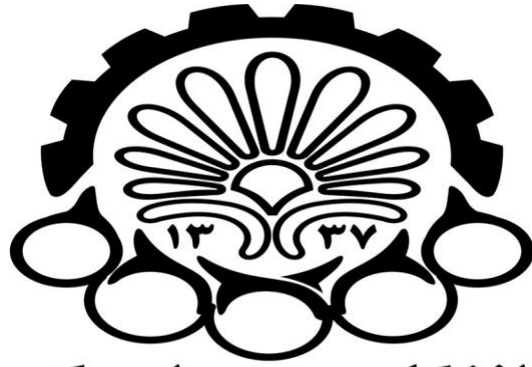




دانشگاه صنعتی امیر کبیر
(پلی تکنیک تهران)

پراش الکترون

امیر محمد عبدالله پور

شکوه شریعتمداریان

امیر رضا حکیمی

هدف از انجام آزمایش : خاصیت موجی بودن الکترون و مشاهده پراش الکترون به وسیله بلور گرافیت و اندازه گیری دو فاصله شبکه ای مختلف آن.

تئوری آزمایش :

در بررسی پدیده‌هایی مانند تداخل، پراش و موارد مشابه، نور به صورت یک موج در نظر گرفته می‌شود و ویژگی‌های آن با استفاده از معادلات ماکسول توصیف می‌گردد. اما در پدیده‌هایی نظیر اثر فتوالکتریک و پراکندگی کامپتون، رفتار نور به گونه‌ای است که ناچار آن را مجموعه‌ای از ذراتی به نام فوتون فرض می‌کنیم. این تفاوت ظاهری در توصیف ماهیت نور، با ارائه مفهوم «دوگانگی موج - ذره» توضیح داده شد. بر اساس این دیدگاه، نور دارای دو جنبه متفاوت است؛ به طوری که در برخی آزمایش‌ها رفتار موجی و در برخی دیگر رفتار ذره‌ای از خود نشان می‌دهد. در واقع این دو رفتار، بیانگر دو نمود مختلف از یک حقیقت واحد یعنی نور هستند. مشاهده کردیم که تابش الکترومغناطیسی از دو جنبه متفاوت برخوردار است: یک جنبه موجی و یک جنبه ذره‌ای. اگر برای هر فوتون، انرژی را با E و اندازه حرکت را با P نمایش دهیم، این دو کمیت به طور دقیق توسط بسامد ν و طول موج λ تابش تعیین می‌شوند.

