ (ج) انرژی جنبشی پس‌زنی هسته ${}^{41}_{19}\text{K}$ چقدر است؟ (د) چه کسری از انرژی آزاد شده به وسیله هسته دختر حمل می‌شود؟

۳۹. انرژی کمینه پادنوترینو چقدر باشد تا توسط یک پروتون آنچنان گیر انداخته شود که یک نوترون و پوزیترون تولید شوند؟

۴۰. نوترونهای آزاد در حال سکون با گسیل β^- واپاشیده می‌شوند. انرژی جنبشی بیشینه ممکن (الف) پروتونها، (ب) الکترونها، و (ج) پادنوترینوها چقدر است؟

۴۱. در یک سری به طور طبیعی پرتوزا که با اورانیوم ${}^{238}\text{U}$ آغاز می‌شود پنج واپاشی α پی در پی وجود دارد که با ${}^{234}\text{U}$ آغاز و به ${}^{206}\text{Pb}$ ختم می‌شوند. (الف) نشان دهید که گسیل هسته‌ای از ${}^{206}\text{Ne}$ به وسیله ${}^{234}\text{U}$ از لحاظ انرژی مجاز است. (ب) با در نظر گرفتن اثر تونل در واپاشی α ، چرا گسیل ${}^{206}\text{Ne}$ به مراتب از گسیل پنج ذره ${}^4_2\text{He}$ پی‌درپی غیرمتمم‌تر است؟

کتابشناسی

1. Beyer, R. T., ed.: *Foundations of Nuclear Physics*. New York: Dover Publications, 1949.

این کتاب مجموعه‌ای است از مقاله‌های پژوهشی اولیه که با کشفیات اساسی در فیزیک هسته‌ای سروکار دارند.

2. Preston, M. A.: *Physics of the Nucleus*. Reading, Mass.: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1962.

3. Boorse, H. A., and L. Motz, eds.: *The World of the Atoms*. New York: Basic Books, Inc., 1966.

جلد ۲ این مجموعه مقاله‌ها و تفسیر مربوط به محققان، شامل چند موضوع مربوط به فیزیک هسته‌ای است.

واکنشهای هسته‌ای

۱۰۱۰ واکنشهای هسته‌ای با انرژی پایین

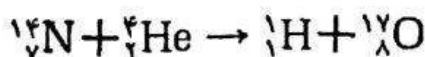
در فصل گذشته دیدیم که هسته‌های ناپایدار به خودی خود واپاشیده می‌شوند و بدون تأثیر از خارج ساختار هسته‌ای آنها تغییر می‌کند. اما از طریق بمباران با ذرات پر انرژی می‌توان هویت و مشخصات این هسته‌ها را تغییر داد. این تغییر را واکنش هسته‌ای می‌نامند. از سال ۱۹۱۹/۱۲۹۸ که برای اولین بار رادرفورد یکی از واکنشهای هسته‌ای را مشاهده کرد تا به امروز هزاران واکنش هسته‌ای تولید و مشخص شده‌اند. تا زمان تکامل شتابدهنده‌های ذرات باردار، در دهه ۱۳۵۹/۱۹۳۵، ذرات بمباران کننده ذراتی بودند که از اجسام پرتوزا گسیل می‌شدند. امروزه امکان شتاب دادن به ذرات باردار تا انرژیهای ۴۰۰ گیگا الکترون ولت وجود دارد. وقتی ذراتی با چنین انرژی زیادی به هسته‌ها برخورد کنند، آنها را به شدت در هم می‌شکنند و می‌توانند ذرات جدید و ناآشنایی بیافرینند. این واکنشهای به اصطلاح با انرژی بالا و ذراتی که در آنها مشارکت دارند را در فصل ۱۱ بررسی خواهیم کرد.

در این فصل واکنشهای هسته‌ای با انرژی پایین، یعنی واکنشهایی که در آنها انرژی ذرات فرودی بیشتر از، مثلاً ۲۰ مگا الکترون ولت نیست را مطالعه خواهیم کرد. تمامی این واکنشها دارای چند خصوصیت مشترک اند: ذره بمباران کننده نوعاً ذره سبک و زنی

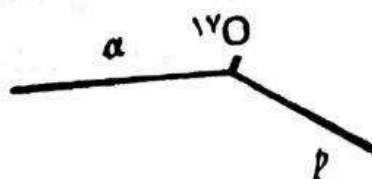
است: ذره α ، پروتون، دوترون، یا نوترون.
این واکنشها نوعاً شامل گسیل یکی دیگر از همین ذرات اند.
ذراتی چون مزونها یا باریونها آفریده نمی‌شوند.

چند نوع واکنش هسته‌ای را با مثالهایی که در تاریخ فیزیک هسته‌ای دارای اهمیت اند توضیح خواهیم داد.

در اولین واکنش هسته‌ای (در سال ۱۹۱۹/۱۲۹۸) رادرفورد ذرات α ی با انرژی ۷٫۶۸ مگا الکترون ولت، از عنصر به‌طور طبیعی پرتوزای ${}^{210}_{84}\text{Po}$ را مورد استفاده قرار داد. هنگامی که ذرات α از گاز ازت عبور داده شدند بسیاری از آنها یا توسط هسته‌های ازت منحرف نشدند و یا در رویایی نزدیک با هسته‌های ازت به‌طور کشان پراکنده شدند. ولی رادرفورد دریافت که در چند برخورد (حدوداً ۱ در ۵۰۰۰۰) پروتونهایی طبق واکنش هسته‌ای زیر تولید می‌شوند

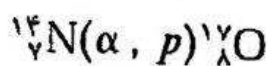


در این واکنش ذره α با هسته ازت ۱۴ برخورد می‌کند و یک پروتون و یک هسته اکسیژن ۱۷ تولید می‌کند. رادرفورد با اندازه‌گیری برد ذرات سبک وزن گسیل شده، که از برد ذرات فرودی α بیشتر بود (بخش ۱۰۸) این ذرات را با پروتون یکی گرفت. با اندازه‌گیری نسبت بار به جرم ذرات گسیل شده در این واکنش، به کمک میدان مغناطیسی، پروتون بودن آنها تأیید شد. طرح‌واره اتاقک ابری این واکنش، شکل ۱۰۱۰، رد ذره فرودی α ، پروتون گسیل شده، و هسته اکسیژن پس‌زده را نشان می‌دهد. این واکنش نمایشگر تحول القایی عنصر ازت به یک ایزوتوپ پایدار اکسیژن است؛ البته، واپاشی پرتوزای α یا β نمایشگر تحول خود به‌خودی یک عنصر به عنصر دیگر است.
قوانین بقای بار الکتریکی و نوکلئونها در تمامی واکنشها برقرار است؛ بنابراین،



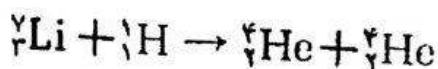
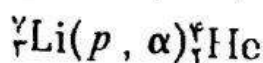
شکل ۱۰۱۰ نمایش مربوط به اتاقک ابری
واکنش ${}^{14}_7\text{N}(\alpha, p){}^{17}_8\text{O}$

جمع شاخصهای پایین، که بار الکتریکی ذرات و جمع شاخصهای بالا که تعداد نوکلئونها را به دست می‌دهند، در طرفین واکنش مذکور یکسان است. این واکنش را می‌توان به‌طور خلاصه به صورت زیر نوشت



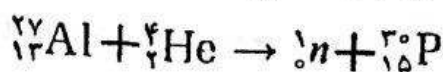
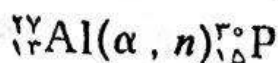
که در آن ذرات سبکی که به واکنش وارد و از آن خارج می‌شوند در پرانتز بین نمادهای مربوط به هسته هدف و هسته حاصل نوشته شده‌اند.

تا سال ۱۹۳۲/۱۳۱۱ همه واکنشهای هسته‌ای توسط ذرات با انرژی نسبتاً بالای α با پرتوهای γ از مواد به طور طبیعی پرتوزا تولید می‌شدند. در آن سال کاک کرافت^۱ و والتون^۲ با استفاده از يك شتابدهنده ۵۰۰ کیلو الکترون ولتی اولین واکنش هسته‌ای را که توسط ذرات باردار مصنوعاً شتاب گرفته تولید شده بود، مشاهده کردند. آنها دریافتند که وقتی هدف لیتیم توسط پروتونهای با انرژیهای ۵۰۰ کیلو الکترون ولت مورد اصابت قرار می‌گیرد، ذرات α طبق واکنش زیر گسیل می‌شوند



هر يك از ذرات α ی گسیل شده دارای انرژی ۸٫۹ مگا الکترون ولت بودند؛ از این رو، انرژی برابر ۵ مگا الکترون ولت به واکنش داده شده بود، و انرژی برابر ۱۷٫۸ مگا الکترون ولت به صورت انرژی جنبشی ذرات خروجی آزاد شده بود. در اینجا يك نمونه عالی از آزاد شدن انرژی هسته‌ای دیده می‌شود. البته، مقدار کل انرژی آزاد شده ناچیز بود زیرا اکثر برخورد های بین پروتونهای فرودی و هسته‌های هدف بد فروپاشی هسته‌ای منجر نشدند.

در دو واکنشی که در بالا شرح آنها گذشت هسته‌های حاصل پایدار بودند. اولین واکنش هسته‌ای که منجر به يك هسته ناپایدار شد در سال ۱۹۳۴/۱۳۱۳ توسط ژولیت-کوری^۳ و ژولیت^۴ مشاهده شد. در این واکنش هدف آلومینیومی توسط ذرات α مورد اصابت قرار گرفت و منجر به واکنش



شد. نوکلید حاصل پایدار نیست ولی با نیم عمر ۲٫۶ دقیقه با گسیل β^+ به ایزوتوپ

1. J. D. Cockcroft
4. F. Joliot

2. E. T. S. Walton

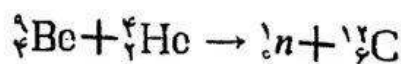
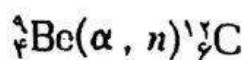
3. I. Joliot - Curie

پایدار سیلیسیوم واپاشیده می‌شود



که در آن ν نوترینو است. تولید نوکلیدهای ناپایداری که طبق قانون واپاشی پرتوزایی، خود به‌خود فروپاشیده می‌شوند خصوصیت بسیاری از واکنشهای هسته‌ای است. گفته می‌شود که این نوکلیدها پرتوزایی مصنوعی دارند. در واقع، واکنشهای هسته‌ای تنها وسیله به‌دست آوردن ایزوتوپهای پرتوزای مصنوعی، یا رادیو ایزوتوپها، هستند. رادیو ایزوتوپها از لحاظ شیمیایی با ایزوتوپهای پایدار عنصر مشابه‌اند. چنانچه مقدار کمی رادیو ایزوتوپ یک عنصر به نوکلیدهای پایدار همان عنصر افزوده شود، این رادیو ایزوتوپ به‌خاطر خاصیت پرتوزایی می‌تواند به‌عنوان دایاب آن عنصر بدکار رود؛ یعنی حضور و تمرکز عنصر را می‌توان با اندازه‌گیری فعالیت رادیو ایزوتوپ تعیین کرد.

کشف نوترون پیامد نتیجه‌ای از یک واکنش هسته‌ای بود که در سال ۱۹۳۵/۱۳۰۹ توسط بوته^۱ و به‌کر^۲ در بمباران بریلیوم به‌وسیله ذرات α مشاهده شد

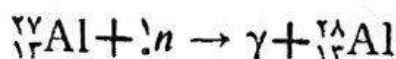
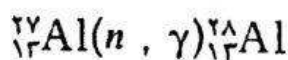


ابتدا تصور می‌رفت که این فراورده‌ها پرتو γ هسته پایدار $^{12}_6\text{C}$ هستند، تا نوترون و $^{12}_6\text{C}$ ؛ زیرا تابش فوق‌العاده نافذی در نتیجه دیده می‌شد. آنگاه در سال ۱۹۳۲/۱۳۱۱ کوری و ژولیت دریافتند که وقتی این تابش بر پارافین (که حاوی مقدار زیادی هیدروژن است) فرود آید پروتونهایی با انرژی حدود ۶ مگاالکترون ولت گسیل می‌شوند. این مطلب ابتدا به‌عنوان اثر کامپتون، که در آن فوتون پرتو γ با پروتون برخورد کامپتونی انجام می‌دهد و آن را از پارافین خارج می‌کند تعبیر شد. انرژی فوتون که برای انتقال ۶ مگاالکترون ولت انرژی به پروتونها لازم بود به‌سادگی از معادله (۱۷.۴) به‌دست آمد و تقریباً برابر با ۶ مگاالکترون ولت بود. به کمک بقای جرم انرژی می‌توان نشان داد که مقدار کمتری از این انرژی در یک واکنش $^9_4\text{Be}(\alpha, \gamma)^{12}_6\text{C}$ آزاد می‌شود. بنا بر این، فرضیه فوتونی غیر قابل دفاع بود.

تعبیر مناسبی از این آزمایشها در سال ۱۹۳۲/۱۳۱۱ توسط چادویک ارائه شد. او نشان داد که تمام نتایج تجربی با این فرض که یک ذره بی‌بار، و در نتیجه شدیداً نافذ، با جرمی نزدیک به جرم پروتون گسیل می‌شود، سازگارند. براساس بقای جرم انرژی، چنین ذره‌ای با انرژی تقریباً ۶ مگاالکترون ولت گسیل می‌شد و وقتی نوترون با پروتون

برخورد رودررو می‌کند و با انتقال اندازه حرکت و انرژی خود به پروتون، به حال سکون درمی‌آید.

نوترون‌ها در واکنشهای هسته‌ای متعدد گسیل می‌شوند و خود می‌توانند به عنوان ذرات بمباران کننده مورد استفاده قرار گیرند. یکی از مهمترین واکنشهای القایی نوترون، واکنشی است که در آن نوترون بد وسیله هسته هدف گیر انداخته می‌شود و فوتون پرتو γ گسیل می‌شود. این واکنش، گیراندازی تابشی نوترون نام دارد. برای مثال



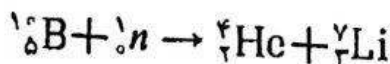
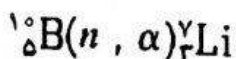
هسته حاصل، یعنی ایزوتوپ ناپایدار هسته هدف، با واپاشی β^- واپاشیده می‌شود



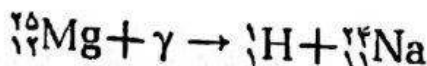
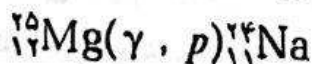
که در آن $\bar{\nu}$ پادنوترینو است.

چون نوترون بار الکتریکی ندارد، وقتی با تقریباً هر انرژی به (تقریباً) هر هسته‌ای برخورد کند فرایند گیراندازی تابشی نوترون رخ می‌دهد؛ از این رو ایزوتوپ سنگینتری که غالباً تولید می‌شود تابشی است و بنابراین در آشامی نوترون‌ها وسیله معمولی برای تولید رادیوایزوتوپ‌هاست.

واکنش مهم دیگری که از بمباران نوترون نتیجه می‌شود، واکنشی است که در آن يك ذره باردار (همچون پروتون یا ذره α) گسیل می‌شود. این واکنش روشی برای آشکارسازی نوترون‌ها به دست می‌دهد؛ زیرا ذرات باردار گسیل شده یونشی تولید می‌کنند که قابل آشکارسازی است. واکنشی که غالباً در آشکارسازی نوترون از آن استفاده می‌شود به صورت زیر است



فروپاشی فوتونی واکنشی است که در آن در آشامی فوتون پرتو γ به فروپاشی هسته در آشام منجر می‌شود. مثالی در این مورد عبارت است از



که واکنش ${}^{24}_{11}\text{Na} \rightarrow {}^{24}_{12}\text{Mg} + \beta^- + \bar{\nu}$ از آن نتیجه می‌شود. نوع خاصی از واکنش هسته‌ای با انرژی پایین، واکنش شکافت هسته‌ای است. در

این واکنش، که آن را در بخش ۷.۱۵ به تفصیل بررسی خواهیم کرد، يك نوترون بسا انرژی پایین توسط يك هسته خیلی سنگین گیرانداخته می‌شود و انبوهه حاصل به دو هسته نسبتاً سنگین همراه با چند نوترون شکافته می‌شود.

تنها چند واکنش از واکنشهای متعدد هسته‌ای شناخته شده را فهرست کردیم. در مورد واکنشهای هسته‌ای بسا انرژی پایین، که شامل ذرات سبك $(\alpha, d, n, p, \gamma)$ ، چه از طریق بمباران چه با خارج سازی از واکنشها، هستند به طور کلی می‌توان گفت که واکنشهای هسته‌ای که اساساً شامل تمامی ترکیبهای ممکن ذرات سبك ورودی و خروجی هستند، روی خواهند داد.

۲.۱۰ انرژی‌شناسی واکنشهای هسته‌ای

واکنش هسته‌ای تعمیم یافته $Y(x, \gamma)X$ را، که در آن X هسته هدف، x ذره بمباران کننده، γ ذره سبك وزن خارج شده و Y هسته حاصل است در نظر می‌گیریم. هسته هدف را در حال سکون ($K_x = 0$) فرض می‌کنیم و انرژیهای جنبشی x ، γ و Y را، به ترتیب، با K_x ، K_γ و K_Y نمایش می‌دهیم.

انرژی فروپاشی (یا مقدار Q) يك واپاشی پرتوزا به صورت انرژی کل آزاد شده در واپاشی تعریف شده است [معادله (۲۹.۹)]. به همین طریق مقدار Q فی يك واکنش هسته‌ای به صورت انرژی کل آزاد شده در واکنش تعریف می‌شود؛ یعنی، Q برابر انرژی جنبشی خارج شده از واکنش منهای انرژی جنبشی وارد شده به آن است

$$Q = (K_\gamma + K_Y) - K_x \quad (۱.۱۰)$$

انرژی نسیتی کل يك ذره جمع انرژی سکون و انرژی جنبشی آن است؛ در این صورت، بقای جرم-انرژی ایجاب می‌کند که

$$(m_x c^2 + K_x) + M_X c^2 = (m_\gamma c^2 + K_\gamma) + (M_Y c^2 + K_Y) \quad (۲.۱۰)$$

که در آن m_x ، M_X ، m_γ و M_Y جرمهای سکون‌اند. از ترکیب این دو معادله داریم

$$\frac{Q}{c^2} = (m_x + M_X) - (m_\gamma + M_Y) \quad (۳.۱۰)$$

این معادله نشان می‌دهد که Q/c^2 ، یعنی جرم هم‌ارز انرژی آزاد شده در واکنش، برابر جرم سکون کل وارد شده به واکنش منهای جرم سکون کل خسار شده از آن است. از این رو، انرژی هسته‌ای آزاد شده در يك واکنش را می‌توان مستقیماً به کمک جرم ذرات شرکت کننده در آن واکنش محاسبه کرد یا اگر یکی از جرمها (غالباً جرم هسته سنگین

حاصل) به دقت معلوم نباشد می‌توان آن را به کمک تعیین مقدار Q از روی اندازه‌گیری انرژیهای جنبشی ذره مربوط محاسبه کرد.

وقتی $Q > 0$ است، انرژی هسته‌ای در یک واکنش آزاد می‌شود؛ چنین واکنشی را، که در آن جرم به انرژی جنبشی ذرات خروجی تبدیل می‌شود، واکنش گرمازا یا انرژی‌زا می‌نامند. واکنشی را که در آن انرژی هسته‌ای در آشامیده یا مصرف می‌شود، $(Q < 0)$ واکنش گرماگیر یا انرژی‌گیر می‌نامند. یک واکنش گرماگیر را می‌توان به صورت یک برخورد غیر کشسان تصور کرد که در آن هویت ذرات برخوردکننده تغییر می‌کند و انرژی جنبشی، لااقل به طور جزئی، به جرم تبدیل می‌شود.

واکنشی که در آن ذرات ورودی و خروجی یکسان‌اند، $x = y$ و $X = Y$ یک نوع واکنش نسبتاً خاص است. اگر هیچ انرژی جنبشی از دست نرود ($Q = 0$)، این واکنش یک برخورد کشسان است؛ چنانچه انرژی جنبشی از دست برود ($Q < 0$)، این واکنش یک برخورد غیر کشسان خواهد بود.

می‌خواهیم Q واکنش ${}^7\text{Li}(p, \alpha){}^4\text{He}$ را که در آن $y = Y$ است و واکنشی نسبتاً نوعی است محاسبه کنیم. برای این منظور می‌توان از جرمهای اتمی خنثای چهار ذره استفاده کرد، زیرا در تغییر از جرم هسته‌ای به جرم اتمی به مقدار مساوی جرم الکترون به دو طرف رابطه (۲.۱۵) اضافه می‌شود

$${}^1_1\text{H} \text{ جرم} = 1.007825$$

$${}^7_3\text{Li} \text{ جرم} = 7.016004$$

$$m_x + M_X = 8.023829 \text{ u}$$

$${}^4_2\text{He} \text{ جرم} = 4.002603$$

$${}^4_2\text{He} \text{ جرم} = 4.002603$$

$$m_y + M_Y = 8.005206 \text{ u}$$

$$\frac{Q}{c^2} = (m_x + M_X) - (m_y + M_Y) = 8.023829 - 8.005206 = 0.018623 \text{ u}$$

$$Q = 0.018623 \text{ u} \times 931.5 \text{ MeV/u} = 17.35 \text{ MeV}$$

این واکنش گرمازا است و ۱۷.۳۵ مگا الکترون‌ولت انرژی آزاد می‌کند؛ از این رو، به همین مقدار انرژی جنبشی کل دو ذره α ی خروجی از انرژی جنبشی پروتون ورودی بیشتر است. در آزمایش اولیه کلاکرافت-والتون پروتونهای فرودی دارای انرژی

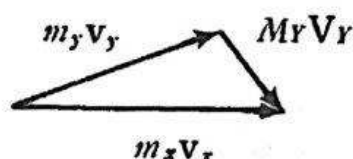
۵۰ مگا الکترون ولت بودند؛ بنابراین، انتظار می‌رفت که انرژی کل حمل شده توسط دو ذره α ، برابر $17385 \text{ MeV} = 1735 + 50$ ، یا حدود $8993 \text{ MeV} = (17385)/2$ برای هر ذره α باشد. انرژی اندازه‌گیری شده ذرات α با این انتظار به‌خوبی سازگار بود. این واکنش و همه واکنشهای بین ذراتی که جرم و انرژی جنبشی آنها معلوم است هم‌ارزی جرم-انرژی نسیتی را به‌خوبی تأیید می‌کنند. چون در این واکنش $\gamma = \gamma$ است، دو ذره خسار ج شده از برخورد تقریباً دارای انرژیهای جنبشی و (بزرگی) اندازه حرکتیهای یکسان‌اند. هنگامی که يك واکنش شامل جرمهای $M_\gamma \gg M_\pi$ است، در آن صورت انرژیها چنین‌اند: $K_\gamma \ll K_\pi$ ، یعنی بیشترین مقدار انرژی جنبشی توسط ذرات سبك حمل می‌شود.

در يك واکنش گرمازا انرژی آزاد می‌شود؛ بنابراین، برای يك واکنش گرمازا، از لحاظ انرژی، این امکان وجود دارد که حتی وقتی انرژی ذره بمباران‌کننده تقریباً صفر است، آن واکنش رخ دهد؛ هر چند احتمال وقوع آن ممکن است خیلی کم باشد. از طرف دیگر، يك واکنش گرماگیر رخ نمی‌دهد مگر آنکه ذره فرودی انرژی جنبشی حمل کند، در برخورد اول ممکن است به‌نظر برسد که اگر، مثلاً ۵ مگا الکترون ولت انرژی جنبشی به‌وسیله ذره بمباران‌کننده به برخورد داده شود از لحاظ انرژی امکان وقوع واکنش گرماگیری با Q برابر ۵ - مگا الکترون ولت، وجود داشته باشد؛ ولی چنین نیست. در واقع، برای وقوع چنین واکنشی باید مقدار K_π از Q بیشتر باشد. این امر به این دلیل است که در هر واکنش هسته‌ای باید اندازه حرکت خطی پایسته بماند و به‌همین دلیل کسری از انرژی ذره فرودی دسترس‌پذیر نیست.

۳.۱۰ بقای اندازه حرکت در واکنشهای هسته‌ای

اندازه حرکت خطی کل هر دستگاه منزوی، هم از لحاظ بزرگی و هم از لحاظ راستا، ثابت است؛ بقای اندازه حرکت در برخوردها و واکنشهای هسته‌ای نیز، همچون در دستگاههای ماکروسکوپیك، برقرار است. بنابراین، در يك واکنش هسته‌ای باید اندازه حرکت برداری کل ذرات، قبل و بعد از واکنش، یکسان باشد.

چنانچه هسته هدف X در آزمایشگاه به‌حال سکون باشد، اندازه حرکت کل دستگاه قبل از برخورد به‌سادگی برابر $m_\pi v_\pi$ (اندازه حرکت ذره فرودی) است (فرض می‌کنیم که انرژی ذرات هرگز از چندین مگا الکترون ولت بیشتر نباشد، به‌طوری که از عبارات کلاسیك برای اندازه حرکت و انرژی جنبشی استفاده شود). بنابراین، همچنان که در شکل ۲.۱۰ نشان داده شده است، باید اندازه حرکت ذرات γ و X خسار ج شده از



شکل ۲.۱۰ اندازه حرکت‌های خطی ذره
فرویدی x و ذرات خروجی y و Y در يك
واکنش هسته‌ای.

واکنش را به صورت برداری با هم جمع کرد تا برداری در راستای ذره فرویدی با بزرگی $m_x v_x$ به دست آید. این بدان معناست که امکان ندارد دو ذره حاصل y و Y هر دو به حال سکون باشند، زیرا در آن صورت اندازه حرکت کل بعد از واکنش صفر است.

اینک این واکنش را از دیدگاه ناظر واقع در چارچوب مرجعی که در آن مرکز جرم دستگاه به حال سکون است بررسی می‌کنیم. بنا به تعریف، چارچوب مرجع مرکز جرم، چارچوب مرجعی است که در آن اندازه حرکت کل دستگاه صفر است.* در نتیجه داریم

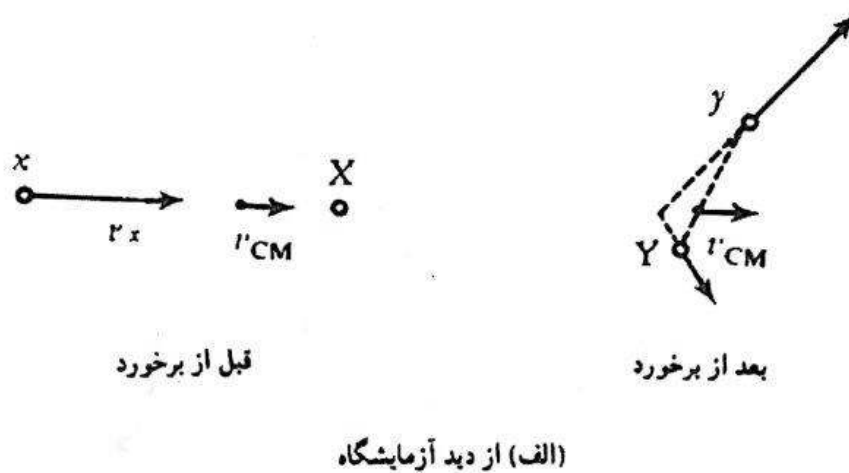
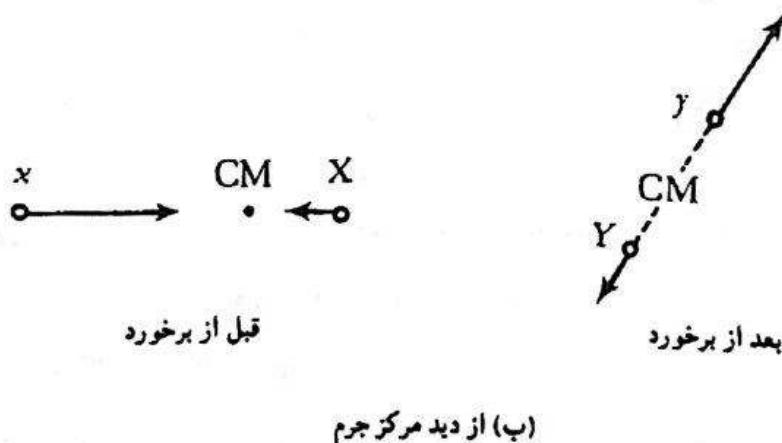
$$M v_{CM} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

که در آن M جرم کل دستگاه، v_1 و v_2 سرعت‌های مربوط به جرم‌های m_1 و m_2 در چارچوب مرجع آزمایشگاه و v_{CM} سرعت مرکز جرم نسبت به آزمایشگاه است. با قراردادن این مقادیر در واکنش مربوط به شکل ۲.۱۰، که در آن ذره X در آزمایشگاه به حال سکون است، رابطه بالا به صورت زیر درمی‌آید

$$(m_x + M_X) v_{CM} = m_x v_x \quad (۲.۱۰)$$

شکل ۳.۱۰ این واکنش را از دید ناظر واقع در آزمایشگاه و از دید ناظر واقع در چارچوب مرجع مرکز جرم نشان می‌دهد. مرکز جرم در آزمایشگاه، هم قبل از برخورد و هم بعد از آن، با سرعت ثابت v_{CM} حرکت می‌کند. در چارچوب مرجع مرکز جرم، مرکز جرم به حال سکون باقی می‌ماند؛ قبل از برخورد، ذرات x و X با اندازه حرکت‌هایی با بزرگی یکسان و در دو راستای مخالف به مرکز جرم نزدیک می‌شوند، و بعد از برخورد، ذرات y و Y با اندازه حرکت‌هایی با بزرگی یکسان و در دو راستای مخالف از آن دور می‌شوند.

* ر.ک بخش ۶.۵ کتاب زیر



شکل ۳.۱۵ برخورد یا واکنش هسته‌ای از دید (الف) آزمایشگاه و (ب) چارچوب مرجع مرکز جرم.

اگر بنا باشد که واکنشی همواره اتفاق بیفتد باید از لحاظ انرژی در چارچوب مرجع مرکز جرم مجاز باشد. در یک واکنش کاملاً کشان ($Q = 0$)، انرژی جنبشی کل ذراتی که محل برخورد را ترک می‌کنند همان انرژی جنبشی کل ذراتی است که به آن نزدیک می‌شوند. در یک واکنش انرژی‌زا یا انفجاری ($Q > 0$) انرژی جنبشی کل ذراتی که برخورد را ترک می‌کنند از انرژی جنبشی کل ذراتی که بدان نزدیک می‌شوند بیشتر است. در یک واکنش کاملاً غیر کشان یا انرژی‌گیر ($Q < 0$) ذراتی که برخورد را ترک می‌کنند، در چارچوب مرجع مرکز جرم، به حال سکون هستند. حال، اگر ذرات Y و y در

* در بخش ۶.۱۰ کتاب زیر

چارچوب مرجع مرکز جرم به حال سکون باشند، آشکارا، در چارچوب مرجع آزمایشگاه، با انرژی جنبشی غیرصفر در حرکت اند. چون این ذرات باید در چارچوب آزمایشگاه در حرکت باشند تا بقای اندازه حرکت نقض نشود، تمام انرژی که از نظر ناظر واقع در آزمایشگاه، $K_x = mv_x^2/2$ ، به برخورد داده می‌شود تا در یک واکنش انرژی گیر صرف یا تلف شود دسترس پذیر نیست. تنها بخشی از K_x می‌تواند مصرف شود؛ بقیه را می‌توان به صورت آن مقدار انرژی که توسط مرکز جرم دستگاه حمل می‌شود تصور کرد.

انرژی جنبشی K_{CM} مرکز جرم دستگاه با رابطه

$$K_{CM} = \frac{1}{2}(m_x + M_X)v_{CM}^2$$

بیان می‌شود، که با استفاده از رابطه (۴.۱۰) چنین می‌شود

$$\begin{aligned} K_{CM} &= \frac{1}{2}(m_x + M_X) \left(\frac{m_x v_x}{m_x + M_X} \right)^2 = \frac{1}{2} m_x v_x^2 \frac{m_x}{m_x + M_X} \\ &= K_x \frac{m_x}{m_x + M_X} \end{aligned}$$

در نتیجه انرژی دسترس پذیر K_a ، یعنی آن بخش از K_x که توسط مرکز جرم حمل نمی‌شود از رابطه

$$\begin{aligned} K_a &= K_x - K_{CM} = K_x - \frac{K_x m_x}{m_x + M_X} \\ &= K_x \frac{M_X}{m_x + M_X} \end{aligned} \quad (5.10)$$

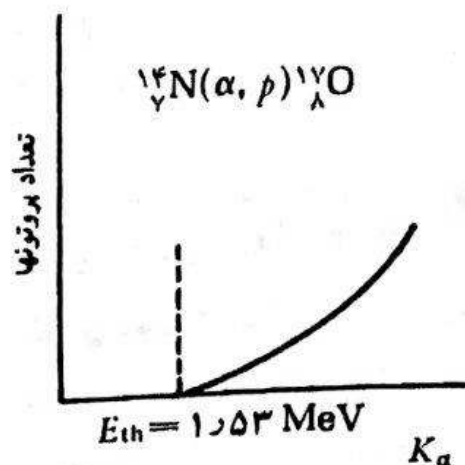
محاسبه می‌شود. این معادله نشان می‌دهد که فقط کسری، $M_X/(m_x + M_X)$ ، از انرژی جنبشی ذره فرودی برای مصرف شدن در واکنش دسترس پذیر است. اگر واکنشی انرژی گیر (با $Q < 0$) باشد نمی‌تواند رخ دهد مگر آنکه مقداری انرژی برابر Q به ذرات برخوردکننده داده شود؛ یعنی، چنین واکنشی تنها در صورتی رخ می‌دهد که $K_a = -Q$ باشد (توجه کنید که Q ذاتاً منفی است). در آن صورت مقدار K_x که به ازای آن انجام واکنش از لحاظ انرژی امکانپذیر می‌شود (یعنی انرژی آستانه) عبارت است از $K_x = K_{th}$. با جانشانی مقادیر بالا در رابطه (۵.۱۰) داریم

$$-Q = K_{th} \frac{M_X}{m_x + M_X}$$

$$K_{th} = -Q \frac{M_X + m_x}{M_X} \quad (۶.۱۰)$$

باید تأکید شود که این معادله تنها وقتی به کار می‌رود که ذرات برخوردکننده با سرعت‌های کم (در مقایسه با c) حرکت کنند و بزرگی Q در مقایسه با انرژیهای سکون ذرات X ، x ، Y و y کوچک باشد. به بیان دیگر، این رابطه انرژی جنبشی آستانه، به کمک مکانیک کلاسیک به دست آمد.

واکنش گرماگیر ${}^{14}_8\text{O}(\alpha, p){}^{17}_7\text{N}$ را بررسی می‌کنیم. از مقایسه جرمهای ذرات شرکت‌کننده در واکنش به سادگی مشاهده می‌شود که $Q = -1.18 \text{ MeV}$ است. می‌توان M_X را برابر ۱۴ و m_x را برابر ۴ اختیار کرد. در این صورت، با توجه به رابطه (۶.۱۰)، انرژی آستانه یا کمینه انرژی لازم ذره α برای این واکنش، برابر $K_{th} = -(-1.18)(14/4) = 1.65 \text{ MeV}$ است. این نتیجه با آزمایش تأیید می‌شود. وقتی ذرات α با انرژیهای کمتر از این مقدار با اذت برخورد کنند، هیچ پروتونی رها نمی‌شود؛ پس از آنکه انرژی ذرات α به انرژی آستانه رسید و از آن بیشتر شد، واکنش به وقوع می‌پیوندد و این امر با پیدایش پروتونها مشخص می‌شود (شکل ۴.۱۰).



شکل ۴.۱۰ تعداد پروتونهای مربوط به واکنش ${}^{14}_8\text{O}(\alpha, p){}^{17}_7\text{N}$ به صورت تابعی از انرژی ذره α با انرژی آستانه ۱.۶۵ مگا الکترون‌ولت.

به این ترتیب، مقادیر Q ی واکنشهای گرماگیر را می‌توان با مشاهده انرژی آستانه واکنش و با قراردادن آن در رابطه (۶.۱۵) تعیین کرد.

برای رسیدن به رابطه نسبیتی عمومی در مورد انرژی جنبشی آستانه ذره فرودی در یک واکنش انرژی گیر دیده می‌شود که انرژی سکون ذره $E_0 = m_0 c^2$ ، نادرست و از دید همه ناظرها دارای مقدار یکسان

$$E_0^2 = E^2 - (pc)^2 \quad (۱۴.۳)$$

است (بخش ۴.۳)، حال آنکه اندازه حرکت نسبیتی ذره، $p = mv$ ، و انرژی نسبیتی کل، $E = mc^2$ ، آن به چارچوب مرجعی بستگی دارند که در آن این کمیتها اندازه گیری می‌شوند. به طور کلی چنانچه E و p نمایشگر انرژی نسبیتی کل و اندازه حرکت (بردار) یک دستگاه منزوی از ذرات باشند، از دید ناظرهای واقع در تمامی چارچوبهای لخت، انرژی سکون کل آن دستگاه ناورد است. از این رو، هم قبل و هم بعد از وقوع واکنش هدف X آزاد و در آغاز به حال سکون است، با انرژی سکون کل دستگاه، در چارچوب مرجع مرکز جرم که در آن، بنا به تعریف، اندازه حرکت کل همواره صفر است، برابر است. بنابراین

$$E_0^2 = E_{lab}^2 - (p_{lab}c)^2 = E_{CM}^2 - (p_{CM}c)^2$$

علاوه بر این، چون واکنش انرژی گیری را بررسی می‌کنیم که در آن ذره فرودی، x ، دارای چنان انرژی جنبشی (با اندازه گیری در آزمایشگاه) است که به واکنش امکان وقوع می‌دهد (انرژی آستانه) بنابراین انرژی جنبشی کل دستگاه بعد از انجام واکنش (با اندازه گیری در چارچوب مرجع مرکز جرم) دقیقاً صفر است.

اندازه حرکت کل دستگاه در چارچوب مرجع مرکز جرم برابر است با

$$p_{CM} = 0$$

و پس از آنکه واکنش در انرژی آستانه به وقوع پیوست، انرژی نسبیتی کل دستگاه برابر است با

$$E_{CM} = E_{0,y} + E_{0,Y}$$

که در آن $E_{0,y}$ و $E_{0,Y}$ انرژی سکون ذرات y و Y هستند. توجه کنید که انرژیهای جنبشی y و Y صفرند.

اندازه حرکت دستگاه قبل از انجام واکنش در چارچوب مرجع آزمایشگاه درست برابر اندازه حرکت کل ذره x است

$$p_{lab} = p_x$$

زیرا ذره X در آغاز در آزمایشگاه به حال سکون است. انرژی نسبی کل قبل از انجام واکنش، که در آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌شود، عبارت است از

$$E_{lab} = E_x + E_{o,x} = (E_{o,x} + K_{th}) + E_{o,x}$$

که در آن دیده می‌شود که انرژی کل (E_x) ذره (x) برابر است با انرژی سکون $(E_{o,x})$ به‌علاوه انرژی جنبشی آن (K_{th}) انرژی جنبشی X صفر است.

در نتیجه، با قراردادن روابط مربوط به p_{lab} ، E_{CM} ، p_{CM} و E_{lab} در رابطه عمومی مربوط به ناوردایی انرژی سکون کل داریم

$$E_{lab}^2 - (p_{lab}c)^2 = E_{CM}^2 - (p_{CM}c)^2$$

$$(E_{o,x} + K_{th} + E_{o,x})^2 - (p_x c)^2 = (E_{o,y} + E_{o,y})^2 - 0$$

ولی، می‌دانیم که در مورد ذره x به‌تنهایی می‌توان نوشت

$$E_{o,x}^2 = E_x^2 - (p_x c)^2 = (E_{o,x} + K_{th})^2 - (p_x c)^2$$

آنگاه، از حذف $(p_x c)^2$ بین دو معادله بالا، داریم

$$(E_{o,x} + K_{th} + E_{o,x})^2 + [E_{o,x}^2 - (E_{o,x} + K_{th})^2] = (E_{o,y} + E_{o,y})^2$$

سرانجام از حل این معادله برای K_{th} چنین به‌دست می‌آوریم

$$K_{th} = \frac{(E_{o,y} + E_{o,y})^2 - (E_{o,x} + E_{o,x})^2}{2E_{o,x}} \quad (۷.۱۵ \text{ الف})$$

اگر از نمادهای m_x ، M_x ، m_y ، M_y برای نمایش جرمهای سکون ذرات استفاده کنیم (با حذف شاخص پایین صفر) می‌توانیم انرژی جنبشی آستانه ذره x را بر حسب جرمهای سکون به‌صورت زیر بنویسیم

$$K_{th} = \frac{[(m_y + M_y)^2 - (m_x + M_x)^2]c^2}{2M_x} \quad (۷.۱۵ \text{ ب})$$

با یادآوری اینکه Q ی کل واکنش به‌صورت $Q/c^2 = (m_x + M_x) - (m_y + M_y)$ تعریف می‌شود، درمی‌یابیم که شکل دیگر رابطه (۷.۱۵ ب) به‌صورت زیر است

$$K_{th} = -\frac{Q(m_x + M_x + m_y + M_y)}{2M_x} \quad (۷.۱۵ \text{ ج})$$

چون واکنش انرژی‌گیر و Q ذاتاً منفی است، علامت منها در اینجا پدیدار می‌شود [توجه کنید که به‌فرض آنکه $m_x + M_x \approx m_y + M_y$ باشد و در نتیجه Q ی واکنش در مقایسه

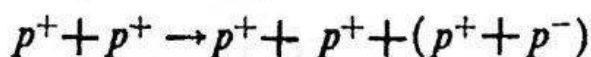
با انرژی سکون هریک از ذرات كوچك باشد این معادله به تقریب كلاسیك خودكه در رابطه (۶.۱۰) بیان شد تحویل می‌شود].

اگر چه واکنش مورد نظر واکنشی است که در آن تنها دو ذره خروجی تولید می‌شوند، تعمیم نتایج آن به وضعیتهایی که در آنها سه یا چند ذره تولید می‌شوند امر ساده‌ای است. توجه می‌کنید که در پرانتز معادله (۷.۱۰ ج) جرم سکون کل تمامی ذرات ورودی به واکنش و خروجی از آن پدیدار می‌شود. در این صورت، این معادله را می‌توان به‌طور کلی به‌صورت زیر نوشت

$$K_{th} = \frac{Q(\text{انرژی سکون تمام ذراتی که به واکنش وارد و از آن خارج می‌شوند})}{2(\text{انرژی سکون ذره هدف})} \quad (۷.۱۰ د)$$

البته، معادلات (۷.۱۰) صرفاً شکل‌های دیگری از همان رابطه اساسی مربوط به انرژی جنبشی آستانه هستند.

مثال ۱۰.۱ با چه انرژی جنبشی کمینه‌ای يك پروتون باید با پروتون آزاد و در حال سکون دیگری برخورد کند تا يك زوج پروتون - پادپروتون، طبق واکنش زیر



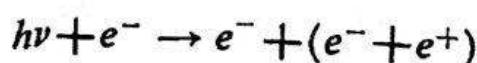
که در آن p^+ نشان‌دهنده پروتون و p^- نمایش دهنده پادپروتون است، آفریده شود؟ جرم سکون پروتون یا پاد پروتون را E_0 می‌نامیم. چون در این واکنش دو ذره اضافی، که انرژی سکون هریک E_0 است، آفریده می‌شوند داریم $Q = -2E_0$. انرژی سکون کل تمامی ذراتی که به واکنش وارد می‌شوند (۲ پروتون) و آن را ترك می‌کنند (۳ پروتون و ۱ پاد پروتون) برابر $6E_0$ است. در این صورت با استفاده از معادله (۷.۱۰ د) نتیجه می‌شود

$$K_{th} = \frac{-(-2E_0)(6E_0)}{2E_0} = 6E_0$$

انرژی جنبشی پروتون فرودی باید حداقل شش برابر انرژی سکون آن، یا برابر $5.64 \text{ GeV} = 6(0.94 \text{ GeV}) = 6E_0$ باشد تا يك پاد پروتون (همراه با يك پروتون) آفریده شود. از طرف دیگر وقتی دو پروتون، که انرژی جنبشی E_0 هر يك فقط ۰.۹۴ جیگا الکترون ولت است، در آزمایشگاه برخورد رودررو کنند يك پروتون اضافی و يك پاد پروتون در این برخورد آفریده می‌شوند؛ در این مثال چارچوب مرجع آزمایشگاه

چارچوب مرجع مرکز جرم است و برای اینکه اندازه حرکت پایسته بماند هیچیک از انرژیهای جنبشی ذرات برخوردکننده «تلف» یا از دسترس خارج نمیشود. چون وقتی ذره هدف در آزمایشگاه به حال سکون است تنها کسری از انرژی جنبشی ذره فرودی برای آفرینش ذرات دسترس پذیر است بنابراین استفاده از باریکتهای برخوردکننده ذراتی که در راستاهای مخالف حرکت می‌کنند مورد نظر بوده است.

مثال ۲۰۱۰ در برهم‌کنش فوتون با الکترونی که در آغاز به حال سکون است، انرژی کمینه مورد نیاز فوتون برای آفرینش یک زوج الکترون - پوزیترون چقدر است؟ می‌دانیم که وقتی فوتون با ذره سنگینی همچون هسته برهم‌کنش می‌کند و در اثر این برهم‌کنش یک زوج الکترون - پوزیترون تولید می‌شود، انرژی آستانه آن، $h\nu_{\min}$ برابر $1.02 \text{ MeV} = 2(0.51 \text{ MeV}) = 2E_0$ است، که در آن E_0 انرژی سکون الکترون یا پوزیترون است (بخش ۵.۴)، ذره سنگین مقداری از اندازه حرکت فوتون فرودی را با خود می‌برد، ولی تقریباً انرژی آن را دست‌نخورده باقی می‌گذارد، به‌طوری که اساساً تمامی انرژی $h\nu$ فوتون برای آفرینش یک الکترون-پوزیترون دسترس پذیر است. ولی، درمورد واکنش زیر



باید از رابطه آستانه نسبیتی عمومی کمک گرفت. برای حل این مسئله، معادله (۲۰۱۰ د) مناسبترین معادله است. انرژی کل واکنش برای حل این مسئله، معادله (۲۰۱۰ د) مناسبترین معادله است. انرژی سکون کل تمامی ذراتی که به‌واکنش وارد و از آن خارج می‌شوند، $Q = -2E_0$ است. زیرا یک الکترون به واکنش وارد می‌شود (فوتون فرودی دارای انرژی سکون صفر است) و ۲ الکترون و یک پوزیترون آن را ترك می‌کنند. از این‌رو با استفاده از رابطه (۲۰۱۰ د) داریم

$$h\nu_{\min} = K_{\text{th}} = -\frac{(-2E_0)(2E_0)}{2E_0} = 2E_0 = 2.04 \text{ MeV}$$

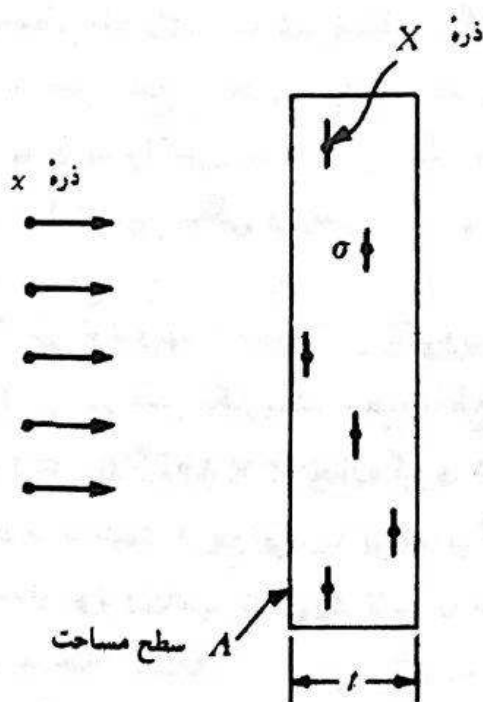
که این دو برابر انرژی کمینه فوتون برای تولید زوج در برهم‌کنش با یک ذره سنگین است.

۲۰۱۰ سطح مقطع

واپاشی هسته‌های ناپایدار نه تنها به وسیله انرژی آزاد شده در فراورده‌های واپاشی بلکه همچنین به وسیله نیم عمر (یا ثابت واپاشی) فرایند فروپاشی مشخص می‌شود. برای یک هسته ناپایدار، ثابت واپاشی λ اندازه‌ای از احتمال وقوع واپاشی بر حسب زمان است.

می‌خواهیم کمیتی را معرفی کنیم که سطح مقطع واکنش نامیده می‌شود. این کمیت احتمال وقوع يك واکنش هسته‌ای را بر حسب مکان اندازه می‌گیرد. قوانین بقای انرژی و اندازه حرکت می‌گویند که آیا واکنش امکان دارد یا خیر؛ سطح مقطع می‌گوید که آیا انجام واکنش احتمال دارد یا نه و احتمال آن چگونه است.

شکل ۵.۱۵ را در نظر بگیرید. این شکل چند هسته هدف X را که در معرض يك باریکه فرودی از ذرات x قرار دارند نشان می‌دهد. به هر هسته X يك مساحت σ ، به نام سطح مقطع، وابسته است و فرض می‌شود که این سطح بر مسیر فرود ذرات (که به عنوان جرمهای نقطه‌ای تلقی می‌شوند) عمود است. فرض می‌شود که مساحت هر سطح مقطع آنقدر كوچك است که در يك هدف به اندازه کافی نازك، هیچيك از هسته‌ها مانع برخورد ذرات فرودی با هسته دیگر نیست. مساحت سطح مقطع طوری انتخاب می‌شود که اگر يك ذره فرودی با مساحت σ برخورد کند، واکنش $X(x, y)Y$ رخ دهد؛ و اگر برخورد نکند این واکنش به وقوع نپیوندد. به این ترتیب، احتمال ذاتی وقوع يك واکنش هسته‌ای با سطح مقطع σ آن، مستقیماً متناسب است.



شکل ۵.۱۵ هسته‌های هدف X در هدفی به ضخامت t ، به مساحت A ، و با سطح مقطع σ ، که با ذرات x برخورد می‌کنند.

تعداد ذراتی که بر برگ نازکی به ضخامت t و به مساحت A فرود می‌آیند برابر n_i اختیار می‌کنیم. تعدادی از این ذرات که واکنش هسته‌ای $X(x, y)Y$ را متحمل می‌شوند، و بنابراین نمایشگر تعداد ذرات حاصل y یا Y هستند برابر n_r است. تعداد هسته‌های هدف در واحد حجم برابر N است و هر یک از آنها دارای سطح مقطع σ اند. چون تعداد کل هسته‌ها در برگ هدف برابر با $N(At)$ است مساحت کل در معرض قرار گرفته، که به واکنشها منجر می‌شود، σNAt است. نسبت ذرات x که واکنشها را متحمل می‌شوند به تعداد کل ذراتی که بر برگ فرود می‌آیند، یعنی n_r/n_i باید با نسبت مساحت کل هدف σNAt به مساحت کل برگ A برابر باشد؛ در این صورت $n_r/n_i = \sigma NAt/A$ است، و یا

$$\frac{n_r}{n_i} = \sigma Nt \quad (۸.۱۰)$$

این تعیین سطح مقطع واکنش همانند تعیین سطح مقطع پراکندگی است که در بخش ۱.۶ شرح آن گذشت. این رابطه نشان می‌دهد که احتمال، n_r/n_i ، اینکه یک ذره فرودی یک واکنش هسته‌ای انجام دهد با سطح مقطع واکنش σ ، با تعداد هسته‌های هدف در واحد حجم N ، و با ضخامت t برگ هدف متناسب است. یکای متداول برای اندازه‌گیری سطح مقطعیهای هسته‌ای بادن و برابر است با $100 \text{ fermi}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2 = 10^{-24} \text{ cm}^2$. 10^{-28} مترمربع، نسبت به سطح مقطعیهای هسته‌ای، نسبتاً بزرگ است؛ زیرا برخورد یک ذره فرودی با هسته هدفی به سطح مقطع ۱ بارن، به همان سادگی برخورد با دیوار یک انبار غله است. سطح مقطعیها از یک واکنش به واکنش دیگر تغییر می‌کنند؛ علاوه بر این معمولاً بدانرژی ذره بمباران‌کننده نیز بستگی دارند.

مثال ۳.۱۰ گیراندازی تابشی نوترونهای ۵۰۰ کیلو الکترون ولتی را توسط آلومینیوم در واکنش ${}^{27}_{13}\text{Al}(n, \gamma){}^{28}_{13}\text{Al}$ در نظر بگیرید. سطح مقطع گیراندازی نوترون در آلومینیوم برابر میلی بارن $2 \times 10^{-31} \text{ m}^2 = 2$ اندازه‌گیری شده است. فرض کنید که شار نوترونی 10^{10} نوترون بر سانتیمتر مربع بر ثانیه بر یک برگ آلومینیومی به ضخامت ۲۰ میلیمتر فرود آید. تعداد نوترونهایی که در یک ثانیه در مساحت یک سانتیمتر مربع از برگ گیر انداخته می‌شوند چقدر است؟

چگالی، N ، هسته‌های آلومینیوم را به کمک چگالی معمولی آلومینیوم، ۲۷۰۰ گرم بر سانتیمتر مکعب، عدد آووگادرو، و وزن اتمی آلومینیوم، ۲۷، می‌توان محاسبه کرد. در این صورت

$$N = (27 \text{ g/cm}^3)(6.02 \times 10^{23} \text{ atoms/g-mol}) / (27 \text{ g/g-mol}) \\ = 6.02 \times 10^{23} \text{ nuclei/cm}^3$$

از رابطه (۸.۱۰) داریم

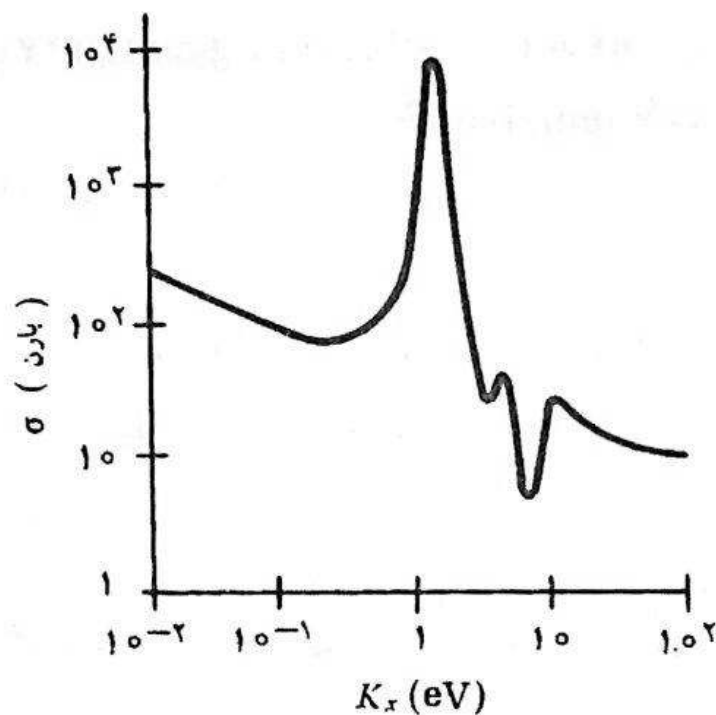
$$n_r = n_i \sigma N t \\ = (10^{10} \text{ neutrons/cm}^2\text{-s})(2 \times 10^{-27} \text{ cm}^2) \\ (6.02 \times 10^{23} \text{ nuclei/cm}^3)(2 \times 10^{-2} \text{ cm}) \\ = 2.4 \times 10^4 \text{ neutrons/cm}^2\text{-s}$$

چون در هر ثانیه 10^{10} ذره فرودی در هر سانتیمتر مربع وجود دارد از هر $^{27}\text{Al}(n, \gamma)^{28}\text{Al}$ نوترونی که با برگ برخورد می کنند فقط ۲۴ نوترون در واکنش گیر انداخته می شوند.

چون سطح مقطع اندازه ای از احتمال وقوع واکنش هسته ای را به دست می دهد، اندازه گیری و تعبیر آن در پرتو ساختار هسته ای از جمله فعالیت های مهم فیزیک هسته ای بوده است. در آزمایش های مربوط به سطح مقطع واکنش، ذرات تک انرژی x به هدفی برخورد می کنند؛ سطح مقطع یا با تعیین تعداد ذرات y و یا با تعیین تعداد ذرات Y که به وسیله تعداد معینی از ذرات x تولید می شود، اندازه گیری می شود. ذرات y را که از هدف خارج می شوند می توان به کمک آشکارسازهای ذره ای، و ذرات Y را (که اغلب ناپایدارند) می توان با اندازه گیری پرتو زایی ناشی از واپاشی خود این ذرات شمارش کرد. تحلیل کمی شیمیایی اتم های Y مشکل است، زیرا غلظت آنها نوعاً خیلی کم است. چند نکته کلی درباره سطح مقطعی واکنش را در زیر متذکر می شویم.

در یک واکنش گرما گیر (یعنی واکنشی که رخ نمی دهد مگر آنکه انرژی به ذرات ترکیب شونده افزوده شود) سطح مقطع واکنش، تا زمانی که انرژی از انرژی آستانه بیشتر نشود، الزاماً صفر است.

واکنش هایی که در آنها ذرات فرودی نوترون هستند، بخصوص واکنش های گیر اندازی تابشی (n, γ) ، حتی وقتی انرژی ذرات بمباران کننده نیز فوق العاده کم است، می توانند سطح مقطعی بزرگی نشان بدهند. نوترون، برخلاف ذره باردار، در میدان الکتریکی هسته منحرف نمی شود و به سادگی می تواند کاملاً وارد برد نیروی هسته ای شود و در سرعت های پایین با آن برهم کنش کند. در شکل ۶.۱۰ یک سطح مقطع (n, γ) نوعی به صورت تابعی از انرژی نوترون نشان داده شده است. مشاهده می شود که، صرف نظر از قله های کاملاً مشخص، سطح مقطع با کاهش انرژی یا سرعت نوترون ها افزایش پیدا

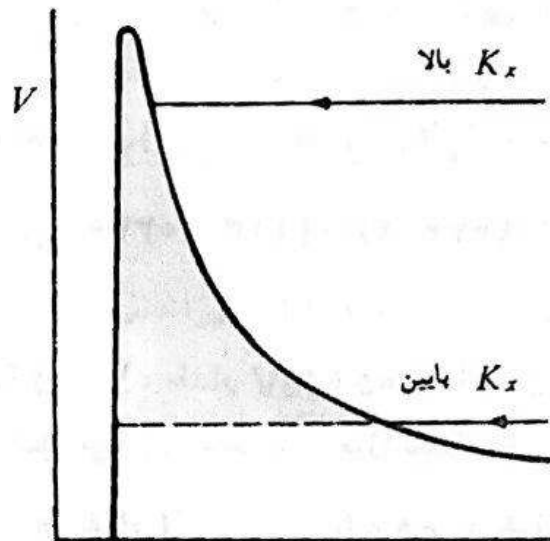


شکل ۶.۱۵ سطح مقطع گیراندازی نوترون در اندیوم به صورت تابعی از انرژی نوترون.

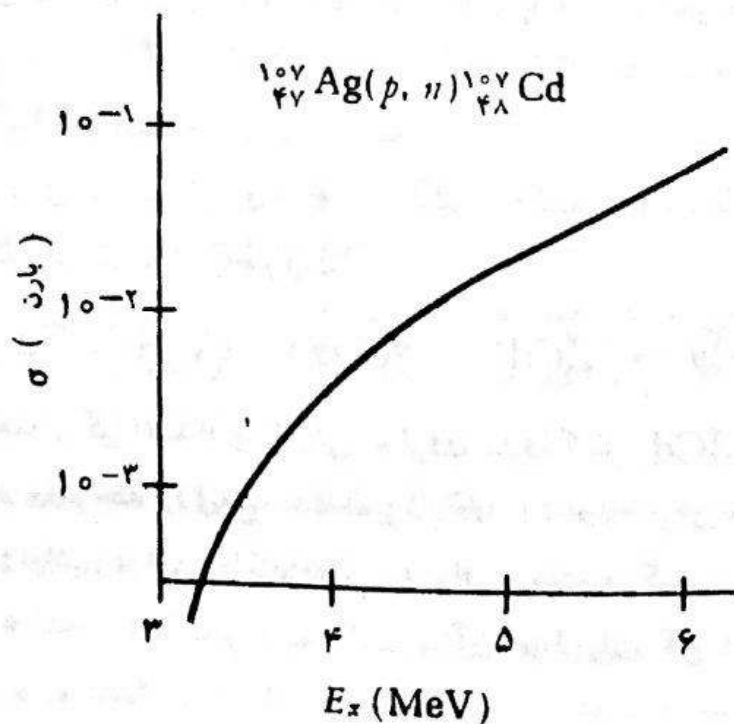
می‌کند. در واقع σ با $1/v$ ، که در آن v سرعت نوترون است، تناسب نزدیک دارد. این قانون $1/v$ را می‌توان به صورت زیر بیان کرد: احتمال اینکه یک نوترون گیرانداخته شود با مدت زمانی که نوترون در مجاورت هر هسته بمباران شده صرف می‌کند و یا با عکس سرعت آن مستقیماً متناسب است. قله‌ها در منحنی سطح مقطع نشان‌دهنده تشدیدها هستند؛ تعبیر آنها، که در بخش ۵.۱۵ بررسی خواهد شد، اطلاعاتی را در مورد ترازهای انرژی هسته‌ای به دست می‌دهد.

هنگامی که ذرات باردار با هسته هدف برخورد می‌کنند، اندازه سطح مقطع واکنش تحت تأثیر دفع این ذرات به وسیله نیروی کولنی تغییر می‌کند. اگر پدیده اثر قونل، یا نفوذ از سد وجود نداشت (بخشهای ۱۰.۵ و ۱۰.۹)، ذرات باردار با انرژی پایین نمی‌توانستند وارد برد نیروی هسته‌ای هسته هدف بشوند، واکنش هسته‌ای رخ نمی‌داد و سطح مقطع واکنش صفر بود. ذرات باردار فرودی با انرژی‌هایی حتی کمتر از یک مگاالکترون‌ولت (به مراتب کمتر از ارتفاع سد پتانسیل کولنی) واکنشهای هسته‌ای را متحمل می‌شوند، و این می‌رساند که از سد کولنی نفوذ کرده‌اند. احتمال نفوذ در سد به ارتفاع وضخامت آن بستگی بسیار زیاد دارد. هرچه انرژی ذره باردار فرودی بیشتر باشد، این ذره آسانتر می‌تواند در سد نفوذ کند (شکل ۷.۱۵). در نتیجه، همان‌طور که در

شکل ۸.۱۰ نشان داده شده است، به‌طور کلی سطح مقطع واکنش با افزایش انرژی K_x افزایش می‌یابد.



شکل ۷.۱۰ نمایش نسبی سدهای هسته‌ای که ذرات باردار فرودی با انرژی پایین و با انرژی بالا در آنها نفوذ می‌کنند.



شکل ۸.۱۰ افزایش سطح مقطع واکنش هسته‌ای با انرژی پروتون.

۵.۱۰ هسته مرکب و ترازهای انرژی هسته‌ای

برای آشنایی با مفهوم هسته مرکب ابتدا آن انرژی را محاسبه می‌کنیم که با آن «آخرین» نوترون (با ضعیفترین قید) در هسته کادمیوم پایدار $^{114}_{48}\text{Cd}$ به $^{113}_{48}\text{Cd}$ نوکلئون دیگر مقید می‌شود. این انرژی جدایی درست برابر آن مقدار انرژی است که باید به این هسته اضافه شود تا آخرین نوترون، با ترك ایزوتوپ پایدار $^{113}_{48}\text{Cd}$ ، جدا شود. این انرژی جدایی E_s مستقیماً از مقایسه جرمهای $^{114}_{48}\text{Cd}$ و $^{113}_{48}\text{Cd} + n$ به دست می‌آید

$$E_s = [(10008665 + 112904409) - (113903361)]u \times 931.5 \text{ MeV}/u \\ = 9048 \text{ MeV}$$

بنابراین، چنانچه هسته $^{114}_{48}\text{Cd}$ ، مقدار 905 MeV انرژی درآشامد، يك نوترون آزاد و يك هسته $^{113}_{48}\text{Cd}$ تشکیل می‌شود که هر دو به حال سکون اند. با نمادگذاری می‌توان نوشت

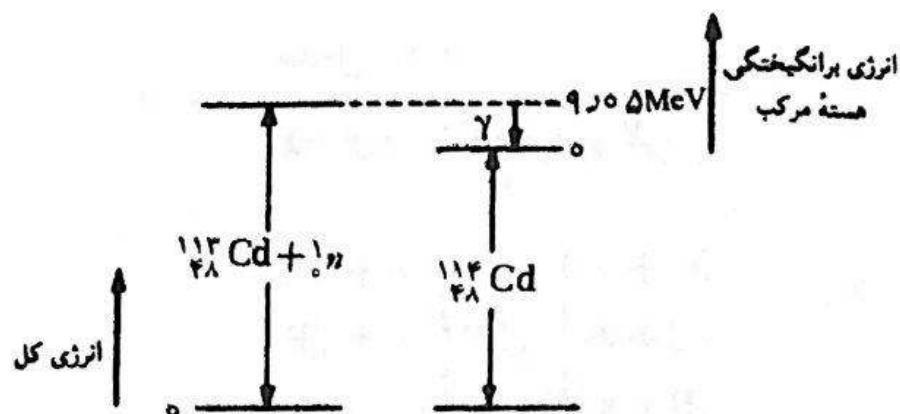


اکنون فرض کنید که این فرایند معکوس شود، یعنی يك نوترون و يك هسته $^{113}_{48}\text{Cd}$ را که هر دو دارای انرژی جنبشی صفرند گردهم آوریم تا يك هسته $^{114}_{48}\text{Cd}$ تشکیل شود. برای اینکه این ذرات را وادار به ترکیب کنیم افزودن انرژی لازم نیست، زیرا وقتی نوترون به قدر کافی به هسته نزدیک شود به وسیله نیروی هسته‌ای جذب خواهد شد. ولی، در این صورت هسته کادمیوم $^{114}_{48}\text{Cd}$ حاصل در حالت پایه قرار نخواهد داشت، بلکه با انرژی برانگیختگی 905 MeV مگا الکترون ولت در حالت برانگیخته خواهد بود. هسته $^{114}_{48}\text{Cd}^*$ (علامت ستاره نشان دهنده حالت برانگیخته است) ناپایدار است و به سرعت با گسیل فوتون پرتو γ با انرژی 905 MeV مگا الکترون ولت به حالت پایه واپاشیده خواهد شد. این فرایند کلی را می‌توان به صورت



نوشت. این همان گیراندازی تابشی نوترون در واکنش $^{113}_{48}\text{Cd}(n, \gamma)^{114}_{48}\text{Cd}$ است. این واکنش در دو مرحله روی می‌دهد: آمیزش دو ذره اولیه برای تشکیل يك هسته در حالت برانگیخته و واپاشی از این حالت میانی به فراورده‌های واکنش. انرژی شناسی این فرایند در شکل ۹.۱۰ نشان داده شده است، که در آن انرژیهای کل ذرات ورودی و خروجی واکنش نشان داده شده‌اند.

واکنش گیراندازی تابشی نوترون خصوصیتی را بیان می‌کند که در بسیاری از واکنشهای هسته‌ای با انرژی پایین مشترك است: تشکیل و واپاشی يك هسته مرکب. وجود



شکل ۹.۱۰ نمودار تراز انرژی واکنش گیراندازی تابشی نوترون.

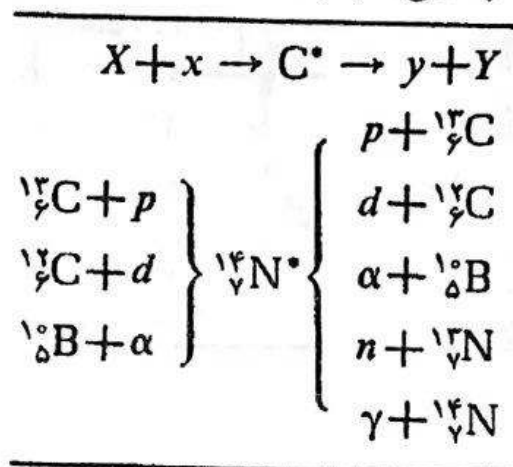
هسته مرکب به عنوان يك مرحله میانی در واکنشهای هسته‌ای، در سال ۱۹۳۶/۱۳۱۵، توسط بوهر مطرح شد. فرضیات مربوط به قرار زیرند

۱. برای واکنش $X(x, y)Y$ ذرات x و X با هم ترکیب می‌شوند تا هسته مرکب C را، که به طور غیرقابل تغییر در حالت برانگیخته قرار دارد، تشکیل دهند: $X + x \rightarrow C^*$. انرژی که به وسیله ذره x به واکنش داده می‌شود سریعاً بین تمامی نوکلئونهای هسته مرکب تقسیم می‌شود.