$$v = \frac{E}{h}$$
$$\lambda = h/p$$

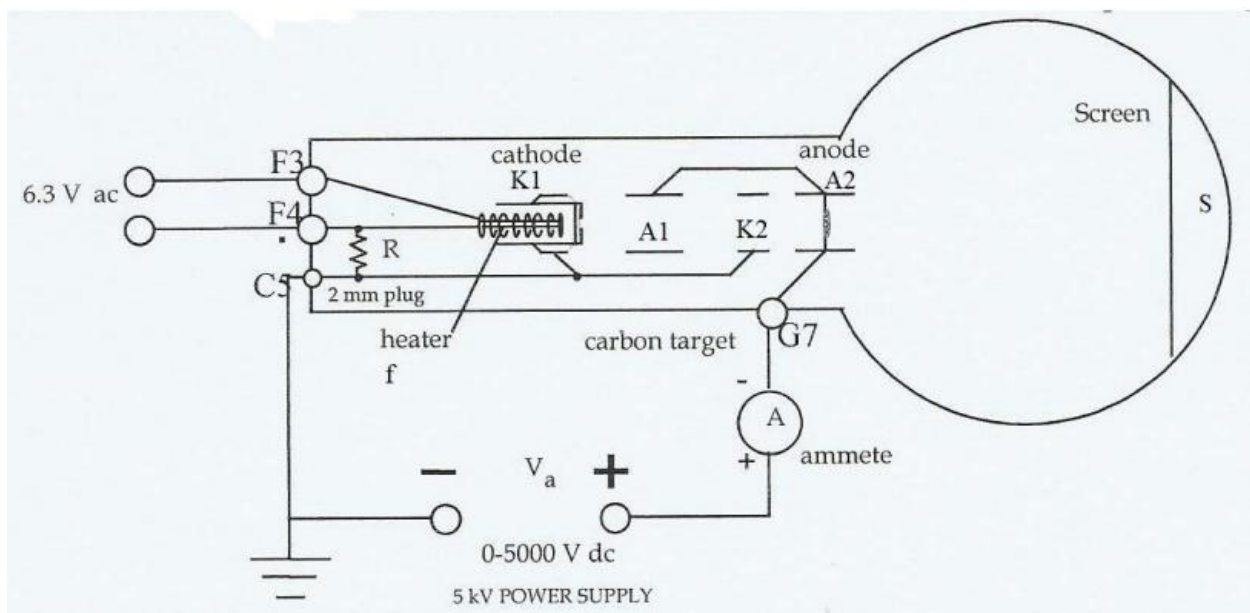
به این نکته توجه کنید که در روابط مطرح شده، دو کمیت قرار گرفته در سمت چپ معادلات، تنها زمانی معنای دقیق دارند که یک موج را توصیف کنیم. در مقابل، کمیت‌های سمت راست معمولاً به ویژگی‌های یک ذره مربوط می‌شوند. از این رو، این روابط بنیادی به‌طور ضمنی دوگانگی موج - ذره تابش الکترومغناطیسی را بیان می‌کنند. ثابت پلانک h نیز به عنوان یک ثابت اساسی در نظریه کوانتومی، همین جنبه‌های ذره‌ای و موجی را به یکدیگر مرتبط می‌سازد. می‌توان گفت که امواج الکترومغناطیسی در برخی شرایط همانند ذرات رفتار می‌کنند و در شرایطی دیگر، فوتون‌ها که ذراتی با جرم سکون صفر هستند، رفتار موجی از خود نشان می‌دهند. این دو رابطه که طبیعت موجی و ذره‌ای تابش را توصیف می‌کنند، دامنه کاربرد گسترده‌ای دارند و نه تنها برای نور، بلکه برای همه ذرات، حتی ذراتی با جرم سکون متناهی نیز معتبر هستند. این پرسش که آیا ذرات مادی نیز مانند نور دوگانگی موج - ذره دارند، نخستین بار در سال 1924 توسط لوئی دوبروی مطرح شد. او پیشنهاد کرد همان‌طور که تابش الکترومغناطیسی دارای دو جنبه موجی و ذره‌ای است، هر ذره مادی نیز می‌تواند چنین

رفتاری داشته باشد. بر اساس این فرض، یک ذره مادی با اندازه حرکت P که برابر mV است (m جرم نسبیتی و V سرعت ذره)، دارای طول موجی به نام طول موج دوبروی خواهد بود

$$\lambda = h/p = h/mv$$

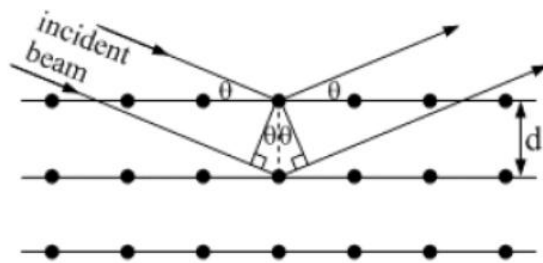
• که در آن h ثابت پلانک است.

در آغاز، نظریه دوبروی با تردید و بدبینی فراوانی روبه‌رو شد. نخستین ایرادی که به این نظریه وارد می‌شد آن بود که اگر الکترون نیز همانند نور دارای خاصیت موجی باشد، باید بتواند مانند نور هنگام عبور از توری یا شبکه بلوری، الگوی پراش ایجاد کند. از آنجا که در آن زمان چنین پدیده‌ای مشاهده نشده بود، نظریه دوبروی چندان مورد توجه قرار نگرفت. اما بعدها، در پی رخدادی تقریباً تصادفی که بر اثر بی‌احتیاطی دو دانشمند به نام‌های دویسون و گرمر به وجود آمد، این نظریه به صورت تجربی تأیید شد. نتایج آزمایش آن‌ها نشان داد که الکترون نیز همانند تابش الکترومغناطیسی دارای خاصیت دوگانگی موج - ذره است و در شرایط مناسب می‌تواند الگوی پراش ایجاد کند.