۲. هسته مرکب در مقایسه با زمان هسته‌ای (10^{-22} s) برای يك مدت طولانی وجود دارد (زمان هسته‌ای مدت زمانی است که طی آن يك نوکلئون با انرژی چند مگا الکترون ولت يك بعد هسته‌ای را می‌پیماید). با وجود این، عمر متوسط يك هسته مرکب نوعی آنقدر کوتاه است که C^* مستقیماً قابل مشاهده نیست. می‌توان گفت که آنقدر زیاد عمر می‌کند که چگونگی تشکیل خود را «بیاد» ندارد: چون چگونگی تشکیل خود را بیاد نمی‌آورد، همان‌طور که در جدول ۱۰.۱۰ نشان داده شده است، ذرات گوناگون x و X می‌توانند همان هسته C^* را در همان حالت برانگیخته تشکیل دهند.

۳. هسته مرکب به شرح زیر به فرآورده‌های واکنش $C^* \rightarrow Y + y$ واپاشیده می‌شود. پس از گذشت يك مدت زمان نسبتاً طولانی (در مقیاس هسته‌ای)، سرانجام انرژی برانگیختگی هسته مرکب، که قبلاً کم و بیش به طور یکسان بین چندین نوکلئون توزیع می‌شد، در ذره‌ای همچون y ، که با به جا گذاشتن هسته Y خارج می‌شود، متمرکز می‌شود. در این صورت، همان‌طور که در جدول ۱۰.۱۰ نشان داده شده است، يك هسته مرکب در يك حالت برانگیخته بخصوص می‌تواند از طریق تشکیل یکی از ترکیبهای Y و y

جدول ۱۰۱۰



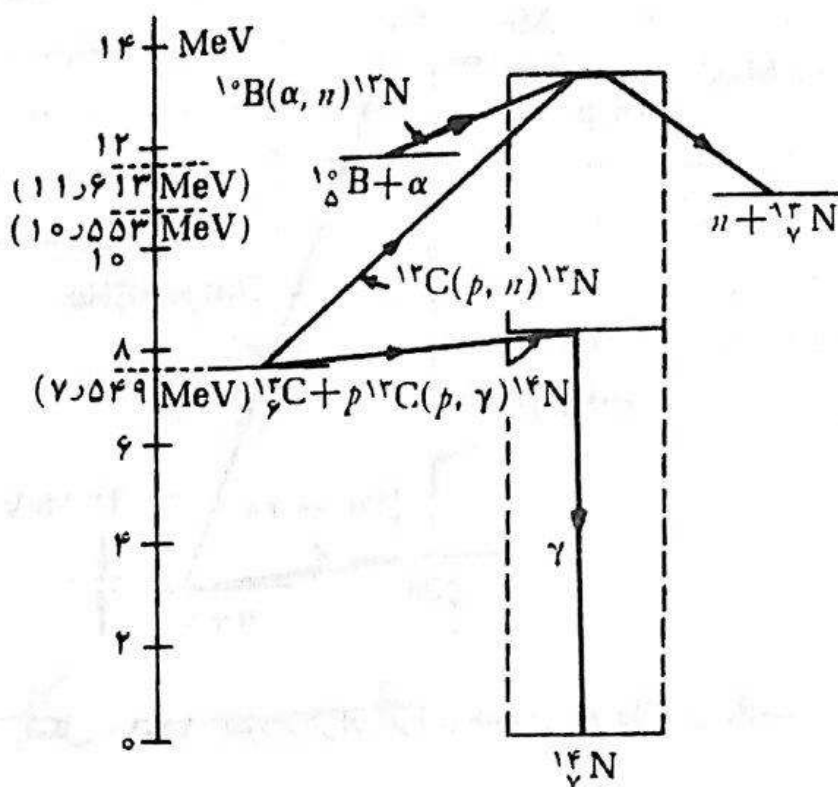
واپاشیده شود. برای يك حالت برانگیخته بخصوص از C^* يك مد واپاشی، نوعاً تمامی مدهای دیگر را تحت الشعاع قرار می‌دهد.

۴. چون واکنش هسته‌ای در دو مرحله مجزا رخ می‌دهد (تشکیل C^* و واپاشی C^*)، سطح مقطع واکنش (اندازه احتمال وقوع واکنش کامل)، با دو احتمال متناسب است: احتمال اینکه x و X با هم بیامیزند و C^* را تشکیل دهند و احتمال اینکه C^* به ذرات y و Y بخصوصی واپاشیده شود.

جدول ۱۰۱۰ نشان می‌دهد که هسته مرکب ${}^{14}_7\text{N}^*$ می‌تواند از چند طریق تشکیل شود و از چند طریق از حالت برانگیخته واپاشیده شود. برای مثال، هنگامی که يك پروتون با انرژی ۱ مگاالکترون‌ولت با ${}^{12}_6\text{C}$ ترکیب می‌شود، محتملترین واکنش ${}^{12}_6\text{C}(p, \gamma){}^{13}_6\text{C}$ است؛ ولی وقتی که پروتونی با انرژی ۶ مگاالکترون‌ولت با همان هدف برخورد کند و همان هسته مرکب را تشکیل دهد، واکنش ${}^{12}_6\text{C}(p, n){}^{13}_7\text{N}$ محتملترین است. همان‌طور که شکل ۱۰۱۰ نشان می‌دهد، در اولین مثال، انرژی برانگیختگی ${}^{14}_7\text{N}^*$ حدود ۸ مگاالکترون‌ولت، و در دومین مثال حدود ۱۳ مگاالکترون‌ولت است. علاوه بر این، هنگامی که يك ذره α با انرژی ۲ مگاالکترون‌ولت با ${}^{10}_5\text{B}$ ترکیب می‌شود و مجدداً ${}^{14}_7\text{N}^*$ را با انرژی برانگیختگی حدود ۱۳ مگاالکترون‌ولت تشکیل می‌دهد، واکنش مشاهده شده ${}^{10}_5\text{B}(\alpha, n){}^{13}_7\text{N}$ است. مد واپاشی هسته مرکب تنها به انرژی برانگیختگی آن بستگی دارد و به ذراتی که آن را تشکیل می‌دهند بستگی ندارد.

توجه کنید که مقادیر Q ی واکنشها را می‌توان مستقیماً از انرژیهای داده شده در شکل ۱۰۱۰ به دست آورد.

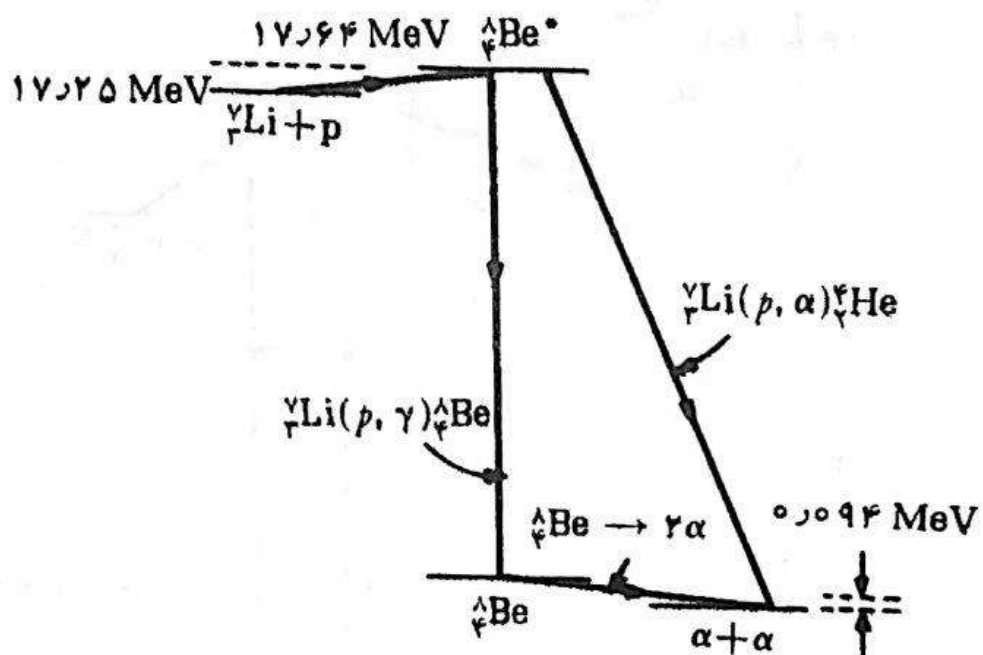
اکنون واکنش ${}^4_2\text{He}(p, \alpha){}^7_3\text{Li}$ را بررسی می‌کنیم. این واکنش هسته مرکب ${}^7_3\text{Li}$ را، که در طبیعت به صورت يك هسته پایدار وجود ندارد، تولید می‌کند. در این واکنش



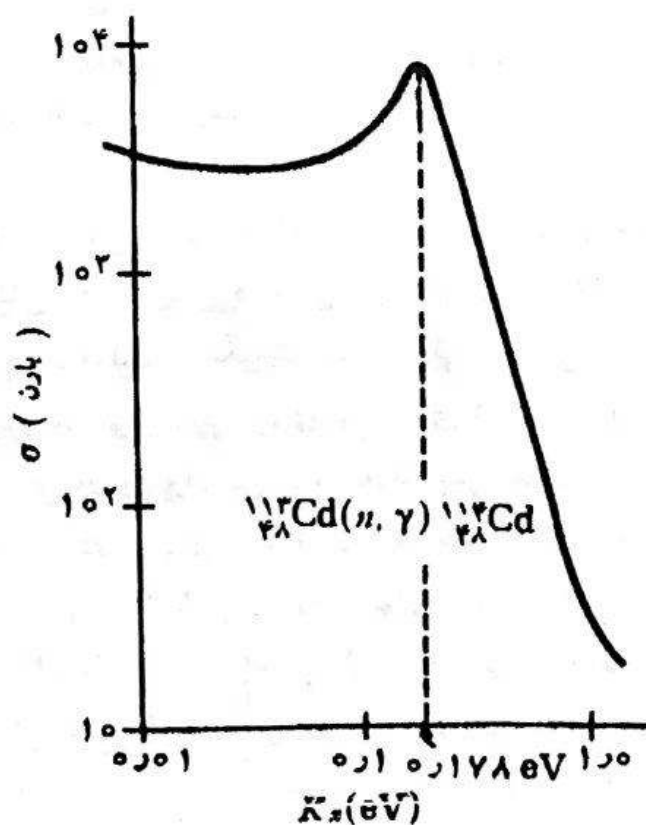
شکل ۱۰.۱۰ انرژی‌شناسی چندین واکنش هسته‌ای که برای آنها از ۱۴ هسته مرکب است. مقیاس، انرژی‌ها را نسبت به حالت پایه از ۱۴ که صفر اختیار شده است به دست می‌دهد.

هسته مرکب به دو ذره α که انرژی جنبشی هر یک حدود ۸٫۸ مگا الکترون‌ولت است واپاشیده می‌شود. واکنش رقیب این واکنش $^7\text{Li}(p, \gamma)^8\text{Be}$ است که در آن هسته مرکب باز هم ^8Be و در حالت برانگیخته است. ولی، در این واکنش هسته مرکب با گسیل γ ، یعنی با گسیل یک فوتون پر انرژی با انرژی ۱۷٫۶ مگا الکترون‌ولت، به حالت پایه واپاشیده می‌شود. پس از این واپاشی γ هسته ناپایدار حاصل، یعنی ^8Be که قبلاً در حالت پایه قرار داشت به دو ذره α ، که انرژی هر یک از آنها الزاماً خیلی پایین است، واپاشیده می‌شود. نمودار تراز انرژی این واکنشها در شکل ۱۱٫۱۰ نشان داده شده است.

اکنون به واکنش $^{114}\text{Cd}(n, \gamma)^{115}\text{Cd}$ باز می‌گردیم و این بار توجه می‌کنیم که چگونه برای این واکنش سطح مقطع با انرژی نوترونهای فرودی تغییر می‌کند. سطح مقطع گیراندازی برای نوترونی با انرژیهای خیلی پایین در شکل ۱۲٫۱۰ نشان داده شده است. این سطح مقطع برای تمام انرژیهای نوترون خیلی بیشتر از ۱۰ بارن است، ولی در $K_{\gamma} = 0.178 \text{ eV}$ بیشینه یا تشدید مشخصی وجود دارد. این بدان معناست که هرگاه

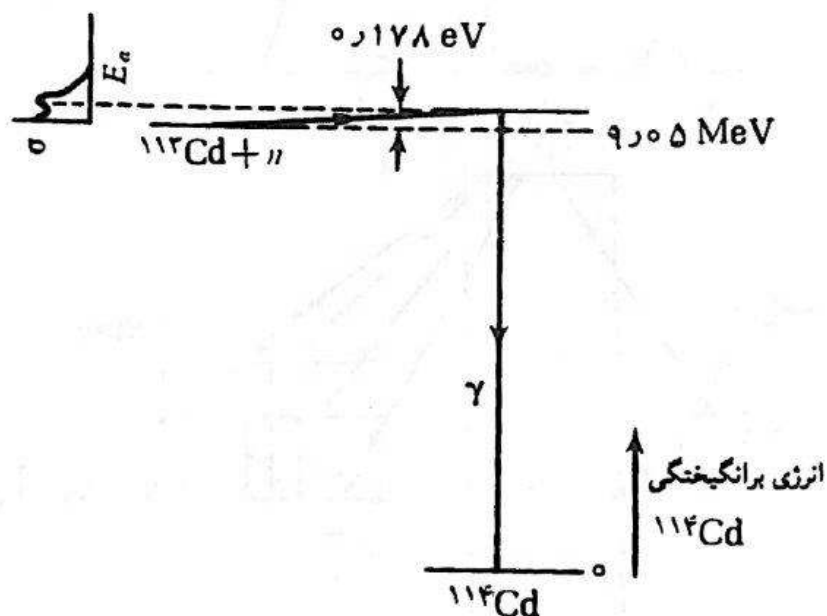


شکل ۱۱.۱۰ نمودار تراز انرژی هسته‌ای دو واکنش رقیب.



شکل ۱۲.۱۰ تشدید در سطح مقطع یک واکنش هسته‌ای.

انرژی برانگیختگی، تقریباً 0.18 eV الکترون ولت بیشتر از آنچه هنگام ترکیب بانوترونها با انرژی جنبشی صفر بود (905 MeV مگا الکترون ولت) باشد احتمال مخصوصاً زیادی وجود دارد که هسته مرکب ^{114}Cd تشکیل شود. علاوه بر این همان طور که در شکل ۱۳.۱۰ نشان داده شده است، وقتی انرژی برانگیختگی هسته ^{114}Cd درست 0.178 eV الکترون ولت از 905 MeV مگا الکترون ولت بیشتر باشد، این هسته دارای تراز انرژی کوانتیده مشخصی است. این درست یکی از چندین حالت برانگیخته گسته این هسته است. به طور کلی، حالت‌های برانگیخته یک هسته مرکب را می‌توان با مشاهده تشدیدهای مشخصی در سطح مقطع واکنش ارزیابی کرد و وجود این تشدیدها گواه محکمی بر صحت مفهوم هسته مرکب است.

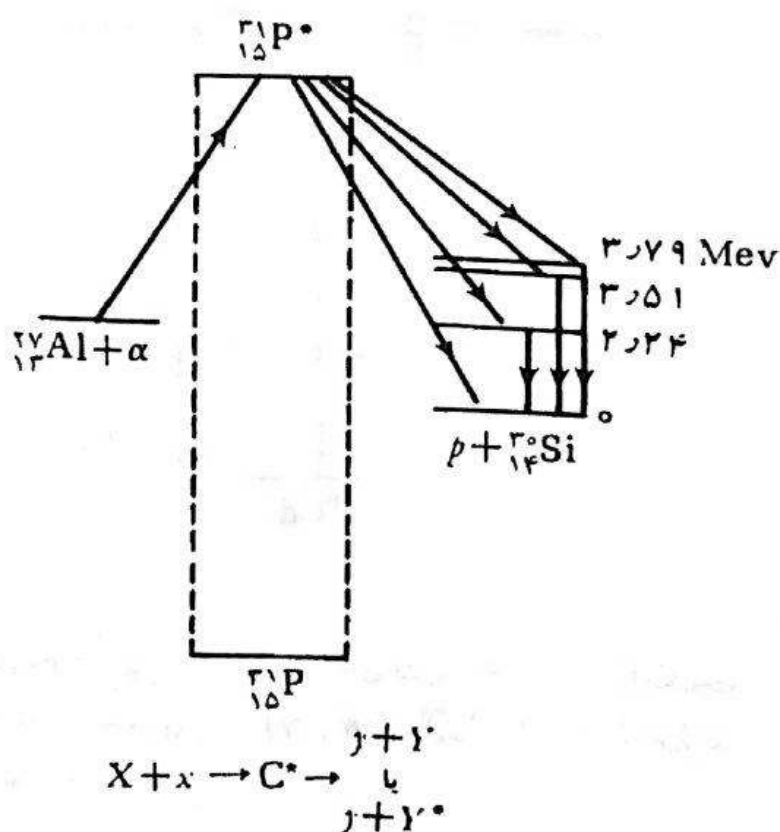


شکل ۱۳.۱۰ گیراندازی تشدیدي در يك حالت برانگیخته از هسته مرکب در واکنش $^{113}\text{Cd}(n, \gamma)^{114}\text{Cd}$: اختلاف انرژی‌ها در يك مقیاس نیستند.

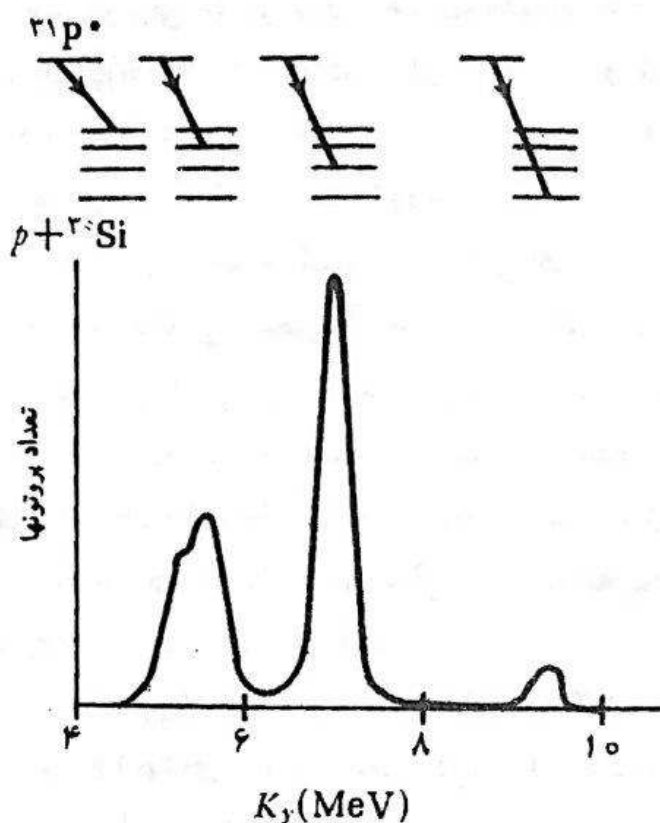
* طبق معادله (۵.۱۰)، انرژی اضافی که به وسیله یک فوتون با انرژی $K_x = 0.178$ eV به هسته مرکب داده شده است دقیقاً، انرژی دسترس پذیر زیر است

$$K_a = K_x \left[\frac{M_x}{M_x + m_x} \right] = (0.178) \frac{113}{114} \text{ eV} \approx 0.177 \text{ eV}$$

از داده‌های واکنش هسته‌ای برای استنباط ترازهای انرژی هسته حاصل نیز می‌توان استفاده کرد. برای مثال، واکنش $^{27}_{13}\text{Al}(\alpha, p)^{28}_{14}\text{Si}$ را که هسته مرکب آن $^{28}_{15}\text{P}^*$ است در نظر می‌گیریم. هسته مرکب نه تنها به حالت پایه هسته حاصل $^{28}_{14}\text{Si}$ بلکه به چندین حالت برانگیخته خود، که با تلاشی γ به حالت پایه دنبال می‌شوند، واپاشیده می‌شود؛ نمودار تراز انرژی در شکل ۱۴.۱۵ نشان داده شده است. وجود این حالت‌های برانگیخته، از لحاظ تجربی، نه تنها با گسیل پرتوهای γ در بمباران $^{27}_{13}\text{Al}$ توسط ذرات α مشخص می‌شوند بلکه همان طور که در شکل ۱۵.۱۵ نشان داده شده است، با این حقیقت که پروتون‌های مشاهده شده (تحت زاویه خاصی نسبت به باریکه فرودی) دارای طیفی از انرژی‌ها هستند نیز مشخص می‌شوند. چندین گروه پرتوفنی با چندین مد واپاشی ممکن هسته مرکب متناظرند و انرژی‌های برانگیختگی $^{28}_{14}\text{Si}$ را می‌توان با اندازه‌گیری انرژی‌های پروتون K_r محاسبه کرد.



شکل ۱۴.۱۵ انرژی شناسی واکنش $^{27}_{13}\text{Al}(\alpha, p)^{28}_{14}\text{Si}$ که حالت‌های برانگیخته هسته حاصل را نشان می‌دهد.



شکل ۱۵.۱۰ طیف انرژی گروههای پروتونی از واکنش
 $^{27}\text{Al}(\alpha, p)^{28}\text{Si}$

۶.۱۰ تولید نوترون، آشکار سازی، اندازه گیری، و کند کردن آن

در این بخش روشهایی را برای تولید و آشکار سازی نوترونها، اندازه گیری انرژی، و کند شدن آنها هنگام عبور از ماده، بیان می کنیم.

بارزترین ویژگی نوترون بار الکتریکی صفر آن است. چون نوترون از لحاظ الکتریکی خنثی است، برخلاف ذرات باردار، مستقیماً تولید یونش نمی کند، با میدانهای الکتریکی نمی توان آن را شناسایی و در میدانهای مغناطیسی منحرف نمی شود. تنها وسیله برهم کنش نوترون با دیگر ذرات همان برهم کنش قوی هسته ای آن است که توسط نیروی کولنی باز داشته نمی شود.

تولید نوترون. وسیله متداول تولید نوترونها چشمه دادیوم - پریلیوم است، که بدواً کنش $^{12}\text{C}(\alpha, n)^{15}\text{O}$ وابسته است. ذرات α حاصل از رادیومی که با پرتو زایی واپاشیده می شود، با بریلیوم، که در رادیوم مخلوط است، برخورد می کنند و نوترونها با گستره وسیعی از انرژی گسیل می شوند.

از واکنش فروپاشی فوتونی نیز می‌توان به عنوان چشمه‌ای از نوترون‌ها استفاده کرد؛ يك مثال ساده واکنش ${}^9\text{Be}(\gamma, n){}^8\text{Be}$ است. برای اینکه این واکنش روی دهد باید انرژی فوتون از ۱۶۷ مگاالکترون‌ولت بیشتر شود؛ پرتوهای γ را می‌توان از موادی که به طور طبیعی یا مصنوعی پرتوزا هستند به دست آورد.

ذرات باردار شتابدار می‌توانند واکنشهای هسته‌ای که در آنها نوترون‌ها گسیل می‌شوند تولید کنند. چنین واکنشهایی مخصوصاً به عنوان چشمه‌های نوترونی مفیدند، زیرا نوترونهایی که در آنها تولید می‌شوند تك انرژی هستند. برای مثال، واکنش ${}^2\text{H}(d, n){}^3\text{He}$ ، که در آن دوترون‌ها شتاب داده می‌شوند و به هدفی از تریتیوم برخورد می‌کنند، دارای Q برابر ۱۷۶ مگاالکترون‌ولت است. چون انرژی و اندازه حرکت باید پایسته بمانند، انرژی نوترون‌ها به زاویه‌ای بستگی دارد که تحت آن نوترون‌ها هدف را نسبت به امتداد دوترون‌های فرودی ترك می‌کنند.

نوترون‌های با انرژی خیلی بالا را می‌توان به وسیله يك واکنش جداکننده تولید کرد. دوترون‌هایی که دارای انرژیهای چند صد مگاالکترون‌ولت هستند با هدف برخورد می‌کنند. نوترون فقط با انرژی ۲۲ مگاالکترون‌ولت به پروتون موجود در هسته دوترون مقید است. هنگامی که دوترون به هدف برخورد می‌کند این دو ذره به آسانی از هم جدا می‌شوند و نوترون تقریباً با نصف انرژی دوترون فرودی، به حرکت خود ادامه می‌دهد.

وسیله بازهم ساده‌تر برای تولید نوترون‌های با انرژی خیلی بالا، برخورد رو در رو بین پروتونی با انرژی خیلی بالا و يك نوترون موجود در هسته هدف است. برای مثال، معلوم شده است که وقتی پروتون‌هایی با انرژی ۲ جیگاالکترون‌ولت به هدف برخورد کنند، نوترون‌هایی با همان انرژی در جهت جلو خارج می‌شوند، پروتون انرژی و اندازه حرکت خود را به نوکلئونهای بی‌بار انتقال می‌دهد.

بهترین چشمه شار بزرگ نوترونی رآکتور هسته‌ای است، که بر اساس شکاف هسته‌ای عمل می‌کند. در بخش ۷.۱۵ برخی از ویژگیهای رآکتورهای هسته‌ای را بررسی خواهیم کرد.

آشکارسازی نوترون. طرزکار اکثر آشکارسازهای ذره‌ای به یونشی بستگی دارد که توسط ذرات باردار حاصل می‌شود. بنابراین، آشکارسازی نوترون‌ها باید به طریق زیر صورت گیرد: نوترون‌ها به وسیله‌ای ذرات باردار تولید کنند و یونش ناشی از این ذرات باردار آشکار شود.

وقتی يك اتاقک یونشی یا شمارگر تناسبی با يك ترکیب بورون گازی، مانند تری‌فلورید بورون (BF_3) پر شود یا با لایه‌ای از يك ترکیب بورون جامد آستر شود،

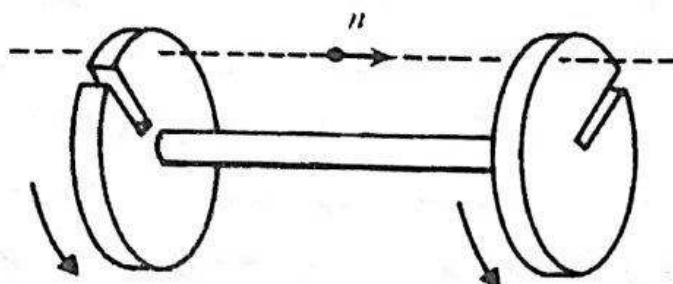
نسبت به نوترونها حساس می شود. نوترونی که به بورون ۱۰ اصابت کند واکنش $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ را راه می اندازد، و یونش حاصل از ذره α آشکار می شود. برخورد کسان یک نوترون با ذره سبک وزن بارداری، مانند پروتون، را می توان به عنوان شالوده آشکارسازی نوترون به کار برد. هنگامی که یک نوترون با یک پروتون برخورد رود در رو می کند به حال سکون در می آید و پروتون اساساً با همان انرژی نوترون اولیه به سوی جلو حرکت می کند. پروتون پرانرژی را می توان از روی یونش آن آشکار کرد.

با پرتو زایی القایی که نوعاً از گیراندازی تابشی نوترون نتیجه می شود می توان نوترونها را آشکار کرد. برای مثال، هنگامی که نوترونها با یک برگ نقره برخورد می کنند، هسته های نقره ۱۰۷ در واکنش $^{107}\text{Ag}(n, \gamma)^{108}\text{Ag}$ فعال می شوند و هسته های حاصل طبق واکنش $^{108}\text{Ag} \rightarrow ^{108}\text{Cd} + \beta^- + \bar{\nu}$ واپاشیده می شوند. فعالیت β^- را می توان آشکار کرد و اندازه گرفت، و چنانچه سطح مقطع گیراندازی، ضخامت برگ، زمان در معرض نوترون قرار گیری و ثابت واپاشی معلوم باشند شار نوترونی را می توان محاسبه کرد.

اندازه گیری انرژی نوترون. انرژی جنبشی نوترونها را می توان به طور غیر مستقیم در برخی از روشهای آشکارسازی که هم اکنون بیان کردیم (برای مثال، با اندازه گیری انرژی پروتونها) اندازه گیری کرد. ولی روشهای دیگری نیز وجود دارند که توسط آنها می توان انرژیهای نوترون را با دقت قابل ملاحظه ای تعیین کرد.

مستقیمترین روش محاسبه انرژی نوترون اندازه گیری سرعت آن است. در روش زمان پرواز، زمان حرکت نوترون در طول یک مسافت معلوم اندازه گیری می شود. این عمل وقتی انجام می گیرد که نوترونها، در واکنشی که تحت تأثیر ذرات باردار تپیده از یک شتابدهنده مانند سیکلوترون قرار دارد، گسیل شوند. اگر زمان درنگ بین برخوردهای واکنش و ورود نوترونها به آشکارساز نوترونی اندازه گیری شود و فاصله از هدف نیز معلوم باشد سرعت نوترونها را می توان محاسبه کرد.

سرعت نوترون را می توان با یک وسیله مکانیکی به نام گزینشگر سرعت نوترون نیز تعیین کرد. یک صورت ساده از این وسیله در شکل ۱۶.۱۰ نشان داده شده است. برای اینکه قرصهای چرخان نسبت به نوترونها کدر باشند آنها را از ماده ای (مانند کادمیوم) می سازند که به شدت نوترونها را در می آشامد. سرعت نوترون از سرعت زاویه ای مشترک دو قرص، فاصله بین آنها و از جا به جایی زاویه ای دومین شکاف نسبت به اولین شکاف محاسبه می شود.



شکل ۱۶.۱۰ نمودار طرح وار يك گزینشگر سرعت نوترون.

روش دیگر اندازه‌گیری انرژیهای نوترون به پدیده پراش نوترون (بخش ۳.۵) مربوط است. طیف‌سنج بلودی نوترونی وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری طول موج نوترونها، از طریق پراش آنها در طول بلوری که ساختار بلورین آن معلوم است. طول موج λ ی نوترون با رابطه $\lambda = h/mv$ به اندازه حرکت آن (mv) مربوط می‌شود. بنابراین، اگر طول موج نوترون معلوم باشد، اندازه حرکت و انرژی جنبشی آن نیز معلوم است. تنها وقتی که انرژی نوترونهای کسری از يك الکترون ولت و یا طول موج آنها چندین آنگستروم باشد پراش نوترون عملی می‌شود. این محدودیت به خاطر این است که فاصله بین اتمی در جامدات بلورین از مرتبه چند آنگستروم است.

کندسازی نوترون. هنگامی که نوترونها از ماده‌ای عبور می‌کنند، معمولاً دو نوع از واکنشهای هسته‌ای واکنشهای دیگر را تحت الشعاع قرار می‌دهند: گیراندازی تابشی نوترون (n, γ) و برخوردی کشان بین نوترونها و هسته‌های ماده. در برخی مواد، سطح مقطع گیراندازی آنقدر کوچک است که نوترونها با هسته‌های ماده عمدتاً در برخوردهای کشان برهم‌کنش می‌کنند. در عبور از چنین موادی، که کندساز نامیده می‌شوند، از سرعت نوترونهای فرودی، که در آغاز پراش پراش می‌شود؛ یا به عبارتی نوترونها کند می‌شوند.

در برخوردهای کشان بین دو ذره هنگامی بیشترین مقدار انرژی جنبشی از یکی به دیگری منتقل می‌شود که جرم آنها یکسان باشد. از این رو، وقتی نوترونی با يك پروتون برخورد رو در رو می‌کند تمامی انرژی جنبشی خود را می‌تواند از دست بدهد. در برخوردهای مایل، انرژی کمتری انتقال داده می‌شود. بنابراین، مواد هیدروژنی، از قبیل پارافین، در کندسازی نوترونها مؤثرند. هنگامی که نوترونها با هسته‌هایی سنگینتر از پروتونها برخورد کنند تنها کسر کوچکی از انرژی جنبشی خود را، حتی در يك برخورد

دور درو، از دست می‌دهند و تعداد زیادی از این رویاروییها لازم است تا سرعت آنها کند شود.

نوترونها در کندساز، تنها آهسته می‌شوند؛ هرگز به‌طور کامل به حال سکون در نمی‌آیند. هسته‌های موجود در يك ماده کندساز، در هر دمای معینی، در حرکت گرمایی هستند. هنگامی که انرژی جنبشی کسب شده توسط يك نوترون نوعی درست برابر انرژی از دست‌رفته آن در برخورد با هسته‌ای در داخل کندساز باشد، می‌توان گفت که مجموعه‌ای از نوترونها در تعادل گرمایی با ماده کندساز قرار دارند. به‌چنین نوترونهایی، که دارای توزیعی از سرعتها همانند توزیع سرعت مولکولهای موجود در يك گازند، دمایی برابر با دمای کندساز می‌توان نسبت داد. انرژی جنبشی متوسط نوترونهایی که در دمایی مانند T در تعادل با کندساز قرار دارند از رابطه $(3/2)kT = mv^2/2$ محاسبه می‌شود.

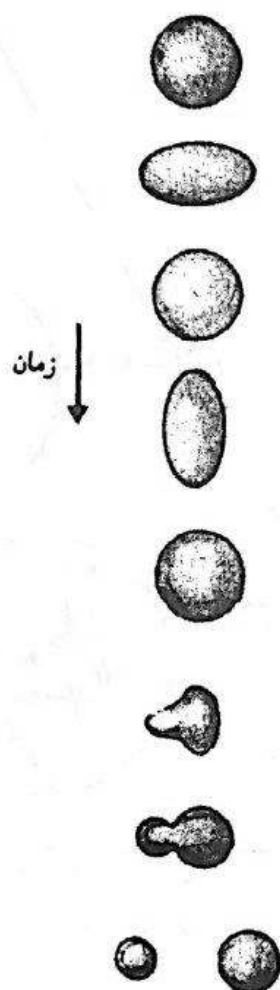
به نوترونهایی که در دمای اتاق (۳۰۰ کلوین) در تعادل گرمایی با يك کندساز هستند، نوترونهای گرمایی گفته می‌شود. انرژی جنبشی متوسط آنها ۰۴۰۵ الکترون‌ولت، سرعت آنها ۲۲۰۰ متر بر ثانیه و طول موج آنها ۱۰۸۵ آنگستروم است. باریکه‌ای از نوترونهای با انرژی بالا (چندین مگاالکترون‌ولت) که بريك کندساز نوعی همچون گرافیت (کربن) یا آب سنگین فرود می‌آید در کمتر از ۱ میلی‌ثانیه به باریکه‌ای از نوترونهای گرمایی تبدیل می‌شود. محتملترین سرنوشت نوترونهای کند شده گیراندازی آنها به وسیله هسته‌های کندساز است؛ زیرا سطح مقطع گیراندازی با کاهش انرژی نوترون به سرعت افزایش می‌یابد. یادآور می‌شویم که يك نوترون آزاد پرتو زاست و با نیم عمری برابر با ۱۲ دقیقه به يك پروتون و يك الکترون (وپادنوترینو) واپاشیده می‌شود. واپاشی نوترون آزاد در ماده، گرچه امکانپذیر است، ولی خیلی به ندرت روی می‌دهد؛ زیرا باید با فرایند به مراتب سریعتر کندسازی و گیراندازی نوترون رقابت کند.

۲.۱۰ شکافت هسته‌ای

نوع خاصی از واکنش هسته‌ای در هسته‌های خیلی سنگین رخ می‌دهد. برخلاف اکثر واکنشهای هسته‌ای با انرژی پایین که در آنها يك ذره سبك و يك ذره سنگین به عنوان فراورده واکنش ظاهر می‌شوند، این واکنش به شکافتگی یا شکافت هسته‌های سنگین به دو قسمت با جرمهای قابل مقایسه منجر می‌شود؛ این واکنش، به درستی، شکافت هسته‌ای نامیده می‌شود. شناسایی واکنش شکافت هسته‌ای برای اولین بار در سال ۱۹۳۹/۱۳۱۸ توسط هان^۱ و استراسمان^۲ صورت گرفت.

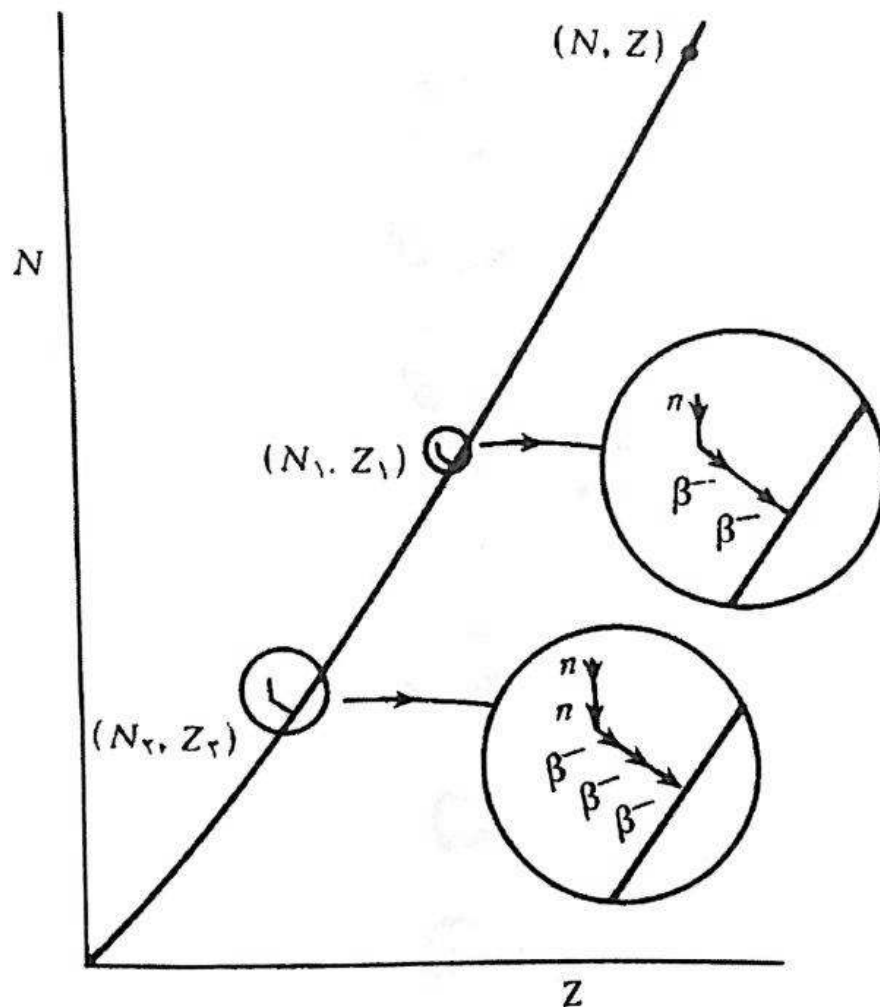
نوترونی با انرژی بسیار پایین، مانند یک نوترون گرمایی را که به وسیله هسته بسیار سنگین اورانیوم ۲۳۵ گیرانداخته می‌شود در نظر می‌گیریم. هسته مرکب $^{235}_{92}\text{U}$ که در این واکنش تشکیل می‌شود با انرژی برانگیختگی 4.6 مگا الکترون ولت در حالت برانگیخته قرار دارد. تقریباً تمامی هسته‌های مرکب برانگیخته سبکتر، که از گیراندازی نوترون تشکیل می‌شوند با گسیل فوتونهای پرتو γ واپاشیده می‌شوند؛ هسته‌های سنگینتر حاصل معمولاً با گسیل β^- واپاشیده می‌شوند؛ ولی، یک هسته اورانیوم ۲۳۶ برانگیخته نیز می‌تواند با شکافت هسته‌ای به دو یا به ندرت به سه یا چند هسته نسبتاً سنگین واپاشیده شود. رفتار یک هسته مرکب خیلی سنگین برانگیخته را می‌توان به کمک مدل قطره-مایع درک کرد. یادآور می‌شویم (بخش ۷.۹) که در این مدل یک هسته مانسته یک قطره مایع، که دارای سه سهم مهم در انرژی بستگی کل آن است، تلقی می‌شود: انرژی حجمی، انرژی سطحی، انرژی کولنی. انرژی سطحی نقشی مشابه بانقش «کشش» سطحی عادی یک مایع، که می‌کوشد مساحت سطح را به کمینه برساند و در نتیجه مایع را به شکل کره درمی‌آورد، ایفا می‌کند. از طرف دیگر، انرژی کولنی عبارت است از تأثیر ازهم گسیختگی ناشی از دافعه الکتریکی بین پروتونها.

فرض می‌کنیم که یک هسته بسیار سنگین در اثر برخورد هسته‌ای انرژی برانگیختگی کسب کند. این هسته به عنوان یک کل نوسان خواهد کرد و شکل خود را تغییر خواهد داد. یک مد احتمالی از تغییر شکل در شکل ۱۷.۱۰ نشان داده شده است، که در آن هسته متوالیاً، شکلهای کره، بیضوی کشیده (سیگاری)، کره، بیضوی پخت (کلوچه آردی)، و غیره را به خود می‌گیرد. در خلال نوسانها حجم هسته‌ای تغییر نمی‌کند ولی مساحت سطح تغییر می‌کند و در تغییر شکلهای بیضوی کشیده و پخت بزرگترین است. کشش سطحی به صورت گرایش هسته در بازیابی شکل کروی خود ظاهر می‌شود. از طرف دیگر، هنگامی که هسته، مثلاً، شکل بیضوی کشیده را بدخود می‌گیرد دافعه کولنی افزایش می‌یابد و بارهای مثبت واقع در دو انتهای بیضوی در صدند که تغییر شکل را حتی بیشتر افزایش دهند. از این رو، دو تأثیر متقابل در جریان است: کشش سطحی هسته‌ای، که می‌خواهد شکل کروی هسته را حفظ کند و دافعه کولنی که آن را تغییر شکل بدهد. اگر برانگیختگی به قدر کافی بزرگ باشد نیروی کولنی موفق خواهد شد که هسته را به شکل یک دمبل درآورد. با چنین تغییر شکل بزرگی کشش سطحی آنقدر قوی نیست که هسته را به کروی بردن باز گرداند. در نتیجه نیروی کولنی فاصله بین دو انتهای آن را افزایش می‌دهد تا اینکه به دو هسته مجزا یا به دو پاره شکافت، که معمولاً دارای اندازه یکسان نیستند، شکافته شود. سپس پاره‌های شکافت همدیگر را با نیروی کولنی دفع می‌کنند و ازهم دور می‌شوند، همچنان که



شکل ۱۷.۱۰ مراحل در تغییر شکل يك هستهٔ نوسان‌کننده، که به شکافت هسته‌ای منجر می‌شود.

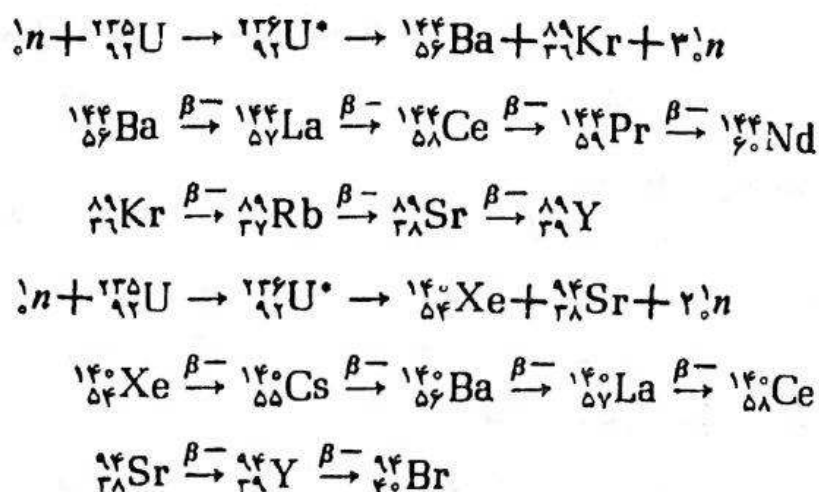
دستگاه انرژی پتانسیل از دست می‌دهد هر يك از پاره‌ها انرژی جنبشی کسب می‌کنند. تبدیلهای يك فرایند شکافت، به‌صورت رسم تعداد N بر حسب Z شکل ۷.۹، در شکل ۱۸.۱۰ نشان داده شده‌اند. دوپارهٔ شکافت (Z_1, N_1) و (Z_2, N_2) از يك هستهٔ سنگین مرکب، پروتون‌ها و نوترون‌های هستهٔ مرکب اولیه (Z, N) را بین خود تقسیم می‌کنند؛ یعنی، $Z = Z_1 + Z_2$ و $N = N_1 + N_2$ است. هر دوپاره در طرف چپ خط پایداری واقع می‌شوند؛ یعنی، هر دو هسته بیش از آن نوترون دارند که پایدار باشند.



شکل ۱۸.۱۵ تبدیلها در شکافت هسته‌ای به همان صورتی که در نمودار نوترون-پروتون دیده می‌شوند.

فزونی نوترون آنقدر زیاد است که هسته با آزاد کردن دو یا سه نوترون از پاره‌های شکافت، تقریباً به‌طور موقت (در حدود 10^{-14} ثانیه) از حالت برانگیختگی درمی‌آید. این هسته‌ها هنوز هم دارای نوترونهای بیشمار هستند، و سرانجام با تبدیل نوترونها به پروتونها، یعنی با واپاشی β^- ، به حالت پایدار می‌رسند. البته، واپاشیهای β^- با واپاشی γ از حالت‌های هسته‌ای برانگیخته، همراه‌اند.

دو واکنش از بسیار واکنشهای معلوم شکافت که از گیراندازی نوترون در اورانیوم ۲۳۵ ناشی می‌شوند، همراه با واپاشیهای β^- بعدی از پاره‌های شکافت، در زیر نشان داده می‌شوند



در بایست اساسی برای وقوع شکافت در نوکلیدهای بسیار سنگین آن است که هسته مرکب تشکیل شده دارای انرژی برانگیختگی کافی باشد تا واپاشی صورت گیرد. گیراندازی نوترون فقط یکی از راههای متعددی است که در آنها شکافت هسته‌ای می‌تواند القا شود. همچنین شکافت را می‌توان از بمباران هسته‌های سنگین توسط پروتون‌ها، دوترون‌ها، ذرات α ، و پرتوهای γ (شکافت فوتونی) نتیجه گرفت.

می‌خواهیم انرژی کل آزاد شده در یک فرایند شکافت نوعی را محاسبه کنیم. از شکل ۱۰.۹ چنان برمی‌آید که در عناصر بسیار سنگین ($A \approx 240$) انرژی بستگی متوسط به ازای یک نوکلئون، E_b/A ، تقریباً برابر ۷٫۶ مگا الکترون‌ولت و در عناصر نسبتاً سنگین ($A \approx 120$) این انرژی تقریباً برابر ۸٫۵ مگا الکترون‌ولت است. از این رو، اگر عدد جرمی (A) هسته اولیه را برابر ۲۴۰ اختیار کنیم انرژی کل آزاد شده در فرایند شکافت در حدود

$$240 \text{ nucleons} \times (8.5 - 7.6) \text{ MeV/nucleon} \approx 200 \text{ MeV}$$

است. در واقع انرژی کل آزاد شده در یک واکنش شکافت، در مقایسه با چند مگا الکترون‌ولت انرژی آزاد شده در یک واکنش هسته‌ای گرمای با انرژی پایین نوعی، بسیار بزرگ است.

شکافت هسته‌ای با واپاشی هسته مرکب به دو هسته نسبتاً سنگین، گسیل چند نوترون، و واپاشی β^- پاره‌های شکافت پرتوزا مشخص می‌شود. در یک واکنش شکافت متوسط، حدود ۲۰۰ مگا الکترون‌ولت انرژی آزاد می‌شود و این انرژی به‌طور تقریب به صورت زیر توزیع می‌شود

انرژی جنبشی پاره‌های شکافت، ۱۷۰ مگا الکترون‌ولت
 انرژی جنبشی نوترون‌های شکافت، ۵ مگا الکترون‌ولت

انرژی پرتوهای β^- و γ ، ۱۵ مگاالکترون‌ولت
 انرژی پادنوترینوهای همراه با واپاشی β^- ، ۱۰ مگاالکترون‌ولت

ایزوتوپ سبک اورانیوم (^{235}U) شکافت را با نوترونهای گرمایی متحمل می‌شود، و انرژی برانگیختگی، که توسط هسته مرکب $^{236}\text{U}^*$ در گیراندازی یک نوترون آهسته کسب می‌شود آنقدر بزرگ هست که شکافت را سبب شود (اورانیوم ۲۳۵ تنها هسته طبیعی است که شکافت را با نوترونهای آهسته متحمل می‌شود). ایزوتوپ سنگین و خیلی فراوانتر (۹۹٫۳ درصد) اورانیوم ^{238}U فقط در صورتی شکافت را متحمل خواهد شد که با نوترونهای سریع، یعنی نوترونهایی که لااقل دارای انرژی جنبشی یک مگاالکترون‌ولت هستند، بمباران شود. نوترونهای با انرژی پایین به وسیله ^{238}U گیر انداخته می‌شوند، ولی انرژی برانگیختگی هسته مرکب برانگیخته $^{239}\text{U}^*$ آنقدر کم است که با شکافت واپاشیده نمی‌شود، بلکه با گسیل γ واپاشیده می‌شود.

اورانیوم ۲۳۵ هم با نوترونهای با انرژی پایین و هم با نوترونهای با انرژی بالا شکافت پذیرست. به ازای هر مقدار انرژی، احتمال وقوع واکنش (γ ، n) از احتمال وقوع شکافت کمتر است. از طرف دیگر، اورانیوم ۲۳۸ تنها با نوترونهای با انرژی بالا شکافت پذیرست و نوترونهای با انرژی پایین بدون انجام شکافت توسط این اورانیوم گیر-انداخته می‌شوند. واضح است که هسته مرکب $^{239}\text{U}^*$ از گیراندازی نوترونهای با انرژی پایین آنقدر انرژی برانگیختگی کسب نمی‌کند که با شکافت واپاشیده شود، حال آنکه هسته مرکب $^{236}\text{U}^*$ به وسیله این نوترونها آنقدر برانگیخته می‌شود که شکافت را متحمل شود. این تفاوت را می‌توان به این حقیقت نسبت داد که ^{236}U ، که نوکلئید زوج-زوجی است و آخرین نوترون آن نسبتاً به طور قوی مقید است (۴٫۶ مگاالکترون‌ولت) در گیراندازی نوترونی با انرژی صفر، بیش از نوکلئید زوج-فرد ^{239}U ، که آخرین نوترون فرد آن نسبتاً به طور ضعیف مقید است (۴٫۹ مگاالکترون‌ولت) انرژی برانگیختگی کسب می‌کند. اینک نوترونهای با انرژی پایین می‌توانند شکافت هسته‌ای را در اورانیوم ۲۳۵ راه اندازند و اینک در فرایند شکافت، به طور متوسط، ۲٫۵ نوترون آزاد می‌شود، استخراج انرژی مفید از اورانیوم را امکان‌پذیر می‌کند. انرژی آزاد شده در واکنشهای هسته‌ای گرمایی که توسط بمباران با ذرات خروجی از شتابدهنده‌ها تولید می‌شوند در عمل نمی‌تواند مورد استفاده واقع شود، زیرا تعداد واکنشها نوعاً خیلی کم است. انرژی کل آزاد شده در این واکنشها از انرژی کل داده شده به ذرات شتابدار بیشماری که تنها کسر کوچکی از آنها واکنشها را سبب می‌شوند، خیلی کمتر است. از طرف دیگر، با امکان یک واکنش زنجیره‌ای خود نگهدار می‌توان فرایند شکافت را کاراتر کرد.

در اصل، نوترونهای حاصل از واکنش شکافت می‌توانند واکنشهای شکافت دیگری را همراه با آزاد کردن انرژی شکافت بیشتر راه اندازند. به‌طور ایده‌آل، این عمل آنقدر ادامه می‌یابد تا تمامی سوخت هسته‌ای یا ماده شکافت‌پذیر، مصرف شود. برای اینسکه واکنشهای شکافت، پس از راه‌اندازی، ادامه یابند باید چند شرط برآورده شود. این شرایط در يك رآكتور هسته‌ای برآورده می‌شوند. چون مسائل مهندسی مربوط به رآكتورهای هسته‌ای در حیطه کار تکنولوژی هسته‌ای قرار دارند، صرفاً آن اصول فیزیکی را که طرز کار رآكتورها بر آنها استوار است به‌طور خلاصه شرح خواهیم داد.

۸.۱۰ رآكتورهای هسته‌ای

در سال ۱۹۴۲/۱۳۲۱ اولین واکنش زنجیری خود نگه‌دار شکافت هسته‌ای توسط فرمی انجام شد. در این رآكتور، اورانیوم طبیعی (۷۵ درصد ^{235}U و ۹۹٫۳ درصد ^{238}U) به‌عنوان سوخت و گرافیت به‌عنوان کندساز نوترون به‌کار رفت. گرچه انواع متفاوتی از رآكتورها وجود دارند، ولی ما خصوصیات اساسی رآكتورهای هسته‌ای را با رآكتور ساده‌ای که در آن از اورانیوم طبیعی و کندساز گرافیتی استفاده می‌شود و مبتنی بر شکافت اورانیوم ۲۳۵ به‌وسیله نوترونهای کند است نشان خواهیم داد.

برای اینکه يك واکنش زنجیری شکافت، خود نگه‌دار شود باید به‌ازای شکافتگی هر اتم اورانیوم، لاقلاً يك نوترون وجود داشته باشد که بیشتر از يك اتم اورانیوم را بشکافت. در شکافت اورانیوم هر واپاشی در حدود ۲٫۵ نوترون تولید می‌کند. بنابراین، برای اینکه واکنش زنجیری متوقف نشود نباید بیشتر از ۱٫۵ نوترون از دست برود. راههای مهمی که در آنها نوترونها برای شکافت اورانیوم ۲۳۵ دسترس‌ناپذیر می‌شوند عبارت‌اند از گیراندازی نوترون توسط اورانیوم ۲۳۸ (و تا حد کمتری توسط اورانیوم ۲۳۵) بدون انجام شکافت، گیراندازی به‌وسیله دیگر مواد، و نشت نوترونها از ناحیه داخلی رآكتور به‌خارج.

نخست مسئله نشت نوترون را بررسی می‌کنیم. چنانچه رآكتور (عناصر سوخت و کندساز) خیلی کوچک باشد بسیاری از نوترونهای حاصل در واکنشهای شکافت اولیه، قبل از اینکه واکنشهای شکافت بعدی را باعث شوند به‌خارج رآكتور (از طریق دیواره‌ها) نشت خواهند کرد؛ در يك رآكتور بزرگتر اتلاف نوترونها کمتر و تعداد واکنشهای شکافت بیشتر است. آهنگ تولید واکنش شکافت تقریباً با حجم رآكتور و آهنگ نشت نوترون تقریباً با مساحت سطح رآكتور متناسب است.

سطح مقطع شکافت در اورانیوم ۲۳۵ با کاهش انرژی نوترون افزایش می‌یابد (با

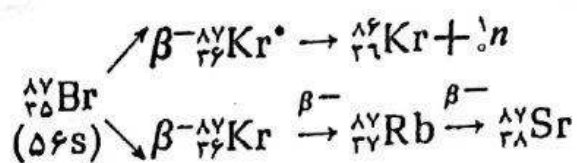
نوترونهاي گرمایی به ۵۵۰ بارن می‌رسد؛ از طرف دیگر، سطح مقطع گیراندازی نوترون توسط اورانیوم ۲۳۸ با افزایش انرژی نوترون نیز افزایش می‌یابد. بنابراین، مسئله اصلی در رآکتور با سوخت اورانیوم طبیعی، کند کردن نوترونهاي با انرژی بالا (با انرژی چندین مگا الکترون‌ولت) تا انرژیهای گرمایی است. این نوترونها در شکافت اورانیوم ۲۳۵، که در آن واکنشهای شکافت بعدی محتملتر است، گسیل می‌شوند (بدون آنکه نوترونها با گیر افتادن در اورانیوم ۲۳۸ در راه بازگشت تلف شوند). با استفاده از يك کندکننده برای کاهش سرعت نوترونها (ولی نه گیراندازی آنها) و با قرار دادن درست تکه‌های بزرگ سوخت اورانیوم در داخل کندساز این شرایط برآورده می‌شوند.

با این ترتیب، کار کندساز کاهش سرعت نوترونها بدون گیراندازی آنهاست. اگرچه اتمهای هیدروژن (که جرم آنها اساساً با جرم نوترون یکسان است) باعث بزرگترین اتلاف نسبی در انرژی جنبشی نوترونها می‌شوند، اما به دلیل بالا بودن نسبی احتمال واکنش گیراندازی نوترون ${}^1_0\text{H}(n, \gamma){}^2_1\text{H}$ به عنوان کندساز مناسب نیستند. سبکترین مواد کندساز قابل استفاده آب سنگین (D_2O)، برلیوم (Be)، و گرافیت (${}^{12}\text{C}$) هستند؛ سایر مواد سبک، اکثراً به دلیل بزرگ بودن سطح مقطع گیراندازی نوترون، قابل استفاده نیستند. عناصر سوخت، به صورت تکه‌های بزرگ در فضای داخل کندساز قرار داده می‌شوند. تحت شرایط ایده‌آل، يك نوترون سریع از عنصر سوخت به داخل کندساز فرار می‌کند و از سرعت آن کاسته می‌شود، در نتیجه از گیر افتادن (بدون انجام شکافت) در اورانیوم ۲۳۸ اجتناب می‌کند. آنگاه این نوترون گرمایی وارد عنصر سوخت دیگری می‌شود و شکافت دیگری را در اورانیوم ۲۳۵ باعث می‌شود. کل فرایند در مدتی کمتر از يك میلی ثانیه روی می‌دهد.

هنگامی که تمامی چشمه‌های اتلاف نوترون کمینه شده باشند، ممکن است رآکتور به حالت «بحرانی» برسد و هر واکنش شکافت لااقل به يك واکنش دیگر منجر شود. سطح قدرت رآکتور، یا آهنگی که با آن واکنشهای شکافت در رآکتور رخ می‌دهند را می‌توان با قرار دادن موادی چون کادمیوم، که در آن سطح مقطع گیراندازی نوترون خیلی بالاست و در نتیجه به آسانی نوترونها را در می‌آشامد کنترل کرد. معمولاً این مواد به شکل میله‌های موسوم به میله‌های کنترل هستند. اگر به طور متوسط هر واکنش شکافت، کمتر از يك شکافت دیگر را تولید کند، گفته می‌شود که رآکتور در حالت تحت بحرانی است؛ در این صورت واکنش شکافت خود نگه‌دار نیست. از طرف دیگر، اگر هر واکنش شکافت بیشتر از يك شکافت دیگر را تولید کند، گفته می‌شود که رآکتور در حالت فوق بحرانی است. نمونه مشخص يك واکنش شکافت فوق بحرانی بمب اتمی است.

اگر تنها نوترونهای بی‌دنگ، یعنی نوترونهایی که در لحظه شکافت آزاد می‌شوند دسترس‌پذیر بودند، کنترل رآکتورها با میله‌های کنترل، که به‌طور مکانیکی به‌کار انداخته می‌شوند واقعاً امکان‌پذیر نبود؛ ولی علاوه بر این نوترونهای درنگیده‌ای (۷۰ درصد) نیز وجود دارند که توسط چند پاره شکافت و معمولاً پس از وقوع يك یا چند واپاشی β^- گسیل می‌شوند. يك نوترون درنگیده می‌تواند در حدود ۱۵ ثانیه پس از شکافتی که آن را آزاد کرده است شکافت دیگری را موجب شود. این با يك نوترون بی‌دنگ، که در کمتر از ۱ میلی‌ثانیه شکافت دیگری را باعث می‌شود، مغایرت دارد.

نمونه‌ای از واپاشی پاره حاصل از شکافت، که به يك نوترون درنگیده منجر می‌شود به‌صورت زیر است



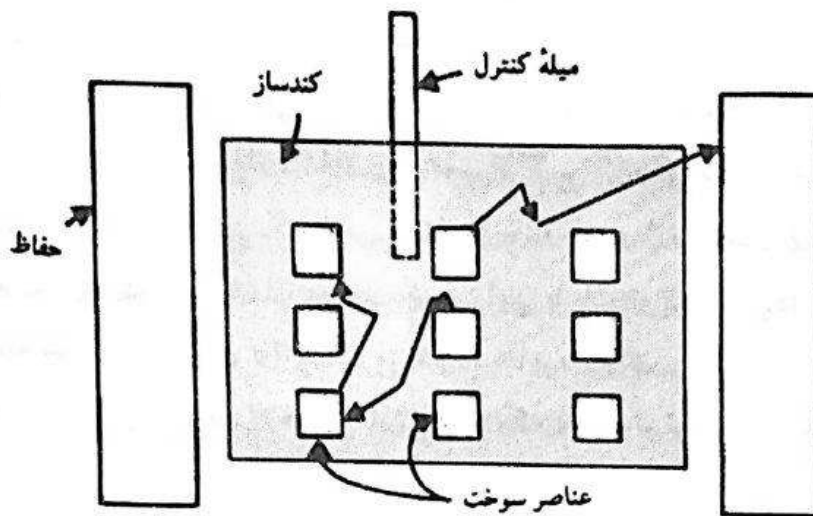
طرحهای بسیاری از رآکتورهای هسته‌ای وجود دارند. این طرحها ممکن است در جنبه‌های زیر باهم اختلاف داشته باشند: سوخت (اورانیوم طبیعی، اورانیومی که با اورانیوم ۲۳۵ غنی شده است، سایر مواد شکافت‌پذیر که به‌طور مصنوعی تولید شده‌اند)، کندساز (آب، گرافیت، بریلیوم)، توزیع سوخت در درون کندساز (همگن، ناهمگن)، انرژی نوترونهایی که شکافت را موجب می‌شوند (سریع، با سرعت متوسط، آهسته)، و تبادلگر حرارت (گاز، آب، فلزات مایع). شکل ۱۹.۱۵ طرحی از يك رآکتور هسته‌ای است. رآکتورهای هسته‌ای را همچنین می‌توان بر طبق کار بردشان دسته‌بندی کرد: (۱) برای ایجاد توان، (۲) به عنوان چشمه‌های نوترونی، (۳) برای تولید رادیو ایزوتوپها، و (۴) برای تولید ماده شکافت‌پذیر:

۱. انرژی جنبشی زیاد پاره‌های حاصل از شکافت در يك رآکتور هسته‌ای، چشمه‌ای از انرژی گرمایی است که آن را برای انجام کار مفید، مانند تولید انرژی الکتریکی، به‌وسیله يك تبادلگر حرارت می‌توان استخراج کرد.

۲. قسمت داخلی يك رآکتور ناحیه‌ای است که در آن شار نوترونی می‌تواند به بزرگی 10^{19} نوترون بر متر مربع بر ثانیه باشد.

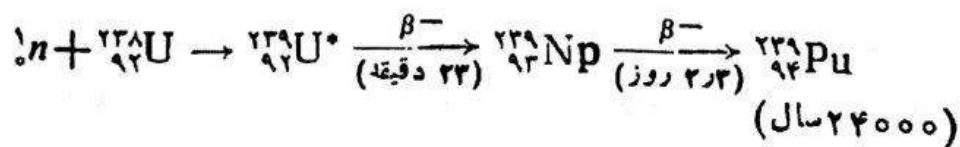
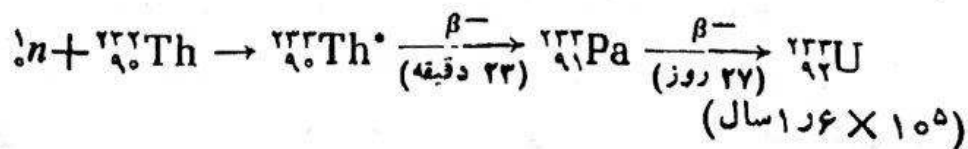
۳. از چنین شاری می‌توان در آزمایشهای فیزیکی یا برای تابش‌دهی مواد، برای تولید رادیو ایزوتوپها از طریق واکنشهای (n, γ) ، استفاده کرد.

۴. موادی همچون اورانیوم ۲۳۸ و توریوم ۲۳۲ را که با نوترونهای با انرژی پایین شکافته نمی‌شوند، می‌توان در يك رآکتور هسته‌ای به هسته‌هایی تبدیل کرد که شکافت را با



شکل ۱۹-۱۰ عناصر ساده یک رآکتور هسته‌ای.

نوترونهاي گرمایی متحمل شوند. دو واکنش از چنین واکنشهایی بدین قرارند



اورانیوم ۲۳۸ و توریوم ۲۳۲ را به وسیله نوترونهای گرمایی نمی‌توان شکافت، ولی وقتی آنها نوترونها را گیر می‌اندازند این واکنشها به پلوتونیوم ۲۳۹ و اورانیوم ۲۳۳، که شکافت‌پذیرند، منجر می‌شوند.

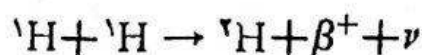
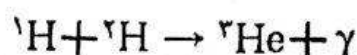
دو واکنش بالا استفاده از یک رآکتور داینده را ممکن می‌کنند. در یک رآکتور داینده دوماه سوخت وجود دارد؛ یکی ماده شکافت‌پذیر (همچون پلوتونیوم ۲۳۹) و دیگری ماده بارود (مانند اورانیوم ۲۳۸) که در رآکتور می‌تواند به ماده شکافت‌پذیر تبدیل شود. در شکافت پلوتونیوم ۲۳۹، به‌طور متوسط، سه نوترون آزاد می‌شوند؛ یکی از این نوترونها باید واکنشی که شکافت هسته پلوتونیوم ۲۳۹ را تولید می‌کند نگه دارد، و از دو نوترون باقیمانده حداقل یکی باید به وسیله اورانیوم ۲۳۸ گیر انداخته شود و به پلوتونیوم ۲۳۹ تبدیل شود تا همان مقدار سوخت شکافت‌پذیر را در رآکتور حفظ کند. هنگامی که بیش

از یکی از این دو نوترون توسط اورانیوم ۲۳۸ گیر انداخته شود، رآکتور می‌تواند پلوتونیوم ۲۳۹ شکافت پذیر تولید کند؛ یعنی، ماده شکافت پذیر بیشتر تولید می‌شود تا مصرف.

۹.۱۰ همجوشی هسته‌ای

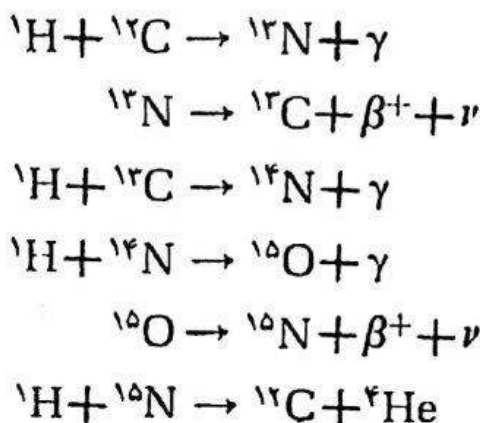
منشأ انرژی تابشی خورشید و دیگر ستاره‌ها يك سری از واکنشهای هسته‌ای انرژی‌زاست. انهایی که در این واکنشها در درون ستاره شرکت می‌کنند کاملاً یونیده‌اند، یعنی تمامی الکترونها از آنها کنده شده‌است. چنین مجموعه‌ای از ذرات باردار (الکترونها و هسته‌های تنها) را پلاسما می‌نامند. این ذرات در دمای بسیار بالا (تا 10^8 کلوین) قرار دارند، با سرعتهای بالا حرکت می‌کنند، و به‌دفعات با یکدیگر برخورد می‌کنند. انرژی جنبشی متوسط هر ذره ($3/2 kT$) برای $T = 10^8 K$ از مرتبه يك کیلو الکترون‌ولت است. بنا بر این، در برخوردهای میان هسته‌ای ممکن است دافعه کولنی بین هسته‌های با بار مثبت مغلوب شود؛ به‌طوری که برخی از هسته‌ها که سریعتر حرکت می‌کنند آنقدر به هم نزدیک شوند که از طریق نیروهای هسته‌ای برهم‌کنش کنند، و واکنشها با احتمال زیاد روی دهند. يك واکنش هسته‌ای که براساس افزایش حرکت گرمایی ذرات برهم‌کنش‌کننده در دمای بالا رخ می‌دهد واکنش گرما هسته‌ای نامیده می‌شود.

چرخه واکنشهای گرما هسته‌ای که در خورشید و در ستاره‌های مشابه انرژی آزاد می‌کنند چرخه پروتون-پروتون است



طی این چرخه، که شامل سه واکنش هسته‌ای مجزا است، چهار پروتون همجوشیده می‌شوند و يك ذره α ، دوپوزیترون، و دونوتروینو تولید می‌کنند. اولین واکنش در این چرخه، که در آن يك پوزیترون در برخوردهای دوپروتون آفریده می‌شود، دارای سطح مقطع بسیار کوچکی است. این واکنش در قسمت درونی خورشید به‌وقوع می‌پیوندد، زیرا در آن قسمت دما در حدود $10^7 \times 2$ کلوین است. Q ی کلی این چرخه در حدود ۲۵ مگا الکترون‌ولت است یا برای هرنوکلئون شرکت‌کننده در واکنش تقریباً ۶ مگا الکترون‌ولت انرژی آزاد می‌شود (چون در يك واکنش شکافت هسته‌ای نوعی ۲۰۰ مگا الکترون‌ولت انرژی آزاد می‌شود، در يك واکنش شکافت، انرژی به‌ازای هرنوکلئون در حدود يك مگا الکترون‌ولت است).

دومین چرخه از واکنشهای گرما هسته‌ای، که در برخی ستاره‌ها عمل می‌کند، چرخه کربن است



در این فرایند هسته کربن ۱۲ صرفاً به عنوان يك واسطه (واکنش یار) عمل می‌کند: فرایند با يك هسته کربن ۱۲ آغاز می‌شود و بديك هسته کربن ۱۲ پایان می‌یابد؛ ولی در هر چرخه چهار پروتون به هم جوش می‌خورند و يك ذره α ، دو پوزیترون، و دو نوترینو تولید می‌کنند. از آنجایی که ذرات ورودی بدو خروجی از چرخه کربن همان ذرات ورودی به دو خروجی از چرخه پروتون-پروتون هستند، انرژی آزاد شده باز هم در حدود ۲۵ مگا الکترون ولت است.

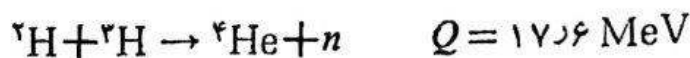
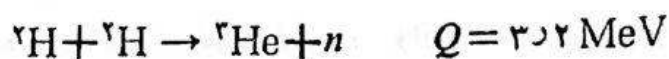
چرا شکافت سنگین‌ترین هسته‌ها و همجوشی سبک‌ترین هسته‌ها، هر دو، واکنشهای هسته‌ای بسیار انرژی‌زا نتیجه می‌دهند؟ چگونه هم شکافتگی و هم آمیختگی می‌توانند به آزاد کردن انرژی هسته‌ای منجر شوند؟ جواب را می‌توان در شکل ۱۰.۹ یافت؛ این شکل انرژی بستگی متوسط به ازای يك نوکلئون را به صورت تابعی از نوکلئونها می‌نماید. وجود دريك هسته پایدار به دست می‌دهد: واکنشهای شکافت و همجوشی هر دو به پیکر بندیهای قویاً مقید هسته‌ای منتهی می‌شوند. دريك واکنش همجوشی تبدیل نسبی جرم سکون به انرژی هسته‌ای، (۶۶٫۹ درصد) از تبدیل نسبی جرم سکون به انرژی هسته‌ای دريك واکنش شکافت (۰٫۹ درصد) بزرگتر است.

امکان تولید واکنشهای همجوشی-گرما هسته‌ای کنترل شده، همراه با آزادی انرژی بسیار زیاد، توجه زیادی را به خود جلب کرده است. يك چشمه انرژی همجوشی هسته‌ای نسبت به يك چشمه انرژی شکافت هسته‌ای برتریهای چشمگیری دارد؛ زیرا در اولی يك چشمه تأمین سوخت واقعاً نامحدود وجود دارد، واکنشها به فضولات پرتوزا منتج نمی‌شوند، و امکان تولید مستقیم انرژی الکتریکی بیشتر از تولید این انرژی به کمک تبادلهای گرما و انرژی معمولی و توربینهاست. ولی برای دستیابی به يك چشمه توان مبتنی بر همجوشی هسته‌ای کنترل شده باید

بر مشکلات فنی طاقت فرسایی غلبه کرد. بین این مشکلات، از همه مهمتر، دماهای فوق العاده زیاد است که برای غلبه بردافعهٔ کولنی بین هسته‌های برهم‌کنش‌کننده مورد نیاز است؛ يك پلاسمای بسیار داغ باید برای يك دورهٔ طولانی از زمان مجبوس شود، بنابراین برخورد های زیادی بین ذرات پلازما روی می‌دهد. ظروف معمولی مناسب نیستند، عمدتاً نه به خاطر آنکه بد وسیلهٔ پلاسمای بسیار داغ ذوب خواهند شد، بلکه بیشتر به خاطر آنکه پلازما را تا دمای زیر همجوشی خود به خودی هسته‌ای خنك خواهند کرد.

به همان طریقی که ذرات باردار توسط میدان مغناطیسی زمین به دام کمر بند های وان آلن می‌افتند ممکن است پلاسمای بسیار داغ در يك رآکتور همجوشی گرما هسته‌ای نیز توسط میدانهای مغناطیسی از اصابت با دیواره‌های ظروف محتوی آن باز داشته شود.* طرح چنین ظروفی، که به بطریقه‌ای مغناطیسی موسوم‌اند، فعلاً نه تحت بررسی است. پلازما در دمای میلیون‌ها درجه، فشار غیر قابل کنترلی را اعمال خواهد کرد، مگر آنکه چگالی آن خیلی پایین باشد؛ بنابراین، فشار پلاسمای گرم نشده نباید بیشتر از حدود 10^{-4} اتمسفر باشد.

بین واکنشهایی که امکان انجام آنها با ایزوتوپهای هیدروژن (^2H ، دوتریوم؛ ^3H ، تریتیوم) وجود دارد واکنشهای زیر را می‌توان نام برد



چون با افزایش بار هسته‌ای سد کولنی بین ذرات باردار افزایش می‌یابد، دمای لازم برای يك واکنش گرما هسته‌ای با ایزوتوپهای هیدروژن از دمای واکنش گرما هسته‌ای با سایر عناصر پایین‌تر است. دوتریوم مخصوصاً به عنوان سوخت همجوشی هسته‌ای جالب توجه است، زیرا به آسانی تقریباً به مقدار نامحدود به دست می‌آید؛ برای مثال در آب دریا، که در آن برای هر ۶۰۰۰ مولکول H_2O يك مولکول D_2O وجود دارد، دوتریوم یافت می‌شود.

خلاصه

اکثر واکنشهای هسته‌ای با انرژی پایین به شکل عمومی $X(x, y)Y$ هستند، که در آن x

* رك بخش ۳.۲۹ کتاب زیر

Weidner and Sells, *Elementary Classical Physics*, 2nd ed.

ذره فرودی، X هسته هدف، y ذره سبک وزن خروجی، و Y هسته حاصل (اغلب پرتوزا) است. عدد نوکلئونی، بار الکتریکی، اندازه حرکت، جرم-انرژی در یک واکنش هسته‌ای پایسته می‌مانند. انرژی هسته‌ای خالص، که در واکنش آزاد می‌شود (Q) با رابطه زیر تعریف می‌شود

$$Q = [(M_X + m_x) - (M_Y + m_y)]c^2 = (K_Y + K_y) - K_x \quad (۱.۱۰) \text{ و } (۳.۱۰)$$

که در آن هسته هدف در آزمایشگاه به حال سکون است. واکنشهایی که در آنها ذرات x و y فوتون هستند، به ترتیب، بدفروپاشی فوتونی و گیراندازی تابشی معروف اند. چون در هر واکنش هسته‌ای باید اندازه حرکت پایسته بماند، تنها قسمتی از K_x در یک واکنش هسته‌ای دسترس پذیر است. انرژی آستانه x برای یک واکنش انرژی گیر ($Q < 0$) (وقتی Q/c^2 در مقایسه با جرمهای سکون x ، y ، X ، و Y کوچک است) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$K_{th} = -\frac{Q(M_X + m_x)}{M_X} \quad (۶.۱۰)$$

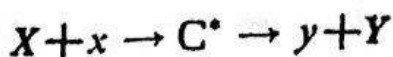
به طور کلی، انرژی جنبشی آستانه ذره فرودی که با هدف در حال سکونی برخورد کند چنین است

$$K_{th} = \frac{-\frac{1}{2}Q(\text{انرژی سکون همه ذراتی که بدواکنش وارد و از آن خارج می‌شوند})}{\text{انرژی سکون ذره هدف}} \quad (۵۷.۱۰)$$

سطح مقطع واکنش σ ، اندازه‌ای از احتمال ذاتی وقوع واکنش هسته‌ای را به دست می‌دهد. تعداد نسبی ذرات x که واکنشی را در یک برگ نازک به ضخامت t و حاوی N ذره در واحد حجم متحمل می‌شوند چنین است

$$\frac{n_r}{n_i} = \sigma N t \quad (۸.۱۰)$$

طبق مفهوم هسته مرکب، واکنشهای هسته‌ای در دو مرحله متمایز روی می‌دهند: تشکیل هسته مرکب و واپاشی هسته مرکب



پیدایش قله‌ها (با تشدیدها) در سطح مقطع واکنش، مظهري از وجود هسته مرکب در حالتهاي برانگیخته کوانتیده است.

نوترونها، با اثرهای یونشی ذرات باردار حاصل از واکنشهایی که به وسیله نوترون راه اندازی می شوند یا توسط برخورد های نوترونی به طور غیر مستقیم آشکار می شوند. انرژیهای نوترون را می توان با اندازه گیری زمان پرواز آنها با يك گزینشگر مکانیکی سرعت، یا با پراش نوترون در بلورها محاسبه کرد. هنگامی که نوترونها انرژی جنبشی خود را در برخوردهای کشسان با يك جسم از دست می دهند کند می شوند. نوترونهایی که در دمای T با يك کندساز در ترازمندی باشند دارای انرژی جنبشی متوسط $kT(3/2)$ هستند.

در يك واکنش شکافت، هسته سنگین برانگیخته ای چون اورانیوم ۲۳۵ به پاره های شکافت و چندین نوترون همراه با آزادی انرژی حدود ۲۰۰ مگا الکترون ولت، که اغلب به شکل انرژی جنبشی پاره هاست، شکافته می شود. این پاره ها ناپایدارند و با گسیل β^- واپاشیده می شوند. فرایند شکافت به بهترین نحو به کمک مدل قطره مایع، که در آن برای تغییر شکل هسته سنگین بین کشش سطحی و دافعه کولنی رقابتی وجود دارد درک می شود. عناصر اصلی يك رآکتور هسته ای که بر اساس واکنش شکافت هسته ای خود نگه دار کار می کنند عبارت اند از عناصر سوخت، کندساز، و میله های کنترل کننده. از يك رآکتور می توان به عنوان يك چشمه حرارت یا چشمه نوترونها یا به عنوان وسیله ای برای بارور کردن مواد شکافت پذیر استفاده کرد.

يك واکنش همجوشی-گرم هسته ای، واکنش بسیار گرمازایی از ذرات نسبتاً سبک در پلاسمای با دمای خیلی بالا است. واکنشهای گرم هسته ای سیاره ای معمولی در چرخه کربن و چرخه پروتون-پروتون رخ می دهند.

مسائل

- برای مقادیر جرمهای اتمی پیوست ۲ را ملاحظه کنید.
۱. با چه مدلی فرآورده های ناپایدار واکنشهای زیر برای واپاشی محتملترند: (الف) (n, γ) ، (ب) (p, n) ، (ج) (d, p) ، و (د) (α, n) ؟
۲. جسمی به جرم کل M با آزاد کردن مقدار ثابت انرژی Q به ۳ جرم مساوی تجزیه می شود. این جسم ناپایدار در آغاز به حال سکون است. (الف) انرژی جنبشی کمینه اجسامی که از تجزیه خارج می شوند چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی بیشینه آنها چقدر است؟
۳. جرم متحرک $M_{\text{د}}$ با يك جرم ۱۴۰۰ کیلو گرمی، که در آغاز به حال سکون است،

برخورد رو در رو می‌کند و به آن سرعتی برابر 100 m/s می‌دهد. در آزمایش دیگری، M_2 که با همان سرعت در حرکت است، با یک جرم 100 کیلوگرمی ساکن برخورد رو در رو می‌کند و آن را با سرعت 705 m/s به حرکت درمی‌آورد. M_2 را پیدا کنید. [این مسئله، استدلالی را که چادویک در سال $1932/1311$ برای کشف نوترون به کار برد به طور خلاصه شرح می‌دهد. در آزمایشهای اصلی نوترونهای یک چشمه با پروتونها (جرم اتمی 100)، و در آزمایش بعدی، با ازت (جرم اتمی 1400) برخورد می‌کردند.]

۴. قبل از آنکه نوترون در سال $1932/1311$ توسط چادویک به خوبی شناخته شود، تصور می‌شد که بمباران ${}^9_4\text{Be}$ با ذرات α به واکنش ${}^{12}_6\text{C}(\alpha, \gamma){}^4_2\text{He}$ منجر می‌شود. اما معلوم شد که وقتی تابش نفوذی حاصل از بمباران، با پارافین برخورد می‌کرد، پروتونها با انرژی 5.7 MeV بیرون می‌جهیدند. (الف) با فرض اینکه این پروتونها در یک برخورد کامپتونی انرژی گرفته باشند، نشان دهید که انرژی فوتونهای پرتو γ باید برابر 55 MeV باشد. (ب) چادویک دریافت که اگر تابش نفوذی پروتونهای با انرژی 5.7 MeV تولید کند، همان تابش در برخورد با اتمهای ازت، به هر اتم انرژی جنبشی 104 میلیون الکترون‌ولت انتقال می‌دهد. با به کار بردن بقای اندازه حرکت و انرژی در برخورد رو در رو بین یک ذره تابش نفوذی (در واقع نوترون) با یک پروتون و یک اتم ازت، که نسبت جرمهای آنها $14 : 1$ ولی نسبت انرژی جنبشیهای آنها $104 : 5.7$ است، نشان دهید که جرم نوترون اساساً همان جرم پروتون است.

۵. نشان دهید که لااقل از سه واکنش هسته‌ای (که در آنها هدفها از نوکلیدهای پایدار ساخته شده‌اند) می‌توان برای تولید (الف) ازت 13 ، (ب) نئون 21 ، و (ج) آهن 57 استفاده کرد.

۶. Q یک واکنش هسته‌ای را می‌توان با اندازه‌گیری انرژیهای جنبشی K_x و K_y ذره فرودی و ذره سبک وزن خروجی، تحت یک زاویه معلوم بین راستاهای ذرات فرودی x و ذرات خروجی y ، محاسبه کرد. نشان دهید که اگر ذرات y تحت زاویه 90 درجه مشاهده شوند، Q یک واکنش از رابطه

$$Q = K_y[1 + (m_y/M_Y)] - K_x[1 - (m_x/M_Y)]$$

به دست می‌آید.

۷. ذرات α با هدف آلومینیوم برخورد می‌کنند و واکنش ${}^{27}_{13}\text{Al}(\alpha, p){}^{30}_{14}\text{Si}$ را باعث

می‌شوند. پروتون‌ها تحت زاویه ۹۰ درجه نسبت به باریکه فرودی مشاهده می‌شوند. اگر ذرات α دارای انرژی 800 MeV باشند، به‌ازای چه انرژی‌هایی، قله‌ها در توزیع پروتون وجود خواهند داشت؟ (دک مسئله ۶ و شکل‌های ۱۴.۱۰ و ۱۵.۱۰)

۸. دوهسته هلیوم، که انرژی جنبشی هر یک 20 MeV است، برخورد رودر رو می‌کنند و واکنش ${}^4\text{He}(\alpha, p){}^7\text{Li}$ را تولید می‌کنند. انرژی جنبشی پروتون‌هایی که از این واکنش خارج می‌شوند چقدر است؟

۹. یک نوترون 60 MeV با یک هسته هلیوم ۳ که دارای 20 MeV انرژی است برخورد رودر رو می‌کند و دو دوترون تولید می‌کند. انرژی جنبشی هر یک از دوترون‌ها چقدر است؟

۱۰. با فرض آنکه هدف در واکنش ${}^4\text{He}(n, d){}^3\text{H}$ اتم‌های هلیوم به‌حال سکون باشد، انرژی جنبشی آستانه نوترون‌ها در این واکنش چقدر است؟

۱۱. برای تولید فسروپاشی فوتونی یک هسته هلیوم ۳، که در آغاز به‌حال سکون است (الف) به یک دوترون و یک نوترون و (ب) به یک پروتون و دو نوترون، کمینه انرژی‌های لازم فوتون چقدر است؟

۱۲. (الف) انرژی آستانه نوترون در واکنش ${}^3\text{He}(n, d){}^2\text{H}$ چقدر است؟ (ب) فرض کنید که دوترون‌های با انرژی 40 MeV با دوترون‌های آزاد در حال سکون برخورد می‌کنند و فرض کنید نوترونی که در این واکنش تولید می‌شود در جهت خلاف دوترون حرکت می‌کند. انرژی جنبشی نوترون چقدر است؟ (ج) انرژی جنبشی هسته هلیوم ۳ چقدر است؟

۱۳. با چه انرژی جنبشی کمینه‌ای باید یک پروتون بایک تریتون (هسته اتم تریتیوم، ${}^3\text{H}$) که در آغاز به‌حال سکون است برخورد کند تا دو دوترون تولید شود؟

۱۴. (الف) با چه انرژی جنبشی کمینه‌ای دوترون‌ها باید با یک هدف ${}^7\text{Li}$ برخورد کنند تا نوترون‌ها تولید شوند؟ (ب) یون‌های ${}^7\text{Li}$ با چه انرژی جنبشی کمینه‌ای باید با هدفی از دوتریوم برخورد کنند تا در همان واکنش هسته‌ای نوترون‌ها تولید شوند؟

۱۵. هسته‌های کربن ۱۱ آزاد که در آغاز به‌حال سکون‌اند به بورون ۱۱ واپاشیده می‌شوند. انرژی جنبشی بیشینه (الف) نوترینوها، (ب) پوزیترون‌ها، و (ج) هسته‌های بورون ۱۱ چقدر است؟

۱۶. در روابطی که انرژی جنبشی آستانه ذره فرودی را در يك واکنش هسته‌ای انرژی گیر (که در آن ذره هدف در آزمایشگاه به حال سکون است) به دست می‌دهند [معادلات (۶.۱۰) و (۷.۱۰)] ذره هدف آزاد فرض می‌شود. چنانچه ذره هدف تا حدی مقید باشد، آیا انرژی آستانه افزایش می‌یابد یا کاهش؟

۱۷. چرا برای يك ماده هدف بخصوص، واکنش گیراندازی-تابشی نوترون (n, γ) ، دارای سطح مقطعی به مراتب بزرگتر از سطح مقطع واکنشهای رقیب، همچون (n, p) ، (n, α) ، و (n, d) است؟

۱۸. (الف) ارتفاع سد کولنی در برخورد يك پروتون با يك هسته ${}^1_0\text{B}$ را بر حسب MeV محاسبه کنید [برای برد نیروی هسته‌ای از معادله (۸.۹) استفاده کنید].
(ب) در چه انرژی جنبشی کمینه پروتونی می‌توان انتظار وقوع واکنش ${}^9_4\text{Be}(p, \alpha){}^6_3\text{Li}$ را داشت، فرض کنید که هیچ ذره‌ای از سد هسته‌ای نفوذ نمی‌کند (هیچ اثر تونلی وجود ندارد)؟ اینکه این واکنش در واقع به ازای انرژیهای جنبشی به مراتب کوچکتر ذره α رخ می‌دهد گواه روشنی از اثر تونل هسته‌ای است.

۱۹. سطح مقطع، در درآشامی نوترون با انرژی بالا چگونه با عدد جرمی A ی ماده هدف تغییر می‌کند؟

۲۰. سطح مقطع واکنش فوتون-هسته برای ${}^{197}_{79}\text{Au}$ بیشینه شدیدی را برای فوتونهای 13.90 MeV نشان می‌دهد (يك «تشدید عظیم»). انرژی برانگیختگی هسته‌ای متناظر با هسته ${}^{197}_{79}\text{Au}^*$ چقدر است؟

۲۱. برگ نازکی به جرم 8 mg از کادمیوم ^{112} ، برای يك دوره ۳۰ دقیقه‌ای در معرض باریکده‌ای از نوترونهای گرمایی که شار نوترونی آن $10^{13} \text{ neutrons/cm}^2\text{-s}$ است قرار می‌گیرد. سطح مقطع گیراندازی نوترونهای گرمایی در کادمیوم ^{112} برابر 2×10^3 بارن است. (الف) چه تعداد از هسته‌های کادمیوم ^{113} تشکیل می‌شود؟ (ب) کادمیوم ^{113} با نیم عمر ۵ سال واپاشیده می‌شود؛ با فرض آنکه تعداد ناچیزی از هسته‌های کادمیوم ^{113} در طول تابش‌دهی واپاشیده شوند، فعالیت این برگ بلافاصله پس از دوره تابش‌دهی چقدر است؟ (توجه کنید که اگر این فعالیت اندازه‌گیری شود، چنین روشی امکان محاسبه سطح مقطع گیراندازی را فراهم می‌کند).

۲۲. سطح مقطع گیراندازی پادنوترینو که طبق واکنش $p(\nu, e^+)n$ انجام شود از مرتبه

۲۰-۱۵ بارن است. نشان دهید که تعداد نوترینوها، در يك باریکه نوترینویی، پس از طی فاصله ۱۰۰ سال نوری در يك جامد به حدود نصف کاهش می یابد. چگالی را برابر چگالی زمین، 6 g/cm^3 اختیار کنید و فرض کنید که حدود نیمی از همه نوکلئونها پروتون است.

۲۳. طبق معادله (۸.۱۰)، تعداد نسبی ذرات فرودی که در فرایندی با سطح مقطع σ در يك برگ بسیار نازك از ماده شرکت می کنند با $\sigma N t$ بیان می شود، که در آن N تعداد ذرات هدف در واحد حجم و t ضخامت برگ است. نشان دهید که تعداد نسبی ذرات فرودی که از يك برگ ضخیم هدف خارج می شوند با $e^{-\sigma N t}$ داده می شود.

۲۴. چه هدفهایی از هسته های پایدار و ذرات فرودی معمولی را می توان به کار برد تا در يك واکنش هسته ای، ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ به عنوان هسته مرکب تولید شود.

۲۵. (الف) نشان دهید که ثابت پلانك بخش بر 2π را می توان به صورت

$$6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV-s}$$

بیان کرد. (ب) پهنای تقریبی خط يك حالت هسته ای برانگیخته با طول عمری برابر عمر هسته چقدر است؟

۲۶. سطح مقطع گیراندازی نوترونی يك هسته، تشدید با پهنای 25 eV نشان می دهد (شکل ۱۲.۱۰). طول عمر تقریبی حالت برانگیخته هسته ای متناظر چقدر است؟

۲۷. يك هدف ${}^{12}_6\text{C}$ مورد اصابت الکترونهاي 180 MeV قرار می گیرد. الکترونهاي پراکنده در انرژیهای ۱۸۰، ۱۷۶، ۱۷۲، و ۱۷۰ میلیون الکترون ولت قله می سازند. انرژیهای برانگیختگی حالت های برانگیخته ${}^{12}_6\text{C}$ چقدر است؟

۲۸. هسته ای از ${}^{244}_{94}\text{Pu}^*$ به پاره های شکافت ${}^{144}_{54}\text{Ba}$ و ${}^{98}_{38}\text{Sr}$ واپاشیده می شود. فرض کنید که این دو پاره کروی اند و درست بلافاصله پس از تشکیل با هم تماس حاصل می کنند. (الف) انرژی پتانسیل کولنی (بر حسب MeV) این زوج از پاره ها چقدر است؟ (ب) این انرژی کولنی را با انرژی کل آزاد شده در این فرایند شکافت مقایسه کنید.

۲۹. دمای «گازی» که از پاره های شکافت ترکیب شده است چقدر است؟ فرض کنید که در هر شکافت دو پاره هم اندازه تولید می شود و فرض کنید که انرژی جنبشی هر پاره

۷۰ MeV است.

۳۰. (الف) انرژی جنبشی متوسط (بر حسب MeV) به ازای یک ذره، برای دمای $2 \times 10^4 K$ در قسمت درونی خورشید چقدر است؟ (ب) کمینه فاصله جدایی بین پروتونهایی که دارای این انرژی جنبشی‌اند و با هم برخورد رودررو می‌کنند چقدر است؟

۳۱. به‌طور کلی، در حدود $10^{21} kg$ آب در زمین وجود دارد، که در آن به‌ازای هر 6000 مولکول H_2O یک مولکول D_2O موجود است. فرض کنید که همه این دوتریوم در واکنش همجوشی $H(d, p)^4He$ مورد استفاده قرار می‌گیرد، مقدار کل انرژی که در این واکنش استخراج می‌شود چقدر است؟

۳۲. در یک چرخه پروتون-پروتون، تقریباً ۱۰ درصد از $25 MeV$ انرژی آزاد شده به‌وسیله دوترینو که در هر چرخه گسیل می‌شوند حمل می‌شود. شدت تابش خورشید در سطح زمین برابر $1.4 KW/m^2$ است؛ فاصله زمین تا خورشید $1.5 \times 10^{11} m$ است. (الف) آهنگی که با آن نوترینوها در قسمت درونی خورشید و به‌وسیله واکنشهای همجوشی گرما هسته‌ای تولید می‌شوند چقدر است؟ (ب) شار نوترینوها (بر حسب $number/m^2-s$) در سطح زمین چقدر است؟ (ج) چگالی نوترینوها (بر حسب $number/m^3$) که از خورشید سرچشمه می‌گیرند در سطح زمین چقدر است؟

کتابشناسی

کتابشناسی فصل ۹ را ببینید.

Smyth, H. DeW.: *Atomic Energy for Military Purposes*. Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1945.

گزارش اسمیت شرحی تاریخی بر پیشرفتهای قابل ملاحظه علمی و فنی را، که به نخستین رهایی انرژی هسته‌ای در مقیاس بزرگ منجر می‌شوند، ارائه می‌دهد.

ذرات بنیادی

کاوش بشر در مورد سنگ بناهای نهایی طبیعت به یونان باستان برمی گردد؛ در آن زمان تصور می شد که عناصر چهارگانه خاک، آب، هوا، و آتش (و احتمالاً يك عنصر ائیری یا «عنصر پنجم») اجزای اساسی سایر موادند. سپس مفاهیم عناصر شیمیایی، چون مولکولها و اتمها، و سرانجام مفاهیم ذرات موجود در اتمها و حتی در هسته ها پدیدار شد. جستجو برای یافتن ذرات بنیادی متضمن این انتظار است که اگر ذرات واقعاً بنیادی (با این امید که فقط از چند نوع متمایز باشند) شناخته شوند و قواعد تأثیر آنها برهمدیگر فراگرفته شود، در آن صورت بقیه فیزیک، با همه سختیش، بسیار ساده خواهد شد. در حال حاضر تمامی شیمی، از جمله خواص شیمیایی و جدول تناوبی، به طور ضمنی در توصیف مکانیک موجی ساختار اتمی وجود دارد.

کاوش بشر هنوز پایان نیافته است و احتمالاً هرگز پایان نخواهد یافت. تعداد ذراتی که اکنون تصور می رود به يك معنی بنیادی اند زیاد است و می توان آنها را برای تشکیل نقشهای همسوس، به طرق گوناگون دسته بندی کرد؛ ولی هنوز نقش کل از دسترس فیزیکدانان به دور است. در واقع، انگیزه اصلی ساختن ماشینهای شتابدهنده با انرژیهای بالا و بالاتر، تولید ذرات بیشتر و مطالعه خواص ذراتی است که تاکنون شناخته شده اند. از این رو، فیزیک ذرات بنیادی همان فیزیک ذرات با انرژی بالاست.

مطالعه فیزیک ذرات بنیادی تا حد زیادی مطالعه چهار نیروی اساسی بین ذرات است. برهم کنش قوی یا هسته‌ای، برهم کنش مغناطیسی، برهم کنش ضعیف، و برهم کنش بازم ضعیفتر گرانشی. مطالعه فیزیک ذرات بنیادی مطالعه قوانین بقا نیز هست، البته نه صرفاً قوانین کلاسیک کاملاً معلوم جرم انرژی، اندازه حرکت، اندازه حرکت زاویه‌ای، و بار الکتریکی، بلکه همچنین مطالعه قوانین دیگری که تا حدی ناشناخته‌اند. سرانجام، این مطالعه مربوط می‌شود به اینکه چگونه می‌توان نیروهای اساسی، قوانین بقا، خواص ذاتی ذرات، و حتی خواص فضایی و زمانی را باهم تلفیق کرد به طوری که بی‌معنی نباشند. در اینجا بر جنبه‌های ذره‌ای ماده عطف توجه خواهیم کرد، ولی البته می‌دانیم که هر به اصطلاح ذره‌ای طبق نظریهٔ اساسی کوانتومی دارای یک جنبهٔ موجی نیز هست. هنگامی که برهم کنشهای ذرات بنیادی را بایکدیگر بررسی می‌کنیم، آنها را به صورت ذره در نظر می‌گیریم؛ خواص موجی بر انتشار آنها در فضا حاکم است.

۱۰۱۱ برهم کنش الکترومغناطیسی

مطلب را با بحث دربارهٔ ذراتی آغاز می‌کنیم که قبلاً آنها را به لحاظی بنیادی در نظر می‌گرفتیم؛ یعنی، الکترون، پروتون، و فوتون (ذرهٔ تابش الکترومغناطیسی)، و دو پاد ذره پوزیترون (که با e^+ نمایش داده می‌شود) و پاد پروتون (که با p^- نشان داده می‌شود). هر یک از این ذرات بنیادی دارای خواص ذاتی معینی، همچون بار الکتریکی معین، جرم (یا انرژی) سکون معین، اندازه حرکت زاویه‌ای (یا اسپین) ذاتی معین، و یک طول عمر میسانگین، قبل از واپاشی به سایر ذرات بنیادی، هستند. چون هر پنج ذره فوق در قبال واپاشی خود به خودی پایدارند، هر یک دارای طول عمری نامتناهی هستند. جدول ۱۰۱۱ را ببینید.

برهم کنش الکترومغناطیسی بین این ذرات را چگونه توصیف می‌کنیم؟ همان طور که در فصل ۴ مشاهده کردیم، در بحث پیرامون برهم کنش بین تابش الکترومغناطیسی و یک ذرهٔ باردار، باید تابش را شامل فوتونهای ذره‌گونه و وقوع هر برهم کنش را در یک نقطه از فضا و زمان در نظر بگیریم. این مطلب با چندین برهم کنش فوتون - الکترون در شکل ۱۹.۴ نشان داده شده است. خواهیم دید که همهٔ برهم کنشهای فوتون - الکترون و، در حقیقت همهٔ دیگر برهم کنشهای الکترومغناطیسی، صرفاً مثالهایی از یک برهم کنش اساسی بین یک ذره با بار الکتریکی و یک فوتون هستند.

نمایش این برهم کنشها در یک نمودار فضا - زمانی مطلب را روشن می‌کند. در این نمودار زمان به عنوان محور قائم بر حسب مکان به عنوان محور افقی رسم شده است. برای

جدول ۱۰۱۱ برخی خواص چند ذره بنیادی

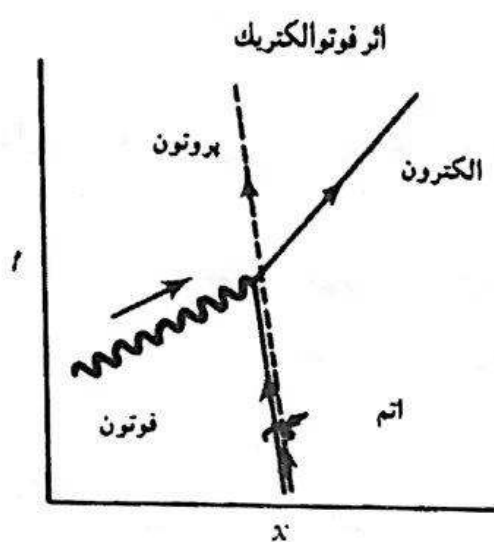
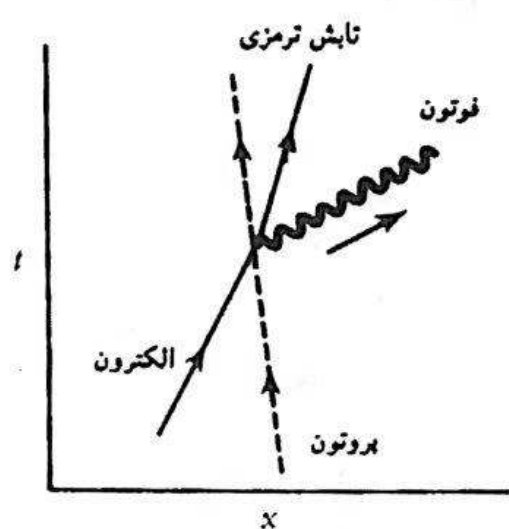
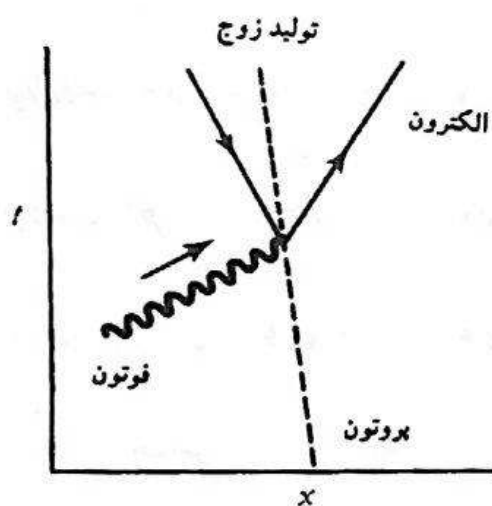
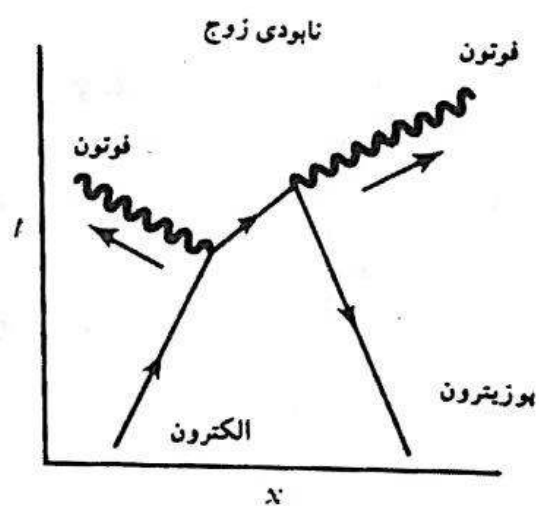
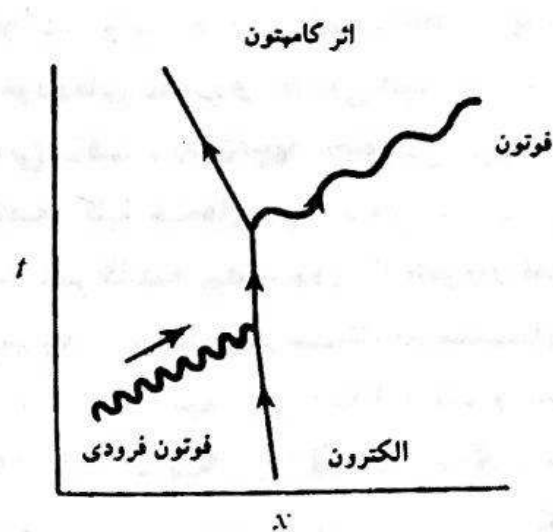
ذره	جرم سکون، m_e	انرژی سکون، MeV	بار، واحد بار الکترون	اسپین، اندازه حرکت زاویه‌ای عمر $\times \hbar$	طول s
فوتون γ	۰	۰	۰	۱	∞
الکترون e^-	۱	۰٫۵۱۱	-۱	$\frac{1}{2}$	∞
پوزیترون e^+	۱	۰٫۵۱۱	+۱	$\frac{1}{2}$	∞
پروتون p^+	۱۸۳۶	۹۳۸٫۲۵۶	+۱	$\frac{1}{2}$	∞
پاد پروتون p^-	۱۸۳۶	۹۳۸٫۲۵۶	-۱	$\frac{1}{2}$	∞

 * بر حسب واحد جرم الکترون m_e .

سهولت، موضع فضایی ذره را فقط در يك بعد نشان می‌دهیم (و لذا، همه برخوردها را برخوردهای رودرو تلقی می‌کنیم)؛ اگرچه تمامی رویدادها در سه بعد فضایی و يك بعد زمانی از فضا - زمان چهار بعدی رخ می‌دهند، اما يك منحنی دوبعدی زمان بر حسب يك تك مختصه، کلیه جنبه‌های مهم برهم‌کنشها را در بر می‌گیرد.

سرگذشت يك ذره در يك نمودار فضا - زمانی با خطی، به نام جهانخط نشان داده می‌شود. این خط در سرعت ثابت، مستقیم است. خط قائم نمایشگر ذره‌ای است که مختصه x آن با زمان تغییر نمی‌کند؛ این ذره در حال سکون است. خطی که نسبت به قائم شیب داشته باشد نمایشگر ذره در حال حرکت است و زاویه بین این خط و قائم با سرعت ذره افزایش می‌یابد. چون فوتون یا هر ذره دیگری که دارای جرم سکون صفر است با سرعت بیشینه ممکن حرکت می‌کند، زاویه جهانخط آن نسبت به قائم بیشینه است.

شکل ۱۰۱۱ نمودارهای فضا - زمانی برهم‌کنشهای اساسی الکترون - فوتون را که با برهم‌کنشهای شکل ۱۹۰۴ متناظرند نشان می‌دهد. چون زمان با افزایش مختصه قائم از گذشته به آینده می‌رود، رویدادهای واقع بر نمودار را از پایینترین نقطه به بالاترین نقطه



شکل ۱۰۱۱ نمودارهای فضا-زمانی برهم کنشهای اساسی الکترون-فوتون. الکترون با خط پر، فوتون با خط موجدار، و پوزیترون با خط چین نمایش داده شده‌اند. پوزیترونی که در زمان به‌سوی جلو حرکت می‌کند با الکترونی که در زمان به‌سوی عقب حرکت می‌کند متناظر است.

می‌خوانیم. در پاراگرافهای زیر هر يك از قسمتهای این شکل را به ترتیب بررسی خواهیم کرد.

در اثر فوتوالکتریک، اتم هیدروژن که شامل يك الکترون و يك پروتون مقید به هم است با فوتون برخورد می‌کند. پس از انجام برهم کنش فوتون نابود می‌شود و الکترون و پروتون، به صورت ذرات مجزا، از هم دور می‌شوند. رویداد فضا-زمانی که این برهم کنش را مشخص می‌کند در شکل متناظر با رأس است، یعنی جایی که خطوط ورودی فوتون و الکترون به يك خط خروجی الکترون تبدیل می‌شوند (حرکت پروتون واقعاً خالص باقی می‌ماند). چون اتم هیدروژن در ابتدا شامل يك الکترون و يك پروتون مقید به هم بود، نتیجه خالص برهم کنش در آشامی يك فوتون (از طریق اثر فوتوالکتریک) حقیقی است. تعداد کل الکترونها (یا پروتونها) بی که به برهم کنش وارد و از آن خارج می‌شوند تغییر نمی‌کند. در تابش ترمزی، يك الکترون در برخورد با يك پروتون يك فوتون می‌آفریند. این برهم کنش نیز يك رویداد لحظه‌ای است که در يك رأس واقع بر نمودار فضا-زمانی، که در آن خط فوتون به خط الکترون وصل می‌شود، روی می‌دهد؛ سپس این خط الکترون شیبدار می‌شود و گویای آن است که اندازه حرکت و انرژی الکترون تغییر می‌کند. در حقیقت، می‌توان تصور کرد که الکترون ورودی در رأس نابود می‌شود، در حالی که الکترون دیگری به عنوان الکترون خروجی با اندازه حرکت و انرژی متفاوت، به طور همزمان آفریده می‌شود.

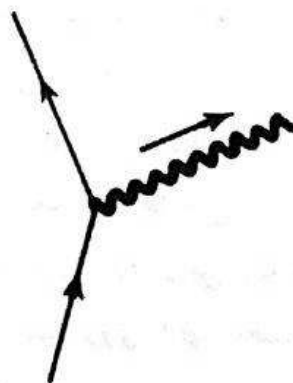
در تولید زوج، يك فوتون نابود می‌شود و يك الکترون و يك پوزیترون آفریده می‌شوند. در اینجا پوزیترون (یعنی پاد ذره الکترون) با يك جهان خط الکترون، که جهت آن معکوس شده باشد نشان داده می‌شود؛ این پاد ذره به عنوان الکترونی که در زمان به سوی عقب حرکت می‌کند تلقی می‌شود. يك چنین نمایشی، یعنی هم‌ارز بودن حرکت يك پاد ذره در زمان به سوی جلو با حرکت يك ذره در زمان به سوی عقب، با نظریه میدان کوانتومی الکترومغناطیسی توجیه می‌شود. نمایشی که در آن آفرینش يك ذره هم‌ارز نابودی پاد ذره آن است نیز چنین است. در این صورت، مشاهده می‌کنیم که خطوط الکترون و فوتون که نمایشگر فرایند تولید زوج‌اند اساساً همانند خطوطی هستند که نمایشگر اثر فوتوالکتریک و تابش ترمزی است: خط شیبدار الکترون در رأس به خط فوتون وصل می‌شود. این فرایندها، فرایندهای دیگری نیز که بعداً روی آنها بحث خواهیم کرد، تنها در سمنگیری خطوط در نمودار فضا-زمانی اختلاف دارند.

در نابودی زوج، يك الکترون و يك پوزیترون به هم می‌پیوندند و يك فوتون می‌آفرینند. برای اینکه اندازه حرکت پایسته بماند، نوعاً دو یا چند فوتون در نابودی

زوج آفریده می‌شوند؛ می‌توان ابتدا تولید يك فوتون و سپس تولید فوتون دیگر را به‌عنوان دو رویداد مجزا ولی تقریباً همزمان، تصور کرد.

اثر کامپتون فرایندی است که در آن يك فوتون با يك ذره باردار برهم‌کنش می‌کند و يك فوتون پراکنده را که منحرف شده است تولید می‌کند. در واقع، همان‌طور که در شکل ۱۰۱۱ نشان داده شده است، اثر کامپتون به‌صورت دو برهم‌کنش متمایز رخ می‌دهد: فوتون فرودی به الکترون فرودی ملحق می‌شود و يك الکترون میانی تولید می‌شود؛ سپس، الکترون میانی يك فوتون و يك الکترون تولید می‌کند. مانند قبل هر رأس، نقطه‌ای در فضا-زمان است که در آن خط الکترون به خط فوتون وصل می‌شود.

در واقع، طبق نظریه میدان کوانتومی، برهم‌کنش اساسی الکترومغناطیسی را می‌توان به‌عنوان رویدادی لحظه‌ای تلقی کرد که در آن يك ذره باردار یا پاد ذره آن آفریده و نابود می‌شود، یا هر دو آفریده و باهم نابود می‌شوند و يك فوتون آفریده یا نابود می‌شود، (شکل ۲۰۱۱). هنگامی که يك جهان‌خط الکترون تغییر جهت می‌دهد، می‌توان تصور کرد که يك الکترون با انرژی و اندازه حرکت معین نابود و الکترون دیگری با انرژی و اندازه حرکت متفاوت با آن آفریده می‌شود. تمامی برهم‌کنشهای فوتون-الکترون شامل يك یا چند رأس واقع بر يك نمودار اصلی‌اند که صرفاً در فضا-زمان دوران کرده است. البته، می‌توان نمودارهای دقیقاً مشابهی را برای نمایش برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی بین پروتونها یا پادپروتونها و فوتونها رسم کرد، جهان‌خط پر، به‌جای الکترون یا پوزیترون، نمایشگر پروتون یا پادپروتون است. به‌طور کلی، برای نمایش برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی بین هر ذره باردار و يك فوتون می‌توان از همین نمودارها استفاده کرد.

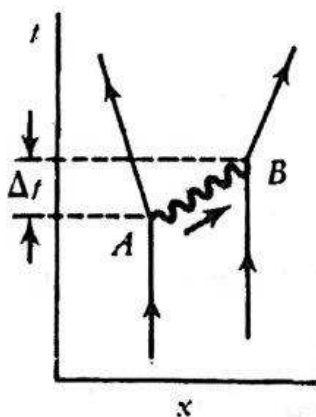


شکل ۲۰۱۱ نمودار برهم‌کنش اساسی الکترومغناطیسی.

هر پنج ذره جدول ۱۰۱۱ در قبال واپاشی خود به خودی پایدارند. در هر برهم کنشی که بین آنها رخ دهد چند خاصیت بنیادی فیزیکی دقیقاً پایسته می مانند؛ این خواص عبارت اند از بقای اندازه حرکت خطی، جرم انرژی نسبی، اندازه حرکت زاویه ای، و بار الکتریکی. علاوه بر این، در هر برهم کنش تعداد الکترونها منهای تعداد پوزیترونها پایسته می ماند. به زبان نموداری این بدان معناست که جهان خط الکترون بی انتهاست. به ازای هر خط الکترونی که به رأس وارد می شود، يك خط الکترون از آن خارج می شود (هر «خط الکترون» که در زمان به سوی عقب می رود حاکی از پوزیترونی است که در زمان به سوی جلو می رود). به طور مشابه در هر برهم کنش، تعداد پروتونها منهای تعداد پادپروتونها ثابت است؛ از لحاظ نموداری، خطوط پروتون پیوسته هستند. اگرچه این قوانین بقای جدیداً کشف شده بر تفاضل تعداد الکترونها و پوزیترونها و بر تفاضل تعداد پروتونها و پادپروتونها حاکم اند، اما هیچ محدودیتی بر تعداد فوتونها یا تعداد جداگانه الکترونها و پروتونها و پاد ذرات مربوط به آنها وجود ندارد.

تاکنون برهم کنش بین تابش الکترومغناطیسی و ذره باردار را بر حسب نمودار اساسی فضا-زمانی توصیف می کردیم. اما راجع به برهم کنش بین دو ذره باردار، یعنی برهم کنشی که در نظریه الکترومغناطیسی کلاسیک بر حسب میدانهای الکتریکی و مغناطیسی حاصل از دو ذره و بر حسب نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی توصیف می شد، چه می توان گفت؟ این برهم کنش را نیز می توان به آفرینش و نابودی فوتونها نسبت داد.

شکل ۳۰۱۱ که برخورد دو درو بین دو الکترون را نشان می دهد در نظر می گیریم.



شکل ۳۰۱۱ نمودار فاینمن در مورد برهم کنش بین دو الکترون.

یکی از این دوالکترتون خود به خود در رأس A يك فوتون می آفریند (از طریق فرایند قابشی قهرزی شکل ۱۰۱۱)، و دیگری این فوتون را در رأس B درمی آشامد (از طریق اثر فوتوالکتریک شکل ۱۰۱۱). انرژی و اندازه حرکت هر يك از این دوالکترتون برهم کنش کننده، در اثر تبادل فوتون، تغییر می کند؛ يك نیروی مغناطیسی بر هر يك از ذرات باردار وارد می شود. ذره ای که تبادل آن موجب نیروی بین ذرات باردار می شود فوتون مجازی نامیده می شود و خود غیر قابل مشاهده است. فوتون مجازی با سرعت c حرکت می کند. ذرات باردار خواصی چون انرژی و اندازه حرکت را با تبادل فوتونهای مجازی مبادله می کنند. نمودار برهم کنشها در فضا-زمان را (شکل ۳۰۱۱) به یاد بود فاینمن، نمودارهای فاینمن می نامند؛ زیرا وی از این نمودارها به روش ساده ای برای نمایش و محاسبه جزئیات برهم کنشهای الکترومغناطیسی بین ذرات کوانتومی استفاده کرد.

نیروی کولنی و سایر نیروهای مغناطیسی بین ذرات باردار را می توان بر حسب تبادل پیوسته فوتونهای مجازی بین ذرات باردار توصیف کرد. ولی، بین فوتونهای مجازی (که واسطه نیروی مغناطیسی بین ذرات باردارند) و فوتونهای حقیقی تفاوتی وجود دارد، و آن این است که فوتونهای حقیقی قابل مشاهده هستند در حالی که فوتونهای مجازی را نمی توان مشاهده کرد.

برای درك اینکه چگونه يك ذره غیر قابل مشاهده باعث برهم کنش می شود، ابتدا توجه می کنیم که اگر يك الکترون آزاد در فضای تهی خود به خود يك فوتون گسیل می کرد و در نتیجه آن پس زده می شد، انرژی و اندازه حرکت کل دستگاه پایسته نمی ماند (به همین دلیل در برخورد واقعی قابشی قهرزی، يك ذره سنگین مورد نیاز است)؛ همین طور هم يك الکترون آزاد، بدون نقض بقای اندازه حرکت و انرژی، نمی تواند فوتون در آشامد (به همین دلیل، اثر فوتوالکتریک تنها وقتی روی می دهد که ذره ای که باید آزاد شود در ابتدا مقید است). اگر چه طی برهم کنش الکترون-الکترون، که از رأس A تا رأس B در شکل ۳۰۱۱ ادامه دارد، اندازه حرکت و انرژی پایسته می مانند، اما این دو به طور همزمان نمی توانند در هر يك از رئوس جدا از هم پایسته بمانند. غیر قابل مشاهده بودن فوتون مجازی امکان عدم بقای انرژی و اندازه حرکت را در طول بازه زمانی بین گسیل و در آشامی فوتون فراهم می کند. تا زمانی که انرژی (ΔE) و اندازه حرکت (Δp) «قرض شده» در رویداد گسیل فضا-زمانی، در بازه های زمانی و فضایی که با اصل عدم قطعیت هایزنبرگ سازگارند (یعنی، در بازه زمانی $\Delta t \geq \hbar / \Delta E$ و در بازه فضایی $\Delta x \geq \hbar / \Delta p_x$) پس داده نشود، نقض این دو قانون با نظریه کوانتومی سازگار است. از این رو انرژی کل دستگاه، طی بازه زمانی Δt می تواند از انرژی اولیه دوالکترتون ورودی بیشتر باشد. اصل

عدم قطعیت، انرژی قرض شده ΔE را که توسط آن بقای انرژی نقض می شود به مقدار

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t} \quad (۱۰۱۱)$$

محدود می کند. کمیت Δt بازه زمانی بین گسیل و درآشامی فوتون مجازی است (شکل ۳۰۱۱). همین طور عدم قطعیتها در اندازه حرکت با رابطه $\Delta p_x \approx \hbar / \Delta x$ به همدیگر مربوط می شوند. توجه کنید که بدین وسیله می توان فوتونهای مجازی را با همه انرژیها (از صفر تا بینهایت) آفرید؛ بنابراین، بازه زمانی و بازه فضایی بین رویداد گسیل و رویداد درآشامی می توانند از بازه های خیلی کوتاه (وابسته به برهم کنشهایی که فواصل بین آنها کم است و به فوتونهای مجازی که دارای انرژیهای خیلی بالا هستند) تا بازه های خیلی بلند (وابسته به فواصل بزرگ و به فوتونهای با انرژی خیلی پایین) تغییر کنند.

مثال ۱۰۱۱ برای توضیح تبادل يك فوتون مجازی بین دو ذره باردار، برهم کنش بین دو الکترون را، که هر دو در آغاز به حال سکون اند، در نظر می گیریم (شکل ۳۰۱۱). الکترونی در رأس A يك فوتون مجازی با انرژی E_γ (غیر قابل اندازه گیری) و با اندازه حرکت خطی p_γ (غیر قابل اندازه گیری) گسیل می کند و با سرعت v (فرض کنید که $v \ll c$ است) به سوی چپ پس زده می شود. مدتی بعد، این فوتون مجازی در رأس B توسط الکترون دیگری، که با همان سرعت v به سوی راست پس زده می شود، درآشامیده می شود. وضع مخصوصاً ساده (ولی غیر قابل مشاهده) ای را که در آن اندازه حرکت خطی کل همواره پایسته می ماند، انتخاب می کنیم: اندازه حرکت خطی کل، قبل، در خلال، و بعد از تبادل فوتون مجازی صفر است. (الف) انرژی ΔE «قرض شده» در طول زمان Δt چقدر است؟ (ب) چنانچه انرژی فوتون مجازی در الکترون ولت باشد، طولانیترین بازه زمانی که طی آن تبادل روی می دهد چقدر است؟ (ج) بیشترین فاصله بین این دو الکترون که يك فوتون مجازی در الکترون ولتی مبادله می کنند چقدر است؟

(الف) قبل از گسیل فوتون مجازی در A ، انرژی کل دستگاه درست برابر انرژی سکون E_0 دو الکترون است؛ اندازه حرکت خطی کل آن صفر است. با فرض اینکه اندازه حرکت خطی کل دستگاه صفر باقی بماند، گسیل فوتون مجازی اندازه حرکت p_γ را به الکترون می دهد

$$p_e = mv = p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} \quad (۲۰۱۱)$$

در اینجا m جرم الکترون و E_γ و p_γ انرژی و اندازه حرکت فوتون مجازی اند. انرژی

کل بعد از گسیل ولی قبل از درآشامی به صورت زیر است

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + E_\gamma + E_0$$

از این رو، انرژی قرض شده ΔE در خلال تبادل برابر است با

$$\Delta E = E - E_0 = \frac{1}{2}mv^2 + E_\gamma$$

یا، با توجه به رابطه $E_\gamma = mvc$ که از بقای اندازه حرکت به دست می آید، یعنی معادله (۲۰۱۱)، داریم

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv^2 + mvc = mv\left(\frac{v}{2} + c\right) \approx mvc = E_\gamma$$

که در آن فرض $v \ll c$ را به کار برده ایم. برای این تبادل، انرژی قرض شده طی بازه زمانی Δt درست برابر انرژی مجازی است. بعد از بازه زمانی Δt نیز انرژی کل دستگاه برابر E_0 است.

ب) اصل عدم قطعیت حاکی از آن است که انرژی ΔE را می توان برای زمان Δt که با رابطه

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{\Delta E} \approx \frac{\hbar}{E_\gamma}$$

داده می شود قرض کرد. چنانچه $E_\gamma = 100 \text{ eV}$ باشد، در آن صورت

$$\Delta t \approx \frac{10^{-24} \text{ J} \cdot \text{s}}{100 \text{ eV} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 10^{-15} \text{ s}$$

خواهد بود. الکترونیایی که فوتونهای مجازی با انرژی ۱۰۰ الکترون ولت مبادله می کنند این عمل را تنها برای بازه های زمانی از مرتبه 10^{-15} ثانیه می توانند انجام دهند. البته، فوتونهای مجازی با انرژی کمتر از این مقدار نیز می توانند برای بازه های زمانی طولانیتر وجود داشته باشند.

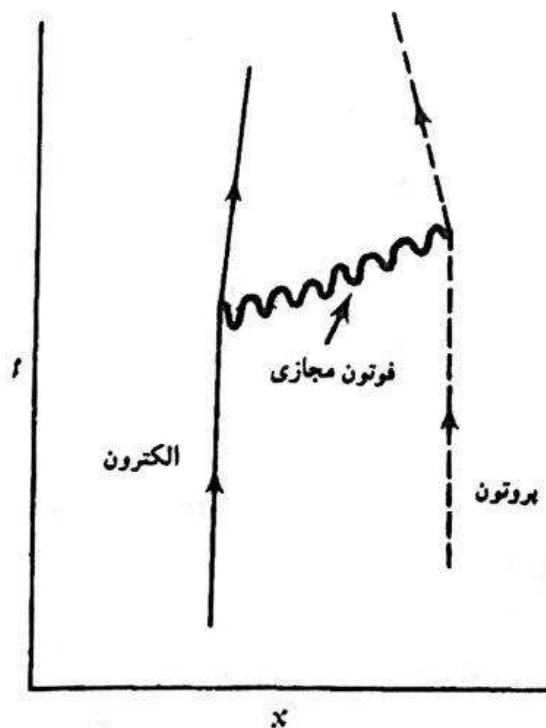
ج) فاصله بیشینه بین دو الکترون از رابطه $\Delta x = c \Delta t$ تعیین می شود. برای فوتونی با انرژی ۱۰۰ الکترون ولت، داریم $\Delta t \leq 10^{-15} \text{ s}$ و

$$\Delta x \leq (3 \times 10^8 \text{ m/s})(10^{-15} \text{ s}) = 3 \times 10^{-7} \text{ m} = 3000 \text{ \AA}$$

در محاسبات بالا به طور غیر واقعی فرض کردیم که اندازه حرکت خطی در هر لحظه، حتی طی زمان Δt ، بین گسیل فوتون مجازی و قبل از درآشامی آن توسط الکترون دوم،

پایسته می‌ماند. البته این يك امکان است، ولی قابل تحقیق نیست، زیرا اصل عدم قطعیت اندازه‌گیری اندازه حرکت‌های دوالکترون را تنها قبل و بعد از فرایند مبادله مجاز می‌دارد. بنا براین در خلال فرایند لزومی ندارد که اندازه حرکت و انرژی پایسته بمانند. واضح است که این دو، در طول مبادله يك فوتون مجازی بین يك الکترون و يك بار مثبت (مانند يك پروتون) به‌طور هم‌زمان پایسته نمی‌مانند.

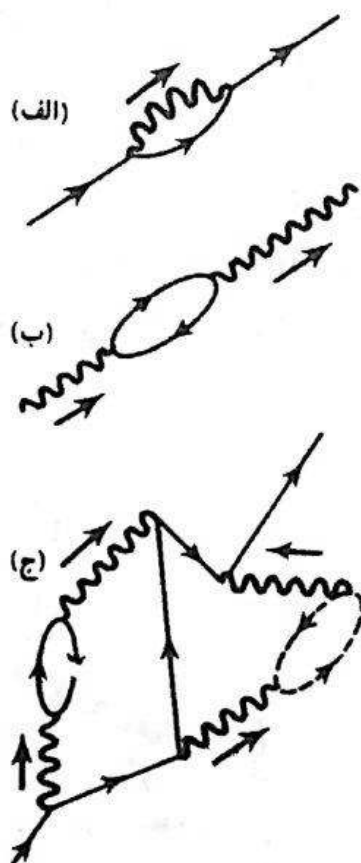
برهم‌کنش متناظر با برهم‌کنش شکل ۳.۱۱ را که در آن يك پروتون جانشین يك الکترون شده است، در نظر می‌گیریم (شکل ۴.۱۱). باز هم فرض می‌کنیم که هر دو بار در آغاز به‌حال سکون‌اند. الکترون يك فوتون گسیل می‌کند، فوتون به‌سوی پروتون حرکت می‌کند و الکترون در همان راستای حرکت فوتون پس زده می‌شود. بعداً فوتون توسط پروتون در آشامیده می‌شود، و پروتون در راستای خلاف راستای فوتون مجازی پس زده می‌شود؛ ذرات با بار مخالف یکدیگر را جذب می‌کنند. بدیهی است که گسیل فوتون مجازی در رأس اول رویدادی است که در آن نه انرژی پایسته می‌ماند نه اندازه حرکت. این عدم بقا ادامه دارد تا اینکه فوتون توسط پروتون، که پس از آن به‌سوی الکترون پس زده می‌شود، در آشامیده شود. باز هم بازه زمانی که طی آن فوتون مجازی



شکل ۴.۱۱ نمودار فضا-زمانی برهم‌کنش بین الکترون و پروتون.

مبادله می‌شود با اصل عدم قطعیت محدود می‌شود.

در برهم‌کنش بین دو ذره باردار، یک فوتون مجازی خود به‌خود توسط یکی از این دو ذره آفریده می‌شود و سپس توسط ذره دیگر درآشامیده می‌شود. آیا این فوتون مجازی می‌تواند توسط همان ذره بازدارای که آن را آفریده است درآشامیده شود؟ جواب، در حدودی که اصل عدم قطعیت برقرار است، مثبت است. شکل ۵.۱۱ الف تک‌الکترونی (یا



شکل ۵.۱۱ نمودارهای فاینمن برهم‌کنش الکترومغناطیسی، (الف) یک الکترون خود به‌خود یک فوتون می‌آفریند و مجدداً آن را درمی‌آشامد؛ (ب) یک فوتون خود به‌خود یک زوج الکترون-پوزیترون می‌آفریند، این زوج نابود و یک فوتون آفریده می‌شود؛ (ج) زنجیر پیچیده‌ای از فرایندهای نابودی و آفرینش.

هر ذره با بار الکتریکی دیگری) را نشان می‌دهد که ابتدا يك فوتون مجازی گسیل می‌کند و سپس آن را مجدداً درمی‌آشامد. علاوه بر این، همان گونه که در شکل ۵.۱۱ ب نشان داده شده است، يك فوتون (خواه حقیقی، خواه مجازی) می‌تواند يك زوج الکترون - پوزیترون خود به خود بیافریند، هر چند انرژی آن از انرژی آستانه برای تولید زوج کمتر باشد. این فرایند نیز بنا به اصل عدم قطعیت امکانپذیر است و توسط آن محدود می‌شود. این زوج مجازی می‌تواند نابود شود و فوتون اولیه را بیافریند. همان طور که در نمودار فاینمن شکل ۵.۱۱ ج نشان داده شده است، می‌توان فرایندهای بازهم پیچیده‌تری را تشکیل داد؛ البته، زنجیره فرایندهای آفرینش-نابودی، که شرح آن گذشت، صرفاً مجموعه‌ای از نمودارهای فضا-زمانی است که اساس آنها شکل ۲.۱۱ است. از این رو، هر ذره با بار الکتریکی را (حتی اگر از ذرات دیگر جدا باشد) می‌توان به عنوان ذره‌ای که فوتونهای گسیل می‌کند و مجدداً آنها را درمی‌آشامد در نظر گرفت؛ این فوتونها می‌توانند زوج ذره-پاد ذره‌ها باشند. اگر چه ذرات مجازی را نمی‌توان مستقیماً مشاهده کرد اما اعتبار این مفهوم با موفقیت محاسبات نظری نظریه میدان آثار ظریف الکترومغناطیسی، که بر این مفاهیم متکی است، موکداً به اثبات رسیده است. در حقیقت این توفیق نظریه میدان موجب شده است که این نظریه، علاوه بر برهم کنش مغناطیسی، به مدلی برای درک نیروهای بنیادی تبدیل شود و به پیشگویی ذراتی پردازد که وجود آنها بعداً توسط آزمایش تأیید می‌شود.

۲.۱۱ برهم کنش قوی

دیدیم که نیروی الکترومغناطیسی بین هر دو ذره باردار را می‌توان به مبادله فوتونهای مجازی نسبت داد. برای اینکه ماهیت بلندبرد این نیرو را به حساب آوریم (در واقع، برای اینکه بدنیروی عکس مجذوری برد فامتناهی نسبت دهیم) باید ذرات مجازی میدان (فوتونها) دارای جرم سکون صفر باشند. حال با بازگشت به نیروی هسته‌ای، یعنی نیروی قوی که بین پروتونها و نوترونها موجود در يك هسته عمل می‌کند، از خود می‌پرسیم که چگونه این میدان، بر حسب معادله ذرات مجازی توصیف می‌شود. همان طور که دیدیم (فصلهای ۹ و ۱۰)، نیروی هسته‌ای با نیروی الکترومغناطیسی کاملاً متفاوت است: در حالی که نیروی الکترومغناطیسی (همچون نیروی کولنی) در سرتاسر فضا گسترش می‌یابد (به صورت $1/r^2$ تغییر می‌کند)، نیروی هسته‌ای در فاصله‌های بیشتر از 1.4 فرمی به سمت صفر میل می‌کند (شکلهای ۳.۹ و ۴.۹). نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد و نیروی الکترومغناطیسی بلندبرد است. چنانچه خواسته باشیم نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد را بر حسب مبادله ذرات مجازی

بیان کنیم، ذرات مبادله‌ای باید چه خواصی داشته باشند؟ این سؤال برای اولین بار در سال ۱۹۳۵/۱۳۱۴ توسط فیزیکدان ژاپنی یوکاوا^۱ مطرح و بدان پاسخ داده شد.

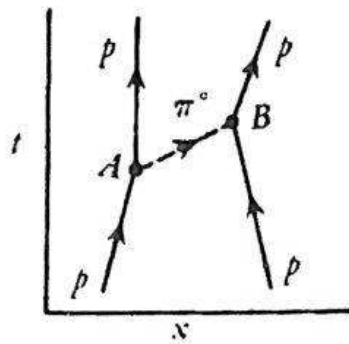
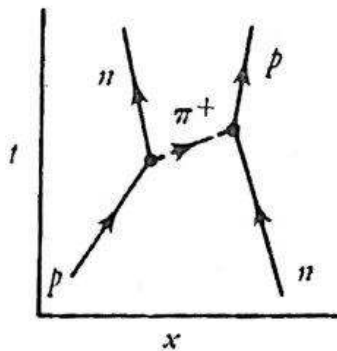
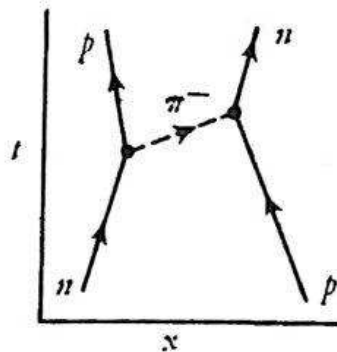
یوکاوا فرض کرد که واسطه نیروی هسته‌ای بین نوکلئونها، مبادله ذرات مجازی مربوط به میدان نیروی هسته‌ای است. مشخصات اساسی این ذرات را (اکنون آنها را مزونهای π یا به طور ساده پیونها می‌نامیم) که به عنوان عامل نیروهای هسته‌ای عمل می‌کنند، می‌توان به کمک استدلال ساده‌ای که بر اصل عدم قطعیت متکی است به دست آورد. می‌خواهیم برهم کنشهای قوی هسته‌ای بین نوکلئونها را بایک نمودار فاینمن، شبیه نموداری که برهم کنش الکترومغناطیسی را توصیف می‌کند (شکل ۳.۱۱) بیان کنیم.

در نمودار اول شکل ۶.۱۱ فرض می‌کنیم که یک پروتون، یک مزون π خنثی مجازی (π^0 ، پی صفر) در رأس A می‌آفریند و گسیل می‌کند؛ کمی بعد و پس از زمان کوتاه Δt ، پروتون دیگری این پیون را در رأس B درمی‌آشامد. در طول مدت موجودیت این پیون (Δt) اصل بقای انرژی می‌تواند نقض شود، بشرطی که نقض آن با اصل عدم قطعیت $\Delta E \Delta t \approx \hbar$ ، که در آن ΔE اکنون نمایشگر انرژی «قرض شده» در طول مبادله است، سازگار باشد. هنگامی که مزون کمی بعد توسط پروتون دوم در رأس B درآشامیده می‌شود، انرژی دستگاه مجدداً به حالت اول برمی‌گردد. مبادله‌های مزونی مشابه برای برهم کنشهای پروتون-نوترون در دیگر نمودارهای شکل ۶.۱۱ نشان داده شده‌اند. توجه کنید که سه پیون متمایز (π^+ ، π^- ، و π^0) با بارهای $+$ ، $-$ ، و 0 (بر حسب بار e الکترون) برهم کنشهای نوکلئونی گوناگونی را توصیف می‌کنند.

همه برهم کنشهای قوی نوکلئون-نوکلئون، با یک نیروی کوتاه‌برد (بخش ۲.۹) که فقط در فاصله حدود 10^{-14} فرمی گسترش می‌یابد مشخص می‌شوند. این مسئله، مسافت R را که مزون مجازی قبل از درآشامی مجدد طی می‌کند محدود می‌کند. چنانچه، برای سهولت، فرض کنیم که این مزون اساساً با سرعت نور (c) حرکت می‌کند، در آن صورت این مزون تنها در بازه زمانی مبادله (Δt) موجودیت دارد

$$\Delta t = \frac{R}{c} = \frac{10^{-14} \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = \frac{1}{3} \times 10^{-22} \text{ s}$$

با استفاده از اصل عدم قطعیت، انرژی قرض شده برابر



شکل ۶.۱۱ برهم کنشهای نوکلئون-نوکلئون
از طریق مبادلهٔ پیونهای مجازی π^+ ، π^- و π^0 .

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{10^{-24} \text{ J}\cdot\text{s}}{\frac{1}{2} \times 10^{-23} \text{ s}} = 2 \times 10^{-11} \text{ J}$$

است. به فرض آنکه انرژی قرض شده عمدتاً انرژی سکون ($E_\pi = m_\pi c^2$) پیون مجازی باشد، جرم سکون آن برابر است با

$$m_\pi = \frac{E_\pi}{c^2} \approx \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{2 \times 10^{-11} \text{ J}}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2} \approx 2 \times 10^{-28} \text{ kg} \approx 200 m_e$$

براساس این استدلال ساده انتظار می‌رود که جرم پیون از مرتبه ۲۰۰ برابر جرم m_e الکترون باشد تا بامشخصه کوتاه‌برد نیروی قوی هسته‌ای متناظر باشد.