تصویر بالا لامپ پراش را نشان می‌دهد. که در کلاس ویدیو آن را مشاهده کردیم.

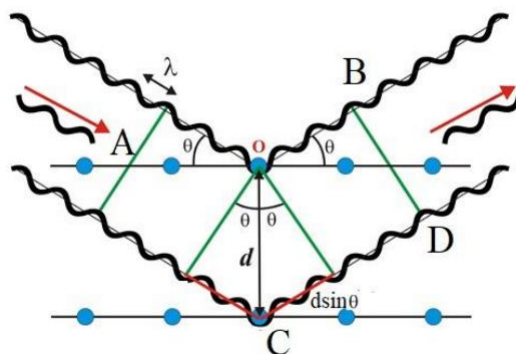
در این آزمایش، ماده ای به نام S وجود دارد که خاصیت فلورسانس دارد؛ یعنی وقتی الکترون‌ها به آن برخورد می‌کنند، نور سبز رنگی از خود ساطع می‌کند و همین نور باعث می‌شود الگوی پراش الکترون‌ها روی صفحه دیده شود. برای داغ کردن فیلمان، از یک ترانسفورماتور شش ولتی استفاده می‌شود و ولتاژی تا حدود پنج کیلوولت برای شتاب دادن به الکترون‌ها به کار گرفته می‌شود. در مرکز آند A2 یک قطعه کوچک از بلور گرافیت قرار دارد که ساختار بلوری آن برای الکترون‌ها نقش توری پراش را ایفا می‌کند. در بررسی پراش الکترون توسط شبکه‌های اتمی، نکته‌های مهمی وجود دارد. وقتی یک موج به مجموعه‌ای از مراکز پراکندگی، مثل اتم‌های یک بلور، برخورد می‌کند، هر اتم موجی را در تمام جهات پراکنده می‌سازد. موج نهایی یا همان موج حاصل، در هر جهت به علت تداخل تمام این موج‌های پراکنده شده تعیین می‌شود. نکته جالب این است که اتم‌های قرار گرفته روی هر صفحه بلوری، نسبت به موج برخوردی، دقیقاً مانند یک آینه نیم‌نقره‌اندود برای نور عمل می‌کنند؛ یعنی بخشی از موج را بازتاب می‌دهند و بخش دیگر را عبور می‌دهند. نتیجه این رفتار، تشکیل الگوی پراش خاصی است که در شکل (۲) هم نمایش داده شده است.



شکل (۲)

این صفحات و بازتاب‌هایی که از آن‌ها ایجاد می‌شود، به افتخار براگ به نام «صفحات براگ» و «بازتاب‌های براگ» شناخته می‌شوند. در واقع براگ و پسرش در سال 1913 نظریه اساسی پراش پرتو ایکس توسط بلورها را مطرح کردند و همین کار اساس تحلیل پراش در ساختارهای بلوری شد. وقتی این دیدگاه را بپذیریم، دیگر لازم نیست تک‌تک تداخل‌های بین امواج پراکنده‌شده از هر اتم را بررسی کنیم. در عوض، می‌توانیم به روشی ساده‌تر فقط تداخل بین امواجی را تحلیل کنیم که از صفحات موازی براگ بازتاب یافته‌اند. همان‌طور که در شکل (3) نشان داده شده، بازتاب موج از دو صفحه مجاور و موازی براگ را در نظر می‌گیریم. امواج فرودی و بازتابیده هر دو با زاویه θ نسبت به صفحه براگ مشخص می‌شوند (این زاویه نسبت به خود صفحه است، نه عمود بر آن). در هر صفحه، بخشی از موج فرودی بدون تغییر مسیر عبور می‌کند و بخش دیگر آن به صورت موج بازتابیده منتشر می‌شود.