پس از آنکه یوکاوا پیشگویی کرد که ذرات مبادله هسته‌ای باید دارای جرمی بین جرم الکترون‌ها و پروتون‌ها باشند، دانشمندان برای یافتن این ذرات، جستجو را آغاز کردند؛ البته، يك پیون مجازی را که بین يك زوج از نوکلئون‌ها مبادله می‌شود نمی‌توان مشاهده کرد، ولی چنانچه به مقدار کافی انرژی (از مرتبه چند صد مگا الکترون‌ولت) به يك دستگاه هسته‌ای داده شود، پیون‌های حقیقی را می‌توان آفرید، و هنگامی که این پیون‌ها هسته را ترك می‌گویند می‌توان آنها را آشکار کرد. مزون‌های π باردار (مزون‌های π^+ و π^- یا، به‌طور ساده، پیون‌های باردار) که دارای همه خواص ذرات مبادله‌ای هسته‌ای‌اند، برای اولین بار در سال ۱۹۴۷/۱۳۲۶ شناسایی شدند؛ مزون بی بار این گروه، π^0 ، ۳ سال بعد آشکار شد. پیون‌ها را می‌توان در برخوردهای بین نوکلئون‌های با انرژی بالا، مانند واکنشهایی چون $p+n \rightarrow p+n+\pi^++\pi^-$ ، تولید کرد. تا دهه ۱۹۴۰/۱۳۱۹، واکنشهای با انرژی بالای لازم برای آفرینش این واکنشها، تنها در رویدادهای کنترل نشده و کمیاب، که توسط تابش کیهانی راه انداخته می‌شدند، دسترس پذیر بودند. پس از آنکه شتاب‌دهنده‌هایی که ذراتی با انرژی چند صد مگا الکترون‌ولت و بیشتر را تولید می‌کردند ساخته شدند، تعداد زیادی از پیون‌های باردار و بی‌بار، تحت شرایط کنترل شده در آزمایشگاه، تولید شدند و از این رو دانش ما درباره آنها افزایش یافت. خواص این پیون‌ها در جدول ۲۰۱۱ فهرست شده است.

پیون مانند فوتون (با اسپین ۱)، دارای اسپین درست (۰) است. درحقیقت، اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین درست، مشخصه تمامی ذرات میدانی است، و هر کدام از این ذرات دارای خواص زیرند: (۱) در هر واکنش، اعم از واکنش واپاشی یا برخورد، ذرات میدانی می‌توانند بدون محدودیت آفریده یا نابود شوند (هیچ قانون بقایی تعداد آنها را محدود نمی‌کند)، (۲) هر تعدادی از ذرات میدانی می‌توانند حالت کوانتومی یکسانی را اشغال کنند، اصل طرد پائولی در اینجا به کار نمی‌رود (بخشهای ۸۰۷ و ۳۰۱۲).

فوتون و پیون از برخی جهات متفاوت‌اند: درحالی که فوتون از لحاظ الکتریکی خنثی است، پیون در سه حالت بار وجود دارد؛ درحالی که فوتون دارای جرم سکون صفر است، جرم پیون، برای توجیه نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد، متناهی است؛ و درحالی که يك فوتون آزاد پایدار است، همه پیون‌های آزاد ناپایدارند.

واپاشی پیون‌ها یادآور رفتار يك تك نوترون است؛ زیرا چنانچه نوترون آزاد باشد به يك پروتون، يك الکترون، و يك پاد نوترینو واپاشیده می‌شود. از جدول ۲۰۱۱ مشاهده می‌شود

جدول ۲.۱۱ خواص پیون‌ها.

π^0	π^-	π^+	
۲۶۴۲۳	۲۷۳۲۳	۲۷۳۲۳	جرم سکون، m_e
۱۳۴۲۹۷	۱۳۹۲۵۸	۱۳۹۲۵۸	انرژی سکون، MeV
۰	-۱	+۱	e ، بار
۰	۰	۰	اسپین، (ضرر بدر $\hbar$)
۰	۰	۰	گشتاور مغناطیسی
۱.۸×10^{-۱۶}	۲.۵۵×10^{-۸}	۲.۵۵×10^{-۸}	طول عمر میانگین، s
$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma (98.8\%)$	$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$	$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu (99.99\%)$	مدهای واپاشی
$\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma (1.2\%)$	$\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$	$\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e (0.01\%)$	

در این فصل، هر جا که لازم باشد، پاد ذرات را با خطی در بالای نماد آنها مشخص خواهیم کرد؛ برای مثال، $\bar{\nu}_\mu$ پاد ذره ν_μ است.

که هر دو مد واپاشی π^0 شامل فوتونها هستند، یکی از واپاشیها دو فوتون (98.8% درصد از تمامی واپاشیهای π^0) و دیگری يك الكترون، يك پوزیترون، و يك فوتون (1.2% درصد از تمامی واپاشیهای π^0) تولید می کنند. بنابراین واپاشی π^0 از طریق برهم کنش الکترومغناطیسی روی می دهد.

باز هم توجه کنید که واپاشی π^0 از طریق برهم کنش الکترومغناطیسی (تقریباً 10^{-16} ثانیه) طولانیتر از مدت مربوط به برهم کنش قوی، یا هسته ای (تقریباً 10^{-23} ثانیه) است، ولی از زمان برهم کنشی که موجب واپاشی فوتون (تقریباً 10^2 ثانیه) و واپاشی پیون باردار (تقریباً 10^{-8} ثانیه) می شود خیلی کوتاهتر است. در مقایسه با برهم کنش قوی هسته ای (تقریباً 10^{-23} ثانیه) و برهم کنش الکترومغناطیسی (تقریباً 10^{-21} ثانیه)، واپاشیهای فوتون و پیونهای باردار به مراتب ضعیفترند و خیلی آهسته تر روی می دهند. این مطلب برهم کنش بنیادی دیگری را بین ذرات معرفی می کند که، چون از برهم کنشهای قوی و الکترومغناطیسی خیلی ضعیفتر است، به طور ساده برهم کنش ضعیف نامیده می شود. این برهم کنش برای اولین بار در دهه $1930/1959$ توسط فرمی در توصیف واپاشی بتای هسته های پرتوزا مورد استفاده قرار گرفت. برهم کنش ضعیف، در مقایسه با برهم کنش قوی 10^{13} بار ضعیفتر است. این عامل در مورد نیروی گرانشی فوق العاده ضعیف، حتی به 10^{27} هم می رسد. برای مقایسه قدرتهای نسبی چهار برهم کنش بنیادی جدول ۳.۱۱ را ببینید.

واپاشی پیونهای باردار، ذرات بنیادی دیگری را هم تولید می کند. مدغالب واپاشی (99.99% درصد تمام واپاشیهای پیون) به ذرات جدیدی منتهی می شود: میونهای μ^+ و μ^- و نوترینوهای ν_μ و $\bar{\nu}_\mu$ ، که وابسته به میونها و نوع متفاوتی از نوترینوهای

جدول ۳.۱۱ برهم کنشهای اساسی.

برهم کنش	قدرت نسبی	ذره میدانی
قوی	۱	پیون
الکترومغناطیسی	10^{-2}	فوتون
ضعیف	10^{-13}	ذره W (?)
گرانشی	10^{-40}	گراویتون (?)

وابسته به الکترونها (ν_e و $\bar{\nu}_e$) هستند. مشاهده می‌شود که در حدود یکبار در ۱۰۰۰۰۰ واپاشی پیوندهای باردار به الکترونها یا به پوزیترونها و نوترینوها و یا به پادنوترینوها واپاشیده می‌شوند. مسددهای واپاشی پیوندها و فرآورده‌های واپاشی را در بخش ۴.۱۱ بررسی خواهیم کرد.

۳.۱۱ يك جهان ۱۳ ذره‌ای

میون‌ها و نوترینوهای وابسته به آنها را فعلاً فراموش کنید و يك جهان فرضی را که تنها ترکیبی از ۱۳ ذره بنیادی دیگر است در نظر بگیرید. جهان واقعی از این جهان فرضی پیچیده‌تر است؛ ولی، مدل ۱۳ ذره‌ای ماده موجود در جهان حقیقی را، حداقل به‌طور تقریبی، توجیه می‌کند. جدول ۴.۱۱ این ۱۳ ذره را به ترتیب جرم‌های سکون آنها فهرست می‌کند. گرادیئون، ذره مبادله‌ای در برهم‌کنش گرانشی را در این جدول آورده‌ایم؛ اگرچه این ذره هنوز به‌طور تجربی آشکار نشده است، اما نظریه پیشگویی می‌کند که باید دارای جرم سکونی برابر صفر (برای توجیه برد نامتناهی نیروی گرانشی) و اسپین درستی برابر ۲ باشد. برای تکمیل جدول، باید ذره مبادله‌ای نمایشگر نیروی برهم‌کنشی ضعیف را، که موجب واپاشیهای نوترون و پیون می‌شود، نیز به آن بیفزاییم؛ این ذره W نامیده می‌شود. در آزمایشگاه‌های شتابدهنده با انرژی بالا و در سرتاسر جهان وجود این ذره پی‌گیری می‌شود. ذره W را از لیست خارج می‌کنیم، زیرا در اینجا فرض بر آن است که نوترون و پیون ذرات پایدارند.

ذرات جدول ۴.۱۱ از پنج گروه یا خانواده متمایزند. در هر خانواده همه ذرات دارای اسپین یکسان و جرم‌های تقریباً قابل مقایسه‌اند. خانواده‌ها را بر حسب اسپین، به‌صورت خانواده‌های با اسپین‌های نیم‌درست و خانواده‌های با اسپین‌های درست، می‌توان رده‌بندی کرد؛ در زیر، برخی خواص این خانواده‌ها را طبق این رده‌بندی از نظر می‌گذرانیم.

اسپین نیم‌درست

باریون‌ها (در زبان یونانی به معنای «سنگین») شامل پروتون، نوترون، و پاد ذرات آنها هستند. باریون‌ها سنگین‌ترین ذرات بنیادی هستند که تاکنون شناخته شده‌اند. همه آنها دارای اسپین $1/2$ و جرم‌های تقریباً برابرند. در همه چهار برهم‌کنش اساسی شرکت می‌کنند. هر باریون دارای يك پاد ذره است و در هر واکنش تعداد کل باریون‌ها ثابت است. در قانون بقای باریون‌ها به هر باریون مقدار $+$ و به هر پادباریون مقدار $-$ نسبت داده می‌شود.

جدول ۴۰۱۱ يك جهان ۱۳ ذره‌ای.

خانواده	ذره	نماد	بار الکتریکی، e	اسپین، (ضربدر $\hbar$)	جرم سکون، m_e	انرژی سکون، MeV	برهم‌کنشی که ذره در آن شرکت می‌کند
باریون	نوترون، پاد نوترون	$\bar{n}$ و n	۰	$\frac{1}{2}$	۱۸۳۹	۹۳۹.۵	قوی، الکتر و منطیسی
	پروتون، پاد پروتون	p^- ، p^+	-۱، +۱	$\frac{1}{2}$	۱۸۳۶	۹۳۸.۲	ضعیف، گرانشی
	مزون π^+	π^+	+۱	۰	۲۷۳.۳	۱۳۹.۶	قوی، الکتر و منطیسی
میزون	مزون π^-	π^-	-۱	۰	۲۷۳.۳	۱۳۹.۶	ضعیف، گرانشی
	مزون π^0	π^0	۰	۰	۲۶۴.۳	۱۳۵.۰	
	الکترون، پوزیترون	e^+ ، e^-	+۱، -۱	$\frac{1}{2}$	۱	۰.۵۱۱	الکتر و منطیسی، ضعیف، گرانشی
لپتون	نوترینو، پاد نوترینو	$\bar{\nu}_e$ ، ν_e	۰	$\frac{1}{2}$	۰	۰	ضعیف، گرانشی
	فوتون	γ	۰	۱	۰	۰	الکتر و منطیسی، گرانشی
	گرابیون		۰	۲	۰	۰	گرانشی

لپتونها (در زبان یونانی به معنای «سبك») شامل الكترون، نوترینوی وابسته به آن، و پاد ذرات آنها هستند. لپتونها دارای اسپین $1/2$ و جرمهای قابل مقایسه‌اند. الكترون و پوزیترون در برهم کنشهای الكترومغناطیسی، ضعیف، و گرانشی شرکت می‌کنند؛ نوترینو تنها در برهم کنش ضعیف و، احتمالاً، در برهم کنشهای گرانشی شرکت می‌کند. هر لپتون دارای يك پاد ذره است، و در هر واکنش تعداد كل لپتونها ثابت است. در قانون بقای لپتونها به هر لپتون مقدار $1+$ و به هر پاد لپتون مقدار $1-$ نسبت داده می‌شود.

اسپین درست

ذرات موجود در این گروهها کوانتومهای میدانی برای نیروهای برهم کنشی گوناگون بین باریونها و لپتونها هستند. این ذرات، در يك واکنش، بدون در نظر گرفتن بقای تعداد آنها می‌توانند آفریده یا نابود شوند.

مزونها شامل پیونها هستند، که برهم کنش قوی را بین باریونها انتقال می‌دهند. مزونها دارای اسپین صفر و جرمهای قابل مقایسه‌اند و در تمامی چهار برهم کنش اساسی شرکت می‌کنند.

خانواده فوتون تنها شامل فوتون است. فوتون برهم کنش الكترومغناطیسی را انتقال می‌دهد و دارای اسپین 1 و جرم سکون صفر است. در برهم کنشهای الكترومغناطیسی و گرانشی شرکت می‌کند. فوتون پاد ذره خود نیز هست.

گراویتون کوانتوم میدانی برای نیروی گرانشی است. اگر چه هنوز آشکار نشده است اما انتظار می‌رود که دارای اسپین 2 و جرم سکون صفر باشد، و تنها از طریق نیروی گرانشی برهم کنش کند.

در این قسمت از جهان که ما زندگی می‌کنیم، پروتونها، نوترونها، والكترونها سنگ بناهای اصلی هستند. اگر چه نیروی گرانشی (با واسطه گراویتونها) ضعیف است اما در دستگاههای ماکروسکوپیك مانند منظومه شمسی نیروی عمده است؛ نیروهای الكترومغناطیسی (توسط فوتونها) در دستگاههای میکروسکوپیك مانند مولکولها و اتمها نیروی عمده هستند، و نیروی قوی هسته‌ای (با واسطه پیونها) در دستگاههای زیر اتمی همچون هسته‌ها نیروی عمده است.

چند بررسی نهایی را در رابطه با ذراتی که در جدول ۴.۱۱ فهرست شده‌اند انجام می‌دهیم. نوترون، پاد نوترون، و دو پیسون باردار پایدارند؛ بدین معنا که از طریق برهم کنشهای قوی و الكترومغناطیسی واپاشیده نمی‌شوند، ولی در برهم کنش ضعیف ناپایدارند. پیون خنثی در برهم کنش قوی پایدار و در برهم کنش الكترومغناطیسی ناپایدار

است. سایر ذراتی که در جدول ۴.۱۱ فهرست شده‌اند پایدارند.

از روی این جدول مشاهده می‌کنیم که هر چه ذرات بنیادی سنگینتر باشند در برهم‌کنشهای بیشتری شرکت می‌کنند: باریونها و مزونها در هر چهار برهم‌کنش اساسی شرکت می‌کنند، لپتونها بجز در برهم‌کنش قوی در همه برهم‌کنشها شرکت دارند، فوتون در برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و گرانشی، و گراویتون فقط در برهم‌کنش گرانشی شرکت می‌کند.

برهم‌کنش قوی با انرژی تقریباً 150 مگا الکترون ولت (انرژی سکون پیونها) مشخص می‌شود، که این مقدار در حدود $1/10$ انرژی سکون باریون (در حدود 1000 مگا الکترون ولت) است. انرژی برهم‌کنش مغناطیسی حدوداً 15 مگا الکترون ولت است؛ این مقدار از روی اختلاف انرژی سکون بین اعضای باردار و بی‌بار هر گروه در جدول ۴.۱۱ مشاهده می‌شود.

اگرچه مدل ۱۳ ذره‌ای جالب توجه و نسبتاً ساده است، اما با جهان فیزیکی که در آن سکونت داریم متناظر نیست. ذرات «بنیادی» فراوان دیگری وجود دارند که نقش آنها در ساختار ماده تا حدی نامعین است؛ برای مثال، پیونهای باردار عمدتاً به میونها، که ظاهراً هیچ نقش اساسی ایفا نمی‌کنند، واپاشیده می‌شوند. علاوه بر این ذرات بسیار دیگری (غریب و با طول عمر کوتاه) مشاهده شده‌اند، و ظاهراً به همان میزان بنیادی‌اند که سایر ذرات (جدول ۴.۱۱).

۴.۱۱ ذرات اساسی

علاوه بر ذرات «بنیادی» که در جدول ۴.۱۱ فهرست شده‌اند ذرات بنیادی بیشمار دیگری مشاهده شده‌اند. این ذرات، بجز دومیون که قبلاً متذکر شدیم، در ۲۵ سال اخیر کشف شده‌اند. در این بخش ذرات مربوط به بخش گذشته را مفصلتر توصیف خواهیم کرد و به ذرات جدیداً مشاهده شده نیز خواهیم پرداخت.

هنگامی که ذرات بنیادی آزادند از سه طریق بار، جرم، و نیم عمر می‌توانند با هم اختلاف داشته باشند: بار الکتریکی هر یک از ذرات e ، $+e$ ، یا $-e$ ، و یا ۰ است؛ جرم آنها از صفر (جرم فوتون و نوترینو) تا جرمهایی بزرگتر از 4000 برابر جرم الکترون تغییر می‌کند و نیم عمر آنها می‌تواند به کوتاهی 10^{-23} ثانیه یا به بلندی ∞ باشد. گروه بندی این ذرات (همان طور که در زیر بخشهای پایین آمده است) بر حسب برهم‌کنشهایی که توسط آنها واپاشیده می‌شوند، سازنده و مفید است.

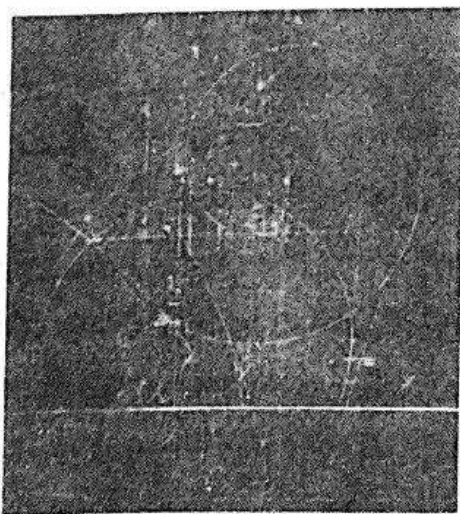
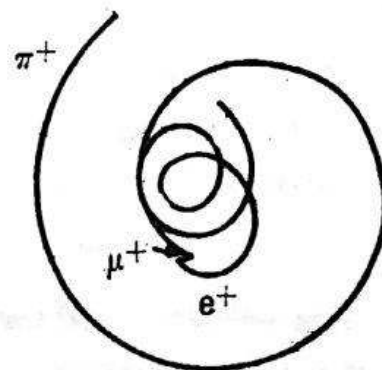
ذرات پایدار. ۹ ذره توسط هیچ برهم‌کنشی واپاشیده نمی‌شوند؛ این ذرات عبارت‌اند از:

پروتون و پادپروتون در خانوادهٔ باریون؛ الکترون، پاد الکترون، و چهار نوترینوی متفاوت در خانوادهٔ لپتون؛ و فوتون، تنها ذرهٔ میدانی پایدار (گراویتون و ذرهٔ W را در اینجا نمی‌آوریم، زیرا مشاهده نشده‌اند). سایر ذرات بنیادی ناپایدارند و از طریق برهم‌کنش قوی، ضعیف، یا الکترومغناطیسی واپاشیده می‌شوند.

ذرات ناپایدار در برهم‌کنشهای ضعیف. بیشتر ذرات بنیادی توسط برهم‌کنش ضعیف واپاشیده می‌شوند. این ذرات را به ترتیب افزایش جرم فهرست و بررسی می‌کنیم: (۱) میونها، (۲) پیونهای باردار، (۳) کائونهای باردار و بی‌بار، و (۴) نوترون، پادنوترون، و هیپرونهای باردار و بی‌بار.

۱. میونها. میونها از واپاشی ذرات میدانی مزونی در اثر نیروی هسته‌ای نتیجه می‌شوند. برای واپاشی π^+ به یک μ^+ (میون) و به دنبال آن واپاشی این μ^+ به یک پوزیترون، شکل ۷.۱۱ را مشاهده کنید. نوترینوهایی که در این دو واپاشی آفریده می‌شوند مشاهده نمی‌شوند، زیرا هیچ ردی برجای نمی‌گذارند. میونها از سایر ذرات بنیادی اسرارآمیزترند: هیچ دلیل روشنی بر وجود آنها در دست نیست. خواص میونها در جدول ۵.۱۱ به‌طور خلاصه آمده است.

توجه می‌کنیم که زوج میون-پادمیون مانستهٔ زوج الکترون-پوزیترون است: میون دارای همان بار الکترون است، و از طریق نیروی الکترومغناطیسی (و نه نیروی قوی هسته‌ای) با ماده برهم‌کنش می‌کند. ولی، برخلاف الکترون، در قبال برهم‌کنش ضعیف پایدار نیست و به یک الکترون (یا پوزیترون) و دو نوترینو واپاشیده می‌شود.



شکل ۷.۱۱ عکس مربوط به اتاقک حبابی هیدروژن مایع. در این عکس يك π^+ به يك μ^+ واپاشیده می‌شود و μ^+ ، به نوبهٔ خود به يك e^+ واپاشیده می‌شود.

جدول ۵.۱۱ خواص میونها.

μ^-	μ^+	
۲۰۶٫۷۸	۲۰۶٫۷۸	جرم سکون، m_e
۱۰۵٫۷	۱۰۵٫۷	انرژی سکون، MeV
$-e$	$+e$	بار
$1/2$	$1/2$	اسپین، (ضربدر $\hbar$)
$-100026(m_e/m_\mu)\beta$	$100026(m_e/m_\mu)\beta$	گشتاور مغناطیسی
2.20×10^{-6}	2.20×10^{-6}	عمر میانگین، s
$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_\mu$	$\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$	مد واپاشی

در مقایسه با عمر يك برهم کنش هسته‌ای (تقریباً 10^{-23} ثانیه) یا با عمر يك برهم کنش الکترومغناطیسی (تقریباً 10^{-21} ثانیه)، عمر میون (2.2×10^{-6} ثانیه) خیلی طولانی است. تمامی شواهد تجربی حاکی از آن‌اند که میون، صرف‌نظر از فرایند واپاشی، دقیقاً همانند يك الکترون سنگین رفتار می‌کند.

۲. پیوندهای باددار. خواص پیوندهای باردار در جدول ۲.۱۱ فهرست شده است. هردوپون باردار دارای عمر یکسان‌اند و از طریق برهم کنش ضعیف واپاشیده می‌شوند. متداول‌ترین واپاشی آنها واپاشی به يك میون و يك نوترینو است؛ خیلی به ندرت به يك الکترون و يك نوترینو واپاشیده می‌شوند. شکل ۷.۱۱ واپاشی يك π^+ را به يك μ^+ و يك نوترینو (که این ذره غیر قابل مشاهده است) نشان می‌دهد. از روی جدول ۲.۱۱ مشاهده می‌کنیم که پیون بی‌بار در زمانی که مشخصه برهم کنش الکترومغناطیسی است واپاشیده می‌شود و لذا در برهم کنشهای ضعیف شرکت نمی‌کند.

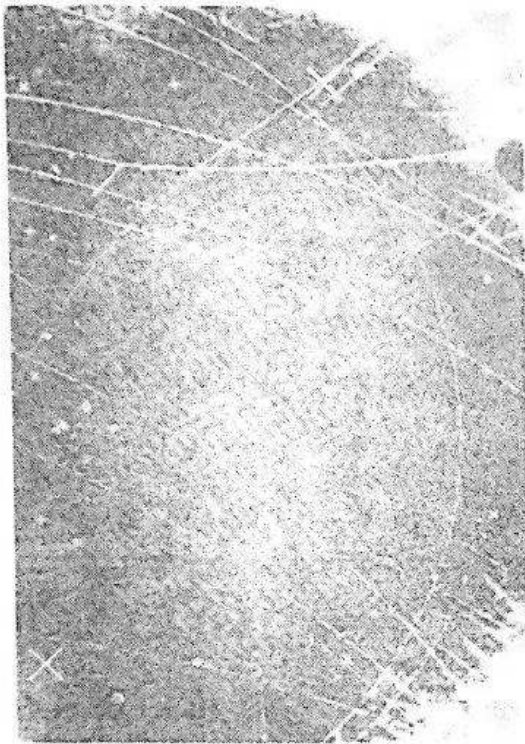
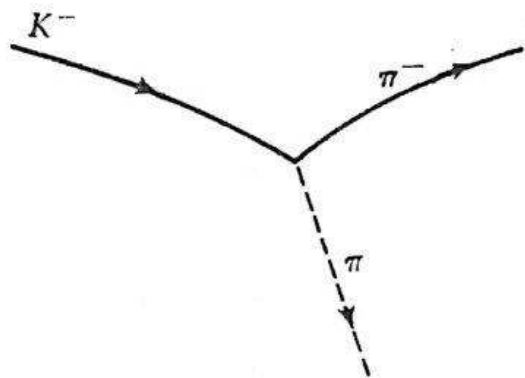
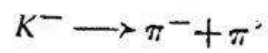
۳. کائونهای باددار و بی‌بار. مزونهای K (یا کائونها) کمی پس از کشف پیونها در سال ۱۹۴۷/۱۳۲۶ مشاهده شدند، مزونهای K دارای خواص مشابه زیادی با خواص پیونها هستند و اعضای يك خانواده (خانواده مزون) هستند. چهار کائون متفاوت وجود دارد که اسپین همه آنها صفر است. از طریق برهم کنش ضعیف به پیونها یا لپتونها واپاشیده می‌شوند. همان‌طور که جدول ۶.۱۱ نشان می‌دهد، تعداد و پیچیدگی واپاشیهای کائون به مراتب بیشتر از تعداد و پیچیدگی واپاشیهای پیون است. این مطلب تا حدی به‌خاطر

جدول ۶.۱۱ خواص مزونهای K.

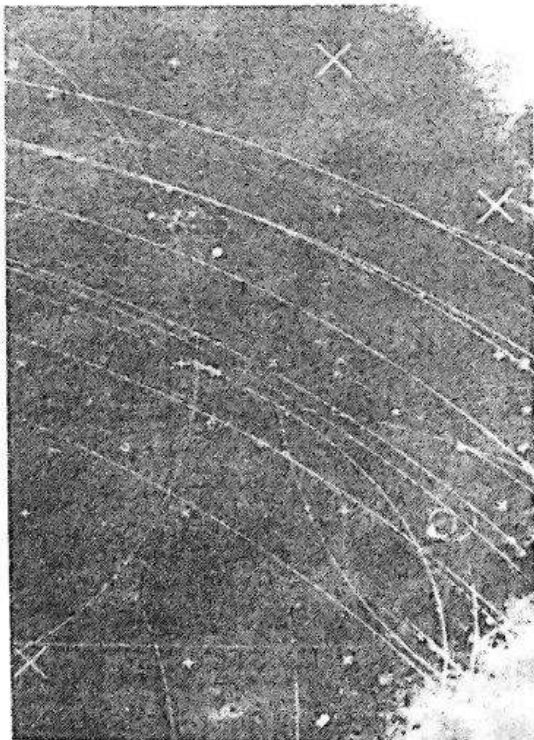
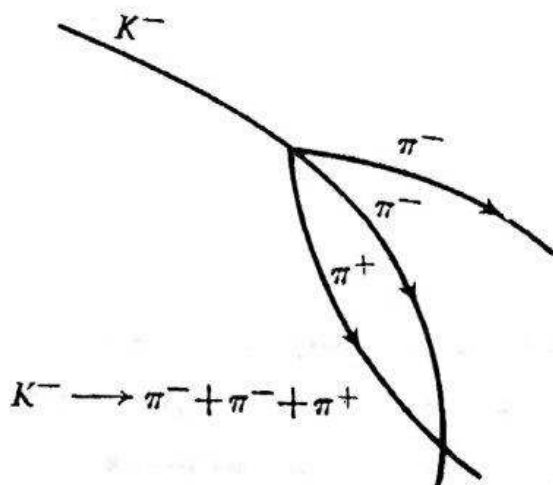
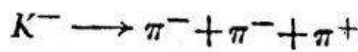
نماد*	جرم سکون، m_e	انرژی سکون، MeV	عمر میانگین، s	مد واپاشی	احتمال واپاشی، درصد
$K^+(K^-)$	۹۶۶۰۴	۴۹۳۰۹۸	۱.۲۳×10^{-8}	$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$	۲۵
				$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^+$	۶
				$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0$	۲
				$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$	۵۸
				$K^+ \rightarrow \mu^+ + \pi^0 + \nu$	۵
				$K^+ \rightarrow e^+ + \pi^0 + \nu$	۲
$K^0(\bar{K}^0)$	۹۷۴۰۱	۴۹۷۰۸	۰.۸۷۴×10^{-10}	$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$	۸۸
				$K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$	۱۲
			۵.۳×10^{-8}	$K^0 \rightarrow \mu^+ + \pi^- + \nu$	
				$K^0 \rightarrow \mu^- + \pi^+ + \nu$	
				$K^0 \rightarrow e^+ + \pi^- + \nu$	
				$K^0 \rightarrow e^- + \pi^+ + \nu$	
				$K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0$	
				$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$	

* یادکائونها (K^- و $\bar{K}^0$) در پراختزند. مدهای واپاشی آنها مشابه با کائونهاست، یعنی صرفاً کلیه یاد ذرات جانشین ذرات می‌شوند.

قابلیت واپاشی کائونها به هردوی پیونها و لبتونهاست. ولی توضیح مدهای واپاشی آنها مطلب دیگری است؛ برای مثال، اینکه يك کائون گاهی به دو پیون و گاهی به سه پیون واپاشیده می‌شود یکی از قوانین بقا را (بقای پاریته) نقض می‌کند. شکل ۸.۱۱ الف واپاشی دوزره‌ای يك K^- و شکل ۸.۱۱ ب واپاشی سه ذره‌ای يك K^- را نشان می‌دهند. پاریته مفهومی است که به تقارن آزمایشهای فیزیکی تحت يك بازتاب مربوط می‌شود؛ بدین معنا که بقای پاریته ایجاب می‌کند که اگر يك آزمایش ممکن باشد تصویر



(الف)



(ب)

شکل ۸.۱۱ (الف) عکس اتاقک حبابی از یک مزون K^- که به دو پیون واپاشیده شده است.
(ب) عکس اتاقک حبابی از یک K^- که به سه پیون واپاشیده شده است.

آیینهای آن نیز ممکن است. از این رو، «راستگردی» و «چپگردی» آن را نمی توان متمایز کرد. در مکانیک کوانتومی، پاریته يك ذره به طور ساده بر حسب تابع موج $\psi(\mathbf{r})$ ، که ذره را توصیف می کند تعریف می شود. بازتاب مختصات مکانی از طریق مبدأ، یعنی تغییر $\mathbf{r}$ به $-\mathbf{r}$ (و همین طور $x \rightarrow -x$ ، $y \rightarrow -y$ ، و $z \rightarrow -z$) هم ارز تبدیل يك دستگاه راستگرد به يك دستگاه چپگرد است. اگر بخواهیم که چگالی احتمال $[\psi(\mathbf{r})]^2$ ذره، چه در دستگاه راستگرد و چه در دستگاه چپگرد، تغییر نکند، فقط دو احتمال برای $\psi(-\mathbf{r})$ وجود دارد

$$\psi(-\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r}) \quad \text{برای پاریته زوج}$$

$$\psi(-\mathbf{r}) = -\psi(\mathbf{r}) \quad \text{برای پاریته فرد}$$

پاریته زوج مانسته تابع موج زوج و پاریته فرد مانسته تابع موج فرد است. همه ذرات بنیادی دارای يك پاریته ذاتی اند. به الکترون، پروتون، و نوترون به طور دلخواه يك پاریته زوج نسبت داده می شود؛ آنگاه از آزمایش چنان برمی آید که پاریته پیون فرد است. معمولاً اعتقاد بر این است که در هر برهم کنش، پاریته يك دستگاه نباید تغییر کند: چنانچه پاریته يك دستگاه قبل از برهم کنش زوج باشد، بعد از برهم کنش نیز باید زوج باشد. در واپاشی دویونی K^- ، باید يك پاریته ذاتی زوج به K^- نسبت داده شود؛ از طرف دیگر، در واپاشی سه پیونی K^- باید يك پاریته ذاتی فرد به آن اختصاص داده شود. بنابراین، برای اینکه در واپاشی برهم کنش ضعیف کائونها پاریته پایسته بماند، لاجرم باید دو کائون مختلف، یکی K^- با پاریته زوج و دیگری K^- متفاوت با پاریته فرد، وجود داشته باشند. ولی تمامی شواهد دیگر حاکی از آن بودند که این دو کائون یکسان اند.

برای رفع این تناقض در سال ۱۹۵۶/۱۳۳۵ یانگ و لی این فرض گستاخانه را مطرح کردند که در حقیقت فقط يك K^- وجود دارد و همچنین پاریته در برهم کنشهای ضعیف پایسته نمی ماند. این فرضیه از زمان پیشگویی آنها تاکنون در آزمایشهای متعددی تأیید شده است. در این صورت قانون بقایی وجود دارد که در برخی برهم کنشها (در برهم کنشهای قوی و الکترومغناطیسی) معتبر است و در بعضی برهم کنشها (در برهم-کنش ضعیف) نقض می شود. عدم بقای پاریته در برهم کنشهای ضعیف همچنین به این معنی است که در واقع طبیعت بین راست و چپ تمایز قائل است.

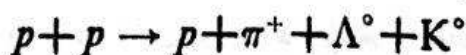
دو خصوصیت دیگر کائونها در پیون دیده نمی شود. یکی آنکه کائونهای خنثی قابل تمایزند (یکی K^0 و دیگری $\bar{K}^0$) حال آنکه π^0 پاد ذره خود نیز هست؛ دیگر آنکه کائونهای خنثی توسط برهم کنشهای مغناطیسی واپاشیده نمی شوند، بلکه با برهم کنشهای

ضعیف و به مراتب آهسته‌تر واپاشیده می‌شوند، حال آنکه پیون خنثی با برهم کنش الکترو مغناطیسی واپاشیده می‌شود. بعداً به این نکات بازخواهیم گشت.

کائونها، مانند پیونها، هنگامی می‌توانند توسط برهم کنش قوی تولید شوند که دو نوکلئون باهم برهم کنش کرده باشند، ولی تنها به شرطی که این دو نوکلئون در برد بسیار کوتاه برهم کنش کنند. کائونها و پیونها هر دو ذرات میدانی برای برهم کنش قوی هسته‌ای هستند، ولی جرم کائون از سه برابر جرم پیون بیشتر است. به همین خاطر برد کائونهای مجازی که توسط نوکلئونها مبادله می‌شوند به مراتب کوچکتر از برد پیونهای مجازی است. احتمالاً کائونها ذرات مبادله‌ای در برهم کنش کوتاه برد بین نوکلئونها هستند، ولی پیونها ذرات مبادله‌ای اصلی در برهم کنش میان برد بین نوکلئونها هستند. این مطلب با این مشاهده تجربی که با افزایش انرژی باریکه‌ای از پروتونها (که از يك-شتابدهنده با انرژی بالا خارج می‌شوند) نسبت کائونها به پیونهای که توسط پروتونها تولید می‌شوند افزایش می‌یابد، سازگار است.

۴. نوترون، پادنوترون، هیپرونهای پادپادپی باد. همه باریونها به استثنای پروتون، این گروه را تشکیل می‌دهند؛ این باریونها عبارت‌اند از نوترون، پادنوترون، و ذرات مربوط به چهار گروه Λ ، Σ ، Ξ ، و Ω که هیپرونها نامیده می‌شوند. هیپرونها سنگینتر از نوترون‌اند و مانند آن با برهم کنش ضعیف واپاشیده می‌شوند. نوترون، که آشنا ترين ذره در این گروه است، دارای يك جرم خیلی نزدیک به جرم پروتون است. هیپرونها در جدول ۷۰۱۱ فهرست شده‌اند. همه هیپرونها، مانند نوکلئونها دارای اسپین ۱/۲ هستند. بجز ذرات Σ ی خنثی، که به خاطر راحت فهرست شدن هیپرونها در جدول مذکور آمده‌اند، همه هیپرونها با برهم کنش ضعیف واپاشیده می‌شوند. هیپرونها، بر حسب جرم، در چهار گروه جای می‌گیرند.

آفرینش و واپاشی بعدی يك هیپرون (Λ^0) و يك پادهیپرون $\bar{\Lambda}^0$ در شکل ۹۰۱۱ نشان داده شده است. همچنین يك هیپرون را می‌توان، بدون آفرینش همزمان يك پاد-هیپرون، آفرید؛ برای مثال، در شکل ۱۰۱۱ آفرینش يك Λ^0 و يك K^0 نشان داده شده است. این واکنش چنین است

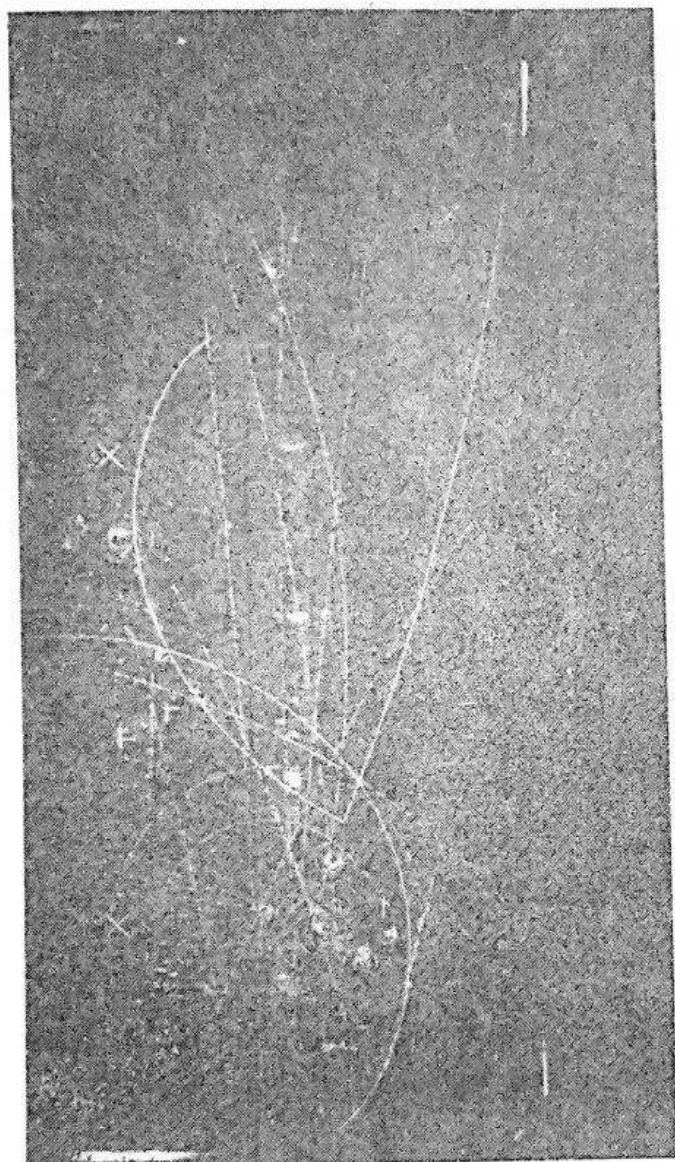
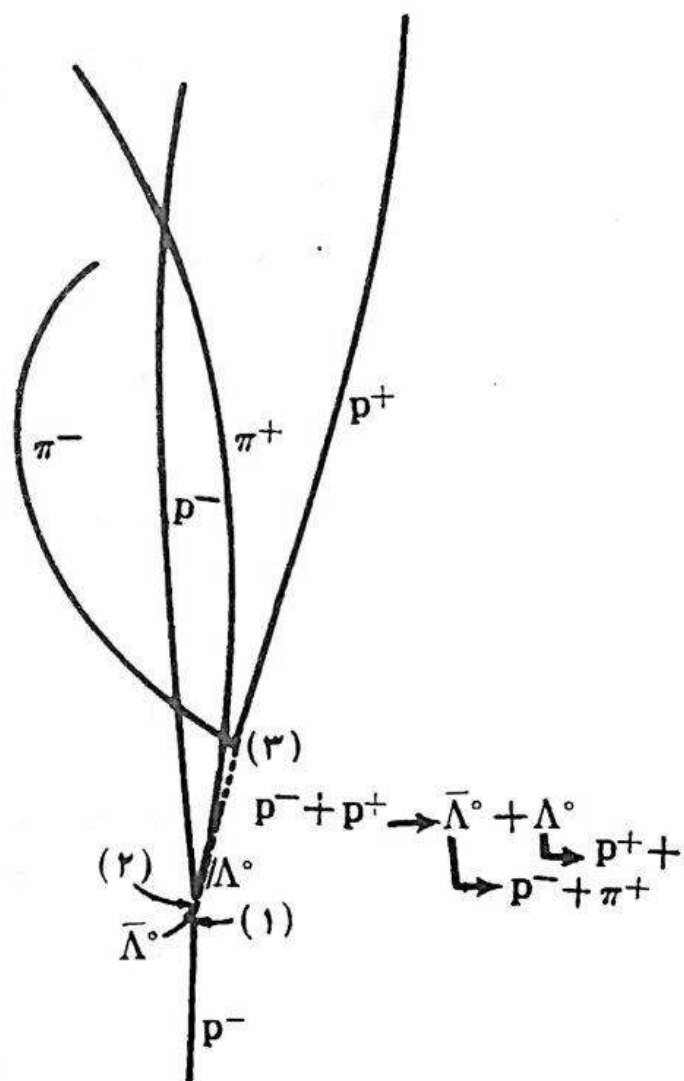


تولید هیپرونها و پیونها را در بخش ۵۰۱۱ با روش دیگری بررسی خواهیم کرد؛ در این بخش تولید این ذرات بر حسب يك قانون بقای جدید (بقای شگفتی) و به نحوی نا آشنا توصیف می‌شود. شکل ۱۱۰۱۱ تولید Ω^- ، سنگینترین هیپرون، را نشان می‌دهد؛ این عکس رد دو هیپرون و سه کائون را نشان می‌دهد.

جدول ۷.۱۱ هیرونها.

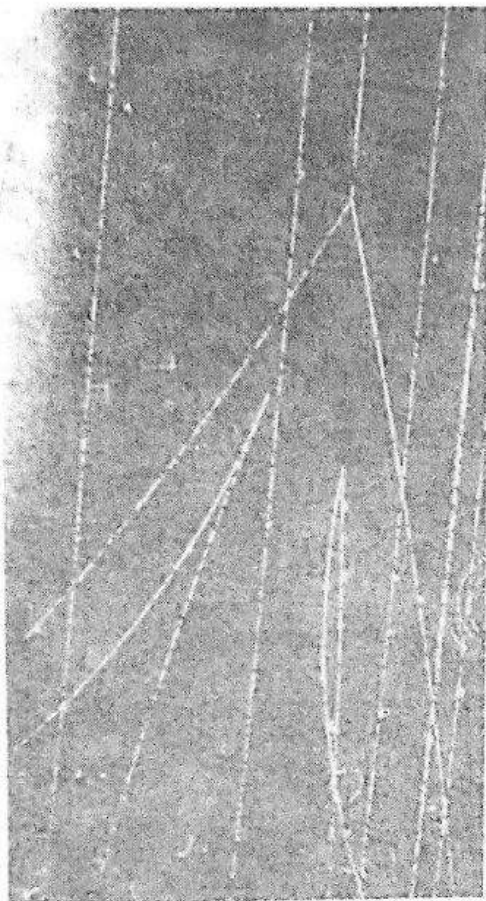
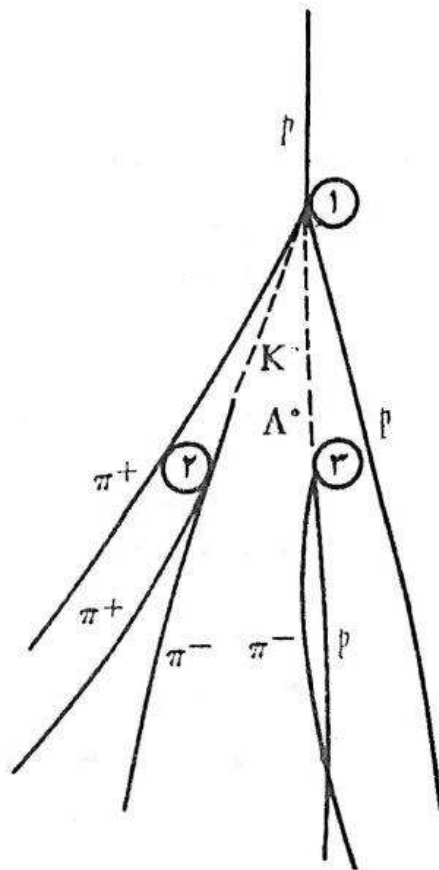
مد اصلی واپاشی	عمر میانگین، s	انرژی سکون، MeV	جرم سکون، m_c	ذره و پاد ذره
$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-, n + \pi^0$	2.52×10^{-10}	۱۱۱۵.۵	۲۱۸۳	$\bar{\Lambda}^0, \Lambda^0$ لاند
$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$	$< 10^{-14}$	۱۱۹۲.۲	۲۳۳۴	$\bar{\Sigma}_0, \Sigma_0$ سیگما
$\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0, n + \pi^+$	0.81×10^{-10}	۱۱۸۹.۵	۲۳۲۷	$\bar{\Sigma}^-, \Sigma^+$
$\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$	1.77×10^{-10}	۱۱۹۷.۴	۲۳۴۳	$\bar{\Sigma}^+, \Sigma^-$
$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$	1.77×10^{-10}	۱۳۲۱	۲۵۸۶	$\bar{\Xi}^+, \Xi^-$ کسی
$\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$	2.79×10^{-10}	۱۳۱۵	۲۵۷۳	$\bar{\Xi}^0, \Xi^0$
$\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-, \Xi^- + \pi^0$	1.11×10^{-10}	۱۶۷۲	۳۲۷۲	Ω^+, Ω^- امگا

* دقت کنید که هر ذره دارای پاد ذره متمایزی است. برای مثال، پاد ذره Σ^- عبارت است از $\bar{\Sigma}^+$ که با آن فرق دارد.

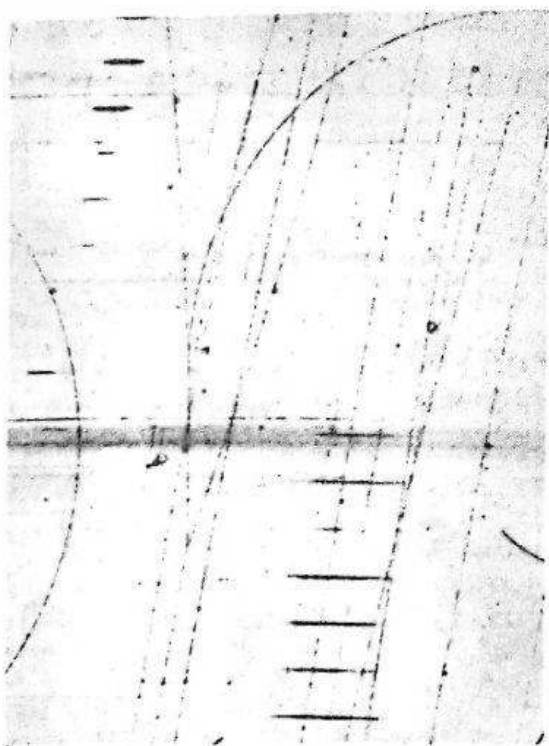
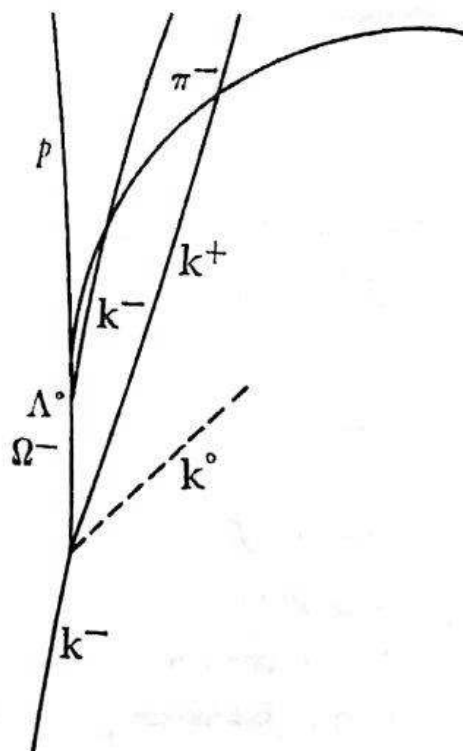


شکل ۹.۱۱ عکس اتاقک حبابی از يك پاد پروتون با انرژی ۳۳ جیگا الکترون ولت، که از انتها به اتاقک حبابی وارد می شود، در نقطه ۱ با يك پروتون برخورد می کند و يك هیپرون (Λ°) و يك پادهیپرون ($\bar{\Lambda}^\circ$) می آفریند. در نقطه ۳ ذره Λ° به يك پروتون و پيون π^- واپاشیده می شود. در نقطه ۲ پاد ذره $\bar{\Lambda}^\circ$ به يك پاد پروتون و پيون π^+ واپاشیده می شود.

ذرات ناپایدار در برهم کنش الکترومغناطیسی. در برهم کنش الکترومغناطیسی سه ذره بنیادی، که همه دارای بار الکتریکی صفرند، ناپایدارند: π° ، Σ° ، و $\bar{\Sigma}^\circ$. بنا براین، عمر آنها به مراتب کوتاه تر از عمر ذراتی است که با برهم کنش ضعیف واپاشیده می شوند. π° (جدول ۲.۱۱) دارای عمری تقریباً برابر 10^{-16} ثانیه است و به دو فوتون یا يك فوتون، يك الکترون و يك پوزیترون واپاشیده می شود. Σ° (جدول ۷.۱۱) دارای عمری کوچکتر از 10^{-14} ثانیه است و به يك Λ° و يك فوتون واپاشیده می شود. عمر $\bar{\Sigma}^\circ$ با عمر پاد ذره آن یکسان است و به يك $\bar{\Lambda}^\circ$ و يك فوتون واپاشیده می شود.



شکل ۱۰.۱۱ عکس اتاقک حبابی از یک پروتون با انرژی ۲۸۵ جیگا الکترون ولت که با یک پروتون برخورد می کند و یک K^0 و یک Λ^0 می آفریند. K^0 به دو پیون واپاشیده می شود.



شکل ۱۱.۱۱ عکس اتاقک حبابی و طرح تولید یک مزون Ω با بار منفی (Ω^-). مزون ورودی K^- با یک پروتون ساکن برخورد می کند و نتیجه آن تولید K^+ ، K^0 و Ω^- است. این عکس همچنین واپاشی بعدی Ω^- به Λ^0 و K^- و واپاشی Λ^0 به یک پروتون و پیون منفی را نشان می دهد.

ممکن است پرسیده شود که چگونه می توان درباره وجود این ذرات تحقیق کرد، درحالی که درطول عمر کوتاه خود فواصل قابل اندازه گیری را طی نمی کنند. برای درك این مطلب می توان عمرهای طولانیتر و از این روطول مسیرهای طولانیتر ذراتی را که با برهم کنش ضعیف واپاشیده می شوند بررسی کرد.

مزون K^+ که به دوپیون واپاشیده می شود (جدول ۶.۱۱) را در نظر می گیریم

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 \quad (۳.۱۱)$$

π^0 به سرعت (خیلی کمتر از 10^{-16} ثانیه) به دو فوتون واپاشیده می شود

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (۴.۱۱)$$

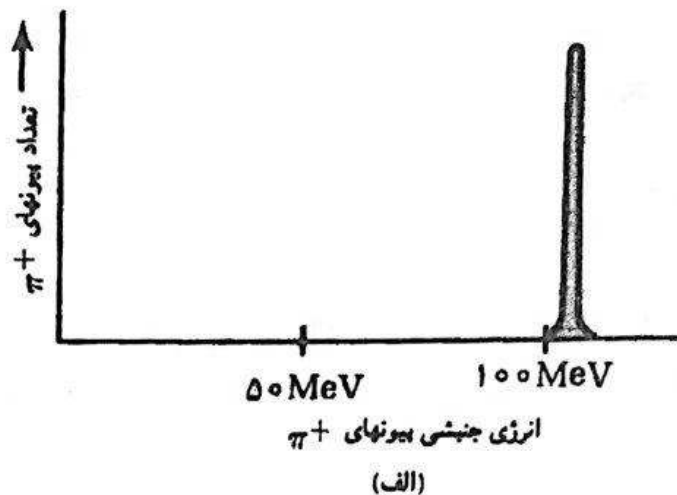
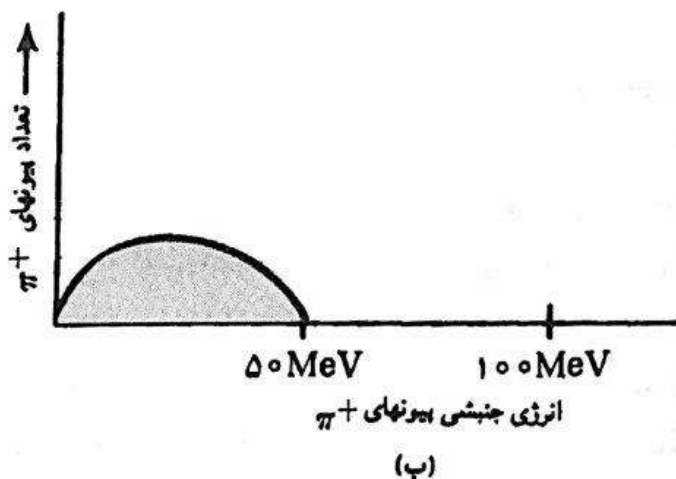
برای سهولت واپاشیها را در چارچوب مرجعی که در آن K^+ در آغاز به حال سکون است در نظر می گیریم. به سادگی می توان فاصله x را که توسط π^0 طی می شود تخمین زد. با فرض آنکه این ذره با سرعت $c(1/10)$ حرکت کند، داریم

$$x = \frac{1}{10}ct = (3 \times 10^8 \text{ m/s})(10^{-16} \text{ s}) \\ = 3 \times 10^{-8} \text{ m} = 30 \text{ \AA}$$

چنین فاصله کوچکی را نمی توان در يك عكس اتاقك جایی مشاهده کرد، ممکن است به نظر برسد که K^+ مستقیماً به يك π^+ و دو فوتون واپاشیده می شود

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \gamma + \gamma \quad (۵.۱۱)$$

در این صورت چگونه می توان بین واپاشی مستقیم K^+ ، که با این معادله داده شده است، و واپاشی دو مرحله ای K^+ ، که با معادلات (۳.۱۱) و (۴.۱۱) بیان می شود، فرق قائل شد؟ در واپاشی دو ذره ای که با رابطه (۳.۱۱) بیان شده است، تنها اگر π^+ با انرژی ثابت و π^0 نیز با انرژی ثابت خارج شوند، هم اندازه حرکت و هم انرژی پایسته می مانند. از این رو، چنانچه K^+ در فرایند دو مرحله ای واپاشیده شود، توزیع انرژی پیوندهای مثبت خروجی، مانند شکل ۱۲.۱۱ الف به نظر خواهد رسید. از طرف دیگر، اگر K^+ مستقیماً به سه ذره (π^+ و دو فوتون) واپاشیده شود، در آن صورت پیوندهای مثبت خروجی می توانند با پایسته ماندن اندازه حرکت و انرژی در هر واپاشی، دارای گستره پیوسته ای از انرژیها باشند. در واپاشی مستقیم K^+ ، توزیع انرژی مزون π^+ خروجی همانند شکل ۱۲.۱۱ ب به نظر خواهد رسید. (یادآور می شویم که در واپاشی α ، که واپاشی به دو ذره است، ذرات α تك انرژی اند، حال آنکه در واپاشی β ، که واپاشی به سه ذره است، ذرات β دارای پیوسته ای از انرژیها هستند.) بنابراین، با اندازه گیری توزیع انرژی مزونهای خروجی



شکل ۱۲.۱۱ توزیع انرژی جنبشی میونهای π^+ در واپاشی مزون K^+
 (الف) توزیع مورد انتظار اگر K^+ به $\pi^+ + \pi^0$ و سپس π^0 به $\gamma + \gamma$ واپاشیده شود، (ب) توزیع مورد انتظار چنانچه K^+ مستقیماً به $\pi^+ + \gamma + \gamma$ واپاشیده شود.

π^+ ، به سهولت می‌توان دو مد واپاشی ممکن K^+ را از همدیگر متمایز کرد. نتایج تجربی با شکل ۱۲.۱۱ الف سازگارند؛ لذا، اگرچه طول عمر π^0 به قدر کافی طولانی نیست تا مسافت محسوسی را پیماید، اما آنقدر طولانی هست که به عنوان یک ذره مشخص شناسایی شود. استدلالهای مشابهی وجود Σ^0 و $\bar{\Sigma}^0$ با عمر کوتاه را تأیید می‌کنند. طول عمر ذراتی که با برهم‌کنش ضعیف واپاشیده می‌شوند، در مقایسه با ذراتی که با

برهم کنش الکترومغناطیسی واپاشیده می‌شوند 10^6 بار و بیشتر طولانی‌تر است. بنابراین، این ذرات قبل از واپاشی فاصله 10^6 برابر بیشتر را طی می‌کنند. برای مثال، اگر Λ^0 دارای سرعت $c/10$ باشد، قبل از واپاشی فاصله‌ای برابر

$$x = \frac{1}{10} c \times (10^{-10} \text{ s}) = (3 \times 10^8 \text{ m/s}) (3 \times 10^{-10} \text{ s}) = 1 \text{ cm}$$

را خواهد پیمود. از این رو می‌توان مکان آفرینش ذره Λ^0 را از مکان واپاشی آن متمایز کرد (شکل ۱۰.۱۱).

ذرات ناپایدار در برهم کنش قوی. بیشتر ذرات بنیادی ناپایداری که تا به حال مورد بحث واقع شده‌اند توسط برهم کنش ضعیف با طول عمرهای طولانی، در مقایسه با زمان برهم کنش هسته‌ای (تقریباً 10^{-23} ثانیه)، واپاشیده می‌شوند. سایر ذرات، با طول عمرهایی در حدود 10^{-16} ثانیه، با برهم کنش الکترومغناطیسی واپاشیده می‌شوند؛ وجود این ذرات از توزیع انرژی ذرات حاصل استنباط می‌شود.

در سالیهای اخیر ذرات بسیاری با طول عمرهایی حتی کوتاه‌تر از 10^{-16} ثانیه کشف شده‌اند. این ذرات (با طول عمرهایی قابل مقایسه با زمان برهم کنش هسته‌ای تقریباً 10^{-23} ثانیه) یقیناً آنقدر زنده نمی‌مانند که ردهای قابل اندازه‌گیری از خود بر جای بگذارند، لذا وجود آنها را باید به کمک مشاهدات توزیع انرژی فراورده‌های قابل مشاهده واپاشی استنباط کرد. چون این توزیعها منحنیهای مشابه با منحنی شکل ۱۲.۱۱ الف (يك منحنی با قله تیز یا تشدید) تولید می‌کنند، ذراتی که از این منحنیها استنباط می‌شوند را ذرات تشدید می‌نامند. قبل از آنکه ذرات تشدید فراوانی را که از سال ۱۹۶۰/۱۳۳۹ تا به امروز شناسایی شده‌اند فهرست کنیم، نخست می‌پرسیم که چگونه می‌توان وجود این ذرات را تشخیص داد.

واپاشی يك ذره، مانند واپاشی K^+ را [معادلات (۳.۱۱) تا (۵.۱۱)] که نهایتاً به سه ذره دیگر واپاشیده می‌شود در نظر می‌گیریم. اگر این ذره مستقیماً به سه ذره واپاشیده شود، همان‌طور که در منحنی شکل ۱۲.۱۱ ب نشان داده شده است، توزیع انرژی هر يك از ذرات خروجی پیوسته و پهن خواهد بود. از طرف دیگر، چنانچه نخست این ذره به دو ذره و سپس یکی از این دو به نوبه خود به دو ذره دیگر واپاشیده شود، توزیع ذره‌ای که واپاشیده نشده است، همانند منحنی پر شکل ۱۲.۱۱ الف، تیز خواهد بود. ولی، به خاطر اصل عدم قطعیت ($\Delta E \Delta t \geq \hbar$) این توزیع به طور نامتناهی تیز نخواهد بود؛ يك پاشیدگی ΔE در انرژیها وجود خواهد داشت. برای این توزیع در انرژی جنبشی π^+ در واپاشی K^+ ، طول عمر π^0 تقریباً برابر 10^{-16} ثانیه است؛ بنابراین

$$\Delta E = \frac{h}{\Delta t} = \frac{10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{10^{-16} \text{ s}} = 10^{-18} \text{ J} = 6 \text{ eV}$$

انرژی جنبشی π^+ در حدود ۱۰۰ مگا الکترون ولت است. از این رو

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{6 \times 10^{-6} \text{ MeV}}{10^2 \text{ MeV}} = 6 \times 10^{-8}$$

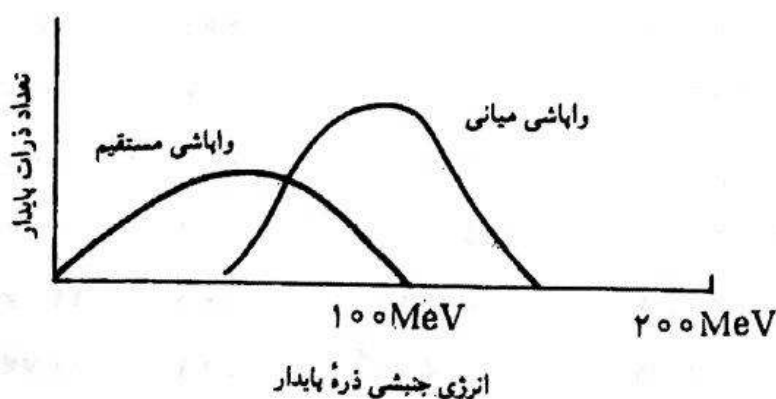
و در حقیقت خط مربوط کاملاً تیز است.

بسیاری است که هرچه طول عمر ذره میانی کوتاهتر باشد، پاشیدگی در انرژی جنبشی بزرگتر خواهد بود. در نهایت پاشیدگی انرژی آنقدر بزرگ می شود که منحنی توزیع انرژی در واپاشی ذره میانی (شکل ۱۲.۱۱ الف) با منحنی مربوط به واپاشی مستقیم قاطبی می شود (شکل ۱۲.۱۱ ب)؛ در این حد وجود ذره میانی را نمی توان تشخیص داد.

برای طول عمرهای 10^{-23} ثانیه، پاشیدگی در انرژی ذره به صورت زیر است

$$\Delta E = \frac{10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{10^{-23} \text{ s}} = 10^{-11} \text{ J} = 60 \text{ MeV}$$

چنانچه ذره خروجی دارای انرژی جنبشی متوسطی برابر ۱۰۰ مگا الکترون ولت باشد، منحنیهای توزیع انرژی واپاشی مستقیم و واپاشی میانی مانند شکل ۱۳.۱۱ به نظر می رسند.



شکل ۱۳.۱۱ توزیع انرژی جنبشی واپاشی سه ذره ای مستقیم و واپاشی دو مرحله ای. عمر ذره تشدید میانی تقریباً 10^{-23} ثانیه است. این امر به یک منحنی تشدید پهن که با وجود این از واپاشی مستقیم قابل تمایز است، منجر می شود.

این منحنی تشدید پهن، هنوز از واپاشی سه ذره‌ای مستقیم قابل تمایز است، و با فرض خیلی کوتاه بودن طول عمر ذره میانی، پهنای این منحنی را می‌توان توجیه کرد. جدول ۸.۱۱ برخی ذرات تشدید در خانواده مزون (با اندازه حرکت زاویه‌ای درست $\hbar$) را فهرست می‌کند؛ جدول ۹.۱۱ برخی ذرات تشدید در خانواده باریون (با اندازه حرکت زاویه‌ای نیمه‌درست $\hbar$) را به‌دست می‌دهد. خواصی چون جرم، اسپین، طول عمر، و مدهای واپاشی در این جدول‌ها دیده می‌شوند. برای توجیه و رده‌بندی این ذرات تشدید، چند طرح نظری پیشنهاد شده است* ولی هیچکدام از آنها به‌طور کامل موفقیت‌آمیز نبوده‌اند. امروزه چگونگی تطبیق این ذرات تشدید در طرح ذرات بنیادی یکی از مسائل مشکل و حل نشده فیزیک ذرات بنیادی است.

جدول ۸.۱۱ ذرات تشدید مزونی.

ذره تشدید	جرم، m_e	انرژی سکون MeV	عمر میانگین (ضربدر 10^{-23} s)	اندازه حرکت زاویه‌ای (ضربدر $\hbar$)	محتملترین واپاشی
f'	۲۹۶۳	۱۵۱۴	۰٫۸۶	۲	$K + \bar{K}$
A_2	۲۵۵۴	۱۳۰۵	۰٫۶۷	۲	$\rho\pi + 3\pi$
f	۲۴۶۶	۱۲۶۰	۰٫۴۳	۲	2π
ϕ	۱۹۹۴	۱۰۱۹	۲۰	۱	$K^+ + K^-$
η'	۱۸۷۵	۹۵۸	< 15	۰	$\eta + \pi + \pi$
ω	۱۵۳۲	۷۸۳	۵٫۰	۱	$\pi^+ + \pi^- + \pi^0$
ρ	۱۴۹۷	۷۶۵	۰٫۴۸	۱	$\pi + \pi$
η	۱۰۷۴	۵۴۹	3×10^4	۰	$\gamma + \gamma$
K^*	۱۷۴۸	۸۹۳	۰٫۱۲	۱	$K + \pi$
K_0	۲۷۷۷	۱۴۱۹	۰٫۶۷	۲	$K + \pi$

* برخی مدل‌های پیشنهادی برای رده‌بندی ذرات تشدید، در کتابشناسی پایان این فصل آمده است.

جدول ۹.۱۱ ذرات تشدیدي باريوني.

ذره تشديدي	جرم سکون، m_e	انرژی سکون، MeV	عمر (ضربدر 10^{-23} s)	اندازه حرکت زاويه‌ای کل، (ضربدر $\hbar$)	محتملترین واپاشی
Ξ^0	۲۹۹۲	۱۵۳۰	۸۰۶	۳/۲	$\Xi + \pi$
Σ^-	۳۹۷۲	۲۰۳۰	۰٫۵۰	۷/۲	$\Lambda + \pi$
Σ^+	۳۴۶۴	۱۷۷۰	۰٫۶۳	۵/۲	$N + \bar{K}$
Σ	۲۷۱۰	۱۳۸۵	۱٫۶	۳/۲	$\Lambda + \pi$
Λ	۴۱۰۹	۲۱۰۰	۰٫۴۳	۷/۲	$N + \bar{K}$
Λ	۳۵۸۱	۱۸۳۰	۰٫۷۹	۵/۲	$\Sigma + \pi$
Λ	۳۵۵۲	۱۸۱۵	۰٫۸۱	۵/۲	$N + \bar{K}$
Λ	۳۳۰۷	۱۶۹۰	۱٫۳	۳/۲	$\Sigma + \pi$
Λ	۳۲۶۸	۱۶۷۰	۳٫۳	۱/۲	$N + \bar{K}$
Λ	۲۹۷۴	۱۵۲۰	۳٫۸	۳/۲	$N + \bar{K}$
Λ	۲۷۴۹	۱۴۰۵	۱٫۲	۱/۲	$\Sigma + \pi$
Δ	۳۷۵۷	۱۹۲۰	۰٫۲۷	۷/۲	$N + \pi$
Δ	۳۲۰۹	۱۶۴۰	۰٫۳۳	۱/۲	$N + \pi$
Δ	۲۴۱۸	۱۲۳۶	۰٫۵۰	۳/۲	$N + \pi$
N	۲۲۸۸	۲۱۹۰	۰٫۲۴	۷/۲	$N + \pi$
N	۲۳۴۶	۱۷۱۰	۰٫۲۰	۱/۲	$N + \pi$
N	۳۰۳۳	۱۶۸۸	۰٫۴۶	۵/۲	$N + \pi$
N	۳۲۸۷	۱۶۸۰	۰٫۳۵	۵/۲	$N + \pi$
N	۳۳۰۳	۱۵۵۰	۰٫۴۶	۱/۲	$N + \eta$
N	۲۹۸۴	۱۵۲۵	۰٫۵۲	۳/۲	$N + \pi$
N	۲۸۷۶	۱۴۷۰	۰٫۲۹	۱/۲	$N + \pi$

• نشانه‌دهنده يك نوکلئون (پروتون يا نوترون) است.

۵.۱۱ يك جهان ۳۴ ذره‌ای

مدل ۱۳ ذره‌ای جهسان در بخش ۳.۱۱ بیان شد. در آنجا فرض شد که وقتی این ذرات آزادند همه پایدارند و در هیچ برهم‌کنشی واپاشیده نمی‌شوند. قوانین بقای جرم انرژی، اندازه حرکت خطی، اندازه حرکت زاویه‌ای، بار الکتریکی، عدد باریونی، و عدد لپتونی، در برهم‌کنشهای قوی و الکترومغناطیسی برقرار بودند. ولی مشاهدات نشان می‌دهند که این مدل ساده نارساست. چهارتا از ۱۳ ذره (نوترون، پادنوترون، π^+ ، و π^-) با برهم‌کنش ضعیف و یکی دیگر از آنها (π^0) با برهم‌کنش الکترومغناطیسی واپاشیده می‌شوند. به‌علاوه، دسته دیگری از ذرات بنیادی یافت شده است که همگی با یکی از برهم‌کنشهای بنیادی (بجز برهم‌کنش گرانشی) واپاشیده می‌شوند. برای توصیف ذرات یشمار و برهم‌کنشهایی که در بخش ۴.۱۱ بیان شدند مدل عمومیت‌تری لازم است. در این مورد نظریه‌های متعددی پیشنهاد شده است، ولی در حال حاضر هیچ مدل رضایت بخشی برای ذرات بنیادی وجود ندارد. در اینجا يك مدل مخصوصاً ساده، که همه ذرات را (بجز ذرات تشدیدي که دارای طول عمر خیلی کوتاه هستند) در برمی‌گیرد توصیف خواهیم کرد. این مدل در سال ۱۳۳۲/۱۹۵۳ توسط گل‌مان^۱ و به‌طور مستقل توسط ناکانو^۲ و نیشی جیما^۳ پیشنهاد شد. این مدل امکان تعیین انواع واکنشهای هسته‌ای را که می‌توانند روی بدهند فراهم می‌کند، و پیشگوییهای آن با تجربه به‌خوبی توافق دارند.

جدول ۱۵.۱۱ همه باریونهای شناخته شده را فهرست می‌کند؛ این باریونها یا پایدارند و یا با برهم‌کنش ضعیف یا الکترومغناطیسی واپاشیده می‌شوند. این ذرات برحسب جرم و بار الکتریکی دسته‌بندی شده‌اند. به‌ازای هر باریون يك پادباریون وجود دارد که جرم و طول عمر آن با جرم و طول عمر باریون یکسان و بار الکتریکی آن مخالف بار الکتریکی باریون است. توجه می‌کنیم که همه باریونها و پادباریونها یا دارای بار واحد یا دارای بار صفرند.

این ذرات برحسب جرم به پنج گروه مجزا دسته‌بندی می‌شوند: يك دوتایی، شامل نوترون و پروتون، تك‌تایی Λ ، سه‌تایی Σ ، و دوتایی Ξ ، و تك‌تایی Ω . تا آنجا که به برهم‌کنش قوی هسته‌ای مربوط است، می‌توان فرض کرد که اعضای هر يك از گروهها حالت‌های متفاوتی از يك ذره هستند. به‌عنوان مثال، نوترون و پروتون دو حالت مختلف از يك «نوکلئون» در نظر گرفته می‌شوند. این چندگانگی حالتها کاملاً مانسته چندین زیرحالت مغناطیسی يك ذره با عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای کل معلوم l است (بخش ۴.۷). درحقیقت این مانستگی، به‌مفهوم اسپین ایزدقوچی کل (پا، گاهی، ایزداسپین) و حالت‌های

جدول ۱۰.۱۱

بار الکتریکی پاد باریون			بار الکتریکی باریون			اسپین ایزوتوپی	جرم، m_e
$+e$	0	$-e$	$+e$	0	$-e$		
Ω^+				Ω^-		0	3270
Ξ^+	Ξ^0			Ξ^0	Ξ^-	$\frac{1}{2}$	2580
Σ^+	Σ^0	Σ^-	Σ^+	Σ^0	Σ^-	1	2330
	Λ^0			Λ^0		0	2180
	$\bar{n}$	p^-	p^+	n		$\frac{1}{2}$	1840
$+3 +2 +1 0$			$0 -1 -2 -3$				
شگفتی			شگفتی				

اسپین ایزوتوپی وابسته منجر شده است. به عنوان مثال، مانسته با $1/2$ حالت مغناطیسی يك ذره با عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه ای کل l ، دو حالت يك نوکلئون (پروتون و نوترون) را می توان با اختصاص عدد کوانتومی اسپین ایزوتوپی کل $1/2$ به نوکلئون نمایش داد؛ در آن صورت، می توان پروتون را به عنوان نوکلئونی که دارای «مؤلفه» اسپین ایزوتوپی $1/2$ + و نوترون را به عنوان نوکلئونی که دارای «مؤلفه» اسپین ایزوتوپی $1/2$ - است توصیف کرد. به طریقی مشابه، يك اسپین ایزوتوپی کل را می توان به هریك از گروه های باریون نسبت داد. به این ترتیب، هر ذره در يك گروه با يك مؤلفه اسپین ایزوتوپی مشخص می شود. عدد اسپین ایزوتوپی کل هریك از پنج گروه باریون، در جدول ۱۰.۱۱ نشان داده شده است.

به همین طریق می توان تمام مزونهای را که با برهم کنش ضعیف با الکترون و مغناطیسی واپاشیده می شوند بر حسب جرم دسته بندی کرد (جدول ۱۱.۱۱). گروه پیون شامل سه ذره است؛ از این رو، اسپین ایزوتوپی کل آن ۱ است؛ گروه کائون دارای دو ذره K^+ و K^- است، و بنابراین با اسپین ایزوتوپی کل $1/2$ مشخص می شود. یاد آور می شویم که مزونها

جدول ۱۱.۱۱

بار الکتریکی مزون			اسپین	جرم، m_e
$-e$	0	$+e$	ایزوتوپی	
K^-	$\bar{K}^0$	K^0	K^+	۹۷۰
π^-	π^0	π^+		۲۷۰
-1	0	$+1$	شگفتی	

اساساً با باریونها تفاوت دارند زیرا مزونها دارای مقادیر درست اندازه حرکت زاویدای (برحسب یکای $\hbar$)، و باریونها دارای مقادیر نیمدرست اندازه حرکت زاویدای هستند. وانگهی، π^0 پادذره خود نیز هست؛ بنابراین مرکز گروه پیون در خط فاصل ذرات از پاد-ذرات قرار دارد.

برای توصیف رویدادهای ناآشنای بسیاری که در آفرینش هیپرونها و مزونهای K مشاهده شدند (و مشاهده نشدند)، در سال ۱۹۵۳/۱۳۳۲ پیس^۱ عدد کوانتومی جدیدی معرفی کرد که عدد شگفتی S نامیده می‌شود. با این ترتیب وی دریافت که در هر واکنش هسته‌ای شگفتی کل همواره پایسته می‌ماند. یک سال بعد گلمان و نیشی جیما نشان دادند که مفهوم شگفتی رابطه نزدیکی با مفهوم اسپین ایزوتوپی دارد. چون استفاده از بقای شگفتی تاحدی ساده‌تر است، محدودیتهای اعمالی بر واکنشهای هسته‌ای را به جای اسپین ایزوتوپی بر حسب شگفتی توضیح خواهیم داد.

بر حسب مقداری که مرکز بار گروه شگفت از مرکز بار گروه عادی (غیر شگفت) هر خانواده جا به جا می‌شود، به هر یک از پنج گروه خانواده باریون و به هر یک از دو گروه خانواده مزون یک عدد شگفتی نسبت داده می‌شود. گروه عادی (غیر شگفت) خانواده باریون آشکارا زوج پروتون - نوترون است، که مرکز بار آن در $1/2+$ واقع است. گروه بعدی در خانواده باریون، تک‌تایی Λ^0 با مرکز بار ۰ است. Λ به اندازه $1/2$ یکای بار از گروه

پروتون - نوترون به سوی چپ جا به جا شده است و از این رو به آن

$$S_{\Lambda} = 2 \times (\text{جابجایی بار از گروه عادی}) = 2(-1/2) = -1$$

نسبت داده می‌شود (عامل ۲ صرفاً به این خاطر وارد می‌شود که عدد شگفتی به جای نیم-درست، درست باشد). سه تایی Σ دارای همان مرکز بار تک‌تایی Λ^0 ، یعنی ۰ است و لذا بدان شگفتی $S_{\Sigma} = -1$ نسبت داده می‌شود. مرکز باردوتایی Ξ در $1/2-$ واقع است، و از این رو شگفتی آن $S_{\Xi} = (-1)^2 = -2$ است. سرانجام، تک‌تایی Ω دارای مرکز بار $1-$ و شگفتی $S_{\Omega} = (-3/2)^2 = -3$ است. اعداد شگفتی همه گروههای باریون، صفر یا منفی و اعداد شگفتی تمامی گروههای پادباریون، صفر یا مثبت هستند.

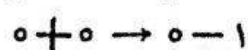
دردوگروه مزون، به پیوندها، گروه عادی (غیر شگفت) با مرکز بار صفر، به طور دایخواه شگفتی صفر نسبت داده می‌شود. کائونها، که مرکز بار آنها در $1/2+$ واقع است، دارای شگفتی $S_{\Lambda} = (+1/2)^2 = +1$ و پادکائونها، که مرکز بار آنها در $1/2-$ واقع است، دارای شگفتی $S_{\bar{K}} = (-1/2)^2 = -1$ هستند.

به کمک قانون بقای شگفتی در مورد برهم کنشهای قوی می‌توان مشاهدات تجربی متعددی را ترتیب داد. مثال زیر این مطلب را روشن می‌کند.

مثال ۲۰۱۱ (الف) تولید وابسته. پس از ساخته شدن شتابدهنده‌هایی که ذراتی با انرژیهای چندین جیگا الکترون‌ولت تولید می‌کردند، آفرینش هیپرونها و کائونهای بسیاری امکانپذیر شد. برخی از برهم کنشهایی که برپایه تمامی دیگر قوانین بقا انتظار آنها می‌رفت، یافت نشدند. برای مثال، انتظار می‌رفت که واکنش

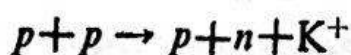


با پروتونهای ورودی به قدر کافی پرانرژی یافت شود. انرژی - جرم، اندازه حرکت خطی، اندازه حرکت زاویه‌ای، بار، و عدد باریونی همه در این فرایند پایسته می‌مانند؛ با وجود این واکنش یافت نشد. دلیل این امر را با در نظر گرفتن قانون بقای شگفتی می‌توان پیدا کرد



شگفتی:

شگفتی ورودی کل صفر است؛ شگفتی خروجی کل -1 است. همین طور، برهم کنشهایی که تنها شامل آفرینش مزونهای K^+ هستند رخ ندادند. در این مورد ممکن است يك واکنش احتمالی وجود داشته باشد



این واکنش، هر چند براساس قوانین بقایی که قبلاً شناخته شده‌اند مجاز است اما رخ نمی‌دهد. بازهم دلیل آن نقض بقای شگفتی در این واکنش است

$$p + p \rightarrow p + n + K^+$$

$$0 + 0 \rightarrow 0 + 0 + 1$$

شگفتی:

از آنجا که برخورد های هسته‌ای معمولاً توسط شتاب دادن ذراتی با شگفتی صفر که بر هدفهایی با شگفتی صفر فرود می‌آیند تولید می‌شوند، شگفتی کل ورودی به برهم کنش صفر است. این امر مستلزم آن است که بیش از يك ذره شگفت درواکنش تولید شود؛ پس این تولید را تولید وابسته نامید. مثالی از تولید وابسته، که در شکل ۱۰.۱۱ نشان داده شده، چنین است

$$p + p \rightarrow \Lambda^0 + K^0 + p + \pi^+$$

$$0 + 0 \rightarrow -1 + 1 + 0 + 0$$

شگفتی:

در این برهم کنش دو ذره شگفت با شگفتی مخالف، یکی Λ^0 با $S = -1$ و دیگری K^0 با $S = +1$ تولید می‌شوند. شگفتی پایسته می‌ماند. Λ^0 و K^0 ، پس از تولید، از هم جدا می‌شوند و به صورت ذراتی که آزادانه حرکت می‌کنند در می‌آیند. بر طبق تمامی دیگر قوانین بقا، این ذرات هر دو می‌توانند به ذرات دیگر واپاشیده شوند. برای مثال، می‌توان فرض کرد که Λ^0 به صورت زیر واپاشیده می‌شود

$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$$

ولی در این فرایند شگفتی پایسته نمی‌ماند

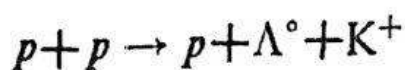
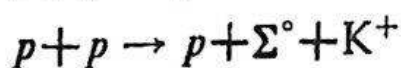
$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$$

$$-1 \rightarrow 0 + 0$$

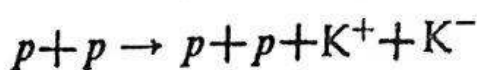
و بنابراین انتظار وقوع آن نمی‌رود. اگر شگفتیها در همه برهم کنشها پایسته می‌ماندند، Λ^0 يك ذره کاملاً پایدار بود. همان طور که شکل ۱۰.۱۱ نشان می‌دهد، این ذره به يك پروتون و يك پيون منفی واپاشیده می‌شود، ولی این عمل در يك زمان نسبتاً طولانی متناظر با برهم کنش ضعیف انجام می‌گیرد.

پس ظاهراً بقای شگفتی در بعضی برهم کنشها برقرار می‌ماند ولی در سایر برهم کنشها نقض می‌شود. این مطلب با آزمایشهای بسیاری تأیید شده است. در برهم کنشهای قوی و الکترومغناطیسی شگفتی همواره پایسته می‌ماند، و در برهم کنشهای ضعیف پایسته نمی‌ماند. (ب) نسبت تولید K^- به K^+ . مشاهده می‌شود که وقتی شتاب دهنده‌های با انرژی بالا پروتونهای تولید کنند که با هدفهای مناسب برخورد می‌کنند، به جای مزونهای K^+

تعداد زیادی از مزونهای K^- آفریده می‌شوند. برای مثال، وقتی پروتونهایی که به قدر کافی پرانرژی‌اند با يك هدف پروتونی برخورد کنند، دو واکنش ممکن برای تولید K^+ چنین هستند



در هر دو واکنش تغییر ΔS در شگفتی، صفر است. از طرف دیگر، تولید مزونهای K^- مستلزم حداقل چهار ذره خروجی است. به عنوان مثال



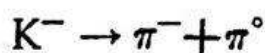
شگفتی در این واکنش نیز پایسته می‌ماند. ولی برای اینکه واکنش اخیر روی دهد لازم است که پروتونهای بمباران کننده دارای انرژی جنبشی بالاتری باشند، و از این رو انرژی آستانه برای تولید K^- از انرژی آستانه برای تولید K^+ بالاتر باشد. برای يك انرژی معلوم، احتمال تولید مزونهای K^- از احتمال تولید مزونهای K^+ کمتر است.

بقای شگفتی از واپاشی هیپرونها و کائونها در زمانهای هسته‌ای جلوگیری می‌کند. بنابراین، هیپرونها و کائونها باید در زمانهای به مراتب طولانیتر برهم کنش ضعیف، که در آن شگفتی کل تغییر می‌کند، واپاشیده شوند. برای تغییر در عدد شگفتی يك قاعده کلی وجود دارد که از راه آزمایش به دست آمده است: تغییر در شگفتی در واپاشیهای برهم کنش ضعیف، صفر یا واحد است.

در برهم کنش قوی یا الکترومغناطیسی: $\Delta S = 0$

در برهم کنش ضعیف: $\Delta S = 0$ یا ± 1

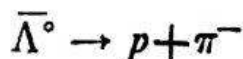
برای مثال، مزونهای K^- به صورت زیر واپاشیده می‌شوند (شکل ۸.۱۱ الف)



شگفتی: $-1 \rightarrow 0 + 0$

$$\Delta S = +1$$

در شکل ۹.۱۱، $\bar{\Lambda}^0$ به صورت زیر واپاشیده می‌شود



شگفتی: $+1 \rightarrow 0 + 0$

$$\Delta S = -1$$

نمونه‌ای از واپاشی برهم کنش ضعیف با $\Delta S = 0$ ، واپاشی پیون است

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_{\mu}$$

$$0 \rightarrow 0 + 0$$

شگفتی:

$$\Delta S = 0$$

جدول ۱۲.۱۱، بجز ذرات تشدید، سایر ذرات بنیادی مشاهده شده و مهمترین خواص آنها را به طور خلاصه در بر دارد. قوانین بقای زیر در مورد تمام برهم کنشهای بنیادی برقرارند:

۱. بقای باریونها
۲. بقای لپتونها (بقای الکترونها و نوترینوهای وابسته به آنها و بقای میونها و نوترینوهای وابسته به آنها به طور جداگانه برقرار می شود).
۳. بقای اندازه حرکت زاویه ای
۴. بقای بار
۵. بقای جرم انرژی
۶. بقای اندازه حرکت خطی

قوانین بقای زیر دقیقاً در مورد برهم کنشهای قوی و الکترومغناطیسی برقرارند

۷. بقای شگفتی

۸. بقای پاریته

اگرچه بقای شگفتی و بقای پاریته هر دو در برهم کنشهای ضعیف نقض می شوند، اما چند قاعده گزینش برای این نقضها وجود دارد. برای مثال می توان دریافت که در هر برهم کنش ضعیف، عدد شگفتی کل مطابق

$$\Delta S = 0 \text{ یا } \pm 1$$

تغییر می کند. این قاعده گزینش توضیح می دهد که چرا ذره Ξ^- مستقیماً به یک نوکلئون واپاشیده نمی شود؛ بلکه، در عوض در دو رویداد واپاشی جدا از هم، به طور آشکاری سرازیر می شود. این مطلب به وسیله واپاشیهای دو ذره Ξ^- در شکل ۱۲.۱۱ نشان داده شده است. برای مثال، واپاشی Ξ^- در دو مرحله روی می دهد

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^- \text{ با } \Delta S = +1$$

$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^- \text{ با } \Delta S = +1$$

به همین دلیل است که ذرات Ξ^- را معمولاً ذرات آشکاری می نامند. نمونه کاملاً مشخص

جدول ۱۱-۱۲

نام	ذره	باد ذره	شگفتی	اسپین (ضر بدر $\hbar$)	e	m_e	MeV	عمر میانگین، s	مد اصلی و اباشی
هیرونها:									
خانواده باریون									
امگا	Ω^-	Ω^+	-۳	۱/۲	-۱	۳۲۷۲	۱۶۷۲	1.1×10^{-10}	$\Xi^0 + \pi^-, \Xi^- + \pi^0$
کسی	Ξ^-	Ξ^+	-۲	۱/۲	-۱	۲۵۸۶	۱۳۲۱	1.7×10^{-10}	$\Lambda^0 + \pi^-$
	Ξ^0	Ξ^+	-۲	۱/۲	۰	۲۵۷۳	۱۳۱۵	2.9×10^{-10}	$\Lambda^0 + \pi^0$
سیگما	Σ^-	Σ^+	-۱	۱/۲	-۱	۲۳۴۳	۱۱۹۷	1.7×10^{-10}	$n + \pi^-$
	Σ^0	Σ^+	-۱	۱/۲	۰	۲۳۳۴	۱۱۹۲	$< 10^{-14}$	$\Lambda^0 + \gamma$
لاندا	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$	-۱	۱/۲	+۱	۲۳۲۷	۱۱۹۰	0.81×10^{-10}	$p + \pi^0, \bar{p} + \pi^+$
نوکلونها:									
بروتون	p^+	$\bar{p}^-$	۰	۱/۲	۰	۱۸۳۹	۹۳۹.۵	1.0×10^7	$p + e^- + \bar{\nu}_e$
نوترون	n	$\bar{n}$	۰	۱/۲	۰	۱۸۳۹	۹۳۹.۵	1.0×10^7	
بروتون	p^+	$\bar{p}^-$	۰	۱/۲	+۱	۱۸۳۶	۹۳۸.۲	∞	

خانواده میوزون

کانون

$\pi^+ + \pi^-$	0.87×10^{-10}	۴۹۸	۹۷۴	۰	۰	+	$\bar{K}^0$	K^0
$\pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$	0.053×10^{-8}							
$\mu^+ + \nu_\mu$	1.02×10^{-10}	۴۹۴	۹۶۶	+	۰	+	K^-	K^+
$\mu^+ + \nu_\mu$	2.06×10^{-8}	۱۴۰	۲۷۳	+	۰	۰	π^-	π^+
$\mu^- + \bar{\nu}_\mu$	2.06×10^{-8}	۱۴۰	۲۷۳	-	۰	۰	π^+	π^-
$\gamma + \gamma$	1.08×10^{-16}	۱۳۵	۲۶۴	۰	۰	۰	π^0 (خودش)	π^0

میون

خانواده لبتون

میون

الکترون

نوترینوی μ

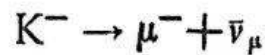
نوترینوی e

$e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$	2.02×10^{-6}	۱۰۶	۲۰۷	-	$1/2$	۰	μ^+	μ^-
	∞	۰.۵۱	۱	-	$1/2$	۰	e^+	e^-
	∞	۰	۰	۰	$1/2$	۰	$\bar{\nu}_\mu$	ν_μ
	∞	۰	۰	۰	$1/2$		$\bar{\nu}_e$	ν_e
	∞	۰	۰	۰	۱	۰	γ (خودش)	γ

فوتون

جرم، اندازه حرکت زاویه‌ای و طول عمر پادذره همان جرم، اندازه حرکت و طول عمر ذره است. علامت عدد باریونی، عدد لبتونی، عدد شگفتی، و بار الکتریکی عدد شگفتی، و بار الکتریکی ذره است.

و احتمالاً



شگفتی:

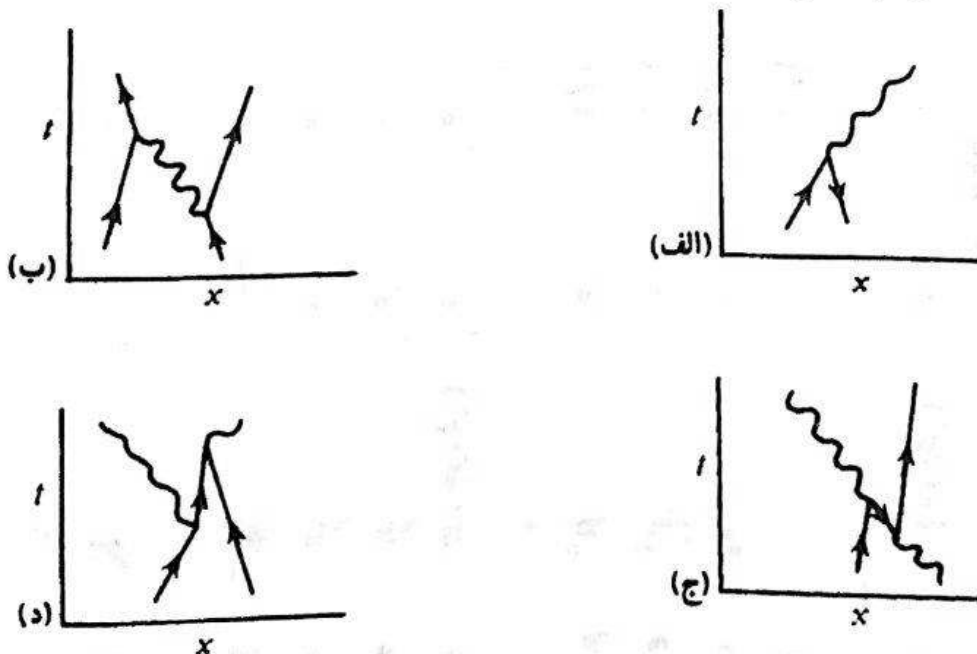
$$\Delta S = +1 \text{ یا } -1 \rightarrow 0 + 0$$

 K^- در ناحیه این عکس واپاشیده نمی‌شود.

مسائل

۱. برای فرایندهای زیر، منحنی‌هایی در یک نمودار فضا - زمانی رسم کنید: (الف) یک الکترون و پوزیترون که یکدیگر را جذب می‌کنند و سرانجام نابود می‌شوند، و فوتون‌ها تولید می‌شوند؛ (ب) یک پادپروتون و پروتون که یکدیگر را جذب می‌کنند و سرانجام نابود می‌شوند، و پیون‌ها تولید می‌شوند.

۲. شکل زیر چهار نمودار نمودار فضا - زمانی را نشان می‌دهد. (الف) توالی رویدادها را (از گذشته به آینده) برای هر نمودار توصیف کنید. (ب) اکنون فرض کنید که هر نمودار به اندازه ۹۰ درجه نسبت به محور فضا - زمانی دوران کرده است (خطوط فوتون با زاویه صحیح نسبت به قائم تنظیم می‌شوند)، و مجدداً توالی رویدادها را برای هر نمودار توصیف کنید.



شکل مسئله ۲

۳. یک پروتون در حال سکون را در نظر بگیرید. اگر این پروتون خود به خود به یک نوترون و π^+ تبدیل شود، (الف) تغییر ΔE در انرژی (بر حسب MeV) دستگاه

چقدر است و (ب) درچه بازه زمانی می توان این انرژی را «قرض کرد»؟ (ج) این مطلب را در نمودار فضا - زمانی نشان دهید.

۴. انرژی و بنا بر این جرم هر ذره ناپایداری که برای مدت معینی عمر می کند دارای عدم قطعیت است. عدم قطعیت در جرم ذره ای که دارای عمر میانگین τ باشد چقدر است؟

۵. انرژی پتانسیل بین دو نوکلئون را می توان با رابطه $V = (a/r)e^{-r/r_0}$ ، که در آن r فاصله بین دو نوکلئون و a و r_0 ثابت اند، تخمین زد. این به اصطلاح پتانسیل یوکاواست. جرم تقریبی ذره میدانی که واسطه نیروی بین نوکلئونهاست چقدر است؟ این جرم را بر حسب پارامترهایی که پتانسیل بین هسته ای را توصیف می کنند بیان کنید.

۶. وقتی ذره ای با اندازه حرکت زاویه ای اسپینی $\hbar/2$ در حرکت است، اسپین آن در راستای یا در خلاف راستای اندازه حرکت خطی آن قرار می گیرد. هم راستا بودن اسپین و اندازه حرکت خطی، با ذره «راستگرد» و غیر هم راستا بودن این دو با ذره «چپگرد» متناظر است. يك ذره راستگرد با جرم سکون غیر صفر را می توان صرفاً با انتخاب چارچوب مرجعی که در راستای حرکت ذره و با سرعتی بیشتر از سرعت ذره در حرکت است به يك ذره چپگرد تبدیل کرد، و برعکس. تجربه نشان می دهد که نوترینو منحصرأ چپگرد و پاد نوترینو منحصرأ راستگرد است. نشان دهید که چپگردی و راستگردی منحصر به فرد این دو نوع نوترینو با این مطلب که جرم سکون آنها دقیقاً برابر صفر است سازگار است.

۷. يك نوترون در حال سکون را در نظر بگیرید. چنانچه این نوترون خود به خود به يك پروتون و يك کائون منفی تبدیل شود، (الف) تغییر ΔE در انرژی (بر حسب MeV) دستگاه چقدر است، و (ب) درچه بازه زمانی Δt می توان این انرژی را قرض کرد؟ (ج) این مطلب را در نمودار فضا - زمانی نشان دهید.

۸. محاسبات مکانیک موجی، به استثنای ملاحظات نظریه میدان کوانتومی، نشان می دهند که برای اتم آزاد هیدروژن حالت های $2^2S_{1/2}$ و $2^2P_{1/2}$ واگن اند (شکل ۸.۷). گرچه انرژی های این دو حالت همانندند، اما اندازه حرکت و توزیع فضایی توابع موج آنها متفاوت است. در حقیقت این حالت های هیدروژن (و حالت های مانسته دیگر هیدروژن) واگن نیستند؛ تجربه نشان می دهد که انرژی آنها اندکی (به اصطلاح جابه جایی لامب^۱) متفاوت است، این تفاوت با انرژی يك فوتون تابش میکرو موج متناظر است.

محاسبه این اختلاف انرژی که به وسیله نظریه میدان الکترومغناطیسی انجام می شود با مشاهده کاملاً سازگار است، و از این رو اثبات دقیقی از محاسبات نظریه میدان را به دست می دهد. به طور کیفی نشان دهید که انتظار می رود که حالت های $2^2S_{1/2}$ و $2^2P_{1/2}$ هیدروژن، به علت آفرینش، نابودی، و تبادل فوتونهای مجازی بین هسته باردار و الکترون، در انرژی باهم اختلاف دارند. (دانهمایی: فوتونهای مجازی می توانند خود به خود نابود شوند و یک زوج الکترون - پوزیترون تولید کنند، و این ذرات مجازی می توانند با الکترون اتمی برهم کنش کنند.)

۹. یک روش اندازه گیری اختلاف جرم π^- و π^0 مشاهده گیراندازی مزونهای π^- با انرژی پایین به وسیله پروتونهاست. یک واکنش ممکن چنین است، $\pi^- + p \rightarrow n + \pi^0$ که در آن هر دو ذره فرودی در آغاز به حال سکون اند. نوترون، این واکنش را با انرژی جنبشی ۶ MeV ترک می کند. با استفاده از جرمهای شناخته شده پروتون و نوترون (جدول ۲.۱۱) و تخمین جرم پیون به صورت یک هفتم جرم نوکلئون، اختلاف جرم بین π^- و π^0 را تعیین و آن را با داده های جدول ۲.۱۱ مقایسه کنید.

۱۰. یک π^0 با انرژی ۳۰ MeV سریعاً به دو فوتون واپاشیده می شود. اگر این فوتونها در راستاهای موازی و پادموازی با راستای حرکت پیون دور شوند، انرژی هر فوتون در چارچوب مرجع آزمایشگاه چقدر خواهد بود؟

۱۱. یک پیون آزاد و با بار منفی، که در آغاز به حال سکون است، می تواند مستقیماً به یک الکترون و نوترینو، یا به یک میون و نوترینو واپاشیده شود و آنگاه این میون می تواند به یک الکترون و دو نوترینو واپاشیده شود (جدولهای ۲.۱۱ و ۵.۱۱). (الف) انرژی جنبشی الکترون را در واپاشی مستقیم π^- محاسبه کنید. (ب) در واپاشی دومرحله ای π^- ، انرژی جنبشی بیشینه الکترون چقدر می تواند باشد؟

۱۲. طول ردهای K^0 و Λ^0 در شکل ۱۰.۱۱ را مقایسه کنید و نسبت طول عمرهای مربوط به آنها را حدس بزنید. مقایسه این نسبت با نسبت طول عمرهای میانگین این دو ذره چگونه است؟

۱۳. پاشیدگی در انرژی مزونهای μ^+ در واپاشی $\mu^+ \rightarrow \pi^+ + \nu$ ، در صورتی که K^+ در آغاز به حال سکون باشد، چقدر است؟

۱۴. (الف) توزیع انرژی جنبشی مزونهای π^+ حاصل از واپاشی مزونهای K^+ (در آغاز به حال سکون) با مد $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$ و با مد $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^+$ را رسم

کنید. (ب) باشیدگی در انرژی (بر حسب MeV) مزونهای π^+ در هر يك از این مدها چقدر است؟

۱۵. چه گواه تجربی نشان می دهد که Σ^- باد ذره Σ^+ نیست؛ یعنی، Σ^- و $\bar{\Sigma}^-$ ذرات بنیادی متمایزند؟

۱۶. چنانچه باریکه‌ای از ذرات Σ^0 و باریکه دیگری از ذرات $\bar{\Sigma}^0$ در دست باشند، چگونه می توان تعیین کرد که کدام باریکه شامل ذرات Σ^0 است؟

۱۷. با در دست داشتن باریکه‌ای از ذرات K^0 و باریکه دیگری از ذرات $\bar{K}^0$ ، چگونه می توان باریکه K^0 را شناخت؟

۱۸. باریکه‌ای از مزونهای K^- با هدف پروتونی ساکنی برخورد می کنند. برای تولید ذرات Ω^- ، انرژی آستانه چقدر است؟

۱۹. کداميك از واکنشهای زیر نمی توانند رخ دهند؟ دلیل یا دلایل هر مورد را بیان کنید.

$$\Delta \text{ GeV} + \Omega^- \rightarrow \Sigma^- + \Lambda^0 + \pi^0 \quad (\text{الف})$$

$$\pi^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^- + e^+ + \bar{\nu}_e \quad (\text{ب})$$

$$\Lambda^0 \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e + n \quad (\text{ج})$$

$$\Lambda^0 + \bar{\Lambda}^0 \rightarrow p^+ + p^- + 3\pi^+ + 3\pi^- \quad (\text{د})$$

$$\Omega^- \rightarrow \Sigma^- + \pi^+ + \pi^- + e^+ + e^- \quad (\text{ه})$$

۲۰. (الف) نشان دهید که، اگر ذره‌ای دارای بار الکتریکی q (نسبت به واحد بار بنیادی e)، عدد باریونی B ، مؤلفه اسپین ایزونوبی T ، و عدد شگفتی S باشد رابطه زیر برقرار است: $S = 2(q - B/2 - T)$. (ب) T ، مؤلفه اسپین ایزونوبی Σ^- ، Σ^0 ، و Σ^+ چقدر است؟

۲۱. يك ذره Ω^- را که در خلا واپاشیده می شود در نظر بگیرید. (الف) مجموعه ممکني از معادلات واپاشی را که در آنها این ذره می تواند به ذرات پایدار واپاشیده شود بنویسید. (ب) نوع و تعداد این ذرات پایدار را تعیین کنید.

۲۲. جدول ۱۰.۱۱ همه باریونهای مشاهده شده‌ای را که عمر آنها طولانیتر از زمان يك برهم کنش قوی است، در پنج گروه فهرست می کند؛ باریونها در هر گروه دارای عدد شگفتی یکسان اند. دو گروه يك تایی، Λ^0 و Ω^- ، نشان داده شده اند. (الف) راجع به

وجود يك تایی سومی که دارای بار $1+$ است بیندیشید، وعدد شگفتی ومدهای ممکن واپاشی آن را بیان کنید، (ب) چگونه این ذره از پاد ذره Ω^- متمایز می شود؟

کتابشناسی

1. *Strangeness Minus Three* (FILM). New York: P. M. Roebach and Company, New York, BBC - TV production.

این فیلم، با استفاده از توانایی فیزیک در کشف ذرات، به پیشگویی، و پس از آن به پیدایش تجربی ذره Ω^- با شگفتی ۳- می پردازد.

2. Ford; K. : *The World of Elementary Particles*. New York: Blaisdell Publishing Company, 1963.

این کتاب نمایی از مفاهیم و ایده های فیزیک ذرات بنیادی برای خواننده معمولی است. فصل ۷ آن برهم کنشهای اساسی بین ذرات بنیادی را بر حسب نمودارهای فضا- زمانی توصیف می کند.

3. Frisch, D. H. and A. M. Thondike. *Elementary Particles*. Princeton, N. J. : D. Van Nostrand Company, Inc. , 1964.

این کتاب، که برای دانشجوی فیزیک عمومی نوشته شده است، شامل يك توضیح مقدماتی از آزمایشهای اساسی و ایده های نظری فیزیک ذرات بنیادی است.

4. Swartz, C. : *The Fundamental Particles*. Reading, Mass. : Addison-Wesley Publishing Co. , Inc., 1965.

فصل ۶ این کتاب قوانین مهم بقا در برهم کنشهای ذره ای را مورد بحث قرار می دهد؛ فصل ۷ آن ذرات را بر طبق خواص آنها مشخص می کند.

فیزیک مولکولی و فیزیک حالت جامد

برخی جنبه‌های ساده‌تر ساختار اتمی و هسته‌ای را غالباً می‌توان، بدون توسل به روشهای صوری ریاضی مکانیک موجی، برپایه چند اصل اساسی نظریه کوانتومی درک کرد. ولی وقتی درباره دستگاههای پیچیده‌تری مانند مولکولها یا جامدات که شامل ذرات برهم کنش-کننده بیشماری اند بحث می‌کنیم، این وضع خوشایند فراهم نمی‌شود. فقط با یک تحلیل دقیق مکانیک موجی همراه با روشهای آماری، که با تعداد بسیار زیادی ذره سروکار دارند، می‌توان این دستگاههای چندجسمی را به‌طور کامل بررسی کرد. به‌همین دلیل بحث ما درباره ساختار مولکولی و فیزیک حالت جامد تا حدی کیفی خواهد بود، و برخی نتایج مکانیک موجی و مکانیک آماری را بدون اثبات کامل ارائه خواهیم کرد. با چند مثال ساده، طبیعت بعضی مسائل بنیادی در فیزیک مولکولی و فیزیک حالت جامد را نشان خواهیم داد: بستگی مولکولی، دوران و ارتعاش، قوانین توزیع کلاسیک و کوانتومی، لیزرها، نظریه کوانتومی گرمای ویژه گازها و جامدها، تابش جسم سیاه، نظریه الکترون آزاد فلزها، و خواص رساناها، نیمه‌رساناها و عایقها.

۱۰۱۲ بستگی مولکولی

راههایی که در آنها یک مولکول دو اتمی ساده می‌تواند مقید باشد را بررسی می‌کنیم.

این مولکول شامل دو اتم است که بانیری جاذبه به هم مقیدند. می دانیم که اگر این مولکول بخواهد به صورت یک دستگاه مقید پایدار وجود داشته باشد، باید انرژی این دو اتم هنگام نزدیک شدن به هم از انرژی آنها هنگامی که به فاصله زیاد از هم قرار دارند کمتر باشد؛ و برای اینکه نشان دهیم که بستگی مولکولی رخ می دهد، باید صرفاً ثابت کنیم که وقتی اتمها به اندازه کافی به هم نزدیک می شوند انرژی کل آنها کاهش می یابد.

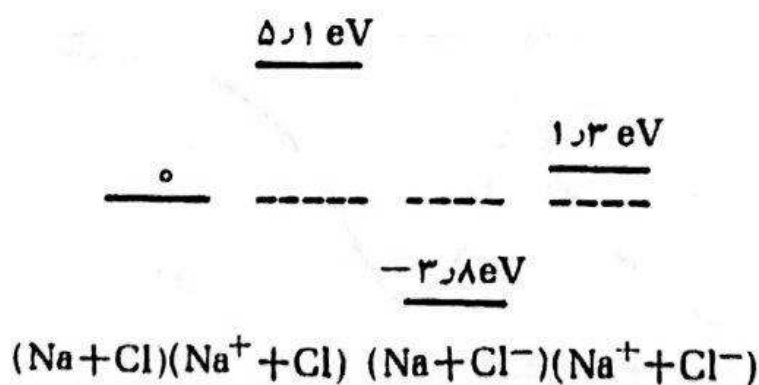
دو طریق مهمی که در آنها مولکولها مقید می شوند عبارت اند از بستگی یونی، یا غیر هم قطبی، و بستگی هم ظرفیت، یا هم قطبی. مثالی از یک مولکول که تقریباً به طور کامل توسط بستگی یونی مقید می شود کلرور سدیم (NaCl) و یک نمونه از بستگی هم ظرفیت مولکول هیدروژن (H_2) است.

بستگی یونی. می خواهیم نشان دهیم که کلرور سدیم می تواند به صورت یک مولکول پایدار وجود داشته باشد؛ یعنی انرژی کل این دستگاه کمتر از انرژی کل دو اتم جدا شده است. عنصر سدیم ($_{11}\text{Na}$) در گروه فلزات قلیایی، در ستون اول جدول تناوبی قرار دارد (جدول ۳۰۷)؛ در این گروه، سدیم دارای یک الکترون در خارج از یک زیر پوسته بسته است. پیکربندی الکترونی آن در حالت پایه به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ است. الکترون $3s$ به طور نسبتاً ضعیفی به اتم مقید است؛ این الکترون را می توان با افزودن 15 الکترون-ولت ازجا کند، و با یونیدن اتم آن را با بار الکتریکی خالص $+1e$ به جای گذاشت. فلزات قلیایی را الکترون دان گویند، زیرا به آسانی یونیده می شوند و تشکیل یونهای مثبت می دهند. پیکربندی الکترونی حاصل شامل پوسته های الکترونی بسته است که همانند پوسته های بسته گازهای بی اثرند.

عنصر کلر ($_{17}\text{Cl}$) یک عنصر هالوژنی است، که در ستون هفتم جدول تناوبی قرار می گیرد؛ تمام عناصر این ستون فاقد آن الکترونی هستند که زیر پوسته بسته p را کامل می کند. پیکربندی الکترونی کلر در حالت پایه به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$ است. اتم خنثای کلر فاقد الکترونی است که زیر پوسته قویاً مقید و کامل $3p$ را پر می کند و در واقع وقتی الکترونی به آن اضافه شود انرژی آن به اندازه 3.8 الکترون-ولت کاهش پیدامی کند و یک یون منفی با بار $-1e$ تشکیل می شود. عناصر هالوژنی را الکترون خواه می نامند؛ انرژی میل ترکیبی $_{17}\text{Cl}$ برابر 3.8 الکترون-ولت است. نتیجه می شود که باید 3.8 الکترون-ولت انرژی به یون Cl^- افزود تا آخرین الکترون برداشته شود و اتم به صورت خنثی باقی بماند.

فرض کنید که بررسی را با یک اتم خنثای سدیم و یک اتم خنثای کلر، که به فاصله بینهایت از هم قرار دارند، شروع می کنیم. برای برداشتن یک الکترون از Na ، و به آن

وسیله تشکیل Na^+ ، ۵۱ eV الکترون ولت انرژی لازم است؛ ولی هرگاه فرض شود که این الکترون به Cl منتقل و به آن وسیله Cl^- تشکیل می شود، مقدار ۳۸۸ الکترون ولت از این انرژی پس داده می شود؛ روی هم رفته، انرژی لازم فقط برابر $103\text{eV} = 51 - 388$ است. این اختلاف انرژیها در شکل ۱۰۱۲ نشان داده شده است. اکنون يك يون مثبت و يك يون منفی داریم که هنوز از هم جدا هستند. این یونها توسط نیروی کولنی الکتروستاتیکی یکدیگر را جذب خواهند کرد؛ انرژی پتانسیل کولنی $-ke^2/r$ است، که در آن r فاصله بین مراکز این دو یون است. وقتی یونهای سدیم و کلر بهم پیوندند، انرژی کل دستگاه کاهش می یابد، زیرا این نیرو جاذبه ای و انرژی پتانسیل منفی است. اگر r برابر مثلاً ۴۰ آنگستروم، که از مجموع شعاعهای زیر پوسته های بسته یونهای مربوط بزرگتر است انتخاب شود، انرژی کولنی برابر $108 -$ الکترون ولت خواهد بود. از این رو، وقتی فاصله یونها ۴۰ آنگستروم است، انرژی کل $50\text{eV} = -108 - 103$ از انرژی اتم سدیم و اتم کلر، وقتی که فاصله بین آنها نامتناهی است، کوچکتر است. انرژی خالص لازم برای تشکیل دو یون از انرژی پس داده شده توسط جاذبه الکتروستاتیکی بیشتر است. دیدیم که اتمهای سدیم و کلر وقتی که هسته های آنها در فاصله کمتر از ۴ آنگستروم قرار دارند یکدیگر را جذب خواهند کرد. وقتی فاصله بین این هسته ها باز هم بیشتر کاهش یابد يك نیروی دافعه بین دو یون شروع به عمل می کند. هنگامی که ابرهای الکترونی این دو یون، که هر يك را به شکل کره می توان در نظر گرفت، شروع به روی هم افتادن می کنند این یونها یکدیگر را دفع می کنند. اصل طرد پائولی بر تعداد الکترونهايي که می توانند در هر پوسته الکترونی اتمی معین جاداده شوند حاکم است: هر دو یون سهم کامل الکترونی خود را دارا هستند و الکترونهاي بیشتر فقط در صورتی می توانند پذیرفته شوند که حالتهاي انرژی نسبتاً بالا را اشغال کنند. در نتیجه، با کاهش فاصله بین اتمی، اصل طرد پائولی مانع روی هم افتادن پوسته های الکترونی می شود. الکترونها باید به حالتهاي دسترس پذیر بالاتر

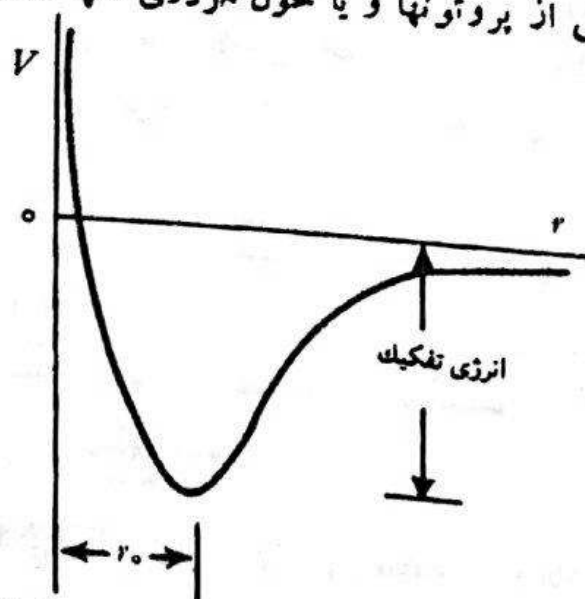


شکل ۱۰۱۲ اختلاف انرژی اتمها و یونهای سدیم و کلر.

بروند و در این صورت انرژی کل مولکول افزایش می‌یابد. چون آنها یکدیگر را در فاصله‌های بزرگ جذب‌ولی در فاصله‌های به اندازه کافی کوچک دفع می‌کنند، همان‌طور که در شکل ۲۰۱۲ نشان داده شده است، یک فاصله جدایی بین اتمی تعادل r_0 وجود دارد که در آن انرژی پتانسیل کل دستگاه کمینه است.

انرژی تفکیک یک مولکول همان انرژی بستگی است، یعنی آن مقدار انرژی است که باید بدمولکول در پایینترین حالت انرژی افزوده شود تا آن را به اتمهای مؤلفه‌اش جدا کند. مولکول کلرورسدیم دارای انرژی تفکیک ۴۲۴ الکترون‌ولت و فاصله جدایی تعادل ۲۳۶ آنگستروم است. چون اجزای این مولکول با بستگی یونی به هم می‌پیوندند، انتهای که شامل هسته سدیم است نمایشگر ناحیه بار الکتریکی مثبت و انتهای که هسته کلر را در بر دارد نمایشگر ناحیه بار الکتریکی منفی است. از این رو، مولکول یونی عبارت است از یک مولکول قطبی با گشتاد دو قطبی الکتریکی دائمی. به همین دلیل، بستگی یونی به بستگی غیر هم‌قطبی معروف است.

بستگی هم‌ظرفیت. مثال ساده بستگی هم‌ظرفیت مولکول هیدروژن (H_2) است. ولی قبل از بحث درباره این مولکول ابتدا دستگاه بازهم ساده‌تری، یعنی یون مولکول هیدروژن (H_2^+) را بررسی می‌کنیم. می‌توان چنین فرض کرد که وقتی اتم هیدروژن خنثی (یک الکترون که به یک پروتون مقید است) به اتم هیدروژن یونیده (یک پروتون تنها) می‌پیوندد، یون مولکول هیدروژن تشکیل می‌شود. هنگامی که پروتون‌ها خیلی از هم دورند، الکترون تنها به پروتون مقید خواهد بود، ولی وقتی پروتون‌ها به اندازه تقریباً یک آنگستروم از هم جدا هستند، الکترون را می‌توان چنان پنداشت که از یک پروتون به دیگری می‌پرد و گویی که حول یکی از پروتون‌ها و یا حول هر دوی آنها مدارهایی تشکیل می‌دهد.

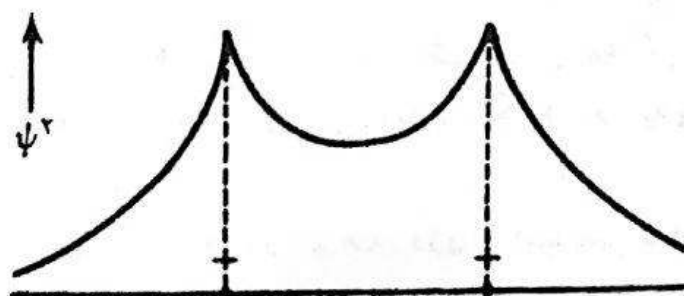


شکل ۲۰۱۲ پتانسیل مولکولی به صورت تابعی از فاصله بین اتمی.

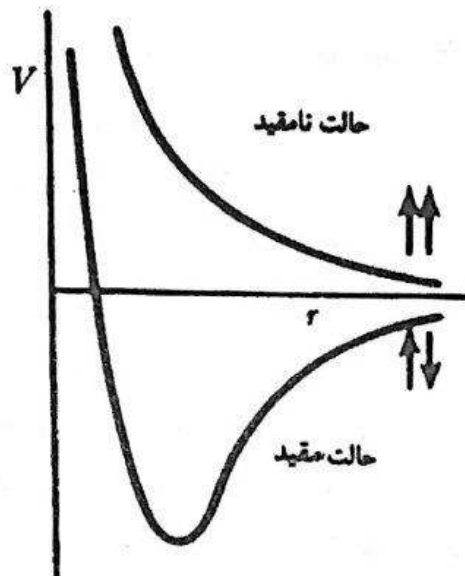
با استفاده از مکانیک موجی می توان تابع موج ψ این الکترون را به تفصیل حل کرد؛ احتمال بودن الکترون در هر مکانی با ψ^2 متناسب است. این نتایج در شکل ۳.۱۲ نشان داده شده اند. می بینیم که احتمال بودن این الکترون در ناحیه بین دو هسته، در مقایسه با احتمال بودن آن در هر «انتهای» مولکول، نسبتاً بالاست. وقتی این الکترون بین پروتونها قرار گیرد، هر دو پروتون را با نیروی الکتروستاتیکی کولنی جذب می کند؛ وقتی الکترون خارج از فاصله بین دو پروتون قرار گیرد، پروتونها با شدت کمتری به سوی آن جذب می شوند و دافعه متقابل آنها از اهمیت بیشتری برخوردار می شود. چون نیروی دافعه متقابل بین این دو هسته با کاهش r (فاصله آنها) افزایش می یابد، مولکول H_2^+ دارای یک کمینه در انرژی پتانسیل است. معلوم شده است که فاصله جدایی تعادل برابر $r_e = 1.06 \text{ \AA}$ و انرژی تفکیک برابر 2.65 الکترون ولت است.

اکنون مولکول هیدروژن را که از به هم پیوستن دو اتم خنثای هیدروژن تشکیل شده است بررسی می کنیم. بستگی دو اتم خنثای یکسان بر مبنای مکانیک کلاسیک کاملاً غیر قابل بیان است. بستگی مولکول هیدروژن را فقط بر اساس مکانیک موجی و اصل طرد پائولی می توان درک کرد. هرگاه فاصله این دو اتم هیدروژن در مقایسه با اندازه اولین مدار بوهر بزرگ باشد (۵ آنگستروم)، هر الکترون به وضوح همراه با هسته مادر خویش شناخته می شود، ولی وقتی فاصله این دو اتم با اندازه هر یک از اتمها قابل مقایسه باشد، مطلقاً هیچ راهی برای تشخیص بین این دو الکترون وجود ندارد، و دیگر امکان ندارد که به هر هسته بخصوصی یک الکترون وابسته کرد.

ولی از دو طریق می توان دو اتم هیدروژن را به هم پیوند داد: با هم راستا بودن اسپینهای دو الکترون، یا ناهم راستا بودن آنها. همان طور که در شکل ۳.۱۲ نشان داده شده است، مکانیک موجی نشان می دهد که وقتی اتمهای هیدروژن به هم می پیوندند، انرژی کل دستگاه هنگامی که اسپینهای دو الکترون هم راستا هستند افزایش می یابد و هنگامی که هم راستا نیستند کاهش می یابد. این اختلاف انرژی از عملکرد اصل طرد پائولی ناشی می شود.



شکل ۳.۱۲ احتمال مکانیک کوانتومی برای یافتن الکترون در یون هیدروژن مولکولی، H_2^+ .



شکل ۴.۱۲ پتانسیل بین دو اتم هیدروژن با اسپینهای هم راستا و ناهم راستا.

نیروی بستگی مولکول خنثای هیدروژن (دوالکترونی)، که در یون مولکول هیدروژن (یک الکترونی) وجود ندارد، به انرژی به اصطلاح تبادل وابسته است. وقوع تبادل الکترونی، یک پدیده مطلقاً مکانیک موجی است، که برای آن هیچ مانستگی کلاسیک دقیقی وجود ندارد. با وجود این، می توان تبادل دوالکترن یکسان و غیر قابل تمایز را از طریق رفتار اسپینهای آنها مجسم کرد. توجه کردیم که مولکول هیدروژن، با به اشتراک گذاشته شدن دوالکترن توسط دوهسته، تنها وقتی که این الکترونها دارای اسپینهای ناهم راستا هستند مقید می شود؛ حتی وقتی که این دوالکترن راستای اسپینهای خود را مبادله کنند، یعنی اگر الکترون با اسپین بالا به صورت الکترون با اسپین پایین در آید، و الکترونی که از آغاز دارای اسپین پایین بوده است همزمان به صورت الکترونی با اسپین بالا در آید امکان باقی ماندن این حالت بوده است همزمان وجود داشته باشند، این دو الکترون می توانند به هر دو پروتونهای جاذبه ای مقید وجود دارد. در حقیقت سهم اصلی در بستگی مولکول به عهده این مبادله اسپینهای الکترونی است. هرگاه در ناحیه بین پروتونها، دو الکترون با اسپینهای ناهم راستا به طور همزمان وجود داشته باشند، این دو الکترون می توانند به هر دو پروتونهای جاذبه ای وارد کنند. به طور تقریبی این دوهسته مولکول هیدروژن در این دوالکترن شریک می شوند، به طوری که هر هسته می تواند، لااقل برای مدتی، این دوالکترن را که یک پوسته بسته حول آن را پرمی کنند دارا باشد.

به دلیل پدیده تبادل، همچنانکه دو اتم هیدروژن با اسپینهای ناهم راستا به هم نزدیک می شوند، انرژی کل آنها کاهش می یابد. ولی سرانجام دافعه متقابل هسته ها از بستگی حاصل از تبادل بیشتر می شود. از این رو، یک انرژی کمینه، متناظر با پیکر بندی تعادل مولکول،

وجود دارد. برای مولکول هیدروژن بستگی تعادلی برابر $r_0 = 0.74 \text{ \AA}$ و انرژی تفکیک برابر 4.748 الکترون ولت است.

بستگی شیمیایی دو اتم یکسان غیر قطبی را بستگی هم ظرفیت می نامند، زیرا این بستگی عبارت است از اشتراك الکترونهاى ظرفیت که اساساً موجب نیروی جاذبه می شوند. مولکولی مانند هیدروژن گشتاور دو قطبی الکتریکی دائمی ندارد و به آن مولکول غیر-قطبی گفته می شود. به همین دلیل است که بستگی هم ظرفیت را بستگی هم قطبی نیز می نامند. يك مولکول هیدروژن مقید با دو اتم می تواند وجود داشته باشد نه با سه یا بیشتر. نیروهای ظرفیت که در بستگی هم ظرفیت عمل می کنند نشانگر اشباع اند، زیرا تعداد اتمهایی که می توانند به یکدیگر مقید شوند محدود است. اشباع نیروهای شیمیایی هم ظرفیت از پدیده تبادل الکترون ناشی می شود.

می خواهیم نشان دهیم که مولکول H_2 نمی تواند به صورت يك دستگاه مقید وجود داشته باشد. برای سهولت، ابتدا نیروهایی را که بین يك اتم خنثای هلیوم و يك اتم خنثای هیدروژن عمل می کنند بررسی می کنیم. وقتی هلیوم در حالت پایه است دو الکترون پوسه $1s$ را کامل می کنند و پیکربندی به صورت $1s^2$ خواهد بود. طبق اصل پائولی، این دو الکترون باید دارای اسپینهای ناهم راستا ($\uparrow\downarrow$) باشند، لذا اسپین کل اتم صفر است. حال فرض می کنیم که يك اتم هیدروژن (با اسپین الکترونی $1/2$) به يك اتم هلیوم (با اسپین الکترونی کل 0) نزدیک می شود. در صورتی که بین این دو اتم بستگی شیمیایی وجود داشته باشد، این بستگی باید از تبادل اسپینهای الکترونی ناشی شود. يك الکترون ($\uparrow$) در اتم هیدروژن فقط از دو طریق ممکن می تواند با اتم هلیوم برهم کنش کند: با تبادل اسپینها با يك الکترون ($\uparrow$) یا با دیگری ($\downarrow$). فرض می کنیم که الکترون اتم هیدروژن ($\uparrow$) اسپین خود را با اسپین این الکترون اتم هلیوم ($\uparrow$) مبادله کند. در این صورت این دو اسپین هم راستا هستند ($\uparrow\uparrow$)، و نیروی تبادل بین این اتمها، مانند حالت مربوط به مولکول هیدروژن، دافعه است. حال فرض می کنیم که الکترون اتم هیدروژن ($\uparrow$) اسپین خود را با الکترون دیگر اتم هلیوم ($\downarrow$) مبادله کند؛ این تبادل به يك بستگی بین این دو اتم منجر می شود، ولی در این صورت اسپینهای الکترون اتم هلیوم هم راستا می شوند ($\uparrow\uparrow$)، که طبق اصل طرد پائولی ممنوع است. از این رو چنین تبدالی غیر ممکن است. بنابراین، تنها نیروی تبادل ممکن بین يك اتم هیدروژن و يك اتم هلیوم دافعه است، و مولکول HHe وجود ندارد.

به آسانی می توان این استدلال را به برهم کنش بین يك مولکول هیدروژن و يك اتم هیدروژن تعمیم داد. مولکول هیدروژن، مانند اتم هلیوم، دارای اسپینهای الکترونی

باهم راستا است. تنها تبادل الکترونی ممکن بین H_1 و H_2 به نیروی دافعه منجر می‌شود، و پیوند هم قطبی شیمیایی بین اتمهای هیدروژن با دو الکترون، اشباع می‌شود. مولکول H_2 تشکیل نمی‌شود. بستگی هم قطبی آنها را می‌توان به ساختارهای پیچیده‌تر تعمیم داد؛ معلوم شده است که در تمام مولکولهای آلی بستگی از این نوع است. ولی، بیشتر مولکولهای معدنی با آمیزه‌ای از هر دو نوع بستگی یونی و بستگی هم ظرفیت مقیدند، که نوعاً یکی از این دو بستگی بر دیگری غالب می‌شود.

نیروی نوع سوم، یعنی تنها نیرویی که در برهم کنش بین اتمهای با پوسته بسته گازهای بی اثر وارد می‌شود، عبارت است از نیروی وان‌دروالس. این نیرو موجب هم‌دوش در حالت مایع و حالت جامد گازهای نادر می‌شود. وقتی چنین دواتمی به یکدیگر نزدیک شوند، «مرکز» بار منفی از هسته مثبت دور می‌شود. آنگاه این اتمها، از طریق دو قطبهای الکتریکی حاصل از جابجایی بار، به‌طور ضعیف برهم کنش می‌کنند.

فراایندهای بستگی یونی و هم قطبی می‌توانند اتمها را به هم پیوند دهند تا جامدهای بلورین تشکیل شوند. مثالی از یک بلور یونی کلرورسدیم است (شکل ۱۰۵). این بلور یک هالید قلیایی است، که در آن یونهای Na^+ و Cl^- به‌طور یک در میان در گوشه‌های یک شبکه مکعبی قرار دارند. نمونه‌ای از یک بلور هم ظرفیت الماس (کربن) است، که در آن هسته‌های کربن در مرکز و در گوشه‌های یک چهار وجهی در ساختار سلول بنیادی قرار دارند. نوع سوم بستگی بلورین، که هیچ مانندی برای آن در مولکولها وجود ندارد، بستگی فلزی است. این نوع بستگی، که از برهم کنش کولنی بین یونهای ثابت مثبت و الکترونهای آزاد فلزناشی می‌شود، دارای منشأ مکانیک کوانتومی است.

۲۰۱۲ دوران و ارتعاش مولکولی

اتمهای یک مولکول دواتمی می‌توانند حول مرکز جرم مولکول دوران و در امتداد محور بین اتمی ارتعاش کنند. انرژیهای دورانی و ارتعاشی مولکولی، هر دو، کوانتیده‌اند و این امر به طیفهای دورانی و ارتعاشی مولکولی متمایز منجر می‌شود. علاوه بر این، کوانتش انرژی دورانی و انرژی ارتعاشی به‌طور عمده به گرماهای ویژه گازها و جامدها مربوط می‌شود.

دوران مولکولی. اندازه حرکت زاویه‌ای L وابسته به حرکت مداری یک الکترون اتمی بر طبق قاعده

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar \quad (107)$$

کوانتیده می‌شود، که در آن l عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری با مقادیر ممکن $0, 1, 2, \dots, n-1$ است. همین‌طور، اندازه حرکت زاویه‌ای L_r وابسته به دوران تمامی یک مولکول، به شکل یک دمبل صلب، حول محوری که از مرکز جرم این مولکول می‌گذرد بر طبق قاعده

$$L_r = \sqrt{J(J+1)} \hbar \quad (1.12)$$

کوانتیده می‌شود، که در آن عدد کوانتومی دورانی J دارای مقادیر درست ممکن $0, 1, 2, \dots$ است.

کوانتش اندازه حرکت زاویه‌ای دورانی مولکولی حاکی از کوانتش انرژی دورانی مولکول است، زیرا انرژی جنبشی E_k هر جسم دوار با سرعت زاویه‌ای ω ، گشتاور لختی I ، و اندازه حرکت زاویه‌ای $L = I\omega$ ، همه نسبت به یک محور دوران، از رابطه زیر به دست می‌آیند*

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I} = \frac{L^2}{2I}$$

با قراردادن رابطه (۱.۱۲) در رابطه بالا نتیجه می‌شود

$$E_r = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I} \quad (2.12)$$

انرژی جنبشی دورانی کوانتیده است، یعنی مقادیر ممکن E_r عبارت‌اند از $0, 1, 2, 3, \dots$ ضربدر $\hbar^2/2I$ ، که در آن $\hbar^2/2I$ مقدار ثابتی برای یک دوران کننده صلب معلوم است. یک نمودار تراز انرژی خالص در شکل ۵.۱۲ نشان داده شده است. چون جرم‌های هسته‌ای یک مولکول دواتمی همواره، در مقایسه با جرم الکترون‌های اتمی، بزرگ‌اند تنها گشتاور لختی محسوس مولکول حول محوری است که بر محور واصل بین دو هسته مولکول عمود است. همان‌طور که در شکل ۶.۱۲ نشان داده شده است، برای این محور دوران که از مرکز جرم مولکول می‌گذرد، گشتاور لختی I از رابطه زیر محاسبه می‌شود**

$$I = \sum m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \quad (3.12)$$

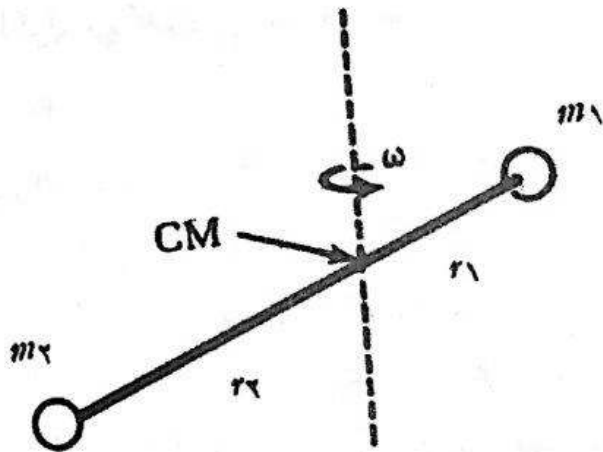
که در آن r_1 و r_2 ، به ترتیب، فاصله جرم‌های اتمی m_1 و m_2 از مرکز جرم‌اند. این جرم‌ها

* رک بخش ۶.۱۱ کتاب زیر

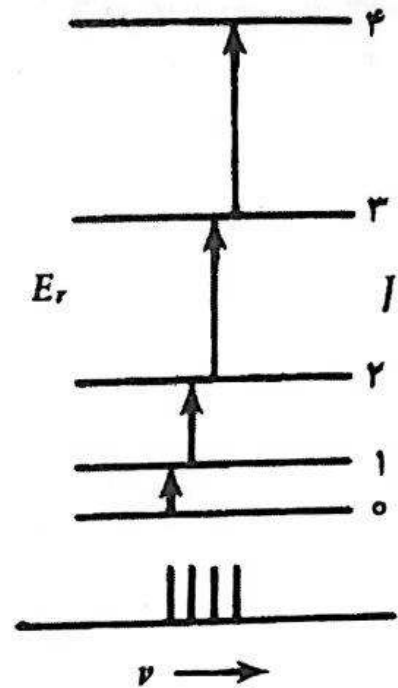
Weidner and Sells, *Elementary Classical Physics*, 2nd ed.

** رک معادله (۱۴.۱۱) کتاب زیر

Weidner and Sells, *Elementary Classical Physics*, 2nd ed.



شکل ۵.۱۲ یک مولکول دواتمی چرخان.



شکل ۵.۱۲ نمودار تراز انرژی دورانی یک مولکول دواتمی، همراه با طیف خالص دورانی.

وفاصله‌ها از طریق تعریف مرکز جرم با $m_1 r_1 = m_2 r_2$ به هم مربوط می‌شوند.* معادله (۳.۱۲) را به شکل زیر نیز می‌توان نوشت

$$I = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (r_1 + r_2)^2 \quad (۴.۱۲)$$

جرم کاهش‌یافته مولکول، $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ (مسئله ۳۹ فصل ۶ را ببینید) و $r_1 + r_2$ فاصله r_0 بین هسته‌های دو اتم است. بنابراین، گشتاور لختی مولکولی را می‌توان به شکل ساده‌تر زیر نوشت

$$I = \mu r_0^2 \quad (۵.۱۲)$$

گذارهای بین حالت‌های انرژی دورانی مولکولی کوانتیده یک مولکول قطبی، طیف خالص دورانی مولکول را نتیجه می‌دهد. قاعده گزینش حاکم بر گذارهای مجاز به صورت $\Delta J = \pm 1$ است. بسامدهای ν فوتون، با استفاده از رابطه کلی کوانتومی $h\nu = \Delta E$ و رابطه (۴.۱۲)، به صورت $\nu = (\hbar / 2\pi I)(J + 1)$ بیان می‌شوند، که در آن J عدد کوانتومی دورانی حالت انرژی پایین‌تر است. از این رو همان‌طور که در شکل

* ر ک معادله (۳.۶) کتاب زیر

۵.۱۲ نشان داده شده است، طیف خالص دورانی شامل خطوط هم فاصله‌ای است که نوعاً در نواحی فرو سرخ دور یا نواحی میکرو موج طیف الکترومغناطیسی یافت می‌شوند. مشاهده بسامدهای طیفهای خالص دورانی، محاسبه گشتاور لختی I و بنابراین فاصله جدایی بین اتمی $r_0 = (I/\mu)^{1/2}$ را امکانپذیر می‌کند. طیفهای چند اتمی پیچیده‌ترند، زیرا این مولکولها با بیش از يك گشتاور لختی مولکولی غیر صفر مشخص می‌شوند. ارتعاش مولکولی. يك نوسانگر هماهنگ ساده با انرژی پتانسیل

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 \quad (۶.۱۲)$$

مشخص می‌شود، که در آن x جابه‌جایی از موضع تعادل و k مقیاسی از سختی است که با آن ذره به اطراف خود مقید می‌شود. از لحاظ کلاسیکی، برای ذره‌ای به جرم m که تحت تأثیر يك نیروی بازگرداننده $F = -kx$ قرار دارد، بسامد طبیعی نوسان (f) چنین بیان می‌شود

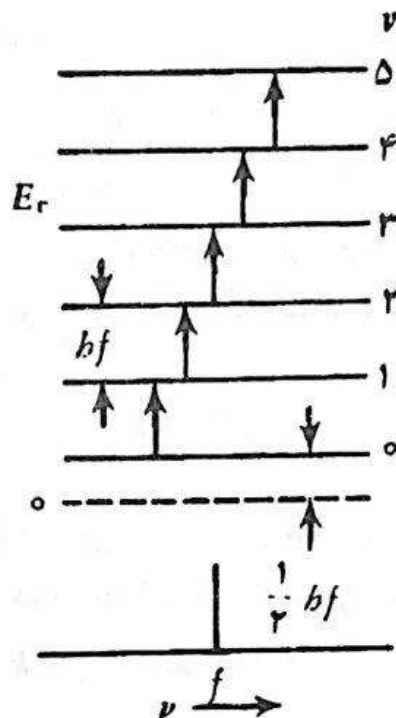
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (۷.۱۲)$$

تا وقتی که منحنی انرژی پتانسیل نسبت به جابه‌جایی دقیقاً سهمی است، یعنی $E_p \propto x^2$ است، بسامد نوسان f از دامنه نوسان مستقل است و فقط به لختی m و ضریب کشسانی k ی نوسانگر بستگی دارد.