شکل 3



بخشی از پرتو فرودی هنگام رسیدن به اولین صفحه براگ بازتاب می‌شود و پرتوی بازتابیده (AB) را تشکیل می‌دهد. قسمت دیگری از همان پرتو که از صفحه اول عبور می‌کند (AC)، در برخورد با صفحه دوم به‌طور جزئی و در همان جهت، بازتابیده می‌شود.

برای تحلیل بهتر وضعیت، جبهه موج BD را در نظر می‌گیریم که بر مسیر پرتو بازتابیده عمود است. دو پرتو بازتابیده فقط زمانی می‌توانند در نقطه‌ای دور از منبع، تداخل سازنده ایجاد کنند که در نقاط B و D هم‌فاز باشند. این هم‌فازی زمانی رخ می‌دهد که اختلاف مسیر نوری آن‌ها برابر با یک مضرب صحیح از طول موج باشد. اختلاف مسیر دو پرتو برابر است با:

$$ACD - AB = 2d \sin \theta$$

بنابراین شرط تداخل سازنده بین امواجی که از دو صفحه موازی و مجاور براگ بازتابیده‌اند، این است که مقدار $2d \sin \theta$ برابر با $n\lambda$ باشد.

$$2 d \sin \theta = n \lambda$$

در این رابطه، n که به آن «مرتبه بازتاب» گفته می‌شود، می‌تواند مقادیر 1، 2، 3 و ... را بپذیرد. این معادله که با نام قانون براگ شناخته می‌شود، اساس تمام پدیده‌های مربوط به تابش همدوس پرتو X و همچنین پراش الکترون در بلورها است. پرتویی که تحت زاویه‌ای غیر از زاویه‌های مجاز در این معادله بازتاب شود، دچار تداخل ویرانگر خواهد شد و نتیجه آن است که باریکه فرودی عملاً بدون پراش از میان بلور عبور می‌کند. اکنون به شکل (4) توجه کنید. این شکل بازتاب موج از دو اتم مجاور را در یک ساختار بلوری نشان می‌دهد. دو پرتو بازتابیده تنها زمانی در نقطه‌ای دوردست تداخل سازنده ایجاد می‌کنند که اختلاف مسیر نوری آن‌ها،

یعنی مقدار $d \sin \theta$ ، برابر یک مضرب صحیح از طول موج λ باشد. بنابراین همان‌طور که دیده می‌شود، برای این حالت نیز قانون براگ کاملاً برقرار است.

روش انجام آزمایش:

در حالی که از خاموش بودن منبع تغذیه‌ها مطمئن هستید ولومهای آنها را به سمت چپ کاملاً بچرخانید.

منبع تغذیه فیلمان را روی ۳ ولت تنظیم کنید.

انتشار گرمایونی بعد از حدود ۳ دقیقه آغاز می‌شود.

ولوم منبع تغذیه ولتاژ بالا را به آرامی افزایش دهید تا به مقدار $2.5KV$ برسد (دقت کنید که واحد روی نمایشگر بر اساس کیلو الکترون ولت است.) در این حالت الگوی پراش به صورت دو دایره هم مرکز مشاهده می‌گردد. از آنجا که در این آزمایش از یک لایه کربن به عنوان توری پراش استفاده شده است، لذا دو ثابت شبکه d_1, d_2 وجود دارد. که منجر به وجود آمدن الگوی پراش بصورت دو دایره هم مرکز می‌گردد.

ولتاژ (V)	قطر داخلی دایره کوچک	قطر خارجی دایره کوچک	قطر داخلی دایره بزرگ	قطر خارجی دایره بزرگ	طول موج λ (nm)
21.2	21.98	27.34	43.35	46.55	0.267
25.4	21.23	24.46	37.43	43.15	0.244
29.7	19.10	22.94	35.48	40.15	0.226
33.6	18.65	22.06	32.78	37.75	0.210
38.2	17.14	20.36	31.03	34.79	0.201
42.2	15.75	19.64	29.03	33.87	0.188