مسئله مکانیک کوانتومی نوسانگر هماهنگ ساده، که مسئله یافتن توابع موج مجاز و انرژیهای کوانتیده است، با استفاده از تابع انرژی پتانسیل (۶.۱۲) در معادله موج شرودینگر حل می‌شود. نتایج مربوط به انرژیهای ارتعاشی مجاز E_p (شکل ۲۶.۵ ب و مسئله ۴۸.۵) به شرح زیرند

$$E_v = \left(v + \frac{1}{2}\right) h \sqrt{\frac{k}{m}} = \left(v + \frac{1}{2}\right) hf \quad (۸.۱۲)$$

که در آن عدد کوانتومی ارتعاشی v مقادیر درست $v = 0, 1, 2, \dots$ اختیار می‌کند. نمودار تراز انرژی يك نوسانگر هماهنگ ساده کوانتومی در شکل ۷.۱۲ نشان داده شده است. انرژیها هم فاصله‌اند و فاصله بین ترازهای مجاور برابر hf است. مخصوصاً توجه کنید که انرژی پایینترین تراز ارتعاشی، یعنی انرژی مربوط به $v = 0$ ، صفر نیست بلکه $E_0 = (1/2)hf$ است. این انرژی با ارتعاش به اصطلاح نقطه صفر متناظر است. در مکانیک کوانتومی، يك نوسانگر هرگز در حالت سکون نیست، ارتعاش نقطه صفر



شکل ۷.۱۲ نمودار تراز انرژی ارتعاشی یک مولکول دو اتمی همراه با طیف ارتعاشی.

حتی در حالت پایه نیز رخ می‌دهد؛ البته، در مکانیک کلاسیک ذره را می‌توان چنان پنداشت که دارای انرژی کل صفر و کاملاً به‌حال سکون است. وقوع ارتعاش نقطه صفر مظهر مخصوصاً برجسته‌ای از اصل عدم قطعیت است، که ایجاب می‌کند حاصلضرب عدم قطعیت اندازه حرکت ذره در عدم قطعیت مختصه مکان وابسته به آن، از مرتبه h ، یا $\Delta p_x \Delta x \approx h$ باشد. زیرا اگر قرار بود که ذره نوسانگر کاملاً به‌حال سکون باشد ($\Delta p_x = 0$) در آن صورت عدم قطعیت در مکان آن نامتناهی بود؛ برعکس، اگر ذره در درون یک ناحیه متناهی از فضا جایگزیده بود، اندازه حرکت و بنابراین، انرژی آن نمی‌توانستند صفر باشند.

اتمهای یک مولکول دو اتمی در امتداد محور بین دو اتم حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهند. همان‌طور که در شکل ۷.۱۲ نشان داده شده است، انرژی پتانسیل بین اتمی در مجاورت کمینه، که در آن فاصله جدایی تعادل برابر r_0 است، تقریباً به‌شکل سهمی است. در فواصل جدایی نه چندان متفاوت با r_0 ، انرژی پتانسیل یک مولکول دو اتمی را می‌توان تقریباً به صورت

$$V = V_0 + \frac{1}{2}k(r - r_0)^2 \quad (9.12)$$

نوشت، که همان تابع انرژی پتانسیل يك نوسانگر هماهنگ ساده است. از این روسته‌های این دو اتم در $r > r_0$ تحت تأثیر يك نیروی بازگرداننده جاذبه و در $r < r_0$ تحت تأثیر يك نیروی بازگرداننده دافعه قرار می‌گیرند. هر يك از این دو اتم نوسانهایی نسبت به مرکز جرم مولکول انجام می‌دهند. بنابراین، انرژیهای کوانتیده ارتعاش مولکولی با رابطه (۸.۱۲) بیان می‌شوند. ولی چون می‌دانیم که هر دو اتم نسبت به مرکز جرم مولکول نوسان می‌کنند جرم m که در روابط (۷.۱۲) و (۸.۱۲) ظاهر می‌شود باید نمایشگر جرم کاهیده مولکول، یعنی $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ باشد.

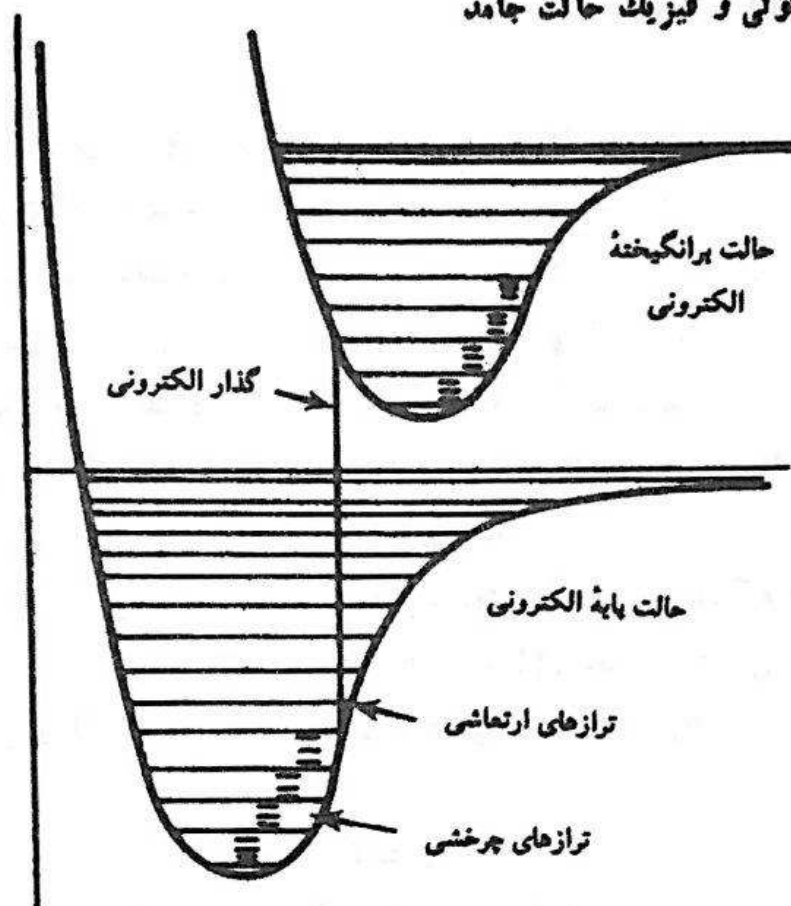
گذارهای مجاز، برای يك مولکول قطبی مرتعش، آنهایی هستند که از قاعده گزینش $\Delta v = \pm 1$ پیروی کنند؛ این گذارها بین ترازهای انرژی مجاور رخ می‌دهند. از این رو، بسامد ν فوتون برای گذارهای بین ترازهای ارتعاشی، از رابطه $h\nu = \Delta E_v = hf$ محاسبه می‌شود، یا

$$\nu = f \quad (10.12)$$

بنابراین، فوتونهای درآشامیده شده یا گسیل‌شده در گذارهای بین ترازهای ارتعاشی هم فاصله، دارای يك بسامدند. به علاوه، بسامد فوتون دقیقاً برابر بسامد متناظر کلاسیك نوسان است. طیف ارتعاشی يك مولکول دو اتمی نوعی (در حقیقت با حذف چرخش، يك تك خط) در ناحیه فرو سرخ طیف الكترومغناطیسی قرار می‌گیرد. مولکول دو اتمی مرتعش، چیزی جز يك مثال از يك نوسانگر هماهنگ ساده مکانیک کوانتومی نیست. اتمهای موجود در يك جامد نیز با پتانسیل بین اتمی، که برای جابه‌جاییهای كوچك اتمی تقریباً به شکل سهمی است مقید می‌شوند، و بنابراین انرژیهای مجاز برای نوسانهای بین اتمی نیز، توسط رابطه (۸.۱۲) بیان می‌شوند.

طیف مولکول دو اتمی. طیف ارتعاشی يك مولکول دو اتمی قطبی با طیف ارتعاشی يك نوسانگر هماهنگ ایده‌آل (که پتانسیل آن برای کلیه جابه‌جاییها دقیقاً به شکل سهمی است) تفاوت دارد، زیرا در بالای حالت پایه، به ازای درجات بالای برانگیختگی ارتعاشی، شکل سهمی پتانسیل مولکولی تغییر می‌کند. به همین دلیل است که ترازهای انرژی ارتعاشی برای اعداد کوانتومی بالا هم فاصله نیستند، بلکه در نزدیکی حد تفكك گرد هم اجتماع می‌کنند. برای چنین نوسانگر ناهماهنگی، گذارهایی که برای آنها ν به اندازه ۲، ۳، ۰۰۰ و همین‌طور به اندازه ۱ تغییر کند مجازند.

بسامدهای ارتعاشی مولکولهای دو اتمی، تقریباً به اندازه ۱۰۰ برابر بسامدهای دورانی مولکولها، در بخش فرو سرخ طیف الكترومغناطیسی افت می‌کنند. بنابراین، اختلاف در انرژی بین حالت‌های انرژی ارتعاشی تقریباً ۱۰۰ برابر بزرگتر از اختلاف در انرژی بین حالت‌های دورانی است. از این رو، مطابق شکل ۸.۱۲، برای هر حالت ارتعاشی،



شکل ۸-۱۲ نمودار تراز انرژی، که برخی از ترازهای الکترونی، ارتعاشی، دورانی یک مولکول دواتمی را نشان می‌دهد.

مجموعه کاملی از حالت‌های دورانی ممکن وجود دارد. به دلیل ساختار ریز دورانی حالت‌های ارتعاشی، طیف‌های درآشامی یا گسیلی حاصل از مولکول‌های دواتمی، نه فقط شامل تک خط‌های ارتعاشی‌اند، بلکه شامل گروه‌هایی از خطوط دورانی بسیار نزدیک به هم هستند که در نزدیکی بسامد گذار ارتعاشی اجتماع می‌کنند. طیف‌های فروسرخ مولکول‌های دواتمی، بازتابی از تغییرات هر دو حالت دورانی و ارتعاشی مولکول هستند و طیف‌های ارتعاشی-دورانی نامیده می‌شوند. برای مثال، خطوط ارتعاشی-دورانی مولکول HCl ، در طول موجی در حدود 3.3×10^{-4} سانتیمتر متمرکزند.

در بحث پیرامون ارتعاش و دوران مولکولی، عمدتاً حرکت دورانی و ارتعاشی هسته‌های اتم‌ها مورد نظر بود، نه حرکت الکترون‌ها. می‌توان فرض کرد که در خلال ارتعاش یا دوران، هیچ تغییری در حالت الکترون‌های موجود در یک مولکول ایجاد نمی‌شود، زیرا حرکت‌های مولکولی به قدری آهسته‌تر از حرکت‌های الکترون‌ها رخ می‌دهند که قادر به دنبال کردن هسته‌ها هستند. ولی تغییر در ساختار الکترونی مولکول وقتی رخ می‌دهد که الکترون حالت یا مدار خود را در مولکول تغییر دهد. یک چنین گذار الکترونی، گسیل یا درآشامی یک طیف الکترونی مولکولی را در بخش مرئی یا فرابنفش طیف الکترومغناطیسی باعث می‌شود. در شکل ۸-۱۲ پایمانترین حالت الکترونی و یک حالت برانگیخته الکترونی از یک مولکول دواتمی نشان داده شده‌اند. منحنی پتانسیل این مولکول، در حالت برانگیخته

الکترونی، به مقداری که در مقایسه با اختلافهای انرژی ارتعاشی یا دورانی بزرگ است، به سویی بالا جابه‌جا می‌شود. حالت برانگیخته الکترونی مولکولی را می‌توان چنان پنداشت که در آن یکی از الکترونهاى اتم به يك حالت برانگیخته بالارفته باشد. در نتیجه محل تعادل r_0 می‌تواند جابه‌جا شود.

طیفهای الکترونی مولکولها پیش از اندازه پیچیده‌اند، زیرا برای يك گذار الکترونی چندین حالت دورانی و ارتعاشی ممکن وجود دارند که این گذارها می‌توانند در بین آنها رخ دهند. در این صورت، طیف مولکولی در ناحیه مرئی یا فرا بنفش، همچون طیف اتمی، شامل تعداد نسبتاً اندکی از خطوط دقیقاً معین نیست، بلکه شامل گروههای بیشماری از خطوط خیلی نزدیک به هم است که همان‌طور که در شکل ۹.۱۲ نشان داده شده است، با قدرت تفکیک متوسط تقریباً به صورت نوادهای پیوسته به نظر می‌رسند.

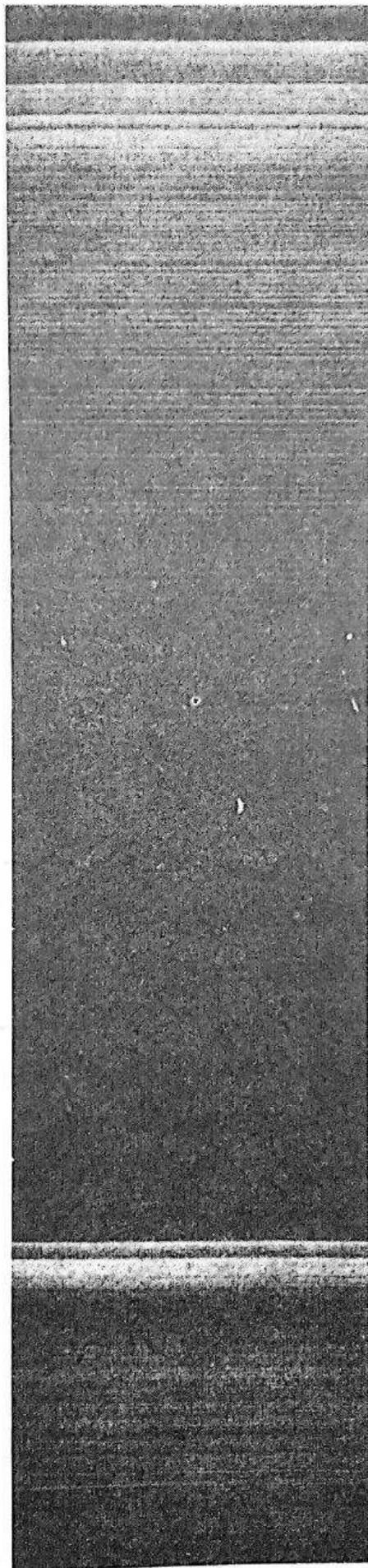
۳.۱۲ قوانین توزیع آماری

بسیاری از مسائلی که در فیزیک مطرح می‌شوند به رفتار دستگاههای منشکل از تعداد زیادی ذره یکسان و با برهم کنش ضعیف مربوط می‌شوند. روشهای آماری را که با تعداد زیادی ذره سروکار دارند مکانیک آمادی می‌نامند.

مثال آشنایی از يك دستگاه که آن را با روشهای مکانیک آمادی می‌توان بررسی کرد گاز ایده‌آلی است منشکل از تعداد زیادی ذره نقطه‌ای یکسان که از قوانین حرکت نیوتونی پیروی می‌کنند. هر چند توصیف جزئیات حرکت هر ذره از این دستگاه علی‌الاصول امکانپذیر است، اما از نظر ریاضی آنچنان دشوار است که واقعاً غیر قابل حل است. در واقع، آنچه مورد نظر است جزئیات (فتاد هر ذره از این دستگاه نیست بلکه، در عوض، متوسط فتاد ذرات میکروسکوپی و تأثیر آنها بر کمیتهای ماکروسکوپیك اندازه‌گیری شده است. از این رو، فشار يك گاز بر ظرف را (يك کمیت ماکروسکوپیك) می‌توان بر حسب جرم و سرعت متوسط مولکولها (کمیتهای میکروسکوپیك) پیشگویی کرد. به علاوه، امکان ارتباط کمیت ماکروسکوپیك دیگری چون دمای مطلق T يك گاز به يك کمیت میکروسکوپیك مانند انرژی جنبشی متوسط $\bar{\epsilon}$ مولکولها، ($\bar{\epsilon} = 3/2 kT$) وجود دارد.*

در دستگاهی چون دستگاه ذرات گاز، که تنها به طور ضعیف با هم برهم کنش می‌کنند، يك توزیع تعادل حاصل می‌شود. مولکولها با هم و با دیوارها برخورد می‌کنند. مدت برخورد در مقایسه با زمان بین برخوردها کوتاه است. بعضی مولکولها دارای انرژی

* ر.ک بخشهای ۳.۱۹ و ۶.۱۹ کتاب زیر



شکل ۹۰۱۲ بخشی از طیف نواری
سیانوزن (CN) در فرابنفش.

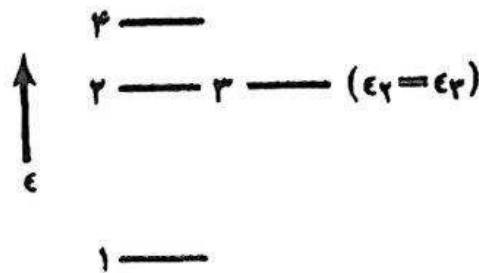
جنبشی کم و برخی دارای انرژی جنبشی زیاد خواهند بود؛ به طور خلاصه، توزیمی از انرژیها (و از این رو، توزیمی از سرعتها) در گستره قابل ملاحظه‌ای وجود خواهد داشت. البته، با وجود اینکه انرژی هر مولکول نسبت به زمان در طی برخوردها تغییر خواهد کرد، اما چنانچه مولکولها در تعادل و تعداد آنها بسیار زیاد باشد، تعداد نسبی آنها با هر انرژی بخصوصی، اساساً ثابت خواهد بود.

مکانیک آماری تعیین توزیع انرژی هر دستگاهی از ذرات در تعادل گرمایی را، که به طور ضعیف برهم کنش می‌کنند امکانپذیر می‌کند، خواه این ذرات از مکانیک کلاسیک و خواه از مکانیک کوانتومی پیروی کنند. اگرچه بسط دقیق مکانیک آماری و رای حیطه کار این کتاب است، با وجود این، بعضی نتایج مهم آن را بیان و مختصراً بحث خواهیم کرد. آنگاه این نتایج را در چند مسئله فیزیکی که در فیزیک مولکولی و فیزیک حالت جامد مورد نظرند به کار خواهیم برد.

فرض می‌کنیم که برای هر ذره در دستگاهی متشکل از تعداد ییشمار ذره یکسان، که به طور ضعیف برهم کنش می‌کنند، مجموعه گسسته‌ای از حالت‌های کوانتومی دسترس‌پذیر باشد؛ انرژی هر حالت i با ϵ_i نشان داده می‌شود. در یک دستگاه کلاسیک، پیوستاری از انرژیهای مجاز وجود دارد و جدایی بین انرژیهای مجاور را می‌توان برابر صفر گرفت. تا آنجا که فرض شود این ذرات تنها به طور ضعیف با هم برهم کنش می‌کنند، هر ذره دارای مجموعه‌ای از حالت‌های خود است و، چنانچه این ذرات همگی یکسان باشند، تمامی آنها دارای مجموعه‌های یکسانی از حالت‌های دسترس‌پذیر برای اشغال خواهند بود.

یک مثال فرضی بسیار ساده در شکل ۱۵.۱۲ نشان داده شده است، که در آن هر ذره، در هر زمان، باید در یکی از چهار حالت ممکن وجود داشته باشد. توجه داریم که حالت‌های ۲ و ۳ دارای انرژیهای یکسانند: $\epsilon_2 = \epsilon_3$. هرگاه دو یا چند حالت متمایز (مانند ۲ و ۳) دارای انرژی یکسان باشند، این حالتها را واگن گویند. (ولی، واگنی را می‌توان با آشفتنگی خارجی برطرف کرد؛ برای مثال، همان گونه که در بخش ۵.۷ نشان داده شده است، واگنی اثر زیمن با یک میدان مغناطیسی برطرف می‌شود.) اکنون سؤال این است: «ذرات این دستگاه چگونه در میان حالت‌های گوناگون دسترس‌پذیر توزیع شده‌اند؟»

مکانیک آماری محتملترین توزیع ذرات بین حالت‌های گوناگون را در سه نوع از دستگاههایی که با مسائل فیزیکی سروکار دارند پیشگویی می‌کند. چون اکثر دستگاههای مورد نظر دارای تعداد زیادی ذره هستند، محتملترین توزیع به طور قطع محتملتر از هر توزیع دیگری است و از این رو (با یقین تقریباً کامل) نمایشگر توزیع واقعی است. در جدول ۱۰.۱۲ سه نوع توزیع احتمال فهرست شده است: آمارهای ماکسول-بولتزمن،



شکل ۱۰.۱۲ حالت‌های انرژی کوانتیده
دسترس‌پذیر برای یک ذره.

بوز-اینشتین، و فرمی-دیراک. همچنین خواص مشخصه‌ای که رفتار آماری را بیان می‌کنند، و نمونه‌های دستگاه‌های فیزیکی که از توزیمهای گوناگون پیروی می‌کنند در این جدول آمده است.

تابع توزیع $f(\epsilon_i)$ در جدول ۱۰.۱۲ نمایشگر تعداد متوسط ذرات موجود در حالت i است. تا آنجا که $f(\epsilon_i)$ فقط به انرژی این حالت بستگی دارد تعداد متوسط ذرات موجود در حالت‌های با انرژی یکسان، مانند حالت‌های ۲ و ۳ در شکل ۱۰.۱۲، برابر خواهد بود؛ برای مثال، $f(\epsilon_2) = f(\epsilon_3)$. توابع توزیع با استفاده از اصل موضوع اساسی مکانیک آمادی به دست می‌آیند:

احتمال هر توزیع بخصوصی از ذرات، بین حالت‌های دسترس‌پذیر گوناگون یک دستگاه، درست مانند احتمال هر توزیع دیگری است.

البته، هر توزیع بخصوصی باید با مشخصه‌های ذرات و با قوانین بقا، چون قانون بقای انرژی و قانون بقای ذرات، سازگار باشد.

توزیع ماکسول - بولتزمن. توزیع ماکسول-بولتزمن، که یک توزیع کلاسیک است، در مورد دستگاهی از ذرات یکسان و در عین حال متمایز از یکدیگر (برای مثال، مجموعه‌ای از توپهای بیلیارد با جرم و قطر یکسان ولی به رنگهای قرمز، آبی، غیره) به کار می‌رود. تعداد متوسط f_{MB} ذرات موجود در حالت i با انرژی ϵ_i برابر است با

$$f_{MB}(\epsilon_i) = A e^{-\epsilon_i/kT} \quad (11.12)$$

که در آن A ثابت، k ثابت بولتزمن، $1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ ، و T دمای مطلق دستگاه ذرات است که همواره در حال ترازمندی فرض می‌شود. آنچه با قانون توزیع ماکسول-بولتزمن توصیف می‌شود، رفتار متوسط گاز اتمی یا مولکولی است. این تابع توزیع، $f_{MB}(\epsilon_i)$ ، برای دو دمای مختلف در شکل ۱۱.۱۲ رسم شده است.

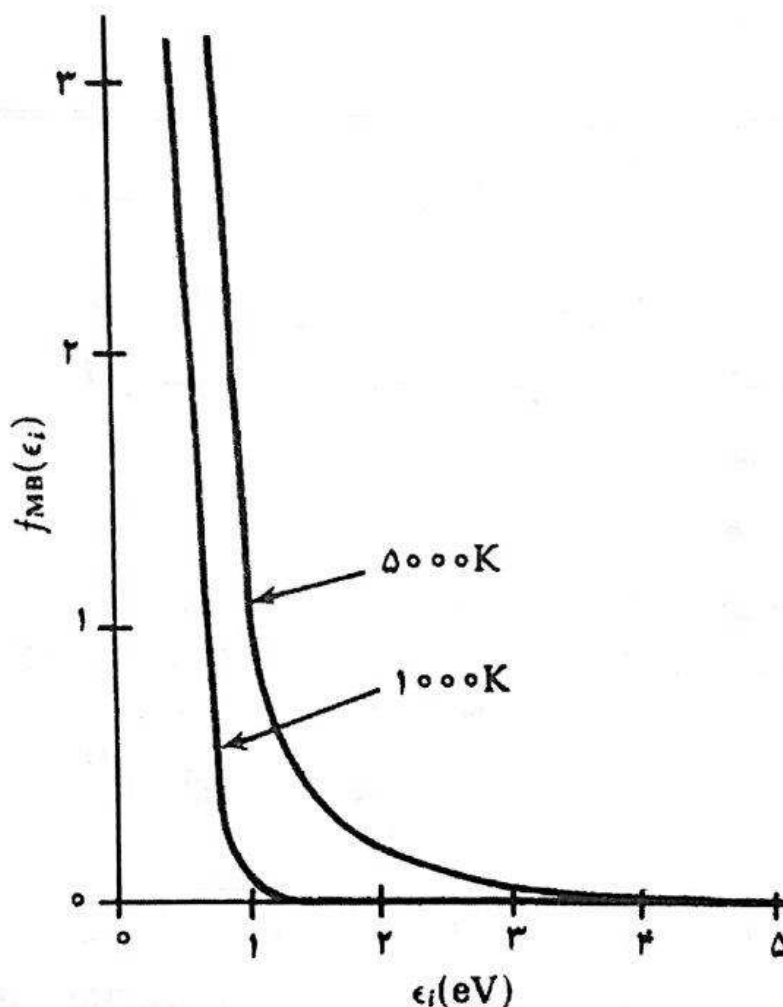
جدول ۱۰۱۲

فرمی-دیراک	بوز-اینشتین	ماکسول-بولتزمن	
ذرات یکسان و غیر قابل تشخیص با اسپین نیمدرست که از اصل طردپا ثولی پیروی می کنند.	ذرات یکسان غیر قابل تشخیص با اسپین درست.	ذرات یکسان ولی قابل تشخیص.	مشخصه های تعیین کننده آمار
$f_{FD}(\epsilon_i) = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \epsilon_F)kT} + 1}$	$f_{BE}(\epsilon_i) = \frac{1}{e^{\alpha} e^{\epsilon_i kT} - 1}$	$f_{MB}(\epsilon_i) = A e^{-\epsilon_i kT}$	تابع توزیع $f(\epsilon_i)$
گاز الکترون (اسپین ۱/۲)	هلیوم مایع (اسپین ۰) گاز فوتون (اسپین ۱) گاز فوتون (اسپین ۰)	اساساً همه گازها در تمام دماها	نمونه هایی از دستگاه هایی که از آمار پیروی می کنند.

توزیع بوز-اینشتین. قانون توزیع بوز-اینشتین، در مورد دستگاهی از ذرات یکسان که غیر قابل تمیز و هر يك دارای اسپین دست اند بدکار می رود. چنین ذراتی را بوزون می نامند. تعداد متوسط ذراتی که حالت بخصوص i با انرژی ϵ_i را اشغال می کنند با رابطه زیر بیان می شود

$$f_{BE}(\epsilon_i) = \frac{1}{e^{\alpha} e^{\epsilon_i kT} - 1} \quad (۱۲.۱۲)$$

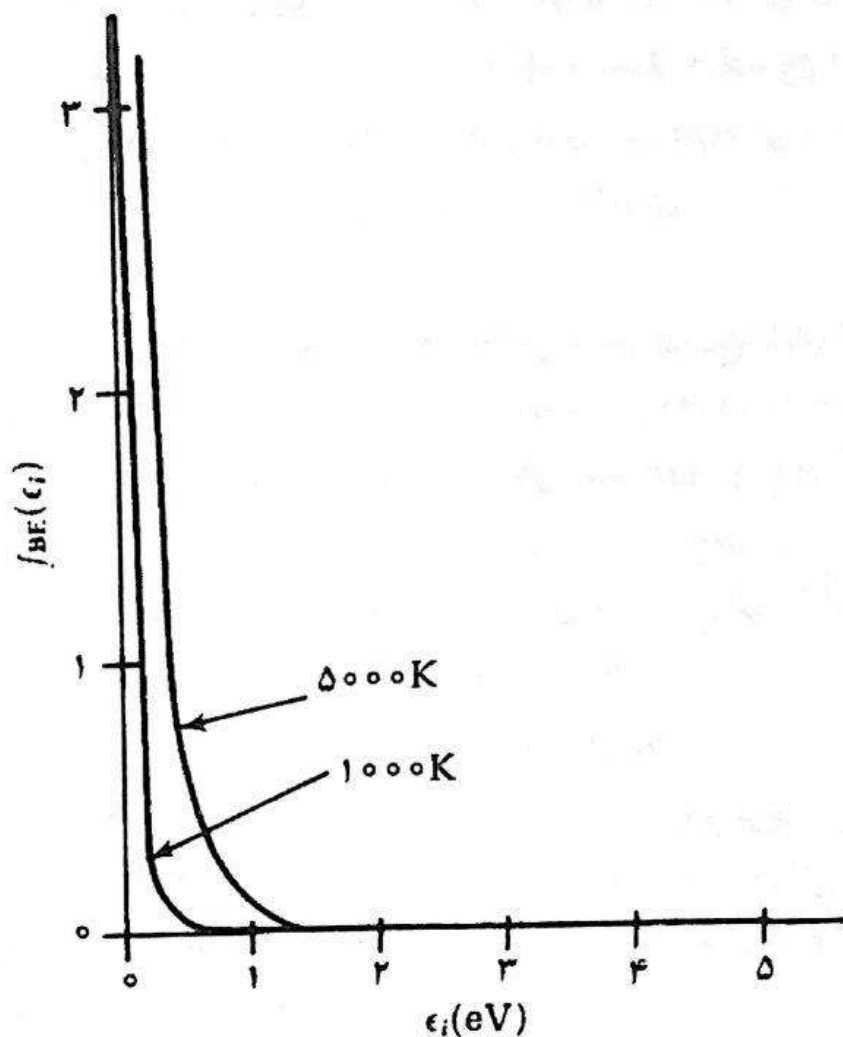
توزیع بوز-اینشتین برای $\alpha = 0$ در شکل ۱۲.۱۲ رسم شده است. می توان نشان داد که برای دستگاهی از فوتونها یا برای دستگاهی از فوتونها (که در بخش ۸.۱۲ تعریف می شوند) ثابت α باید همیشه برابر صفر باشد (از این رو، $e^{\alpha} = 1$). این مطلب از این حقیقت ناشی می شود که تعداد کل فوتونها (یا فوتونها) در يك دستگاه پایسته نمی ماند.



شکل ۱۱.۱۲ تابع توزیع ماکسول-بولتزمن.

می‌توان هم از رابطه (۱۲.۱۲) و هم از شکل ۱۲.۱۲ مشاهده کرد که وقتی $\epsilon_i \gg kT$ است (با $\alpha = 0$)، تابع توزیع $f_{BE}(\epsilon_i)$ به تابع توزیع ماکسول-بولتزمن نزدیک می‌شود. در انرژیهای پایین، یا $\epsilon_i \ll kT$ ، جمله ۱- در مخرج رابطه (۱۲.۱۲) مهم خواهد شد و دارای این اثر است که به‌ازای انرژی یکسان، $f_{BE}(\epsilon_i)$ از $f_{MB}(\epsilon_i)$ خیلی بزرگتر می‌شود.

توزیع فرمی-دیراک. توزیع فرمی-دیراک در مورد دستگاهی از ذرات یکسان که از یکدیگر غیرقابل تمیز، و لسی هریک دارای اسپین نیمدرست‌اند به‌کار می‌رود. ذرات با اسپین نیمدرست (فرمیونها) مانند الکترون، پروتون، یا نوترون، از اصل طرد پائولی پیروی می‌کنند. این اصل از وجود دو یا چند ذره به‌طور همزمان در یک حالت جلوگیری می‌کند. همچنین می‌توان گفت که اصل پائولی نمایشگر یک برهم‌کنش بسیار قوی بین ذرات فرمی یکسان است که از اشغال یک حالت به‌وسیله دو ذره جلوگیری به‌عمل می‌آورد. با وجودی که قوانین توزیع ماکسول-بولتزمن و بوز-اینشتین هیچ‌گونه محدودیتی بر تعداد ذراتی که یک حالت را اشغال می‌کنند اعمال نمی‌کنند، آمار فرمی-دیراک، حداکثر، فقط



شکل ۱۲.۱۲ تابع توزیع بوز-اینشتین.

يك ذره در هر حالت بخصوصی را مجاز می‌دارد. تعداد متوسط ذرات در حالت کوانتومی بخصوص i با انرژی ϵ_i از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$f_{FD}(\epsilon_i) = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \epsilon_F)/kT} + 1} \quad (۱۳.۱۲)$$

کمیت ϵ_F ، موسوم به انرژی فرمی، برای تعداد زیادی از مسائل مورد نظر، ثابت و تقریباً مستقل از دماست.

مفهوم فیزیکی انرژی فرمی را می‌توان از رابطه (۱۳.۱۲) درک کرد. تعداد متوسط ذرات در حالتی که $\epsilon_i = \epsilon_F$ است برابر $1/2$ است؛ یعنی، احتمال آنکه حالتی با انرژی ϵ_F اشغال شود درست برابر $1/2$ است. برای آن حالتی که انرژی آنها به مراتب کوچکتر از ϵ_F است، جمله‌نمایی در مخرج رابطه (۱۳.۱۲) اساساً صفر می‌شود و $f_{FD} = 1$ است؛ از این رو تمام این حالتها سهم کامل خود از ذرات را (يك ذره برای

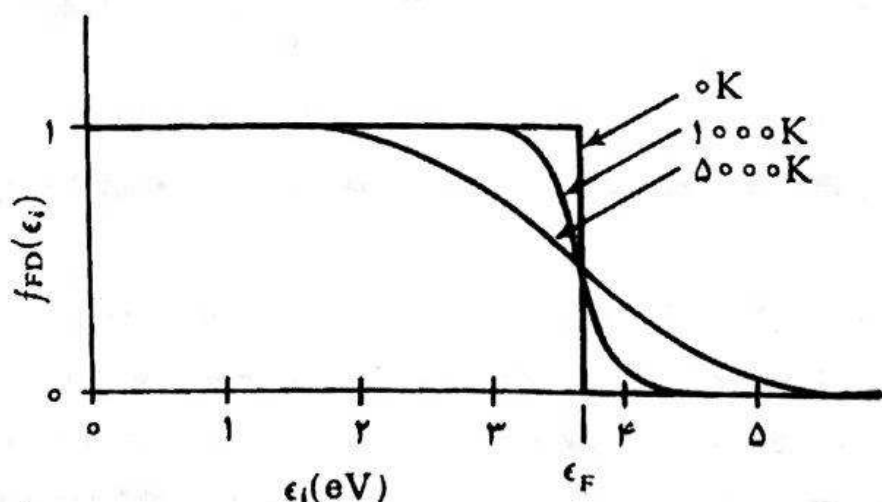
هر حالت) دارا هستند و پرمی شوند. برای حالتیایی با انرژیهای به مراتب بزرگتر از انرژی فرمی، جمله نمایی بسیار بزرگتر از ۱+ و f_{FD} به توزیع ماکسول - بولتزمن، رابطه (۱۱.۱۲)، تحویل می شود. دردمای صفر مطلق، توزیع فرمی - دیراک f_{FD} برای تمام حالتیهای تا ϵ_F ، برابر ۱ و برای تمام حالتیهای با انرژیهای بزرگتر از ϵ_F ، برابر صفر است (شکل ۱۳.۱۲).

اکنون باید توجه داشت که برای هر سه نوع تابع توزیع، $f(\epsilon_i)$ فقط تعداد متوسط ذرات اشغال کننده حالت i با انرژی ϵ_i را به دست می دهد، نه تعداد $n(\epsilon_i)$ از ذرات با انرژی ϵ_i را. این امر به این دلیل است که ممکن است دو یا چند حالت با انرژی یکسان وجود داشته باشند. بنابراین، کمیت $g(\epsilon_i)$ موسوم به وزن آمادی را که نمایشگر تعداد حالتیهای با انرژی یکسان ϵ_i است معرفی می کنیم؛ برای مثال، در شکل ۱۵.۱۲، $g(\epsilon_1) = 1$ ، $g(\epsilon_2) = 2$ و $g(\epsilon_3) = 1$ است. در نتیجه

$$n(\epsilon_i) = f(\epsilon_i)g(\epsilon_i) \quad (14.12)$$

در بسیاری وضعیتها ترازهای انرژی آنقدر نزدیک به هم قرار می گیرند که می توان آنها را پیوسته در نظر گرفت. در این صورت می خواهیم تعداد ذراتی را، $n(\epsilon)d\epsilon$ ، که انرژی آنها بین ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ است محاسبه کنیم. برای این کار معادله (۱۴.۱۲) را به شکل زیر می نویسیم

$$n(\epsilon)d\epsilon = f(\epsilon)g(\epsilon)d\epsilon \quad (15.12)$$



شکل ۱۳.۱۲ تابع توزیع فرمی-دیراک.

که در آن $g(\epsilon)$ (چگالی حالتها) تعداد حالتها در واحد انرژی را بیان می کند. معادله (۱۵.۱۲) اساس تمام بحثهای مسا در این فصل را تشکیل می دهد، زیرا اگر تابع توزیع کار بست پذیر $f(\epsilon)$ معلوم باشد، واگر چگالی حالتها $g(\epsilon)$ را برای دستگاه بخصوصی بتوان محاسبه کرد، آنگاه (محتملترین) تعداد ذره $n(\epsilon)d\epsilon$ در گستره $\epsilon + d\epsilon$ قرار می گیرند می توان محاسبه کرد. با معلوم بودن توزیع انرژی ذرات دستگاه، خواصی چون انرژی متوسط، گرمای ویژه، و غیره آن دستگاه را می توان محاسبه کرد.

۲.۱۲ آمار ماکسول - بولتزمن در مورد گاز ایده آل

گاز کلاسیک ایده آلی را که شامل N اتم یا مولکول یکسان است در نظر می گیریم و فرض می کنیم که اتمها یا مولکولهای آن که به صورت ذرات نقطه ای هستند از قوانین حرکت نیوتون پیروی می کنند. می خواهیم تعداد $n(\epsilon)d\epsilon$ از اتمهای واقع در گستره انرژی $d\epsilon$ را محاسبه کنیم. تا آنجا که این دستگاه از آمار ماکسول - بولتزمن پیروی می کند، رابطه (۱۵.۱۲) به صورت زیر در می آید

$$n(\epsilon)d\epsilon = f_{MB}(\epsilon)g(\epsilon)d\epsilon$$

$$n(\epsilon)d\epsilon = Ae^{-\epsilon/kT}g(\epsilon)d\epsilon \quad (۱۶.۱۲)$$

کمیت $g(\epsilon)$ برای این دستگاه به شرح زیر و به آسانی محاسبه می شود. تنها انرژی که این ذرات دارا هستند (دقیقتر گفته شود، تنها انرژی که می تواند تغییر کند) انرژی جنبشی انتقالی است، و برای هر ذره پیوستار کاملی از حالتها انرژی دسترس پذیر وجود دارد که از صفر به بالا تغییر می کند. حالت چنین ذره ای با معلوم بودن سه مؤلفه از اندازه حرکت آن (p_x, p_y, p_z) مشخص می شود. این تشخیص حالت ذره آزاد، هیچ اطلاعی راجع به محل ذره در درون ظرف به دست نمی دهد، ولی نیازی به دانستن این مطلب هم نیست، زیرا، با صفر بودن انرژی پتانسیل، انرژی فقط به اندازه حرکت بستگی دارد.

بهرتر است که حالتها دسترس پذیر یک ذره را با نقاطی در فضای اندازه حرکت نمایش دهیم؛ این مختصات در این فضا عبارت انداز سه مؤلفه اندازه حرکت، p_x, p_y, p_z . در این صورت هر نقطه در فضای اندازه حرکت کلاسیک، بایک حالت دسترس پذیر ممکن متناظر است، و تمام نقاط در فضای اندازه حرکت مجازند.

اکنون وسیله ای برای یافتن تعداد، $g(\epsilon)d\epsilon$ ، حالتها واقع در گستره انرژی $d\epsilon$ را در اختیار داریم، که در آن ϵ نمایشگر انرژی کل (و در اینجا نیز انرژی جنبشی) هر ذره است. می توان نوشت که

$$\epsilon = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$d\epsilon = \frac{p dp}{m} \quad (۱۷.۱۲)$$

در نتیجه بزرگی اندازه حرکت p برابر است با

$$p = (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)^{1/2}$$

علاوه بر این

$$g(\epsilon)d\epsilon = g(p)dp \quad (۱۸.۱۲)$$

که در آن $g(p)dp$ تعداد حالت‌هایی را که بزرگی اندازه حرکت آنها بین p و $p+dp$ است بیان می‌کند. همان طور که در شکل ۱۴.۱۲ نشان داده شده است، این عدد با حجم یک پوسته‌کروی در فضای اندازه حرکت، یعنی با $4\pi p^2 dp$ متناسب است. از این رو

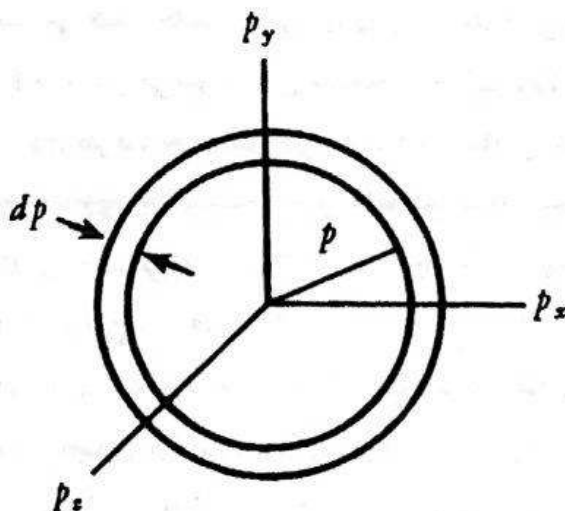
$$g(p)dp \propto p^2 dp \quad (۱۹.۱۲)$$

با قرار دادن روابط (۱۷.۱۲) و (۱۸.۱۲) در رابطه (۱۹.۱۲)، داریم

$$g(\epsilon)d\epsilon \propto g(p)dp \propto p^2 dp \propto p d\epsilon$$

$$g(\epsilon)d\epsilon \propto \epsilon^{1/2} d\epsilon \quad (۲۰.۱۲)$$

سرانجام، با استفاده از رابطه (۱۶.۱۲) محتملترین تعداد ذراتی که انرژی آنها بین ϵ و



شکل ۱۴.۱۲ حالت‌های اندازه حرکت، بین p و $p+dp$.

$\epsilon + d\epsilon$ است به صورت زیر است

$$n(\epsilon)d\epsilon = C e^{-\epsilon/kT} \epsilon^{1/2} d\epsilon \quad (21.12)$$

که در آن C ثابت تناسب است. توزیع ذرات به صورت تابعی از انرژی در شکل ۱۵.۱۲ نشان داده شده است. این ثابت C را می‌توان با به کار بردن بقای ذرات، و با ثابت بودن تعداد کل ذرات N ، محاسبه کرد

$$N = \int_0^{\infty} n(\epsilon) d\epsilon = C \int_0^{\infty} \epsilon^{1/2} e^{-\epsilon/kT} d\epsilon \quad (22.12)$$

هر ذره‌ای از تعداد ذرات $n(\epsilon)d\epsilon$ ، در فاصله $d\epsilon$ دارای انرژی ϵ است؛ بنابراین، انرژی کل E گاز عبارت است از

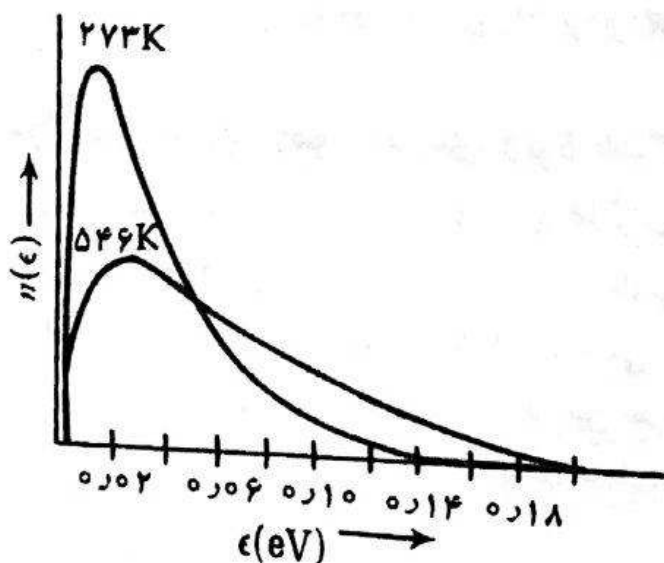
$$E = \int_0^{\infty} \epsilon n(\epsilon) d\epsilon = C \int_0^{\infty} \epsilon^{3/2} e^{-\epsilon/kT} d\epsilon$$

آنگاه، با انتگرال گیری جزء به جزء و با استفاده از رابطه (۲۲.۱۲)، داریم

$$E = \frac{3}{2} N k T$$

در این صورت انرژی متوسط $\bar{\epsilon}$ ، به ازای هر اتم، چنین است

$$\bar{\epsilon} = \frac{E}{N} = \frac{3}{2} k T \quad (23.12)$$



شکل ۱۵.۱۲ توزیع انرژی مولکولهای یک گاز ایده‌ال.

انرژی جنبشی انتقالی متوسط هر اتم ($\varepsilon = 3/2 kT$) را می توان چنان در نظر گرفت که به طور مساوی بین سه درجه آزادی انتقالی تقسیم شود. هر درجه آزادی به صورت یکی از مختصات مستقل لازم برای مشخص کردن مکان ذره تعریف می شود. بنابراین، انرژی متوسط برای هر درجه آزادی را می توان برابر با $(1/2)kT$ اختیار کرد.

گرمای ویژه مولی C_v یک گاز در حجم ثابت، به صورت انرژی لازم برای افزایش دمای یک مول گاز، به اندازه $1K$ تعریف می شود؛ حجم این گاز ثابت است، یعنی

$$C_v \equiv \frac{1}{n} \frac{dE}{dT} = \frac{N_A}{N} \frac{dE}{dT} \quad (24.12)$$

که در آن n تعداد مولها و N_A تعداد ذرات در یک مول (عدد آووگادرو) است. با استفاده از رابطه (23.12)، داریم $dE/dT = (3/2)kN$ ، و رابطه (24.12) به صورت زیر درمی آید

$$C_v = \frac{3}{2} kN_A = \frac{3}{2} R \quad (25.12)$$

که در آن R ثابت گاز و برابر kN_A است. از این رو، گرمای ویژه مولی C_v یک گاز ایده آل کلاسیک، متشکل از اتمها یا مولکولهایی که به منزله ذرات نقطه ای در نظر گرفته می شوند (یعنی، به صورتی که دارای هیچ ساختار داخلی نیستند) برابر $(3/2)R$ پیشگویی می شود. گرمای ویژه اندازه گیری شده گازهای تک اتمی با این مقدار نظری به خوبی توافق دارند؛ برای مثال C_v هم برای هلیوم و هم برای آرگون برابر R ۱٫۵۰ است. از طرف دیگر، مقادیر اندازه گیری شده مربوط به گازهای دواتمی و چنداتمی از $(3/2)R$ بزرگترند؛ برای مثال، در دمای اتاق C_v برای H_2 برابر $2.47R$ و برای N_2 برابر $2.51R$ است.*

۵.۱۲ آمار ماکسول - بولتزمن در مورد گرمای ویژه یک گاز دواتمی

در بخش قبل گرمای ویژه در حجم ثابت یک گاز ایده آل کلاسیک، که فرض شده بود شامل جرمهای نقطه ای است، برابر با $(3/2)R$ محاسبه شد. این نتیجه با مقادیر اندازه گیری شده گازهای تک اتمی توافق خوبی داشت. البته، اتمهای یک گاز تک اتمی، جرمهای نقطه ای ساده نیستند؛ بلکه دارای ساختار داخلی پیچیده ای هستند و از قوانین نظریه کوانتومی پیروی می کنند. ولی، انرژی جنبشی انتقالی آنها کوانتیده نیست، و برای دماهای متوسط، پیکربندی

* رک بخش ۵.۱۹ کتاب زیر

الکترونی همواره همان پیکربندی حالت پایه است. از این رو، اتمهای يك گاز تك اتمی (در دماهای متوسط) چنان رفتار می کنند که گویی به صورت جرمهای نقطه ای هستند.

اکنون گرمای ویژه يك گاز از مولکولهای دواتمی را بررسی می کنیم. انرژی کل چنین مولکولهایی از سه سهم تشکیل شده است: انرژی جنبشی انتقالی (غیر کوانتیده) مرکز جرم، انرژی جنبشی دورانی (کوانتیده) تمامی مولکول حول مرکز جرم، و انرژی ارتعاشی (کوانتیده) اتمهای مولکول. انرژی جنبشی انتقالی مولکولها در تمام دماهای متناهی در انرژی کل گاز سهم است؛ ولی تنها اگر تعداد محسوسی از مولکولها در حالتی برای انگیخته دورانی یا ارتعاشی وجود داشته باشند، سهمهای ناشی از دوران و ارتعاش در انرژی کل وجود خواهند داشت.

اگر تمام مولکولها در پایینترین حالت دورانی ($J=0$) بودند، انرژی جنبشی دورانی صفر می شد؛ و اگر تمام مولکولها در پایینترین حالت ارتعاشی ($v=0$) بودند هیچ سهمی از انرژی ارتعاشی (بجز برای ارتعاش همیشه موجود نقطه صفر) وجود نداشت. با به کار بردن آمار ماکسول - بولتزمن برای یافتن دماهایی که به ازای آنها حالتی دورانی و ارتعاشی به طور محسوس اشغال می شوند، می توان تعیین کرد که در چه شرایطی ارتعاش و دوران مولکولی سهمهای مهمی در انرژی کل يك گاز دواتمی دارا هستند.

تعداد مولکولها، $n(E_r)$ هر کدام با انرژی جنبشی انتقالی E_r را می توان با استفاده از رابطه (۱۴.۱۲) و تابع توزیع ماکسول - بولتزمن، رابطه (۱۱.۱۲) به دست آورد. چگالی $g(E_r)$ حالتها برای دوران خالص برابر $2J+1$ است، که در آن J عدد کوانتومی دورانی (اندازه حرکت زاویه ای) است (همان طور که در بخش ۵.۷ گفته شد این باواگنی زیمنان برای عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه ای مداری I مطابقت دارد). بنابراین

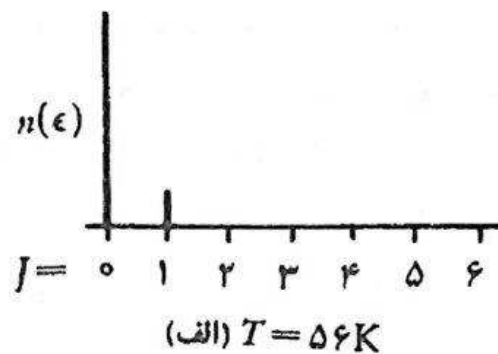
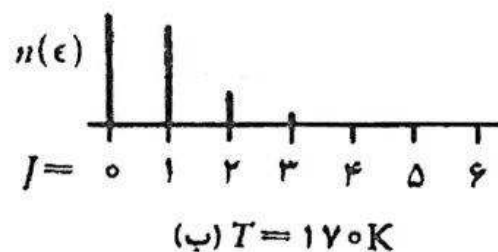
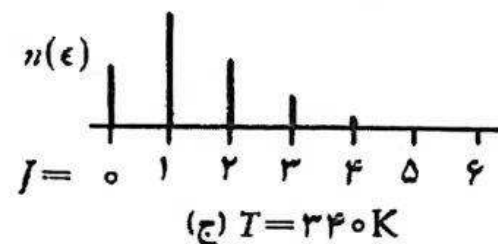
$$n(E_r) = (2J+1)Ae^{-E_r/kT} \quad (26.12)$$

که با استفاده از رابطه (۲۰.۱۲) داریم

$$E_r = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I}$$

تعداد مولکولهایی که يك حالت دورانی بخصوص J را اشغال می کنند فقط به گشتاور لختی I مولکولها و دمای T گاز بستگی دارد.

فراوانی حالتی دورانی، برای مولکول هیدروژن H_2 را که دارای گشتاور لختی نسبتاً کوچکی ($I = 4.64 \times 10^{-48} \text{ kg-m}^2$) است بررسی می کنیم. شکل ۱۶.۱۲



شکل ۱۶.۱۲ تعداد نسبی مولکولهای هیدروژن که حالت‌های دورانی را در سه دمای مختلف اشغال می‌کنند.

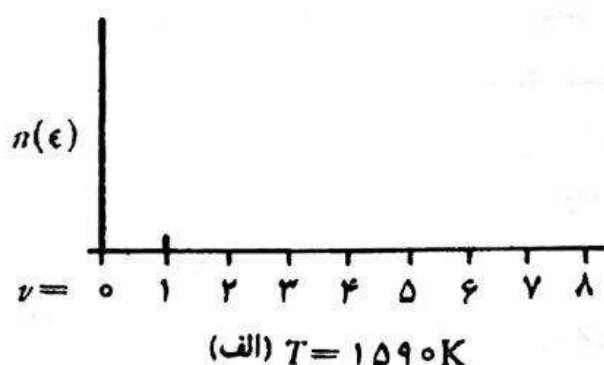
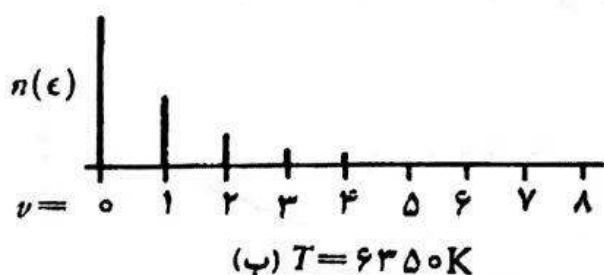
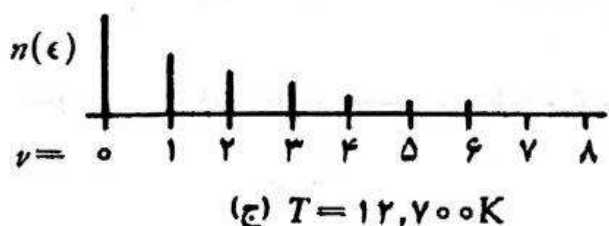
نمایشگر تعداد نسبی مولکولهای موجود در اولین چند حالت دورانی است که با استفاده از رابطه (۲۶.۱۲) برای دماهای ۵۶، ۱۷۰، و ۳۴۰ کلوین محاسبه شده‌اند. واضح است که در ۵۶ K، اکثر مولکولهای هیدروژن در پایینترین حالت دورانی ($J=0$) قرار دارند؛ در این دما اکثر مولکولها دوران نمی‌کنند، و سهم مربوط به دوران مولکولی در انرژی کل گاز بسیار کم است. از طرف دیگر، در دمای ۳۴۰ K تعداد زیادی از مولکولها دوران می‌کنند. به طور خلاصه، از ۵۶ تا ۳۴۰ کلوین افزایش قابل توجهی در انرژی دورانی این گاز وجود دارد، زیرا با افزایش دمای گاز، حالت‌های دورانی بالاتر دارای فراوانی بیشتری می‌شوند. می‌توان محاسبه مشابهی را در مورد فراوانی نسبی حالت‌های ارتعاشی انجام داد. در مورد ارتعاش داریم $g(E_r) = 1$ ، و آنگاه با استفاده از روابط (۷۰.۱۲) و (۸۰.۱۲) تعداد $n(E_r)$ از مولکولهایی که هر یک دارای انرژی ارتعاشی E_r هستند چنین بیان می‌شود

$$n(E_r) = Ae^{-E_r/kT} \quad (۲۷.۱۲)$$

$$E_r = \left(\nu + \frac{1}{2}\right)hf \quad \text{و} \quad f = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k}{\mu}\right)^{1/2} \quad \text{که در آن}$$

برای مولکول هیدروژن داریم $f = 1.32 \times 10^{14} \text{ Hz}$. شکل ۱۷.۱۲ نمایشگر تعداد نسبی مولکولهای هیدروژن در پایینترین چند حالت ارتعاشی است که با استفاده از رابطه (۲۷.۱۲) برای دماهای ۱۵۹۰، ۶۳۵۰ و ۱۲۷۰۰ کلوین محاسبه شده‌اند.

واضح است که اساساً در دماهای کمتر از ۱۶۰۰ K، مولکولها در حالت پایه (حالت ارتعاشی $\nu = 0$) هستند و در دمای ۱۰۰۰۰ K یا بیشتر، کسر قابل توجهی از مولکولها در حالت‌های برانگیخته ارتعاشی قرار دارند. از این رو، برای $T < 1600 \text{ K}$ ارتعاش محسوسی رخ نمی‌دهد، در حالی که برای $T > 10000 \text{ K}$ ، ارتعاش مولکولی دارای سهم مهمی در

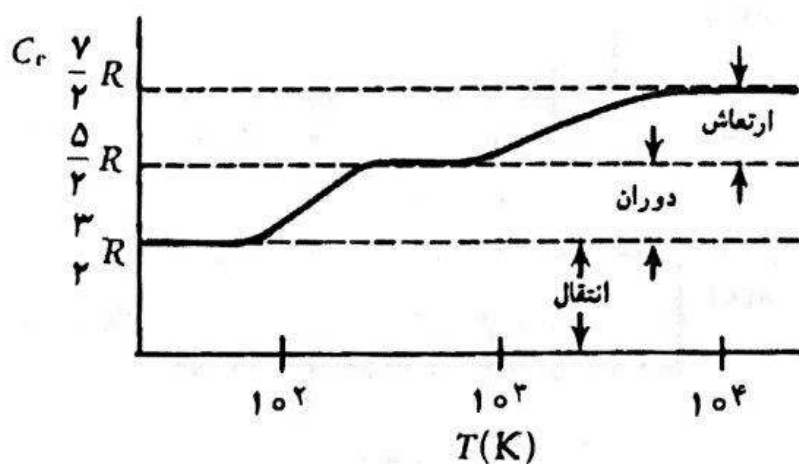


شکل ۱۷.۱۲ تعداد نسبی مولکولهای هیدروژن که حالت‌های ارتعاشی را در سه دمای مختلف اشغال می‌کنند.

انرژی کل گاز هیدروژن است.

دیدیم که برای هر یک از سه درجه آزادی انتقال انرژی $kT(1/2)$ به هر مولکول وابسته می‌شود، یعنی انرژی جنبشی انتقالی کل برای هر مولکول $kT(3/2)$ است. دو درجه آزادی به دوران مولکولی مولکولهای دواتمی وابسته می‌شوند؛ هر درجه به یکی از دو جهت متعامد نسبت به محور بین اتمی، که دوران حول آن رخ می‌دهد، وابسته می‌شود. از این رو، در دماهایی که در آنها کسر قابل توجهی از مولکولها دوران می‌کنند، انرژی دورانی هر مولکول برابر $kT = kT(1/2) \times 2$ است. برای هر درجه آزادی ارتعاشی دوسهم در انرژی ارتعاشی وجود دارد، یکی برای انرژی جنبشی و دیگری برای انرژی پتانسیل، که هر یک برابر $kT(1/2)$ هستند؛ بنابراین، باز هم در دماهای به اندازه کافی زیاد، انرژی ارتعاشی هر مولکول نیز kT است.

دیدیم که در $T < 50\text{K}$ فقط انرژی انتقالی برای گاز هیدروژن از اهمیت برخوردار است؛ بنابراین، در این ناحیه انرژی کل هر مولکول برابر $kT(3/2)$ است که همانند یک گاز تک اتمی است. دوران مولکولی H_2 در دماهای چند صد درجه از اهمیت برخوردار می‌شود و در این صورت انرژی کل هر مولکول برابر $kT(5/2) = kT(3/2) + kT(2/2)$ است. سرانجام، در دماهای چند هزار درجه، ارتعاش مولکولی (علاوه بر دوران و انتقال) رخ می‌دهد و در این صورت انرژی کل هر مولکول برابر $kT(7/2) = kT(3/2) + kT(2/2) + kT(2/2)$ است. گرمای ویژه مولی (در حجم ثابت) متناظر با این سه ناحیه دما به ترتیب برابر $(5/2)R$ ، $(5/2)R$ ، و $(7/2)R$ است. مقادیر مشاهده شده گرمای ویژه گاز هیدروژن در شکل ۱۸.۱۲ نشان داده شده‌اند. تغییرات مشاهده شده گرمای ویژه با دما، به وضوح



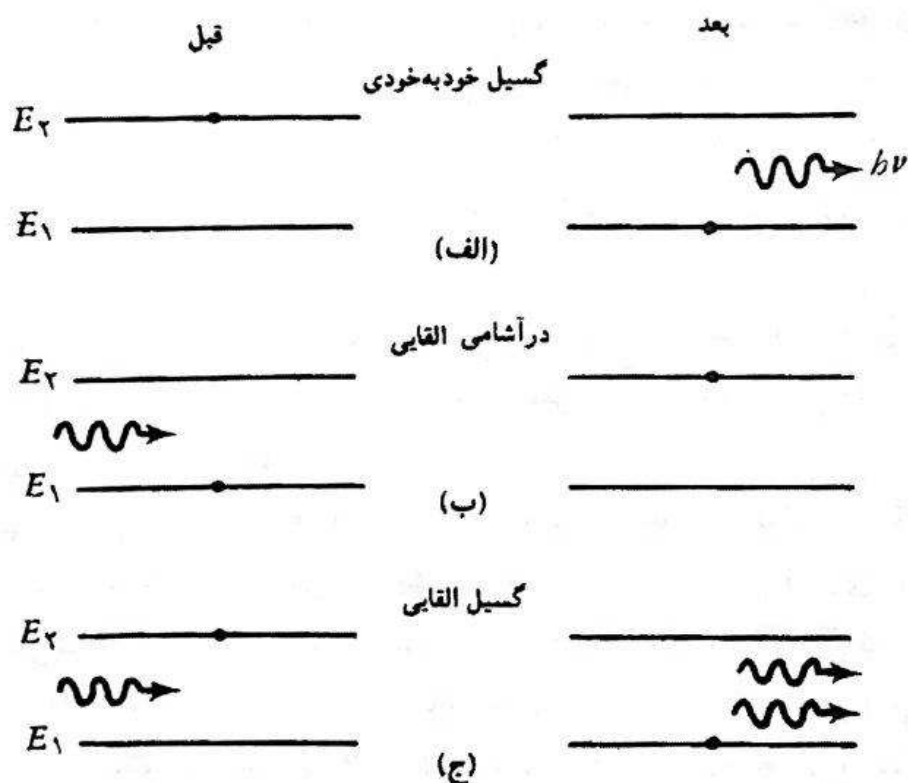
شکل ۱۸.۱۲ گرمای ویژه مولی هیدروژن مولکولی H_2 به صورت تابی از دما، که نمایشگر سهمهای گرمای ویژه ناشی از انتقال، دوران، و ارتعاش است.

نمایشگر کوانتش ارتعاش و دوران مولکولی است و با انتظار نظری مطابقت دارد.

۶.۱۲ لیزر

فراوانی نسبی حالت‌های کوانتیده دستگاه‌های اتمی، به‌طور قاطع در طرز کار لیزر دخالت دارند؛ لیزر کلمه‌ای است که از حروف اول کلمات انگلیسی^۱ عبارت «تقویت نوری به وسیله گسیل القایی تابش» تشکیل شده است. چنین وسیله‌ای نور مرئی یکسو، تکفام، شدید، و از همه مهمتر هم‌دوس تولید می‌کند.* وسیله متناظر برای کار در ناحیه میکروموج طیف الکترومغناطیسی، میزد نام دارد.

نخست چند فرایندی را که، مطابق شکل ۱۹.۱۲، توسط آنها انرژی یک اتم در



شکل ۱۹.۱۲ فرایندهایی که در آنها حالت کوانتومی با درآشامی یا گسیل فوتونها تغییر می‌کند؛ (الف) گسیل خود به خودی؛ (ب) درآشامی القایی؛ (ج) گسیل القایی.

1. light amplification by the stimulated emission of radiation

* برای بحث درباره چشمه‌های نوری هم‌دوس و ناهم‌دوس رجوع کنید به بخش ۵.۳۸ کتاب زیر

Weidner and Sells, *Elementary Classical Physics*, 2nd ed

گذار کوانتومی با گسیل یا درآشامی يك فوتون می تواند تغییر کند بررسی می کنیم؛ این فرایندها عبارت اند از گسیل خود به خودی، درآشامی القایی و گسیل القایی.

در گسیل خود به خودی اتم در آغاز در حالت برانگیخته است و با گسیل يك فوتون با انرژی $h\nu = E_2 - E_1$ به حالت انرژی پایینتر واپاشیده می شود. اتم برانگیخته، که در آغاز به حال سکون است و هیچ راستایی را درفضا ترجیح نمی دهد، می تواند در هر راستایی فوتون گسیل کند: این اتم پس از گسیل که در حالت انرژی پایینتری است، در راستایی مخالف با راستای فوتون گسیل شده پس زده می شود. این واپاشی اتمهای ناپایدار، همانند واپاشی پرتوزای هسته های ناپایدار، تابع يك قانون نمایی واپاشی [معادله (۱۷.۹)] با نیم عمر یا عمر میانگین مشخصه است. حالت اتمی برانگیخته نوعاً دارای طول عمری از مرتبه 10^{-8} ثانیه است؛ یعنی به طور متوسط زمانی که طول می کشد تا يك اتم در حالت برانگیخته با گسیل يك فوتون به طور خود به خودی واپاشیده شود فقط 10^{-8} ثانیه است. ولی، تعداد اندکی از گذارهای اتمی بسیار آهسته ترند. برای این حالت های به اصطلاح نیم پایدار، عمر اتمی می تواند به درازای 10^{-3} ثانیه باشد. (البته، با توجه به بقای انرژی، از گذار خود به خودی اتم از حالت با انرژی پایینتر به حالت با انرژی بالاتر جلوگیری می شود.)

در درآشامی القایی، فوتون ورودی يك اتم را تحریک می کند تا گذاری به سوی بالا انجام دهد، و خود فوتون درآشامیده می شود. پس از درآشامی، اتم در همان راستای فوتون ورودی پس زده می شود.

در گسیل القایی، فوتون ورودی اتمی را که در آغاز در حالت برانگیخته است، برای انجام يك گذار به سوی پایین تحریک یا القا می کند. با کاهش انرژی این اتم يك فوتون گسیل می شود، این فوتون علاوه بر فوتونی است که گذار را القا می کند: يك فوتون به اتمی که در حالت برانگیخته است نزدیک می شود، و دو فوتون آن را ترك می کنند و اتم به حالت انرژی پایینتر می رسد. به علاوه، این دو فوتون اتم را در همان راستای فوتون ورودی ترك می کنند، و کاملاً نسبت به یکدیگر همفازند؛ یعنی، هم دوس اند. با توجه به اینکه، اگر دو فوتون در فاز مخالف (به هر مقداری) بودند حداقل به طور جزئی، در تناقض با اصل بقای انرژی، ویرانگرانه تداخل می کردند، به آسانی می توان فهمید که گسیل القایی تابش هم دوس تولید می کند. این فرایند گسیل القایی، نور تقویت شده تولید می کند و یا باعث تکثیر فوتونها می شود. رمز ساختن يك لیزر در آن است که فرایند گسیل القایی بر سایر فرایندها غالب می شود.

احتمال واپاشی با گسیل خود به خودی به كمك طول عمر میانگین حالت برانگیخته

مشخص می‌شود. از همین طریق می‌توان، به ترتیب، احتمالهای P_e و P_e را به فرایندهای درآشامی القایی و گسیل القایی نسبت داد. تحلیل مفصل مکانیک کوانتومی نشان می‌دهد که

$$P_e = P_e \quad (28.12)$$

است. یعنی با معلوم بودن انرژی فوتون و نوع دستگاه اتمی، گسیل القایی همان قدر محتمل است که درآشامی القایی. از این رو اگر تعداد معینی فوتون به‌سوی مجموعه‌ای از اتمها، که همگی در آغاز در حالت انرژی پایینترند، جهت‌گیری شوند باعث خواهند شد که مثلاً یک‌دهم از این اتمها درآشامی القایی متحمل شوند؛ سپس هرگاه همان تعداد فوتون به‌سوی همان مجموعه از اتمها که در حالت انرژی بالاترند جهت‌گیری شوند، باعث خواهند شد که $1/10$ از این اتمها گسیل القایی انجام بدهند.

سه فرایند گسیل خودبه‌خودی، درآشامی القایی، و گسیل القایی در مورد اتمهای آزادی که با فوتونها برهم‌کنش می‌کنند به‌کار می‌روند. اگر دستگاهی متشکل از اتمهای برهم‌کنش‌کننده زیادی در تعادل گرمایی باشد، بازهم ممکن است فرایندهای دیگری به‌نام فرایندهای واهلش، حالت کوانتومی اتم را، بدون گسیل یا درآشامی فوتونها، تغییر دهند. برای مثال، یک اتم در حالت برانگیخته می‌تواند یک گذار غیر تابشی به‌حالتی با انرژی پایینتر انجام دهد؛ انرژی برانگیختگی به‌جای آفرینش فوتون، به‌انرژی گرمایی این دستگاه تبدیل می‌شود. برعکس، با کاهش انرژی گرمایی یک دستگاه، اتم می‌تواند به‌حالت انرژی بالاتر برود.

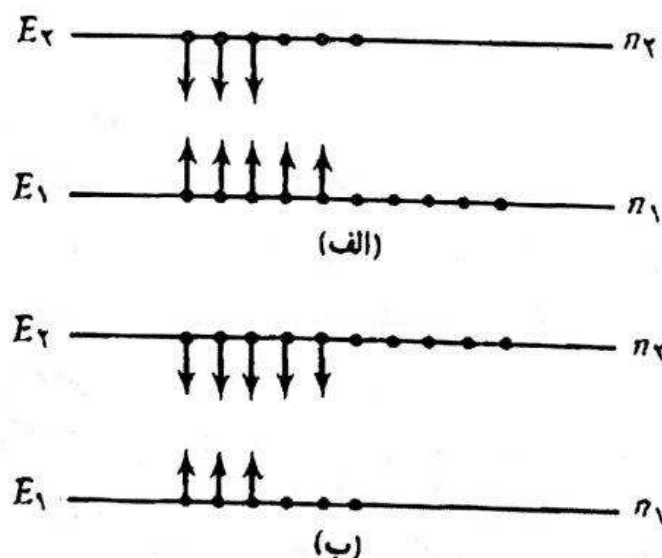
مجموعه‌ای از اتمها را که در دمای T در تعادل گرمایی‌اند در نظر می‌گیریم. در این دما انرژی ϵ_i هر اتم، به‌صورت $\epsilon_i < kT$ است. توزیع این اتمها، بین حالت‌های انرژی دسترس‌پذیر را می‌توان با تقریب خوبی به‌کمک توزیع کلاسیک ماکسول - بولتزمن بیان کرد. وزن آماری $g(\epsilon_i)$ به‌مشخصه‌های تفصیلی اتمها بستگی دارد، ولی نوعاً از یک حالت کوانتومی به‌حالت کوانتومی دیگر تغییر فاحشی نخواهد کرد. در این صورت، با استفاده از رابطه (۱۴.۱۲) داریم

$$n(\epsilon_i) \propto f_{MB} \propto e^{-\epsilon_i/kT} \quad (29.12)$$

برخی از اتمها در حالت پایه هستند و برخی اولین حالت برانگیخته را اشغال می‌کنند و باز هم اتمهای دیگری در حالت‌های انرژی بالاتر قرار می‌گیرند. تعداد نسبی اتمها در حالت‌های گوناگون ممکن، طبق عامل بولتزمن $e^{-\epsilon_i/kT}$ ، با دمای T دستگاه کنترل می‌شود. اگر این تعداد از اتمها در حالت‌های انرژی ۱، ۲، و ۳ به‌ترتیب برابر n_1 ، n_2 ، و n_3 باشند، که در آن $n_1 \propto e^{-\epsilon_1/kT}$ ، $n_2 \propto e^{-\epsilon_2/kT}$ و $n_3 \propto e^{-\epsilon_3/kT}$ است، آنگاه چون

می‌کنند بازهم کمتر است. $E_1 < E_2 < E_3$ است، نتیجه می‌شود که $n_1 > n_2 > n_3$. حالت پایه به مراتب بیشتر از نخستین حالت برانگیخته اشغال می‌شود، و تعداد اتمهایی که حالت‌های بالاتر را اشغال می‌کنند بازهم کمتر است.

فرض می‌کنیم که مجموعه‌ای از اتمها داشته باشیم که فقط دارای دو حالت انرژی و در تعادل گرمایی‌اند (برای مثال، اتمهایی با الکترونهای آزاد، یا تقریباً آزاد، که راستای اسپین آنها بتواند در جهت یا خلاف جهت میدان مغناطیسی خارجی قرار گیرد). تعداد اتمهای واقع در حالت انرژی پایینتر n_1 بیشتر از تعداد اتمهای واقع در حالت انرژی بالاتر n_2 است (شکل ۲۰.۱۲). علاوه بر این فرض می‌کنیم که باریکدای از فوتونها، هر یک با انرژی $h\nu = E_2 - E_1$ ، بر اتمها بتابد. فعلاً با چشم‌پوشی از فرایندهای گسیل خودبه‌خودی و واهلش درون دستگاه (یا با فرض اینکه این فرایندها با احتمال پایین یا عمر میانگین طولانی مشخص می‌شوند)، فقط روی فرایندهای درآشامی القایی و گسیل القایی، که هر دو دارای احتمال یکسان‌اند، عطف توجه می‌کنیم. درآشامی القایی، حالت انرژی پایینتر را کم جمعیت می‌کند و تعداد فوتونها را کاهش می‌دهد. گسیل القایی،



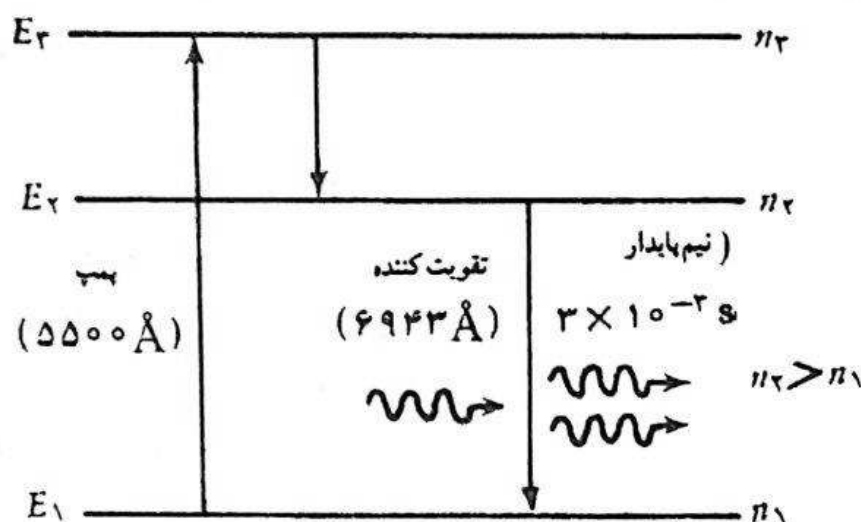
شکل ۲۰.۱۲ تغییرات در اشغال حالت‌های کوانتیده فقط از طریق فرایندهای درآشامی القایی و گسیل القایی. (الف) در تعادل گرمایی، درآشامی القایی بر گسیل القایی غلبه می‌کند. و تعداد فوتونها کاهش می‌یابد. (ب) در حالت وارونی فراوانی، گسیل القایی بر درآشامی القایی غلبه می‌کند، و تعداد فوتونها افزایش می‌یابد.

حالت انرژی بالاتر را کم جمعیت می کند و تعداد فوتونها را افزایش می دهد. اثر خالص این کار بر روی تعداد کل فوتونها چیست؟

تعداد فوتونهای n_1 که در اثر خاصیت درآشامی القایی ناپدید می شوند با $P_0 n_1$ متناسب است، و با استفاده از رابطه (۲۸.۱۲) تعداد فوتونهای اضافی که در اثر خاصیت گسیل القایی آفریده می شوند با $P_0 n_2 = P_0 n_1$ متناسب است. ولی در تعادل گرمایی داریم $n_1 > n_2$. در نتیجه یک درآشامی خالص وجود دارد. درآشامی به آسانی بر گسیل غلبه می کند، زیرا اتمهای بیشتری حالت انرژی پایینتر را اشغال می کنند تا حالت انرژی بالاتر را. به علاوه درآشامی خالص با گرایش به برابر سازی فراوانیهای این دو حالت همراه است.

حال، اگر بر آن باشیم که به نحوی وادونی فراوانی تولید کنیم، یعنی کاری کنیم که تعداد اتمهایی که حالت انرژی بالاتر را اشغال می کنند از تعداد اتمهای حالت انرژی پایینتر، بیشتر شود در آن صورت گسیل بر درآشامی غلبه می کند (شکل ۲۵.۱۲). در حالت وارونی فراوانی، نور ورودی به طور هم دوس تقویت می شود، زیرا تعداد فوتونهای اضافی تولید شده، از طریق گسیل القایی، بیش از آن مقداری است که برای جبران تعداد فوتونهای کاهش یافته، از طریق درآشامی القایی، لازم است. چنین وارونیهایی فراوانی با چند روش زیرکانه در مواد گوناگون حاصل شده اند، در اکثر این روشها یک فرایند واهلش نسبتاً آهسته وجود دارد. آنچه در زیر می خوانید توصیف مختصری از اولین لیزر است که با بلور یاقوت کار می کند.

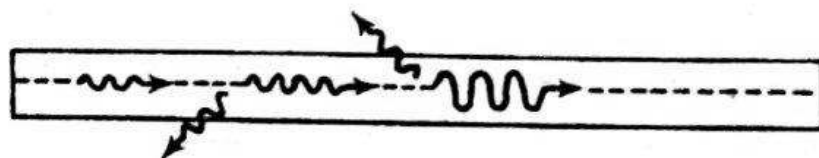
یاقوت، شامل اکسید آلومینیوم (Al_2O_3) همراه با چند اتم پراکنده از Cr^{3+} است که به جای Al نشسته اند؛ اتمهای کروم اتمهایی هستند که موجب رفتار لیزری می شوند. شکل ۲۱.۱۲ ترازهای انرژی کروم را که از اهمیت برخوردارند نشان می دهد (تراز ۳ در واقع مشکلی از تعدادی ترازهای نزدیک به هم است). حالت تحریک شده E نیم پایدار است؛ طول عمر واپاشی خود به خودی به حالت پایه به طور غیرعادی طولانی و در حدود 3×10^{-3} ثانیه است. فرض کنید اتمهایی که در آغاز با شرط $n_1 > n_2 > n_3$ در تعادل گرمایی هستند. با فرستادن نوری به طول موج ۵۵۵۰ آنگستروم (زرد - سبز) به طور «پمپی» می شوند. اتمها، با درآشامی فوتونهای مربوط به این طول موج، گذارهایی از حالت ۱ به حالت ۳ انجام می دهند، و تقریباً بلافاصله پس از آن با گذارهایی به حالت ۲ و انگیزه می شوند. اتمهایی که به حالت ۲ انگیزه می شوند، آورده می شوند برای زمانهای نسبتاً طولانی در این حالت باقی می مانند. پمپ کردن اپتیکی، فراوانی حالت ۱ را کاهش و فراوانی حالت ۲ را افزایش می دهد. در حقیقت، n_1 آنقدر کاهش می یابد که $n_2 > n_1$ شود؛



شکل ۲۱.۱۲ ترازهای انرژی Cr در لیزر یا قوتی. تابش پمپ-کننده بین حالت‌های ۱ و ۳ فراوانی در حالت ۱ را کاهش و فراوانی در حالت ۲ را افزایش می‌دهد. به دلیل وارونی فراوانی با $n_2 \geq n_1$ تابش بین حالت‌های ۲ و ۱ تقویت می‌شود.

در نتیجه وارونی فراوانی حاصل می‌شود. حال، اگر چند فوتون با طول موج ۶۹۴۳ آنگستروم (نور قرمز یا قوتی)، احتمالاً از واپاشی خودبه‌خودی از حالت ۲ به حالت ۱، پدیدار شوند گذارهایی را که در آنها گسیل بر درآشامی غلبه می‌کند تحریک می‌کنند. از این رو این نور تقویت می‌شود و هر فوتون به قطار فوتون‌هایی، که دقیقاً با باریکه اولیه همفاز (یا همدوس) اند ملحق می‌شود.

در عمل مانند شکل ۲۲.۱۲ نور را به کمک بازتاب از انتهای موازی و از لحاظ



شکل ۲۲.۱۲ سلول لیزری با انتهای بازتابان موازی و تخت؛ فقط آن فوتون‌هایی که عمود بر صفحات انتهای حرکت می‌کنند تقویت فوتونی قابل توجهی متحمل می‌شوند، فوتون‌های مایل، قبل از آنکه فرصت تحریک گسیل‌های زیادی داشته باشند، از وجوه سلول فرار می‌کنند.

اپتیکي تخت، از درون بلور یا قوت، به دفعات زیاد عبور می دهند. در این انتهاها قسمتی از نور فرار می کند و بقیه به داخل بلور یا قوت بازتابیده می شود. ولی تنها آن نوری که دقیقاً بر انتهای بازتابان عمود است بلور را در رفت و برگشت های بسیار طی می کند؛ فوتون هایی که نسبت به محور بلور به طور مایل حرکت می کنند، قبل از آنکه تقویت فوتونی قابل توجهی رخ دهد از بلور فرار می کنند. نور تقویت شده کاملاً تکفام، یکسو، شدید، و همدوس است.

کاربردهای لیزر در تکنولوژی بسیار زیاد است؛ همه این کاربردها از این حقیقت سرچشمه می گیرند که بالیزرها می توان تابش الکترومغناطیسی شدیدی را که دارای خواص همدوسی است در ناحیه مرئی تولید کرد، و این سابقاً فقط در مورد امواج رادیویی امکان داشت. علاوه بر لیزرهای حالت جامد، مانند لیزر یاقوتی که در بالا توصیف شد، لیزرهای گازی و لیزرهای مایع نیز وجود دارند. توصیف این لیزرها را می توان در کتابشناسی پایان این فصل یافت.

۷.۱۲ تابش جسم سیاه

قانون توزیع بوز-اینشتین مربوط به جسم سیاه و تابش وابسته به آن است.* در واقع، تبیین موفقیت آمیز نظری تابش الکترومغناطیسی يك جامد، که در سال ۱۹۰۵/۱۲۷۹ توسط ماکس پلانک ارائه شد، آغازگر نظریه کوانتومی بود. ولی، چون تعبیر تابش از جامدها، نه فقط شامل نظریه کوانتومی بلکه توزیع آماری ذرات در دستگاه چندذره ای را نیز دربردارد، بحث درباره پدیده تابش جسم سیاه را تاکنون به تعویق انداختیم.

تمام اجسام، در دمای متناهی، امواج الکترومغناطیسی تابش می کنند. طیفهای تابشی ناشی از گازهای اتمی، که در آنها اتمها بسیار از هم دور و فقط به طور ضعیف با هم برهم کنش می کنند، شامل بسامدها یا طول موجهای گسسته اند. طیفهای مولکولها، که علاوه بر گذارهای الکترونی، با سهمهای ناشی از گذارهای دورانی و ارتعاشی همراه اند نیز شامل خطوط گسسته اند. در مشاهده اتفاقی، خطوط مولکولی در ناحیه مرئی به صورت نوارهای پیوسته پدیدار می شوند. يك جامد، تابشگر یا درآشامی از این هم پیچیده تر است، و از بعضی لحاظ می توان آن را به عنوان يك مولکول بسیار بزرگ که تعداد درجات آزادی آن متناظراً افزایش یافته است در نظر گرفت. تابش گسیل شده توسط جامدها، با تابش تمامی بسامدها یا طول موجها، شامل يك طیف پیوسته است. يك نظریه مناسب

* ر.ک بخش ۷.۲۰ کتاب زیر

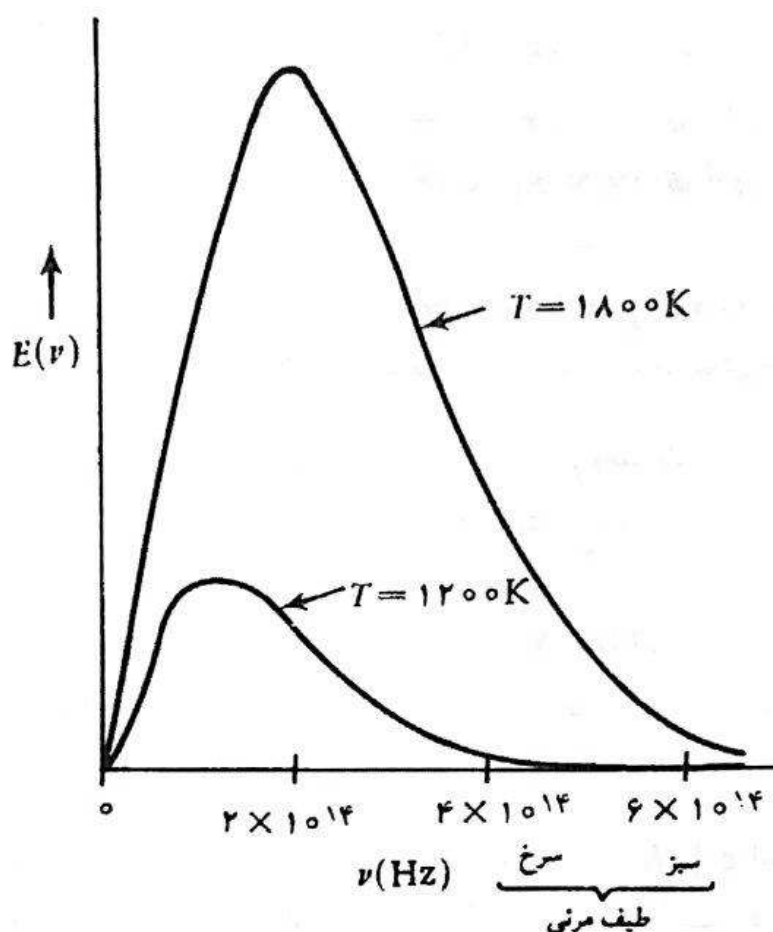
برای تابش جسم سیاه باید چگونگی توزیع تابش بین مؤلفه‌های گوناگون بسامد و چگونگی تغییر آن را با دمای سطح گسیل‌کننده توجیه کند.

نخست مفهوم اصطلاح جسم سیاه را بررسی می‌کنیم. هر جامدی کسر معینی از تابش فرودی بر سطح خود را درمی‌آشامد، بقیه این تابش بازتاب می‌یابد. یک جسم سیاه ایده‌آل به صورت ماده‌ای که تمامی تابش فرودی را، بدون هیچ بازتابی درمی‌آشامد، تعریف می‌شود. در این صورت، از دیدگاه نظریه کوانتومی، جسم سیاه عبارت است از ماده‌ای که دارای تعداد بیشماری ترازهای انرژی کوانتیده (در گستره وسیعی از اختلاف انرژیها) است، به طوری که هر فوتونی که با هر انرژی یا بسامدی بر آن فرود آید درآشامیده شود. از آنجا که انرژی درآشامیده به وسیله یک ماده دمای آن را افزایش می‌دهد، اگر هیچ انرژی گسیل نشود، یک درآشام کامل یا جسم سیاه، گسیل‌کننده کامل نیز هست.

یک ظرف میان تهی، که جز حفره کوچکی برای ورود یا خروج تابش، کاملاً مسدود شده است تقریباً بسیار خوبی از یک جسم سیاه ایده‌آل است (تقریبی که بتوان در آزمایشگاه به آن رسید). هر تابشی که از طریق این حفره به ظرف وارد شود دارای احتمال بسیار کمی است که بلافاصله مجدداً بازتابیده شود. در عوض، این تابش یا درآشامیده می‌شود یا به طور مکرر در دیواره‌های داخلی جسم سیاه بازتاب می‌یابد؛ در نتیجه، عملاً تمامی تابشی که از طریق این حفره فرود می‌آید، در این ظرف درآشامیده می‌شود. به همین طریق، تابشی که از طریق این حفره به خارج نشت می‌کند نشاندهنده تابش از قسمت داخلی است. هنگامی که این ظرف در دمای ثابت T نگه داشته شود، دیواره‌های درونی آن، با آهنگ یکسان فوتونها را گسیل می‌کنند و درمی‌آشامند. تحت این شرایط می‌توان گفت که تابش الکترومغناطیسی با دیواره‌های داخلی در تعادل گرمایی است؛ به عبارت دیگر، می‌توان گفت که گاز فوتونی با دستگاه ذرات (واقع بر دیواره‌ها) آفریننده و درآشامنده فوتون در ترازمندی گرمایی است.

توزیع بسامد مشاهده شده مربوط به تابش از جسم سیاه، که با اندازه‌گیری تابش فراری از راه حفره تحلیل می‌شود، برای دو دمای ثابت در شکل ۲۳.۱۲ نشان داده شده است. چند خصوصیت عمومی تابش جسم سیاه را می‌توان به کمک این شکل به شرح زیر مشاهده کرد.

۱. انرژی $E(\nu)d\nu$ که در بازه کوچک بسامد $d\nu$ بین بسامدهای ν و $\nu + d\nu$ گسیل می‌شود در دمای ثابت، نخست با بسامد افزایش می‌یابد، سپس به بیشینه می‌رسد، و سرانجام در بسامدهای با زهم بالاتر کاهش می‌یابد.
۲. $E(\nu)d\nu$ به ازای هر بسامدی با دما افزایش می‌یابد؛ در نتیجه، انرژی کل



شکل ۲۳.۱۲ توزیع انرژی به صورت تابعی از بسامد تابش الکترو-مغناطیسی گسیل شده توسط جسم سیاه در دو دما.

$$E_T = \int_0^{\infty} E(\nu) d\nu$$

- با T افزایش پیدا می کند. قبل از پیدایش نظریه پلانک درباره تابش جسم سیاه، معلوم شد که E_T به صورت T^4 تغییر می کند؛ این همان قانون استفان-بولتزمن است.
۳. با افزایش دمای جسم تابش کننده کسر بیشتری از تابش گسیل شده توسط مؤلفه های بسامدهای بالاتر حمل می شود. طول موج متناظر با قله در طیف تابشی، به طور معکوس، با دمای مطلق متناسب است؛ این رابطه به قانون جابه جایی وین^۱ معروف است.
۴. طیف تابش جسم سیاه مستقل از ماده ای است که تابش کننده از آن ساخته می شود.

تمام کوششهای نظریه کلاسیک برای بدست آوردن منحنیهای مشاهده شده تابش، با شکست روبه رو شدند، و تنها وقتی پلانک مفاهیم کوانتومی را مطرح کرد برای نخستین بار توافق با آزمایش حاصل شد. از استدلالهای اولیه پلانک، که عمده آن بر اساس کوانتس

انرژی ذرات در مواد گسیل کننده یا در آشمانده قرار دارند استفاده نخواهیم کرد؛ در عوض روشی را که تا حدی ساده تر است و در آن تابش الکترومغناطیسی به منزله یک گاز فوتونی در نظر گرفته می شود به کار خواهیم برد. البته، چون فوتونها دارای اسپین ۱ هستند از آمار بوز-اینشتین پیروی می کنند.

می توان تابش در حال ترازمندی در داخل دیواره جسم سیاه را با یکی از راههای زیر بررسی کرد؛ بر حسب امواج الکترومغناطیسی یا بر حسب فوتونهای ذره گونه:

۱. وقتی این تابش به عنوان مجموعه ای از امواج الکترومغناطیسی در نظر گرفته شود، می توان پنداشت که این امواج، با تولید امواج ایستاده، مکرراً از دیواره های ظرف باز می تابند.

۲. وقتی این تابش به عنوان مجموعه ای از ذرات الکترومغناطیسی در نظر گرفته شود، می توان پنداشت که این فوتونها فقط با دیواره های ظرف برهم کنش می کنند، و با ظرف در ترازمندی گرمایی هستند.

می خواهیم تعداد فوتونهای را که انرژی آنها بین ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ است پیدا کنیم؛ چون $\epsilon = h\nu$ است می توانیم تعداد فوتونهای را که بسامد آنها بین ν و $\nu + d\nu$ است پیدا کنیم. این عدد برابر است با عدد $g(\epsilon)$ ، مربوط به حالت های انرژی دسترس پذیر بین ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ ، ضربدر تابع توزیع بوز-اینشتین $f_{BE}(\epsilon) = 1/(e^{\epsilon/kT} - 1)$ ، که تعداد متوسط فوتونهای واقع در یک حالت انرژی بخصوص ϵ را بیان می کند.

هدف نهایی برای یافتن تعداد حالت های فوتونی دسترس پذیر (به عبارت دیگر، تعداد امواج الکترومغناطیسی ممکن) به شرح زیر است: برای سهولت فرض می کنیم که امواج الکترومغناطیسی تخت در داخل مکعبی به ضلع L محبوس باشند. آنگاه تعداد نقش های موج ساکن یا ایستاده را که در داخل این مکعب وجود دارند می شماریم. این شیوه چندان محدود کننده نیست، زیرا مکعب را می توان به طور دلخواه بزرگ در نظر گرفت، در نتیجه حتی طولترین امواج را می توان در آن جای داد.

حالت فوتون با معلوم بودن سه مؤلفه اندازه حرکت خطی، p_x ، p_y ، و p_z و دو راستای ممکن قطبی شدن آن، کاملاً مشخص می شود. از این رو برای هر مجموعه بخصوصی از مقادیر p_x ، p_y ، و p_z دو حالت وجود دارد. شیوه تطبیق امواج الکترومغناطیسی ایستاده در داخل حصار سه بعدی مانسته شیوه ای است که در بخش ۹.۵ برای یافتن حالت های کوانتومی مجاز ذره محبوس در یک چاه انرژی پتانسیل یک بعدی به کار بردیم. فقط مقادیر خاصی از p_x ، p_y ، و p_z به حالت های ایستاده منجر می شوند.

شکل ۲۴.۱۲ يك موج الكتر ومغناطیسی بخصوص راكه حرکت آن نسبت به اضلاع جعبه مایل است، نشان می‌دهد؛ راستای انتشار این موج با بردار اندازه حرکت $\mathbf{p}$ مشخص می‌شود. جبهه‌های موجی كه $\mathbf{p}$ بر آنها عمود است، به اندازه نیم طول موج با هم فاصله دارند؛ در اینجا $\lambda = h/p$ است. برای اینکه امواج ایستاده در داخل جعبه مكعبی وجود داشته باشند، تصویر هر ضلع در راستای انتشار باید مضرب درستی از نیم طول موج باشد. از این رو، برای ضلع موازی با راستای p_x باید داشته باشیم

$$L \cos \theta_x = n_x \frac{\lambda}{2} \quad (30.12)$$

كه در آن n_x عدد درست و θ_x زاویه بین $\mathbf{p}$ و محور p_x است. درمورد فوتونها داریم $p = h/\lambda$ بنابراین

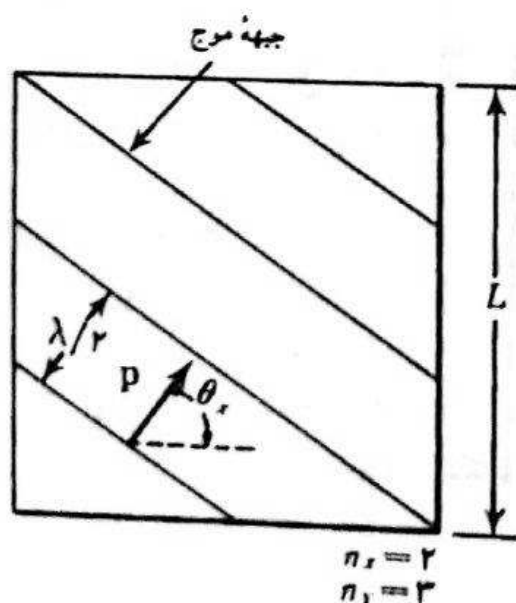
$$p_x = p \cos \theta_x = \frac{h \cos \theta_x}{\lambda} \quad (31.12)$$

از ترکیب این رابطه با رابطه (۳۰.۱۲)، برای مقادیر مجاز مؤلفه p_x نتیجه می‌شود

$$p_x = \frac{h}{2L} n_x$$

به همین ترتیب

$$p_y = \frac{h}{2L} n_y \quad \text{و} \quad p_z = \frac{h}{2L} n_z \quad (32.12)$$



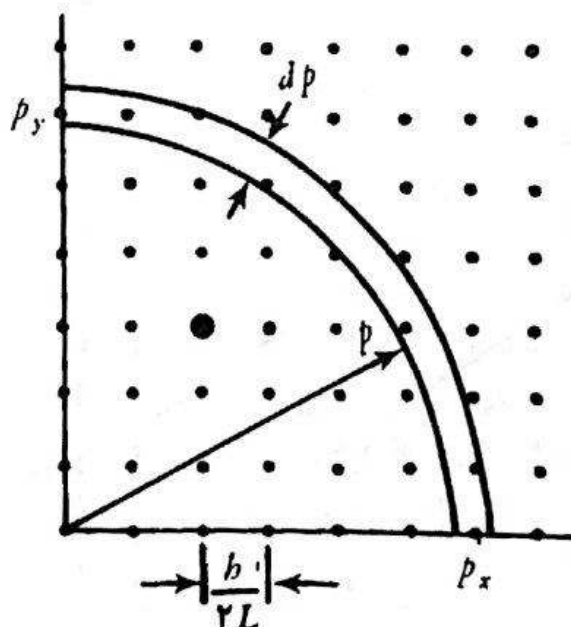
شکل ۲۴.۱۲ موج الكتر ومغناطیسی تحت ایستاده مكعبی در جعبه مكعبی.

شکل ۲۵.۱۲ مقادیر مجاز (p_x و p_y و p_z) در فضای اندازه حرکت را نشان می‌دهد. به دلیل دو راستای ممکن قطبش، هر نقطه در واقع نمایشگر دو حالت ممکن است (در این شکل، دایره پرمتناظر با حالتی است که در شکل ۲۴.۱۲ نشان داده شده است). برای طول ماکروسکوپی L ، فاصله بین نقاط مجاور ($h/2L$) در مقایسه با اندازه حرکت تمام فوتونها، بجز اندازه حرکت مربوط به بلندترین طول موجها، بسیار کوچک است. برای مثال، اگر ضلع مکعب به کوچکی ۵ سانتیمتر باشد، امواج الکترومغناطیسی با طول موجهای کوچکتر از ۱۰ سانتیمتر (در ناحیه رادیویی میکروموج) و اساساً تمامی طول موجهای ناحیه مرئی (تقریباً 10^{-7} متر) را می‌توان در داخل این مکعب جاداد.

تعداد حالت‌های واقع در گستره انرژی ε تا $\varepsilon + d\varepsilon$ ، که در آن $\varepsilon = pc$ و $p = (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)^{1/2}$ است، مورد نظر ماست. تعداد این حالتها را می‌توان با محاسبه تعداد حالت‌های موجود در یک پوسته به شعاع p و ضخامت dp ، و فقط با منظور کردن مقادیر مثبت p_x ، p_y ، و p_z ، به دست آورد. در این صورت

$$g(p)dp = \frac{2\left(\frac{1}{8}\right)(4\pi p^2 dp)}{(h/2L)^3} \quad (33.12)$$

عامل ۲ دو راستای قطبش را توجیه می‌کند و عامل $1/8$ به این دلیل وارد می‌شود که فقط



شکل ۲۵.۱۲ مقادیر مجاز p_x ، p_y ، و p_z در فضای اندازه حرکت. دایره پرمتناظر با حالت ($n_y=3$) و ($n_x=2$) است که در شکل ۲۴.۱۲ نشان داده شده است.

يك هشتم پوسته كروی در محاسبه منظور شده است (فقط مقادیر مثبت n_x ، n_y ، و n_z مجازند)، و عامل $(h/2\pi)^3$ نماینده حجم وابسته به هر نقطه در فضای اندازه حرکت است. با استفاده از $p = \varepsilon/c$ و حجم کل جعبه $V = L^3$ ، رابطه (۳۳.۱۲) به صورت زیر درمی آید

$$g(p)dp = g(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{\lambda\pi V \varepsilon^2 d\varepsilon}{h^3 c^3} \quad (34.12)$$

کمیت $g(\varepsilon)d\varepsilon$ نمایشگر تعداد حالت‌هایی است که برای اشغال توسط فوتونها، در گستره انرژی ε و $\varepsilon + d\varepsilon$ ، دسترس پذیرند. با ضرب $g(\varepsilon)d\varepsilon$ در تعداد متوسط فوتونهای هر حالت، یعنی در $f_{BE}(\varepsilon)$ ، تعداد فوتونهای موجود در گستره بینهایت کوچک انرژی $d\varepsilon$ به دست می آید. از آنجا که هر فوتون دارای انرژی $\varepsilon = h\nu$ است، برای $E(\nu)d\nu$ ، یعنی انرژی تابشی به ازای واحد حجم در بازه بسامدی $d\nu = d\varepsilon/h$ ، داریم

$$E(\nu)d\nu = \frac{h\nu g(\varepsilon)d\varepsilon}{V(e^{\varepsilon/kT} - 1)} = \frac{(h\nu)\lambda\pi V (h\nu)^2 (h d\nu)}{V h^3 c^3 (e^{\varepsilon/kT} - 1)}$$

$$E(\nu)d\nu = \frac{\lambda\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad (35.12)$$

این معادله تابش پلانک است، که طیف تابش جسم سیاه را به دست می دهد. این معادله با منحنیهای تجربی مشاهده شده، مانند شکل ۲۳.۱۲ کاملاً توافقی دارد.

جالب توجه است که معادله پلانک، برای بسامدهای پایین ($h\nu/kT \ll 1$) به فرمول تابشی کلاسیک دیلی^۱-جینز^۲ تحویل می شود. برای مقدار پایین ν

$$E(\nu)d\nu = \frac{\lambda\pi\nu^2 kT}{c^3} d\nu \quad (36.12)$$

البته، رابطه کلاسیک دیلی-جینز در ناحیه بسامد بالا با شکست روبه رو می شود، زیرا وقتی ν به بینهایت میل می کند رابطه (۳۶.۱۲) مقداری نامتناهی برای $E(\nu)$ پیشگویی می کند؛ این شکست به عنوان فاجعه فرابنفش معروف است. برای بسامدهای بالا ($h\nu/kT \gg 1$) رابطه پلانک به فرمول دین تحویل می شود. برای مقدار بالای ν

$$E(\nu)d\nu = \left(\frac{\lambda\pi h\nu^3}{c^3} e^{-h\nu/kT} \right) d\nu \quad (37.12)$$

البته، این رابطه برای بسامدهای پایین با شکست مواجه می‌شود. سرانجام، توزیع انرژی را به جای بسامد ν بر حسب طول موج λ می‌نویسیم، و برای دستیابی به قله توزیع انرژی، بر حسب تابعی از طول موج، $dE(\lambda)/d\lambda$ را برابر صفر قرار می‌دهیم؛ با این ترتیب به قانون جابه‌جایی وین می‌رسیم

$$\lambda_{\max} T = \text{ثابت}$$

$$\lambda_{\max} T = 2898 \times 10^7 \text{ Å-K}$$

که در آن $\lambda_{\max}$ ، طول موج متناظر با بیشینه $E(\lambda)$ است. رابطه جابه‌جایی وین نشان می‌دهد که وقتی دمای جسم سیاه تغییر کند، قله طول موج در طیف تابشی، به طور معکوس با دمای مطلق جابه‌جا می‌شود؛ یعنی جسم سیاه با افزایش دما، قرمز، سفید، و آبی می‌شود. انرژی کل E_T تابیده از یک جسم سیاه با انتگرال‌گیری از $E(\nu)d\nu$ در رابطه (۳۵.۱۲) بر روی گستره کامل بسامدهای گسیل شده به دست می‌آید

$$E_T = \int_0^\infty E(\nu) d\nu = CT^4$$

که در آن C ثابت است. توان تابش شده p از واحد سطح یک جسم سیاه با رابطه $p = \sigma T^4$ بیان می‌شود، که در آن σ برابر $5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ است.

۸.۱۲ نظریه کوانتومی گرماهای ویژه جامدات

کاربرد دیگر آمار کوانتومی بررسی گرمای ویژه جامدات است. در این بخش نخست به مرور نظریه کلاسیک، که نا حدى موفق است، می‌پردازیم و آنگاه، بازم با استفاده از آمار بوز-اینشتین، نظریه کوانتومی را بیان می‌کنیم.

جامد بلورین متشکل از N اتم را در نظر می‌گیریم؛ هر اتم با نیروهای ناشی از اتمهای مجاورش مقید می‌شود. وقتی هر اتم از وضع ترازمندی خود جابه‌جا شود، در اولین تقریب، تحت تأثیر یک نیروی بازگرداننده متناسب با جابه‌جایی خود قرار می‌گیرد. از این رو، هر اتمی که از وضع ترازمندی خود جابه‌جا شود، حرکت هماهنگ ساده می‌کند. ولی، وقتی اتم از وضع ترازمندی خود جابه‌جا می‌شود، اتمهای مجاور که توسط نیروهای بستگی میان اتمی به آن جفت شده‌اند نیز از وضع ترازمندی جابه‌جا می‌شوند. در نتیجه، اگر اتم حرکت هماهنگ ساده بکند باعث می‌شود که اتمهای مجاور نیز نوسان کنند و سبب انتشار آشفنگی یا تغییر شکل به صورت موج کشان در سرتاسر بلور می‌شود. در دماهای زیر نقطه ذوب، گنجایش کل انرژی جامد که می‌تواند با دما تغییر کند

شامل سهمهای زیر از هراتم است: انرژی جنبشی الکترونهاي ظرفیتی خارجی و اساساً آزاد، و انرژی ارتعاشی بقیه اتم؛ یعنی انرژی ارتعاشی هسته به اضافه الکترونهاي داخلی قویاً مقید. در تمام دماهای متوسط، حالت کوانتومی هریک از الکترونهاي مقید تغییر نمی کند. به همین دلیل هسته به اضافه الکترونهاي مقید را می توان به منزله يك ذره مرتعش بی اثر بررسی کرد. اگر انرژی داخلی جامد تغییر کند دما نیز تغییر می کند، و تغییر در انرژی داخلی بلور، به ازای يك واحد تغییر در دما، برابر گرمای ویژه جامد است. گرمای ویژه کل جامد شامل گرمای ویژه الکترونی و گرمای ویژه شبکه ای (ارتعاشی) است. برای تمامی دماها بجز دماهای بسیار پایین، گرمای ویژه الکترونی قابل چشم پوشی است (بخش ۹.۱۲). در این بخش فقط سهمهای ناشی از ارتعاشات شبکه ای را مورد بحث قرار خواهیم داد.

نخست با استفاده از نظریه کلاسیک، گرمای ویژه يك جامد را با نسبت دادن گنجایش انرژی شبکه ای به N نوسانگر هماهنگ ساده، محاسبه می کنیم. برای هر درجه آزادی نوسانگر هماهنگ ساده، $kT(1/2)$ به انرژی پتانسیل و $kT(1/2)$ به انرژی جنبشی وابسته می شود (بخش ۵.۱۲ را ببینید). بنابراین، برای نوسانها در سه بعد، انرژی ارتعاشی کل E برابر تعداد درجات آزادی ($3N$) ضرب در انرژی به ازای هر درجه آزادی (kT) است

$$E = (3N)(kT) = 3NkT$$

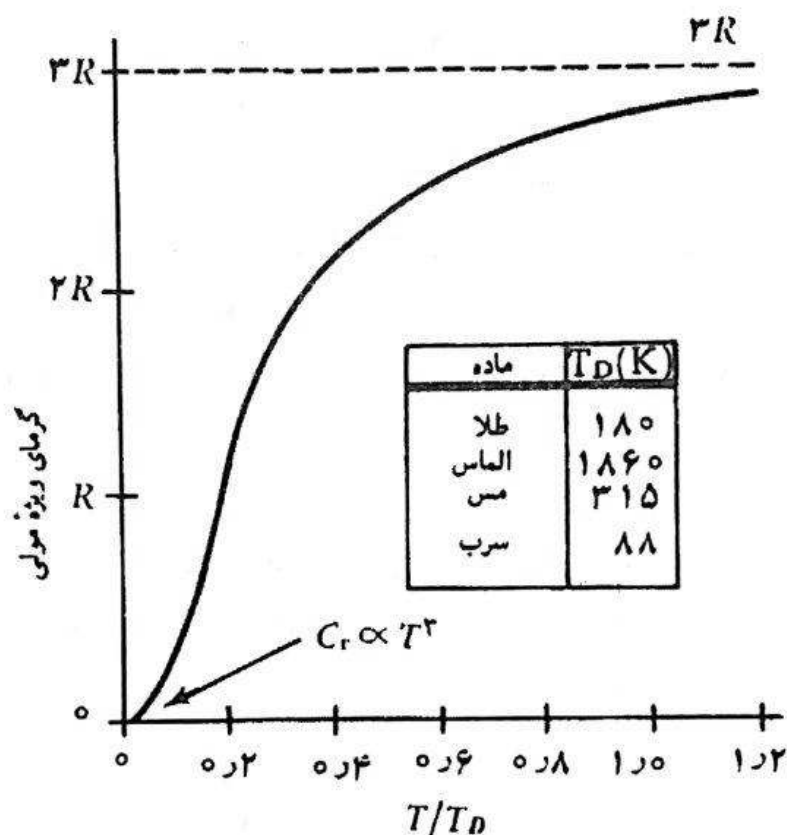
و گرمای ویژه شبکه ای کلاسیک به ازای هر مول (C_v) چنین است

$$C_v = \frac{1}{n} \frac{dE}{dT} = 3 \frac{N}{n} k = 3N_A k = 3R \quad (38.12)$$

که در آن n تعداد مولها، N_A عدد آووگادرو، و R ثابت مربوط به قانون عمومی گازهاست. این رابطه کلاسیک به قانون دولن-پتی^۱ معروف است. * این معادله، که گرمای ویژه مولی هر جامدی را برابر همان ثابت $3R$ ، که مستقل از ماده و دما است پیشگویی می کند، با نتیجه آزمایش در دماهای بالا توافق دارد. ولی همان طور که در شکل ۲۶.۱۲ نشان داده شده است، نظریه کلاسیک در توضیح کاهش مشاهده شده گرمای ویژه، در دماهای پایین، ناتوان است.

1. Dulong - Petit

* ريك بخش ۳.۲ کتاب زیر



شکل ۲۶.۱۲ گرمای ویژه مولی مشاهده شده جامدات به صورت تابعی از دما. دماها بر حسب یکای T_D ، دمای دبی معادله (۴۳.۱۲)، داده شده اند.

نخستین بررسی موفقیت آمیز نظری گرمای ویژه شبکه‌ای برای تمام دماها، در سال ۱۹۰۶/۱۲۸۵، توسط اینشتین ارائه شد. سپس این بررسی اولیه در سال ۱۹۱۲/۱۲۹۱ توسط دبی اصلاح شد و معمولاً آن را نظریه گرمای ویژه دبی می‌نامند. خصوصیت اساسی کوانتومی ارتعاشات شبکه‌ای، کوانتومی شدن انرژیهای ارتعاشی اتم است. از این لحاظ، هراتمی انرژی را به مقادیر گسسته کسب می‌کند یا از دست می‌دهد و انرژی را به مقادیر گسسته به اتمهای مجاور انتقال می‌دهد؛ مقدار انرژی مکانیکی منتقل شده برابر hf است، که در آن f بسامد کلاسیک ارتعاش اتم حول وضع تراژمندی است [معادله (۱۰.۱۲)]. چون انرژی منتشر شده به صورت تغییر شکلهای کشان در طول شبکه کوانتیده است، می‌توان از انتشار کوانتومهای انرژی ارتعاشی ذره وار، به نام فونون، صحبت به میان آورد. درست همان گونه که فوتونها به وسیله اتمهای جسم سیاه آفریده یا درآشامیده می‌شوند، فونونها نیز به وسیله ارتعاشگرهای شبکه‌ای کوانتیده، با تغییر دادن

حالت‌های کوانتومی آنها، آفریده و درآشامیده می‌شوند. فوتونها نمایشگر گنجایش انرژی گرمایی شبکه بلورین‌اند، درست همان گونه که فوتونها نمایشگر گنجایش تابش الکترومغناطیسی تعادل جسم سیاه هستند. آمار بوز-اینشتین هیچ گونه حدی بر تعداد فوتون‌هایی که حالت‌های دسترس پذیر انرژی را اشغال می‌کنند اعمال نمی‌کند. همین طور، تعداد ممکن فوتونها نیز، با کنترل توزیع آنها توسط آمار بوز-اینشتین، با هیچ قیدوبندی روبه‌رو نمی‌شوند. انرژی فوتون، همانند فوتون، به وسیله $\epsilon = hf$ ، و اندازه حرکت آن با $p = \epsilon/v$ بیان می‌شود، که در آن v سرعت انتشار فوتون یا سرعت صوت است.

به دلیل مانستگی نزدیک بین گاز فوتون، در حال تعادل با جسم سیاه، و گاز فوتون، در حال تعادل بانوسانگرهای هماهنگ ساده کوانتیده یک جامدکشان، گرمای ویژه شبکه‌ای کوانتومی این جامد با توزیع تابش جسم سیاه رابطه نزدیک دارد. ولی، به دلیل اختلاف بین فوتون و فوتون، باید تغییراتی در آن داده شود.

مجدداً می‌خواهیم تعداد $n(\epsilon)d\epsilon$ حالت‌های دسترس پذیر در بازه انرژی $d\epsilon$ را به دست آوریم. برای این کار بازهم تعداد موجهایی را (در این حالت به جای الکترومغناطیسی کشان) که می‌توانند مانند امواج ایستاده بین مرزهای محیط (در این حالت به جای دیواره‌های یک جسم سیاه، مرزهای بلور) تطبیق داده شوند پیدامی‌کنیم. از این رو، با قرار دادن سرعت v_s به جای سرعت c در رابطه (۳۴.۱۲) و حذف عامل ۲ به خاطر دوجبهت قطبش فوتون، برای چگالی حالت‌ها داریم

$$g(\epsilon)d\epsilon = \frac{4\pi V \epsilon^2 d\epsilon}{h^3 v_s^3}$$

یا، چون $\epsilon = hf$ است

$$g(f)df = \left(\frac{4\pi V}{v_s^3}\right) f^2 df$$

دو نوع موج متمایز کشان در سرتاسر این محیط منتشر می‌شود: (۱) موج عرضی که با سرعت v_s حرکت می‌کند، و دارای دوراستای قطبش ممکن عمود برهم است، و (۲) موج طولی که با سرعت متفاوت v_l حرکت می‌کند. در این صورت تعداد مدهای کشان ارتعاش، یا تعداد کل حالت‌های فوتونی دسترس‌پذیر در بازه بسامد df چنین است

$$g(f)df = 4\pi V \left(\frac{1}{v_l^3} + \frac{2}{v_s^3}\right) f^2 df \quad (39.12)$$

ولی تعداد کل مدهای ارتعاشی به تعداد کل $3N$ درجه آزادی بلور محدود است. یکی از کارهای دیی، تشخیص این محدودیت بود. ارتعاشات کشان به صورت زیر در

بسامد f_D ، موسوم به بسامد دی، قطع می‌شوند

$$\text{تعداد کل مدها} = \int_0^{f_D} g(f) df = 4\pi V \left(\frac{2}{v_l^3} + \frac{1}{v_t^3} \right) \int_0^{f_D} f^2 df = 3N$$

بنابراین

$$f_D^3 = \frac{9N}{4\pi V} \left(\frac{2}{v_l^3} + \frac{1}{v_t^3} \right)^{-1} \quad (40.12)$$

حال معادله (39.12) را می‌توان برحسب بسامد دی f_D نوشت

$$g(f) df = \frac{9N}{f_D^3} f^2 df \quad (41.12)$$

چون ارتعاشات کشان کوانتیده هستند، ولی تعداد فونونها در هر حالت بخصوص، با اصل طرد پائولی محدود نمی‌شود، توزیع فونون به وسیله آمار بوز-اینشتین بیان می‌شود، که در آن بازهم در معادله (42.12)، $\alpha = 0$ است. بنابراین، تعداد فونونهای موجود در گستره بسامد f و $f+df$ چنین است

$$n(f) df = g(f) \frac{1}{e^{hf/kT} - 1}$$

از آنجا که انرژی هر فونون برابر hf است، گنجایش انرژی ارتعاشی کل بلور برابر است با

$$E = \int_0^{f_D} hf \frac{g(f) df}{e^{hf/kT} - 1} = 9N \left(\frac{kT}{hf_D} \right)^3 kT \int_0^{x_m} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \quad (42.12)$$

که در آن رابطه (41.12) را برای $g(f)$ به کار برده‌ایم و $x \equiv hf/kT$ و $x_m \equiv hf_D/kT$ را تعریف کرده‌ایم.

بهبتر است که دمای مشخصه، به نام دمای دی T_D ، را طوری تعریف کنیم که در آن رابطه $hf_D = kT_D$ برقرار باشد. در این صورت

$$T_D = \frac{hf_D}{k} \quad \text{و} \quad x_m = \frac{T_D}{T} \quad (43.12)$$

آنگاه، معادله (42.12) را می‌توان به این صورت نوشت

$$E = 9N \left(\frac{T}{T_D} \right)^3 kT \int_0^{x_m} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \quad (44.12)$$

مقدار انتگرال در این معادله باید به طور عددی تعیین شود.

گرمای ویژه مولی C_v مستقیماً از تعریف $C_v = (1/n)(dE/dT)$ به دست می‌آید.

با وجودی که نمی‌توان C_v را به سادگی برای همه دماها تعیین کرد (زیرا x و x_m در ۲۲.۱۲ تابع T هستند) یافتن عبارت‌هایی برای E و C_v در دماهای بالا و دماهای پایین امکانپذیر است.

در حد دمای بالا داریم $kT \gg hf_D$ و $x \ll 1$ و بنابراین $1+x \approx e^x$ در دماهای بالا، معادله (۲۲.۱۲) به صورت زیر درمی‌آید

$$E \approx \nu N \left(\frac{T}{T_D} \right)^2 kT \int_0^{\infty} x^2 dx = \nu N \left(\frac{T}{T_D} \right)^2 (kT) \left(\frac{T_D^2}{3T^2} \right) = \frac{1}{3} \nu N kT$$

و گرمای ویژه مولی چنین است

$$C_v = \frac{1}{n} \frac{dE}{dT} = \frac{1}{3} \nu N_A k = \frac{1}{3} R$$

در حد دمای بالا، نظریه کوانتومی گرمای ویژه شبکه‌ای، دقیقاً همان نتیجه $C_v = \frac{1}{3} R$ نظریه کلاسیک، رابطه (۳۸.۱۲)، را به دست می‌دهد.

اکنون حد دمای پایین، که در آن $kT \ll hf_D$ است و $x_m \rightarrow \infty$ می‌گراید را بررسی می‌کنیم. مقدار انتگرال در رابطه (۲۲.۱۲) را می‌توان به شکل بسته طوری محاسبه کرد که

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{15}$$

و در دماهای پایین رابطه (۲۲.۱۲) به صورت زیر درمی‌آید

$$E \approx \frac{1}{5} \pi^2 \nu N kT \left(\frac{T}{T_D} \right)^3$$

در نتیجه گرمای ویژه مولی چنین است

$$C_v = \frac{1}{n} \frac{dE}{dT} = \left(\frac{12 \pi^2 R}{5 T_D^3} \right) T^3$$

از این رو در ناحیه دمای پایین، مشاهده می‌شود که گرمای ویژه شبکه‌ای به صورت T^3 تغییر می‌کند، که بازم با آزمایش مطابقت دارد (شکل ۲۶.۱۲).

همان طور که در شکل ۲۶.۱۲ نشان داده شده است بستگی دمای مشاهده شده گرماهای ویژه جامدات، اعم از عایق‌ها یا رساناها، با نظریه دی به خوبی توافق دارد. این موضوع، در نظر اول، تا حدی شگفت‌انگیز است؛ زیرا نظریه دی ناظر بر انرژی داخلی ناشی از ارتعاشات شبکه‌ای است نه سهم گرمای ویژه الکترونی‌های رسانی. عایق الکتریکی

یا گرمایی ماده‌ای است که در آن اساساً هیچ الکترون آزادی وجود ندارد. با این ترتیب، باید انتظار داشت که گرمای ویژه عایق، تنها دارای سهمهایی از ارتعاشات شبکه‌ای باشد، که این موضوع با آزمایش و نظریهٔ دیبی توافق دارد؛ ولی در مورد رسانا، علاوه بر این، سهم ناشی از الکترونهای آزاد در گرمای ویژه باید در نظر گرفته شود.

رسانای خوب رسانایی است که دارای تعداد زیادی الکترونهای آزاد غیر مقید باشد که بتوانند در سرتاسر ماده سرگردان باشند (این الکترونهای رسانشی، هنگام برقراری شیب دما یا میدان الکتریکی خارجی، به علت بالا بودن رسانایی الکتریکی و گرمایی فلزات، جریان خالصی را در یک راستا نشان خواهند داد). می‌خواهیم با فرض اینکه هر یک از N اتم جامد، دارای یک الکترون آزاد یا رسانشی باشد، و اینکه این N الکترون آزاد را بتوان به منزلهٔ ذرات کلاسیک یک گاز ماکسول - بولتزمنی در نظر گرفت، گرمای ویژه الکترونی یک جسم جامد را محاسبه کنیم. به حرکت انتقالی هر ذره سه درجه آزادی وابسته است و اگر این الکترونهای آزاد مانند مولکولهای گاز، به گونهٔ ذراتی که در سرتاسر رسانای جامد سرگردانند در نظر گرفته شوند، انرژی الکترونی کل برابر $E_e = N(3/2)kT$ است. سهم الکترونی گرمای ویژه مولی، به صورت $c_{ee} = (1/n)(dE_e/dT) = (3/2)(Nk/n) = (3/2)R$ خواهد بود. ولی در دمای بالا حد کلاسیک نظریهٔ دیبی در مورد گرمای ویژه شبکه‌ای، $3R$ است. از این رو، اگر الکترونهای رسانشی یک رسانا مانند ذرات آزاد کلاسیک رفتار می‌کردند، گرمای ویژه مولی کل رسانا در دماهای نسبتاً بالا، برابر $3R + (3/2)R$ یا $(9/2)R$ بود، در حالی که مقدار مشاهده شدهٔ c_e هم برای عایقها و هم برای رساناها $3R$ است (برای $T > T_D$). بررسی کلاسیک گرمای ویژه الکترونی، به وضوح غیر قابل دفاع است و با شکست مواجه می‌شود؛ زیرا یک گاز از الکترونهای آزاد، مجموعه‌ای از ذرات کلاسیک نیست بلکه، در عوض، دستگاهی از ذرات است که از اصل طرد پائولی و آمار فرمی - دیراک پیروی می‌کند. گرمای ویژه تقریباً ناچیز الکترونی رساناهای فلزی، که با نظریهٔ کلاسیک الکترون آزاد غیر قابل توضیح است، بر پایهٔ نظریهٔ کوانتومی الکترون آزاد یک فلز، که اکنون بدان می‌پردازیم، توضیح داده می‌شود.

۹.۱۲ نظریه الکترون آزاد فلزها

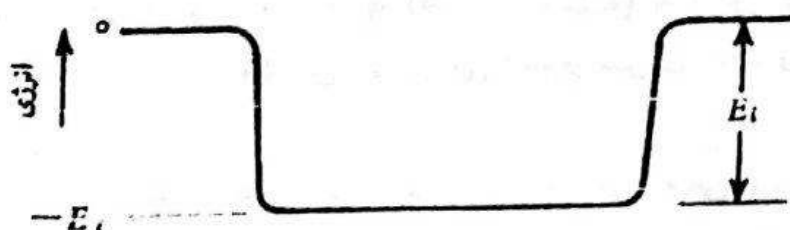
مدل سادهٔ الکترون آزاد فلز، که نخست در سال ۱۹۲۷/۱۳۰۶ توسط پائولی و زومرفلد مطرح شد، مثالی از دستگاه ذرات است که از اصل طرد پائولی و آمار فرمی - دیراک

پیروی می کند.

در مدل الکترون آزاد فرض می شود که هر بلور فلزی شامل دو مؤلفه است: هسته ها همراه با الکترونها قویاً مقید خود و الکترونهاى ظرفیت با قید ضعیف که می توان آنها را به تمامی جامد بلورین و به هر اتم خاصى متعلق دانست. الکترونهاى ظرفیت را می توان آزاد فرض کرد، به این معنا که هیچکدام از آنها تحت تأثیر هیچ نیروی خالص ناشی از سایر الکترونها یا ناشی از هسته ها و الکترونهاى مقید شبکه، واقع نمی شوند. بنابراین، فرض می شود که هر الکترون ظرفیت در قسمت داخلی جامد تحت تأثیر انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی ثابت E_i - که مستقل از موضع آن در داخل بلور است، قرار می گیرد. پتانسیل الکتریکی در مرزهای بلور به طور محسوس تا صفر افزایش پیدا می کند؛ این مطلب با جاذبه الکتروستاتیکی خالص وارد بر يك الکترون ظرفیت در مرز مطابقت دارد. منحنی نمایش انرژی پتانسیل الکترون آزاد در شکل ۲۷.۱۲ نشان داده شده است. بنابراین، در مدل الکترون آزاد يك فلز، با مجموعه ای از تعداد زیادی ذره آزاد محبوس در يك جعبه (یعنی محبوس در قسمت داخلی فلز) سروکار داریم. ولی، گاز الکترونی يك گاز عادی نیست که توزیع آن با آمار ماکسول - بولتزمن بیان شود، بلکه الکترونهاى آزاد در حالت های وجود دارند که توسط اصل طرد پائولی محدود می شوند، و آمار فرمی - دیراک بر توزیع آنها بین حالت های دسترس پذیر حاکم است.

می خواهیم تعداد $n(\epsilon)d\epsilon$ الکترون آزاد با انرژی های بین ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ را پیدا کنیم، که در آن $n(\epsilon) = g(\epsilon)f_{FD}(\epsilon)$ است. با دانستن توزیع انرژی الکترونهاى آزاد خواهیم توانست بعضی جنبه های رفتار ماکروسکوپیك يك فلز را تغییر کنیم.

با در نظر گرفتن کلیه راه هایی که در آنها می توان N الکترون آزاد (که به منزله امواج در نظر گرفته می شوند) را در داخل يك جعبه سه بعدی به ضلع L تطبیق داد، چگالی حالت های موجود در گستره اندازه حرکت p تا $p + dp$ محاسبه می شود. این



شکل ۲۷.۱۲ انرژی پتانسیل متوسط الکترون آزاد در جامد رسانا.

مسئله دقیقاً مانسته مسئله یافتن تعداد کل راههایی است که در آنها می توان N فوتون را (که به منزله امواج الکترومغناطیسی در نظر گرفته می شوند) برای تشکیل نقشه های امواج ایستاده در داخل مرزها مرتب کرد. بنابراین رابطه (۳۳.۱۲) را، که در بخش تابش جسم سیاه به دست آمد می توان به طور مستقیم به کار برد

$$g(p)dp = \frac{8\pi V p^2 dp}{h^3} \quad (45.12)$$

عامل ۲، که قبلاً برای توجیه دو نوع راستای ممکن قطبش وارد می شد، در اینجا نیز وجود دارد؛ این عامل اکنون دو الکترون را (یکی با اسپین بالا و دیگری با اسپین پایین) که دارای مؤلفه های اندازه حرکت یکسان اند توجیه می کند. برای سهولت، انرژی های الکترون را از پتانسیل ثابت واقع در قسمت داخلی بلور فلزی به بالا اندازه گیری می کنیم؛ در این حال فرض می کنیم که انرژی پتانسیل در قسمت داخلی فلز صفر است. بنابراین انرژی کل ϵ الکترون آزاد صرفاً انرژی جنبشی است و می توان نوشت

$$\epsilon = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$d\epsilon = \frac{p}{m} dp = \frac{\sqrt{2m\epsilon}}{m} dp$$

آنگاه معادله (۴۵.۱۲) به صورت زیر در می آید

$$g(p)dp = \frac{8\pi V}{h^3} 2m\epsilon \sqrt{\frac{m}{2\epsilon}} d\epsilon = g(\epsilon)d\epsilon$$

$$g(\epsilon)d\epsilon = C\epsilon^{1/2}d\epsilon \quad (46.12)$$

که در آن

$$C = \frac{8\sqrt{2}\pi V m^{3/2}}{h^3} \quad (47.12)$$

توجه کنید که $g(\epsilon)$ برای فوتونها و فونونها (هر دو بوزون) به شکل ϵ^2 ، ولی برای مولکولهایی که از آمار ماکسول-بولتزمن پیروی می کنند و برای الکترونها (فرمیونها) به شکل $\epsilon^{1/2}$ تغییر می کند.

تابع توزیع برای مجموعه ای از فرمیونها با رابطه زیر داده می شود

$$f_{FD} = \frac{1}{e^{(\epsilon - \epsilon_F)/kT} + 1} \quad (48.12) \text{ و } (13.12)$$

که در آن

$$n(\epsilon)d\epsilon = f_{FD}(\epsilon)g(\epsilon)d\epsilon$$

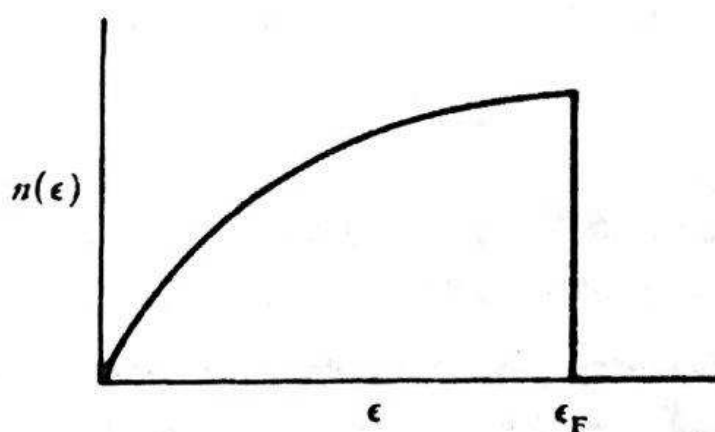
با استفاده از (۴۶.۱۲) داریم

$$n(\epsilon)d\epsilon = \frac{C\epsilon^{1/2}d\epsilon}{e^{(\epsilon-\epsilon_F)/kT} + 1} \quad (۴۹.۱۲)$$

این معادله توزیع انرژی الکترونیهای آزاد را که در تعادل با ماده‌ای در دمای T هستند به دست می‌دهد. مفهوم کمیت ϵ_F ، موسوم به انرژی فرمی، با بررسی توزیع انرژیهای الکترون در فلز، در دمای صفر مطلق، به بهترین نحو درک می‌شود.

فلزات در دمای صفر مطلق. منحنی نمایش توزیع انرژی یک گاز الکترونی آزاد، رابطه (۴۹.۱۲)، به ازای $T = 0$ در شکل ۲۸.۱۲ نشان داده شده است، این منحنی مبتنی بر حاصلضرب دو جمله مستقل از انرژی است: عامل $\epsilon^{1/2}$ که صعود سهمی در $n(\epsilon)$ را از $\epsilon = 0$ به سوی بالا توجیه می‌کند، و عامل $1/(e^{(\epsilon-\epsilon_F)/kT} + 1)$ ، تابع توزیع احتمال فرمی-دیراک (شکل ۱۳.۱۲)، که به ازای $T = 0$ از $\epsilon = 0$ تا $\epsilon = \epsilon_F$ دارای مقدار ۱ و در $\epsilon \geq \epsilon_F$ مقدار صفر است.

شکل ۲۸.۱۲ نشان می‌دهد که همه الکترونها در صفر مطلق همانند ذرات گاز کلاسیک، دارای انرژی جنبشی صفر نیستند؛ بلکه، دارای انرژیهای متناهی تا یک انرژی بیشینه، یعنی تا انرژی فرمی، ϵ_F ، هستند. به دلیل اصل طرد پائولی که الکترونها از آن پیروی می‌کنند، این الکترونها حتی در $T = 0$ دارای انرژیهای متناهی اند و در حرکت اند؛ در هر حالت بخصوص انرژی، بیش از دو الکترون مجاز نیست؛ یک الکترون برای هر کدام از دو سمتگیری ممکن اسپین الکترون. بنابراین، کلیه پایینترین حالتها پُر می‌شوند تا اینکه



شکل ۲۸.۱۲ توزیع انرژی الکترونیهای آزاد در یک فلز در $T = 0\text{ K}$

پرانرژیترین الکترونها به $\epsilon = \epsilon_F$ برسند. در دمای صفر مطلق، انرژی فرمی برابر انرژی جنبشی پرانرژیترین الکترونهاست؛ در این دما همه حالت‌های با انرژی کمتر پر و همه حالت‌های با انرژی بیشتر خالی‌اند.

مقدار انرژی فرمی ϵ_F را می‌توان مستقیماً محاسبه کرد. تعداد کل N الکترون آزاد برابر است با

$$N = \int_0^{\epsilon_F} n(\epsilon) d\epsilon = C \int_0^{\epsilon_F} \epsilon^{1/2} d\epsilon = \frac{2}{3} C \epsilon_F^{3/2} \quad (50.12)$$

با استفاده از مقدار C از رابطه (۴۷.۱۲)، داریم

$$\epsilon_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3} \quad (51.12)$$

که در آن n تعداد الکترونهای آزاد در واحد حجم m جرم الکترون است. برای مس با ظرفیت ۱ و یک الکترون آزاد به ازای هر اتم، انرژی فرمی محاسبه شده از این معادله برابر ۷۵ الکترون‌ولت است؛ در مورد رسانای سدیم، این انرژی برابر ۳۱ الکترون‌ولت است. مقادیر ϵ نوعاً از مرتبه چند الکترون‌ولت‌اند. از این‌رو، پرانرژیترین الکترونهای یک رسانا، حتی در پایینترین دمای ممکن، دارای انرژی جنبشی چندین الکترون‌ولتی هستند.

انرژی جنبشی متوسط $\bar{\epsilon}$ یک الکترون آزاد در صفر مطلق را می‌توان مستقیماً به طریق زیر محاسبه کرد

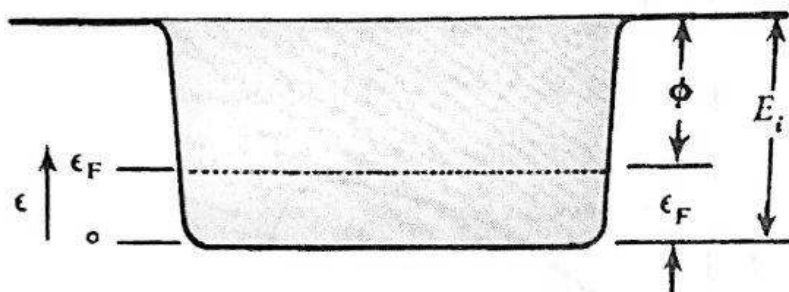
$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{N} \int_0^{\epsilon_F} \epsilon n(\epsilon) d\epsilon = \frac{C}{N} \int_0^{\epsilon_F} \epsilon^{3/2} d\epsilon = \frac{2 C \epsilon_F^{5/2}}{5 N}$$

ولی، با استفاده از رابطه (۵۰.۱۲) $C \epsilon_F^{3/2} = (3/2)N$ است و بنابراین

$$\bar{\epsilon} = \frac{3}{5} \epsilon_F \quad (52.12)$$

انرژی جنبشی متوسط نسبتاً بالای یک الکترون آزاد (چند الکترون‌ولت) در فلز در $T = 0\text{K}$ می‌تواند با انرژی جنبشی متوسط هر ذره آزاد کلاسیک $(3/2 kT)$ که در دمای اتاق فقط ۰۴ الکترون‌ولت و در $T = 0\text{K}$ ، صفر است در تباین باشد. این رفتار غیرعادی، که در آن الکترونهای یک ماده در $T = 0\text{K}$ دارای انرژی قابل اندازه‌گیری‌اند، همانند ارتعاش نقطه صفر یک نوسانگر هماهنگ ساده است که دقیقاً یک پدیده کوانتومی است.

نمودار تراز انرژی که نمایشگر انرژیهای اشغال شده الکترونهای آزاد فلز در



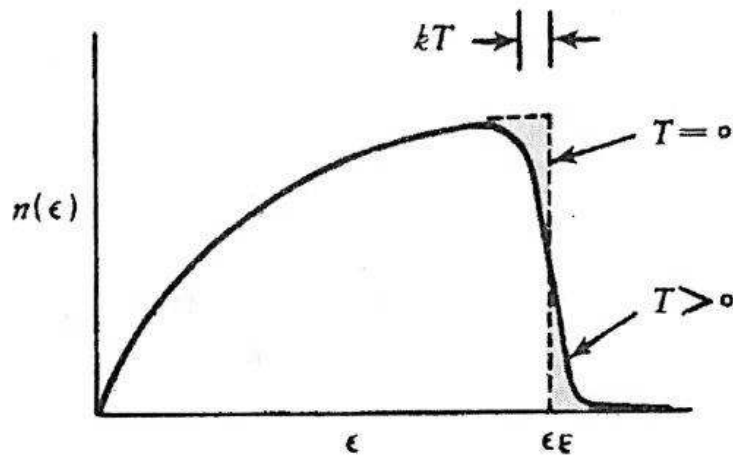
شکل ۲۹.۱۲ اشغال ترازهای انرژی توسط الکترونها
آزاد يك فلز در $T = 0\text{K}$.