درصد خطا اولی : 0.238%

درصد خطا دومی : 0.268%

درصد خطا سومی : 0.425%

درصد خطا چهارمی : 0.747%

درصد خطا پنجمی : 1.294%

درصد خطا ششمی : 0.421%

ولتاژ (V)	قطر داخلی دایره کوچک	قطر خارجی دایره کوچک	قطر داخلی دایره بزرگ	قطر خارجی دایره بزرگ	طول موج λ (nm)
21	23.36	26.91	43.44	47.08	0.267
25	22.56	24.59	38.67	43.36	0.245
29.3	20.48	23.14	35.47	39.81	0.226
33.4	17.60	21.90	33.23	37.84	0.212
38	17.81	20.91	31.43	36.04	0.200
41.7	16.28	19.36	30.29	34.29	0.190

درصد خطا اولی : 0.20%

درصد خطا دومی : 0.08%

درصد خطا سومی : 0.17%

درصد خطا چهارمی : 0.01%

درصد خطا پنجمی : 0.055%

درصد خطا ششمی : 0.04%

ولتاژ (V)	قطر داخلی دایره کوچک	قطر خارجی دایره کوچک	قطر داخلی دایره بزرگ	قطر خارجی دایره بزرگ	طول موج λ (nm)
21	22.53	27.43	43.83	47.38	0.268
25	21.89	24.77	37.49	43.33	0.245
29.4	20.79	22.88	35.74	39.54	0.226
33.8	18.23	22.08	32.31	35.70	0.211
37	17.87	20.88	32.31	35.70	0.202
42	16.29	19.92	30.00	34.20	0.189

درصد خطا اولی : 0.18%

درصد خطا دومی : 0.08%

درصد خطا سومی : 0.04%

درصد خطا چهارمی : 0.05%

درصد خطا پنجمی : 0.25%

درصد خطا ششمی : 0.10%

1. برای به دست آوردن تکانه الکترون از روابط نسبیتی استفاده کردید یا کلاسیکی؟ چرا؟

از روابط کلاسیکی استفاده شده است؛ زیرا ولتاژ شتاب‌دهنده (حداکثر ۵ کیلوولت) در مقایسه با انرژی سکون الکترون (۵۱۱ کیلوولت) بسیار ناچیز است. در این حالت سرعت الکترون‌ها بسیار کمتر از سرعت نور بوده و اثرات نسبیتی در محاسبات تکانه قابل چشم‌پوشی است.

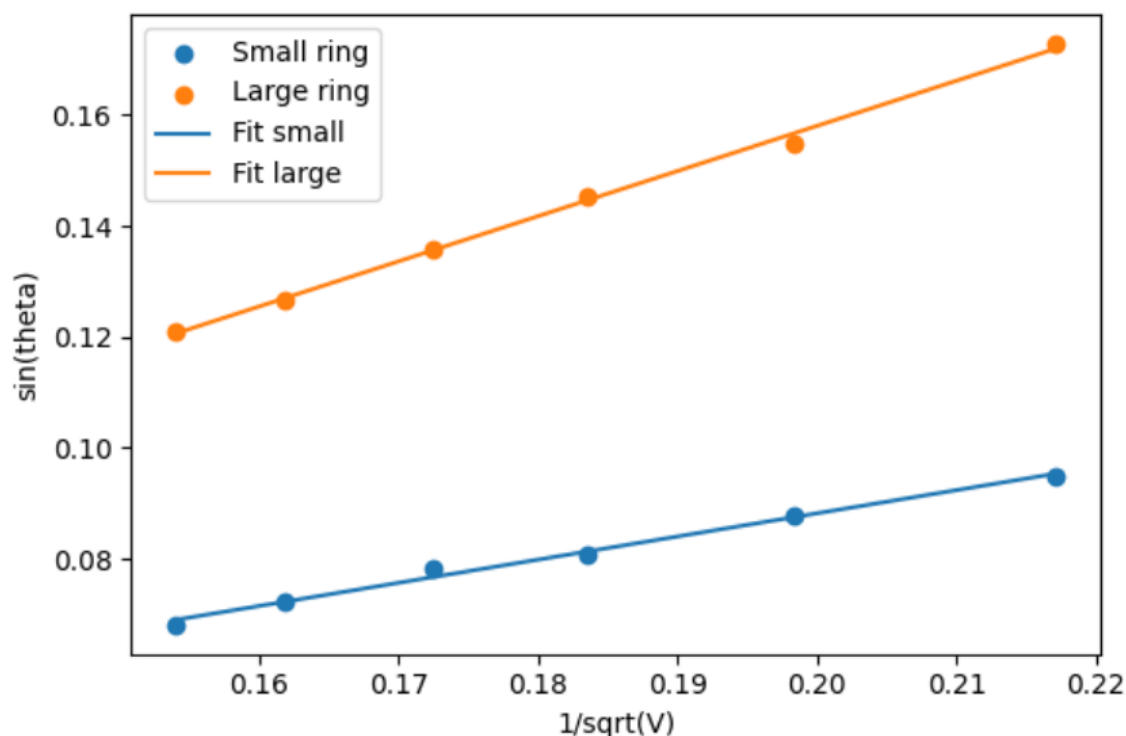
2. در مورد نتایجی که از آزمایش انتظار دارید بحث کنید.

در آزمایش انتظار داریم که با افزایش ولتاژ موارد زیر اتفاق بیفتد 1. شعاع حلقه‌های نورانی کوچک‌تر شود 2. نسبت قطر‌ها به یک دیگر یک رفتار نسبتاً خطی باشد 3. حلقه‌های کوچک‌تر وضوح بیشتری داشته باشند.

3. نقطه نورانی مرکز لامپ مربوط به چیست؟

نقطه نورانی مرکز الگوی پراش مربوط به الکترون‌هایی است که بدون پراش از لایه گرافیت عبور کرده‌اند. این الکترون‌ها در اثر برخورد با صفحات بلوری منحرف نمی‌شوند و در همان مسیر مستقیم اولیه حرکت می‌کنند، بنابراین در مرکز صفحه فلورسنت یک نقطه روشن مرکزی ایجاد می‌کنند. حلقه‌های اطراف این نقطه نیز به علت پراش و تداخل الکترون‌ها با صفحات بلوری گرافیت به وجود می‌آیند.

۴. برای هر دو حلقه نمودار $\sin(\theta)$ را بر حسب $\frac{1}{\sqrt{U}}$ رسم کنید و با استفاده از آن شبکه های d_1 و d_2 را بدست آورید:



محاسبات برای بدست آوردن d_1 , d_2 :

شیب خط برای حلقه کوچک $K_1 \approx 0.417$ و برای حلقه بزرگ $K_2 \approx 0.813$ به دست آمد.

$$d = \frac{h}{K\sqrt{2me}} \quad \text{به دست می آوریم:} \quad K = \frac{h}{d\sqrt{2me}}$$

با جایگذاری و قرار دادن

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}, \quad m = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}, \quad e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}, \quad \text{مقادیر فاصله بین صفحه‌ای}$$

به صورت زیر به دست آمد:

$$d_1 \approx 2.9 \times 10^{-9} \text{ m } (2.9 \text{ \AA})$$

$$d_2 \approx 1.5 \times 10^{-9} \text{ m } (2.9 \text{ \AA})$$

5. چطور می توان نشان داد که هر دو دایره مربوط به پراش در مرتبه اول است؟

برای نشان دادن اینکه هر دو دایره مربوط به پراش مرتبه اول هستند از قانون براگ استفاده می شود:

$$n\lambda = 2d \sin\theta$$

در آزمایش پراش الکترون با گرافیت، دو حلقه ای که روی صفحه فلورسنت دیده می شوند به علت وجود دو فاصله بین صفحه ای متفاوت در ساختار بلوری گرافیت ایجاد می شوند (d_1 و d_2). با اندازه گیری قطر حلقه ها می توان زاویه پراش θ را محاسبه کرد و سپس با قرار دادن مقدار طول موج λ در رابطه براگ مقدار n به دست می آید. نتایج نشان می دهد که برای هر دو حلقه مقدار n برابر 1 است. بنابراین هر دو دایره مشاهده شده مربوط به پراش مرتبه اول هستند، اما از دو مجموعه صفحه بلوری متفاوت در گرافیت به وجود آمده اند.