صفر مطلق است، در شکل ۲۹.۱۲ نشان داده شده است. الکترونها حالت‌های انرژی را به‌طور پیوسته تا انرژی فرمی اشغال می‌کنند؛ تمام حالت‌های بالاتر پرنیستند. البته، انرژی بستگی الکترونها با قید ضعیف فلز (آن الکترونهايي که در سطح فرمی قرار دارند) برابر تابع کار (بخش ۲.۴) است. بنابراین

$$E_i = \epsilon_F + \phi \quad (۵۳.۱۲)$$

چون هر سه کمیت موجود در این معادله را می‌توان به‌طور مستقل تعیین کرد، خصوصیات ساده مدل کوانتومی الکترون آزاد را می‌توان تحقیق کرد. تابع کار ϕ را می‌توان در آزمایش‌هایی که شامل اثر فوتوالکتریک اند اندازه‌گیری کرد. انرژی فرمی ϵ_F از رابطه (۵۱.۱۲) محاسبه می‌شود. اختلاف در انرژی پتانسیل بین قسمت داخلی و قسمت خارجی بلور (E_i) سرعت الکترونی را که وارد بلور می‌شود، تغییر می‌دهد. این امر باعث شکست الکترونها در سطح می‌شود، و این شکست به نوبه خود حاکی از پراش الکترونها توسط شبکه بلور است. در این روش E_i را می‌توان اندازه‌گیری و صحت رابطه (۵۳.۱۲) را تحقیق کرد. برای مثال در رسانای لیتیوم، با يك الکترون ظرفیت، $E_i = ۶.۹\text{eV}$ ، $\epsilon_F = ۴.۷\text{eV}$ ، و $\phi = ۲.۲\text{eV}$ است که با رابطه (۵۳.۱۲) سازگار است. خواهیم دید که مقادیر ϵ_F و E_i تقریباً مستقل از دما هستند و رابطه (۵۱.۱۲) برای تمام دماهای متوسط برقرار است.

فلزات در دمای متناهی. اکنون تغییراتی را که هنگام افزایش دمای رسانا رخ می‌دهند بررسی می‌کنیم. منحنی توزیع انرژی برای دمای متناهی با پیروی از رابطه (۲۹.۱۲) در شکل ۳۰.۱۲ نشان داده شده است. توزیع انرژی در دمای متوسط کاملاً شبیه به توزیع انرژی در $T = 0\text{K}$ است؛ تنها فرق مهم آن است که در این حالت گوشه‌های



شکل ۳۰.۱۲ توزیع انرژی الکترونهاي آزاد يك فلز در دمای متناهی.

این منحنی در $\epsilon = \epsilon_F$ کمی گرد شده‌اند. مطابق شکل ۳۰.۱۲، گرد شدن گوشه‌ها در انرژی فرمی نتیجه‌ای است که از تغییر در تابع توزیع فرمی-دیراک $f_{FD}(\epsilon)$ حاصل می‌شود. kT در دمای اتاق در حدود 0.03 eV الکترون‌ولت است، این انرژی از انرژی فرمی نوعی ϵ_F که همیشه برابر چند الکترون‌ولت است خیلی کوچکتر است. بنابراین، تابع توزیع فرمی-دیراک $f_{FD}(\epsilon)$ ، از مقدار $f_{FD}(\epsilon)$ در $T = 0$ تغییر نمی‌کند مگر برای انرژی ϵ الکترونی که نزدیک به انرژی فرمی ϵ_F است. برای $kT \ll \epsilon_F$:

$$f_{FD}(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon - \epsilon_F)/kT} + 1} \approx 1 \quad \text{وقتی } \epsilon \ll \epsilon_F \text{ باشد}$$

$$\approx 0 \quad \text{وقتی } \epsilon \gg \epsilon_F \text{ باشد}$$

توزیعهای انرژی $n(\epsilon)$ ، فقط در دمای متناهی T و در دمای $T = 0$ K در گستره کوچکی از انرژی که در آن $|\epsilon - \epsilon_F| \approx kT$ است، با هم اختلاف دارند؛ یعنی فقط در گستره kT از انرژی فرمی توزیعهای انرژی به‌طور قابل ملاحظه‌ای با یکدیگر اختلاف دارند. از رابطه (۳۸.۱۲) مشاهده می‌شود که وقتی $\epsilon = \epsilon_F$ است، آنگاه $f_{FD}(\epsilon) = 1/2$ می‌شود؛ از این رو، برای دمای متناهی، انرژی فرمی متناظر با آن انرژی است که برای آن شانس اشغال صددرصد این حالت وجود دارد. می‌توان نشان داد که برای دماهای کمتر از چند هزار درجه، ϵ_F را می‌توان چون یک ثابت مستقل از دما فرض کرد.

توزیع انرژی الکترونیهای آزاد فلز در دمای متناهی، شکل ۳۰.۱۲، دارای تعبیر جالب توجهی است. آن الکترونیهایی که انرژی آنها از انرژی فرمی خیلی کمتر است در حالتی با انرژی پایینی که در $T = 0\text{K}$ اشغال می کنند باقی می ماند. فقط برای پرانرژیترین الکترونها، یعنی آنهایی که در گستره kT از انرژی فرمی قرار دارند، حالتی با انرژی بالاتر اشغال نشده ای دسترس پذیرند که می توانند از طریق برانگیختگی گرمایی به این حالتها برسند. به بیان دیگر، وقتی فلز به طور گرمایی برانگیخته شود، الکترونیهای با انرژی پایین به حالتی انرژی خود بسته می شوند؛ در این حالت برای این الکترونها، چه در بالا و چه در پایین حالتی خود، در گستره انرژی kT ، در $T = 0\text{K}$ ، هیچ حالت اشغال نشده ای دسترس پذیر نیست. تقریباً کسری از الکترونیهای واقع در داخل گستره انرژی kT از ϵ_F ، به حالتی واقع در طرف بالای انرژی فرمی، که باز هم در داخل گستره kT از انرژی فرمی قرار دارند برانگیخته می شوند. از این رو، با افزایش دمای رسانا، فقط کسر بسیار کوچکی از تمام الکترونیهای آزاد می توانند به حالتی بالاتر حرکت کنند و به آن وسیله گنجایش انرژی الکترونی جامد را افزایش دهند.

از شکل ۳۰.۱۲ می بینیم که، به دلیل جا به جایی کسر کوچکی از الکترونها از پایین به بالای انرژی فرمی (مساحتی سایه دار)، انرژی الکترونی $E_e(T)$ فلز در دمای متناهی T از انرژی $E_e(0)$ آن در $T = 0\text{K}$ بزرگتر است. تعداد الکترونیهایی که به انرژیهای بالاتر می رسند با kT متناسب است. علاوه بر این، افزایش متوسط در انرژی هر الکترون بالارفته تقریباً kT است. بنابراین، می توان نوشت

$$E_e(T) = E_e(0) + A(kT)^2$$

که در آن A ثابت است. آنگاه گرمای ویژه الکترونی مولی $C_{v,e}$ از رابطه زیر محاسبه می شود

$$C_{v,e} = \frac{1}{n} \frac{dE_e(T)}{dT} = \gamma T \quad (54.12)$$

که در آن γ ثابت است. از این رو نظریه کوانتومی الکترون آزاد پیشگویی می کند که سهم الکترونی در گرمای ویژه رسانا مستقیماً با دمای مطلق متناسب است. تحلیل مفصلتر نشان می دهد که $\gamma = (\pi^2/2)z(k/\epsilon_F)R$ است، که در آن z تعداد الکترونیهای ظرفیت هراتم است؛ بنابراین، رابطه (۵۴.۱۲) به صورت زیر درمی آید

$$C_{v,e} = \frac{\pi^2}{2} z \frac{kT}{\epsilon_F} R \quad (55.12)$$

در مس، رسانای نوعی، $z=1$ ، $\epsilon_F = 0.7\text{eV}$ ، و در دمای اتاق $kT = 0.025\text{eV}$ است. با استفاده از رابطه (۵۵.۱۲) مقدار C_v برای مس در دمای اتاق تقریباً $0.2R$ به دست می‌آید. در دمای اتاق گرمای ویژه مولی شبکه‌ای تقریباً برابر $3R$ است؛ در نتیجه در دماهای متوسط سهم الکترونی در گرمای ویژه قابل چشمپوشی است.

فقط در دماهای بسیار پایین (چند درجه کلوین) گرمای ویژه الکترونی با گرمای ویژه شبکه‌ای قابل مقایسه است. اینکه سهم الکترونی بسیار کوچک است ناشی از این حقیقت است که وقتی دمای فلز تغییر می‌کند، تعداد کمی از الکترونهای آزاد (یا ظرفیت) قادر به شرکت در تغییر انرژی هستند.

اگر دمای رسانا تا چندین هزار درجه افزایش یابد، به طوری که kT با تابع کار فلز قابل مقایسه باشد، بعضی الکترونهای آزاد دارای انرژی کافی برای فرار از سطح این فلز خواهند بود؛ در این صورت انرژی جنبشی E آنها، با انرژی پتانسیل داخلی E_i مساوی یا از آن پیشی می‌گیرد (شکل ۲۹.۱۲). از این رو برانگیختگی شدید گرمایی الکترونها، می‌تواند به گسیل آنها از فلز منجر شود. این فرایند را گسیل گرمایونی می‌نامند. هرچند نظریه کوانتومی الکترون آزاد فلزات توانایی توجیه خواصی چون گرمای ویژه الکترونی و گسیل گرمایونی را دارد، اما دیگر خواص مهم جامدات (خواصی که از این حقیقت ناشی می‌شوند که الکترونها، حتی الکترونهای ظرفیت، در فلز کاملاً آزاد نیستند) را نمی‌تواند توجیه کند. در بخش بعدی روی یک مدل واقعتر برای جامدات بحث خواهیم کرد که در آن الکترونها در داخل فلز، تحت تأثیر پتانسیل غیر ثابتی قرار می‌گیرند.

۱۰.۱۲ نظریه نواری جامدها: رساناها، عایقها، و نیمه‌رساناها

نظریه نواری جامدات مبنایی برای درک پدیده‌هایی چون رساناییهای الکتریکی و گرمایی و تمایز بین رساناها، عایقها، و نیمه‌رساناهاست. نظریه نواری قادر به توجیه گستره وسیعی در مقاومتها و ویژه الکتریکی، از عایق خوب تا رسانای خوب است؛ نسبت این مقاومتها و ویژه می‌تواند به بزرگی 10^{30} باشد. هرچند بررسی کمی و مفصل نظریه نواری جامدات کاربرد وسیعی از مکانیک موجی را در برمی‌گیرد، اما بدون تحلیل ریاضی می‌توان برخی خصوصیات مهم و کیفی این نظریه بسیار موفق را درک کرد. دو روش برای نظریه نواری وجود دارد.

۱. نظریه بلوخ^۱ (۱۹۲۸/۱۳۵۷) بر این حقیقت تأکید دارد که الکترون ظرفیت در فلز،

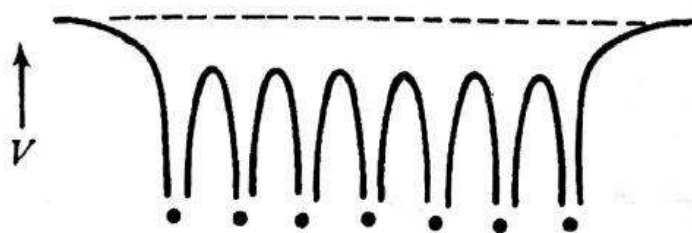
1. F. Bloch

ضمن حرکت خود در سرتاسر بلور، تحت تأثیر پتانسیل ثابت قرار نمی‌گیرد؛ بلکه در عوض تحت تأثیر يك پتانسیل تناوبی، که با تناوبی بودن ساختار بلورین متناظر است قرار می‌گیرد.

۲. نظریه هیتلر^۱ و لندن^۲ (۱۹۲۷/۱۳۵۶) اثرهای وارد بر توابع موج الکترونی هنگام گردهم آوردن اتمهای منزوی برای تشکیل بلور جامد را بررسی می‌کند.

نخست يك بلور کامل، با هسته‌های واقع در موقعیتهای شبکه‌ای ثابت (به نام جایگاهها) در داخل بلور را بررسی می‌کنیم. این هسته‌ها يك آرایه منظم هندسی را تشکیل می‌دهند. این آرایه به صورت تکرار گروههای کوچکی از هسته‌ها در سرتاسر بلور شکل می‌گیرد. تعداد کل الکترونهاى وابسته به این هسته‌ها طوری است که بلور، به عنوان يك کل از لحاظ الکتریکی خنثی است. الکترون داخلی به هسته منفرد قویاً مقید است و بنابراین باید همواره با این هسته باقی بماند. از طرف دیگر، الکترون خارجی یا ظرفیت به طور ضعیف به هر-هسته‌ای مقید است و می‌تواند از يك هسته به هسته دیگر سرگردان باشد. طبق نظریه بلوخ، الکترون ظرفیت سرگردان، به جای اینکه وابسته به هسته باشد، متعلق به تمامی بلور در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر این الکترون ظرفیت، تحت تأثیر يك پتانسیل الکتریکی تناوبی ناشی از هسته‌های ثابت و الکترونهاى باقیمانده، قرار می‌گیرد.

نمایشی از يك پتانسیل تناوبی ساده، که يك الکترون در بلور تحت تأثیر آن قرار می‌گیرد، در شکل ۳۱.۱۲ نشان داده شده است. در این صورت، مسئله تعیین حالتها و انرژیهای مجاز الکترونهاى ظرفیت، اساساً به مسئله تعیین اینکه چه طول موجهای الکترونیی ممکن است در داخل بلور قرار بگیرند، برمی‌گردد. از این رو، با مسئله یافتن آن طول-موجهای الکترونیی روبه‌رو هستیم که بتوان آنها را با پتانسیل تناوبی مشخص کننده



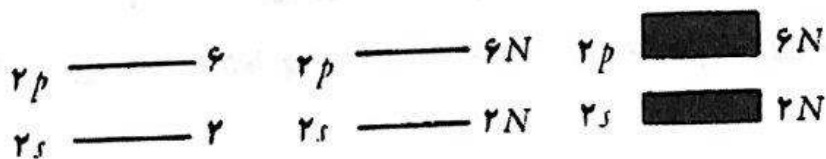
شکل ۳۱.۱۲ پتانسیل تناوبی، که يك الکترون در جامد بلورین تحت تأثیر آن قرار می‌گیرد.

برهم کنش بین يك الكترون ظرفیت و بقیه بلور جور کرد، که در واقع مسئله بسیار مشکلی است.

روش دیگر مربوط به نظریه نواری جامدات، روش هیتلر و لندن است که برای توصیف کیفی مناسبتر است. N اتم یکسان منزوی (بدون اینکه برهم کنش کنند) را بررسی می کنیم. هر اتم آزاد دارای مجموعه ای از ترازهای انرژی مخصوص به خود است، و حالت های مجاز هر اتمی با حالت های مجاز هر اتم دیگر یکسان اند. برای مثال در شکل ۳۲.۱۲ الف نمودار تراز انرژی اتم لیتیوم، همراه با تعداد حالت های دسترس پذیر برای هر انرژی مجاز نشان داده شده است. چون نمودارهای تراز انرژی تمام اتم های یکسان اند، نمودار تراز انرژی مرکب N اتم، که همه از یکدیگر دورند، به سادگی همان نمودار تراز انرژی يك اتم است، بجز اینکه در این حالت تعداد حالت های دسترس پذیر برای هر تراز انرژی با عامل N افزایش می یابد. يك تك اتم می تواند دو الكترون در تراز انرژی s و ۶ الكترون در تراز انرژی p جا دهد (بخش ۸.۷ را ببینید)، ولی همان طور که در شکل ۳۲.۱۲ ب نشان داده شده است، N اتم می تواند $2N$ الكترون در تراز انرژی s و $6N$ الكترون در تراز انرژی p جا دهد.

وقتی N اتم طوری گردهم آورده شوند که فاصله بین اتم های مجاور یا فاصله بین اتمها در جامد بلورین قابل مقایسه باشد، اتمها به طور نسبتاً شدید با یکدیگر برهم کنش

تعداد حالت های دسترس پذیر تعداد حالت های دسترس پذیر تعداد حالت های دسترس پذیر



يك اتم منزوی N اتم منزوی N اتم برهم کنش کننده

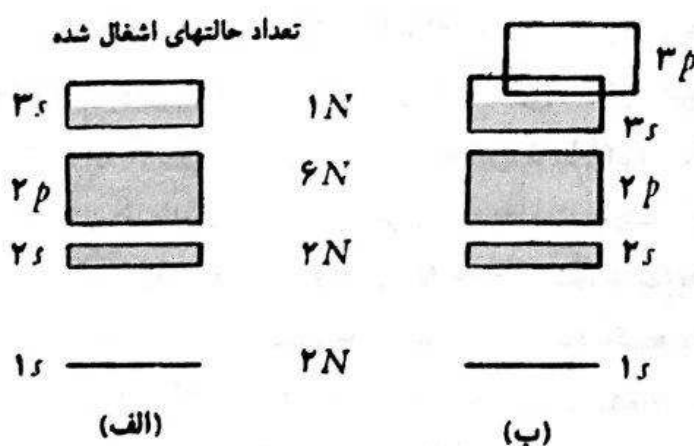
(الف)

(ب)

(ج)

شکل ۳۲.۱۲ نمایش طرح وار نوارهای انرژی و حالت های دسترس پذیر برای (الف) يك اتم منزوی لیتیوم، (ب) N اتم منزوی لیتیوم، و (ج) N اتم برهم کنش کننده لیتیوم.

می‌کنند. نتیجه این برهم کنش پهن شدن ترازهای انرژی این دستگاه است، به طوری که آن حالت‌هایی که قبلاً (با انرژی یکسان) واگن بودند اکنون دارای انرژی‌هایی هستند که اندکی باهم فرق دارند (مثالهایی از این شکافتگی را در مورد دو اتم هیدروژن، که برای تشکیل مولکول هیدروژن گردهم آورده می‌شوند، در شکل ۴.۱۲ دیدیم). اثر گردهم آوردن تعداد بسیار زیادی اتم که در آغاز منزوی‌اند (شکل ۳۲.۱۲ ب)، برای تشکیل یک دستگاه مقید، به طور طرح‌وار در شکل ۳۲.۱۲ ج نشان داده شده است. $2N$ حالت دسترس‌پذیر برای تراز انرژی $1s$ دیگر برهم منطبق نیستند و لسی اساساً در سراسر نواد انرژی $1s$ به طور پیوسته پاشیده می‌شوند. همین‌طور، $2N$ حالت دسترس‌پذیر در نوار انرژی $2s$ و $6N$ حالت دسترس‌پذیر در نوار انرژی $2p$ وجود دارند. نواحی بین نوارهای انرژی دسترس‌پذیر هرگز با هیچ الکترونی اشغال نمی‌شوند و نوادهای ممنوعه نامیده می‌شوند. البته، پهنای فاصله نوارهای انرژی به ماده بلورین بخصوصی که به آن وابسته‌اند بستگی دارد. تاکنون فقط حالت‌های دسترس‌پذیر در نوارهای انرژی جامد را مورد بحث قرار دادیم و درباره چگونگی اشغال آنها به وسیله الکترون‌ها چیزی نگفتیم. برای نشان دادن توزیع الکترون‌ها میان نوارهای مختلف انرژی بلور، نخست رسانای سدیم در حالت پایه، در $T = 0K$ را در نظر می‌گیریم. برای سهولت، ابتدا فرض می‌کنیم که چند نوار انرژی بر روی هم نمی‌افتند. پیکربندی الکترونی یک اتم منزوی سدیم در حالت پایه، $1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^1$ است؛ از این رو، تمام پوسته‌های الکترونی تا پوسته $3s$ ، که فقط شامل یک الکترون است، پر می‌شوند. بنابراین، همان‌طور که در شکل ۳۳.۱۲ الف نشان داده شده است، بلور سدیم برای هر یک از پوسته‌های الکترونی اتم، دارای نوار



شکل ۳۳.۱۲ نمایش طرح‌وار نوارهای انرژی و اشغال آنها به وسیله الکترون‌های سدیم. نواحی تیره مربوط به حالت‌های اشغال شده است.

انرژی است. نوارهای $1s$ ، $2s$ و $2p$ به ترتیب با $2N$ ، $2N$ و $6N$ الکترون پرمی شوند. فقط نیمی از نوار $3s$ که دارای $2N$ حالت دسترس پذیر است، با N الکترون $3s$ پرمی شود. توجه کنید که نوار $1s$ ، که متناظر با الکترونهاي درونی است در مقایسه با نوارهای بالاتر کاملاً باریک است؛ این نوار نسبتاً باریک است، زیرا الکترونهاي درونی قویاً جذب هسته های مادر خود می شوند و کمتر تحت تأثیر الکترونها و هسته های مجاور قرار می گیرند. این حقیقت که فقط بخشی از بالاترین نوار انرژی رسانا، مانند سدیم، پرمی شود ناشی از رسانایی الکتریکی زیاد اینگونه مواد است. چگونگی اشغال نوارهای انرژی را، هنگامی که میدان الکتریکی به فلز اعمال شود، بررسی می کنیم. در این صورت، الکترونهاي واقع در نوازی که بخشی از آن پر شده است می توانند در اثر میدان الکتریکی خارجی مقدار کمی انرژی کسب کنند و در نتیجه به پیوستار حالت های دسترس پذیر، که بلافاصله در بالای آن نوار قرار دارد، بالاروند. به همین طریق می توان رسانایی گرمایی زیاد بلورهای فلزی را توجیه کرد.

توزیع الکترونها بین حالت های دسترس پذیر در دمای متناهی اندکی با توزیع آنها در صفر مطلق تفاوت دارد. این جابه جایی در اشغال الکترونها، در اینجا نیز همانند نظریه ساده الکترون آزاد، بد وسیله آمار فرمی-دیراک کنترل می شود. در نتیجه تغییر مهم در این توزیع، فقط برای آن تعداد اندک از الکترونهاي که در ناحیه انرژی kT در حدود بالاترین تراز پر شده در $T = 0K$ (تراز فرمی) قرار دارند رخ می دهد.

نوارهای انرژی سدیم که در شکل ۳۳.۱۲ الف نشان داده شده اند، نوار اشغال نشده $3p$ را که بلافاصله پس از نوار $3s$ می آید، شامل نمی شوند. همان طور که در شکل ۳۳.۱۲ ب نشان داده شده است، نوار $3p$ نه فقط کاملاً پهن است بلکه بر روی نوار $3s$ نیز می افتد. از این رو، تعداد ترازهای اشغال نشده که برای الکترونهاي واقع در پوسته $3s$ دسترس پذیرند بیشتر افزایش می یابد، و این امر به رسانایی الکتریکی زیاد منجر می شود. رسانایی الکتریکی بسیار پایین یک عایق، مانند الماس را (C) نیز می توان بر اساس نظریه نواری توضیح داد. پیکربندی الکترونی کربن در حالت پایه $1s^2 2s^2 2p^2$ است. چون فقط بخشی از نوار انرژی $2p$ ، که دارای $6N$ حالت دسترس پذیر است، تنها با $2N$ الکترون پرمی شود، ممکن است نخست چنین به نظر برسد که الماس یک رسانای الکتریکی است. ولی، همان طور که در شکل ۳۴.۱۲ نشان داده شده است، دو نوار انرژی متمایز $2p$ وجود دارند که با یک ناحیه ممنوعه 6 الکترون ولتی از یکدیگر جدا شده اند. این جدا شدن نوار $2p$ از طبیعت ساختار بلورین الماس ناشی می شود. نوار پایینی $2p$ کاملاً با $2N$ الکترون در $2N$ حالت دسترس پذیر پرمی شود. kT در دمای اتاق حدود

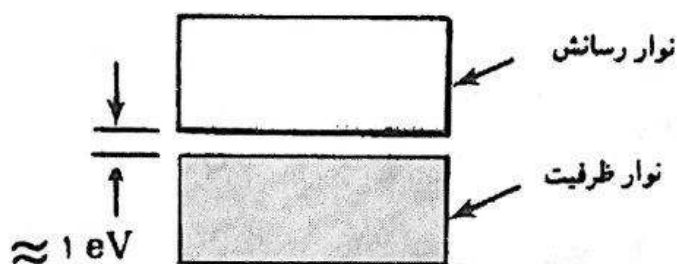
		تعداد حالت‌های دسترس پذیر	تعداد الکترون‌ها
		۴N	۰
		۲N	۲N
		۲N	۲N
		۲N	۲N

شکل ۳۴.۱۲ نمایش طرح‌وار نواری انرژی و اشغال آنها در الماس. به ناحیه ممنوعه بین دو نوار $2p$ که اندازه پذیر است توجه کنید.

۳۰۵ الکترون ولت است؛ از این رو، پهنای شکاف برای الماس آنقدر بزرگتر از انرژی برانگیختگی گرمایی kT است که واقعاً هیچ الکترونی نوار بالای $2p$ را اشغال نمی‌کند. وقتی میدان الکتریکی خارجی اعمال شود، الکترون‌ها نمی‌توانند آنقدر انرژی کسب کنند که به نوار اشغال نشده بالاتر $2p$ بروند. از این رو، میدان خارجی نمی‌تواند جریان الکترونی خالص یا جریان الکتریکی تولید کند. به‌طور خلاصه جسمی مانند الماس، عایق خوبی است، زیرا در آن بین یک نوار پر، به نام نوار ظرفیت، و یک نوار خالی (اما دسترس پذیر) بعدی، موسوم به نوار (دسانشی)، یک شکاف اندازه پذیر انرژی وجود دارد.

مشابهاً، الکترون‌های موجود در نوار ظرفیت یک عایق نمی‌توانند انرژی‌های خود را با درآشامی فوتون‌هایی که انرژی آنها کوچکتر از پهنای شکاف است افزایش دهند. این به آن معنی است که در الماس همه فوتون‌های نور مرئی بدون درآشامیده شدن، از بلور عبور می‌کنند، یعنی الماس برای نور مرئی شفاف است. به همین دلیل، رساناها کسدرند؛ این امر از این حقیقت ناشی می‌شود که پیوستاری از حالت‌های پرنشده انرژی بلافاصله در بالای حالت‌های پر قرار می‌گیرد تا الکترون‌های موجود در رسانا بتوانند، با درآشامی فوتون‌ها در پیوستاری از طول‌موج‌ها، به این حالت‌ها برانگیخته شوند.

برخی جامدات بلورین، مانند سیلیسیوم و ژرمانیوم، همچون الماس دارای یک نوار ظرفیت پر و یک نوار رسانایی خالی‌اند، ولی همان‌طور که در شکل ۳۵.۱۲ نشان داده شده است دارای ناحیه ممنوعه به مراقب کوچکتری هستند. شکاف انرژی بین نوارهای رسانشی و ظرفیت برای سیلیسیوم ۱٫۱ الکترون ولت و برای ژرمانیوم ۰٫۷ الکترون ولت است، که هر دو به اندازه یک مرتبه بزرگی از شکاف انرژی الماس عایق کوچکترند. در

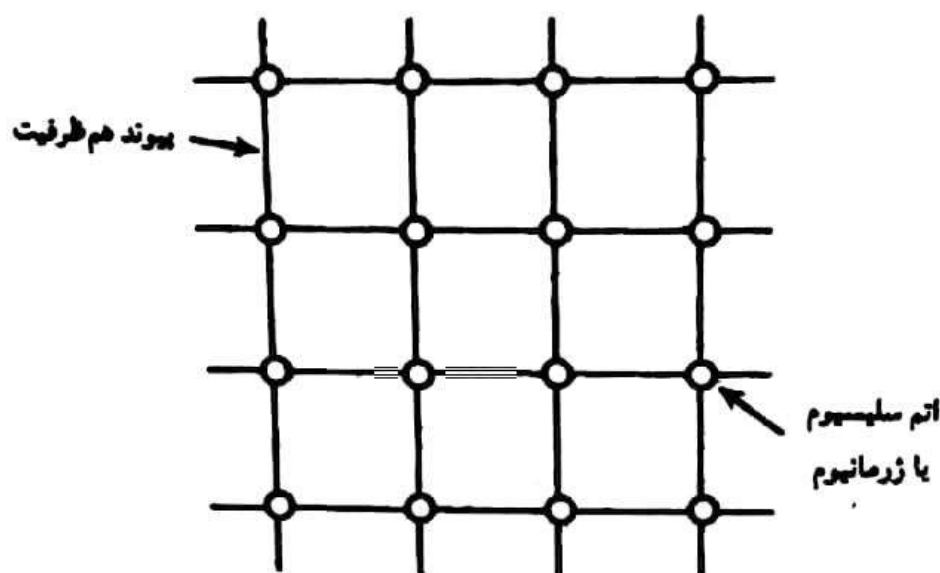


شکل ۳۵.۱۲ نوارهای انرژی برای نیمه رساناهایی مانند سیلیسیوم یا ژرمانیوم، با یک شکاف انرژی

دماهای بسیار پایین، برانگیختگی گرمایی الکترونهاى ظرفیت آنقدر كوچك است كه اساساً هیچيك از این الکترونها به حالتهاى موجود در نوار رسانشى برانگیخته نمى شوند، و از این رو این مواد در دماهای پایین مانند عایق رفتار می کنند.

اکنون اشغال حالتهاى موجود در نوار رسانشى در دماهای بالاتر را بررسی می کنیم. اگر پهناى شكاف كوچك باشد، برخی الکترونها حالتهاى دسترس پذیر موجود در نوار رسانشى را اشغال می کنند، و تحت تأثیر میدان الكتریكى خارجى می توانند در شارش الكترونی خالص در سرتاسر ماده شرکت کنند. در همین زمان، حالتهاى پرنشده موجود در نوار ظرفیت، به نام حفره ها، نیز در جریان الكتریكى سهیم اند. رسانایی چنین موادی بین مقادیر بسیار پایین مربوط به عایقها و مقادیر بسیار بالای مربوط به رساناها قرار می گیرد و به همین دلیل، این مواد به نیمه رسانا معروف اند. نیمه رسانایی كه در بالا توصیف شد به نیمه رسانای ذاتی معروف است؛ این نیمه رسانا شامل اتمهای مطلقاً از يك نوع است و نیمه رسانایی آن به الکترونهاى موجود در نوار رسانشى، كه بین دو لبه شكاف انرژی به صورت گرمایی برانگیخته شده اند، بستگی دارد.

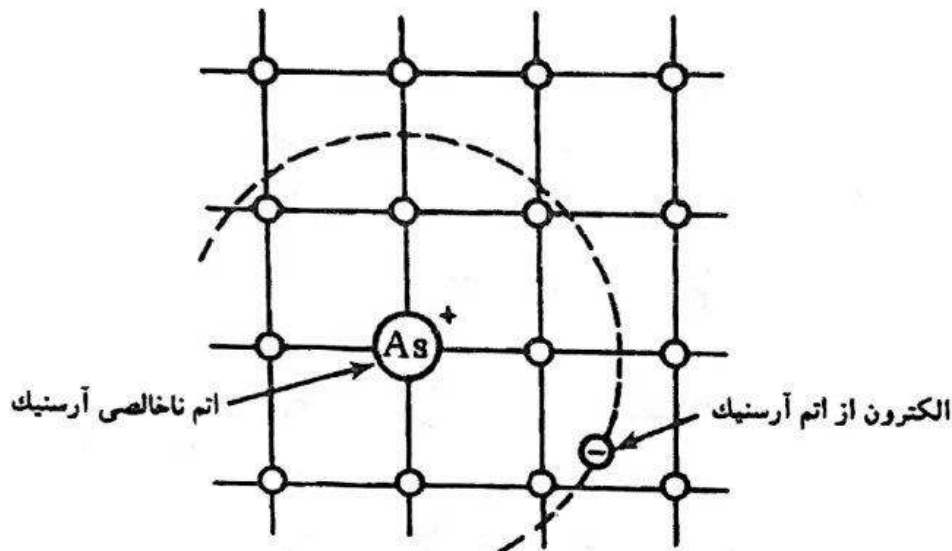
نوع دیگر نیمه رسانا، به نام نیمه رسانای غیرذاتی، یا نیمه رسانای ناخالصی است، كه نیمه رسانایی آن به حضور چند اتم (متفاوت با اتمهای بلور، به نام اتمهای ناخالصی) در داخل بلور نیمه رسانا بستگی دارد. قبل از بحث درباره تأثیر اتمهای ناخالصی بر ساختار نوار انرژی، نخست باید پیوند اتمها و اتمهای ناخالصی داخل بلور را بررسی کنیم. سیلیسیوم و ژرمانیوم هر دو در ستون چهارم جدول تناوبی قرار دارند، خارجیترین پوسته های الكترونی آنها به ترتیب دارای پیکربندی الكترونی $3s^2 3p^2$ ، $4s^2 4p^2$ است. هزاتم سیلیسیوم یا ژرمانیوم در جامد بلورین به وسیله پیوندهای هم ظرفیت به چهارتا از



شکل ۳۶.۱۲ پیوند هم ظرفیت اتمهای موجود در يك جامد بلورین سیلیسیوم یا ژرمانیوم. هر خط بین نزدیکترین اتمهای مجاور نمایشگر پیوند هم ظرفیت اشباع شده است. دو اتم مجاور دو الکترون ظرفیت به اشتراك می گذارند.

نزدیکترین همسایه هایش مقید است؛ همان طور که در شکل ۳۶.۱۲ به صورت طرح وار نشان داده شده است، هر پیوند اشباع شده نمایشگر اشتراك دو الکترون ظرفیت است. این ساختار را ساختار الماسی می نامند، زیرا شبیه ساختار بلور الماس (C ، یا $2p^2 2s^2$ الکترون) است.

اکنون اثر چند اتم ارسینک در بلور سیلیسیوم را بررسی می کنیم. عنصر As در ستون پنجم جدول تناوبی قرار دارد، پیکربندی الکترونی حالت پایه آن $4s^2 4p^3$ است. از این رو، يك اتم خنثای ارسینك، يك الکترون بیشتر از يك اتم خنثای سیلیسیوم دارد. وقتی اتم ارسینك به جای اتم سیلیسیوم در بلور می نشیند يك الکترون اضافی وجود خواهد داشت که به طور هم ظرفیت پیوند نمی شود (شکل ۳۷.۱۲). الکترون جفت نشده مربوط به اتم ناخالصی را می توان چنان پنداشت که درمداری با اندازه بسیار بزرگ (به دلیل بزرگ بودن ثابت دی الکتریکی قسمت داخلی بلور) حول هسته اتم ارسینك حرکت می کند. در نتیجه، این الکترون به طور بسیار ضعیف مقید است، و می توان اتم ناخالصی را چنان در نظر گرفت که يك حامل بار الکتریکی منفی به بلور داده است. بنابراین، اتمهای ناخالصی

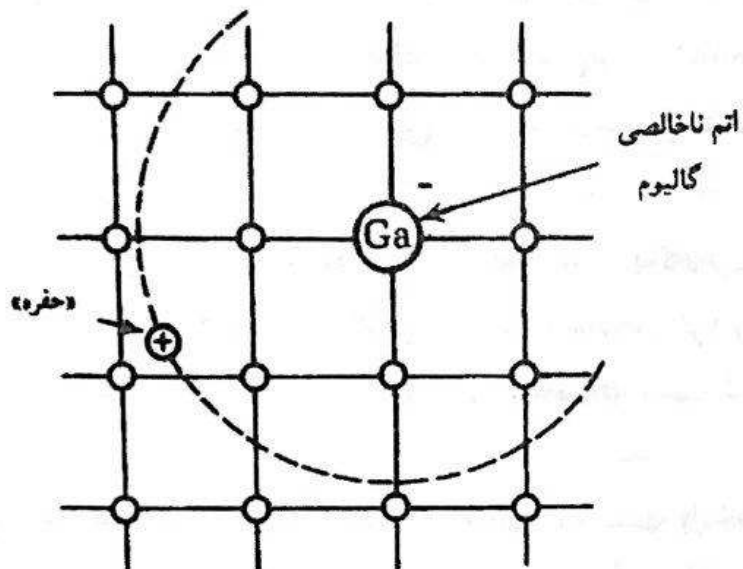


شکل ۳۷.۱۲ مثالی از یک اتم ناخالصی دهنده در سیلیسیوم، که نیمه رسانایی نوع n تولید می‌کند.

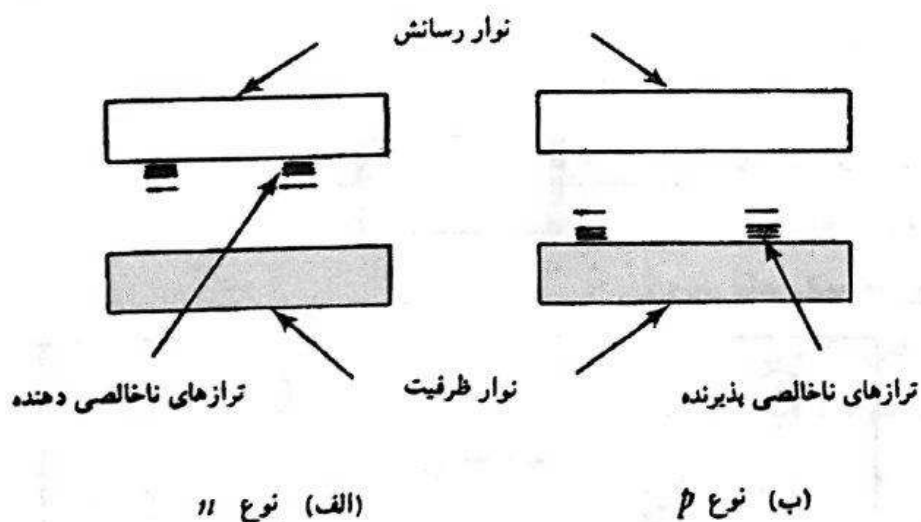
درستون پنجم جدول تناوبی دهنده‌ها هستند و نیمه رساناهای ناخالصی نوع n تولید می‌کنند.

اکنون فرض می‌کنیم که اتمهای ناخالصی از عناصر مربوط به ستون سوم جدول تناوبی، مانند گالیوم (${}_{31}\text{Ga}$) باشند، پیکربندی الکترونی این عناصر فقط دارای یک الکترون p است. در این صورت پیوند هم ظرفیت در اطراف یک اتم ناخالصی در بلور کامل نیست. یک پیوند نا کامل به هر اتم ناخالصی وابسته است (شکل ۳۸.۱۲). پیوند هم ظرفیت در اطراف این اتم ناخالصی به وسیله اتمهای ناخالصی که یک الکترون از نوار ظرفیت می‌پذیرند کامل می‌شود، و در نتیجه یک تهی‌جا یا حفره در نوار ظرفیت تولید می‌شود. می‌توان پنداشت که این حفره در مداری حول یون ناخالصی که اکنون بار آن منفی است حرکت می‌کند. حرکت حفره، که به صورت بار مثبت فرض می‌شود، در راستای خلاف حرکت الکترون‌ها است. یک اتم ناخالصی، که برای تکمیل پیوند خود یک الکترون می‌پذیرد به پذیرنده معروف است، و یک نیمه رسانا که چنین ناخالصیهایی (و بنا بر این، حفره‌هایی) را در بر دارد به نیمه رسانای ناخالصی نوع p معروف است.

اثر ناخالصیها بر ساختار نوار انرژی در سیلیسیوم در شکل ۳۹.۱۲ نشان داده شده است. ناخالصیهای نوع p ترازهای انرژی نزدیک به هم و اضافی را که درست زیر نوار رسانشی بالا قرار دارند وارد می‌کنند؛ این ترازها توسط الکترونهای باقیمانده حاصل



شکل ۳۸-۱۲ مثالی از یک اتم ناخالصی پذیر در سیلیسیوم که یک نیمه رسانای نوع p تولید می کند.



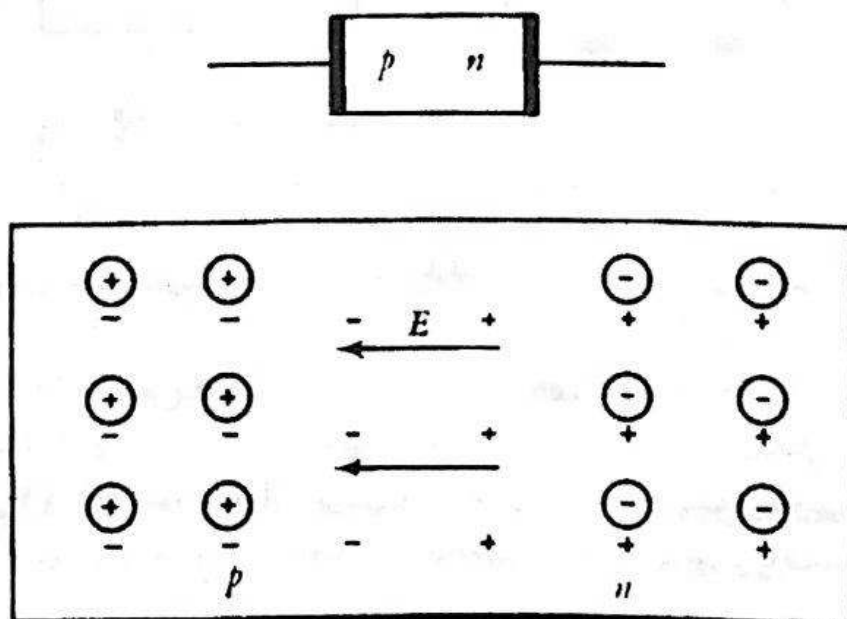
شکل ۳۹-۱۲ نمودار تراز انرژی بلور سیلیسیوم که (الف) به وسیله ناخالصیهای دهنده و (ب) به وسیله ناخالصیهای پذیرنده تغییر یافته است.

از اتم دهنده اشغال می شوند. الکترونهای واقع در این ترازهای گسسته انرژی را می توان به حالت های دسترس پذیر در نوار رسانشی، که بلافاصله در بالای این ترازها قرار دارند،

برانگیخت. ناخالصیهای نوع p ، ترازهای نزدیک به هم را درست بالای نوار ظرفیت وارد می کنند. بنابراین، الکترونهای مربوط به نوار ظرفیت، درست از زیر می توانند به سوی بالا برانگیخته شوند و این حالت های ناخالصی دسترس پذیر را اشغال و به آن وسیله رسانایی ناچیز نیمه رسانا را توجیه کنند. رسانایی یک نیمه رسانای ناخالصی را می توان به وسیله تراکم نسبی اتم های ناخالصی کنترل کرد.

نیمه رساناهای ناخالصی دارای چند کاربرد فنی مهم اند. با به کار بردن آنها به صورت تنها یا مرکب، می توان یکسو کننده ها، تقویت کننده ها، آشکار سازها، ترانزیستورها و دیگر وسایل حالت جامد را ساخت. یکی از این دستگاه ها، پیوندگاه pn است که در زیر توصیف می شود.

پیوندگاه بین یک نیمه رسانای نوع p ، با حامل های بار مثبت یا حفره ها، و یک نیمه رسانای نوع n ، با حامل های بار منفی یا الکترون ها را بررسی می کنیم (شکل ۴۵.۱۲). این مرز صرفاً با به هم فشردن این دو نوع نیمه رسانا تولید نمی شود؛ بلکه، از طریق روش هایی به نام «آلایش»، که در آنها اتم های ناخالصی باروش کنترل شده ای در سرتاسر ماده پخش می شوند، این مرز به طور پیوسته از نوع p تا نوع n تغییر می کند. در داخل ماده نوع p در طرف چپ، حفره ها و در داخل ماده نوع n در طرف راست الکترون ها متراکم می شوند. هر دو طرف پیوندگاه از لحاظ الکتریکی خنثی است. در خود پیوندگاه الکترون ها و حفره های



شکل ۴۵.۱۲. پیوندگاه pn . حامل های بار مربوط به اتم های ناخالصی در داخل دایره نشان داده شده اند؛ مثبت در طرف p و منفی در طرف n .

متحرك باهم ترکیب می شوند. بنابراین، طرف نوع n مجاور پیوندگاه، به واسطه فقدان الکترونها، دارای بار مثبت خالص است؛ در حالی که طرف نوع p مجاور پیوندگاه، به واسطه فقدان حفره ها، دارای بار منفی خالص است. از این رو لایه های بار، در هر طرف پیوندگاه، يك میدان الکتریکی داخلی تولید می کنند که از ناحیه n به سوی ناحیه p (در شکل ۴۰.۱۲ به سوی چپ) است.

اثرهای این میدان الکتریکی داخلی را بررسی می کنیم. این میدان بر حفره های واقع در طرف نوع p يك نیروی به سوی چپ وارد می کند (البته، این نیرو دقیقاً بر الکترونها، که برای پر کردن تهی جاها حرکت می کنند اعمال می شود) و میدان الکتریکی داخلی يك نیروی به سوی راست بر الکترونها واقع در طرف نوع n وارد می کند و در نتیجه از ترکیب مجدد الکترونها و حفره ها در پیوندگاه جلوگیری به عمل می آورد.

حال فرض می کنیم که از طریق يك اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دوسر الکترودهای متصل به دو طرف نوع p و نوع n ، يك میدان الکتریکی خارجی در دوسر پیوندگاه برقرار شود. اگر طرف نوع p منفی و طرف نوع n مثبت باشد، میدان الکتریکی خارجی به سوی چپ و در همان راستای میدان الکتریکی داخلی خواهد بود. در این صورت از حرکت یا ترکیب مجدد الکترونها و حفره ها بیشتر جلوگیری می شود، و تحت این شرایط جریان الکتریکی در پیوندگاه كوچك است. این جریان صرفاً از الکترونها و حفره هایی که به طور گرمایی در پیوندگاه تولید شده اند ناشی می شود. این شرط را بایاس معکوس پیوندگاه pn می نامند.

وقتی قطبیت اختلاف پتانسیل معکوس شود، به طوری که طرف نوع p مثبت و طرف نوع n منفی شود، میدان الکتریکی اعمال شده خارجی به سوی راست خواهد بود. این شرط به بایاس به سوی جلو معروف است. میدان الکتریکی خارجی به سوی راست بر میدان الکتریکی داخلی به سوی چپ فزونی می یابد، و حفره ها به سوی راست و الکترونها به سوی چپ رانده می شوند. هر دو نوع حاملهای بار در جریان قراردادی به سوی راست، که می تواند قابل توجه باشد، سهمین اند. به طور خلاصه، پیوندگاه pn برای بایاس به سوی جلو، يك رسانای خوب ولی برای بایاس معکوس، يك رسانای ضعیف است. این پیوندگاه به منزله یکسوکننده عمل می کند، یعنی جریان را به آسانی در يك راستا عبور می دهد ولی در راستای مخالف عبور نمی دهد. به علاوه، این پیوندگاه يك عنصر مداری غیر خطی، یا غیر اهمی است؛ زیرا مشخصه جریان - ولتاژ آن يك خط مستقیم مطابق با قانون اهم نیست.

خلاصه

دو نوع اصلی بستگی مولکولی عبارت‌اند از: بستگی یونی (غیرهم قطبی)، ناشی از جاذبه الکتروستاتیکی یونها، و بستگی هم ظرفیت (هم قطبی)، ناشی از به اشتراک گذاشتن الکترونهاى ظرفیت.

انرژیهای دورانی و ارتعاشی یک مولکول دواتمی کوآنتیده‌اند. فوتونهای درآشامیده شده یا گسیل شده در گذار بین حالت‌های دورانی یا ارتعاشی به ترتیب در نواحی فرو سرخ دور و فرو سرخ طیف الکترومغناطیسی قرار دارند. کاربرد مکانیک کوآنتومی در مورد حرکتهای دورانی و ارتعاشی مولکول دواتمی نتایج جدول ۲.۱۲ را به دست می‌دهد.

سه نوع توزیع احتمال برای بررسی تعداد زیادی ذره که به طور ضعیف برهم کنش می‌کنند به کار می‌رود؛ این توزیع‌های احتمال عبارت‌اند از ماکسول-بولتزمن، بوز-اینشتین، و فرمی-دیراک. خواص این توابع توزیع در جدول ۱.۱۲ به طور خلاصه آمده است.

تعداد $n(\epsilon_i)$ ذره با انرژی ϵ_i با رابطه $n(\epsilon_i) = f(\epsilon_i)g(\epsilon_i)$ داده می‌شود، که در آن $f(\epsilon_i)$ (تابع توزیع) برابر تعداد متوسط ذرات در حالت i و $g(\epsilon_i)$ برابر تعداد حالت‌های با انرژی ϵ_i است. برای ترازهای انرژی بسیار نزدیک به هم می‌توان نوشت $n(\epsilon)d\epsilon = f(\epsilon)g(\epsilon)d\epsilon$ که در آن $g(\epsilon)$ (چگالی حالتها) تعداد حالتها در واحد انرژی است، و $n(\epsilon)$ تعداد ذرات به ازای واحد انرژی را به دست می‌دهد (جدول ۳.۱۲).

جدول ۲.۱۲

دوران	ارتعاش
انرژیهای مجاز مولکول	
$E_r = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I}$	$E_v = \left(v + \frac{1}{2}\right)hf$
که در آن $J = 0, 1, 2, \dots$	که در آن $v = 0, 1, 2, \dots$
$I = \mu r^2$ و	$f = \left(\frac{1}{2\pi}\right)\sqrt{\frac{k}{\mu}}$ و
$\Delta J = \pm 1$	$\Delta v = \pm 1$
گذارهای مجاز	
بسامد فوتونها	
$\nu = \left(\frac{\hbar}{2\pi I}\right)(J_1 + 1)$	$\nu = f$

نتایج	$g(\epsilon)$	ذرات	$f(\epsilon)$
$\bar{\epsilon} = \frac{3}{2} kT$ $C_v = \frac{3}{2} R$	$g(\epsilon) \propto \epsilon^{1/2}$ $(\epsilon = p^2/2m)$	ذرات نقطه‌ای	f_{MB} گاز ایده‌ال
دماهای پایین: $\bar{\epsilon} \approx \bar{\epsilon}_{tr} = \frac{3}{2} kT$ $C_v \approx (C_v)_{tr} = \frac{3}{2} R$	$g(E_r) = 2J + 1$ $g(E_r) = 1$	مولکولهای دو انمی	f_{MB} گاز دو انمی
دماهای متوسط: $\bar{\epsilon} \approx \bar{\epsilon}_{tr} + \bar{\epsilon}_r = \frac{5}{2} kT$ $C_v \approx (C_v)_{tr} + (C_v)_r = \frac{5}{2} R$			
دماهای بالا: $\bar{\epsilon} \approx \bar{\epsilon}_{tr} + \bar{\epsilon}_r + \bar{\epsilon}_v = \frac{7}{2} kT$ $C_v \approx (C_v)_{tr} + (C_v)_r + (C_v)_v = \frac{7}{2} R$			
معادلهٔ تابش پلانک: $E(\nu) d\nu = \left(\frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \right) \left(\frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \right) d\nu$	$g(\epsilon) \propto \epsilon^2$ $(\epsilon = pc)$	فوتونها	f_{BE} تابش جسم سیاه
$E(f) df = \left(\frac{8\pi h^3 f^3}{15 c^3} \right) \left(\frac{1}{e^{hf/kT} - 1} \right) df$ $E = 8\pi \left(\frac{T}{T_D} \right)^3 (kT) \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$	$g(\epsilon) \propto \epsilon^2$ $(\epsilon = p v_s)$	فونونها	f_{BE} گرمای ویژه شبکه‌ای جامدات
برای دماهای بالا: $T \gg T_D$ $(C_v)_{شبه} = 3R$			
برای دماهای پایین: $T \ll T_D$ $(C_v)_{شبه} \propto T^3$			
$\epsilon_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}$ $(C_v)_{الکترونی} \propto T$	$g(\epsilon) \propto \epsilon^{1/2}$ $(\epsilon = p^2/2m)$	الکترونها	f_{FD} گرمای ویژه الکترونی
حالت‌های دسترس پذیر برای اشغال الکترون عبارت‌اند از: نوارهای (نوار ۱۵، ۲۵، ۳۵، ۴۵، و غیره) با شکاف‌های ممنوعه ممکن بین این نوارها	محاسبه نشده است. $(\epsilon = p^2/2m + V)$ که در آن V انرژی پتانسیل تساویسی بین الکترون و شبکه بلورین است	الکترونها	f_{FD} نظریه نوادی جامدات

مشخصه‌های جامدهای گوناگون

در رساناها، تنها بخشی از بالاترین نواری که شامل الکترون‌هاست اشغال می‌شود. در عایقها، بالاترین نواری که الکترون‌ها را در بر دارد کاملاً پر است؛ نواد (رسانشی) دسترس‌پذیر بالاتر، با یک شکاف ممنوعه چند الکترون ولتی از نواد (ظرفیت) پر جدا می‌شود.

در نیمه رساناهای ذاتی، نوادهای رسانشی و ظرفیت با یک شکاف ممنوعه باریک از یکدیگر جدا می‌شوند، و نیمه رسانایی از الکترون‌هایی که به‌طور گرمایی به نواد رسانشی برانگیخته می‌شوند ناشی می‌شود.

در نیمه رساناهای ناخالصی، اثر ناخالصیها، حالت‌های دسترس‌پذیر را در ناحیه شکاف ممنوعه وارد می‌کنند. اتمهای ناخالصی دهنده یک نیمه‌هادی نوع n حالت‌های گسته را، که درست زیر نواد رسانشی قرار می‌گیرند وارد می‌کنند، و نیمه رسانایی از ترابری الکترون‌ها نتیجه می‌شود. اتمهای ناخالصی پذیرنده از یک نیمه رسانای نوع p ، حالت‌های گسته را، که درست بالای نواد ظرفیت قرار می‌گیرند، وارد می‌کنند، و نیمه رسانایی از ترابری حفره‌ها ناشی می‌شود.

مسائل

۱. نشان دهید که گشتاور لختی، $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$ ، مربوط به یک مولکول دو اتمی، حول محور عمود بر محور بین اتمی که از مرکز جرم می‌گذرد را می‌توان به صورت $I = \mu r^2$ نوشت، که در آن جرم کاهش‌یافته برابر $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ است و $r_0 = r_1 + r_2$ فاصله بین اتمی است.

۲. نشان دهید که در حد همخوانی اعداد کوانتومی دورانی بزرگ، بسامد فوتون برای گذارهای کوانتومی بین ترازهای انرژی دورانی مجاور مولکولهای دواتمی، همان بسامد کلاسیک دوران مولکول حول مرکز جرم آن است.

۳. نشان دهید که بسامدهای خطوط در طیف دورانی خالص با $\nu = (h/2\pi I)(J+1)$ داده می‌شوند، که در آن J عدد کوانتومی دورانی حالت انرژی پایینتر است.

۴. منحنی پتانسیل بین اتمی نوعی (مانند شکل ۲.۱۲) دارای کمینه‌ای در چند آنگستروم است و نسبت به پتانسیل در فاصله نامتناهی دارای عمقی برابر چند الکترون ولت است. با استفاده از این پارامترها مقدار نوعی ثابت نیروی k ، برای ارتعاش مولکولی را

پیدا کنید و نشان دهید که انتظار می رود طیف ارتعاشی در ناحیه فرو سرخ نزدیک طیف الکترومغناطیسی یافت شود.

۵. با فرض اینکه ثابت نیروی بین اتمی برای هر دو مولکول ${}^1\text{H}^{35}\text{Cl}$ و ${}^1\text{H}^{37}\text{Cl}$ یکسان است، نسبت بسامدهای ارتعاشی این دو مولکول را محاسبه کنید.

۶. (الف) انرژی ارتعاشی نقطه صفر یک آونگ ساده به طول 1.0m و با جرم 1.0kg چقدر است؟ (ب) وقتی این آونگ با دامنه 1.0mm نوسان کند، عدد کوانتومی ارتعاشی آن چقدر است؟

۷. یک گذار الکترونی در مولکول CO نوارهایی از خطوط را در ناحیه مرئی طیف ($6000\text{\AA}$) تولید می کند. اگر فاصله بین اتمی برای CO برابر با $1.128\text{\AA}$ باشد، فاصله جدایی تقریبی در طول موج بین خطوط مجاور دورانی مربوط به این نوارها چقدر است؟ این فاصله، طیف نوار ظاهراً پیوسته مولکولها در ناحیه مرئی را توضیح می دهد.

۸. نشان دهید که توابع توزیع بسوز - اینشتین و فرمی - دیراک در حد انرژی بالا ($\epsilon \gg kT$) به توزیع ماکسول - بولتزمن نزدیک می شوند.

۹. (الف) نشان دهید که نسبت وزنهای آماری حالت $n=2$ به حالت $n=1$ از اتمهای هیدروژن آزاد برابر ۴ است. (ب) یک گاز هیدروژن اتمی در دمای اتاق قرار دارد؛ نسبت تعداد اتمهای موجود در حالت $n=2$ به تعداد اتمهای موجود در حالت $n=1$ چقدر است؟

۱۰. نشان دهید که توزیع ماکسول - بولتزمن برای سرعت گاز ایده آل متشکل از ذرات نقطه ای کلاسیک، با رابطه $n(v) = A v^2 e^{-mv^2/2kT}$ داده می شود، که در آن $A = (\pi/2)^{3/2} \times (m/2kT)^{3/2}$ است. [دانه مایی: $n(v)dv = n(\epsilon)d\epsilon$]

۱۱. در چه دمایی ۴ درصد از مولکولهای یک گاز CO در اولین حالت دورانی یافت می شوند؟ فرض کنید که باقیمانده مولکولها در حالت دورانی صفر هستند، فاصله بین اتمی منواکسید کربن برابر $1.128\text{\AA}$ است.

۱۲. دمای T یک دستگاه از ذرات را می توان بر حسب اشغال نسبی حالت های مجاز انرژی تعریف کرد. فرض کنید که ذرات یک دستگاه با دوتران انرژی دارای انرژیهای

E_1 و E_2 باشند که در آن $E_2 > E_1$ است. تعداد ذرات متناظر با این دو حالت n_1 و n_2 هستند. اگر $n_2 > n_1$ باشد، یک وارونی فراوانی حاصل می‌شود. (الف) نشان دهید که تحت این شرایط می‌توان گفت که دستگاه دارای یک دمای مطلق منفی برابر با $(E_2 - E_1) / [k \ln(n_1/n_2)]$ است (تعداد ذرات با انرژی E را متناسب با عامل بولتزمن $e^{-E/kT}$ اختیار کنید). (ب) فرض کنید که دستگاهی از ذرات با دو تراز انرژی (مانند مجموعه‌ای از پروتون‌ها که اسپین‌های آنها در راستای یک میدان مغناطیسی خارجی یا در خلاف راستای آن قرار گرفته باشند)، از آغاز دارای یک وارونی فراوانی و بنابراین یک دمای مطلق منفی باشند. این دستگاه منزوی از تأثیرات خارجی است، ولی فرایند واهلش داخلی می‌تواند فراوانی نسبی این دو حالت مجاز را تغییر دهد تا اینکه سرانجام دستگاه از نظر گرمایی با محیط خود ترازمندی برقرار کند. نشان دهید که دمای دستگاه، نخست به یک مقدار منفی نامتناهی صعود می‌کند، سپس به‌طور نامتناهی مثبت می‌شود، و سرانجام به یک مقدار متناهی مثبت نزول می‌کند.

۱۳. مجموعه‌ای از اتم‌ها که حالت پایه و اولین حالت برانگیخته (E_1 و E_2) آنها اشغال شده است را در نظر می‌گیریم. تعداد متناظر اتم‌هایی که این حالت‌ها را اشغال می‌کنند به ترتیب n_1 و n_2 هستند، که در آن n_1 با $e^{-E_1/kT}$ متناسب و برای n_2 رابطه مشابهی برقرار است. وقتی این اتم‌ها به‌طور متقابل برهم‌کنش کنند، گذارهای خود به خودی به سوی بالا و به سوی پایین بین این دو حالت رخ می‌دهند. نشان دهید که نسبت احتمال برای یک گذار خود به خودی به سوی پایین به احتمال برای یک گذار خود به خودی به سوی بالا با رابطه $e^{-(E_1 - E_2)/kT}$ داده می‌شود.

۱۴. ذرات یک دستگاه معلوم دارای سه انرژی ممکن‌اند: E_1 ، E_2 ، و E_3 ، که در آن $E_1 < E_2 < E_3$ است. تعداد ذرات متناظر با این سه حالت n_1 ، n_2 ، و n_3 هستند، که در آن برای ترازمندی گرمایی $n_1 > n_2 > n_3$ است. به این دستگاه به کمک پمپ کردن تابش فوتون می‌تابانیم. هر فوتون دارای انرژی $h\nu = E_3 - E_1$ است. تحت تأثیر پمپ کردن تابش با شدت بالا، فراوانی‌های این دو حالت شرکت‌کننده یکسان می‌شوند. نشان دهید که در این صورت باید یک وارونی فراوانی بین حالت‌های یک زوج دیگر با $n_3 > n_2$ ، یا با $n_2 > n_1$ وجود داشته باشد.

۱۵. (الف) تعداد نسبی مولکول‌های هیدروژن را که در 170K اولین چند حالت دورانی را اشغال می‌کنند محاسبه و نتایج را با شکل ۱۶.۱۲ مقایسه کنید. (ب) تعداد نسبی

مولکولهای هیدروژن، که در ۶۳۵۰K اولین چند حالت ارتعاشی را اشغال می‌کنند، محاسبه و نتایج خود را با شکل ۱۷.۱۲ مقایسه کنید.

۱۶. نشان دهید گرمای ویژه مولی هیدروژن در فشار ثابت برای سد ناحیه دما که در شکل ۱۸.۱۲ نشان داده شده‌اند برابر $R(۵/۲)$ ، $R(۷/۲)$ ، $R(۹/۲)$ است.

۱۷. نشان دهید که شرط وجود امواج ایستاده در یک جعبه مکعبی [معادله (۳۰.۱۲)] که در شکل ۲۴.۱۲ نشان داده شده است، با شرایط مرزی برای وجود امواج ایستاده حاصل از جبهه‌های موجی که به طور مایل در داخل مکعب حرکت می‌کنند سازگار است.

۱۸. در یک جعبه سیاه به ضلع ۱۰cm تعداد مدهای امواج الکترومغناطیسی بین طول موجهای $۶۰۰۰\text{\AA}$ و $۶۱۰۰\text{\AA}$ چقدر است؟

۱۹. (الف) اندازه حرکت و انرژی فوتونها در جعبه‌ای به ضلع ۱۰cm را در حالت‌های دسترس پذیر که برای آنها (n_x, n_y, n_z) به صورت $(۱, ۰, ۰)$ و $(۰, ۱, ۰)$ است محاسبه کنید. (ب) انرژی بین این دو حالت در مقایسه با انرژی حالت پایینی چقدر است؟ (ج) قسمت‌های (الف) و (ب) را برای حالت‌های $(۱۰۰, ۰, ۰)$ و $(۰, ۱۰۰, ۰)$ تکرار کنید.

۲۰. جسم سیاهی در دمای ۱۰۰۰K قرار دارد. (الف) در ناحیه مرئی از ۳۰۰۰ تا $۳۱۰۰\text{\AA}$ ، انرژی تابشی در واحد حجم چقدر است (فرض کنید که $E(\nu)$ در این گستره از طول موجها ثابت است)؟ (ب) انرژی تابشی در واحد حجم در همین نوار طول موج به ازای بسامد رادیویی ۱۰MHz چقدر است؟

۲۱. در بررسی جسم سیاه می‌توان تعداد حالتها برای امواج الکترومغناطیسی به دام افتاده در جعبه را محاسبه کرد. فرض بر آن است که در این جعبه امواج کاملاً از دیوارهای درونی ظرف بازتابیده می‌شوند. در حقیقت، این امواج را باید طوری در نظر گرفت که بخشی از آنها در آشامیده و بخشی در هر رویا رویی با دیواره ظرف بازتابیده شوند. نشان دهید که در وضعیت واقعی که هم شامل درآشامی و هم شامل بازتاب است، توصیف ریاضی برای امواج الکترومغناطیسی به دام افتاده در جعبه، روی هم رفته با وضعی که در آن تمام امواج کاملاً بازتابیده شوند هم‌ارز است.

۲۲. (الف) دمای تقریبی رشته یک لامپ تابان که رنگ نور گسیل شده از آن عمدتاً در

ناحیه زرد طیف الکترومغناطیسی قرار می گیرد چقدر است؟ (ب) نور گسیل شده از لامپ فلورئورسان، در مقایسه با تابش ناشی از یک لامپ تابان، به سوی طول موجهای کوتاهتر انتقال می یابد. چرا لامپ فلورئورسان از لامپ تابان داغتر نمی شود؟

۲۳. (الف) نشان دهید که فرمول تابشی ریلی-جینز (معادله ۳۶.۱۲) عبارت است از تقریب بسامد پایین برای فرمول تابشی پلانک (ب) نشان دهید که فرمول وین (معادله ۳۷.۱۲) عبارت است از تقریب بسامد بالا برای فرمول تابشی پلانک.

۲۴. تحقیق کنید که قانون تابش استفان - بولتزمن از رابطه تابش پلانک نتیجه می شود.

۲۵. تحقیق کنید که قانون جابه جایی وین نتیجه ای از رابطه تابش پلانک است.

۲۶. دمای دبی الماس برابر 1860 K است. گرمای ویژه مولی الماس در دمای اتاق چقدر است؟ از شکل ۲۶.۱۲ استفاده کنید.

۲۷. گرماهای ویژه مولی مس و بریلیوم در دمای اتاق به ترتیب $2.8R$ و $1.7R$ است. دمای دبی کدام یک بیشتر است.

۲۸. نشان دهید که انرژی فرمی یک فلز نوعی از مرتبه بزرگی چند الکترون ولت است.

۲۹. عنصر مس دارای دمای دبی 315 K است. گرمای ویژه مس (بر حسب cal/g-K) در دمای اتاق چقدر است؟

۳۰. نشان دهید که اگر اتمهای شبکه در ترتیب مکعبی مرتب شوند (همانند شکل ۱۰.۵)، بسامد دبی با بسامد یک موج کشان، که برای آن فاصله بین اتمهای مجاور تقریباً برابر نیمی از طول موج است، متناظر است. برای سهولت فرض کنید $v_1 = v_2$ است در نظریه دبی فرض می شود که امواج کشان، در سراسر یک محیط اساساً پیوسته، منتشر می شوند؛ در این محیط طول موج در مقایسه با فاصله بین اتمی بزرگ است. قطع دبی وقتی رخ می دهد که طول موج آنقدر کوتاه باشد که امواج کشان نتوانند انتشار یابند.

۳۱. تحقیق کنید که در دمای اتاق گرمای ویژه الکترونی یک رسانای نوعی در مقایسه با گرمای ویژه شبکه ای بسیار کوچک است.

۳۲. برای عنصر سدیم، دمای دبی 150 K ، انرژی فرمی 3.1 eV ، و تعداد الکترونها

ظرفیت هراتم ۱ است. در چه دمایی سهم‌های گرمای ویژه شبکه‌ای والکترونی یکسان می‌شوند؟

۳۳. تابع کار باریم 2.51eV است، انرژی پتانسیل داخلی که يك الكترون آزاد تحت تأثیر آن قرار می‌گیرد 3.1eV است. وزن اتمی باریم ۱۳۸، و چگالی آن 3.78g/cm^3 است. تعداد الکترونهاي آزاد هراتم باریم را محاسبه کنید.

۳۴. (الف) وقتی يك اتم ناخالصی از ستون پنجم جدول تناوبی، مانند آرسنیک، به جای يك اتم سیلیسیوم در بلور سیلیسیوم می‌نشیند، الكترون غیرمقید تحت تأثیر بار e که در اتم آرسنیک واقع است قرار می‌گیرد. ثابت دی‌الکتریک سیلیسیوم برابر ۱۲ است. برای سهولت فرض کنید که الكترون غیرمقید در مدار بوهر حول بار مثبت سیلیسیوم حرکت می‌کند، شعاع اولین مدار بوهر را محاسبه و آن را با فاصله $2.35\text{\AA}$ آنگسترومی بین نزدیکترین اتمهای مجاور در سیلیسیوم مقایسه کنید. (ب) شعاع مداری مربوط به اتمهای ناخالصی آرسنیک در ژرمانیوم را محاسبه کنید، ثابت دی‌الکتریک ژرمانیوم برابر ۱۶ است. فاصله بین نزدیکترین همسایگان در ژرمانیوم برابر $2.44\text{\AA}$ است.

کتابشناسی

1. Kittel, C: *Elementary Solid State Physics*. New York: John Wiley, & Sons, Inc., 1962.

این کتاب خلاصه کوتاهی از کتاب درسی استاندارد هفتمین مؤلف، به نام آشنایی با فیزیک حالت جامد است، که شامل مراجع مربوط به مقالات اصلی و مقادیر عددی بسیاری از خواص فیزیکی جامدات است.

2. McKelvey, J. P.: *Solid State and Semiconductor Physics*. New York: Harper & Row, 1966.

این کتاب يك بررسی تحلیلی (در سطحی نسبتاً مقدماتی) از مسائل بنیادی در فیزیک حالت جامد، همراه با بررسی کاملی از نظریه کوانتومی است.

3. Schalow, A. L. «Optical Masers», *Scientific American*, June, 1961; A. L. Schalow, «Advances in Optical Lasers», *Scientific American*, «Liquid Lasers», *Scientific American*, June, 1967.