6. اگر به جای الکترون از پروتون استفاده شود و قطر دایره ها تغییر نکند، نسبت اختلاف پتانسیل برای دو آزمایش الکترون و پروتون چقدر است؟

برای ذره ای که با اختلاف پتانسیل V شتاب می گیرد، طول موج دو بروی از رابطه زیر به دست می آید:

$$\lambda = h / \sqrt{2mqV}$$

در آزمایش پراش، اگر قطر حلقه ها تغییر نکند، به این معناست که طول موج λ ثابت مانده است. بنابراین باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$\sqrt{(m_e V_e)} = \sqrt{(m_p V_p)}$$

با ساده سازی رابطه بالا خواهیم داشت:

$$m_e V_e = m_p V_p$$

در نتیجه نسبت اختلاف پتانسیل ها برابر است با:

$$V_p / V_e = m_e / m_p$$

از آنجا که جرم پروتون تقریباً 1836 برابر جرم الکترون است، خواهیم داشت:

$$V_p / V_e = 1 / 1836$$

بنابراین برای اینکه قطر حلقه های پراش ثابت بماند، اختلاف پتانسیل لازم برای پروتون حدود 1836 برابر کمتر از اختلاف پتانسیل لازم برای الکترون است.

7. چرا طبیعت موجی ماده در مشاهدات روزمره مشهود نیست؟

طول موج دوبروی ذرات از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\lambda = h / p$$

که در آن h ثابت پلانک و p تکانه ذره است. در اجسام معمولی که جرم بسیار بزرگی دارند، مقدار تکانه ($p = mv$) بزرگ می‌شود. در نتیجه طول موج دوبروی آن‌ها بسیار کوچک و در حدی ناچیز می‌شود.

به همین دلیل پدیده‌هایی مانند پراش و تداخل که نشانه‌های رفتار موجی هستند برای اجسام ماکروسکوپی قابل مشاهده نیستند. بنابراین در مشاهدات روزمره، طبیعت موجی ماده محسوس نیست.

8. در آزمایش پراش با نور مرئی، توری پراش با ایجاد خطوط نازک نزدیک به هم روی شیشه ساخته می‌شود آزمایش ریدبرگ). چرا این توری‌ها در آزمایش‌های پراش الکترون یا اشعه ایکس مناسب نیستند؟ در آزمایش پراش نور مرئی، طول موج نور در حدود 10^{-7} متر است. به همین دلیل می‌توان با ایجاد خطوط بسیار نزدیک به هم روی شیشه، توری پراش ساخت تا پدیده پراش به خوبی مشاهده شود.

اما در مورد الکترون‌ها و اشعه ایکس، طول موج آن‌ها بسیار کوچک‌تر و در حدود 10^{-10} متر است. ساخت توری‌هایی با فاصله خطوط در این ابعاد با روش‌های معمول عملی نیست.

به همین دلیل در آزمایش‌های پراش الکترون و اشعه ایکس از بلورها استفاده می‌شود، زیرا فاصله بین صفحات اتمی در ساختار بلورها تقریباً در همین مرتبه است و می‌تواند مانند یک توری پراش طبیعی عمل کند.

9. از پدیده پراش الکترون چگونه در میکروسکوپ‌های الکترونی استفاده می‌شود؟ در

میکروسکوپ‌های الکترونی از خاصیت موجی الکترون‌ها و پدیده پراش برای بررسی ساختار مواد استفاده می‌شود. وقتی پرتو الکترونی به نمونه بلوری برخورد می‌کند، الکترون‌ها از صفحات اتمی ماده پراش پیدا می‌کنند و الگوی خاصی از نقاط یا حلقه‌ها روی آشکارساز ایجاد می‌شود.

با بررسی این الگوی پراش می‌توان فاصله صفحات اتمی، نوع ساختار بلوری و جهت‌گیری بلورها را تعیین کرد. به همین دلیل پراش الکترون یکی از روش‌های مهم برای مطالعه ساختار داخلی مواد در میکروسکوپ‌های الکترونی به شمار می‌آید.

10. پرتوی الکترونی چگونه بر روی نمونه متمرکز می‌شود؟ در رابطه با عدسی مغناطیسی

توضیح دهید. در میکروسکوپ‌های الکترونی برای متمرکز کردن پرتو الکترونی از عدسی‌های مغناطیسی استفاده می‌شود. این عدسی‌ها در واقع سیم‌پیچ‌هایی هستند که با عبور جریان الکتریکی از آن‌ها میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. وقتی الکترون‌ها از داخل این میدان مغناطیسی عبور می‌کنند، تحت تأثیر نیروی لورنتس قرار گرفته و مسیر حرکت آن‌ها خم می‌شود. این انحراف باعث می‌شود الکترون‌ها به سمت محور دستگاه هدایت شده و در یک نقطه متمرکز شوند، درست شبیه کاری که عدسی‌های

شیشه‌ای با نور انجام می‌دهند. با تغییر مقدار جریان عبوری از سیم‌پیچ‌ها می‌توان شدت میدان مغناطیسی را تغییر داد و در نتیجه محل تمرکز پرتو الکترونی را تنظیم کرد. به این ترتیب عدسی‌های مغناطیسی نقش مهمی در تشکیل و تنظیم تصویر در میکروسکوپ‌های الکترونی دارند.

11. چرا نمونه گرافیت می‌بایست نازک باشد؟ نمونه گرافیت باید نازک باشد تا الکترون‌ها بتوانند به راحتی از آن عبور کنند و پراش ایجاد شود. اگر نمونه ضخیم باشد، بخش زیادی از الکترون‌ها در داخل ماده جذب یا چند بار پراکنده می‌شوند و الگوی پراش واضح تشکیل نمی‌شود. بنابراین نازک بودن گرافیت باعث می‌شود الکترون‌ها پس از برخورد با صفحات بلوری، پراش مشخصی پیدا کنند و حلقه‌های پراش به صورت واضح روی صفحه فلورسنت مشاهده شوند.

12. اگر گرافیت به فرم بلوری بود طرح پراش چگونه می‌توانست باشد؟ اگر گرافیت به صورت یک بلور تک‌کریستال (بلور منظم) باشد، الگوی پراش به شکل حلقه‌های هم‌مرکز دیده نمی‌شود. در این حالت پراش فقط در جهت‌های مشخصی که با صفحات بلوری همخوانی دارند رخ می‌دهد. بنابراین به جای حلقه‌های پیوسته، تعدادی نقطه روشن منظم در موقعیت‌های مشخص روی صفحه مشاهده می‌شود. این نقاط نشان‌دهنده جهت‌های خاصی هستند که شرط قانون براگ در آن‌ها برقرار است. در مقابل، در گرافیت پلی‌کریستالی که از تعداد زیادی بلور کوچک با جهت‌های مختلف تشکیل شده است، پراش در همه جهت‌ها رخ می‌دهد و به همین دلیل حلقه‌های هم‌مرکز روی صفحه فلورسنت دیده می‌شوند.

13. خطاهای آزمایش را بنویسید . آیا میزان خطا برای دو دایره یکسان است؟ در این آزمایش چند عامل می‌تواند باعث ایجاد خطا در نتایج شود. از مهم‌ترین خطاها می‌توان به خطای اندازه‌گیری قطر حلقه‌های پراش روی صفحه فلورسنت اشاره کرد، زیرا تعیین دقیق لبه‌های حلقه‌ها دشوار است. همچنین ممکن است در خواندن مقدار ولتاژ شتاب‌دهنده خطا وجود داشته باشد. از دیگر عوامل خطا می‌توان به ضخامت غیر یکنواخت لایه گرافیت، عدم تنظیم دقیق دستگاه و خطای دید هنگام اندازه‌گیری اشاره کرد. میزان خطا برای دو دایره معمولاً یکسان نیست. حلقه بیرونی معمولاً بزرگ‌تر و واضح‌تر است، بنابراین اندازه‌گیری قطر آن دقیق‌تر انجام می‌شود و خطای کمتری دارد. در مقابل، حلقه داخلی کوچک‌تر و گاهی کم‌نورتر است و به همین دلیل اندازه‌گیری آن با خطای بیشتری همراه است.

